

第85回実海域推進性能研究会

ノンメモリー非線形変換を用いたクリップ波形 のスペクトル解析

Spectrum analysis of clipped waveforms using non-memory nonlinear transform

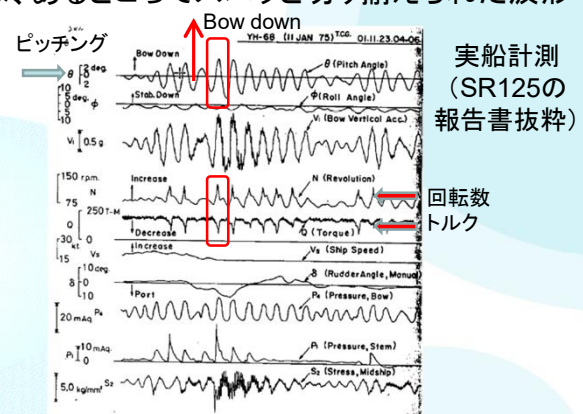
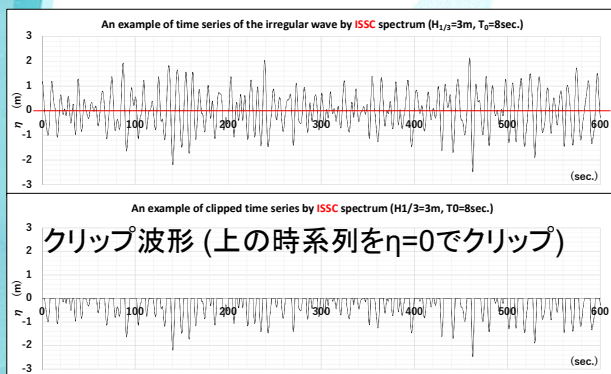
技術工房 テクノ遊 三宅 成司郎
大阪大学 名誉教授 内藤 林

於:大阪大学中之島センター 2023/8/21

1

クリップ波形について

Clipped: 切り揃えられた ➡ クリップ波形とは、あるところでスパッと切り揃えられた波形



<クリップが生じる現象>

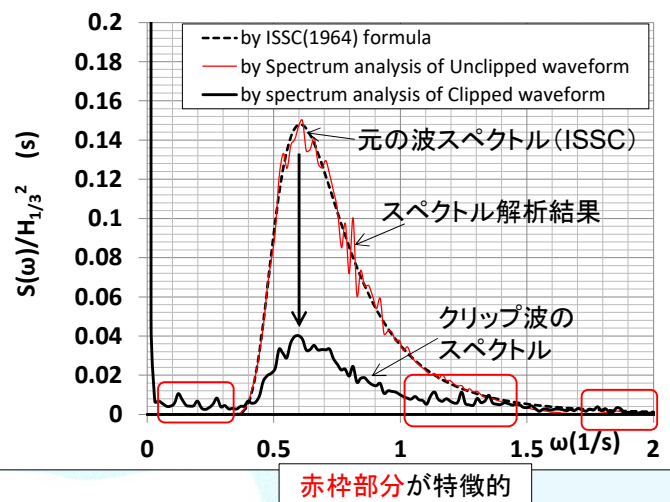
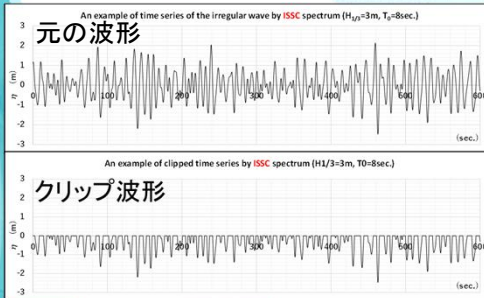
- ・水面近傍における波浪変動水圧は、計測点が水面上に露出した時にゼロとなる。
- ・荒天遭遇時にプロペラが露出すると、スラスト・トルク・回転数が急変する。
- ・岸壁係留された船舶の動揺や係留フェンダーに作用する荷重

2

不規則クリップ波形時系列のスペクトル

<不規則波時系列の生成条件>

- ・波スペクトル: ISSC(1964)
- ・有義波高3m・平均波周期8秒
- ・ $\Delta t=0.2$ 秒, $T=4,200$ 秒 ($N=2^{14}$ 個)



- ① 波スペクトル⇒不規則波時系列生成⇒スペクトル解析⇒平滑化等を調整
- ② クリップした不規則時系列⇒調整したプログラムでスペクトル算出

3

クリップ波形になる船体応答を解析する時の課題と先行研究

耐航性能の評価指標の一つとして「船体応答の分散値」がある。

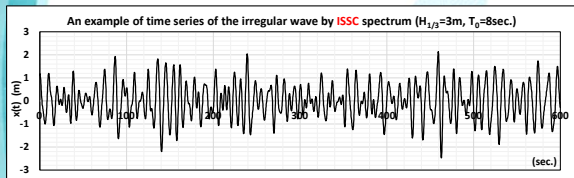
- ・分散値算出⇒短期予測⇒規則波中船体応答関数 $A(\omega)$ が必要

$$\sigma^2 = \int_0^{\infty} \left[\frac{A(\omega)}{\zeta_a} \right]^2 S(\omega) d\omega$$

- ・クリップした水面近傍の波浪変動水圧応答関数は、線形計算では得られない。
⇒内藤・永田・三宅・吉田: 水線面近傍の船側に働く波浪変動荷重の長期予測, 関西造船協会誌, 第222号, pp.91~96, 平成6年9月.
- ・クリップしていない規則波中船体応答関数から、クリップが生じた場合の分散値を求める。
⇒内藤・中村: レーシング時のプロペラ単独特性及び負荷変動について, 関西造船協会誌, 第192号, pp.51~63, 昭和54年3月.

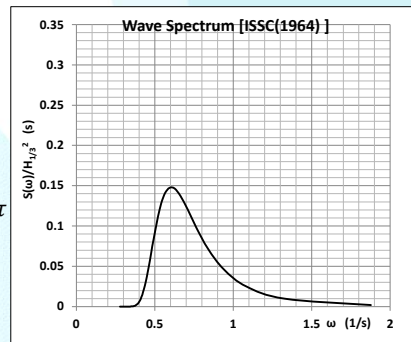
4

不規則時系列・スペクトル・自己相関関数の関係



$$x(t) = \sum_{i=1}^m \cos[\omega_i t + \varepsilon(\omega_i)] \sqrt{2S(\omega_i) \delta\omega_i}$$

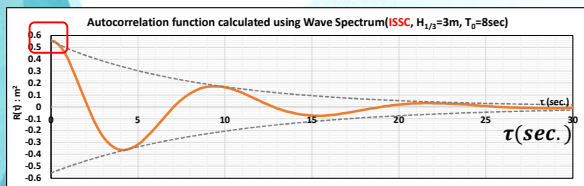
←
→
スペクトル解析



$$R(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)x(t+\tau)dt$$

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau)e^{-i\omega\tau}d\tau$$

←
→
フーリエ双対



$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega)e^{i\omega\tau}d\omega$$

クリップ波形の $R(\tau)$ と $S(\omega)$ の理論式の導出

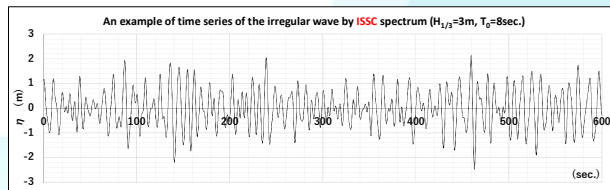
赤枠で示す $\tau = 0$ の自己相関関数 $R(0)$:
波・船体応答の分散値に対応

5

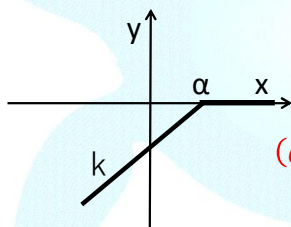
ノンメモリー非線形変換によってクリップ波形を表現

6

既知量:
線形理論で得たクリップしていない
応答波形



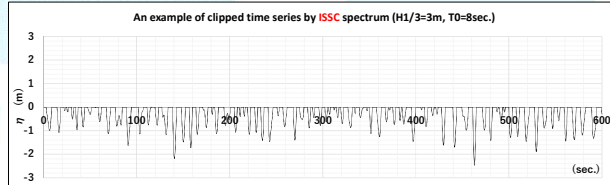
ノンメモリー非線形変換式を用いて時系列生成



$$y = m(x) = \begin{cases} 0 & (x \geq \alpha) \\ k(x - \alpha) & (x < \alpha) \end{cases}$$

($\alpha = 0, k = 1$) のクリップ波形 k にて時系列が拡大・縮小

<クリップ波形の統計諸量の推定>
分散値をはじめとした統計諸量の推定
にはクリップ波形のスペクトルが便利



ノンメモリー非線形変換の出力 $y(t)$ の自己相関関数

変換式を絶対値を用いて表す



$$y = \frac{k}{2} [(x - \alpha) - |x - \alpha|]$$

$$y = \begin{cases} 0 & (x \geq \alpha) \\ k(x - \alpha) & (x < \alpha) \end{cases}$$

出力 $y(t)$ の自己相関関数



$$R_y(\tau) = E[y(t)y(t+\tau)] = \left(\frac{k}{2}\right)^2 (E_1 + E_2 + E_3 + E_4)$$

$x(t) = x_1$ 、 $x(t+\tau) = x_2$ と再記して $E_1 \sim E_4$ を表すと

$$E_1 = E[(x_1 - \alpha)(x_2 - \alpha)], \quad E_2 = E[|x_1 - \alpha||x_2 - \alpha|],$$

$$E_3 = E[(x_1 - \alpha)|x_2 - \alpha|], \quad E_4 = E[(x_2 - \alpha)|x_1 - \alpha|]$$

各項は次式となり、非線形変換前の情報(赤字)があれば計算できる

$$E_1 = R_x(\tau) + \alpha^2 \quad E_2 = R_x(\tau) \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\sigma_x^2}\right) \right\} + \frac{2\sigma_x^2}{\pi} \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\sigma_x^2}\right) (\theta \sin \theta + \cos \theta - 1) + W^2$$

$$E_3 = E_4 = \gamma_0 R_x(\tau) - \alpha W, \quad \gamma_0 = Q\left(\frac{\alpha}{\sigma_x}\right) - Q\left(-\frac{\alpha}{\sigma_x}\right), \quad Q(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\xi}^{\infty} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2}\right) d\eta$$

$$W = \sqrt{\frac{2}{\pi\sigma_x^2}} \left\{ \sqrt{2\pi}\alpha \operatorname{erf}(\alpha) + \sigma_x^2 \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\sigma_x^2}\right) \right\} \quad r = \frac{R_x(\tau)}{\sigma_x^2}, \quad \sin^{-1}r = \theta \rightarrow \theta = \sin^{-1} \frac{R_x(\tau)}{\sigma_x^2}$$

7

クリップ波形の自己相関関数とスペクトル

8

- $R_x(\tau)$, $S_x(\omega)$, σ_x^2 : クリップしていない船体応答の自己相関関数・スペクトル・分散値(既知)
- $R_y(\tau)$, $S_y(\omega)$, σ_y^2 : クリップした船体応答の自己相関関数・スペクトル・分散値(未知)

クリップしていない既知の情報によって、クリップが生じた場合の情報を得たい。

$$R_y(\tau) \approx \left(\frac{k}{2}\right)^2 \left[\left\{ 2 - \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\sigma_x^2}\right) - 2\gamma_0 \right\} R_x(\tau) + \frac{\pi - 2}{\pi\sigma_x^2} \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\sigma_x^2}\right) R_x^2(\tau) + (W + \alpha)^2 \right]$$

$R_y(\tau)$ をフーリエ変換する



$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau$$

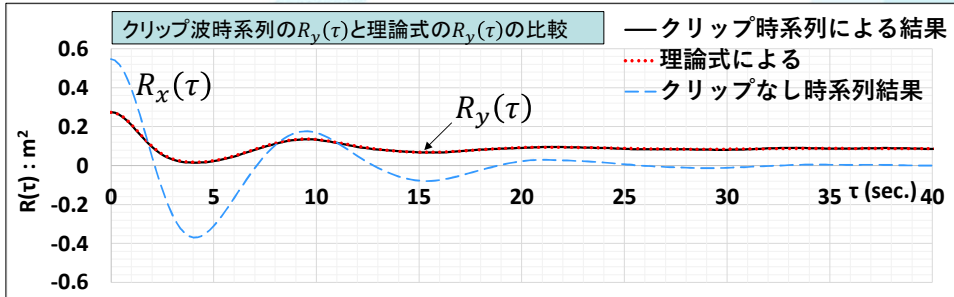
$$S_y(\omega) = \left(\frac{k}{2}\right)^2 \left[\left\{ 2 - \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\sigma_x^2}\right) - 2\gamma_0 \right\} S_x(\omega) + \frac{\pi - 2}{\pi\sigma_x^2} \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\sigma_x^2}\right) S_x(\omega) * S_x(\omega) + (W + \alpha)^2 \delta(\omega) \right]$$

クリップ時の船体応答の分散値 σ_y^2 は $R_y(0)$ にて次式 \Rightarrow σ_x^2 があれば計算できる

$$\sigma_y^2 = R_y(0) - [Average]^2 = \left(\frac{k}{2}\right)^2 2\sigma_x^2 \left\{ 1 - \gamma_0 - \frac{1}{\pi} \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\sigma_x^2}\right) \right\}$$

クリップ波形の自己相関関数の検証

検証は[H_{1/3}=3m・T₀=8秒]のISSC(1964)波スペクトル・不規則波時系列を用いた。



比較項目	不規則時系列の解析値	理論式による値
R _y (0)	0.275	0.273
平均値	-0.296	0.295
分散値	0.187	0.186

<α=0, k=1の場合>

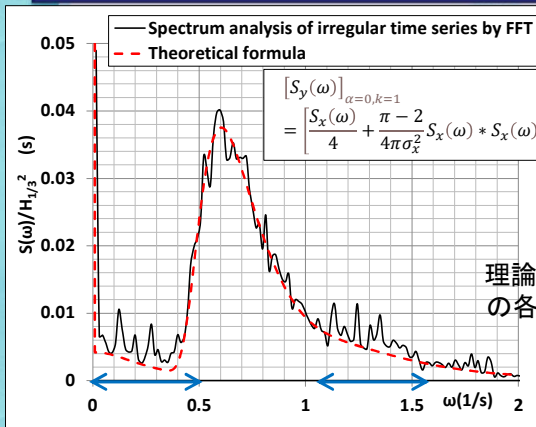
$$\sqrt{\frac{R_x(0)}{2\pi}}$$

$$\frac{(\pi-1)}{2\pi} R_x(0)$$

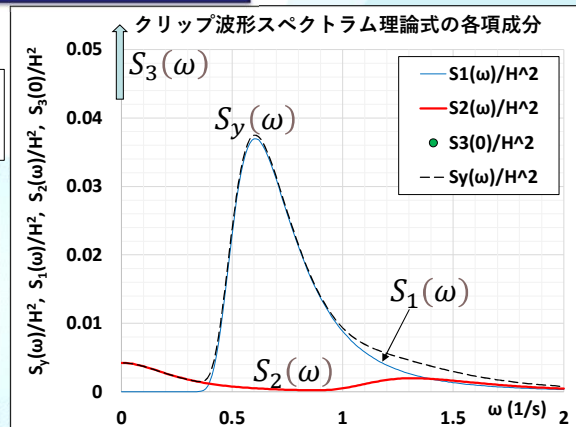
クリップ無しのR_x(τ)がわかれば、理論式によって精度良くR_y(τ)が推定できる

9

クリップ波形のスペクトルの検証



理論値(赤破線)の各成分を表示

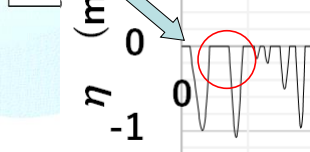
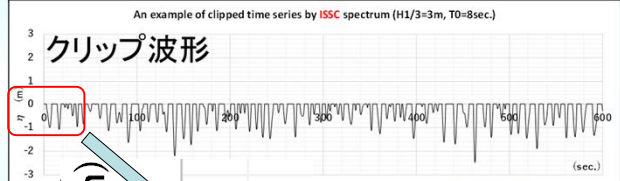
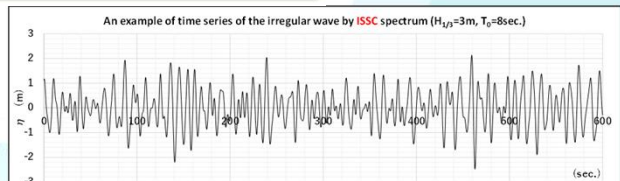
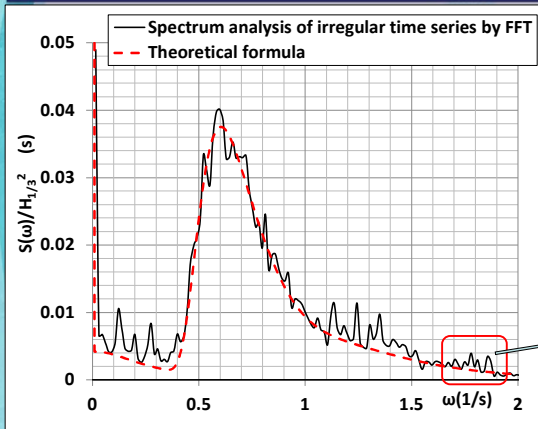


$$S_y(\omega) = \left(\frac{k}{2}\right)^2 \left[\underbrace{\left\{ 2 - \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\sigma_x^2}\right) - 2\gamma_0 \right\} S_x(\omega)}_{S_1(\omega)} + \underbrace{\frac{\pi-2}{\pi\sigma_x^2} \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\sigma_x^2}\right) S_x(\omega) * S_x(\omega)}_{S_2(\omega)} + \underbrace{(W+\alpha)^2 \delta(\omega)}_{S_3(\omega)} \right]$$

右辺第一項は元のスペクトルを係数倍する、第二項はスペクトルピークの裾野の値を持ち上げる

10

クリップ波形のスペクトルの検証(高周波域の変動)



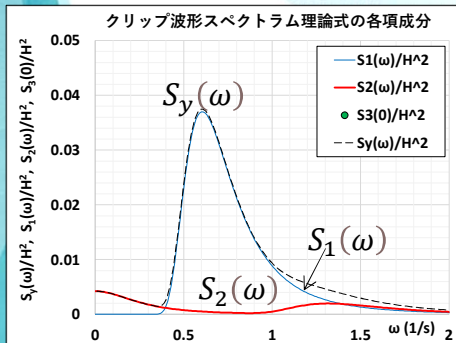
高周波側のスペクトルの変動は、カット部分のシャープな波形の影響か？詳細検討が必要。
 ⇒現状の理論式には含まれない影響

クリップ波形の統計量推定: 応答の周期について

クリップ無しの $S_x(\omega)$ があれば、
 理論式によって $S_y(\omega)$ が推定できる

$$T_{01} = 2\pi \frac{m_0}{m_1}, \quad m_n = \int_0^{\infty} \omega^n S_y(\omega) d\omega$$

有義波高1m・平均波周期8秒	m_0	m_1	T_{01} (秒)
元のスペクトル(クリップなし) $S_x(\omega)$	0.0625	0.0489	8.02
クリップ波形スペクトル: 理論式 $S_y(\omega)$	0.0184	0.0149	7.78
クリップ波形スペクトル: 時系列のFFT解析	0.0209	0.0166	7.95



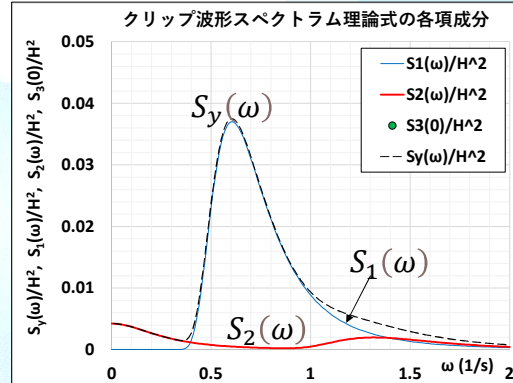
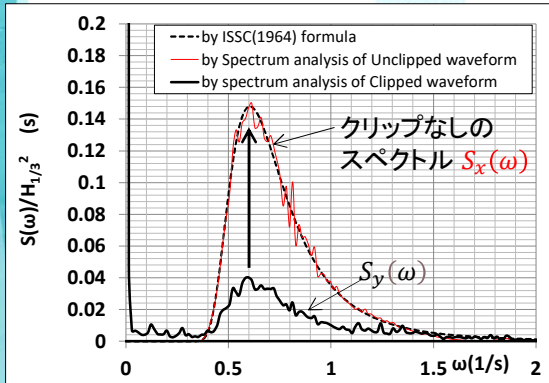
クリップ波形スペクトルの平均周期は元のスペクトルの平均周期に比べて約3%短い。

たたみ込み積分の項によって、高周波数(短周期)側の値が広範囲に持ち上がっている影響が大きい

⇒ 波形がクリップすると船体応答の周期が変化する可能性があることに注意が必要

クリップ波形からクリップしていない波形のスペクトルの算出

例えば、水槽試験でクリップ波形 $S_y(\omega)$ が得られた場合を想定

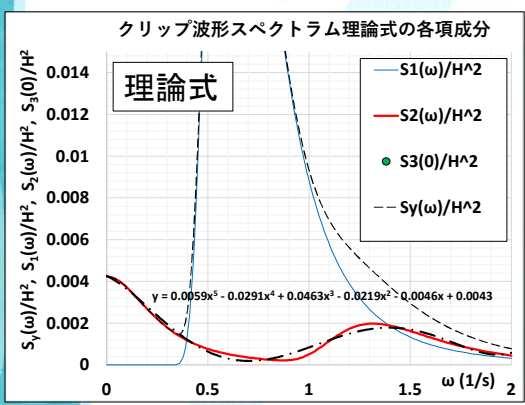


$$S_y(\omega) = \left(\frac{k}{2}\right)^2 \left[\left\{ 2 - \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\sigma_x^2}\right) - 2\gamma_0 \right\} S_x(\omega) + \frac{\pi - 2}{\pi\sigma_x^2} \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\sigma_x^2}\right) S_x(\omega) * S_x(\omega) + (W + \alpha)^2 \delta(\omega) \right]$$

・右辺第二項のたたみ込み積分があるので、 $S_y(\omega)$ から $S_x(\omega)$ が容易に求まらない。

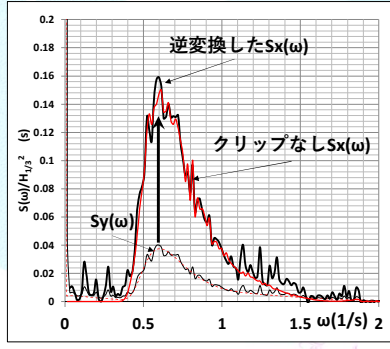
クリップ波形からクリップしていない波形のスペクトルの算出

$$[S_y(\omega)]_{\alpha=0, k=1} = \left[\frac{S_x(\omega)}{4} + \frac{\pi - 2}{4\pi\sigma_x^2} S_x(\omega) * S_x(\omega) + \frac{1}{2\pi} \sigma_x^2 \delta(\omega) \right]$$



- ・クリップ波 $S_y(\omega)$ の両端裾野の限定された周波数範囲がたたみ込み積分項によって持ち上がることを利用
⇒その範囲だけを平滑化した後、多項式近似する
⇒クリップなしの $S_x(\omega)$ の概略値を求めることができそう。
- ・種々のケースに対する検証が必用

計測対応 $S_y(\omega)$ から多項式近似結果を単純に引いてみた



右辺第二項のたたみ込み積分 $S_2(\omega)$ は多項式による近似が可能なのである。

結論

- 線形理論で求めた船体応答スペクトルがあれば、クリップした時の船体応答の統計量が推定できる。
⇒水線面近傍の波浪変動水圧の短期応答推定に有効である。
- 理論式の k (勾配)によって、クリップ波形の大きさを変化させることができる。
⇒水面近傍において水面の影響が大きい場合は、 k を変えることでその影響を考慮できる可能性がある。
- 今回の計算条件において、クリップした時の平均周期はクリップのない時に比べて短くなった。それは、たたみ込み積分項による影響である。
⇒クリップが生じる船体応答を評価する時に注意が必要と思われる。