

浮体係留システムの運動応答と係留力の予測

加藤俊司*、大松重雄*、吉元博文*、斎藤昌勝**

At-Sea Experiment of a Floating Offshore Structure

On the Prediction of Motions and Mooring Forces of a Moored Floating Structure

by

Shunji KATO, Shigeo OHMATSU, Hirofumi YOSHIMOTO, Masakatsu SAITO

Abstract

Methods of modelling (statistically) and simulating the response and the mooring force of moored floating offshore systems excited by irregular seas and winds, including the effects of both nonlinear wave forces and nonlinearity in system dynamics, are investigated in this paper on a basis of at-sea data of a full scale floating offshore structure "POSEIDON".

The characteristics of waves and wind at the test field is studied from a viewpoint of external forces.

Volterra series and the Quadratic Transfer Function are introduced to describe the nonlinear wave forces. Cross bi-spectral analysis is applied to estimate the Quadratic Transfer Functions. A linear force model is introduced to describe the slowly varying forces due to wind fluctuations. Multi-input analysis is applied to study the contribution rate of slowly varying wind and wave forces to slow drift motion.

In order to estimate the nonlinear viscous and mooring forces in the system dynamics from full scale free decaying test data, a new analysis method, which is based on time series fitting method using a nonlinear optimization technique, is developed.

On a basis of these investigations, a comparison between a measured time histories of the motion and mooring force and their simulations is carried out.

Relating to estimates of the PDF (Probability density function) and the extreme response of the motion and mooring force, two statistical models are introduced newly. The one is a nonlinear statistical method based on two term Volterra series theory for taking effects of both nonlinear wave forces and varying wind loads into account and the other is a modified version of the *Hermite* moment model introduced by *Winterstein*.

At-sea measured sample data, the statistical prediction based on the Rayleigh distribution, i.e. the so-called *Cartwright-Longuet-Higgins*' estimates and the results obtained from the present methods are compared.

It is concluded that the present statistical models and simulation procedures provide useful tools for estimating the behaviour of nonlinear moored floating offshore systems and for predicting the extreme values of the motion response and mooring forces.

目次

- | | |
|---------------------|--------------------------|
| 1 緒言 | 3.5 波力 |
| 2 決定論的時間領域シミュレーション法 | 3.6 動揺応答 |
| 2.1 時間領域運動方程式とその解法 | 3.7 係留力 |
| 2.2 時間領域に於ける流体力 | 4 非線形確率統計予測法 |
| 2.3 風荷重 | 4.1 係留浮体の全2次応答の確率密度関数の推定 |
| 2.4 波力 | 4.2 極値分布 |
| 2.5 流れによる荷重 | 4.3 応答の異常値統計量 |
| 2.6 係留力 | 5 実海域データによる検討 |
| 3 実海域データとの比較検討 | 5.1 長周期運動の統計解析 |
| 3.1 変動風及び風荷重に対する検討 | 5.2 係留変動張力の統計解析 |
| 3.2 海洋波の特性とスペクトル | 6 成果のまとめと今後の課題 |
| 3.3 流体力の推定 | 6.1 変動風と風荷重 |
| 3.4 定常外力と定常変位 | |

* 海洋開発工学部

** 海上技術安全局

- 6.2 方向波スペクトルと方向分布関数
- 6.3 粘性流体力及び線形流体力
- 6.4 定常外力による定常変位と定常傾斜
- 6.5 波力と動揺応答
- 6.6 係留力
- 6.7 統計予測
- 6.8 今後の課題

1 緒言

海洋資源開発あるいは海洋空間利用、海洋エネルギー利用のための海洋構造物が種々出現し、また次々と新しい構造物の構想が発表され、水槽実験及び実海域実験も行われている。それらの構造物は大型化するとともに稼働予定水深もより深い海域で、風波の条件も厳しい沖合いへと進展する趨勢にある。そしてこれらの構造物の位置保持に不可欠の係留システムにも新しい技術開発のニーズが生じてきている。例えば、大水深域の石油生産を目的としたTLP（緊張係留構造物）に対しては、高信頼性のあるテンドン鋼管あるいはDPS（自動位置保持）のための推進装置の開発、海上空港のような沿岸部に設置される大型浮体構造物の場合にはドルフィン係留装置等である。

しかし、一口に係留システムと言ってもその性能には海洋構造物自身の運動特性や係留系と構造物の相互作用、水深や海底土質などの環境条件、係留用材料やアンカー及び制御機器等の個々の部材特性など多くの要素が組合わさって互いに影響を及ぼしあう複雑なシステムであるので、全体を一つのシステムと考え、その経済性や安全性を合理的に考慮して設計する方法を確立する必要がある。特に、関西国際空港2期工事として浮体式空港案が出されているが、こうした超大型の浮体構造物の場合には、なおさら統一的に構造物と係留系を一つの全体システムとして取り扱い、その安全性を総合的に評価する必要がある。

今までは、自然環境条件、浮体の動揺、係留系の挙動と係留力といった個別の要素技術に関し個々に水槽実験等で研究され、一部浮体と係留系を一体にした模型実験も行われてきた。しかしながら、浮体と係留系を一体のシステムとした実海域における実証実験は行われたことがなかった。ポセイドン号の実海域実験はまさにそれを目的とした唯一の実機実験であった。

浮体係留システムの動揺や係留力を誘起させる自然環境条件、すなわち波、風、流れ等はいうまでもなく不規則であり非再現性を有する確率現象である。したがって、動揺あるいは係留力の予測及び安全性の評価も同様に確率的評価、すなわち応答の極値が、ある許容範囲を超える確率あるいはその極値の最大値の期待値で行う必要がある。それゆえ応答の極値及び異常値（極値の中の最大値）の確率密度関数を理論的に求めることが必要である。もし、これらの確率密度関数が求まれば、極値あるいは異常値がある許容値を超える確率を始めとして、種々の極値統計量が求められ、応答の短期あるいは長期予測が可能となる。極値の確率密度関数を求めるには、現状では、決定論的方法と確率論的方法の2種類の方法がある。運動応答の極値の確率密度関数を求める場合にはいずれの方法にせよ、まず最初に、周波数応答特性が必要である。そのほか外力及び応答に非線形要素を含む場合その特性も必要になる。

決定論的方法では、ある与えられた外力条件の下に、不規則な外力時系列を作成し、それを入力として時間領域で運動方程式を数値的に解いて応答の時系列を求め、この時系列を統計処理することによって極値の確率密度及び極値統計量を求めようとする方法である。この場合は運動方程式及び外力特性に非線形要素を含んでいても求められるという利点がある。しかしながら、このようにして求められた統計量はあくまで統計的には1サンプルにすぎず、統計量のばらつきを少なくするためには、ある一定時間内のシミュレーションを何回も行い、そのシミュレーション結果からもとめた統計量を平均するか、あるいはエルゴード性を仮定して無限に長い計算を行いそれを統計解析をして求めるかのどちらかが必要となる。長時間のシミュレーションを行うには膨大な計算が必要であり、今までは、ほとんど成し得なかったが、最近の計算機の進歩により徐々に十数時間に及ぶ計算が可能になってきている。

一方、確率論的方法では、Longuet-Higgins [1] が線形応答についての極値の確率密度を求める式を誘導し、応答の分散と応答スペクトルのバンド幅パラメータによって確率密度が表せることを示している。従って、外力に対する運動の周波数応答特性及び外力スペクトルさえ求めれば、極値の各種統計量は求められる。しかしながら、応答に非線形要素を含んだ場合この方法は使用できず、擬似的に等価線形化して求める以外方法がない。しかしながら、最近、近似的ではあるが、いくつか非線形な統計予測法も開発されてきている。

本論は、こうした予測法の2つの流れに沿って、ポセイドン号による模型及び実海域実験を通し、浮体係留システムの運動及び係留力の予測法に関し現在どこまでわかり、どこが問題かをまとめたものである。

2 決定論的時間領域シミュレーション法

2.1 時間領域運動方程式とその解法

風、波及び流れ等の自然環境外力下での浮体の動揺及び係留力の運動方程式は一般に次式で表される。

$$\sum_{j=1}^6 (M_{kj} + m_{kj}(\infty)) \ddot{X}_j + \int_{-\infty}^t K_{kj}(t-\tau) \dot{X}_j d\tau + A_{kj}^{(2)}(\dot{X}_j, \dot{\zeta}; t) + B_{kj}(X_j) + C_{kj}(\ddot{X}_j, \dot{X}_j, X_j; t) + D_{kj}(t) = F_k^{(1)}(t) + F_k^{(2)}(t) + F_k^w(t) + F_k^c(t) \quad (1)$$

ここで、

- M_{kj} ; 浮体の質量行列
- $m_{kj}(\infty)$; $\omega = \infty$ での付加質量行列
- $A_{kj}^{(2)}$; 粘性減衰力行列
- B_{kj} ; 静水圧による復原力行列
- C_{kj} ; 係留系による復原力を含む係留力行列
- D_{kj} ; wave drift damping 行列
- K_{kj} ; メモリー影響関数行列
- $F_k^{(1)}$; 1 次の波力ベクトル
- $F_k^{(2)}$; 2 次の波力ベクトル
- F_k^w ; 風荷重ベクトル
- F_k^c ; 流れによる荷重ベクトル

(1) 式は慣性項以外の項を総て右辺に整理すると次の Newton 方程式で表される。

$$[M]\ddot{X} = \ddot{F} \quad (2)$$

ここで、 $[M]$ は質量マトリックス、 \ddot{X} は運動変位の列ベクトル、 \ddot{F} は外力の列ベクトルである。(2) 式を時間領域で解くために、ここでは Newmark- β 法 [2] を用いる。Newmark- β 法によると、ある時刻における i モードの変位を X_i とおくと、 Δt 時間後の変位 X_i は次式で表される。

$$X_i^{n+1} = X_i^n + \Delta t \dot{X}_i^n + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{X}_i^n + \beta \Delta t^2 (\ddot{X}_i^{n+1} - \ddot{X}_i^n) \quad (3)$$

$$\dot{X}_i^{n+1} = \dot{X}_i^n + \frac{\Delta t}{2} (\ddot{X}_i^{n+1} + \ddot{X}_i^n) \quad (4)$$

(2) 式に対し、(3),(4) 式を用いて X_i に対する収束計算を行うことにより、時刻 t における値から時刻 $t + \Delta t$ における値を求めることができ、(2) 式は時間領域で解ける。なお、 β に対しては無条件安定の $1/4$ を用いる。また、収束判定は、イテレーション中の加速度を \ddot{X}_i^{n+1} とするとき

$$\left| \frac{\ddot{X}_i^{n+1} - \ddot{X}_i^n}{\ddot{X}_i^{n+1}} \right| \leq \frac{1}{100} \quad (5)$$

という条件で行う。

2.2 時間領域に於ける流体力

線形流体力 線形流体力とメモリー影響関数の間には次のような関係がある。

$$m_{kj}(\omega) = m_{kj}(\infty) - \frac{1}{\omega} \int_0^\infty K_{kj}(t) \sin \omega t dt \quad (6)$$

$$N_{kj}^{(1)}(\omega) = \int_0^\infty K_{kj}(t) \cos \omega t dt \quad (7)$$

ここで、 $m_{kj}(\omega)$ は周波数領域の付加質量行列、 $N_{kj}^{(1)}(\omega)$ は周波数領域の造波減衰力行列である。周波数無限大に亘る付加質量、造波減衰力が求められれば時間領域の流体力 ($m_{kj}(\infty)$) とメモリー影響関数 K_{kj} が求められる訳だが、実際には不可能に近い。そこで、限られた ω の範囲で何点か求められた $N_{kj}^{(1)}(\omega)$ に対し、スプライン関数を用いて外挿を行い、そ

の外挿値が 0 になるある ω_0 を求め、 $0 \leq \omega \leq \omega_0$ の範囲で次の積分を行って K_{kj} を求める。

$$K_{kj}(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\omega_0} N_{kj}^{(1)}(\omega) \cos \omega t d\omega \quad (8)$$

また、周波数無限大での付加質量係数 $m_{kj}(\infty)$ は、(6) 式から求める。

粘性流体力 この力は、流体粘性に起因する流体力であり、一般に速度の自乗に比例する抗力として取り扱われる。

浮体の粘性流体力を数値的に求めるに当り、水面下の浮体の各構成要素を複数個のブロックに分割して、それぞれのブロックの体積中心に働く粘性抗力を積分することで浮体全体の粘性流体力を求める。式で表せば次の通りである。

$$A_{jj}^{(2)} = N_{jj}^{(2)} \dot{X}_j | \dot{X}_j | \quad (9)$$

$$N_{jj}^{(2)} = \frac{1}{2} \rho \int C_{dj} S_j \quad \text{for } j = 1 \sim 3$$

$$N_{jj}^{(2)} = \frac{1}{2} \rho \int C_{dj} S_j L_j \quad \text{for } j = 4 \sim 6$$

ここで、 ρ は流体密度、 C_{dj} は j 運動モードの抗力係数、 S_j は投影面積、 L_j はモーメントレバーである。抗力係数 C_d はレイノルズ数及びクーリガンカーベンター数の関数であり、理論的に求めることは今のところできない (一部 CFD (Computational Fluid Dynamics) を使用して推定した例もある [3] がまだ実用の段階にはなっていない)。通常は、これは自由動揺試験あるいは強制動揺試験等で求められるが、模型と実機ではレイノルズ数に差があり、スケール影響を考慮しなければならない。

2.3 風荷重

風荷重には定常風による定常力と変動風による変動力がある。変動力には物体後流に発生するカルマン渦等によって励起される場合もあるが、それらは海洋構造物全体に作用する力としては無視できる程度であり、空間的に一様で時間的にのみ変動する変動風による変動力のみが一般的に考慮される。この場合、風速 $U(t)$ は、平均風速成分 U_0 と変動風成分 $u(t)$ の和として

$$U(t) = U_0 + u(t) \quad (10)$$

のように表される。変動風速は変動風のパワースペクトル $S_u(f)$ を用いて次式で表現される。[4]

$$u(t) = \int_0^\infty \sqrt{2S_u(f)} df \cos(2\pi ft + \psi) \quad (11)$$

ここで、 ψ は $0 \sim 2\pi$ の一様乱数である。この変動風に基づく外力は、準定常理論に基づいてモリソン式より求められる。このとき、浮体の運動速度は、風速に比べて一般に非常に小さいので、それは次式で与えられる。

$$F_j^w(t) = \frac{1}{2} \rho_a (U_0 + u(t))^2 C_{aj} S_j \quad \text{for } j = 1 \sim 3 \quad (12)$$

$$F_j^w(t) = \frac{1}{2} \rho_a (U_0 + u(t))^2 C_{aj} S_j L_j \quad \text{for } j = 4 \sim 6 \quad (13)$$

ここで、 C_{aj} は j 動揺方向の空力係数、 ρ_a は大気密度である。ところで、上式において、 $u(t)$ の自乗の項から定常成分、低周波数及び高周波数成分が発生する。しかし、 $u(t)$ が平均風速に比べて小さければ $u(t)$ の自乗の項は省略され、最終的に次式で与えられる。

$$\begin{aligned} F_j^w(t) &= \frac{1}{2}\rho_a(U_0^2 + 2u(t)U_0)C_{aj}S_j \\ &= F_{aj}\left(1 + \frac{2u(t)}{U_0}\right) \quad \text{for } j = 1 \sim 3 \quad (14) \end{aligned}$$

$$F_j^w(t) = F_{aj}\left(1 + \frac{2u(t)}{U_0}\right)L_j \quad \text{for } j = 4 \sim 6 \quad (15)$$

ここで、 F_{aj} が平均風速による定常力及びモーメント、右辺第二項が変動風による変動力及びモーメントを表す。定常力の場合には C_{aj} として周波数に依存しない静的空力係数が用いられるが、変動力に対しては周波数に依存する動的空力係数 $C_{aj}(f)$ が用いられる。しかしながら、この空力係数については良く判っていない。また、変動風スペクトルを表す代表的なものとして Davenport [5] あるいは日野 [6]、Harris [7] が提案したスペクトル形が良く使用されるが、これらは陸上観測データをベースに導かれたものであり、海上風に対しての一般的なスペクトル形は提案されていない。

2.4 波力

波浪場の表現 実際の海域で遭遇する海洋波は、単一方向の周波数成分波ばかりでなく無数の波向成分波も含んでおり、不規則波浪場と考えられる。つまり、空間と時間に対し不規則性を持ったものである。この波浪場を、異なる方向からくる一方向波不規則波の線形重ね合わせで表現できると仮定し、ある固定点に対し、次式で表すのが一般的である。

$$\zeta(t, x, y) = \sum_{i=1}^N \zeta(\theta_i, t) \quad (16)$$

$$\zeta(\theta_n, t) = \sum_{m=1}^M a_{mn} \cos(\omega_m t + \psi_{mn}) \quad (17)$$

ここで、 a_{mn} は各素成波の振幅、 ω_m は素成波の周波数、 ψ_{mn} は、2次元平面に0から 2π まで一様に分布する乱数である。(なお、 ψ_n は、0から 2π まで一様に分布する一次元乱数である。)

また、波浪場は次の様な方向波スペクトルでも表現される。

$$S_\zeta(\omega, \chi) = D(\omega, \chi)S_\zeta(\omega) \quad (18)$$

ここで、 $D(\omega, \chi)$ を方向分布関数、 $S_\zeta(\omega)$ を2次元の方向波スペクトルと区別するため周波数スペクトルと呼んでいる。この表現に従うと波浪場の各素成波の振幅は次式で表される。

$$a_{mn} = \sqrt{2S_\zeta(\omega_m, \chi_n)\Delta\omega_m\Delta\chi_n} \quad (19)$$

方向分布関数として、一般に次式

$$D(\omega, \chi) \sim \cos^{2s}(\chi) \quad (20)$$

が用いられるが、方向集中パラメータである s については余りよく判っていない。さらに、周波数スペクトルについても、造船の分野では ISSC あるいは JONSWAP 型が使用されているが、日本周辺海域に対しても適用できるのかどうかは不明である。

波力 係留浮体に働く波力には、波周期に対応した1次の波力と素成波の差の周波数を持つ長周期の2次の波力が含まれる。一方向波中での1次の波力は、線形インパルス応答関数と波面上昇量との畳込み積分で与えられる。従って、これを多方向波に拡張すると次式で与えられる。

$$F_k^{(1)}(t) = \sum_{n=1}^N \int g_k^{(1)}(\tau, \chi_n) \zeta(\chi_n, t - \tau) d\tau \quad (21)$$

一次のインパルス応答関数は、各方向に対する線形波力の伝達関数の逆フーリエ変換から得られる。

$$g_k^{(1)}(\tau, \chi_n) = \frac{1}{2\pi} \int G_k^{(1)}(\omega, \chi_n) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (22)$$

2次の波力はボルテラ級数の2項で表され、多方向波中の表現に直すと、2次のインパルス応答関数と一組の2方向波の波面上昇量との二重畳込み積分の形をとる。

$$\begin{aligned} F_k^{(2)}(t) &= \sum_l \sum_n \int \int g_k^{(2)}(\tau_1, \tau_2, \chi_l, \chi_n) \\ &\quad \zeta(t - \tau_1, \chi_l) \zeta(t - \tau_2, \chi_n) d\tau_1 d\tau_2 \quad (23) \end{aligned}$$

2次のインパルス応答関数は2次の波力の差の周波数に対する伝達関数(BQTF)より次のように計算される。

$$\begin{aligned} g_k^{(2)}(\tau_1, \tau_2, \chi_l, \chi_m) &= \frac{1}{4\pi^2} \int \int G_k^{(2)}(\omega_i, \omega_j, \chi_l, \chi_m) \\ &\quad e^{i(\omega_i\tau_1 - \omega_j\tau_2)} d\omega_i d\omega_j \quad (24) \end{aligned}$$

この2次の伝達関数は、ポテンシャル理論により周波数の異なる2方向2成分規則波中で浮体に作用する変動水圧を直接積分することにより周波数と方向のすべての組み合わせとして求められる。また、この伝達関数はインパルス応答関数が実数であることにより

$$G_k^{(2)}(\omega_i, \omega_j, \chi_l, \chi_n) = G_k^{(2)*}(\omega_j, \omega_i, \chi_n, \chi_l) \quad (25)$$

の様な複素共役関係が成立する。

線形波力 一方向波中の波力は通常、線形ポテンシャル理論を用いて推定される。すなわち、非粘性の仮定の下に速度ポテンシャルの存在を仮定し、浮体表面に特異点を分布させ、それと流体場の境界条件(自由表面、水底及び無限遠の放射条件)を満足するグリーン関数から解を構成し、浮体表面での境界条件を満足させるように特異点の強さを決定する方法である。特異点の強さが決まると、流体中の速度及び圧力が速度ポテンシャルを介して求められ線形波力が計算できる。この方法は3次元特異点分布法とよばれ、線形流体力を求める場合も同じ手法が用いられる(ただし、浮体表面の境界条件だけが異なる)。

線形の仮定の下では、線形重ね合わせの原理が成り立ち、一方向波中での線形波力の応答関数から、多方向波中での波力スペクトルが、次のように求められる。

$$S_{F_k^{(1)}}(\omega) = \int_{-\pi}^{\pi} |G_k^{(1)}(\omega, \chi)|^2 S_\zeta(\omega, \chi) d\chi \quad (26)$$

ここで、 $S_{F_k^{(1)}}(\omega)$ は波力の応答スペクトル、 $|G_k^{(1)}(\omega, \chi)|$ は χ 方向からくる波に対する k 方向の波力の周波数応答関数の振幅、 $S(\omega, \chi)$ は方向波スペクトルであり、方向分布関数

$D(\omega, \chi)$ を用いるとそれは、(18) 式で表される。従って、ある固定点での線形波力の時系列は、(21) 式を用いて畳み込み積分から求めるか、あるいは不規則波浪場が (16) 及び (17) で表されることを利用して次式より二重和として求められる。

$$F_k^{(1)} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \sqrt{2|G_k^{(1)}(\omega_i, \chi_j)|^2 S_\zeta(\omega_i, \chi_j) \Delta\omega_i \Delta\chi_j} \cos(\omega_i t + \psi_{ij} + \theta_k^{(1)}(\omega_i, \chi_j)) \quad (27)$$

なお、 $\theta_k^{(1)}(\omega_i, \chi_j)$ は $G_k^{(1)}$ の位相である。

多方向波中における波力の時系列をシミュレートすることは、一方向波の場合に比べて多大の計算時間を必要としあまり実用的ではない。それに、多方向波は、波の持っているパワーを方向分散させるために、同一パワーを有する単一方向波でシミュレートした方が、安全サイドでシミュレートできる等により、通常は方向分散性を無視して次式から求める。

$$F_k^{(1)} = \sum_{i=1}^N \sqrt{2|G_k^{(1)}(\omega_i, \chi_0)|^2 S_\zeta(\omega_i) \Delta\omega_i} \cos(\omega_i t + \psi_i + \theta_k^{(1)}(\omega_i, \chi_0)) \quad (28)$$

ここで、 χ_0 は、波の主方向である。

ポテンシャル理論に基づく2次の波力の推定 ポテンシャル流に基づく波漂流力は波面上昇や物体運動の有限性に起因する2次のオーダーの波浪外力の長周期成分であり、それを定量的に評価するためには、これらの非線形効果を考慮した流体力の表示式を導く必要がある。流体は理想流体（非圧縮、非粘性）で非回転運動とする。この時、速度ポテンシャル $\Phi(\vec{X}, t)$ が存在し、流体中で次式のラプラスの方程式を満足する。

$$[L]: \Delta\Phi = 0 \quad (29)$$

境界条件として、無限遠での発散波条件、及び以下の物体境界条件 [H]、水底条件 [B]、自由表面条件 [F1],[F2] を満足する。

$$[H]: \frac{\partial\Phi}{\partial n} = \vec{n} \cdot \nabla\Phi = v_n \quad (30)$$

ただし、物体表面上の単位法線ベクトルを $\vec{n} = (n_1, n_2, n_3)$ とする。

$$[B]: \frac{\partial\Phi}{\partial n} = 0 \quad \text{on } z = h(x, y) \quad (31)$$

$$[F1]: \Phi_z - \zeta_t - \Phi_x \zeta_x - \Phi_y \zeta_y = 0 \quad \text{on } z = \zeta \quad (32)$$

$$[F2]: -\Phi_t - (\nabla\Phi)^2/2 - gz = 0 \quad \text{on } z = \zeta \quad (33)$$

ただし、自由表面の方程式を $z = \zeta(x, y, t)$ とする。このとき、物体表面の圧力は次のベルヌーイの式によって求められる。

$$\frac{p(x, y, z, t)}{\rho} = -\Phi_t - \frac{(\nabla\Phi)^2}{2} - gz \quad (34)$$

ただし、 ρ = 流体密度、 g = 重力加速度

これらの境界値問題を直接解くにはかなりの困難さを伴う。即ち、自由表面と物体表面の境界は時間とともに移動するが、その移動量を決定するためには境界値問題が既に解けていなければならないし、物体表面上の法線や浸水面

積の時間変化についても考慮しなければならない。通常上記の問題は、摂動展開によって解くことになる。速度ポテンシャル、流体速度、水面上昇量、流体圧力及び浮体の運動が微小パラメータ ϵ (最大波傾斜) の級数で表されると仮定する。

$$\Phi(x, y, z, t) = \Re\{\varphi e^{i\omega t}\} \\ \varphi = \epsilon\varphi^{(1)} + \epsilon^2\varphi^{(2)} + O(\epsilon^3) \quad (35)$$

$$\vec{\xi} = (\xi_1, \xi_2, \xi_3) \\ = \epsilon\vec{\xi}^{(1)} + \epsilon^2\vec{\xi}^{(2)} + O(\epsilon^3) \quad (36)$$

$$\vec{\alpha} = (\xi_4, \xi_5, \xi_6) \\ = \epsilon\vec{\alpha}^{(1)} + \epsilon^2\vec{\alpha}^{(2)} + O(\epsilon^3) \quad (37)$$

$$p = \epsilon p^{(1)} + \epsilon^2 p^{(2)} + O(\epsilon^3) \quad (38)$$

$$\zeta = \epsilon\zeta^{(1)} + \epsilon^2\zeta^{(2)} + O(\epsilon^3) \quad (39)$$

ただし、 $\vec{\xi}$ 及び $\vec{\alpha}$ はそれぞれ、並進運動と回転運動ベクトルである。

物体に働く力は次のように表される。

$$F_i(t) = \iint_S n_i p dS \quad (i = 1, \dots, 3) \quad (40)$$

ここで、 S は瞬時々の物体の没水面であり、 p は、ベルヌーイの式で与えられる物体表面の圧力である。このように波浪の作用を受けて動揺する浮体の応答をその平均位置の周りに正則摂動展開し、瞬間的な物体の没水面に作用する流体圧を積分して得られる波力を2次のオーダーまで厳密に評価することによって長周期変動外力（2次のオーダーの波力の長周期成分）が、次の5項の和で表される。

(1) 平均水面と瞬間的な波面との間に働く流体圧による成分:

$$\vec{F}_1^{(2)} = -\frac{\rho g}{2} \oint_{C_W} \vec{n} (\zeta^{(1)} - \xi_3^{(1)} - y\zeta_4^{(1)} + x\xi_5^{(1)})^2 ds \quad (41)$$

ただし、 C_W は浮体と平均水面との交線である。

(2) ベルヌーイ式に於ける速度の自乗項に由来する圧力による成分:

$$\vec{F}_2^{(2)} = \frac{\rho}{2} \iint_{S_m} \vec{n} |\nabla\varphi^{(1)}|^2 dS \quad (42)$$

ただし、 S_m は浮体の平均没水面である。

(3) 浮体の運動により浮体に作用する流体圧の作用位置が変化するために生ずる成分:

$$\vec{F}_3^{(2)} = \rho \iint_{S_m} \vec{n} \{(\vec{\xi}^{(1)} + \vec{\alpha}^{(1)} \times \vec{x}) \cdot \nabla\varphi_i^{(1)}\} dS \quad (43)$$

(4) 1次のオーダーの波力の作用方向が物体の回転運動によって変化するために生ずる成分:

$$\vec{F}_4^{(2)} = \vec{\alpha}^{(1)} \times \vec{F}^{(1)} \quad (44)$$

ただし、 $\vec{F}^{(1)}$ は波浪強制力、静的・動的流体反力を含む全1次流体力である。

(5) 2次のオーダーの入射波に基づく圧力による成分:

$$\vec{F}_5^{(2)} = \rho \iint_{S_m} \vec{n} (\varphi_{I_t}^{(2)} + \varphi_{D_t}^{(2)}) dS \quad (45)$$

ただし、 $\varphi_I^{(2)}$ 及び $\varphi_D^{(2)}$ はそれぞれ2次の入射波、diffraction ポテンシャルである。

今、一次の水面上昇量が次のように表されるとする。

$$\zeta_1(t) = \Re\left\{\sum_i a_i \exp(i\omega_i t)\right\} \quad (46)$$

ただし、 a_i は周波数 ω_i を持つ素成波の複素振幅である。この波による、2次の波力（簡単な為、surge 方向の波力を考える）は、次の関係式

$$\begin{aligned} & \Re\{a_i \exp(i\omega_i t)\} \cdot \Re\{a_j \exp(i\omega_j t)\} \\ &= 1/2 \Re\{a_i a_j \exp[i(\omega_i + \omega_j)t] \\ &+ a_i a_j^* \exp[i(\omega_i - \omega_j)t]\} \end{aligned}$$

に注意すると、次式で表される。

$$\begin{aligned} F^{(2)}(t) &= \Re\left\{\sum_i \sum_j f_{2ij}^{(+)} a_i a_j \exp[i(\omega_i + \omega_j)t] \right. \\ &\quad \left. + \sum_i \sum_j f_{2ij}^{(-)} a_i a_j^* \exp[i(\omega_i - \omega_j)t]\right\} \quad (47) \end{aligned}$$

但し、(+), (-) の記号は2成分波の和及び差の周波数に対する2次の波力を表す。しかし、低周波数成分のみに興味があるので、一般に右辺1項は無視される。今 $f_{2ij}^{(-)}$ を $G_k^{(2)}(\omega_i, -\omega_j)$ と置き換え、一方向波を仮定し(47)式の時間平均を取ると定常漂流力は

$$\bar{F}_k^{(2)} = \Re\left\{\sum_i G_k^{(2)}(\omega_i, -\omega_i) |a_i|^2\right\} \quad (48)$$

で表される。これから、明らかに $G_k^{(2)}(\omega_i, -\omega_i)$ は実数でなければならない。またこれは、 $G_k^{(2)}(\omega_i, -\omega_j)$ を ω_i と ω_j の行列と考えたときに、その行列の対角成分が定常漂流力の周波数特性を表すことを示している。対角成分以外の成分は一般に複素数であるが、インパルス応答関数は実数であるから、行列 $G_k^{(2)}(\omega_i, -\omega_j)$ に対し次の関係を満たさねばならない。

$$G_k^{(2)}(\omega_i, -\omega_j) = G_k^{(2)}(\omega_j, -\omega_i) \quad \text{Hermite 性}$$

ポルテラ級数展開表示により波力をシミュレートする場合、2重の畳み込み積分を行わなければならないが、確率積分表示を用いるとこれを避けて以下のように2重和の表現で得ることができる。

$$\begin{aligned} F_k^{(2)}(t) &= \sum_i \sum_j \cos\{(\omega_i - \omega_j)t - (\psi_i - \psi_j)\} \\ &\quad + \theta_k^{(2)}(\omega_i, -\omega_j)\} \\ &\quad \times \sqrt{|G_k^{(2)}(\omega_i, -\omega_j)|^2 S_\zeta(\omega_i) S_\zeta(\omega_j) d\omega_i d\omega_j} \quad (49) \end{aligned}$$

なお、 $\theta_k^{(2)}(\omega_1, \omega_2)$ は、 $G_k^{(2)}$ の位相である。

2次の波力に係わるその他の問題と本論での取扱い
2次の波力に関し、ポテンシャル理論の範囲内では推定法が確立されているが、それに含まれない問題（一部含まれるものもある）も多々ある。ここでは、その問題の概要と本論での取扱いについて以下に示す。

1) 多方向波中の長周期2次の波力

方向波中での2次の波力に関し、最近、宮島 [8]、井上 [9]、Kim-Yue [10] らによって、模型試験及び数値計算による検討がなされている。それによると、たとえ波の主方向が船首方向であっても方向波の影響によって sway あるいは roll に長周期動揺が現れることを示し、構造物の稼働効率の面及び安全上の面から問題であるとしている。しかしながら、この問題は将来の課題とし、本論では単一方向波中の長周期2次の波力のみを考える。

2) 2次のポテンシャルの漂流力への寄与

波漂流力を厳密に評価するためには $\bar{F}_5^{(2)}(t)$ を計算しなければならない。この項が他の成分に比べて有意になるかどうかを調べなければならない。しかし、この項を計算するためには、2次のポテンシャル問題を厳密に解かなければならず、容易なことではない。これを行わないでこの成分を評価する方法 (Lighthill [12] の方法) が既に開発されている。この方法はグリーンの公式とハスキントの関係を巧みに使用して物体表面の2次のポテンシャル分布を求めることなく $\bar{F}_5^{(2)}(t)$ を求める方法である。この方法はエレガントではあるが、最終結果に自由表面 (∞ 領域) に亘る表面積分の項が現れ、これが数値計算上問題となっている。

最近、2次のポテンシャルまで含めて厳密に評価する手法が、Kim-Yue [13]、Eatock Taylor-Hung [14] によって開発され、その結果によると、2次のポテンシャルによる定常漂流力は存在しない。また、これが長周期漂流力に貢献するのは、1次の波の diffraction 影響が小さい低周波数域においてであり、diffraction 影響が大となる中・高周波数域では2次のポテンシャルによる寄与は小さくなる。しかしながら、2次のポテンシャルは1次のポテンシャルに比べて深さ方向に対し緩やかに減衰する。従って、没水円柱の場合は、2次のポテンシャルが全周波数に亘り長周期漂流力に大きく貢献するので注意が必要である。

本論では、低周波数域では2次のポテンシャルによる漂流力よりも後述する粘性漂流力の方が大きいので、この影響は無視する。

3) 長周期運動時の減衰力の増加 (Wave Drift(ing) Damping)

Wichers et al. [15] 及び Wichers [16] は長周期運動する大型タンカー模型に働く減衰力係数を自由動揺試験より求め、波浪中での値は静水中のものより増加することを示し、その増分を線形な造波減衰力と区別するために **Wave drift damping** と呼んだ。Wichers et al. [18] 及び Standing et al. [17] は、ある一定の速度をもって浮体が前後進する際に出合周波数が変化するのが、この現象は出合周波数の変化に伴う定常漂流力の変化に起因するとして、drift force gradient 法を提案した。一方、Hearn et al. [19] は、この現象は一樣流と浮体周りの波動場との相互干渉から生じ、抵抗増加現象と類似の現象であることを示し、Added resistance 法を提案した。彼は Drift force gradient 法は確かに wave drift 現象の傾向を表すが定量的には予測できないことを示している。

一方、著者の一人と木下 [20] は波浪中で減衰力が増加することに関連して、動揺速度の自乗に比例する減衰

項を含む振動方程式を取り上げ、外乱による強制力があると自由振動の振幅の減衰は外乱がない場合に比較して見かけ上速くなることを摂動法並びに数値計算により示した。彼らの主張は、長周期運動時の減衰力の増加は粘性に起因する、つまり粘性減衰力と外力との非線形相互作用によるとしている。

斉藤・高木 [21] は、こうした現象を確かめるためにセミサブ及び船型模型の規則波中水槽実験を行いシミュレーション結果と比較した。その結果、受圧面積が大きい surge に対しては、粘性影響に比べて wave drift damping 影響が顕著であるが、受圧面積が大きい sway に対しては同程度になることを示した。

本論では、この影響を模型試験により検討する。

4) 粘性漂流力

波長及び波高に対し微小径の底面を持つ鉛直円柱に働く水平波力は、一般に次の Moriソン式で表される。

$$\begin{aligned}
 F_x &= \int_{-h}^{\zeta} f_x dz \\
 &= \left[-\frac{C_m \pi \rho D^2 H_w \kappa g}{8} \sin \omega t \right. \\
 &\quad \left. + \frac{C_d \rho D H_w^2 \omega^2}{8} \cos \omega t |\cos \omega t| \right] \\
 &\quad \times \left\{ \frac{\exp(\kappa \zeta) - \exp(-\kappa h)}{\kappa} \right\} \quad (50) \\
 f_x &= C_m \rho \pi / 4 D^2 \dot{u} + 1/2 \rho D C_d u |u| \quad (51)
 \end{aligned}$$

ここで、 u は波粒子速の水平成分、 D は円柱の径、 C_m, C_d はそれぞれ質量力係数と抗力係数、 H_w は波高、 κ は波数、 ω は波周波数である。

今、 $\kappa \zeta \ll 1$ と仮定し、 $F_x = F_x^{(1)} + F_x^{(2)}$ と分解すれば、 $F_x^{(1)}$ は通常の線形波力を $F_x^{(2)}$ は次のように2次の波力を生み出す。

$$\begin{aligned}
 F_x^{(2)} &= \left[-\frac{C_m \pi \rho D^2 H_w \kappa g}{8} \sin \omega t \right. \\
 &\quad \left. + \frac{C_d \rho D H_w^2 \omega^2}{8} \cos \omega t |\cos \omega t| \right] \zeta \quad (52)
 \end{aligned}$$

この項は次のようにも表される。

$$F_x^{(2)} = f_x |_{z=0} \times \zeta \quad (53)$$

これは、静止水面に於ける波粒子の水平速度成分に基づく波力(密度)に水面上昇量を掛けたものに等しく、波粒子の水平速度成分が波面頂点まで分布した時の波力に他ならない。従って、(53)式は Free Surface Force [22] と呼ばれている。水面上昇量との反位相(90°位相の反転した)の波は、Hilbert 変換を用いると次のように表される。

$$\eta(t) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\zeta(\tau)}{(t-\tau)} d\tau \quad (54)$$

この波を用いると静止水面位置における波粒子の水平方向速度成分 u_0 は、

$$u_0 = \dot{\eta}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\zeta(\tau)}{(t-\tau)^2} d\tau \quad (55)$$

で表される。同様に、加速度成分は

$$\dot{u}_0 = \ddot{\eta}(t) = -\frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\zeta(\tau)}{(t-\tau)^3} d\tau \quad (56)$$

と表される。上式から ζ と u_0 は同位相であり、 ζ と \dot{u}_0 は反位相であることが容易に判る。Moriソン式の C_d, C_m はクーリガンカーベンター数とレイノルズ数の関数であるが、ここではもっと一般に波周波数の関数でもあるとすると(51)式は次のようにシステム関数表示される。

$$\begin{aligned}
 f_x(t) &= \int_{\tau} g_1(\tau) \dot{u}_0(t-\tau) d\tau \\
 &\quad + \int_{\tau} g_2(\tau) u_0(t-\tau) |u_0(t-\tau)| d\tau \quad (57)
 \end{aligned}$$

この置き換えを(53)式にも適用すると $F_x^{(2)}$ は

$$\begin{aligned}
 F_x^{(2)}(t) &= \int_{\tau} g_1(\tau) \dot{u}_0(t-\tau) \zeta(t-\tau) d\tau \\
 &\quad + \int_{\tau} g_2(\tau) u_0(t-\tau) |u_0(t-\tau)| \zeta(t-\tau) d\tau \quad (58)
 \end{aligned}$$

と表される。一方、 $u_0 |u_0|$ は最小自乗近似に基づく次のように等価線形化される。

$$u_0 |u_0| = \begin{cases} \frac{4\pi H_w \omega}{\sqrt{2}} \sigma_{u_0} & \text{規則波} \\ \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_{u_0} & \text{不規則波} \end{cases}$$

σ_{u_0} は u_0 の標準偏差である。また、 α は ω の関数となるから h_2 に含めることが可能である。従って、(58)式は次のように書き換えられる。

$$\begin{aligned}
 F_x^{(2)}(t) &= \int_{\tau} g_1(\tau) \dot{u}_0(t-\tau) \zeta(t-\tau) d\tau \\
 &\quad + \int_{\tau} h_2(\tau) u_0(t-\tau) \zeta(t-\tau) d\tau \quad (59)
 \end{aligned}$$

u_0 と ζ との関係から、上式右辺第一項は2成分波の和の周波数成分を表し、第2項は slowly varying な成分を含んでいる。以後第2項のみを考察する。(55)式の関係を用いると(59)式の右辺第2項は

$$F_{x_2}^{(2)}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{\tau_1} \int_{\tau_2} \frac{h_2(\tau_1)}{(\tau_2 - \tau_1)^2} \zeta(t-\tau_1) \zeta(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2$$

と表される。この式は次のように定義される関数

$$g_2(\tau_1, \tau_2) = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{h_2(\tau_1)}{(\tau_2 + \tau_1)^2} + \frac{h_2(\tau_2)}{(\tau_2 + \tau_1)^2} \right] \quad (60)$$

を使用すると2次のボルテラ核関数を g_2 とするボルテラ級数の第2項目を表している。次のような超関数まで拡張したフーリエ変換公式

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^{-m} e^{-ixy} dx = -\frac{\pi i (-iy)^{m-1}}{(m-1)!} \text{sgn}(y), \quad (61)$$

を用いると(60)式のフーリエ変換は次のようになる。

$$G_2(\omega_1, \omega_2) = \frac{1}{4} [|\omega_2| Q(\omega_1 - \omega_2) + |\omega_1| Q(\omega_1 - \omega_2)] \quad (62)$$

ここで、 Q は g_2 のフーリエ変換である。

従って、モリソン式に基づく波力の slowly varying な 2 次の応答関数は次のように表される。

$$G_2(\omega_1, -\omega_2) = \frac{1}{4} [|\omega_2| Q(\omega_1 + \omega_2) + |\omega_1| Q(\omega_1 + \omega_2)] \quad (63)$$

もし、 C_d が周波数に依存せず波が 2 成分波であるとすると G_2 は 2 成分波の平均周波数の自乗に比例することになる。波が 1 成分波の場合

$$G_2(\omega, -\omega) \left(\frac{H_w}{2}\right)^2 = \frac{H_w^3}{12} C_d \rho \pi D \omega^2 \quad (64)$$

となり、粘性漂流力は入射波の 3 乗に比例する。

本論では、粘性漂流力の定常成分を (64) 式の単純加算で評価し、変動成分に対しては以下の Newman [11] 近似を用いて評価する。

$$G_2(\omega_i, -\omega_j) \cong G_2(\omega_i, -\omega_i) \quad (65)$$

補：2 次の波力伝達関数の実験からの推定 長周期の 2 次の波力には、一般にポテンシャル流及び粘性に起因する漂流力が含まれ、後者を理論的に推定することは難しいが、これらはボルテラ級数の 2 項目で表されることを用いると、実験から求めることが可能である。以下に長周期 2 次波力の伝達関数 $G^{(2)}$ の実験からの推定法について述べる。

入射波 $\zeta(t)$ が一方向波であり、零平均ガウス過程とすると波力 $F = F^{(1)} + F^{(2)}$ と波 ζ との相互相関関数は次式で与えられる。

$$R_{F\zeta}(\tau) = E[(F(t) - \bar{F})\zeta(t - \tau)] = \int g^{(1)}(t_1) R_\zeta(t_1 - \tau) dt_1 \quad (66)$$

両辺のフーリエ変換から、Wiener-Khintchine の関係より次式が満たされる。

$$S_{F\zeta}(\omega) = G^{(1)}(\omega) S_\zeta(\omega) \quad (67)$$

ここで、 S_ζ は、two-sided の波スペクトルである。

故に

$$G^{(1)}(\omega) = \frac{S_{F\zeta}(\omega)}{S_\zeta(\omega)} \quad (68)$$

これは、たとえ波力に 2 次の波力を含んでいても波力と入射波のクロススペクトルから線形な波力伝達関数が求められることを意味している。

次に、次のような 3 次モーメントの平均を考える。

$$R_{\zeta\zeta F}(\tau_1, \tau_2) = E[\zeta(t + \tau_1)\zeta(t - \tau_1)(F(t - \tau_2) - \bar{F})] \quad (69)$$

(23) 式を代入し、 $g^{(2)}$ の対称性を考慮すれば、上式は次のようになる。

$$R_{\zeta\zeta F}(\tau_1, \tau_2) = 2 \int \int g^{(2)}(t_1, t_2) R_\zeta(t_1 + \tau_1 + \tau_2) R_\zeta(t_2 - \tau_1 + \tau_2) dt_1 dt_2 \quad (70)$$

パーセバルの公式より (70) 式を周波数領域で表せば次のようになる。

$$R_{\zeta\zeta F}(\tau_1, \tau_2) = 2 \int \int d\omega_1 d\omega_2 G^{(2)*}(\omega_1, \omega_2) S_\zeta(\omega_1) S_\zeta(\omega_2) \exp[i\{(\omega_1 - \omega_2)\tau_1 + (\omega_1 + \omega_2)\tau_2\}] \quad (71)$$

いま、 $R_{\zeta\zeta F}$ の 2 重フーリエ変換をクロスバイスペクトルと定義し、そのフーリエ変換対を

$$R_{\zeta\zeta F}(\tau_1, \tau_2) = \iint \exp\{i(\Omega_1 \tau_1 + \Omega_2 \tau_2)\} C_{\zeta\zeta F}(\Omega_1, \Omega_2) d\Omega_1 d\Omega_2 \quad (72)$$

$$C_{\zeta\zeta F}(\Omega_1, \Omega_2) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint \exp\{-i(\Omega_1 \tau_1 + \Omega_2 \tau_2)\} R_{\zeta\zeta F}(\tau_1, \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \quad (73)$$

とすれば (71) と (73) 式から次式が得られる。

$$G^{(2)}(\omega_1, \omega_2) = \frac{C_{\zeta\zeta F}^*(\Omega_1, \Omega_2)}{S_\zeta(\omega_1) S_\zeta(\omega_2)} \quad (74)$$

この結果は、実験から得られた波力と入射波の 3 次の相関関数を求め (73) 式で波と波力とのクロスバイスペクトルを求めれば (74) 式より 2 次波力の伝達関数を実験的に推定できることを意味している。

2.5 流れによる荷重

流れによる外力は、通常、潮流の自乗に比例する定常外力として、水面下部の各要素に対し、次式で近似的に表し、これを要素毎に加え合わせ（モーメントの場合はレバーをかけて加え合わせる）て全体の潮流力（定常力あるいは定常モーメント）とする。

$$F_k^c(t) = \frac{1}{2} \rho U_c^2 C_d S_k \quad (75)$$

ただし、 ρ は流体の密度、 C_d は抗力係数、 S_k は構造物の水面下部の流れの方向の投影面積である。

ところで、潮流には、潮汐の干満により生じる潮流と、風によって引き起こされる吹送流がある。潮流の深さ方向の流速分布は、厳密には海底地形、海底摩擦、水温、塩分などにより変化するが、これらは実測調査しないと不明であり、規則では深さ方向に一定とされている。一方吹送流は、地球自転による偏向力と摩擦力を考慮して Ekman [23] により初めてその特性が研究されたが、その流速は海面では風下方向に対し、北（南）半球では右（左）に 45° の方向に向かい、深さが増すにつれて次第に右に偏し、ある深さ（摩擦深度）で流れの方向が逆転する。この吹送流に対しては DnV (Det norske Veritas) は近似的に次の流速分布を与えている。

$$U_c = U_{ic} + 0.017 U_{10} \frac{50 - z}{50} \quad (76)$$

ここで、

- U_{ic} : 潮汐流速 (m/sec)
- U_{10} : 水面から 10m の高さでの 1 分間の平均風速 (m/sec)
- z : 水面からの深さ (m)、ただし 50m 以上の場合は $z = 50$ とする。

潮流力の算定では、先の深さ方向の一定潮流に、上式の吹送流の流速をそのまま加え合わせて、潮流速度としている。

2.6 係留力

浮体式海洋構造物は、ある特定の海域に一定期間位置保持しなければならず、係留システムが必要になる。この係留システムに対し明確な規定を与えているのは、現在のところ DnV と NMD(Norwegian Maritime Directorate) の 2 つしかない。DnV の規則においては係留力の解析に対し、次のようなガイダンスを与えている。すなわち、環境外力として、風、潮流、波の三つを考え、解析は準静的または動的な解析法としているが、その概要は次の通りである。

(1) 準静的解析法

定常外力として風荷重、潮流力、平均波漂流力を、変動外力としては波力のみを考え、それらに基づく浮体の水平変位を次式により求める。

$$\text{全変位} = \text{静的定常変位} + \text{動揺振幅}$$

ただし、

- 静的定常変位：外力が働かない場合の浮体の位置から、係留ラインからの復原力が静的外力の和に等しくなる平衡位置までの距離。
- 動揺振幅：平衡位置周りの波浪による係留点での水平運動振幅であり、2 時間の海象持続の間における most probable largest wave induced motion の振幅とする。

この解析法では、外力の方向は同一とし、その最大値も同時に起こると仮定する。この最大水平力に対する係留力は、カタナリ理論に基づいてなされる。つまり、係留ライン自身が動揺することによって生じる動的張力を無視する。

(2) 動的解析法

この解析法では、先述した係留浮体システムの運動方程式の時間領域シミュレーションで基本的に行われる。この場合の係留力としては、定常外力による定常張力、波周期と同じ周波数で係留ラインが振動することで生じる変動張力成分、長周期運動による準静的振動から生じる変動張力成分に分離し、それらを独立に重ね合わせることで良いとしている。しかしながら、それらの張力成分間には、相互干渉があり、独立に重ね合わせても良いとは一概に言えない。また、係留ライン自身が振動して生じる変動張力は、浮体の動揺によって生じるものであるから、浮体の慣性力及び減衰力項に含めることが可能であり、運動方程式自身には、係留反力として非線形復原力として見かけ上作用する。従って、もし、浮体の排水量が係留ラインの総重量に比べてかなり大きければ、係留ラインが動揺する事によって生じる変動張力成分は運動方程式中では無視される。

3 実海域データとの比較検討

先の節で、時間領域のシミュレーションによる浮体係留システムの動揺及び係留力予測法の現状を紹介したが、各項目に対し問題点がないわけではない。そこで、以下に各項目に対し、実海域実験で何がわかり、シミュレーションによる推定結果とどの程度一致するのか検討する。

3.1 変動風及び風荷重に対する検討

海上における風は風速・風向ともに変化している。風速は一般に平均風速と変動風速に分けて表現され、最大風速とは平均風速と変動風速の最大振幅を加え合わせたものを意味する。変動風速には水平成分と垂直成分とがあるが、橋梁のように三次元空間内に存在する構造物と異なり、海上の浮体構造物に働く外力としては水平成分力(主流方向とそれに垂直な方向)が主として問題になる。平均風速はある評価時間(Evaluation Time)の主流風速の平均値であるが、その時間は各国さまざまである。最近では、日本やアメリカのように10分間をとるところが多いが、英国のように1時間をとるところもある。ボセイドン号の実海域実験では、海洋構造物の設計に関し、今まであまり重要視されなかった風による外力を評価するため、海上風の特性和風圧力の計測を行った。海上風は、浮体海洋構造物の挙動及び操船に大きく影響を及ぼす。海洋構造物に働く外力は主に波浪によるものであるが、風が外力の支配要因になる場合がある。風は、一般的に定常風と変動風に分けられ、変動風の有意なパワーは低周波数域にある。一方、海洋構造物の動揺の同調周波数は、波の有意なパワーの周波数帯を避けるために20秒から10分といった低周波数域にくるように設計される。従って、海洋構造物の動揺と変動風による外力とが同調する可能性があるわけである。

いままでに、変動風のスペクトルとして数多く提案されているが、それらの多くは陸上の観測データを基に提案されたもので海上風のスペクトルとして使用するには不十分であると言われている。特に、海洋構造物の設計上重要な低周波数域のパワーにおいて、実測スペクトルと設計指針等で推奨される Davenport あるいは日野などのスペクトル形とは大きく食い違っている。

そこで、海上風はどのような特性を持ち、それによる風圧力(風荷重)はどのように推定すれば良いのかをボセイドン号による日本海における実海域試験で調査した。以下にその結果を報告する。

3.1.1 海上における変動風の特徴

ここでは、ボセイドン号の水面上 19.5m の位置にとりつけられた 3 軸超音波風速計のデータから、日本海沿岸部における海上風の特徴を調べた。ボセイドン号の船首方向は、292.5 度(WNW)の方向である。この方向は、冬季には波の主方向(波の周波数スペクトルピーク周波数での波の方向と以後定義する。)に一致する。実験海域は、北緯 38°44'14"、東経 139°40'01"、山形県由良漁港沖 3 km 沖合いの地点である。風速計の仕様及び性能については前報 [24] を参照されたい。

主流方向の変動風スペクトル

実測結果 強風時における平均流方向の風の変動は一般に 0.001 時間から 1000 時間ときわめて広範にわたるが、ここでは、ガストと呼ばれる 0.001 時間から 0.5 時間の周波数範囲にエネルギーが分布する変動風速、いわゆる大気乱流の強風時におけるパワースペクトル密度関数に着目する。なお、強風といっても台風の場合と季節風の場合とは風の変動性が異なるが、ここでは空間的一様に近い冬の季節風による強風を対象に調べた。解析対象としたデータは、主

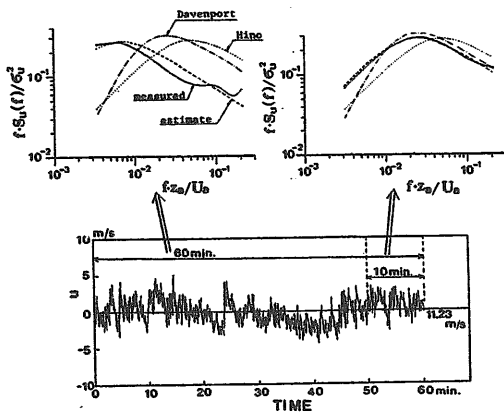


Fig. 1: Influence of measurement time on varying wind velocity spectrum

に1988年11月10日11時50分から43時間の連続計測データである。解析データ数は3600(1時間)、サンプリング時間は1秒、30分のラグをつけて総計87ケースを解析した。スペクトル解析はすべて自己回帰法(AR法)を使用し、周波数分割数は256とした。解析時間を1時間とした理由は、以下の通りである。

変動風の長時間スペクトルの特徴と計測時間の選定

Fig. 1は、1988年11月10日の計測データの中のある一時間の時系列データを用い、解析時間を10分間と60分間とに変化させた時に変動風スペクトルがどのように変化するかを示した一例である。実線が解析結果、一点鎖線及び点線はDavenport及び日野のスペクトル、破線は後ほど示す著者によるスペクトルである。なお、スペクトルはパワーで割って無次元化してある。この図から変動風スペクトルは計測時間に大きく依存することが判る。すなわち、10分程度の計測データを使用して解析した場合、低周波数域を除いてDavenportあるいは日野のスペクトルと良く一致するが、計測時間が60分と長くなるとそれらの既存スペクトルから大きくずれてくる。一方、後述する著者らのスペクトルは計測時間が変わっても実測スペクトルを良く表している。Fig. 2は、同じ日のデータを用いて1日(24時間)の変動風スペクトルを求めた結果である。周波数分割数は8,192であり、スペクトル解析にはBlackman-Tukey法を使用した。この図からおよそ35分から1時間(周波数で $2.39 \sim 4.78 \times 10^{-4}$ Hz)と7分(2.4×10^{-3} Hz)近くにエネルギーギャップの存在が認められ、10分(1.67×10^{-3} Hz)付近と10秒(0.1 Hz)付近に小さなスペクトルピークが認められる。また周波数の $-\frac{5}{3}$ 乗に比例して減少するいわゆるKolmogorovの慣性小領域がかなり広範囲に広がっている。このように変動風スペクトルは計測時間に依存し、かつかなり広範囲のスペクトルである。従って、長時間にデータを解析する場合、風の定常性も含めて計測時間が問題になる。計測時間の選定として最も有効な方法は、エネルギーギャップを利用することである。現に気象庁の解析では、7分程度のエネルギーギャップを考慮して計測時間を10分としている。今回の場合、ポセイドン号の長周期運動(周期が80秒程度)に及ぼす風の影響及び7分付近にエネルギーギャップがあるにもかかわらず、慣性小領域が0.5時間まで延びていることを考慮して解析対象時間を1時間とした。

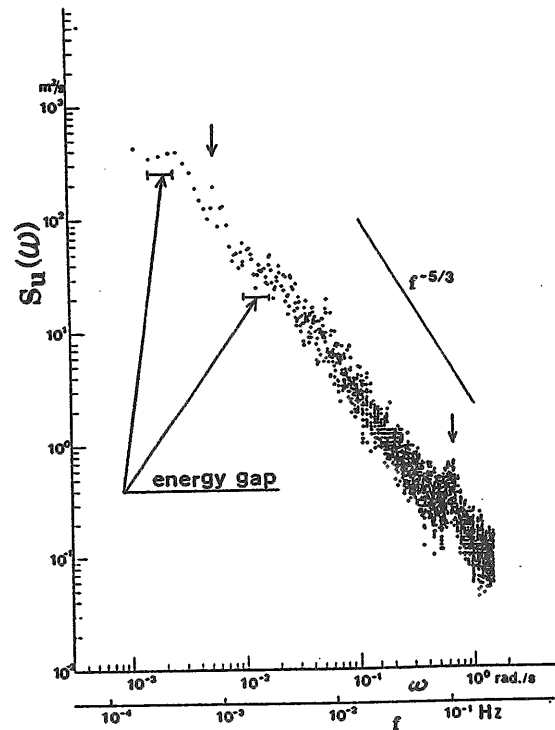


Fig. 2: Varying wind velocity spectrum of one day

なお、ポセイドン号で計測された変動風にはポセイドン号の動揺の影響が含まれるのでこの影響を除去が必要がある。これは、計測された動揺のデータから風速計設置位置での動揺を推定して行った。

変動風スペクトルの特徴 Fig. 3, 4及びFig. 5に変動風スペクトルの代表例を示す。この図から以下のことが判る。

- 1) ARモデルによるスペクトルは従来のBlackman-Tukey法によるスペクトルに比べて高安定で、スペクトルの形状を把握する上で優れている。
- 2) ω が0.1 rad/sec付近にKolmogorovが提唱した慣性小領域が存在する。
- 3) 10秒付近にスペクトルピークがあり、ポセイドン号の動揺影響を除去しても30%程度下がるだけでピークは残る。
- 4) 低周波数域においてはスペクトルはほぼ一定値に漸近する傾向を示す。
- 5) 実測スペクトルはDavenportあるいは日野が提案したスペクトル形とかなり異なる。この原因は、評価時間及び海面と陸上とのroughnessの違いによるものと考えられる。
- 6) Fig. 5から判るように変動風スペクトルは、乱れ強さ I (変動風の標準偏差と平均風速との比)に大きく依存し、 I が大きくなるにつれてスペクトルピーク周波数が低周波数側に移動する。

新提案変動風スペクトル 1) Kolmogorovの慣性小領域の存在、2) Taylorの乱れの凍結性に関する仮説、3) 大気は安定で、接地層仮定が成り立つ、4) 周波数が十分

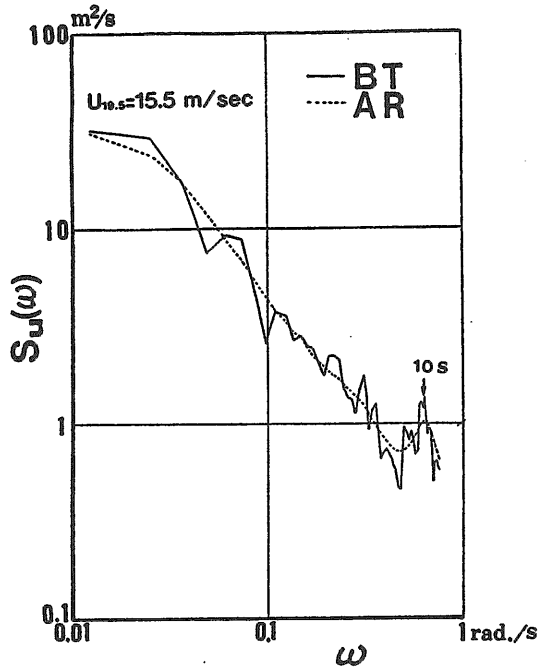


Fig. 3: Comparison between varying wind velocity spectrum by AR model and one by BT method

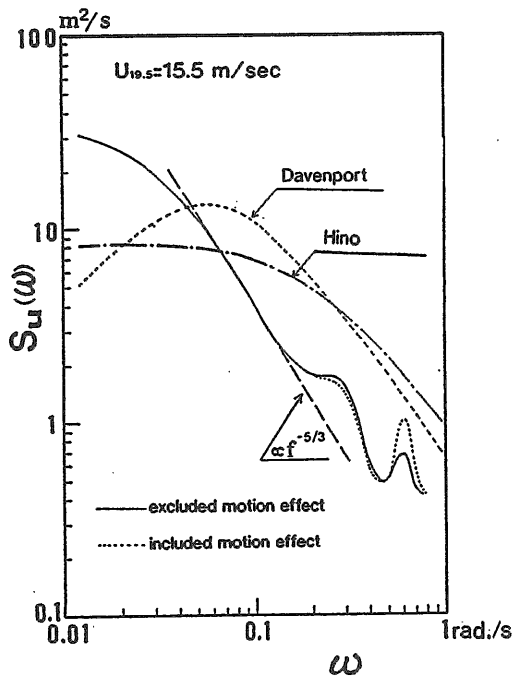


Fig. 4: An example of varying wind velocity spectrum

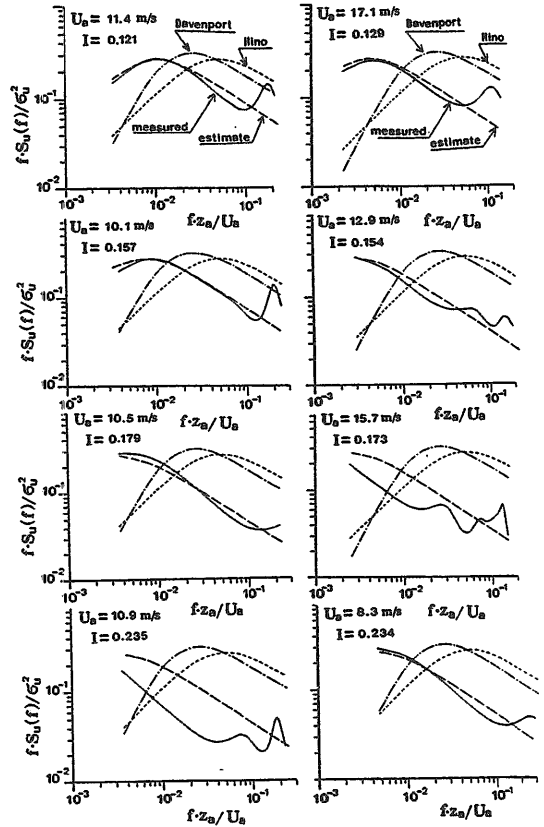


Fig. 5: Varying wind velocity spectra

低いところで、スペクトルは一定値に漸近することから理論的に導かれた変動風スペクトルを表す新しい式として次式が得られる。

$$\frac{f S_u(f)}{\sigma_u^2} = 0.4751 X (1 + X^2)^{-5/6} \quad (77)$$

$$X = f/\alpha$$

ここで、 α は

$$\alpha = 6.23 \times 10^{-2} (u_* / \sigma_u)^3 a^{3/2} U_{19.5},$$

$$= 6.23 \times 10^{-2} (\sqrt{C_D} / I)^3 a^{3/2} U_{19.5}, \quad (78)$$

である。ただし、 $U_{19.5}$ は海面上19.5mの高さにおける平均風速、 u_* は海面の摩擦速度、 σ_u は変動風の標準偏差である。 $I = (\sigma_u / U_{19.5})$ は乱れ強さである。

一般に流れの中に置かれた物体は、流速の自乗に比例した抗力を受ける。流れに平行な壁面が受ける抵抗も同じである。ただ異なるのは比例係数である。大気境界層においても同様な表現を用いることができる。すなわち、境界層の内部がどうあれ、境界面に作用する風による応力 τ_a は次式で表現される。

$$\tau_a = \rho_a C_D U_{19.5}^2 = \rho_a u_*^2 \quad (79)$$

これをバルク則と呼ぶ。(78)式に書き換える際にこの関係を使用した) なお、 C_D は、海面の摩擦係数である。

このとき、スペクトルピーク周波数 f_p は(77)式より次式から求められる。

$$f_p = \sqrt{3/2} \alpha \quad (80)$$

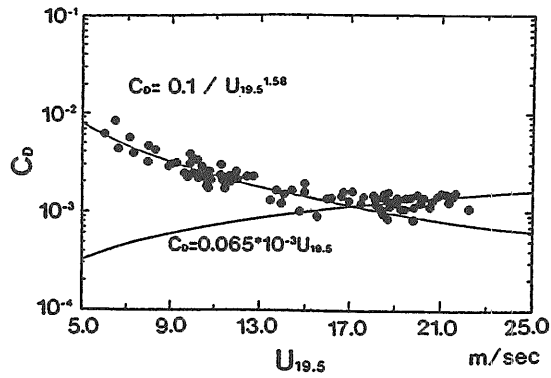


Fig. 6: Friction coefficient between air and sea surface

Fig. 5の破線は観測された f_p と σ_u を用いて上式から推定されたスペクトルを示す。実測スペクトルと上式で推定したスペクトルは良く一致している。また、推定スペクトルは、乱れ強さの増加とともにスペクトルピーク周波数が低周波数側に移動することも表している。この結果から、実測スペクトルは(77)式で近似できると考えられる。(77)式は2つのパラメータ、すなわちスペクトルパワーとスペクトルピーク周波数を有している。(なお、その他、平均風速及びKolmogorov定数も未知数であるが、実測結果からKolmogorov定数 a は、ほぼ0.35であり、平均風速は既知であるとして論を進める)

そこで、これらの2パラメータについてその特性を調べてみる。

スペクトルピーク周波数 (78) 式と(80)式から、スペクトルピーク周波数は次式で求められる。

$$f_p = \frac{0.0155 U_{19.5}}{I^3} C_D^{3/2} \quad (81)$$

Fig. 6に上式から計算された水面の摩擦係数 C_D を、平均風速 $U_{19.5}$ を横軸にとり示す。この図から摩擦係数は、平均風速とともにいったん減少し、平均風速が17 m/secを超えて大きくなると徐々に増加することが判る。そこで、平均風速が17 m/sec以下の時は摩擦係数は平均風速のべき乗に反比例し、17.5 m/sec以上の平均風速に対しては直線的に増加すると仮定すれば、最小自乗法により次の実験式が得られる。

$$C_D = \begin{cases} 0.1/U_{19.5}^{1.58} & \text{as } U_{19.5} < 17 \text{ m/sec} \\ 0.065 \times 10^{-3} U_{19.5} & \text{as } U_{19.5} > 17 \text{ m/sec} \end{cases} \quad (82)$$

これは、Fig. 6に実線で示されている。

一般に、水面の摩擦係数 C_D は、強風時の場合平均風速に比例して増加すると言われている。Fig. 6の結果は、摩擦係数の平均風速依存性を支持しているようである。この依存性の表現式として、すでにGeernaert et al. [25], Garratt [26] 及び Wu [27] らが個々に提案しているが、代表的な表現式は、Geernaertの式:

$$10^3 C_D' = 0.65 + 0.067 U_{10} \quad (83)$$

である。この式は、水面上10mの位置での平均風速 U_{10} の表現になっており、平均風速 U_{10} が5から25 m/secに対し、

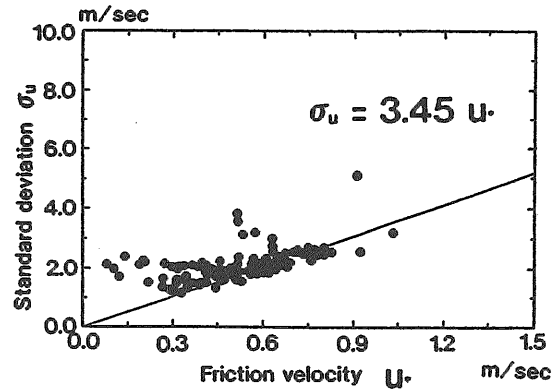


Fig. 7: Relationship between standard deviation and friction velocity

ほぼ $C_D = 0.985 \sim 2.33 \times 10^{-3}$ のオーダーである。今回の観測結果は、その範囲に入っている。

(82)式から最終的にスペクトルピーク周波数 f_p は次式から求められる。

$$f_p = \begin{cases} 4.9 \times 10^{-4} U_{19.5}^{-1.37} I^{-3} & \text{弱風時} \\ 8.1 \times 10^{-9} U_{19.5}^{5/2} I^{-3} & \text{強風時} \end{cases} \quad (84)$$

この式は、平均風速が $U_{19.5} < 17$ m/secの範囲の時、スペクトルピーク周波数が、 $U_{19.5}^{1.37} I^3$ に反比例すること意味している。それ故、平均風速及び乱れ強さが増加するとスペクトルピーク周波数は低周波数側へ移動することになり、Fig. 5の結果と一致する。

変動風の標準偏差 Monin-Obukhov [28]の相似則に従うと、変動風の標準偏差は摩擦速度に比例する。

$$\sigma_u / u_* = \text{const.} \quad (85)$$

この式の有意な点は、摩擦速度 u_* から直接変動風のパワー(標準偏差の自乗)が見いだせる点にある。

Fig. 7は標準偏差 σ_u と摩擦速度 u_* の関係を示す。摩擦速度は、鉛直方向のモーメントフラックス $\langle uw \rangle$ から直接求められる。実線は、最小自乗近似直線である。

この図から、摩擦速度が0.4 m/secより小さい範囲を除いて、標準偏差は、摩擦速度に対し直線的相関を有していることが判る。強風時には当然摩擦速度は大きくなるので、 σ_u / u_* はほぼ一定であるとして近似しても十分であると考えられる。すなわち今回のケースもMonin-Obukhovの相似則は満たされる。このとき、最小自乗近似により次の関係が求められる。

$$\sigma_u \approx 3.45 u_* \quad \text{for high wind velocity} \quad (86)$$

Forristall [29]は、WESTSOLE固定式プラットフォーム上の高さ13~85mでの風速のデータから σ_u / u_* の値として 2.78 ± 0.29 であると報告している。また、Geernaert et al. [25]は、北海での高さ33mの位置での風速データからそれは、2.24であると報告している。今回の結果は、彼らの結果よりもわずかに大きい。

(85)式は、もし摩擦速度が求めれば変動風スペクトルは決定されることを意味している。というのは、摩擦速度と海

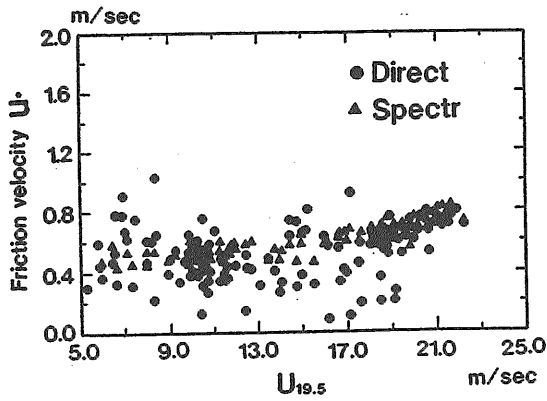


Fig. 8: Comparison between friction velocity by direct measurement and one by wind spectrum

面上の摩擦係数とは一対一に対応するからである。すなわち、鉛直方向の風速分布が対数則に従うのであれば、摩擦速度は $u_*^2 = C_D U_{19.5}^2$ で与えられるので、変動風の分散(標準偏差の自乗)は次式で与えられる。

$$\sigma_u^2 = \begin{cases} 1.19 U_{19.5}^{0.42} & \text{弱風時} \\ 0.774 \times 10^{-3} U_{19.5}^3 & \text{強風時} \end{cases} \quad (87)$$

これは、強風時には変動風のパワーは平均風速の3乗に比例して増加することを意味している。

新提案スペクトルの信頼性と他のスペクトルとの比較 新提案スペクトル(77)式の信頼性を調べるために、摩擦速度をスペクトルを利用して間接的に求め、直接モーメントフラックスから求められるものと比較する。また、ある強風時の変動風スペクトルに対し、新提案スペクトルで推定したスペクトル、実測スペクトル及び他の提案スペクトルとの比較も行う。

Fig. 8は、両者の比較を示している。黒丸印は風速生データを使用して鉛直方向のモーメントフラックスより直接に求めた摩擦速度であり、黒三角は変動風スペクトルから間接的に求めた結果である。両者はほぼ良く一致していることがわかる。これは、(77)式のスペクトル形が今回の実験海域の変動風スペクトルを表す式として妥当であることを意味している。

次に、今回提案した式を用いて、ある強風時の変動風スペクトルを推定した結果と、主要な全世界の計測データの平均線として求めた Ochi-Shin [30] のスペクトル及びそのほかの代表的な提案スペクトルと比較する。

比較の対象としたデータは1988年12月14日のある1時間の風速データである。この時の平均風速は22.208 m/secであった。Fig 9は比較結果を示している。この図で太実線は、計測スペクトル、太破線は今回提案した式を用いて推定したスペクトル、細線は、Ochi-Shinのスペクトルを含む代表的なスペクトル形である。この図から、計測スペクトルと今回提案した式を用いて推定したスペクトル形は非常に良く一致することがわかる。他の代表的なスペクトル形の中では、Ochi-Shinのスペクトルが比較的良く実測スペクトルと一致している。

変動風の統計的性質とガストファクター

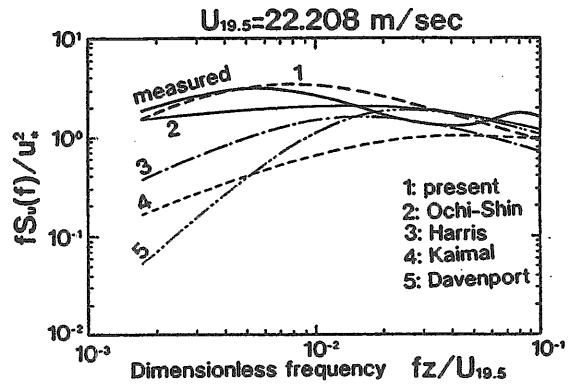


Fig. 9: Comparison among measured wind spectrum, present proposed spectrum and other spectrum forms

1/n 最大風速の平均と異常値 変動風の確率特性及び最大風速の期待値の予測法について調べる。

1988年11月の臨時データの1時間データ87ケースを解析した結果、分布の歪度(skewness)は平均が0.057、その標準偏差、0.213、尖度(peakedness)は平均が、2.78、その標準偏差は0.286であった。統計的検定理論に従うと、有意水準を5%とするとき、標本歪度が0.08以下でなければ「変動風の母集団は正規である」という仮説は棄却される。今回のデータの場合、上述の仮説を棄却できないものは87ケース中わずか35ケースでほとんどが上述の仮説を棄却できるという結果になった。従って、変動風の確率分布は、平均値に対して非対称で裾はそれほど長くないガウス分布と同程度の分布であると考えられる。すなわち、変動風速は準正規過程である。一例として、風速の瞬時値分布と Gram-Charlier 展開の3項近似(歪度まで考慮)で表した分布曲線を Fig. 10に示す。この図から、風速の瞬時値分布は正規分布から僅かにずれていることが判る。

次に極値分布について考察する。狭帯域仮定の基では、極値分布はレーレー分布になるが、変動風速の極大値分布は、Fig. 10からも判るようにガウス分布とレイリー分布の中間分布である。図中の黒丸は、スペクトルモーメントからバンド幅パラメータを求め、Cartwright-Longuet-Higginsの式から推定した極値分布である。これは実測ヒストグラムと良く一致している。Fig. 11はスペクトルバンド幅パラメータと乱れ強さの関係をプロットしたものである。この図からバンド幅パラメータは0.91から0.98に分布しており、平均は0.95である。従って、極値分布は非常にガウス分布に近いことが判る。

Fig 12に極大値及び極小値の1/n 最大期待値 $u_{1/n}$ を示す。この図より極大値の1/3 最大期待値 $u_{1/3}$ は $(1.44 \pm 0.06)\sigma_u$ の範囲、1/10 最大期待値 $u_{1/10}$ は $(2.144 \pm 0.15)\sigma_u$ の範囲にあることがわかる。これらの値は、レイリー分布の場合の2.0 (for $u_{1/3}$)、2.546 (for $u_{1/10}$) に比べてかなり小さい。また $u_{1/3}$ と $u_{1/10}$ の平均値を用いて Longuet-Higgins の結果よりバンド幅パラメータを求めると0.95となり、スペクトルモーメントから求めたバンド幅パラメータの平均値と

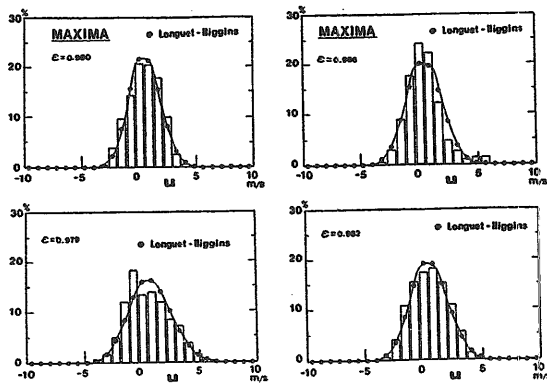


Fig. 10: Peak distributions of wind velocity fluctuation

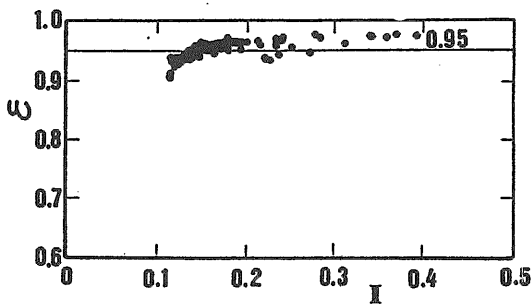


Fig. 11: Relationship between spectral bandwidth parameter and turbulent intensity

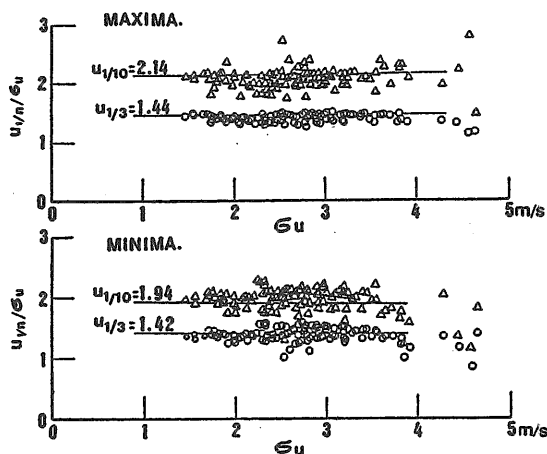


Fig. 12: 1/n th highest mean values of wind velocity fluctuation

良く一致する。このことは、スペクトル形が決まれば $1/n$ 最大期待値は予測できることを意味している。しかし、瞬時値分布が正規分布からずれるにもかかわらず極値分布の予測には正規分布であるという仮定がなぜ成立するのだろうか？ これは非常に難しい問題であるが、乱流理論によるとエネルギー等分配を伴わない領域が存在するからであるとされている。しかしながら、この領域は高周波数域にあると言われており、工学的に重要な低周波数域では変動風は正規過程で表されるとしても十分であると考えられる。

ガストファクター 工学的には、風の乱れの影響を最大瞬間風速 $U_{max} = U_{mean} + u_{max}$ をもって代表させ最大風荷重を次式で推定する方法が用いられる。

$$F_{max} = 0.5 \rho U_{max}^2 S \quad (88)$$

ここで、 S は主流方向の構造物の投影面積である。

一般に、 U_{max} を推定する場合、ある高さの位置での平均風速 U_z に次式で定義される突風率（ガストファクター） G をかけて推定する方法が取られる。

$$U_{max} = G \times U_z \quad (89)$$

最大瞬間風速とは、観測時間内における変動の最大ピーク値を意味している。それゆえ、それは計測時間ばかりでなく風速計の応答スピードにも大きく依存する。応答スピードはサンプリング時間内での風の変動を平均する時間と解釈できるので、それは平均時間あるいは評価時間と見なすことができる。ちなみに、今回使用した3軸超音波風速計の応答時間は20 Hzであり、気象庁が報告している最大瞬間風速とは2～3秒の応答時間を用いたものである。

ガストファクターの予測法として、観測結果から実験式を導く方法とランダム統計理論を用いる方法とがある。ここでは、後者の方法を採用する。

Cartwright-Longuet-Higgins [31]に従うと、ゼロ平均定常正規過程の計測時間 T 内の最大極大値は近似的に次式で表される。

$$u_{max} = \sqrt{2} \sigma_u \left\{ \sqrt{\ln(N)} + \frac{\gamma}{2} \frac{1}{\sqrt{\ln(N)}} \right\} \quad (90)$$

計測時間 T 内での極大値の個数 N は次式で与えられる。

$$N = f_{02} T, \quad (91)$$

ここで、 f_{02} は

$$f_{02} = \sqrt{\frac{\int f^2 S_{T,s}(f) df}{\int S_{T,s}(f) df}}, \quad (92)$$

であり、 γ は Euler 定数 (0.5772) である。また、計測時間 T 、評価時間 s での変動風スペクトル $S_{T,s}$ は、次のように瞬時値のスペクトル S_u にバンドパスフィルター $F(T, s)$ をかけたものになる。

$$S_{T,s} = F(T, s) S_u(f) \quad (93)$$

ここで、 S_u はサンプリング時間 $\Delta t (\ll s)$ で計測された変動風スペクトル、 $F(T, s)$ は次式で定義される。

$$F(T, s) = \left[1 - \left\{ \frac{\sin(\omega T/2)}{(\omega T/2)} \right\}^2 \right] \times \left\{ \frac{\sin(\omega s/2)}{(\omega s/2)} \right\}^2 \quad (94)$$

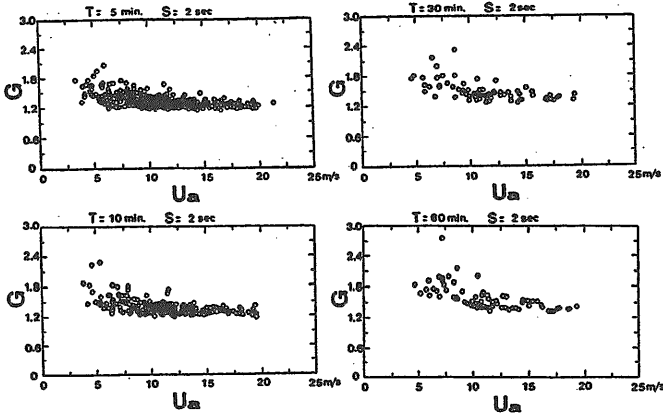


Fig. 13: Gust factor for each measurement and evaluation times

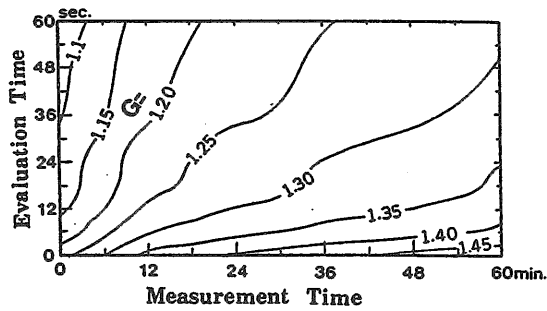


Fig. 14: Contour of gust factor

(89)、(90) 式から

$$G(T, s) = 1 + \sqrt{2}I\left\{\sqrt{\ln(N)} + \frac{\frac{1}{2}}{\sqrt{\ln(N)}}\right\} \quad (95)$$

が得られる。この式からガストファクターは乱れ強さとともに直線的に増加することが判る。

Fig. 13は各 T, s に対する $G(T, s)$ の結果である。この結果から、平均風速が 10m/sec 以上では、計測時間が長くなると多少ばらつきが大きくなるものの、ガストファクターはほぼ一定値である。そこで、平均風速 10m/sec 以上のデータに対して平均化処理を行い、 $T-s$ 平面にコンターとしてプロットしたものが Fig. 14 である。この図から計測時間が長くなると G は大きくなり、評価時間が長くなると減少することがわかる。Fig. 15は計測時間が1時間の時の各評価時間に対する実測の G (白丸) と (95) 式から予測した G (黒丸) を示したものである。平均風速 10m/sec 以上では両者は非常に良く一致している。従って、スペクトル形が定めれば (95) 式からガストファクターは予測可能である。

3.1.2 風荷重の推定

実海域での風圧の計測 ポセイドン号では、Fig. 16に示す位置に風圧力計測孔を設け、導圧管により計測室に導き差圧センサーで前後及び左右方向の表面圧力差を計測した。導圧管の内径は 8mm、長さはそれぞれ 26m である。この計測システムの時定数は、0.6 秒であり、今回の主目的である 60 秒以上の長周期変動風圧を計測することには問題がな

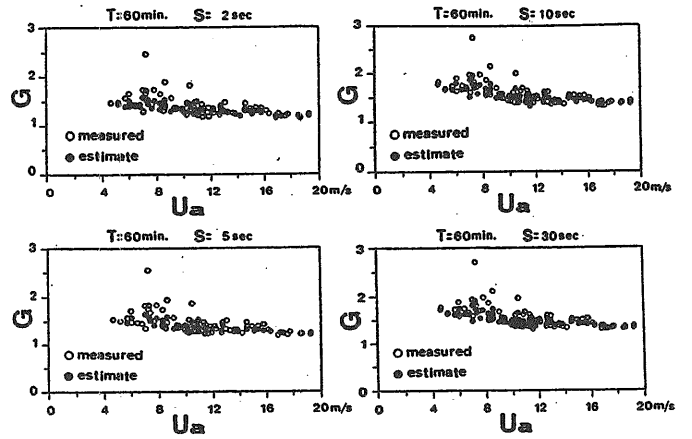


Fig. 15: Comparison of measured results and estimated ones with gust factor

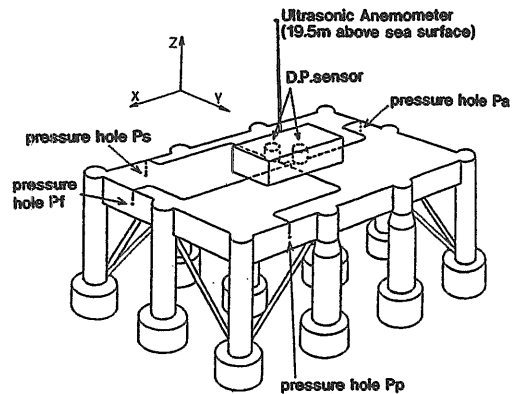


Fig. 16: Measurement of wind pressures

い。Fig. 17は、船首方向の風圧差の観測結果と模型試験結果の比較を示したものである。図中の実線は、平均風速 \bar{U} と圧力差に次の関係式

$$\Delta P_x = \frac{\rho_a}{2} C_p \bar{U}^2 \cos \alpha \quad (96)$$

$$\Delta P_y = \frac{\rho_a}{2} C_p \bar{U}^2 \sin \alpha \quad (97)$$

が成り立つと仮定し、圧力係数 C_p を 1.3 とした結果である。 \bar{U} は、風圧孔の高さにおける平均風速である。 ρ_a は大気密度である。また、模型実験結果は、1/25 の相似模型を用いた風洞試験結果である。この図より、模型実験結果の方がばらつきは大きく、幾分模型試験の ΔP_y の圧力係数は過小みであるが、両者はほぼ良く一致している。また、計測された風圧差から求めた変動風圧の時系列と風速の変動成分から $p = \rho_a C_p \bar{U} u$ により推定した変動風圧の時系列の比較を Fig 18 に示す。この図から、両者はほぼ良く一致しており、風速から変動圧を推定することが可能であることがわかる。

変動風が動揺に及ぼす影響

横風の影響 Fig. 19は、sway 方向の風速成分、圧力差及び動揺の時系列を示したものである。この時の自然条件は、平均風速が 13.8m/sec、平均風向が、ポセイドン号

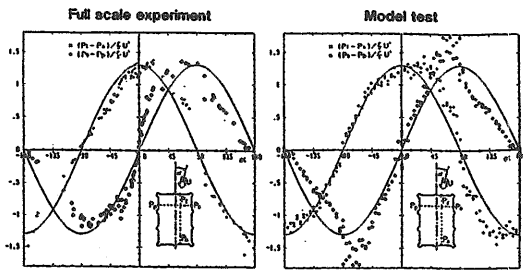


Fig. 17: Comparison between model test results and at-sea experimental ones with respect to steady wind pressures

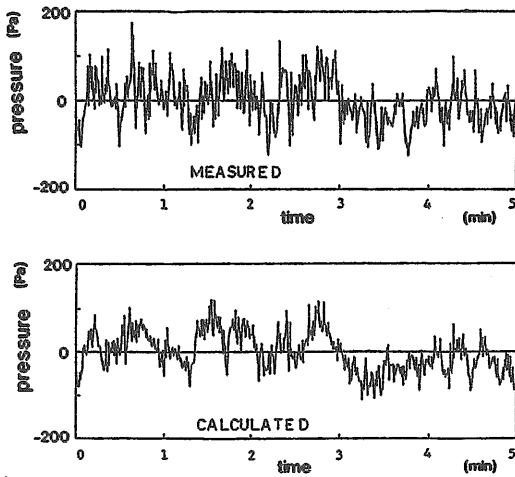


Fig. 18: Comparison between measured wind pressures and estimated ones

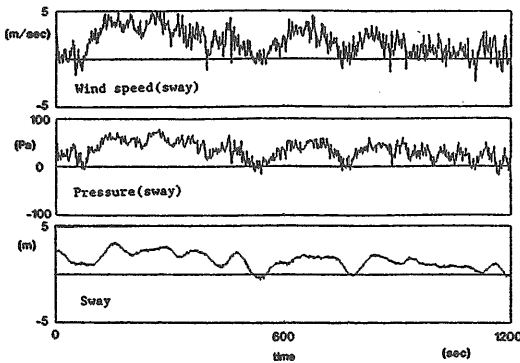


Fig. 19: An example of time series of wind velocity, wind pressure in sway direction and sway motion

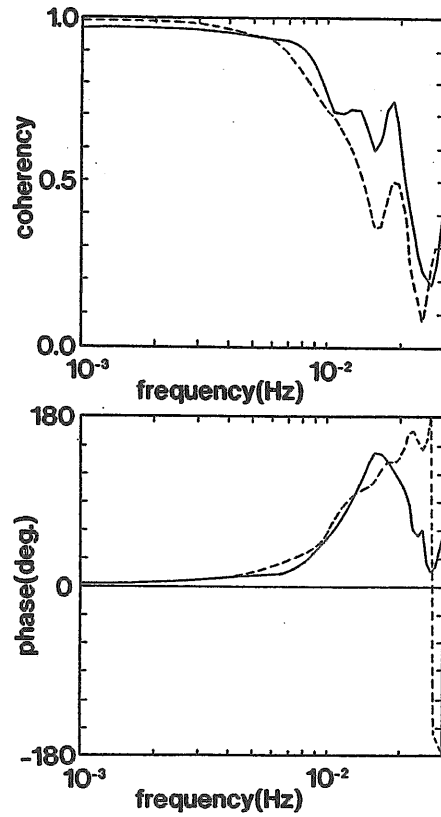


Fig. 20: Simple coherency and phase between wind pressure in sway direction and sway motion

船首より左舷側へ 104° 、有義波高が 0.3m で、風が支配的な状況であった。この図から sway に非常に長い（数分から数十分のオーダー）動揺成分があり、その変動は、風速成分及び風圧差の時系列と良く対応していることが判る。そこで、風圧差と sway とのシンプルコヒーレンシーを調べた。この関数は、一入力出力系を考えたときの線形相関の程度を周波数ベースに表わしたもので、通常のクロススペクトル解析から求められる。Fig. 20はその結果である。図から、100秒以上の周期成分については、風圧と浮体の長周期運動は、ほぼ線形関係にあり、その範囲では振幅特性はほぼ一定、位相もほぼ0であるから周波数特性を持たないことがわかる。即ち、変動風と sway は比例関係にある。

正面風の影響 平均風向が、船首方向である場合の sway 方向の風圧差と sway の時系列の一例を Fig. 21に示す。この図から、sway と風圧差の時系列は、よく対応していることが判る。また、Fig. 22にこの時の風圧差と sway とのシンプルコヒーレンシーを示す。この図から、100秒以上の長周期域でのコヒーレンシーは1に近いことから、風向が船首方向であっても sway の長周期運動は生じ、この原因は、風向（平均流方向）に対する横方向の変動風によるものである。なお、Fig. 23に surge 方向（即ち平均流方向）と sway 方向の変動風スペクトルを示す。この図から surge 方向及び sway 方向ともに同じ程度のパワーを有し、Davenport や日野のスペクトル（陸上風のスペクトルを表す代表的なスペクトル）よりもスペクトルピーク周波数は低周波数側にシフトしており、前述した新提案変動風スペクトル形に近

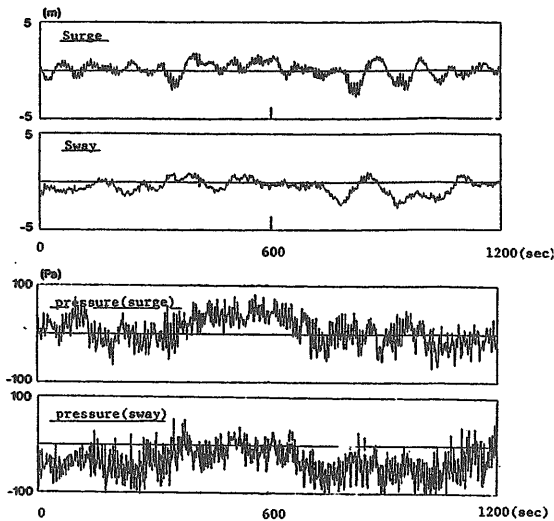


Fig. 21: An example of time series of wind pressure in sway direction and sway motion when the wind direction is in surge direction

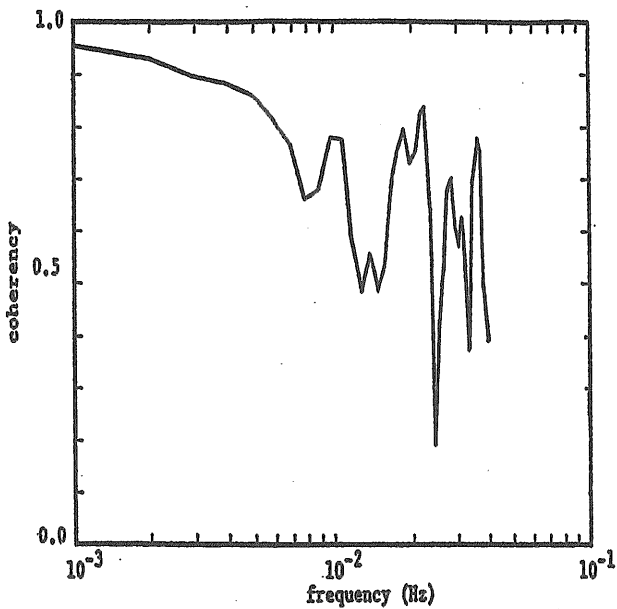


Fig. 22: Simple coherency and phase between wind pressure in sway direction and sway motion

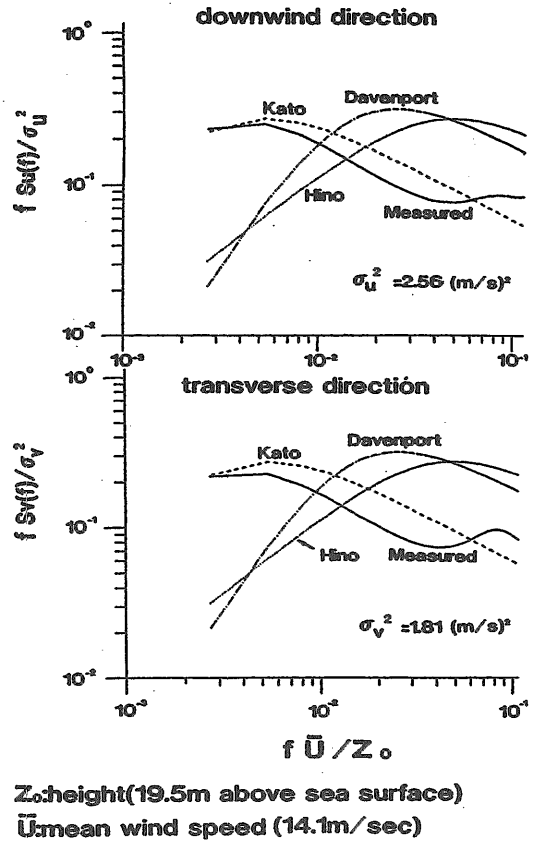


Fig. 23: Wind (Gust) spectra

いことが判る。この現象は、海上においては、一様等方向性乱流の特性が低周波数域でもほぼ成立し、風向によらず変動風のパワーは surge 及び sway 方向ともにほぼ同じになるためである。したがって、たとえ平均風向が surge 方向であっても sway 方向に対し surge 方向と同じ変動風が作用し、それによって sway の長周期運動が誘発される。

風荷重の推定 風荷重は、主流方向の平均風速を \bar{U} 、変動成分を u 及び横方向の変動成分を v とするとポセイドン号の場合、主流方向に働く風荷重 F_1^w 及び主流方向に直角な方向に働く風荷重 F_2^w は、次式で評価される。

$$F_1^w(t) = \frac{\rho_a}{2} S_1 g C_p (\bar{U}^2 + 2\bar{U}u + u^2) \quad (98)$$

$$F_2^w(t) = \frac{\rho_a}{2} S_2 g C_p v^2 \quad (99)$$

ここで、 $S_i (i=1,2)$ はそれぞれの方向の投影面積である。

結果 日本海沿岸の海上風のスペクトルは、スペクトルのパワーと無次元スペクトルのピーク周波数で完全に規定され、それらは海面の摩擦係数と強い相関があることが判明した。またスペクトル形は、Karman モデルと呼ばれる風乱流のスペクトル形でほぼ表される。この形は、既に Harris [7] や日野 [6] によって提案されているが、そのパラメータ推定に違いがある。

工学的には、ある時間内の最大風速あるいはガストファクター（最大風速を平均風速で割ったもの）も重要である。これは、与えられたスペクトル形と変動風過程はガウス過程であるとの仮定を導入すると線形ノイズ理論により求めら

れる。この方法による推定結果と実測値は良好に一致した。風荷重に対しては、準定常仮定の下に圧力係数 C_p を 1.3 にするとモリソンの抗力式より求められる。ただし、乱流特性を考慮して、たとえ平均風向が船首方向であっても横方向の変動風荷重を考慮しなければならない。

3.2 海洋波の特性とスペクトル

海洋波の特性を表すために、一般に周波数スペクトルと方向スペクトルが用いられる。方向スペクトルとは、周波数と波向に対する波エネルギーの分布状態を表すものである。この方向スペクトルが波浪中の構造物の動揺にどのように影響するかが、最近重要な関心を集めているが、これまであまり観測されたデータが少なく、方向スペクトル自身の特性及びその動揺への影響については不明な点が多い。そこで、実海域実験において観測されたデータを下に調査する。

3.2.1 方向スペクトルの特性

計測と解析 方向スペクトル $S(f, \chi)$ は一般に一方向スペクトル (周波数スペクトル) $S_\zeta(f)$ を用いると次のように表示される。

$$S(f, \chi) = S_\zeta(f)D(f, \chi) \quad (100)$$

ここに、 D は方向分布関数で、次のような正規化の条件が課せられる。

$$\int_0^{2\pi} D(f, \chi) d\chi = 1 \quad (101)$$

方向スペクトルの計測にはいくつかの方法がある。今回の実海域実験では3台の波高計アレイによる方法を用いた。計測に用いた波高計は、海底設置型の送受波器を持つ大水深型超音波式波高計である。波高計の仕様等は前報 [24] を参照されたい。波浪観測地点は、由良港沖合い 3km の海域 (ポセイドン号船首側約 180m 前方の地点) であり、水深は 43m である。当初の予定では波高計の配置は、直線アレイとする予定であったが、実際に設置した結果は、直線に近い三角アレイとなった。方向スペクトルの推定法として、少ない波高計アレイでも比較的高分解能を有する最尤法 (Maximum Likelihood Method) を用いた。

Fig. 24 に波高計の配置状況と方向スペクトルの解析に用いた座標系を示す。なお、実際の解析に使用する前に、本波高計アレイによる方向波の推定精度について数値計算により検討してみた。その結果、波周波数が 0.11Hz (周期 9.1 秒) より長い波に対して推定誤差 10% 程度で推定できること及び精度は波の入射角が直角に対し $\pm 30^\circ$ 以内ではほとんど変化しないことが判明した。そのため、有義波周期 $T_{H_{1/3}}$ 9.0 秒以上の波浪データを解析対象にした。

波浪データ 今回解析に使用したデータは、典型的な冬の低気圧の通過に伴って風波が急激に発達したときに収録した連続記録データ (サンプリング時間 1 秒) であり、解析は連続したデータを 30 分毎に分割して行った。Fig. 25 に各データの有義波高 $H_{1/3}$ と有義波周期 $T_{H_{1/3}}$ の経時変化を示す。ここでは、 $T_{H_{1/3}} \geq 9.0$ 秒の場合として総計 132 ケースを解析の対象とする。Table 1 は収録時間中で最大の有義波高を記録したときの風と波の統計量を示したものである。

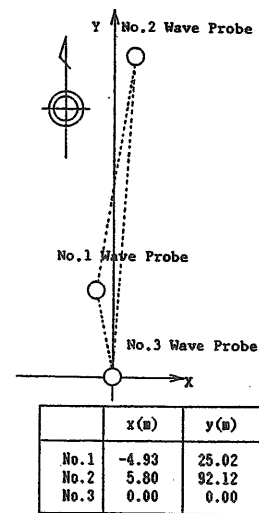


Fig. 24: Coordinate system and position of wave probes

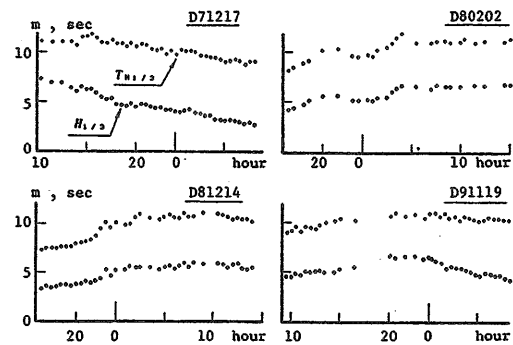


Fig. 25: Changes of $H_{1/3}$ and $T_{H_{1/3}}$ in every 30 minutes

Table 1: Characteristic values of measured data

	D71217	D80202	D81214	D91119
Date	87/12/17	88/02/02	88/12/14	89/11/19
Data Length(hour)	22.4	24.7	30.1	47.1
sample	35	23	30	44
$H_{1/3}$ (m)	7.29	6.87	5.88	6.64
$T_{H_{1/3}}$ (sec)	11.10	11.39	10.85	10.70
$U_{0.5}$ (m/s)	18.52	15.65	21.10	20.40
Wind direction	WNW	WNW	WSW	WNW
F^*	7.5×10^6	1.3×10^6	2.9×10^6	4.5×10^6

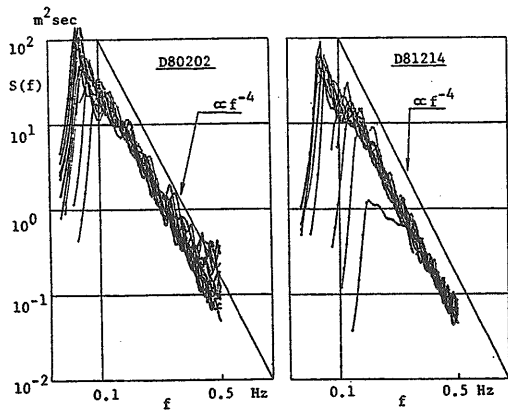


Fig. 26: Change of frequency wave spectra in every two hours

いずれも一様な風が長時間吹き続けた時の風波であり、D71217で記録された有義波高7.60mは今回の実海域実験で観測された最大のものである。表中の無次元フェッチ F^* は Wilson の経験式 [32] より推定したものであり、今回解析に用いたデータの F^* は 10^2 から 10^4 と比較的大きいものであることがわかる。

周波数スペクトルの特性 今回の解析対象とする波浪データの有義波周期は最大で1.2秒であり、浅水影響が無視できない。なお、水深 h と波長 L の比によって深海波 ($0.5 < h/L$)、浅海波 ($h/L < 0.05$) 及び両者の中間的な領域として Intermediate depth wave ($0.05 < h/L < 0.5$) に分けられる。今、周期として有義波周期をとれば、今回の波浪データはほぼ Intermediate depth wave に属することになる。さらに、日本海という閉鎖海である点を考慮すると、この海域で計測される波は典型的な有限フェッチの風波に属する。こうした条件にあう波の周波数スペクトルがどのような特性を持つのか調査した。

Fig. 26は、代表的な例として D80202, D81214 のデータについて波の発達がピークを迎えるまでのスペクトルの変化を2時間ごとに示したものである。なお、ここで示すものはいずれも No.1 波高計より取得されたデータであり、スペクトル解析には AR モデルを使用した。図から次のことがわかる。スペクトルの高周波数側にある種の平衡領域、つまり碎波などによりこれ以上の波が存在しない限界が存在しそこでは、スペクトルが f^{-4} に比例する形状を持っている。こうしたスペクトルの平衡領域の存在は多くの観測所から支持されており、Phillips [33] によりその領域ではスペクトルが $\beta g f^{-5}$ の形状を持つ (β は定数、 f^{-5} 則) とされてきた。この f^{-5} 則は風波の代表的スペクトルとしてしばしば用いられている Pierson-Moskowitz、JONSWAP スペクトルなどの表示式に取り入れられてきたが、今回の結果では、平衡領域の形状としては f^{-4} に比例することになる。

この f^{-4} 則について少し検討してみる。この則は鳥羽により理論的に示されたもので、次式で表される風波の $3/2$ 乗則に基づき見いだされたものである。

$$H^* = AT^{*3/2} \quad (102)$$

ここで、 A は経験定数、 H^* と T^* は無次元値であり、

$$H^* = gH_{1/3}/u_*^2, T^* = gT_{H_{1/3}}/u_*$$

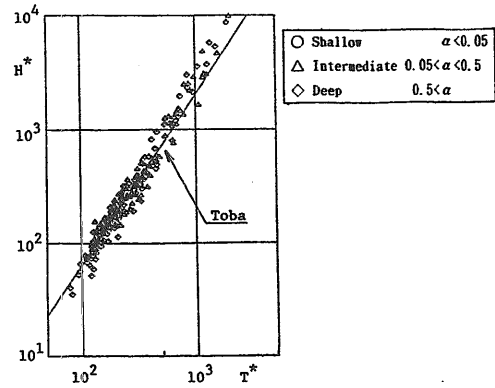


Fig. 27: Verification of $3/2$ power law using measured data

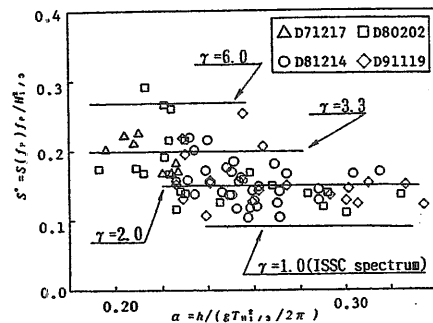


Fig. 28: Distribution of non-dimensional peak values of wave spectra

で表される。ここに、 u_* は海面の摩擦速度である。Fig. 27は風波の $3/2$ 乗則を検討した結果である。これは、1987年11月から88年3月、1988年10月から89年3月並びに1989年10月から12月の期間の定時計測(1日4回)で有意波高が1mを超えたケースについて解析した結果である。ただし、 $C_D = 0.0016$ (これは実測結果の平均値を用いた) である。さらに $3/2$ 乗則に対する浅水影響を調べるためにパラメータ $\alpha (= h / (g T_{H_{1/3}}^2 / 2\pi))$ によるデータを分類した。図中の実線は、鳥羽が風洞水槽、海洋観測塔などのデータから見いだした結果であり、(102)式の A が0.062に対応する。この図より、風波の $3/2$ 乗則は T^* が大きいところ(低速風域)で鳥羽の直線からずれているが、強風時である T^* が小さいところで良く一致している。従って、季節風のような強風時の場合、鳥羽が提唱した風波の $3/2$ 乗則がほぼ成り立ちスペクトルは高周波数側で f^{-4} に比例する形状を持つと考えられる。

周波数スペクトルの新提案式 波の発達がほぼピークに達したと思われる時点までの周波数スペクトルのピーク値 $S_c(f_p)$ を $S^* = S_c(f_p) f_p / H_{1/3}^2$ で無次元化し、 S^* を α でプロットしたのが Fig. 28である。なお、 S^* の値は、3台の波高計の平均値である。比較の為に次式で表される Modified JONSWAP スペクトル (M-J) の γ を種々変えたときの S^* を示す。

$$S_{PM} = 0.11 H_{1/3}^2 T_V (T_V f)^{-5} \exp\{-0.44 (T_V f)^{-4}\}$$

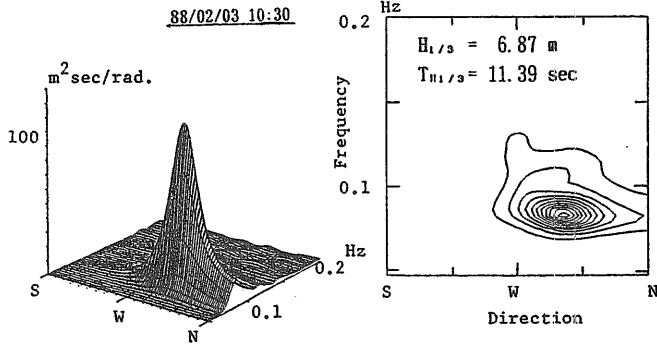


Fig. 29: Bird's eye view and contour of directional wave spectrum

$$S_G(f) = S_{PM} \cdot F \cdot \gamma \exp\{-(1.296 f T_V - 1)^2 / 2\sigma^2\} \quad (103)$$

$$\sigma = 0.07 \quad \text{for } f \leq \frac{1}{1.296 T_V}$$

$$\sigma = 0.09 \quad \text{for } f > \frac{1}{1.296 T_V}$$

ここで、 S_{PM} はISSCスペクトル、 F はJONSWAPとISSCスペクトルとの面積比、 γ はピーク倍率係数である。この図から、日本海での風波スペクトルを表す場合、北海などで標準的に使用される $\gamma = 3.3$ ではなくて、 $\gamma = 2.0$ を用いた方が良いことが判る。また、船舶の分野で良く使用されるISSCスペクトルでは、実際のスペクトルのピークを過小評価する。

方向分布関数の特性

解析例 方向スペクトルの代表的な例として、D80202のデータの解析例を Fig. 29に示す。図から、方向スペクトルの推定結果は、明瞭なピークを有しており波のエネルギーの最も集中した方向はWNWであることがわかる。このケースではWNW方向から平均風速 15 ~ 20 m/secの風が12時間吹き続けており、波スペクトルピーク周波数付近の波はほぼ風と同一方向に伝播しているものと考えられる。また有義波高が3mを超えるような高波時に観測される方向スペクトルは Fig. 29とほぼ同じ様な形状を示し、他の波浪源からの寄与を示すような双峰型の方向スペクトルは観測されない。

方向集中パラメータ 方向分布関数の形状について検討する。Fig. 30は、Fig. 29の $f_p = 0.078$ Hzの方向分布関数を求めた結果である。図中には光易型方向分布関数で、 s を14とした結果も示してある。図より、方向分布関数はなめらかな単一のピークを有し、その形状は光易型方向分布関数でほぼ近似できることがわかる。なお、光易型方向分布関数は、次式で表される [34]。

$$D(f, \chi) = D_0 \cos^{2s} \left\{ \frac{\chi - \chi_0}{2} \right\} \quad (104)$$

ここで、 χ_0 は入射波の主方向である。この特徴は、方向集中パラメータ s にあり、合田 [35]は、光易の実験式を基に f_p での s の値 s_{max} を用いて次のように表した。

$$s_{max} = 11.5(2\pi f_p U_{10}/g)^{-2.5} \quad (105)$$

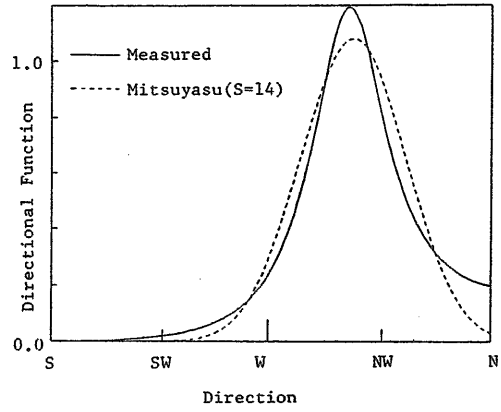


Fig. 30: Example of directional function

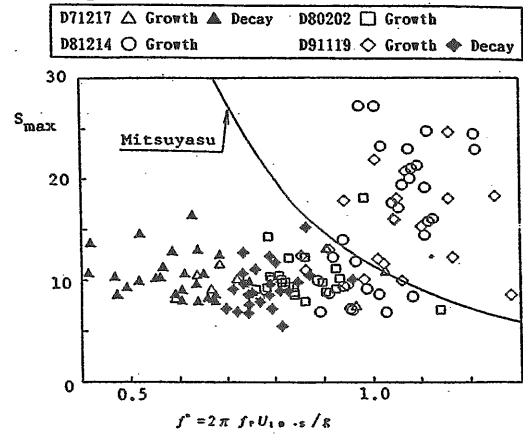


Fig. 31: Relation between s_{max} and non-dimensional frequency f^*

$$s = s_{max} (f/f_p)^5 \quad \text{for } f \leq f_p \quad (106)$$

$$s = s_{max} (f/f_p)^{-2.5} \quad \text{for } f > f_p \quad (107)$$

従って、 s_{max} は、海上10mの高さでの平均風速 U_{10} と f_p から決定される。Fig. 31は、 s_{max} を無次元周波数 ($f^* = 2\pi f_p U_{10}/g$) に対しプロットした結果である。図中実線は、(105)式の結果である。この図から s_{max} の傾向は(105)と逆の傾向を示しており、 $f^* < 1$ の時、すなわち波が減衰過程にある時は平均的に $s_{max} = 10$ であり、 $f^* > 1$ の時、波が発達過程にある時は、 s_{max} は増加する。合田は、風波の s_{max} として10という値を推奨しているが、ほぼ妥当な値である。

こうした方向分布関数の方向集中パラメータに対する具体的な指針を定めているところは少ないが、ノルウェーのNorwegian Petroleum Directorate(NPD)は次のような方法を推奨している。

$$D(\chi) = D_0 \cos^n \chi \quad (108)$$

ただし、 D_0 は規格化関数であり、 $H_{1/3} \leq 10$ mの場合は $n = H_{1/3}$ 、 $H_{1/3} > 10$ mのときは、単一方向波とする。Fig. 32は n と $H_{1/3}$ の関係を調べたものである。図中の実線は、 $n = H_{1/3}$ とした結果である。この図からNPDの方法は、観測値の傾向とほぼ一致しており、方向集中パラメータを採用する際の一つの目安となる。なお、(108)式は $n = 0.46s$ とすると $s > 4$ で光易型方向分布関数とほぼ一致する。

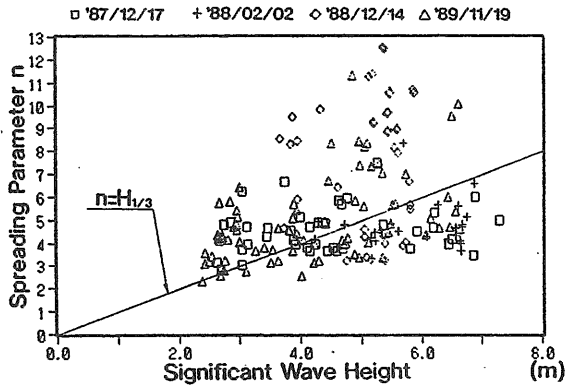


Fig. 32: Relationship between n and $H_{1/3}$

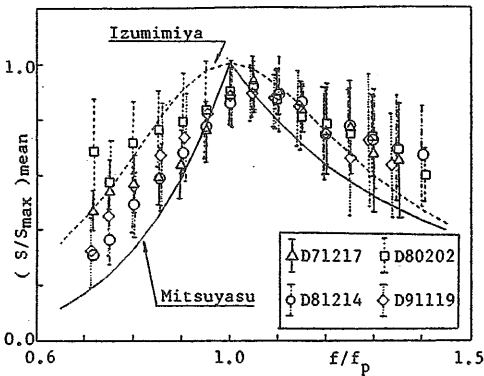


Fig. 33: Change of s_{max} to wave frequency

Fig. 33は周波数に対する s の変化を示したものである。この図の縦軸は、 s を s_{max} で規格化したものであり、変動が大きいため、周波数毎に平均値と標準偏差の形で示した。実線は、(107) 式から求めた結果、破線は、沿岸域での観測データを下に導かれた次の泉宮 [36] の結果である。

$$s = s_{max} / [1 + 10 \{ \ln(f/f_p) \}^2] \quad (109)$$

この図から、周波数に対する変化の割合は、(107) 式より緩やかであり、泉宮らの傾向に近くなっている。合田らは、数値シミュレーションにより沖合いの波が浅海域に伝播してきたとき、shallow effect により方向分散性が小さくなることを示しており、低周波数域での観測値のこうした傾向は、主に shallow water effect によるものと考えられる。

3.3 流体力の推定

海洋構造物の動揺特性は、その流体力特性によって左右される。特に、粘性減衰力は、同調点における動揺の最大振幅を左右するためその推定は非常に重要である。しかし、この流体力を理論的に推定することは非常に難しく、自由動揺試験あるいは強制動揺試験等の実験で求める以外方法がない。模型実験から求められる粘性減衰力を直ちに実機構造物の流体力推定に適用できるかというところでもない。粘性流体力は一般に、レイノルズ数に依存するため、模型実験値と実機とはその特性が異なる。

そこで、ここではポセイドン号模型による自由動揺試験、強制動揺試験及び実機ポセイドン号の自由動揺試験結果の相関について調べる。

Table 2: Experimental conditions of full-scale free decaying test

Date and Time	7th July, 1990 9:40~14:00
Place	Test Field of Japan Sea (3Km offshore from land)
Conditions	Water depth : 41m Displacement : 530t, Draft : 5.5m Used weight : 6.8t Slackly moored condition by 6 chain lines
Motion modes	Roll, Pitch, Surge, Sway, Heave (fail)
Test methods	Surge, Sway : by towing due to tub boat Roll, Pitch : by inclination due to additional weight
Measuring Methods	Surge, Sway : Ultrasonic type measuring system Roll, Pitch : Vertical Gyroscope
Environmental Conditions	Significant wave height : about 0.4m Mean wind velocity and Direction : 3m/sec. NW Current speed : 6cm/sec~7cm/sec

数値計算による流体力の決定 付加質量、造波減衰力係数は3次元特異点分布法を用いて計算される。今回の計算では、物体表面を640分割して行った。時間領域で係留浮体の運動方程式を解くためには、メモリー影響関数が必要であるが、この関数を計算するためには無限遠にわたる広周波数帯での造波減衰力と周波数無限遠での付加質量係数が必要であり、これらを数値的に求めることは不可能である。これを解決するために、本論では、以下の近似的手法を用いることとした。

まず、造波減衰力係数が周波数に対し減衰する挙動を示す周波数範囲まで計算で求め、その周波数より高い周波数に対しては線形補外して造波減衰力係数が0となる周波数 ω_0 を見いだす。メモリー影響関数を求めるためには造波減衰力のフーリエ変換が必要であるが、これは積分範囲を $\omega_0 \geq \omega \geq 0$ と限定して行う。

本近似法の精度をチェックするために没水半球に対し、理論的に求められるメモリー影響関数と本近似法による結果の比較を行った。すでに、高木・斎藤 [37] は、没水半球の造波減衰係数の周波数無限遠での漸近挙動を解析的に求めており、この結果を比較のために利用した。その結果によると、両者はほぼ良く一致した。従って、工学的には本近似計算法で十分と考えられる。

実験による流体力の推定

実海域自由動揺試験 実機構造物の流体力を求めるために、自由動揺試験を実海域で実施した。実施した日は1990年7月の構造物撤去前である。Table 2に実施内容を示す。

模型実験 実機と相似な1/25模型を使用して2種類の模型実験を実施した。一つは強制動揺試験であり、もう一つは自由動揺試験である。係留ラインはなるべく実機と相似になるように展張した。係留ラインは6本使用し、単位長さ当たりの水中重量は75 gf/m、水深は1.664mである。係留ラインの質量を除く構造物の質量は31.3 kg、pitchおよびrollの慣動半径はそれぞれ400 mmと530mmである。

自由動揺試験時の初期変位は、surgeに対し20 cm、swayに対しては12 cmである。Table 3は実機自由動揺試験及び模型試験時の β (レイノルズ数 R_e) とクーリガンカーペン

Table 3: Free decaying test conditions

		surge	sway	roll	pitch
β	at sea	1.3×10^4	1.1×10^4	5.2×10^4	6.6×10^4
	model	9.4×10^4	8.4×10^4	3.0×10^4	3.9×10^4
T_i (sec)	at sea	70.0	84.7	18.0	14.3
	model	13.4	15.0	3.61	2.77
initial displacement	at sea	7 (m)	8 (m)	3,1.5 (deg)	1.5 (deg)
	model	0.2 (m)	0.2 (m)	7 (deg)	7 (deg)

Table 4: Forced oscillation test conditions

period (sec)	surge			sway		
	12	14	16	15	17	19
amplitude (cm)	4~28	4~28	4~28	4~28	4~28	4~28
temp. (°C)	15	15	15	15	15	15
$\nu \times 10^{-4}$ (m ² /sec)	1.14	1.14	1.14	1.14	1.14	1.14
Kc	2~14	2~14	2~14	2~14	2~14	2~14
Re * 10 ³	2~15	1.8~13	1.6~12	1.8~13	1.6~11	1.4~10
β	1054	903	790	843	744	665

ター数 (K_c) との比; これらの無次元数の定義は後述する)を示す。

レイノルズ数と K_c 数の定義として必要な代表長さは 0.12 m (これはボセイドン号 1 本のコラム直径) を用いた。

強制動揺試験は、 β が一定の条件で行った。Table 4 は強制動揺試験の状態を示す。

実験解析法

1) 粘性抗力の表現 一般に、surge 及び sway の粘性抗力は次式で表される。

$$N_{11}^{(2)} = \frac{1}{2} \rho C_{d1} S_1 \dot{X}_1 |\dot{X}_1| \quad (110)$$

$$N_{22}^{(2)} = \frac{1}{2} \rho C_{d2} S_2 \dot{X}_2 |\dot{X}_2| \quad (111)$$

ここで、 S_j はそれぞれの動揺方向の投影面積、 C_{dj} はそれぞれの動揺方向の抗力係数であり、もし、表面粗度が無視されれば、それはレイノルズ数と K_c 数の関数になる。もし、 β が一定、すなわち振動周期が一定であれば、それは K_c 数のみの関数とみなすことができる。

一定振動周期の下では強制動揺試験時のレイノルズ数、 K_c 数及び β は次式で定義される。

$$K_c = \frac{X \omega_0 T}{D} = \frac{VT}{D}$$

$$Re = \frac{X \omega_0 D}{\nu} = \frac{VD}{\nu}$$

$$\beta = Re / K_c = \frac{D^2}{\nu T} = \text{const.}$$

ここで、 T は振動周期、 X は振動振幅、 $X \omega_0 = V$ は振動速度振幅を表す。 ν は流体粘性、 D は 1 本コラムの直径である。(実機で 3m、模型で 0.12 m)

自由動揺試験時には、浮体周りの流体现象は非定常であるので、 K_c 数及びレイノルズ数 (以後 Re と表す) は時間とともに変化する。もし、自由振動運動が次式で表されると仮定すると

$$X = P(t) \sin(\omega t); \quad (112)$$

瞬時の速度振幅 $\sqrt{\dot{P}^2 + \omega_0^2 P^2}$ を用いて、 K_c 数及び Re 数を次のように定義することができる。

$$K_c = \frac{T \sqrt{\dot{P}^2(t) + \omega_0^2 P^2(t)}}{D}$$

$$Re = \frac{D \sqrt{\dot{P}^2(t) + \omega_0^2 P^2(t)}}{\nu}$$

ここで、 $P(t)$ は包絡振幅である。

周期変動が非常に小さい時、すなわち減衰力がそれほど大きくなければ β はほぼ一定になり、抗力係数は上述の時間依存する K_c 数のみの関数と見なせられるだろう。

また、回転運動に対し、初期角変位が微小であるので pitch 及び roll の粘性減衰モーメントが角速度の比例すると仮定すれば、角運動の粘性減衰モーメントを次式で定義することができる。

$$N_{ii}^{(2)} = 2 \zeta_i^2 \omega_0 I_i \dot{X}_i, \quad (i = 4, 5) \quad (113)$$

ここで、 ζ_i^2 は無次元線形減衰係数、 ω_0 は固有周波数、 I_i は付加慣性モーメントを含む慣性モーメントである。

2) 実験データからの推定法 自由動揺データから流体力を推定する方法は種々存在する。減衰曲線法のように減衰振動の極値を用いるものや制御工学におけるシステム同定の手法を利用したものなどがある。後者の例として、Roberts et al. [38] は状態変数フィルター法及び不変埋め込み法を模型船の roll の自由動揺試験結果の解析に利用している。今回、surge、sway の自由動揺試験結果に対し、静的な非線形最適化法を利用した時系列フィッティング法を新たに開発し、それにより流体力の推定を行った。時系列フィッティングは、あらかじめモデル方程式を定めてその数値解をルンゲクッタ法で求め、データとの間の自乗誤差の総和が最小になるように行う。最適化アルゴリズムにはパウエル法 [39] を用いた。パウエル法はパラメータ空間内の評価関数値のみからその評価関数を最小にする点を求めるアルゴリズムである。そのアルゴリズムは以下の通りである。

1. パラメータの一次元断面を設定する。
2. 評価関数を二次関数近似することでその断面内の最小点を求める。
3. 2. の点を含み 1. の断面に直交する一次元断面を決定する。

推定するパラメータはモデル方程式の係数の他に数値解の初期変位、初期速度及びデータのオフセットとした。この方法を用いた理由は、実機の自由動揺の減衰が速く、かつ小振幅のデータにノイズが混入しているため 2~3 周期分のデータしか解析できなかったからである。Fig. 34 は既知の方程式の解から本方法で係数を求めたときの誤差を示している。3 周期分程度のデータで係数を精度良く推定できることが判る。また、Fig. 35 は Roberts らが用いた模型船

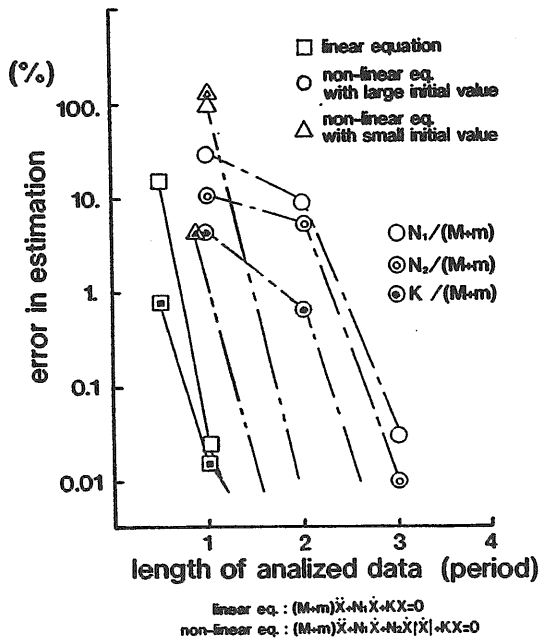


Fig. 34: Estimation of error of the present method (time series fitting method)

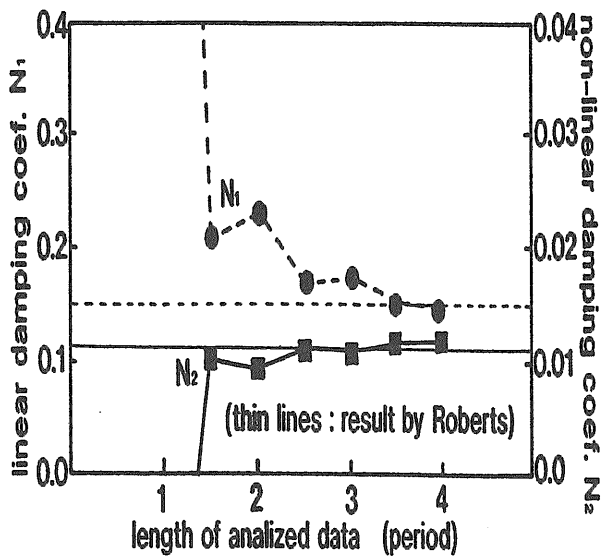


Fig. 35: Comparison of damping coefficients estimated by invariant imbedding method and one by the present method (time series fitting method)

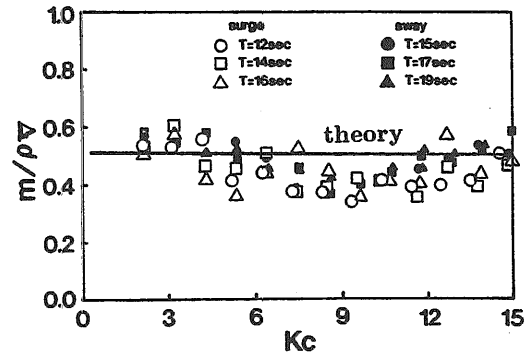


Fig. 36: Added mass coefficient estimated by forced oscillation test

の roll のデータを論文中のグラフから読みだして本方法で係数を推定したものである。この場合も3周期分のデータを解析すれば Roberts らの結果とほぼ同じ結果が得られることがわかる。一方強制動揺試験による流体力係数の推定法は既に確立されており、振動周波数に対するフーリエ係数から求めることができる。

3) surge、sway の流体力係数 まず、自由動揺運動方程式を次式のように仮定する

$$(M + m)\ddot{X} + 0.5\rho C_d S \dot{X}|\dot{X}| + KX = 0 \quad (114)$$

$$C_d = \frac{A}{K_c} + B + C \cdot K_c, \quad (115)$$

A, B, C : unknown parameters

ここで、 ρ は流体密度、 S は投影面積、 $(M + m)$ は付加質量 m を含む見かけ質量である。この仮定は、以下の結果から導かれたものである。

- 1) Fig. 36は強制動揺試験結果から得られた低周波数域での付加質量係数を示している。この図から、付加質量係数は、12秒(実機で60秒)以上の長い周期帯では一定とみなせその値は0.5であることがわかる。この結果は、3次元特異点分布法による数値解と良く一致する。
- 2) 3次元特異点分布法に基づく計算結果によると、無次元造波減衰力係数 $N/\rho \nabla \omega$ は0.001のオーダーであり、これは、長周期の固有周波数近傍では無視できる。
- 3) Fig. 37は、粘性減衰力が速度の自乗に比例しかつ係留復原力が変位の3次関数(線形+3次)で表されると仮定したときに、今回の時系列フィッティング法を用いて求めた係留復原力特性を示したものである。この結果から係留復原力特性はほぼ線形近似できることがわかる。また、Fig. 38は、同定された係留復原力特性を用いつつ抗力係数を一定としてシミュレーションした結果と実測結果の比較を示している。両者はあまり一致していない。
- 4) 2次元層流中に置かれた円柱に働く抗力係数の高レイノルズ数域での近似解、いわゆる Wang [40]の理論によれば、抗力係数は K_c 数に反比例することが示される。それ故、今回の場合も抗力係数は一定ではなく、 K_c 数に依存する成分が含まれる可能性がある。

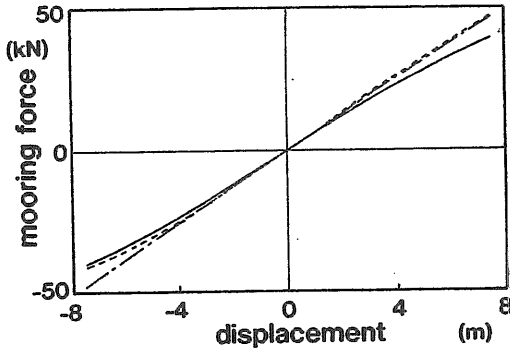


Fig. 37: Static mooring restoring force identified by the present method (time series fitting method)

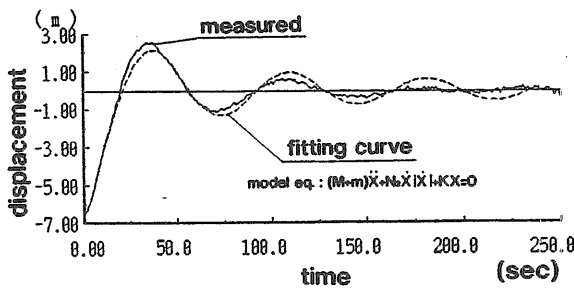


Fig. 38: A simulated fitting curve with constant C_d

これらの結果から、

- 線形な減衰力である造波減衰力は無視でき、速度の自乗に比例する粘性減衰力のみ考慮する。ただし、抗力係数は、 K_c 数依存性を考慮し、 K_c 数に対し反比例する項、定数項及び比例する項で近似する。
- 係留復原力特性は線形近似できる。

となり、(114)式及び(115)式が導かれる。

(114)式中の未知パラメータは5である。しかし、これらの未知数を同定するために使用したパウエル法は、多くの極値を有する評価関数に対しはパラメータの推定値が初期値に依存する。また、解析を行うにつれて、モデル方程式の中に未知数を係数とする非線形項が多数あると評価関数が多数の極小値を有することが判明した。そこで、まず、係留復原力係数を決定し、これを固定し、未知数を減らしてからあらためてフィッティングを行って抗力係数の K_c 依存性を求めた。Fig. 39及び Fig. 40はこのようにして求めた surge 及び sway の抗力係数である。図中の記号は、強制動揺試験結果、一点鎖線は同じようにして求めたモデルの自由動揺試験結果である。横軸は K_c 数であるが、自由動揺試験の K_c 数と強制動揺時の K_c 数は同じであるとして表示している。この結果から、 C_d は全体的に K_c 数に反比例するようであるが、高 K_c 数になるに従い一定値に漸近するようである。この傾向は、木下等 [41] によるセミサブ模型の自由動揺試験結果の報告の中にも見られる。模型と実機の C_d に関し、低 K_c 数域では実機のほうが模型よりも大きい、高 K_c 数域では両者はほぼ良く一致している。高 K_c 数域で模型と実

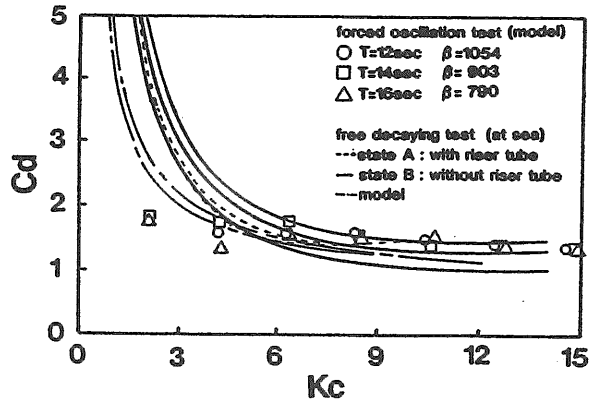


Fig. 39: C_d of surge motion vs. K_c number

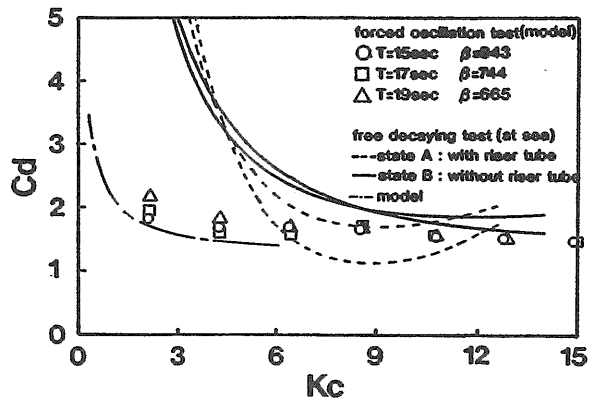


Fig. 40: C_d of sway motion vs K_c number

機の C_d がほぼ良く一致した理由として、1) ポセイドン号は、角がなく剥離が少ない円筒形であること、2) 模型と実機で 2.5 倍、レイノルズ数で 100 倍位しか違わないためレイノルズ影響がそれほど顕著ではなかったことによるものと考えられる。

一方、低 K_c 数域すなわち、surge 及び sway の振幅が小さい短周期動揺をシミュレートするためには抗力係数の K_c 数依存性を考慮しなければならない。

厳密にこの依存性を考慮するには、iteration をしなければならないため実用的ではない。そこで、 C_d の K_c 数に比例する成分を無視すれば、

$$C_d = C_1/|\dot{x}| + C_2$$

(C_1 及び C_2 は定数) と表される。一方、 K_c 数は $T|\dot{x}|/D$ で表されるので、結局抗力は

$$0.5\rho C_d S \dot{x} |\dot{x}| = 0.5\rho S C_1 \dot{x} + 0.5\rho S C_2 \dot{x} |\dot{x}|$$

のように定係数をもつ速度に比例する成分と速度の自乗に比例する成分に分離することができる。また、係数 C_1 と C_2 は Fig. 39 及び Fig. 40 の実測値の最小自乗法から推定される。

Fig. 41 はこのようにして抗力を定係数線形減衰力と定係数非線形 (速度の自乗に比例) 減衰力に分離してシミュレーションした結果である。この結果から、今回の粘性抗力の推定法が妥当であることがわかる。

4) roll、pitch の流体力係数 Figs. 42, 43 は roll 及び pitch の減衰曲線を示している。図中の線は今回の時系列フィッティング法を用いて推定したものである、記号は以下

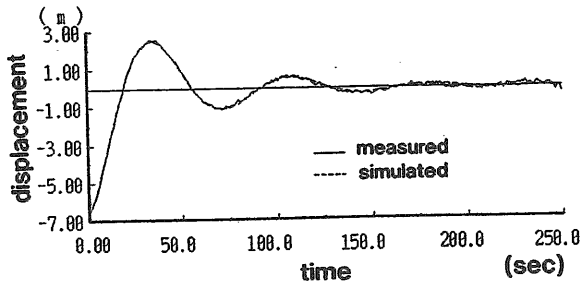


Fig. 41: A simulation with K_c dependence of C_d

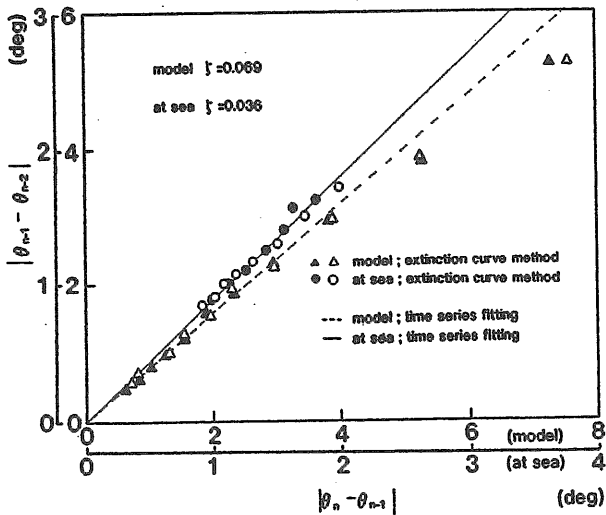


Fig. 42: Extinction curve of full-scale pitch decaying motion (The lines show the identified lines by the present fitting method and ζ represents the dimensionless linearized damping coefficient)

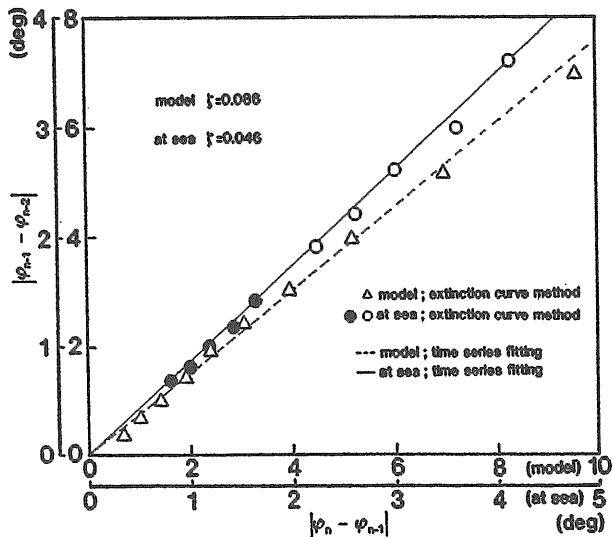


Fig. 43: Extinction curve of full-scale roll decaying motion

Table 5: Each identified coefficients in motion equation

	inertia	linear damping	nonlinear damping	restoring
unit	kg	N/ (m/sec)	N/ (m/sec) ²	N/m
surge	7.9×10^5	4.3×10^4	3.0×10^4	6.4×10^3
sway	7.9×10^5	5.4×10^4	3.0×10^4	4.4×10^3
heave	9.5×10^5		1.6×10^5	4.5×10^5
unit	kg·m ²	N·m/ (1/sec)	N·m/ (1/sec) ²	N·m
roll	7.8×10^7	2.2×10^6	1.0×10^7	8.3×10^6
pitch	1.4×10^8	1.8×10^6	2.7×10^6	2.6×10^7

のような方法で求めたものである。 x_n を減衰振動のピーク値(あるいは振幅値)とし、減衰振動が次式で表され、非線形減衰力は非常に小さいと仮定する。

$$x = X_0 \exp\left[-\frac{N^e t}{2I}\right] \sin\left(\frac{2\pi t}{T_0} + \Psi\right) \quad (116)$$

ただし、 T_0 は固有周期、 I は見かけ慣性モーメント、 N^e は等価線形減衰係数である。このとき、 $|x_{n+2} - x_{n+1}|$ を $|x_{n+1} - x_n|$ の関数として考えれば、

$$|x_{n+2} - x_{n+1}| = \exp\left[-\frac{N^e T_0}{4I}\right] |x_{n+1} - x_n| \quad (117)$$

を得る。従って、 x_n を用いて、これと同じものをグラフにプロットし、最小自乗法を用いて傾斜 Θ を求めれば、それから減衰係数が求められる。また、減衰係数を求めるために必要な固有周期 T_0 はゼロアップクロス周期とゼロダウンクロス周期の平均から求められる。最終的に、見かけ質量及び等価減衰係数は、次式から得られる。

$$I = \frac{T_0^2 K}{4\pi^2} \quad (118)$$

$$N^e = -\frac{T_0^2 K \log(\Theta)}{\pi^2} \quad (119)$$

$$\zeta^e = \frac{N^e}{4I} \quad (120)$$

ここで、 K は復原モーメント係数である。この方法は、減衰曲線フィッティング法と呼ばれ広く用いられている。

これらの図から、両者の結果は良く一致していることがわかる。また、模型の減衰係数の方が実機の減衰係数よりも大きくなっていることも判る。この結果は、レイノルズ数が異なるために、模型試験時の抗力係数と実機の抗力係数は異なり、前者は後者よりも一般的に大きくなるという事実と一致する。

5) 最終結果 造波減衰力係数を除く流体力及び復原力係数を Table 5にまとめて示す。heave に関しては、抗力係数を 2.0 とする速度の自乗に比例する抗力を使用した。これは線形応答の計算結果と実機試験結果の比較から決定した。なお、付加慣性モーメント及び付加質量、造波減衰力係数は、3次元特異点分布法より計算した。

3.4 定常外力と定常変位

浮体式海洋構造物の場合、風、波及び流れによる定常外力でどのような定常変位、定常傾斜を起こすかということ

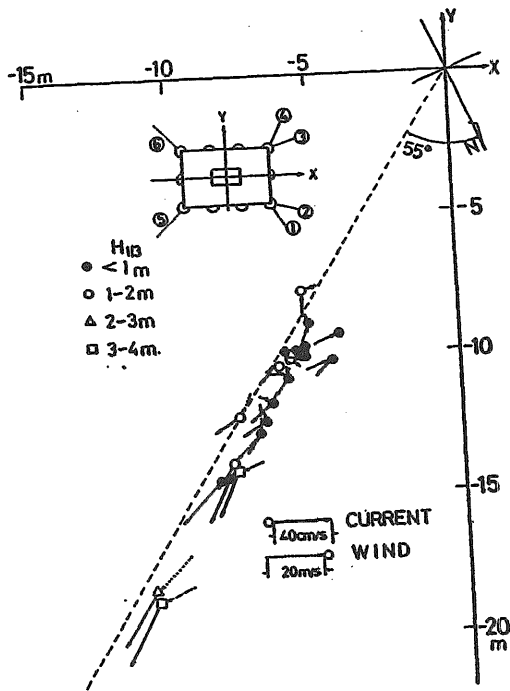


Fig. 44: Movements of POSEIDON by wind and current steady forces

は、係留システムの初期設計の上で重要である。ここでは、定常変位と定常傾斜について、POSEIDON号で計測された定時計測データから求めた実測結果と推定結果との比較を行う。POSEIDON号の水平面内の位置は前報 [24] で示したように、超音波を使用した長周期運動測定装置で計測される。計測例として昭和63年10月の移動の様子を Fig. 44 に示す。図は6時間毎の定時計測中の平均位置と風、流れの平均値をベクトルで表示したもので、風及び流れの影響を強く受け移動していることがわかる。移動の方向は北から55°の線に沿って分布しているが、これは沿岸線の方角と一致しており、この海域ではこの方向の流れが強いためである。

この定常変位を、定常風荷重、潮流力、波漂流力の推定結果と係留力及び浮体の静的復原力との釣合から推算してみた。その際、定常風荷重については、上部構造物の圧力係数 C_p を1.3とし、コラム部の圧力係数(あるいは抵抗係数)は実測していないので、船級協会規則等の資料から $C_d = 0.65$ として推定した。潮流力については、没水部での生物付着影響を考慮して $C_d = 0.8$ として推定した。吹送流による流れは考慮していない。要素浮体による遮蔽効果については考慮すべきであろうが、船級協会規則、模型試験結果等を参考にして検討した結果、このケースでは影響が小さいとして無視した。波漂流力については、模型試験結果を用いた。また波の主方向は平均風向とした。係留ラインの張力特性は水中での係留角度の実測値を下にカタナリ理論で計算した。

以上のようにして求めた平均位置の移動量の推算値と実測値の比較を Fig. 45 に示す。両者は良く一致していることがわかる。

次に風及び流れによる定常傾斜について考察する。まず、風及び流れによる定常転倒モーメントについて DnV 等の既存資料を用いて推定した結果を Table 6 に示す。実海域実験の観測結果から言えば、通常の季節風による平均風速は

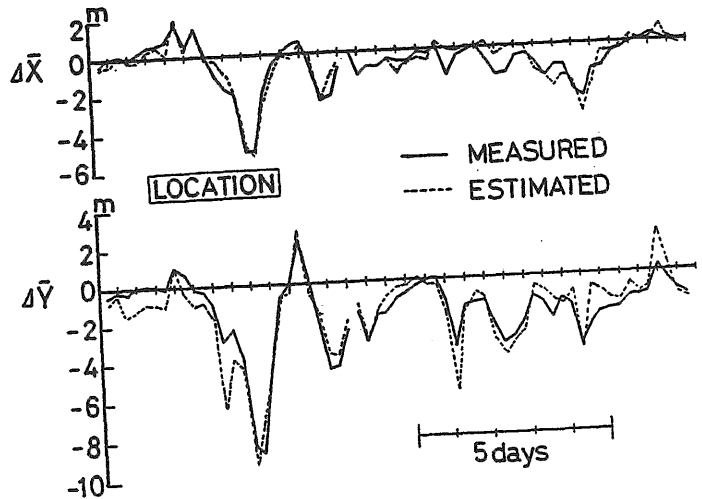


Fig. 45: Comparison between measured movements and estimated ones with respect to horizontal excursions

Table 6: Estimated values of steady tilt moments

UNIT : (MN · m)

出 会 角	流れによる力		風による力	
	流 速		風 速	
	0.5m/s	1.0m/s	15m/s	30m/s
0	-43.32	-173.3	59.58	225.1
30	-61.45	-245.8	91.92	355.4
60	-62.92	-251.7	102.21	396.0
90	-46.65	-186.6	87.81	338.7

15m/sec 程度の頻度が高い。また、最大潮流速は 1m/sec 程度である。従って、この条件では流れによるモーメントが他に比べて大きい、風速が 30m/sec になると定常風荷重の影響が強くなる事がわかる。

そこで、実機の定常傾斜と風及び流れとの相関を調べるため、風速及び流速を船首方向とそれに対する横方向の2方向成分に分離し、経時変化を示したのが Fig. 46 である。この図より明らかに流れと傾斜の相関が強いことがわかる。Fig. 47 に実測された流速と傾斜角との関係を示す。この図のデータは流向の頻度が高い船首方向に対し 60° と 240° の方向から ±15° のものを選び、かつ風の影響がわかるように風速 3m/sec 以上と未満について記号を変えて示している。図中に水槽試験結果を破線で、計算による予測値を実線で示す。実験結果は観測結果と比較的良く一致しているが、予測値は実測値に比べて低い値を示している。今回の予測値では、揚力及び傾斜したことによる力及びモーメントレバーの変化を考慮していないため、予測値と実測値との差はこうした影響によるものであると考えられる。

3.5 波力

実機試験による結果とシミュレーションの比較

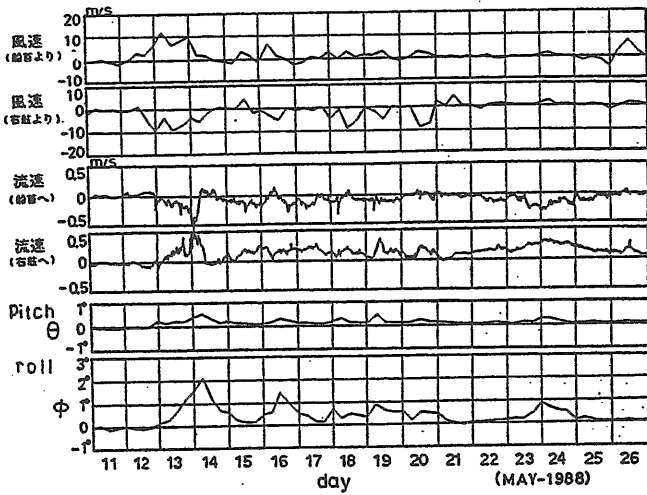


Fig. 46: Change of angles of pitch and roll inclinations to wind and current velocities

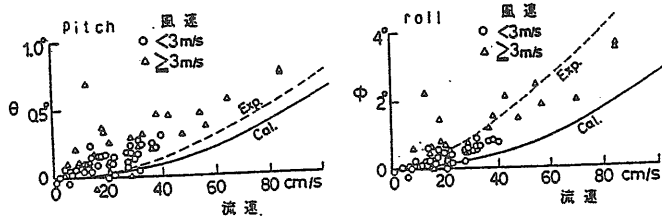


Fig. 47: Comparison among measured angles of pitch and roll inclinations, estimated and model experimental ones

入射波のデータ 波の定常性が仮定できると思われるデータとして、Fig. 48に示す1989年3月24日～26日の臨時計測内の9時間の連続データを解析の対象にした。平均風向はほぼ船首方向である。有義波高は3m、有義波周期は約7secである。Fig. 50に波、surge及びswayの観測されたスペクトルの例を示す。

波力特性を調べるためには、船体中央での入射波の情報が必要である。そのため、振幅情報はポセイドン号前方の海底設置型超音波波高計のデータを、位相情報は相対水位計と加速度計から求められるものを使用して時系列を再合成し、これを入射波の時系列とした。このようにして求めた入射波のスペクトルとポセイドン号前方の超音波波高計で計測された入射波のスペクトルを比較した一例をFig. 49に示す。スペクトルピーク付近で若干の誤差はあるものの両者はほぼ良く一致している。また、相対水位計と加速度計から求めた絶対水位の位相と入射波の位相差を解析した結果194m相当の距離による位相差が得られた。この値は静穏時のダイバーによる計測結果の180mに非常に近かった。従って、このようにして求めた船体中央での入射波の情報はそれほどまちがってはいないと思われる。Fig. 48の方向波の解析結果から、波の主方向は船首方向より15°左舷よりの方向である。

しかし、直線アレイに配置された波高計からの方向波の精度が、有義波周期7secではそれほど正確ではないので、方向分散性は考慮せず、一方向波の仮定の下に考察する。

実海域での長周期変動漂流力 計算で求めた surge 方向の slow drift force の QTF(Quadratic Transfer Func-

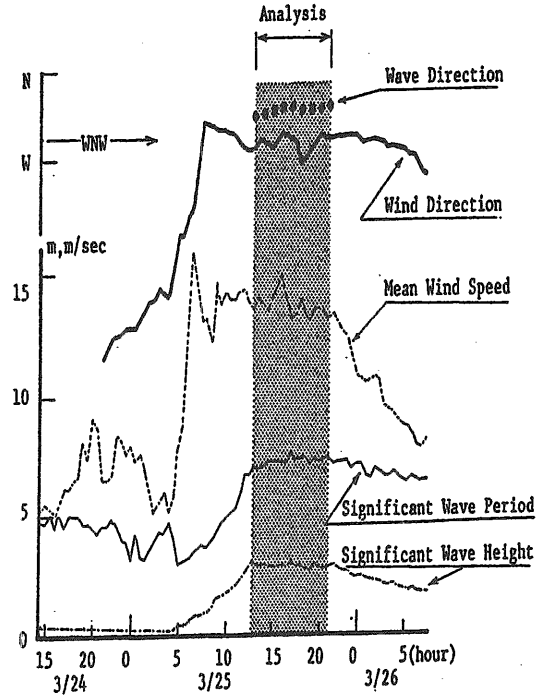


Fig. 48: Time series of mean wave direction, mean wind direction, mean wind speed, significant wave height and significant wave period(24th March, 1989 ~ 26th March, 1989)

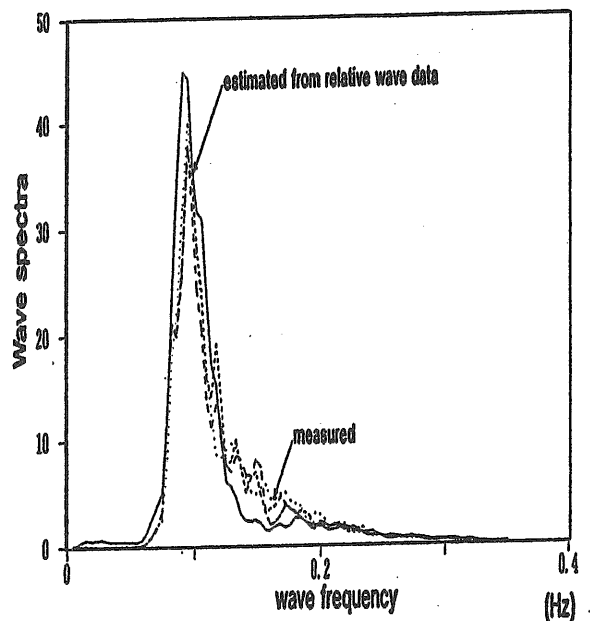


Fig. 49: Comparison of wave spectra

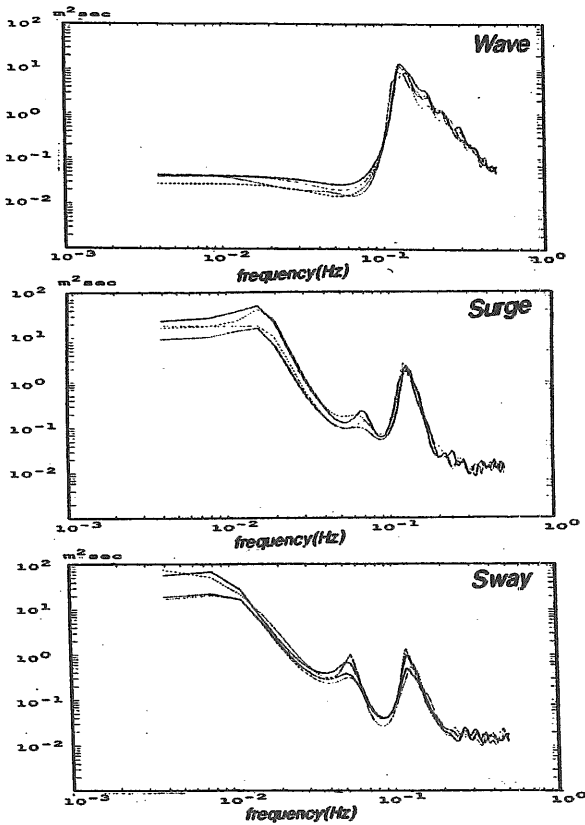


Fig. 50: Wave, surge and sway spectra at sea

tion)の振幅を Fig. 51に示す。 Ω_1 は2成分波の平均周波数、 Ω_2 は差の周波数を表す。この結果は、 Ω_1 が1.7 rad/secに山があり、その周波数を中心になだらかに変化していることが判る。また、 Ω_2 —一定の直線で輪切りした結果は、 $\Omega_2=0$ で切った結果(定常漂流力特性)と0.15 rad/secまでは一致した。このことは、 Ω_2 が0.15 rad/secまでは、通常良く用いられる Newman 近似が適用できることを示している。この計算結果と計測結果を比較するためにクロスバースペクトル解析を行った。解析方法は Dalzell [42]に従った。本解析に関し2つの問題がある。それは、

- 1) 風と波は統計的に独立かどうか
 - 2) 風の変動過程はガウス過程であらわされるかどうか
- ということである。

2)に関しては、海上風の特性のところで述べたように変動風過程はガウス過程で近似できることが既に判っている。1)については、風荷重のところで述べたように、変動風が浮体に対し外力として及ぼすのは100sec以上の非常に長周期域であり、風と波が相互干渉を起こす高周波数域では外力として作用しないこと及び波の有為なパワーは Fig. 50からも判るように10sec以下にあることなどから、外力の観点からすれば、変動風荷重と波力とは独立と考えるも工学的には十分であると考えられる。(1)については後ほど再度議論する。)

また、波と応答とのクロスバースペクトル解析からは、変位応答の QTF, G_2 しか得られないので、波力の QTF, $G_2^{(2)}$ (以後便宜上 G_2^f とする)にするために次のようにした。

$$G_2^f(\omega_1, -\omega_2) = G_2(\omega_1, -\omega_2)/H_L(\omega_1 - \omega_2) \quad (121)$$

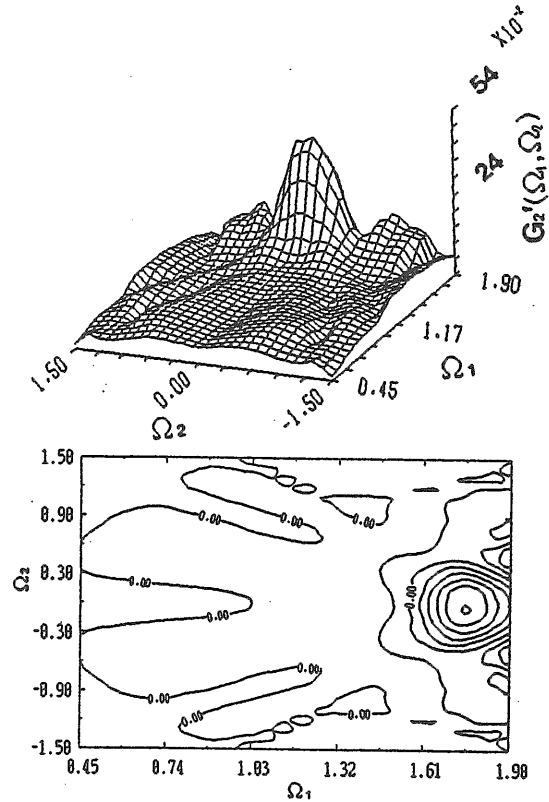


Fig. 51: QTF(Quadratic Transfer Function) of slow drift force in head sea

ここで H_L は外力に対する surge の伝達関数で、先の流体力のところで示したように静水中の浮体の流体力、慣性力及び復原力特性から次のようにして求められる。

$$H_L(\omega) = \frac{1}{K - (M + m)\omega^2 + iN\epsilon\omega} \quad (122)$$

なお、波浪中では粘性流体力係数が静水中と比べて変化する場合もあるが、ここでは変化しないと仮定する。

Fig. 52に $\Omega_2=0$ の G_2^f (定常漂流力)、53に $|G_2^f|$ の結果を示す。なお、Fig. 52には模型試験による結果も示す。黒丸は1/14.3模型の規則波中(波高1m以上に相当)の実験結果、破線は波高の3乗に比例する粘性漂流力を考慮して計算

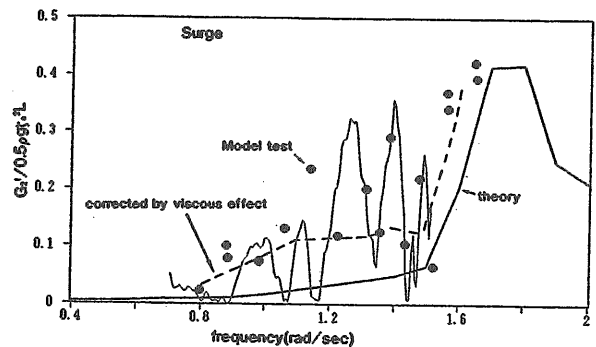


Fig. 52: QTF of frequency difference $\Omega_2 = 0$. This means steady drift force

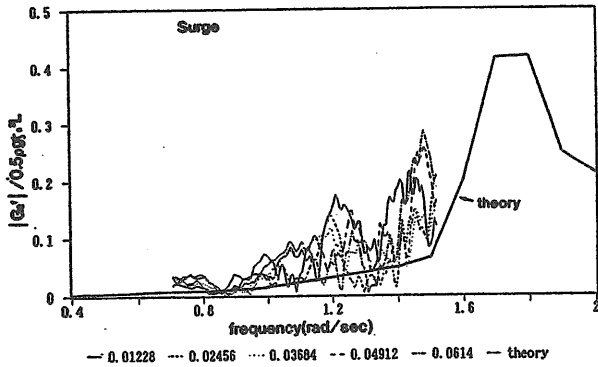


Fig. 53: QTF vs. frequency difference Ω_2

結果を補正したものである。Fig. 53の実線はポテンシャル理論によるそれぞれの差の周波数 Ω_2 に対する計算結果（ほとんど重なっている）である。この図から、ポテンシャル理論に基づく計算結果は、観測結果よりも低いが、その傾向（2成分波の差の周波数に対するQTFの振幅は、2成分波の平均周波数とともに緩やかに増加する）は両者とも良く一致していることが判る。また、定常漂流力に関して、破線、すなわち粘性漂流力を考慮して修正したポテンシャル理論による計算値は模型試験結果ばかりでなく実海域観測結果とも良く一致していることも判る。このことから、円筒コラムのような多数のレグで支持された浮体式海洋構造物の漂流力を推定するためには粘性漂流力を考慮しなければならないといえる。以下のシミュレーションでは、粘性漂流力を考慮したQTFを使用する。

3.6 動揺応答

線形周波数応答特性 波及び風等の外力に対する長周期運動を含む surge の動揺の応答について考察する。この場合、外力として、波、波のパワー及び変動風が考えられる。それゆえ、多入力に対する1出力系の解析、いわゆる多入力解析が必要である。多入力解析の概念についてはすでに Tick [43] らによって示され、山内 [44] は、波浪中における船体横ストレスの解析にこの方法を応用している。

以下に、簡単に多入力解析の考えを示す。

もし、surge の応答 $y(t)$ が多入力 $x_i(t)$ (例えば、 x_1 が水面上昇量、 x_2 が瞬時の波のパワー、 x_3 が変動風速等、なぜ瞬時の波のパワーを入力として考慮したかについては後ほど説明する) の線形和で次のように表されると仮定する。

$$y(t) = \sum_i \int h_i(\tau) x_i(t - \tau) d\tau \quad (123)$$

この時、相関関数及びスペクトル密度関数（以後密度関数は省略する）は

$$R_{yy}(\tau) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \int h_i(\alpha) h_j^*(\beta) R_{ij}(\alpha - \beta + \tau) d\alpha d\beta \quad (124)$$

$$S_{yy}(f) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n H_i(f) H_j^*(f) S_{ij}(f) \quad (125)$$

与えられる。ここで、 $H_i^*(f)$ は周波数応答関数 $H_i(f)$ の複素共役関数であり、応答関数 $H_i(f)$ はインパルス応答関数

h_i のフーリエ変換で与えられる。入力 x_j に対するクロスベクトルは

$$S_{yj}(f) = \sum_{i=1}^3 H_i(f) S_{ij}(f) \quad (126)$$

で与えられる。なお、 $R_{ij}(\tau)$ と $S_{ij}(f)$ はそれぞれ入力間の相互相関関数及びクロススペクトルである。

長周期2次の波力 $F^{(2)}$ は

$$F^{(2)} = \iint g_2^f(\tau_1, \tau_2) x_1(t - \tau_1) x_1(t - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2$$

のようなボルテラ級数で表される。これは、確率平均の意味で次式と等価である。[61]

$$F^{(2)} = \int h_2(\tau) x_1^2(t - \tau) d\tau$$

これは、長周期2次の波力 $F^{(2)}$ が瞬時の波のパワーの線形応答で表されることを意味している。従って、本解析では入力として瞬時の波のパワーを考慮した。さらに、一般性を失うことなくすべての入力は定常でありゼロ平均であると仮定する。

今、 $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), x_3(t)]$ と3次元ベクトルで表せば、

$$\mathbf{H}(f) = [H_1(f), H_2(f), H_3(f)], \quad (127)$$

$$S_{xx}(f) = \begin{bmatrix} S_{11}(f) & S_{12}(f) & S_{13}(f) \\ S_{21}(f) & S_{22}(f) & S_{23}(f) \\ S_{31}(f) & S_{32}(f) & S_{33}(f) \end{bmatrix} \quad (128)$$

とマトリックス表示される。出力のスペクトル、クロスベクトルは、

$$S_{yy}(f) = \mathbf{H}(f) S_{xx}(f) \mathbf{H}^{*'}(f) \quad (129)$$

と表され。なお、 $\mathbf{H}^{*'}(f)$ は $\mathbf{H}(f)$ の複素共役関数を意味し、“ $'$ ” は転置マトリックスを意味する。

一方

$$S'_{yx}(f) = S_{xx}(f) \cdot \mathbf{H}'(f)$$

なので、3次元周波数応答関数は

$$\mathbf{H}'(f) = S_{xx}^{-1}(f) \cdot S'_{yx}(f) \quad (130)$$

で与えられる。

一入力一出力系の場合には、入力と出力間の線形性の度合いを表すコヒーレンシー（シンプルコヒーレンシー）が定義される。同様に多入力1出力系に対しても同じ様なコヒーレンシーが定義でき、これをマルチプルコヒーレンシーと呼んでいる。この関数は、次式で定義される。

$$\hat{\gamma}_{yx}^2(f) \equiv \hat{\gamma}_{y,123}^2(f) = \frac{S_{yy}(f)}{S_{yy}(f)} \mathbf{H}(f) S'_{yx}(f) \quad (131)$$

また、Tick [43] によって導入された条件付きスペクトルの考え方を使えば、ある入力と出力との間の関係を表すパーシャルコヒーレンシーが定義できる。

$$\hat{\gamma}_{yi,j}^2(f) = \frac{|S_{yi,j}(f)|^2}{S_{ii,j}(f) S_{yy,j}(f)} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (132)$$

ここで、パーシャルコヒーレンシー $\hat{\gamma}_{yi,j}^2$ は、出力 $y(t)$ と入力 $x_j(t)$ からその他の入力 $x_i(t) (i \neq j)$ と線形な関係にある部分を除去した残りの部分の間のコヒーレンシーと一致

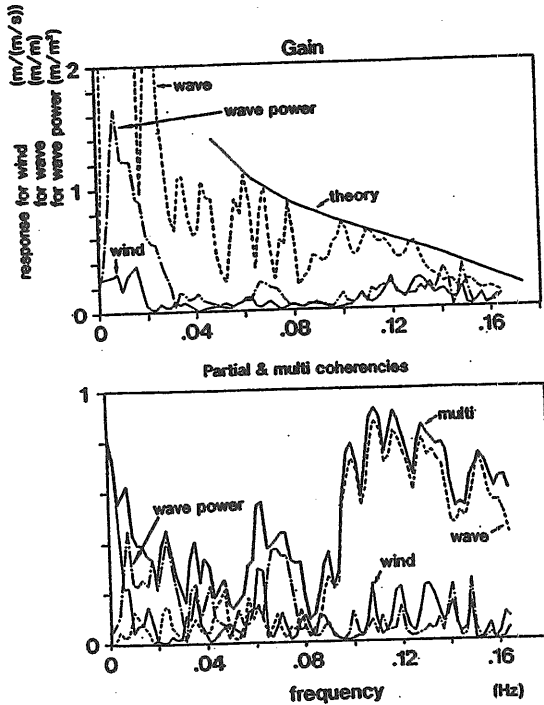


Fig. 54: Gain, partial and multi coherencies among surge motion and surface elevation, instantaneous wave power and wind speed

する。また $S_{yy,j}(f)$ と $S_{yi,j}$ はそれぞれ、条件付きオートスペクトル及び条件付きクロススペクトルである。このような条件付きスペクトルの定義を用いると、入力を $x_i(t)$ とし出力を $y(t)$ とする周波数応答関数は次式で求められる [43]。

$$H_i(f) = \frac{S_{yi,j}(f)}{S_{ii,j}(f)} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (133)$$

surge の場合のゲインとコヒーレンシーの結果を Fig. 54 に示す。解析には、波の主方向がほぼ正面であるデータを利用した。上図は多入力解析により求められたゲイン（周波数応答関数）、下の図はパーシャル及びマルチプルコヒーレンシーを示す。マルチプルコヒーレンシーが高いのは 0.01 Hz 以下の低周波数域と 0.1 Hz 以上の高周波数域である。高周波数域は入射波によるものであることがパーシャルコヒーレンシーの値から判る。低周波数域では 2 種類の寄与があると考えられる。0.005 Hz 以下は風が、0.005 Hz から 0.01 Hz までは瞬時の波のパワーが寄与していると思われる。したがって、波のパワーすなわち波高の自乗は波漂流力に比例するので、surge の長周期運動は、非常に低周波数の変動風と波漂流力によって生じていると思われる。また、その低周波数域で、surge と風のパーシャルコヒーレンシーと surge と波のパワーのパーシャルコヒーレンシーとは重ならないことから、変動風荷重と波漂流力とは独立に扱ってもよいと考えられる。さらに、gain の図の theory は、波を正面向波と仮定して理論的に求めた surge の線形周波数応答関数である。破線の実海域データの解析結果と比べると、理論値が若干過大評価している。両者の差は方向波の影響を考慮しているか考慮していないかによるものと考えられる。

例えば、線形理論である次式により波の方向分布関数 $D(\omega, \chi)$ を考慮して求めた surge の応答スペクトル $S_x(\omega)$ と実測スペクトルとの比較を Fig. 55 に示す。この場合の波の

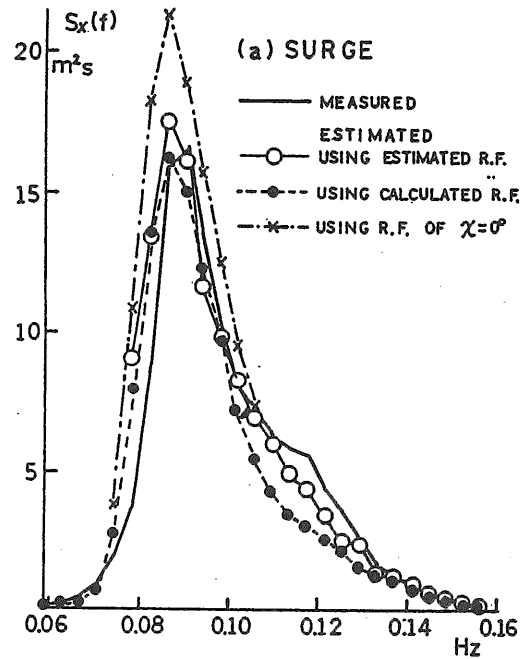


Fig. 55: Estimated response spectrum of surge

条件は、主方向がほぼ船首方向で有義波高は 4.9 m である。

$$S_x(\omega) = \int_{-\pi}^{\pi} |G_1^{(1)}(\omega, \chi)|^2 D(\omega, \chi) S_c(\omega) d\chi \quad (134)$$

なお、実測スペクトルを求める際、ハイパスフィルターをかけて低周波数スペクトル成分をカットしている。この図からも判るように、一方向波と仮定して求めた推定値（一点鎖線と×印）が実線の実測スペクトルより大きくなるのがわかる。一方、○及び●付き線は、方向分散性を考慮して求めた推定結果である。両者はほぼ良く一致していることがわかる。

線形応答関数に関する模型実験との比較 ポセイドン号の 1/25 の模型を使用し、水深、係留系等可能な限り実機と相似の状態で行った水槽実験を実施した。模型及び実機の主要目を Table 7 に示す。しかしながら慣動半径等を含め実機と完全に相似の状態を再現することは困難であるので、理論計算を介して両者の相関を調べる。

Fig. 56 は模型と実機の縦運動、Fig. 57 は横運動の応答関数の振幅である。図中の斜線部が不規則波中の実験で得られたもので、○印が規則波中の実験によるものである。実験に使用した波は実機相当で 1 ~ 5 m の波であったため、図中には波高 1 m 及び 5 m の場合の理論計算値（粘性減衰力が異なる）が示してある。なお、入射波は主方向からの一方向波と仮定している。この結果から、計算値は pitch, roll の 0.1 Hz 付近の傾向を除き実験値と良く一致している。

実機の結果は、波の主方向 0° 及び 30° の状態をそれぞれ 18、14 ケース選び、解析した結果である。この場合の有義波高も 1 ~ 5 m であったので、波高 1 m 及び 5 m の場合の計算値が示してある。計算値は、模型の場合と同様、実験値とほぼ良く一致しており、模型と実験の相関は良好であることがわかるが、実機の場合、波の方向分散性を考慮すると応答の推算値は実験値にさらに近づく傾向がある。すな

Table 7: Principal dimensions of the model and full-scale structure

	模型 (1/25)	(実機換算)	実機
L	1.2 m	30.0 m	30.0 m
B	0.8 m	20.0 m	20.0 m
D	0.54 m	13.5 m	13.5 m
d	0.22 m	5.5 m	5.5 m
Δ	32,936cm ³	514.63m ³	514.63m ³
KG	27.2 cm	6.79 m	6.48 m
K _{xx}	39.9 cm	9.98 m	9.81 m
K _{yy}	53.1 cm	13.28 m	12.86 m
K _{zz}	59.4 cm	14.85 m	(14.85 m)
水深	166.4 cm	41.6 m	41.6 m

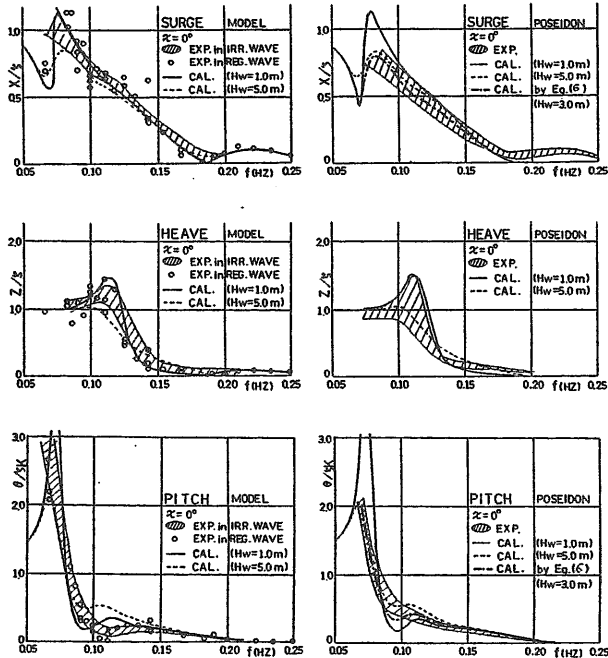


Fig. 56: Amplitudes of response functions of surge, heave and pitch

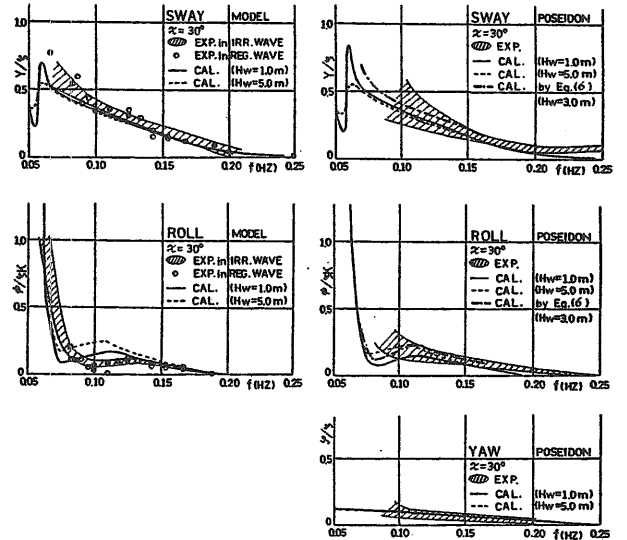


Fig. 57: Amplitudes of response functions of sway, roll and yaw

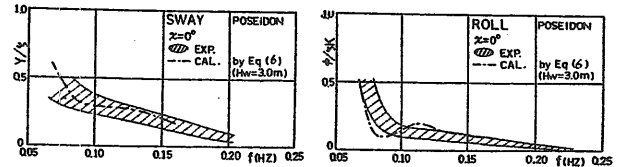


Fig. 58: Amplitudes of response functions of sway, roll in head sea

わち、波の方向分散性を考慮すると真の応答関数の振幅は

$$\bar{G}_k(\omega) = \sqrt{\int_{-\pi}^{\pi} |G_k^{(1)}(\omega, \chi)|^2 D(\omega, \chi) d\chi} \quad (135)$$

で与えられる。上式より推算した値が Fig. 57 に一点鎖線で示されている。ここでは方向分布関数として光易型として $s_{max} = 10$ を使用した。一方向波と仮定した場合よりも実測値により近いことがわかる。さらに主方向が船首方向の時の sway, roll の応答関数の振幅を Fig. 58 に示す。実測値の傾向を良く表している。

動揺シミュレーション

シミュレーションモデル 最終的なシミュレーション方程式 (yaw は考慮しない) は以下の通りである。

$$\begin{aligned} & \sum_i^5 (M_{ki} + m_{ki}(\infty)) \ddot{X}_i + \int_{-\infty}^t K_{ki}(t-\tau) \dot{X}_i(\tau) d\tau \\ & + N_{ki}^{(1)} \dot{X}_i + N_{ki}^{(2)} \dot{X}_i |\dot{X}_i| + (a_{ki} + b_{ki}) X_i \\ & = F_k^{(1)}(t) + F_k^{(2)}(t) + F_k^w(t) \end{aligned} \quad (136)$$

ただし、 M_{ki} は浮体の質量行列、 $m_{ki}(\infty)$ は付加質量行列、 K_{ki} はメモリー影響関数、 $N_{ki}^{(1)}$ 及び $N_{ki}^{(2)}$ は粘性流体力係数行列で自由動揺試験から得られたものを使用する。 a_{ki} 及び b_{ki} は静水圧及び係留ラインによる復原力係数行列、surge

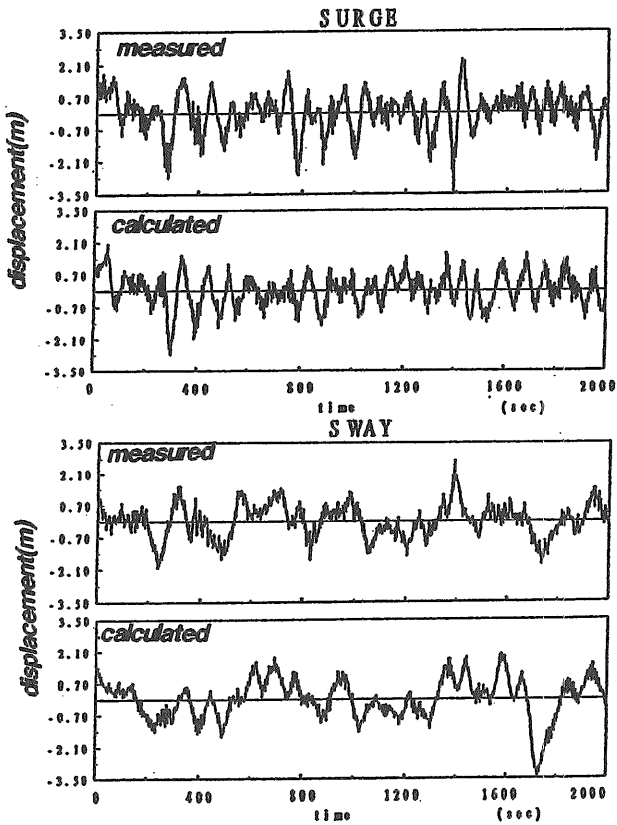


Fig. 59: Comparison between measured time series and simulation

及び sway に対しては自由動揺試験結果を使用する。 $F_k^{(1)}$ は線形波力行列、 $F_k^{(2)}$ は2次の波力行列で surge, heave 及び pitch のみ考慮する。時系列を求めるためには2次元逆FFTが必要になるが、これは2重和を行って求めた。 F_k^w は風による荷重で、surge 及び sway のみ考慮する。波力に関しては、方向分散性を仮定しなければならないが、本シミュレーションの目的が、実機自由動揺試験及びポテンシャル理論で得られる係数から、一方向からの波及び風による surge 及び sway の長周期運動を含む運動の時系列を安全サイドでシミュレートできるか、また、浮体係留システムの安全性評価の点から何を考慮しなければならないかであり、ここでは、波の方向分散性を考慮しない。なお、自然環境条件としては Fig. 48 を使用する。従って、波の主方向は 15° 左舷方向であり、風向は正面である。

運動モードとしては surge, sway, heave, roll 及び pitch を考え、yaw は無視する。

シミュレーション結果との比較 (136)式でシミュレートした結果と実測結果の比較を Fig. 59 に示す。surge 及び sway とともに長周期の運動は両者とも良く一致している。この結果だけでは、wave drift damping の影響はなさそうであるが、有義波高が 3m とかなり低いので wave drift damping を考慮しなくても良いとは断言できない。この図はまた、sway の長周期運動が平均流方向に直角な横方向の変動風によって生じていることを良く表している。Fig. 60 にスペクトル解析の結果を示す。surge, sway とともに両者ほぼ良く一致しているが、0.1Hz 付近ではシミュレーション結果が実測

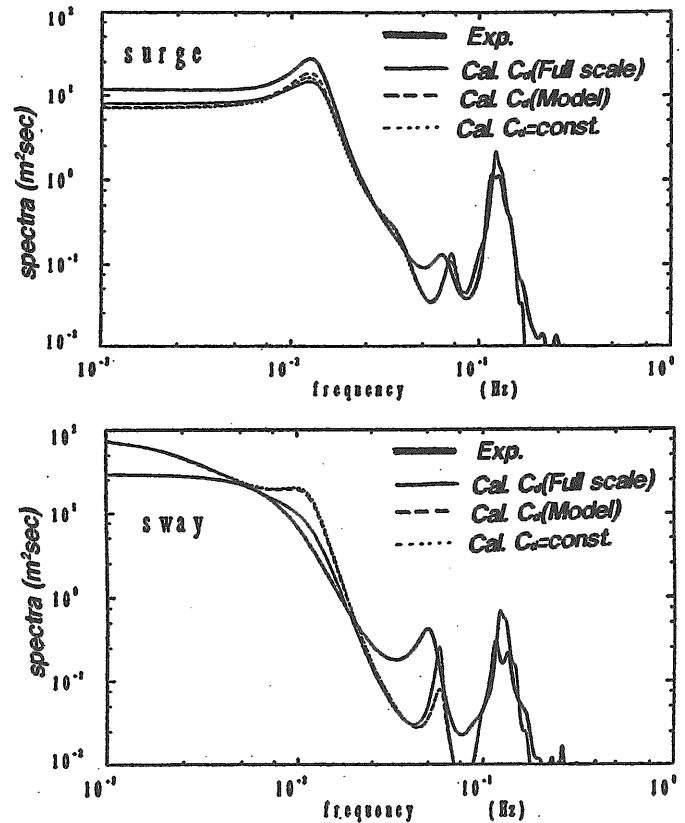


Fig. 60: Comparison of spectra of measured time series and simulations

値よりも大きくなっており、これは波の方向分散性によるものであると考えられる。なお図中の細線、破線等は、粘性減衰力係数として、実機の自由動揺試験結果の C_d を使用したもの(細線)、模型の自由動揺試験結果を使用したもの(破線)、実機 C_d を定係数として近似したもの(点線)を使用してシミュレーションしたものである。それぞれによる差はほとんど無く、定係数の C_d を使用しても良い考えられる。以上一方向波と仮定してもシミュレーション結果と実機計測結果とほぼ良く一致するが、精度を向上させるには方向波の影響を考慮しなければならないと思われる。また、wave drift damping の影響については実海域では確認されていない。

補: wave drift damping 等の影響 実機のデータ解析では、wave drift damping 等の影響が顕著に現れなかった。この影響が、どの波の状態で有意になるか模型試験により検討する。

模型試験 模型試験は、当所の三鷹第二船舶試験水槽(長さ 400m, 幅 18m, 水深 8m、フラップ式油圧駆動造波装置)に於て実施した。係留ラインとしては、実機の水平面のバネ定数とほぼ同じ 2 本の線形ばねを用いた。ばね定数は 1.683 kg/m (実機換算で 0.663 ton/m) である。

長時間の不規則波を発生させるために、次のような方法で長時間不規則波を造波した。まず、市販のランダムノイズ発生器からの白色雑音信号を 24dB/oct の特性を有するバンドパスフィルターを通して有色雑音とし、この信号を造

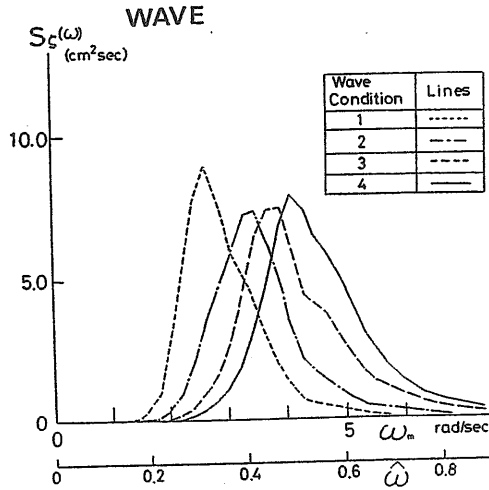


Fig. 61: Wave spectra used for model experiments

Table 8: Statistical values of irregular waves at model experiments

WAVE COND. No.	STATISTICAL			SPECTRAL			DURATION
	Variance (m²)	H _{1/3} (m)	T _{ser} (sec)	m ₀ (m²)	√m ₀ (m)	T ₀₁ (sec)	TIME (hour)
1	0.2527 (0.00124)	1.954 (0.1366)	7.888 (2.086)	0.2396 (0.00172)	1.958 (0.1369)	8.038 (2.126)	2.84 (0.75)
2	0.2311 (0.00113)	1.869 (0.1307)	6.562 (1.735)	0.238 (0.00116)	1.952 (0.1365)	6.628 (1.753)	2.84 (0.75)
3	0.2502 (0.00122)	1.957 (0.1368)	5.477 (1.448)	0.2568 (0.00126)	2.027 (0.1417)	5.606 (1.482)	2.84 (0.75)
4	0.3047 (0.00149)	2.219 (0.1552)	5.006 (1.324)	0.3104 (0.00152)	2.229 (0.1559)	5.045 (1.334)	5.67 (1.5)

() in Model Scale

波機駆動用信号として造波した。造波した不規則波はバンドパスフィルターの中心周波数が、0.4, 0.5, 0.6 及び 0.7 Hz の4種類、造波時間は0.7Hz の場合が90分間で、その他が45分間である。不規則波中の試験時における波との出会角は総て180°の正面波だけである。今回の模型試験に使用した4種類の不規則波のスペクトルを Fig. 61に、それぞれの波の統計量を Table 8に示す。

波浪中に於ける長周期運動の流体力係数の変化の推定 次のような方法で、波浪中における長周期運動時の流体力係数の変化を定量的に調べる。

まず、前後揺れの2次の応答関数を G₂、定常及び変動漂流力の応答関数を G₂^f、外力に対する浮体の応答関数を H_L と置き、瞬時々の波エネルギー-ζ(t)²に対する長周期運動の応答関数 Λ(ω) を導入する。

$$\Lambda(\omega) = \frac{S_{x\zeta^2}/S_{\zeta^2}}{\int S_{\zeta}(\omega-\nu)S_{\zeta}(\nu)G_2^*(\omega-\nu,\nu)d\nu} \quad (137)$$

ここで、S_{xζ²}はζ²と前後揺れ x とのクロススペクトル、S_{ζ²}はζ²のオートスペクトルである。もし G₂^fに Newman 近似が適用できるのであれば、波浪中に於ける外力に対する長

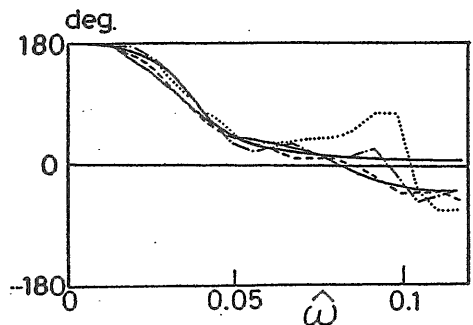
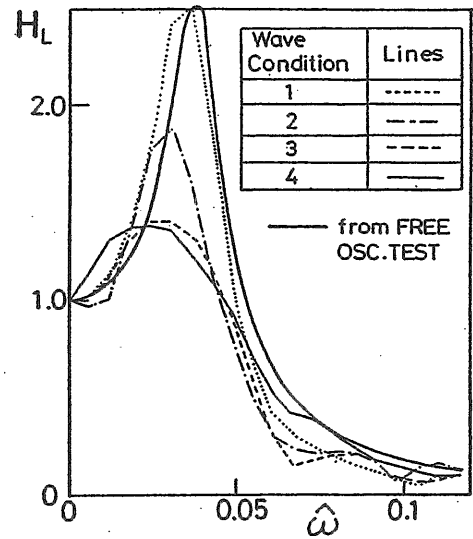


Fig. 62: Linearized transfer function of surge to external forces

周期運動の応答関数 H_Lは次式で表される。

$$H_L = \Lambda(\omega)/\Lambda(0) \quad (138)$$

Fig. 62に (138) 式の関係式から求めた H_Lと静水中自由動揺実験から得られる付加質量と等価線形減衰力から求めた \hat{H}_L

$$\hat{H}_L = \frac{K}{[K - (M + m_{11})\omega^2 + i\omega N_{11}^e]} \quad (139)$$

との比較を示す。図中の細線等は H_Lの結果、実線は \hat{H}_L の結果を表している。なお、H_Lの推定に使用した Λ(0) の値は、次のようにして求めた。

$$\Lambda(0) = \frac{\sigma_{\zeta}^2}{KF^{(2)}} \quad (140)$$

この図から H_Lは \hat{H}_L と傾向的には良く一致するが、長周期運動時の値は静水中自由動揺時の値に対して固有周期が長周期側につれ、減衰力が大きくなっていることが判る。そこで、定量的に波浪中に於ける長周期運動の流体力の変化を調べるため、Fig. 62の H_Lが (138) 式と等価であると仮定し、最小自乗近似法によって m₁₁と N₁₁^eを求めた。その結果を Table 9に示す。この表から、明らかに波浪中の減衰力増加が生じていることが判る。その量は、静水中の値の1.6~1.7倍である。また、見かけ質量が10%程度減少することも判る。

Table 9: Comparison of hydrodynamic coefficients in still water and in slow drift oscillation

Wave cond.	$M_1 + m_{11}/M_1 + m_{11}$	N_{11}^e/N_{11}^e
2	1.0	1.39
3	0.89	1.67
4	0.87	1.65

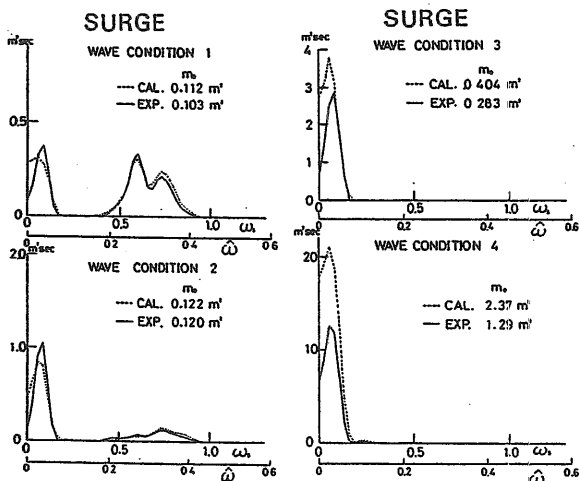


Fig. 63: Comparison of simulated surge spectra and experimental ones

シミュレーション結果と模型実験結果の比較 各 Wave Condition に対する surge のシミュレーション時系列のスペクトルと計測スペクトルの比較を Fig. 63 に示す。なお、計算の刻み幅は計測データのサンプリング時間と同じにした。この図から wave drift damping 等の影響は、波高にも依存するが、波スペクトルのピーク周波数にも依存することがわかる。つまり、波スペクトルのピーク周波数が高くなると長周期運動が波周期の運動に比べて顕著になり、wave drift damping 等の影響が大きくなるが、長周期運動があまり卓越しなければその影響は無視できる。実機の場合は、有義波周期が 7sec であり、wave condition 2 に近いので、wave drift damping 等の影響が大きく現れなかった。

3.7 係留力

係留浮体システムに働く最大係留力を精度良く推定することは、設計上最も重要なテーマである。したがって、係留システムの張力特性については従来から多くの理論的・実験的研究がなされている。特に、深海域用の係留として用いられる索・鎖の係留ラインに対しては、ラインの動揺によって生じる流体力等の動的影響を考慮した張力の推定法や張力が浮体の運動に及ぼす影響など数多く研究が行われているが、実海域で計測された実機データを用いて行った考察例はほとんどない。そこで、以下にポセイドン号によ

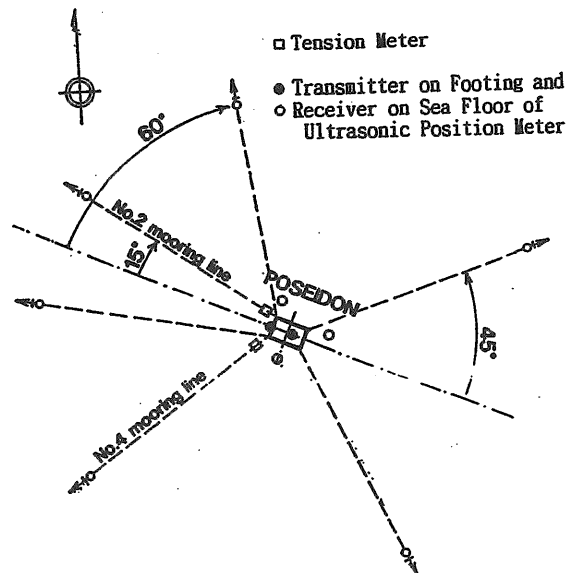


Fig. 64: Arrangement of mooring lines, tension meter

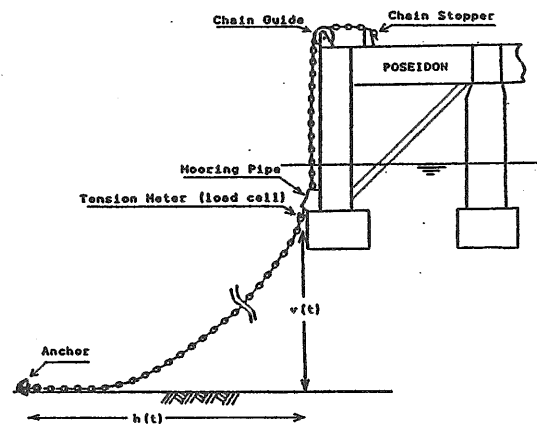


Fig. 65: Mooring system

り取得されたデータを基に係留ラインに働く張力特性について考察する。

実機の係留力の時系列シミュレーション まず、実測値を用いて時系列シミュレーションを行い、計測された張力と比較することで調査する。シミュレーション手法としては、係留ラインに働く流体力として、付加質量及び抗力を考慮して動的張力を計算する場合、普通ランプドマス法等の数値計算法が使用される。しかし、この方法は非常に長い計算時間を必要とし、実用的ではない [45]。係留ラインの動的影響を考慮した簡易計算法として小寺山 [46]、島田等 [47] 及び著者等 [48] の方法がある。(以後単に簡易計算法と呼ぶ) なお、Fig. 64 に係留ラインの配置を、また Fig. 65 に張力計の設置状況を示す。ここではまず、静的カテナリー理論及び簡易計算法によって時系列シミュレーションを試みる。次にその計算法の改良を小寺山等が示した方法にて行う。

静的カテナリー理論によるシミュレーション まず、係留点の運動の時系列により、係留点とアンカー点との水

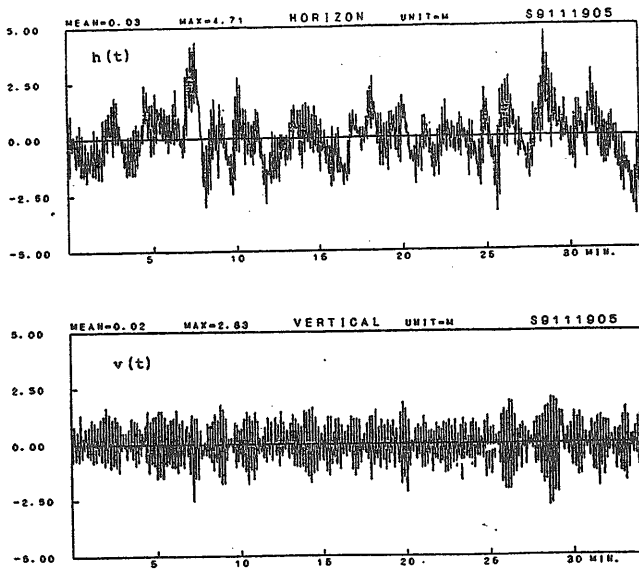


Fig. 66: Vertical and horizontal displacements at No.4 mooring point

平距離 $h(t)$ 及び垂直距離 $v(t)$ の時系列を求める。これらの値及び係留ラインの長さ単位長さ当たりの水中重量から静的カタナリ理論により時々刻々の張力が計算される。こうして求めた張力の時系列を長周期成分(周期40秒以上)と短周期成分(40秒以下)に分離し、実測された時系列のそれぞれと比較した。その結果、長周期成分は静的カタナリ計算で十分精度良くシミュレートできるが、短周期成分は実測値と一致せず、位相ずれがあり、実測値には係留ラインの動的影響が含まれる可能性がある。

簡易計算法によるシミュレーション 簡易計算法とは、係留ラインの運動を微小振幅の準静的運動と仮定して係留ラインに働く流体力や慣性力を求めるもので、張力は次のように表される。

$$T(t) = \sqrt{T_h^2(t) + T_v^2(t)} \quad (141)$$

ここで、

$$\begin{aligned} T_h(t) = & A_{hh}\ddot{h}(t) + A_{hv}\ddot{v}(t) \\ & + B_{hh}\dot{h}(t)|\dot{h}(t)| + B_{hv}\dot{v}(t)|\dot{v}(t)| \\ & + C_{hh}h(t) + C_{hv}v(t) + D_h \end{aligned} \quad (142)$$

$$\begin{aligned} T_v(t) = & A_{vh}\ddot{h}(t) + A_{vv}\ddot{v}(t) \\ & + B_{vh}\dot{h}(t)|\dot{h}(t)| + B_{vv}\dot{v}(t)|\dot{v}(t)| \\ & + C_{vh}h(t) + C_{vv}v(t) + D_v \end{aligned} \quad (143)$$

上式の右辺第1, 2項は慣性力の項、第3, 4項は抗力成分の項、第5, 6項は復原力、第7項は定常力を表す。各微係数 A_i, B_i, C_i は準静的計算、すなわち、係留点での微小変位による係留ライン各点での変位を静的に求め、それに流体の付加質量係数及び抗力係数を乗じ係留ラインにそって積分する。こうして水平及び垂直方向の微小変位による水平及び垂直方向の張力の微係数が得られる。なお、係留ラインに対し法線方向及び接線方向の質量力係数を1.87、抗力

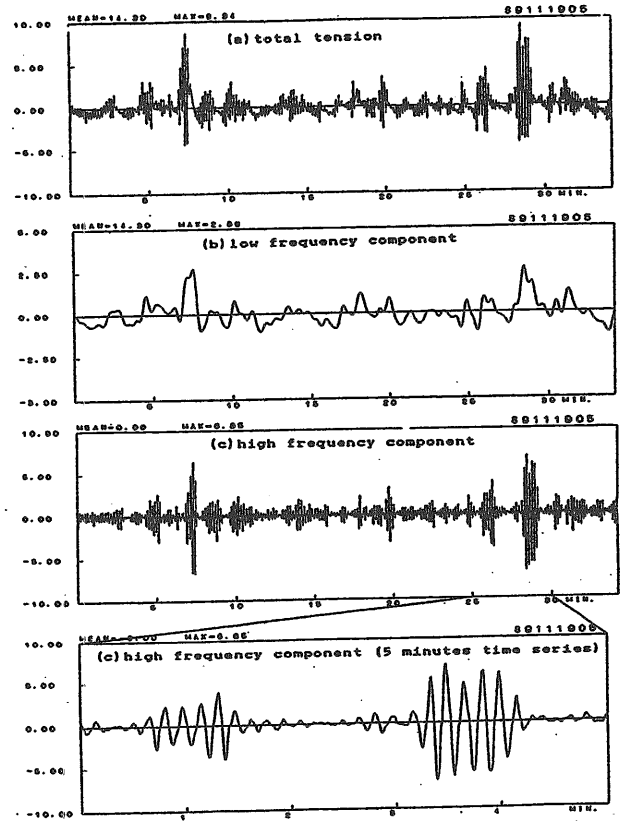


Fig. 67: Measured No.4 line tension

係数をそれぞれの方向にたいし2.20、0.27とした。これらの値は安藤[49]による水槽試験結果を参考にして決めた。

この方法によるシミュレーションの結果について長周期成分、短周期成分に分離し、実測値と比較した。Fig. 67に計測値、Fig. 68に計算値を示す。この場合、静的カタナリ計算の場合と同様に長周期成分力に関して両者は良く一致するが、短周期成分力に関しては位相は一致しているが、振幅は小さい。そこで、上記方法の改良を試みる。(142)及び(143)式の係数 A_i, B_i, C_i は $h(t)$ の平均値、 $v(t)$ の平均値、係留ラインの初期長さ、単位当たりの水中重量等で決まる定数として取り扱われている。しかし、 $h(t)$ は浮体の長周期運動の影響で、長周期の変動に波周期の変動が重ね合わされたものになっているため、微係数を定数として取り扱うのは無理があるように思われる。そこで、 $h(t)$ を長周期成分 $h_L(t)$ と短周期成分 $h_s(t)$ に分離し、 $h(t)$ の長周期成分と $v(t)$ の平均値 \bar{v} に応じて微係数を時々刻々求めることにする。すなわち(142)式及び(143)式を以下のように修正する。

$$\begin{aligned} T_h(t) = & A_{hh}(h_L(t), \bar{v})\ddot{h}_s(t) + A_{hv}(h_L(t), \bar{v})\ddot{v}(t) \\ & + B_{hh}(h_L(t), \bar{v})\dot{h}_s(t)|\dot{h}_s(t)| + B_{hv}(h_L(t), \bar{v})\dot{v}(t)|\dot{v}(t)| \\ & + C_{hh}(h_L(t), \bar{v})h(t) + C_{hv}(h_L(t), \bar{v})v(t) + D_h(h_L(t)) \end{aligned} \quad (144)$$

$$\begin{aligned} T_v(t) = & A_{vh}(h_L(t), \bar{v})\ddot{h}(t) + A_{vv}(h_L(t), \bar{v})\ddot{v}(t) \\ & + B_{vh}(h_L(t), \bar{v})\dot{h}(t)|\dot{h}(t)| + B_{vv}(h_L(t), \bar{v})\dot{v}(t)|\dot{v}(t)| \\ & + C_{vh}(h_L(t), \bar{v})h(t) + C_{vv}(h_L(t), \bar{v})v(t) + D_v(h_L(t)) \end{aligned} \quad (145)$$

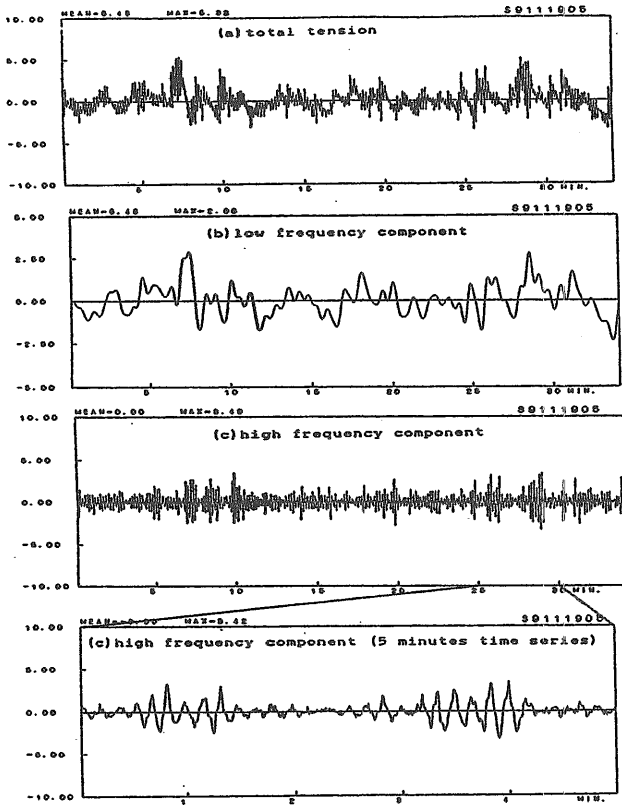


Fig. 68: No.4 line tension simulated by approximate calculation method

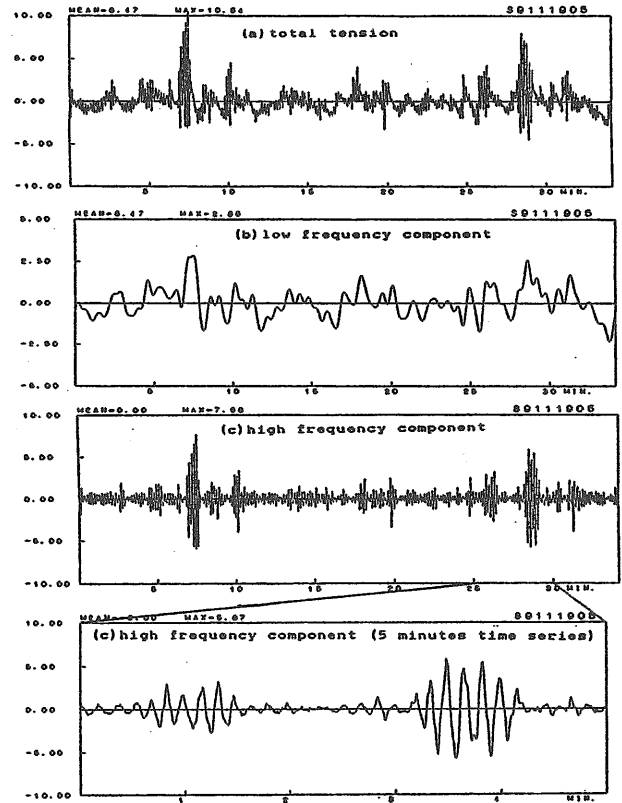


Fig. 69: No.4 line tension simulated by modified approximate calculation method

上記表現が可能であるためには $h(t)$ が長周期成分 $h_L(t)$ と短周期成分 $h_s(t)$ に分離できることが必要であるが、Fig. 71 に示すように $h(t)$ は周期 15 秒から 40 秒の間でほとんど有意なパワーを持たないため、十分に分離可能である。本計算では分離周期を 40 秒とした。微係数を時々刻々求める方法として、始めに h_L の変動範囲を考慮して 10 数点計算しておき、それを使用して時々刻々補間して求めた。

こうして求めた張力の時系列の結果を Fig. 69 に示す。実測結果である Fig. 67 と比較すると両者は非常に良く一致する。

変動張力のスペクトル 前節において改良された簡易計算法 (MAM) の結果と実測値は良く一致することが確かめられた。このことは、計算法の妥当性と同時にポセイダ号の運動及び張力が精度良く計測されていることを意味している。そこで、以下において、変動張力に対し係留ラインの動的効果及び浮体の長周期運動がどのように影響するかをスペクトル解析及び統計解析を行って調べることとする。対象とするデータは 1989 年 11 月 19 日に計測された 3 時間の連続データである。このときの有義波高は約 4.5m であった。まず、長周期運動が張力にどのような影響を及ぼすかを調べるために、 $h(t)$ から長周期成分を除いた $h_s(t)$ と $v(t)$ を用いて、静的計算、単純簡易法による動的計算及び改良された簡易法によるシミュレーションを行った。Fig. 70 はその結果を示す。この図から長周期運動がなくなると短周期の変動張力の振幅も若干小さくなることがわかる。Fig. 71 はシミュレーション結果も含めた変動張力

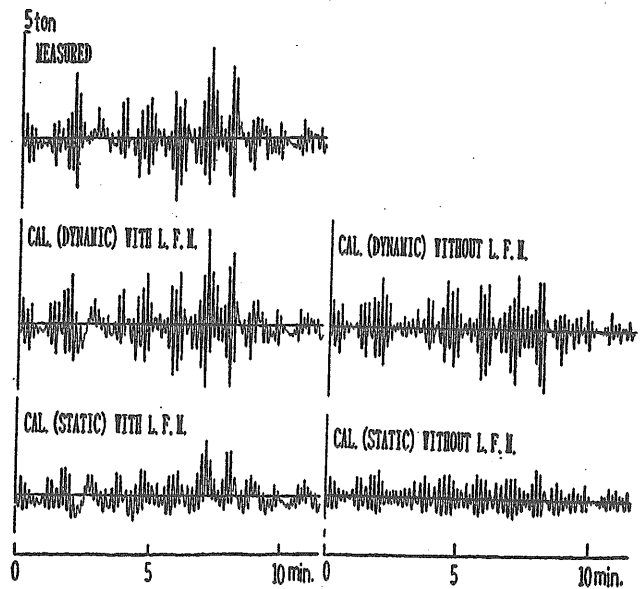


Fig. 70: Time series of measured and simulated tensions

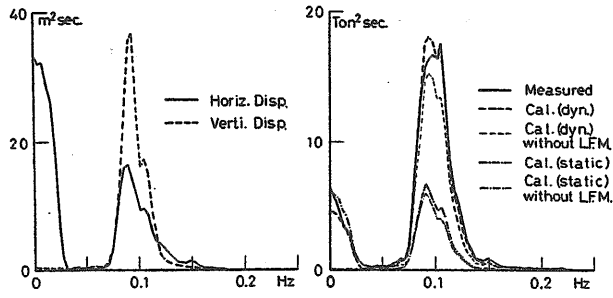


Fig. 71: Spectra of $h(t)$, $v(t)$ and No.4 line tension

のスペクトルを示す。この図から以下のことがわかる。

- (1) 動的計算による結果と実測値は、長周期成分、短周期成分ともに良く一致する。
- (2) 水平距離変動 $h(t)$ の長周期成分は短周期成分とほぼ同等のパワーを有しているが、張力の長周期成分のパワーは短周期成分のそれより小さい。
- (3) しかし、静的計算ではそれらは同等である。
- (4) 長周期成分を除いた計算では短周期成分のパワーも若干小さくなる。

4 非線形確率統計予測法

確率論的方法では、*Cartwright-Longuet-Higgins* [31] が線形応答についての極値の確率密度を求める式を誘導し、応答の分散と応答スペクトルのバンド幅パラメータによって確率密度が表せることを示している。従って、線形応答の場合は、入射波に対する応答の周波数応答関数さえ求めれば、極値の各種統計量は求められる。しかしながら、長周期運動のような波に対する2次の非線形応答を含む場合にはこの方法は適用できず、過小評価することが知られている [50]。このような2次の非線形応答の予測の問題に対し、最初に確率予測法を適用したのは *Neal* [51] である。彼は *Kac-Siegert* [52] が電気工学の分野で開発した方法を使用してその応答の特性関数の closed form solution を見いだした。*Kac-Siegert* が開発した理論は、応答過程が任意の正規過程を入力とする2項までのボルテラ汎関数級数で表されるとすると、応答過程は標準正規型確率変数列の2次形式の和で表されることに基づいている。従って、2次形式の和で表される応答過程の特性関数を求める問題は、積分方程式の固有値及び固有関数を求める問題に帰着できる。特性関数と確率密度関数はフーリエ変換対を成すため、*Neal* の方法は有用であるが、しかし、そのままでは解析的に求めることができないばかりか、数値的にも、複素変数の平方根を含む積分を有するために評価できない。

Naess [53,54,55] は長周期応答の確率予測の問題に対し、slow drift approximation を導入した。すなわち、2次の波力の QTF に対し2成分波の和の周波数応答を無視すると、特性関数を求める積分方程式の固有値は2重固有値となり、応答の確率密度関数は、レイリー過程列の自乗和で表されることを示した。しかしながら、この方法では線形応答を無視しておりそのままでは使用することはできない。

Vinje [56,57] 及び日根野 [58] はキュムラントの Taylor 展開から、線形応答が2次の長周期応答に比べて大きい場

合の応答及び極値の確率密度関数を求めている。この方法は、基本的にはガウス分布を基底として確率分布を展開する *Gram-Charlier* 展開と等価であり、もし有限項で打ち切ると負の確率密度が発生する等物理的に不合理である。

Winterstein [59,60] は、確率密度関数を展開するのではなく、確率変数を理想確率変数(正規確率変数)で展開する方法によって非線形応答の確率密度関数及び極値予測を行う方法を開発している。この方法は、一般に *Wiener-Hermite* 展開と呼ばれるものの3項までで打ち切ったものに対応する。応答自身の統計量は既知であるが、応答が多変数の入力の非線形相互作用で起こっている場合に有効な手法であると言われている。しかしながら、応答自身を現象とはまったく異なる理想確率変数(正規確率変数)で表すために、入力と出力の関係がまったく判らないため完全な予測理論ではない。つまり、応答自身の統計量がある程度シミュレーション等から見いださなければならない。

一方、著者の一人 [61] は、線形応答と長周期の2次の応答を含む全2次応答の確率予測に関し、ガンマ分布近似法を提案した。この方法は、純2次応答や弱非線形応答を仮定しない一般の場合に適用できるもので、ガンマ分布を基底とする確率分布関数の *Laguerre* 展開と等価である。この級数は *Gram-Charlier* 展開と比べて一樣収束性が保証されていること、負の確率密度が発生しないこと等がこの方法の優れている点である。この方法の有効性を木下 [62] らは、模型実験との比較から示している。

また、極値統計量を推定するためには応答変位及び応答速度の結合確率密度関数を必要とする。これを求めることは非常に難しくさまざまな近似がなされる。しかしながら、応答速度と応答変位は独立であると仮定して求める手法が、工学的には良く用いられる。

まず、本章では外力に対する係留浮体の一般の2次の非線形応答の理論をおさらいし、極値統計予測法についてまとめる。つぎに、ガンマ分布近似法を波と風がある場合の応答予測理論に拡張し、その予測結果と実海域による実機データとの比較から非線形応答の極値予測法を検討する。

最後に、係留力の統計予測に関しては、先のシミュレーションのところで示したように、変動張力が、多変数の入力成分から決定されることから、*Winterstein* の予測法を試みる。

4.1 係留浮体の全2次応答の確率密度関数の推定

(1) 厳密理論 入射波が、ゼロ平均のガウス確率過程とするとき構造物の非線形応答は入射波の2次のオーダーまで考慮するとつぎのような2項ボルテラ級数で展開される。

$$X(t) = X^{(1)} + X^{(2)} \quad (146)$$

ここで、右辺第1項は線形項で次式で与えられる。

$$X^{(1)} = \int_{\tau} g_1(\tau) \zeta(t - \tau) d\tau \quad (147)$$

また、右辺第2項は2次の非線形応答を表し次式で与えられる。

$$X^{(2)} = \int_{\tau_1} \int_{\tau_2} g_2(\tau_1, \tau_2) \zeta(t - \tau_1) \zeta(t - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \quad (148)$$

(147) 及び (148) 式中の $\zeta(t)$ は、ゼロ平均ガウス確率過程である水面上昇量を表す。核関数 g_1 は線形インパルス応答関数であり、核関数 g_2 は、線形インパルス応答関数の類似から2次のインパルス応答関数と呼ばれる。

これらのインパルス応答関数が連続で絶対可積分であると仮定すれば、フーリエ変換が可能であり、前の章で示したようなフーリエ変換対を持つ。

Kac - Siegert に従うと2次までの非線形応答 X は、つぎのように、同一の確率分布に従う確率変数 $\{W_j\}$ の2次形式の和で表示可能である。

$$X(t) = \sum_j c_j W_j(t) + \sum_j \lambda_j W_j^2(t) \quad (149)$$

ここで、 W_j は標準正規型確率変数列 (ゼロ平均、分散1で互いに独立) である。 λ_j は、つぎの積分方程式

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(\omega_1, \omega_2) \Psi_j(\omega_2) d\omega_2 = \lambda_j \Psi_j(\omega_1) \quad (150)$$

を満たす固有値であり、 c_j は、線形応答を表すパラメータで、次式から求められる。

$$c_j = \int_{-\infty}^{\infty} G_1(\omega) \sqrt{S_\zeta(\omega)} \Psi_j^*(\omega) \quad (151)$$

ここで、* は複素共役を意味し、 S_ζ は two-sided 型の波スペクトルである。方程式 (150) の Ψ_j は、次式を満たす直交固有関数列である。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi_j(\omega) \Psi_k^*(\omega) d\omega = \begin{cases} 1 & , j = k \\ 0 & , j \neq k \end{cases} \quad (152)$$

また、核関数 $K(\omega_1, \omega_2)$ は次式で定義され、Hermite 性を有する。

$$K(\omega_1, \omega_2) = \sqrt{S_\zeta(\omega_1) S_\zeta(\omega_2)} G_2(\omega_1, \omega_2) \quad (153)$$

固有値 λ_j とパラメータ c_j が既知のとき、確率密度関数は次式で与えられる。

$$p_X(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-ixs) \phi_X(s) ds \quad (154)$$

ここで、 ϕ_X は特性関数を表し次式で与えられる。

$$\phi_X(s) = \prod_{j=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{1 - 2i\lambda_j s}} \exp\left[-\frac{c_j^2 s^2}{2(1 - 2i\lambda_j s)}\right] \quad (155)$$

(154) 式から、平均、分散及び高次キュムラント等の統計量は

$$\begin{aligned} k_1 &= \bar{X} = E[X(t)] = \sum \lambda_j \\ k_2 &= \sigma_X^2 = \sum c_j^2 + 2 \sum \lambda_j^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 \\ k_m &= \sum 2^{m-1} (m-1)! \lambda_j^m + \sum m! \lambda_j^{m-2} c_j^2 \\ &\quad \text{for } m \geq 3 \end{aligned} \quad (156)$$

で与えられる。Kac - Siegert [52] と Neal [51] は式 (154) 式で表される確率密度関数は closed form で与えられず、数値計算が必要であると結論づけている。これは確かに事実であるが、特殊な近似が成り立つ場合には closed form solution が存在し得る場合がある。

(2) NAESS の近似 Naess [53,54,55] は係留浮体の長周期運動では、2次応答の内2成分波の和の周波数成分が差の周波数成分に比べて非常に小さいことから、つぎの slow drift approximation を導入した。

$$G_2(\omega_1, \omega_2) = 0 \quad \text{as } \omega_1 \cdot \omega_2 > 0$$

つまり

$$K(\omega_1, \omega_2) = 0 \quad \text{for } \omega_1 \cdot \omega_2 > 0 \quad (157)$$

この時、積分方程式 (150) は、

$$\int_0^{\infty} K(\omega_1, \omega_2) \bar{\Psi}_j(\omega_2) d\omega_2 = \bar{\lambda}_j \bar{\Psi}_j(\omega_1) \quad \text{for } \omega_1 \geq 0 \quad (158)$$

固有値は、

$$\lambda_{2j-1} = \lambda_{2j} = \bar{\lambda}_j \quad (159)$$

となるので、これは2重固有値問題である。固有関数は、

$$\Psi_{2j-1}(\omega) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{\Psi}_j(\omega) & , \omega \geq 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{\Psi}_j^*(\omega) & , \omega < 0 \end{cases} \quad (160)$$

$$\Psi_{2j}(\omega) = \begin{cases} -\frac{i}{\sqrt{2}} \bar{\Psi}_j(\omega) & , \omega > 0 \\ 0 & , \omega = 0 \\ \frac{i}{\sqrt{2}} \bar{\Psi}_j^*(\omega) & , \omega < 0 \end{cases}$$

となるので、 W_{2j-1} と W_{2j} は Hilbert 変換対になり

$$R_j(t) = \sqrt{W_{2j-1}^2 + W_{2j}^2} \quad (161)$$

はレイリー過程である。もし、線形応答が2次の応答に比べて小さければ、 $c_j \equiv 0$ であり、また有限固有値であると仮定すれば、純2次応答の確率密度関数はつぎのように closed form で与えられる。

$$p_X(x) = \begin{cases} \sum \frac{l_j}{2\lambda_j} \exp\left(-\frac{x}{2\lambda_j}\right) & , x \geq 0 \\ \sum \frac{l_j}{2|\lambda_j|} \exp\left(\frac{x}{2|\lambda_j|}\right) & , x < 0 \end{cases} \quad (162)$$

ここで、

$$l_j = \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N \frac{1}{(1 - \frac{\lambda_k}{\lambda_j})} \quad (163)$$

であり、固有値はつぎのように正と負の2つのグループに分けられる。 $(\lambda_j, j = 1, \dots, M, \text{ for } \lambda_j > 0 \text{ と } \lambda_j, j = M+1, \dots, N, \text{ for } \lambda_j < 0)$

(3) 近似理論

(i) Gram-Charlier 展開法 もし、応答過程が弱非線形であれば、応答の瞬時値確率密度関数は、Gram-Charlier 展開 (展開第一項が正規確率密度関数) で表される。これについて簡単に紹介しよう。

もし、固有値 λ_j がパラメータ c_j に比べてかなり小さければ、 X はガウス分布に近づく事が予想される。そこで、 $X - E[X]$ を Z で置き換え次式で定義される誤差 $p_\epsilon(z)$ を導入すると

$$p_\epsilon(z) = p_X(z) - N(0, \sigma_X^2) \quad (164)$$

で表される。ここで、 $N(0, \sigma_X^2)$ はゼロ平均、分散 σ_X^2 をもつ正規密度関数である。もし、 p_ϵ を重み関数 $\{w(z)h_n(z)\}$ を持つ直交関数族で展開すれば、それはつぎのように表される。

$$p_\epsilon(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n h_n(z) w(z) \quad (165)$$

ここで、

$$\alpha_n = \int_{-\infty}^{\infty} h_n(z) p_\epsilon(z) dz \quad (166)$$

$w(z)$ が正規確率密度関数である場合は、良く知られたように $h_n(z)$ は Hermite 多項式で表される。Hermite 多項式の性質から、最終的に応答 X の確率密度関数はつぎの展開形で与えられる。

$$p_X(x) \simeq \frac{1}{2\pi\sigma_X} \left[1 + \sum_{n=3}^{\infty} \frac{\bar{b}_n}{n! \sigma_X^n} H_n \left\{ \frac{x - \bar{X}}{\sigma_X} \right\} \exp \left(-\frac{x - \bar{X}}{2\sigma_X^2} \right) \right] \quad (167)$$

これは、Gram-Charlier 展開と呼ばれ統計学ではしばしば現れる。この式の中の \bar{b}_n は高次モーメントを表し、

$$\bar{b}_n = E[(x - \bar{X})^n] \quad \text{for } n \geq 3 \quad (168)$$

で与えられる。また、これらは周波数領域の積分形でも与えられる。この方法は、高次モーメントを求めれば応答の確率密度関数がただちに求められる点で利点があるが、この展開級数は常に収束するとはかぎらずまた、有限項で打ち切ると負の確率密度が生じる可能性があるので注意が必要である。負の確率密度が生じる事は物理的に考えて不合理である。

(ii) ガンマ分布近似 もし、固有値の数が有限であるとすれば、(149) 式から応答 $X(t)$ は次の2つの確率過程に分離できる。

$$X(t) = Z_1 + Z_2 \quad (169)$$

ここで、

$$Z_1 = \sum_{j=1}^M (c_j W_j + \lambda_j W_j^2) \quad (170)$$

$$Z_2 = \sum_{j=M+1}^N (c_j W_j + \lambda_j W_j^2) \quad (171)$$

このとき、確率過程 Z_1 と Z_2 は互いに独立である (e.g. Papoulis [63])。もし、時間を固定し、 $c_j \equiv 0$ であれば、 Z_1 は常に正の値をとる確率変数になり、一方 Z_2 は常に負である確率変数になる。この場合、連続確率分布の近似理論により Z_1 と Z_2 は、一般化 Laguerre 多項式の級数で展開できることが数学的に証明される [64]。この級数の初項は2パラメータを持つガンマ pdf である。例えば、もし $Y = \lambda_1 W_1^2 + \dots + \lambda_n W_n^2$ とおき、 $\lambda_j > 0 (j=1, \dots, n)$ を考えると、 Y の pdf は次のような一様収束する級数で表される。

$$p_Y(x) = p_\gamma(x, 2\theta; \frac{\nu}{2}) \left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} B_k L_k^{(\frac{\nu}{2}-1)} \left(\frac{x}{2\theta} \right) \right] \quad (172)$$

ここで、 p_γ は2パラメータ (θ と ν) をもつガンマ pdf である。 $L_k^{(\frac{\nu}{2})}$ は一般化 Laguerre 多項式であり、 B_k は Laguerre 多項式の直交性から決定される係数を表す。パラメータ θ

と ν は未知であるので、これらを係数 B_1 と B_2 が0となるように決定すれば、 p_γ は p_Y に対する2次の近似解を与える。つまり、 p_Y の1次及び2次モーメントは p_γ のそれと一致する。同様の近似が $c_j \neq 0$ の場合にも適用される。(170) 式の Z_1 を次のように変換すれば

$$Y_1 = Z_1 + \sum \frac{c_j}{4\lambda_j} = \sum \lambda_j V_j^2$$

$$V_j = W_j + \frac{c_j}{2\lambda_j} \quad (173)$$

(173) 式は $c_j = 0$ の場合と同じように正規確率変数の2次形式の形を取る。ただし、 $E[V_j(t)] = \frac{c_j}{2\lambda_j} \neq 0$ である。このとき、 $V_j^2(t)$ の pdf は非心 χ^2 pdf となり、 V_j は互いに独立である。従って、 Y の pdf は非心 χ^2 pdf の級数形で表される。非心 χ^2 pdf は一般化 Laguerre 多項式でも表されるので、 Y の pdf はまたガンマ pdf を初項とする一般化 Laguerre 多項式の級数で (172) 式のように表される。しかしながら、1次と2次応答間の統計的相互干渉は、3次以上の高次モーメントで起こる ((156) 式参照)。それゆえ、2次までの pdf の近似では不十分である。そこで、2次までの pdf の近似を少なくとも3次まで拡張する必要がある。まず、次のような3パラメータ (θ, ν, δ) を有するガンマ pdf を考える。

$$p_\gamma(x, \delta, 2\theta; \frac{\nu}{2}) = \frac{1}{(2\theta)^{\nu/2} \Gamma(\nu/2)} (x - \delta)^{\nu/2-1} \exp \left(-\frac{x - \delta}{2\theta} \right) U(x - \delta) \quad (174)$$

ここで、 $U(x - \delta)$ は階段関数であり、次の関係を満たす。

$$U(x - \delta) = \begin{cases} 1 & x \geq \delta \\ 0 & x < \delta \end{cases} \quad (175)$$

θ はガンマ pdf の母数、 ν は自由度を表す。

対応する特性関数 (cf) は

$$\phi_\gamma(u, \delta, 2\theta; \nu/2) = \frac{1}{(1 - 2i\theta u)^{\nu/2}} \exp(i\delta u) \quad (176)$$

と表される。 Z_1 のキュムラント母関数とガンマ pdf に従う確率変数のキュムラント母関数の差をとり、

$$\Delta \equiv \log \phi_{Z_1} - \log \phi_\gamma$$

$$= -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^M \log(1 - 2i\lambda_j u) + \frac{\nu_1}{2} \log(1 - 2i\theta_1 u)$$

$$- \sum_{j=1}^M \frac{c_j^2 u^2}{2(1 - 2i\lambda_j u)} - i\delta_1 u \quad (177)$$

$iu = \frac{\xi_1}{1 + 2\theta_1 \xi_1}$ を代入すれば、

$$\Delta \equiv -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^M \log[1 - 2(\lambda_j - \theta_1)\xi_1]$$

$$+ \frac{M - \nu_1}{2} \log(1 + 2\theta_1 \xi_1)$$

$$+ \sum_{j=1}^M \frac{c_j^2}{2} \left[\frac{\xi_1^2}{\{1 - 2(\lambda_j - \theta_1)\xi_1\}(1 + 2\theta_1 \xi_1)} \right]$$

$$- \frac{\delta_1 \xi_1}{(1 + 2\theta_1 \xi_1)} \quad (178)$$

を得る。もし、 θ_1 が $2\theta_1 > \max \lambda_j (j = 1, \dots, M)$ を満たすように取られるとすれば、すべての ξ_1 に対し、

$$|2(\lambda_j - \theta_1)\xi_1| \leq |2\theta_1\xi_1| \leq 1$$

を満足する。それゆえ、 Δ は $2\theta_1\xi_1$ に関し一様収束するべき級数に展開できる。

$$\begin{aligned} \Delta &= \left(\sum \lambda_j - \nu_1 \theta_1 - \delta_1 \right) \xi_1 \\ &+ \left(\sum \lambda_j^2 - 2 \sum \lambda_j \theta_1 + \nu_1 \theta_1^2 + \sum \frac{c_j^2}{2} + 2\theta_1 \delta_1 \right) \xi_1^2 \\ &+ \left[\frac{3}{4} \left(\sum \lambda_j^3 - 3 \sum \lambda_j^2 \theta_1 + 3 \sum \lambda_j \theta_1^2 - \nu_1 \theta_1^3 \right) \right. \\ &- 4\theta_1^2 \delta_1 + \sum \lambda_j c_j^2 - 2 \sum c_j^2 \theta_1 \left. \right] \xi_1^3 \\ &+ O(\{2\theta_1\xi_1\}^4) \end{aligned} \quad (179)$$

上式右辺第 1、2、3 項を消去するように $\theta_1, \nu_1, \delta_1$ を決めれば、各パラメータは

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \frac{4 \sum \lambda_j^3 + 3 \sum \lambda_j c_j^2}{4 \sum \lambda_j^2 + 2 \sum c_j^2} \\ \delta_1 &= \sum \lambda_j - \frac{(2 \sum \lambda_j^2 + \sum c_j^2)^2}{4 \sum \lambda_j^3 + 3 \sum \lambda_j c_j^2} \\ \nu_1 &= \frac{2(2 \sum \lambda_j^2 + \sum c_j^2)^3}{(4 \sum \lambda_j^3 + 3 \sum \lambda_j c_j^2)^2} \end{aligned} \quad (180)$$

と決定される。*Naess* によって導入された slow drift approximation を導入すると、各パラメータはそれぞれ、

$$\bar{\delta}_1 = 2\delta_1 \quad (181)$$

$$\bar{\nu}_1 = 2\nu_1 \quad (182)$$

$$\bar{\theta}_1 = \theta_1 \quad (183)$$

となる。すなわち、 Z_1 の pdf の近似解は次式で与えられる。

$$p_{Z_1}(x) \simeq p_\gamma(x, \bar{\delta}_1, 2\bar{\theta}_1; \bar{\nu}_1/2) \quad (184)$$

この解は、3 次までのモーメントが厳密解に一致するので、 p_{Z_1} の 3 次近似解である。

厳密解は以下に示すように、一般化 *Laguerre* 多項式の級数形で表される。

(179) 式から、 Z_1 の特性関数は次式で表される。

$$\begin{aligned} \phi_{Z_1} &= \phi_\gamma(u, \bar{\delta}_1, 2\bar{\theta}_1; \bar{\nu}_1/2) \exp\left[\sum_{n=4}^{\infty} A_n \xi_1^n\right] \\ &= \phi_\gamma \sum_{k=0}^{\infty} B_k \xi_1^k \end{aligned} \quad (185)$$

ここで、 $B_0 = 1, B_1 = B_2 = B_3 = 0$ を課す。

次の関係式を用いると

$$\frac{\partial^k}{\partial \theta_1^k} \phi_\gamma = \bar{\nu}_1(\bar{\nu}_1 + 2) \cdots (\bar{\nu}_1 + 2k - 2) \xi_1^k \phi_\gamma \quad (186)$$

$$\phi_{Z_1} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{B_k}{\bar{\nu}_1(\bar{\nu}_1 + 2) \cdots (\bar{\nu}_1 + 2k - 2)} \frac{\partial^k}{\partial \theta_1^k} \phi_\gamma \quad (187)$$

となる。右辺の偏微分は

$$\frac{\partial^k}{\partial \theta_1^k} \phi_\gamma = \frac{(-1)^k e^{i\bar{\delta}_1 u}}{\bar{\theta}_1^k \Gamma(\bar{\nu}_1/2)} \int_0^\infty e^{2iu\bar{\theta}_1 x} \frac{\partial^k}{\partial x^k} (e^{-x} x^{\bar{\nu}_1/2+k-1}) dx \quad (188)$$

のような積分形で表される。これを *Laguerre* 陪多項式

$$L_r^{(\alpha)}(x) = \frac{e^x x^{-\alpha}}{r!} \frac{d^r}{dx^r} (e^{-x} x^{r+\alpha}) \quad (189)$$

(ただし、 $\alpha > -1, r = 0, 1, 2, \dots$) を使用して書き直すと

$$\begin{aligned} \frac{\partial^k}{\partial \theta_1^k} \phi_\gamma &= \frac{(-1)^k}{\bar{\theta}_1^k \Gamma(\bar{\nu}_1/2)} \int_{\bar{\delta}_1}^\infty k! \exp\left(-\frac{s - \bar{\delta}_1}{2\bar{\theta}_1}\right) \\ &\left(\frac{s - \bar{\delta}_1}{2\bar{\theta}_1}\right)^{\bar{\nu}_1/2-1} L_k^{(\bar{\nu}_1/2-1)}\left(\frac{s - \bar{\delta}_1}{2\bar{\theta}_1}\right) e^{i u s} \frac{ds}{d\bar{\theta}_1} \end{aligned} \quad (190)$$

が導かれる。結局 Z_1 の pdf の厳密解は次のようになる。

$$\begin{aligned} p_{Z_1} &= p_\gamma(x, \bar{\delta}_1, 2\bar{\theta}_1; \bar{\nu}_1/2) \left[1 + \sum_{k=4}^{\infty} B_k \frac{(-1)^k k! \Gamma(\bar{\nu}_1/2)}{\bar{\theta}_1^k \Gamma(\bar{\nu}_1/2 + k)} \right. \\ &\times \left. L_k^{(\bar{\nu}_1/2-1)}\left(\frac{x - \bar{\delta}_1}{2\bar{\theta}_1}\right) \right] \end{aligned} \quad (191)$$

展開係数は、

$$B_k = \frac{\bar{\theta}_1^k}{(-1)^k} E[L_k^{(\bar{\nu}_1/2-1)}\left(\frac{x - \bar{\delta}_1}{\bar{\theta}_1}\right)] \quad (192)$$

となる。4 次以上のモーメントが必要である場合には (191) 式を使用すればよい。次に、 $-Z_2$ の pdf も同様に

$$p_{Z_2}(x) \simeq p_\gamma(x, \bar{\delta}_2, 2\bar{\theta}_2; \bar{\nu}_2/2) \quad (193)$$

と近似できる。

この結果は、全 2 次応答過程 $X(t)$ が、3 パラメータを有するガンマ分布に従う 2 つの独立な確率変数の差で近似できることを意味している。したがって、畳み込み積分から全 2 次応答過程の近似 pdf は次式で与えられる。

$$p_X(x) = \begin{cases} f(\bar{\theta}_1, \bar{\theta}_2; \bar{\delta}_1, \bar{\delta}_2) \int_0^\infty (z + x - \bar{\delta}_1 + \bar{\delta}_2)^{\bar{\nu}_1/2-1} \\ z^{\bar{\nu}_2/2-1} e^{-az} dz \exp\left(-\frac{x - \bar{\delta}_1 + \bar{\delta}_2}{2\bar{\theta}_1}\right) \\ \text{for } x \geq \bar{\delta}_1 - \bar{\delta}_2 \\ f(\bar{\theta}_1, \bar{\theta}_2; \bar{\delta}_1, \bar{\delta}_2) \int_0^\infty (z - x + \bar{\delta}_1 - \bar{\delta}_2)^{\bar{\nu}_2/2-1} \\ z^{\bar{\nu}_1/2-1} e^{-az} dz \exp\left(\frac{x - \bar{\delta}_1 + \bar{\delta}_2}{2\bar{\theta}_2}\right) \\ \text{for } x < \bar{\delta}_1 - \bar{\delta}_2 \end{cases}$$

ただし、

$$f(\bar{\theta}_1, \bar{\theta}_2; \bar{\delta}_1, \bar{\delta}_2) = \frac{1}{(2\bar{\theta}_1)^{\bar{\nu}_1/2} (2\bar{\theta}_2)^{\bar{\nu}_2/2} \Gamma(\bar{\nu}_1/2) \Gamma(\bar{\nu}_2/2)}$$

$$a = \frac{1}{2\bar{\theta}_1} + \frac{1}{2\bar{\theta}_2}$$

である。上式の被積分関数は多価関数であるが、Cauchy の主値積分を利用すれば数値的に処理することができる。

ガウス分布への収束について もし、固有値 λ_j が c_j に比べて非常に小さい場合、すなわち2次の応答よりも1次(線形)応答が大きい場合には明らかに応答過程 $X(t)$ は正規過程に近づく。この事実を本近似法でも説明できるかどうか以下に調べる。

(180)式から、標準偏差 σ_X と平均 \bar{X} を固定すると

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_1 &= \frac{\sigma_X}{\sqrt{2\hat{\nu}_1}} \\ \hat{\delta}_1 &= \bar{X} - \sqrt{\frac{\hat{\nu}_1}{2}}\sigma_X \end{aligned} \quad (194)$$

の関係が得られる。すなわち、ガンマ pdf のパラメータは互いに独立ではなく、一つだけが独立である。そこで、 $\hat{\nu}_1$ (ガンマ pdf の自由度)を独立変数とし、確率変数 x を z で置き換え、

$$z = \frac{x - \bar{X}}{\sigma_X}$$

$n = \hat{\nu}_1/2$ と置けば、ガンマ pdf は次のように書き直される。

$$p_\gamma(z) = \begin{cases} \frac{\sqrt{n}}{\Gamma(n)}(\sqrt{n}z + n)^{n-1} \\ \times \exp(-\sqrt{n}z - n) & \text{for } z > -\sqrt{n} \\ 0 & \text{for } z \leq -\sqrt{n} \end{cases}$$

$\lambda_j \ll 1$ かつ $n \rightarrow \infty$ のときの上式の漸近挙動を調べる。

Stirling の公式

$$\Gamma(z+1) \simeq \sqrt{2\pi}z^{z+1/2}e^{-z} \quad \text{as } z \rightarrow \infty$$

に注意し、 $\log(1+u)$ の $|u| < 1$ に対する Taylor 展開

$$\log(1+u) = u - \frac{1}{2}u^2 + o(u^2)$$

を使用すると $\log p_\gamma$ は次のように表される。

$$\begin{aligned} \log p_\gamma &= -\log \sqrt{2\pi} + \left\{ -\frac{1}{4n^2} + \frac{1}{3n^2} + \dots \right\} - \frac{z^2}{2} \\ &+ \frac{z^3}{3\sqrt{n}} - \left(\frac{z}{\sqrt{n}} + \frac{z^2}{2n} + \dots \right) + o(1) \end{aligned} \quad (195)$$

もし、 $n \rightarrow \infty$ であれば

$$\log p_\gamma \sim -\log \sqrt{2\pi} - \frac{z^2}{2} + O\left(\frac{z}{\sqrt{n}}\right)$$

すなわち、

$$p_\gamma \sim \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) \quad \text{as } n \rightarrow \infty \quad (196)$$

を得る。これは、 n が十分大きいときは、 p_γ は正規分布に漸近することを意味している。

しかし、tail での正規分布への漸近の速さは緩やかで、 $|z| < \sqrt{n}$ の範囲に対してのみに適用されることに注意が必要である。

4.2 極値分布

確率過程の極値の確率分布の予測は通常、応答過程が狭帯域ガウス過程であるという仮定の基にレイリー分布を使用して行われる。しかしながら、係留浮体システムの場合には応答過程がガウス過程であるという前提条件を満足しないためにレイリー分布を使用することはできない。

非線形定常応答過程の極値分布を厳密に求めるためには、応答の変位、速度及び加速度の結合確率密度関数を必要とする。つまり、応答 $X(t)$ が、ある範囲 $[y, y + \delta y]$ にある場合の単位時間当たりの極大値、極小値の数の期待値は、それぞれ次式により求められる。

$$E[N^+(y)] = -\delta y \int_{-\infty}^0 \ddot{x} p_{x\dot{x}\ddot{x}}(y, 0, \ddot{x}) d\ddot{x} \quad (197)$$

$$E[N^-(y)] = \delta y \int_0^{\infty} \ddot{x} p_{x\dot{x}\ddot{x}}(y, 0, \ddot{x}) d\ddot{x} \quad (198)$$

それゆえ、極大値及び極小値が $(y, y + \delta y)$ にある確率は次式で与えられる。

$$p_p^+(y)\delta y = \frac{E[N^+(y)]}{E[N^+(-\infty)]} \quad (199)$$

$$p_p^-(y)\delta y = \frac{E[N^-(y)]}{E[N^-(\infty)]} \quad (200)$$

ただし、

$$\begin{aligned} E[N^+(-\infty)] &= -\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^0 \ddot{x} p_{x\dot{x}\ddot{x}}(x, 0, \ddot{x}) d\ddot{x} dx \\ &= E[N^-(\infty)] \end{aligned} \quad (201)$$

ここで、 p_p^+, p_p^- はそれぞれ極大値及び極小値の確率密度関数である。応答 $x(t)$ が狭帯域スペクトルを持っている場合には、mean レベルアップクロス個数と極大値の個数は等しくなるので $p_{x\dot{x}}$ の代わりに、応答変位と応答速度の結合確率密度関数 $p_{x\dot{x}}$ から次式によりあるレベル y を超える極大値の数の単位時間当たりの期待値を求めることができる。

$$E[N_+(y)] = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{x}| p_{x\dot{x}}(y, \dot{x}) d\dot{x} \quad (202)$$

これより極大値の確率分布関数は

$$P_p(y) = 1 - \frac{E[N_+(y)]}{E[N_+(\bar{x})]} \quad (203)$$

で与えられ、極大値の確率密度関数は

$$p_p(y) = -\frac{d}{dy} \left\{ \frac{\int_0^{\infty} p_{X\dot{X}}(y + \bar{X}, \dot{x}) \dot{x} d\dot{x}}{\int_0^{\infty} p_{X\dot{X}}(\bar{X}, \dot{x}) \dot{x} d\dot{x}} \right\} \quad (204)$$

で与えられる。

一般に、交差するレベルを大きく取れば、たとえ応答過程が広帯域であっても近似的に上式が用いられる。しかしながら、非線形応答過程の結合確率密度関数を求めることは非常に難しい。最近、確率密度が従う運動方程式 (Fokker-Planck 方程式と言われる) から経路積分法を用いて直接計算する方法が Naess-Johnsen [65] によって開発されているが、実用的な方法ではない。

そこで、近似的に応答変位と応答速度は独立であるという条件を課す。この場合、

$$p_{x\dot{x}}(x, \dot{x}) = p_x(x) \cdot p_{\dot{x}}(\dot{x}) \quad (205)$$

であるから極大値の確率密度関数は次式から求められる。

$$p_p(y) = -\frac{d}{dy} \left\{ \frac{p_X(y + \bar{X})}{p_X(\bar{X})} \right\}, \quad y \geq \bar{x} \quad (206)$$

また、確率分布関数は、

$$P_p(y) = 1 - \frac{p_X(y)}{p_X(\bar{x})} \quad (207)$$

となり、瞬時々の応答の確率密度関数のみから与えられる。

4.3 応答の異常値統計量

応答の異常値を特徴づけるものとして以下の統計量がある。

1/n 最大期待値の平均値 これは応答の極大値の母集団分布から任意に M 個取り、その極大値の中で大きい方から M/n 個取り出して平均を取ったもので次式から求められる。

$$\bar{x}_{\frac{1}{n}} = \int_{\bar{x}_{\frac{1}{n}}}^{\infty} x p_p(x) dx \quad (208)$$

$$1/n = 1 - P_p(\bar{x}_{\frac{1}{n}}) \quad (209)$$

極値の分布をレイリー分布に仮定したときは

$$\bar{x}_{\frac{1}{n}} = n\sqrt{m_0} \left[\frac{1}{n} \sqrt{\ln n} + \sqrt{\pi} \left\{ \frac{1}{2} - Er(\sqrt{2 \ln n}) \right\} \right] \quad (210)$$

$$Er(x) = \int_x^{\infty} \exp(-t^2) dt$$

と近似できる。ただし、 Er はガウスの誤差関数、 m_0 は次式で与えられるスペクトルモーメントである。

$$m_n = \int_0^{\infty} \omega^n S_x(\omega) d\omega \quad (211)$$

ここで、 S_x は応答のスペクトル密度関数である。

N 波中最大値の期待値 極大値 N 個のサンプルを母集団分布より抽出し、その中から最大の極大値を一つ選ぶ。この試行を繰り返す、その平均を N 波中の最大値の期待値と呼ぶ。これは、試行が独立であれば、次式より与えられる。

$$E[x_m(N)] = \int_x^{\infty} x_m p_m p dx_m \quad (212)$$

$$p_m p = N P_p(x_m)^{N-1} p_p(x_m)$$

時間幅 T 内の最大値の期待値 これは、前の極大値の数の代わりに時間幅 T を使用したもので次式で定義される。

$$E[\hat{x}(T)] = E[\max\{x(t); t_0 \leq t \leq t_0 + T\}] \quad (213)$$

ただし、極値の数と T は次のように近似できる。

$$N = \frac{1}{4\pi} \left(\sqrt{\frac{m_2}{m_0}} + \sqrt{\frac{m_4}{m_2}} \right) T \quad (214)$$

極値分布にレイリー分布を仮定すると次の良く知られた *Longuet-Higgins* の漸近解がある。

$$E[\hat{x}(T)] \sim \sqrt{m_0} \left(\sqrt{q_1} + \frac{\gamma}{\sqrt{q_1}} \right), \quad (T \gg 1) \quad (215)$$

$$q_1 = 2 \ln \left(\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} T \right) \quad (216)$$

ここで、 γ は Euler の定数である。

動的信頼性からみた最大極大値の期待値 動的荷重に対する構造物の安全性、すなわち動的信頼性は次に示すように初期超過確率を理論的に算出することに集約できる。初期条件 $x(0) = \dot{x}(0) = 0$ で確率過程 $x(t)$ が初めてある振幅レベル λ_1 または $-\lambda_2$ に達するまでの時間 T_f は確率変数でその確率分布関数を $P_{T_f}(t)$ とすれば、動的信頼性は

$$P_0(\lambda_1, -\lambda_2) = \text{Prob}\{\max x(t) \leq \lambda_1 \cap \min x(t) \geq -\lambda_2; 0 \leq t \leq T\} = 1 - P_{T_f} \quad (217)$$

で定義される。つまり、一定時間 $[0, T]$ において $x(t)$ の最大値が λ_1 よりも小さく、同時に最小値が $-\lambda_2$ よりも大きくなる確率で評価する。そこで、 $x(t)$ の限界値 λ (λ_1 または $-\lambda_2$) が十分大きいと仮定すると、 $x(t)$ が λ と交差する機会はめったに起こらないので、それらを独立に発生する事象と考え、ポアソン分布則が適用できるとする。このとき、定常過程を考えれば、片側（極大値方向）限界 λ に対し、次式が得られる。

$$P_0 = \exp(-\nu_{\lambda}^+ T) \quad (218)$$

ただし、 ν_{λ}^+ は単位時間当たりの正勾配でレベル λ を超える交差回数の期待値である。

これは、見かたをかえると $x(t)$ の極大値のある時間内 $[t_0, t_0 + T]$ の確率に等しくなる。従って、この確率分布関数から期待値を求めることができる。つまり、ある時刻 $[t_0, t_0 + T]$ 内の最大極大値 $\hat{Z}(T)$ の期待値は

$$E[\hat{Z}(T)] = \int_0^{\infty} \lambda dP_0(\lambda) \quad (219)$$

で与えられる。もし、 N を $N = \nu_{\lambda}^+ T$ で置き換えると

$$\begin{aligned} \log[(1 - P_p(z))^N] &= N \log\left(1 - \frac{\nu_{\lambda}^+ T}{N}\right) \\ &= -\nu_{\lambda}^+ T + O\left(\frac{\nu_{\lambda}^+ T}{N}\right) \end{aligned} \quad (220)$$

となる。これは、 $N \rightarrow \infty$ の時、 $(1 - P_p)^N$ は $\exp(-\nu_{\lambda}^+ T)$ に近づくことを意味している。すなわち、 N が十分大きいときは (212) と (219) は等価になる。

補足：風、波による長周期運動の非線形予測理論

- まず、波による長周期運動の確率密度関数 p_x は、ガンマ分布近似法で求められる。
- 風による長周期運動は変動風による低周波数成分に起因するものであり、変動風過程は準正規過程であることが既に判明しているため、変動風は平均 m 、分散 σ の正規過程と考える。すなわち、

$$p_w(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (221)$$

この時風による長周期運動の平均と分散は次式から推定できる。

$$\bar{x} = S_1 \Delta p_1 H_L(0)$$

$$\sigma_x^2 = \int |H_L(\omega)|^2 S_1^2 S_{\Delta p_1}(\omega) d\omega$$

ただし、 Δp_1 は、surge 方向の変動差圧であり、 $S_{\Delta p_1}(\omega)$ はそのスペクトルである。これらは、圧力係数 $C_p = 1.3$ を用いて変動風から推定可能である。

- 波による長周期運動と風による長周期運動とは独立と考えられるので、風及び波による長周期運動の瞬時値の確率密度関数は、次の畳み込み積分によって得られる。

$$p_x(x) = \int p_s(z-x)p_w(z)dz \quad (222)$$

- 最大極大値の期待値の予測に関しては、運動応答とその速度応答が独立であるという工学的にシビアな条件を課すと最終的に N 波中での最大極大値の期待値は (212) から求められる。

5 実海域データによる検討

5.1 長周期運動の統計解析

模型試験あるいは理論研究によると、長周期運動の分布はガウス分布からはずれ、またその運動の最大期待値は線形理論では予測できないと言われている。それが真実かどうかを実測結果と比較することにより調べる。さらに変動風によっても長周期運動が生じるが、風の影響についても言及する。

解析の対象とした実海域のデータは、平均風向及び入射波の主方向がほぼ船首方向と仮定できる9時間の連続データである。有義波高は約3m、有義波周期は約7secであった。Fig. 72は、surge及びswayの長周期運動(波周期成分及び風の影響も含む)の瞬時値分布(1時間)の例を示す。図から判るように surgeの分布形状は左右非対称であり、破線で示すガウス分布から外れており、分布の裾が drift 方向に広がる傾向がある。図中の実線は、風、波による長周期運動の非線形予測理論に基づいて求められた瞬時値分布である。この非線形統計理論による推定結果は、実測結果と良く一致している。これに対し swayは、surgeほど明瞭ではないが、やはりガウス分布から若干ずれる傾向がある。分布の非対称の原因は、物理的には次のように考えられる。

浮体からみて無限遠方に浮体を取り囲む検査面をとり、検査面に囲まれる領域で運動量保存則を適用すると、波漂流力は反射波の波高の自乗に比例することが示される。長周期運動はこの漂流力の時間変化によって生じる。エネルギー保存則から反射波のエネルギーと透過波のエネルギーの和は入射波のエネルギーに等しい。入射波をガウス過程とすると、入射波の瞬時々のエネルギーはレイリー過程の自乗、つまりガンマ過程で表される。同様に透過波のエネルギー過程もガンマ過程で表されるが、入射波のエネルギー過程を表すガンマ過程と比べると、大きさ及び周波数特性が異なるために、自由度及び母数等が異なる。結局、波漂流力過程は2つのガンマ過程の差で表され、反射波が生じる際には、入射波のエネルギーに比べて透過波のエネルギーが小さいために、長周期運動の瞬時値分布は、波に対して drift 方向に裾が広い非対称分布になる。

Fig. 73は、surgeの drift 方向の極値分布である。極値は、各ピーク値ではなく、狭帯域の仮定つまり、ミーンアップクロス間の最大ピークを取っている。この結果からも surgeの長周期運動の極値分布が、線形過程から得られるレイリー分布からずれ、非線形予測結果と良く一致することがわかる。

Fig. 74は、長周期運動を含む surge及びswayの N 波中最大極大値の期待値を示す。図の破線は、Longuet-Higgins

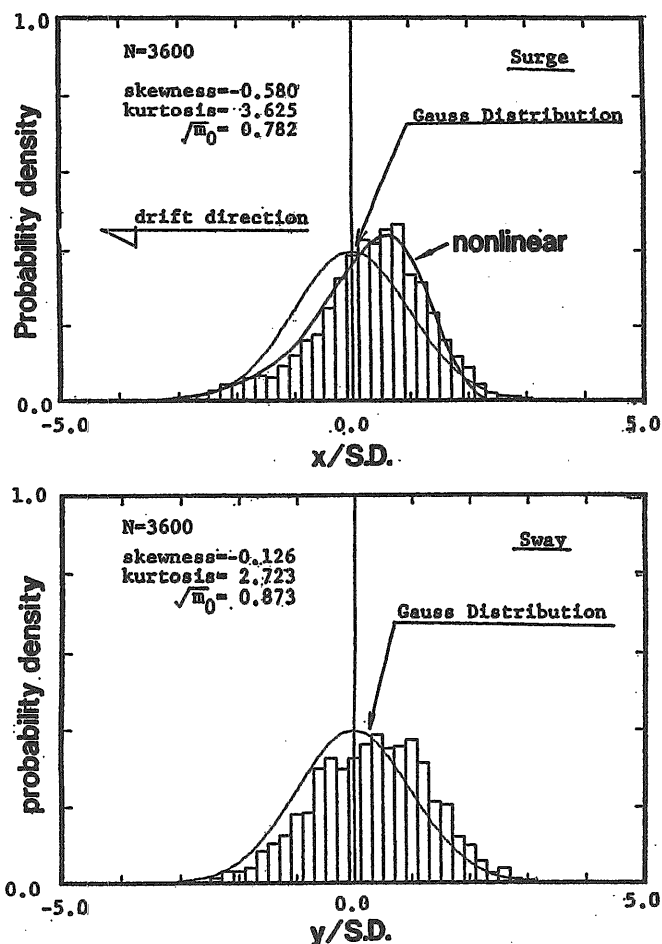


Fig. 72: Instantaneous probability density functions of total second order motions

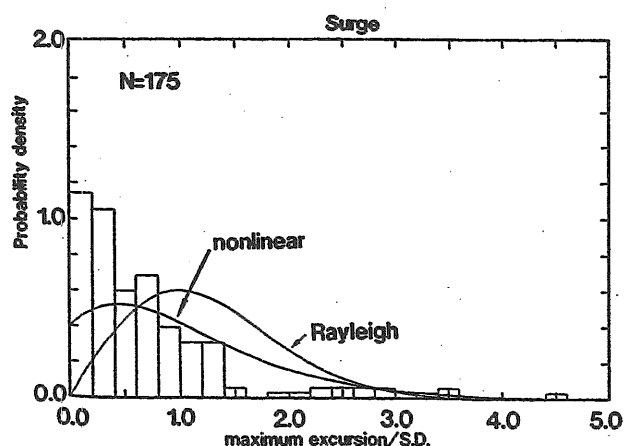


Fig. 73: Peak probability density function of total second order motion

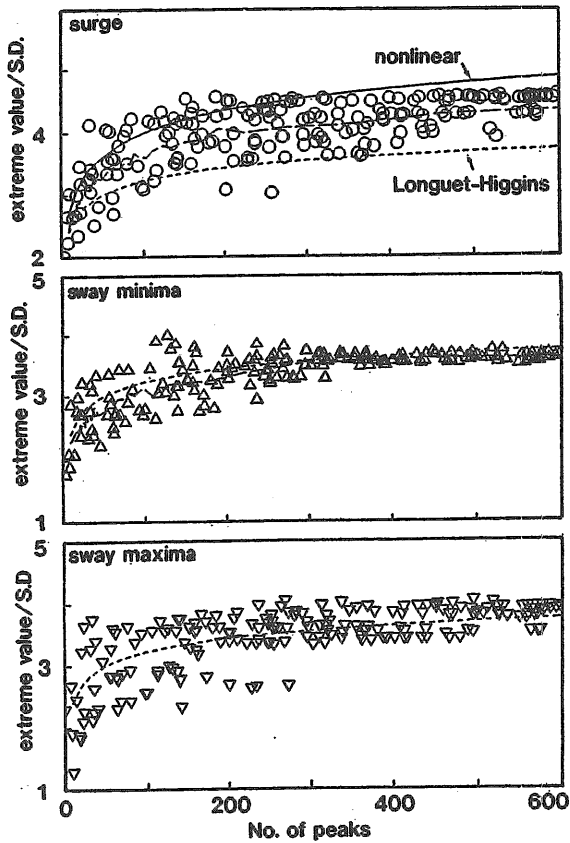


Fig. 74: Extreme statistics of total second order motion

の予測結果 [1]、実線は非線形予測結果を示している。この結果から、surgeの最大極大値の期待値は Longuet-Higginsの結果より 1.3 倍くらい大きくなっていることがわかる。これに対し、非線形予測結果は、観測値のほぼ上限を与えている。このように surgeの最大極大値の期待値は、線形理論では予測できず非線形理論を用いなければならない。

一方 sway について、観測値は、大体 Longuet-Higgins の予測値まわりで変動しており、左舷方向の最大極大値の期待値は、その予測値を若干上回っている。この原因としては、次が考えられる。

前述したように sway の長周期運動は、風が支配的であり、風速変動の過程は、準正規過程であることがすでに判明している。従って、swayの最大極大値の期待値は、狭帯域仮定から導かれた Longuet-Higgins の予測値とほぼ良く一致する。しかし、長周期運動に対する波の寄与があると surge の時と同様に非線形影響が現れ、線形予測値である Longuet-Higgins の結果を上回った。左舷側の sway の最大極大値の期待値の傾向はこのように解釈すべきである。

このことは、波による長周期運動に風による長周期運動が混入すると、長周期運動のトータルな分散は増加するが、最大極大値の期待値と標準偏差との比は、線形理論である Longuet-Higgins の結果に近づくことになる。これを確認するため、風及び波による非線形予測理論で調べた。

このようにして求めた結果が Fig. 75 である。確かに、風によって分布の非対称性が緩和され、最大極大値の期待値も波だけによる非線形予測結果より低下し Longuet-Higgins の結果に近づくことが判る。また、本論の非線形予測理論

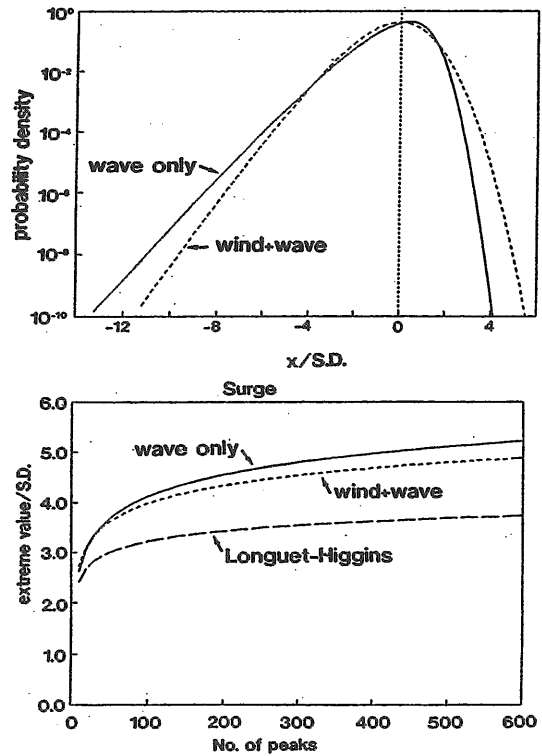


Fig. 75: Effect of wind to instantaneous pdf and extreme statistics

結果は、シミュレーション結果の上限値を与えていることがわかる。これは、非線形予測理論が工学的にシビアな条件として応答過程とその速度過程が独立であるという仮定から求められていることと波の方向分散性を考慮していないためであり、上限値を与えていることは理にかなっていると思われる。従って、波による長周期運動応答が混入しているトータル応答の最大極大値を推定する場合、本論で示した非線形予測理論を用いる方が安全である。

5.2 係留変動張力の統計解析

変動張力は、Fig 69に見られるように強い非対称性をもち、また波高に対しても強い非線形性を有する現象である。Fig. 76は冬季のある1ヵ月間の定時計測から得られた有義波高と張力の有義値 (1/3 最大期待値) の関係をプロットしたものであるが、この図からも非線形性が明瞭である。このような現象の統計的性質を調べるために Fig. 70に示した張力の時系列及びそれらの長周期成分、短周期成分について、瞬時値分布、極値分布、振幅分布等の統計解析を行った。また、係留点での水平方向変位 $h(t)$ 及び鉛直方向変位 $v(t)$ に対しても同様の解析を行った。そのうち、瞬時値、極大値及びゼロアップクロス振幅分布を Fig. 77に示す。図の上の段から $h(t)$ 、張力の実測値、動的計算、長周期成分を除いた動的計算、静的計算、長周期成分を除いた静的計算である。またそれぞれの統計量を Table 10に示す。これらより次のことがいえる。

- 1) 計測された張力は正の標本歪度と大きな標本尖度を有している。
- 2) 動的計算の結果はどの分布も実測値と良く一致している。

Table 10: Statistical values of measured and calculated tensions

	MEASURED	DYNA. CAL.	STAT. CAL.	DYNA. CAL. no L. F. M.	STAT. CAL. no L. F. M.	HORI. DIS.
$\sqrt{m_0}$	0.815 L 0.289 H 0.763	0.816 0.290 0.764	0.552 0.324 0.447	0.699	0.423	1.07 0.789 0.720
$H_{1/3}$	3.53 L 0.989 H 3.16	3.56 1.01 3.28	1.88 1.12 1.77	3.04	1.63	3.28 2.80 2.78
H_{max}	10.8 L 2.23 H 10.6	10.0 1.86 10.1	4.38 2.18 4.07	8.38	3.36	6.33 4.10 5.55
a_{max}	8.10 L 1.95 H 6.51	6.61 1.45 5.81	3.89 1.66 2.56	5.61	2.28	5.04 3.17 3.14
$\frac{a_{max}}{\sqrt{m_0}}$	9.94 L 6.77 H 8.53	8.09 5.00 7.61	7.04 5.11 5.73	8.03	5.38	4.71 4.01 4.37
NO. of maxima	1506 L 197 H 1571	1480 196 1491	1133 197 1139	1500	1141	1246 199 1255
SKEW	0.86 L 0.97 H -0.16	0.90 0.34 0.14	1.05 0.75 0.30	0.18	0.41	0.20 0.03 -0.04
PEAK	9.59 L 5.89 H 8.89	8.42 3.91 8.35	5.14 4.65 3.47	7.44	3.01	3.13 3.18 2.97

* L: low frequency component H: high frequency component
UNIT is TON for tensions, METER for horizontal displacement

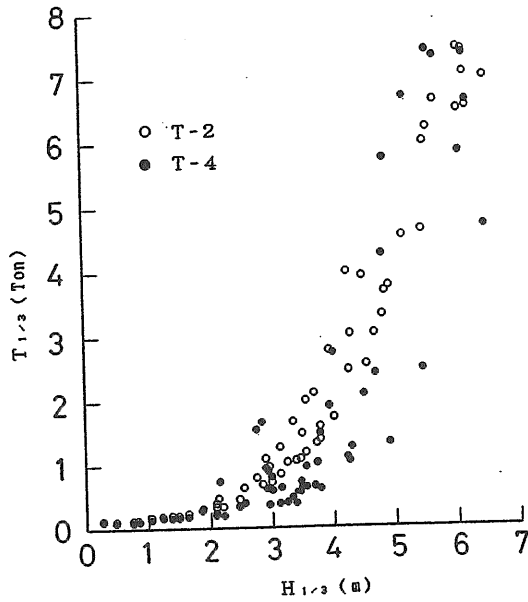


Fig. 76: Significant value of tension vs. significant wave height

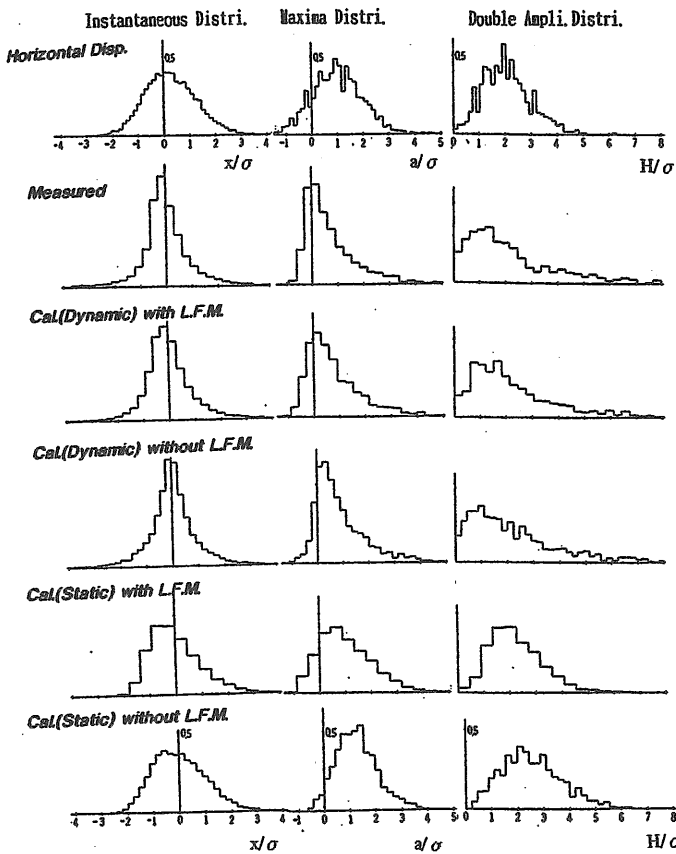


Fig. 77: Statistical distributions of $h(t)$ and tensions

- 3) しかし、静的計算の結果は実測値に比べ標準偏差が小さく、標本歪度は大きく標本尖度は逆に小さい。
- 4) 長周期運動を除いた計算では標本歪度が極端に小さくなるとともに標本尖度が若干小さくなる。

このような現象において、 N 波中の最大極大値の期待値及び振幅分布を予測することを考える。そのためにはまず、瞬時値分布をある統計モデルに当てはめてみる。Fig. 78の白丸印が実測された張力の瞬時値分布で、そのときの標本歪度と標本尖度を用い *Gram-Charlier* 展開、*Hermite* moment モデルを当てはめてみた。*Hermite* moment モデルは、確率密度関数ではなく確率過程そのものを次のように変数変換するものである。

$$\eta = \kappa \sigma_{\eta} \sum_{i=0}^3 H_i(b) \quad (223)$$

ここで、 $H_n(x)$ は *Hermite* 多項式、 η は対象としている確率過程、 σ_{η} はその標準偏差、 $b(t)$ は理想確率変数であり、平均0、分散1の標準正規過程である。

もし、上式を3項で打ち切ると、係数はそれぞれ以下のように求められる。

$$c_3 = (\sqrt{1 + 1.5(\beta_2 - 3)} - 1)/18 \quad (224)$$

$$c_2 = \sqrt{\beta_1}/6(1 + 6c_3) \quad (225)$$

$$\kappa = (1 + 2c_2^2 + 6c_3^2)^{-1/2} \quad (226)$$

$$c_1 = 1.0 \quad (227)$$

$$c_0 = 0 \quad (228)$$

ただし、 $\sqrt{\beta_1}$ 及び β_2 はそれぞれ η の標本歪度及び標本尖度である。このとき、 η の確率密度関数は、確率変数変換公式から

$$p(\eta) = \exp(-b^2/2) [\sqrt{2\pi} \kappa \sigma_{\eta} \{1 + 2c_2 b + 3c_3 (b^2 - 1)\}]^{-1} \quad (229)$$

となる。実際に $p(\eta)$ を求める場合は、 b に任意の値を与え、(229) 式より確率密度を求める。それに対応する η の値

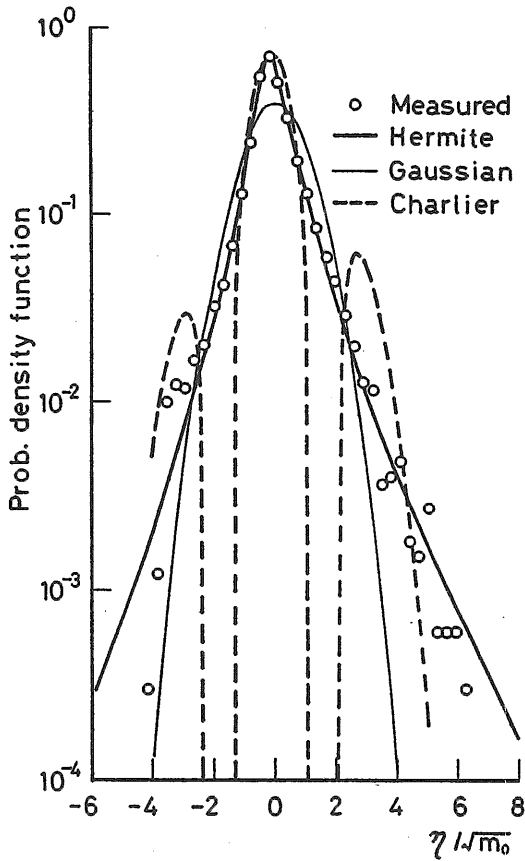


Fig. 78: Probability densities of tension

は (223) 式から求める。このようにして求めた η の確率密度関数が Fig. 78 の太実線である。Gram-Charlier 展開によるそれが破線、ガウス密度関数が細実線である。図より、Hermite moment モデルによる分布は実測値を良く表している。また、Gram-Charlier 展開による結果は、負の確率密度が生じておりモデルとしては適切ではない。極大値、極小値分布についても同様に、理想確率過程 b がバンド幅 ϵ を持つとき b の極値 ζ の確率分布は Cartwright-Longuet-Higgins により次式から求められる。

$$p(\zeta)d\zeta = (2\pi)^{-1/2} \epsilon \exp\left(-\frac{\zeta^2}{2\epsilon^2}\right) + 1/2(1-\epsilon^2)^{1/2} \times \zeta \exp\left(-\frac{\zeta^2}{2}\right) \left[1 + \operatorname{erf}\left[\frac{\zeta(1-\epsilon^2)^{1/2}}{\sqrt{2}\epsilon}\right]\right] \quad (230)$$

ここで、 $\zeta = \frac{a}{\sqrt{m_0}}$ である。なお、 η と b のバンド幅パラメータ ϵ は等しいと仮定する。

このとき瞬時値分布と同様にして、確率変数の変換から求めることができる。

解析の対象とした実海域データは、1989年11月19日の3時間の連続データである。Fig. 79の上側が極小値分布、下側が極大値分布であるが、両者とも実測の分布と良く一致しており非対称性が良く表現されている。次に N 波中の最大極大値の期待値を予測することを考える。Hermite moment モデルに従う場合、正規確率過程から求められる N 波中の最大極大値の期待値 b_N を (223) 式に代入することにより陽の形で直ちに求められる。一方3時間の時系列を10,20,60,120及び180分に分割し、 N 波中の最大極大値の平均と標準偏差との比を求めたのが Fig. 80である。図中には動的計算、長周期運動を除いた動的計算、静的計算の

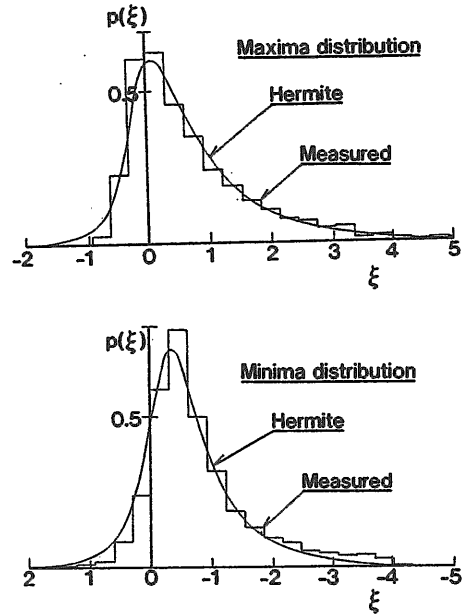


Fig. 79: Minima and maxima distributions of tension

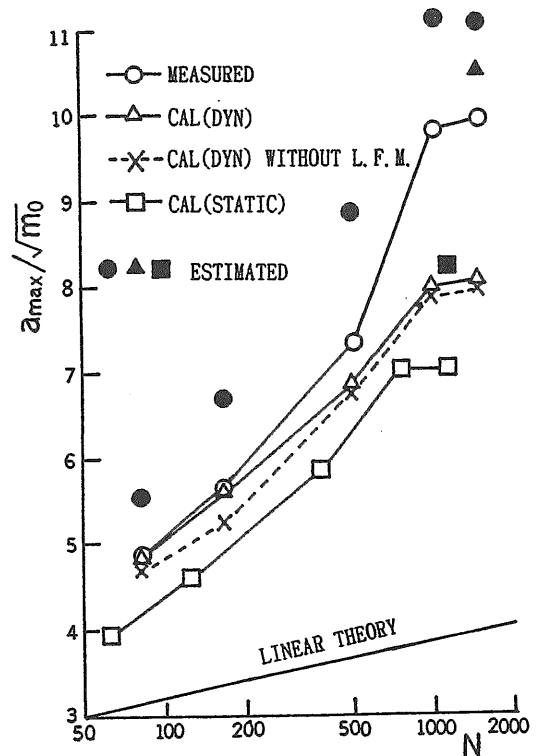


Fig. 80: Extreme value in N observations of tension

結果も示してある。この図より異常値に及ぼす長周期運動の影響及び保留ラインの動的影響を見ることができる。そして図中の●▲■が *Hermite moment* モデルから予測された値であるが、これはほぼ統計値の上限を与えていることが判る。

以上により標本歪度や標本尖度の大きい現象についての確率分布が *Hermite moment* モデルで良く表されることが判った。*Hermite moment* モデルを適用するには張力の母集団の歪度及び尖度を理論的に求める必要がある。これは今後の課題である。

6 成果のまとめと今後の課題

6.1 変動風と風荷重

- 海上における平均流方向の変動スペクトル表示式を提案した。この表示式には無次元スペクトルピーク周波数と標準偏差の2つのパラメータが存在するが、これらのパラメータは、海面と大気との摩擦係数によって決められる。
- 海面と大気との摩擦係数は海面の摩擦速度と一対一に対応する。これは、強風時には平均風速の増加とともに増加する。この摩擦係数の平均風速に対する増加率は、北海で *Geenaert* らが計測した結果とほぼ一致する。この結果を利用すると新提案スペクトル内に含まれる無次元スペクトルピーク周波数は推定可能である。
- 実測された変動風の標準偏差と海面での摩擦速度は強風時には比例関係にある。これは混合乱流境界層の *Monin-Obukhov* の相似理論を支持するものである。比例定数はほぼ 3.45 であり、摩擦速度すなわち摩擦係数から標準偏差は推定可能である。
- ある観測データにたいし、新提案スペクトル及び世界の観測データの平均線から求めた *Ochi-Shin* スペクトル及び既存の提案スペクトルの比較を行った結果、観測スペクトルは、新提案スペクトル及び *Ochi-Shin* のスペクトルと良く一致した。
- 変動風の統計解析から、変動風は広帯域準正規過程で近似できることが判明し、*Longuet-Higgins* が提案した一般の極値分布形から $1/n$ 最大期待値等の極値統計量が推定できる。
- 変動風荷重は、変動風の乱流特性を考慮して主流方向ばかりでなく横方向の風荷重も考慮すべきである。変動風スペクトルとしては、一般に良く用いられる *Davenport* あるいは日野のスペクトルではなく、今回提案したスペクトルあるいは *Ochi-Shin* のスペクトルを用いるべきである。

6.2 方向波スペクトルと方向分布関数

- 波の観測データから、鳥羽らが提唱する「風波の3/2乗則」を支持する結果が得られた。この則に整合する波スペクトルは高周波数側で周波数の-4乗に比例する形状を持つことが理論的に示されるが、実測スペクトルはこれを支持した。造船の分野では、*JONSWAP* スペクトルが波スペクトルとして良く用いられるが、

これを観測データを基に *JONSWAP* スペクトルを修正したスペクトル形を新たに提案した。

- 波スペクトルのピーク周波数付近の形状は、平均的に修正 *JONSWAP* スペクトルの $\gamma = 2$ に相当している。水深波長比の減少、すなわち浅海波になるにつれて非常に急峻な形状を呈するようになり、 $\gamma = 6$ に相当するケースも現れている。
- 有義波高が3mを超えるような場合は、スペクトルピーク周波数付近の方向分布関数の形状は比較的滑らかな単一のピークを有しており光易型方向分布関数でほぼ近似できる。方向集中パラメータ s は、スペクトルピーク周波数付近で最大となり周波数がそれから離れるにしたがって減少する傾向にある。また、今回のデータの周波数に対する s の変化の割合は泉宮の式に近かった。

6.3 粘性流体力及び線形流体力

- surge, sway* に対する粘性抗力係数 C_d にはクーリガンカーベンター数 (K_c 数) に反比例する項があり、実機ではこの項が模型よりも大きい。しかし、高 K_c 数域では実機と模型では良く一致する。高 K_c 数域で両者が一致する理由は、ボセイドンが円筒形状を有しているため剥離による影響が少なかったためと考えられる。
- roll* 及び *pitch* の等価線形化された減衰係数は、模型の値の方が実機の値よりも約2倍大きい。これはレイノルズ数影響を表しているものと考えられる。
- 線形流体力は、ポテンシャル理論に基づく3次元特異点分布法により推定可能である。

6.4 定常外力による定常変位と定常傾斜

- 定常風荷重は、上部構造物の圧力係数 C_p を 1.3、コラム部の圧力係数 (船級協会規則) $C_d = 0.65$ からほぼ推定可能である。
- 潮流力は、生物付着影響を考慮し、 $C_d = 0.8$ として推定可能である。ただし、ボセイドン号のように喫水が5mと浅い場合には、吹送流による流れは考慮しなくても良い。
- 定常波漂流力は、ポテンシャル理論に基づく漂流力と粘性抗力に基づく粘性漂流力を考慮し、単一方向波として推定可能である。また、水槽試験によっても推定可能である。
- 浮体の定常外力に対する定常変位は、保留復原力をカタナリー理論を用いて推定すれば、予測可能である。
- 風及び流れによる定常傾斜量は、模型実験によってほぼ推定可能であるが、理論的に推定するためには揚力の影響及び傾斜したことによる力及びモーメントレバーの変化等について今後検討する必要がある。

6.5 波力と動揺応答

- 変動漂流力を推定するためには、定常漂流力推定と同様に、ポテンシャル理論に基づく漂流力だけでなく粘性に起因する粘性漂流力を考慮しなければならない。

- wave drift damping 等の影響は、波高及び波スペクトルのピーク周波数に依存し、ピーク周波数が高周波数側に移動し、長周期運動が波周期運動に比べて卓越すると、その影響が顕著に現れる。模型実験によると、この影響が現れるのは平均波周期が 6sec 以下になったときである。しかし、実海域実験では平均周期 7sec 前後の時のデータしかないためこの影響の確認はできていない。
- 線形波力及び線形応答に関しては、ポテンシャル理論から求めた線形波力・流体力及び粘性抗力を考慮し、単一方向波と仮定すればほぼ推定可能である。しかしながら、推定精度を向上させるためには方向波の影響を考慮すべきである。長周期動揺についても、2次の波力である変動漂流力と粘性に起因する粘性漂流力及び変動風による長周期変動力を考慮し、単一方向波と仮定すれば安全サイドで推定可能である。ただしこの場合、変動風による長周期変動外力を主流方向及び横方向に同時に考慮しなければならない。

6.6 係留力

係留ライン働く変動張力には、短周期成分と長周期成分が含まれる。長周期成分力は、浮体の長周期運動とカタナリ理論から推定可能である。短周期成分力を推定するためには係留ライン自身が動揺することによって生じるラインに働く動的張力ばかりでなく長周期運動によってラインが変形することによる動的張力の変化を考慮しなければならない。張力の短周期成分力の推定に対し、係留ラインの動的張力及び長周期運動の影響を考慮した簡易推算法を新たに提案し、その有効性を示した。また、係留ラインの動的張力が浮体の動揺に及ぼす影響は小さく、また係留ライン一本一本が変位に対し非線形な張力特性を有していても、浮体に及ぼす係留ラインによるトータル復原力の観点から調べると、これは変位に対しほぼ線形近似できることが実海域自由動揺試験からわかった。

6.7 統計予測

- 風及び波による長周期運動の瞬時値及び極値分布の予測に関し、風と波は独立過程であるとの仮定の下に、あらたに非線形予測理論を開発した。
- surge の瞬時値分布は、明らかにガウス分布ではなく分布の裾が波による drift 方向に広がった非対称分布である。実測分布と今回提案した非線形予測法により推定した分布を比較したところ両者は良く一致した。また、たとえ正面からの風であっても横方向の変動風荷重によって長周期 sway が生じるが、この瞬時値分布は、ほぼ正規分布で近似でき、線形ノイズ理論から予測可能である。
- 波及び風による長周期運動の N 波中の最大極大値の期待値の予測に関し、通常良く用いられる *Longuet-Higgins* による線形予測結果は過小評価を与える。一方、今回開発した非線形予測理論では僅かに過大評価を与えるが、安全サイドで予測可能である。しかしながら、精度向上をはかるためには、方向波の影響を考慮すべきである。
- 長周期運動の瞬時値分布に関し、風は分布の非対称性を緩和する働きがある。そのため、最大極大値の期待値もこの効果により波だけの予測結果より低下する。
- 係留ラインに働く変動張力の瞬時値分布は *Hermite moment* モデルで良く表現される。このモデルと実測データから得られた標本標準偏差、標本歪度、標本尖度を使用して、極値分布・極値統計量を推定した結果は実測結果と良く一致した。今後は、これらの標本統計値の予測法が課題である。

6.8 今後の課題

推定精度向上をはかるために、今後の課題として、

- 複合定常外力中での定常傾斜の予測法
- 方向波中での2次の波力の推定法と確率予測法
- 粘性漂流力及び粘性減衰力の理論推定法
- wave drift damping の推定法
- 係留張力のような強非線形応答の確率予測法（もっと一般に非線形複合外力をうける非線形係留浮体システムの確率応答予測法）

の開発が挙げられる。

参考文献

- [1] Longuet-Higgins, M.S.: On the statistical distribution of the heights of sea waves. *Journal of Marine Research*, XI, pp.245-266, 1952
- [2] 戸川隼人: 有限要素法による振動解析. サイエンス社, 1975.
- [3] Tamura, T., Tsuboi, K., and Kuwahara, K.: Numerical Simulation of Unsteady Flow Patterns Around a Vibrating Cylinder. *AIAA paper-88-0128*, 1988.
- [4] Rice, S.O.: *Mathematical analysis of random noise*. John Wiley & Sons, 1949.
- [5] Davenport, A.G.: The Spectrum of Horizontal Gustiness near the Ground in High Wind. *Q.J. Roy. Met. Soc.* Vol.87, 1961.
- [6] 日野幹雄: 瞬間最大値と評価時間の関係—特に突風率について—. 土木学会論文集, No.117, 1965
- [7] Harris, R.L.: The nature of the wind, The Modern Design of Wind-Sensitive Structures. *Const. Ind. Res. & Inf. Assn.*, London, 1971.
- [8] 宮島省吾他: 浮遊海洋構造物の長周期動揺特性に対する方向波の影響について (第一報). 日本造船学会論文集, No.173, 1993.
- [9] Inoue, Y., Xue, W.Y.: Slowly varying wave drift force in directional waves. *Proc. of 6th BOSS*, 1992.
- [10] Kim, M.H., Yue, D.K.P.: Slowly varying wave drift forces in short crested irregular seas. *Applied Ocean Research*, Vol.11, No.1, 1989.

- [11] Newman, J.N.: Second-Order Slowly Varying Forces on Vessels in Irregular Waves. *Proc. Internat. Symp. on Dynamics of Marine Vehicles and Structures in Waves*, Univ. Coll. London, 1974.
- [12] Lighthill, J.: Waves and Hydrodynamic Loading. *Proc. Symp. on BOSS*, Univ. Coll. London, 1979.
- [13] Kim, M.H., Yue, D.K.P.: The complete Second Order Diffraction Solution for an Axisymmetric Body Part2. Bichromatic Incident Waves and Body Motions. *Journal of Fluid Mechanics Vol.211*, pp.557-593, 1990.
- [14] Eatock Taylor, R., Hung, S.M.: Second Order Diffraction Forces on a Vertical Cylinder in Regular Waves. *Applied Ocean Research Vol.9*, pp.19-30, 1987.
- [15] Wichers, J.E.W. and van Sluijs, M.F.: The Influence of Waves on the Low-Frequency Hydrodynamic Coefficients of Moored Vessels. *OTC paper, No.3625*, 1979.
- [16] Wichers, J.E.W.: On the Low-Frequency Surge Motion of Vessels Moored in High Sea. *OTC paper, No.4437*, 1982.
- [17] Standing, R.G., Brendling, W.J., Wilson, D.: Recent developments in the analysis of wave drift forces, low-frequency damping and response. *Proc. OTC No.5456*, Houston, 1987.
- [18] Wichers, J.E.W. and Huijsmans, R.M.H.: On the low frequency hydrodynamic damping forces acting on offshore moored vessels. *OTC paper No.4813*, 1984.
- [19] Hearn, G.E., Tong, K. C.: Added resistance gradient versus drift force gradient-based predictions of wave drift damping. *Int. Shipbuilding Progress, Vol.35, No.402*, 1988.
- [20] Kato, S., Kinoshita, T.: On the Effect of Exciting Short Period Disturbance on Free and Forced Oscillation for the System with Nonlinear Damping. *36th Performance Subcommittee of Ocean Engineering Committee, the Soc. of Nav. Archit. of Japan*, 1983.
- [21] Saito, K., Takagi, M.: On the increased damping for a moored semisubmersible platform during low-frequency motions in waves. *Proc. 7th Int. OMAE symp., ASME, Vol.2*, 1988.
- [22] Chakrabarti, S.K.: Steady drift force on vertical cylinder - viscous vs. potential. *Appl. Ocean R. Vol.6, No.2 pp.73-82*, 1984.
- [23] Ekman, V.W.: On the Influence of the Earth's Rotation on Ocean Current. *Arkiv. mat, astronoch fys.*, 1905.
- [24] 井上令作他.: 浮遊式海洋構造物の実海域実験 その1 実験の概要. 船舶技術研究所報告別冊13号, 1992.
- [25] Geernaert, G.L. et al.: Measurements of wind stress, heat flux and turbulence intensity during storm conditions over the North Sea. *J. geophys. Res.*, **92**, 13127-13139, 1987.
- [26] Garratt, J. R.: Review of drag coefficients over oceans and continents. *Mon. Wea. Rev.*, **105**, 1977.
- [27] Wu, Jin.: Wind-stress coefficients over sea surface near neutral conditions. *J. Phy. Oceanogr.*, **10**, 1980.
- [28] Monin, A.S. and Obukhov, A.M.: Basic regularity in turbulent mixing in the surface layer of the atmosphere. *U.S.S.R. Acad. Sci. Geophys. Inst.*, **24**, 1954.
- [29] Forristall, G. Z.: Wind spectra and gust factors over water. *Proc. of the 20th annual Offshore Technology Conference*, Houston, Texas, OTC 5735, 1988.
- [30] Ochi, M. K. and Shin, Y. S.: Wind Turbulent Spectra for Design Consideration of Offshore Structures. *Ibid*, OTC 5736, 1988.
- [31] Cartwright, D.E. and Longuet-Higgins, M.S.: The Statistical Distribution of Maxima of a Random Function. *Proc. of Roy. Soc.*, **237**, 1956.
- [32] Wilson, B.W.: Numerical prediction of ocean waves in the North Atlantic for December 1959. *Duct. Hydrogr. Zeit*, Vol.8, 1965.
- [33] Phillips, O.M.: The equilibrium range in the spectrum of wind-generated waves. *Jour. Fluid Mech.*, Vol.4, 1958.
- [34] 光易恒.: 風波のスペクトルの増幅率について. 第26回海岸工学講演会論文集, pp.88-91, 1974.
- [35] 合田良実他.: 光易型方向スペクトルによる不規則波の屈折・回折計算. 港湾技研資料, No.230, pp.45, 1975.
- [36] 泉宮尊司.: 回折領域における波浪場の現地観測. 第33回海岸工学講演会論文集, pp.129-133, 1988.
- [37] Takagi, M., Saito, K.: On the Description of Non-harmonic Wave Problems in the Frequency Domain (1st, 2nd, 3rd, 4th, 5th, 6th and 7th reports). *Journal of Kansai Soc. N.A.*, Vols. **182**, **184**, **187**, **191**, **192**.
- [38] Roberts, J.B., Kountzeris, A., Gawthrop, P.J.: Parametric Identification Techniques for Roll Decrement Data. *Int. Shipbuild. Progr. Vol.38, No.415*, 1991.
- [39] 今野浩, 山下浩.: 非線形計画法. 日科技連, 1978.
- [40] Wang, C.Y.: On High Frequency Oscillating Viscous Flows. *Journal of Fluid Mechanics, Vol.32*, 1968.
- [41] Kinoshita, T. and Takaiwa, K.: A Mathematical Model for Slow Drift Motion of A Vessel Moored in Waves Determined by Oscillation Tests in Regular Wave trains. *Report of The Institute of Industrial Science, University of Tokyo, Vol.35, No.5*, 1990.
- [42] Dalzell, J.F.: Cross-bispectral analysis: Application to ship resistance in waves. *Jour. Ship Res.*, Vol.18, No.1, 1974.

- [43] Tick, L.J.: Conditional Spectra, Linear Systems and Coherency. *Proc. of the Symposium on Time Series Analysis*, John-Wiley & Sons, New York, 1963.
- [44] 山内保文.: 多入力スペクトル解析法の船の応答研究への応用と非線形応答の一取扱い. 日本造船学会論文集, 第166号, 1989.
- [45] 中村昌彦他.: 係留鎖に働く抗力の海洋構造物長周期動揺への影響. 日本造船学会論文集, 第166号, 1989.
- [46] 小寺山亘.: 係留浮体の運動と係留鎖張力について. 西部造船会々報, 第53号, 1976.
- [47] 島田潔他.: 係留ラインの張力に対する動的影響について. 西部造船会々報, 第60号, 1980.
- [48] 安藤定雄, 加藤俊司.: 鉄鎖係留ラインの静的張力特性と動的変動張力特性について. 西部造船会々報, 第66号, 1983.
- [49] 安藤定雄.: 索・鎖の流体力について (その1部分模型). 西部造船会々報, 第50号, 1975.
- [50] Kato, S., Kinoshita, T.: Nonlinear Response of Moored Floating Structures in Random Waves and its Stochastic Analysis. *Papers of Ship Research Institute, Vol.27, No.4*, 1990.
- [51] Neal, E.: Second Order Hydrodynamic Forces due to Stochastic Excitation. *Proc. of 10th ONR Symposium*, 1974.
- [52] Kac, M., Siebert, A.J.F.: On the Theory of Noise in Radio Receivers with Square Law Detector. *Journ. of Appl. Physics, Vol.18*, 1947.
- [53] Naess, A.: Statistical Analysis of Second-Order Response of Marine Structures. *Journ. of Ship Res., Vol.29*, 1985.
- [54] Naess, A.: The Statistical Distribution of Second-Order Slowly-Varying Forces and Motions. *Appl. Ocean Res., Vol.8*, 1986.
- [55] Naess, A.: On the Statistical Analysis of Slow-Drift Forces and Motions of Floating Offshore Structure. *5th OMAE Symposium, Vol.1*, 1986.
- [56] Vinje, T.: On the Statistical Distribution of Second Order Forces and Motion. *I.S.P., Vol.30*, 1983.
- [57] Vinje, T.: On the Calculation of Maxima of Nonlinear Wave Forces and Wave Induced Motion. *I.S.P. Vol.23*, 1976.
- [58] Hineno, M.: A Calculation of the Statistical Distribution of the Maxima of Nonlinear Responses in Irregular Waves (2nd Report). *J. Soc. Nav. Arch. Japan, Vol.159*, 1986.
- [59] Winterstein, S.R.: Nonlinear Vibration Models for Extremes and Fatigue. *ASCE Jour. of Engineering Mechanics, Vol.114, No.10*, 1988.
- [60] Winterstein, S.R. et al.: Statistical and Physical Models of Nonlinear Random Waves. *10th OMAE Symp. Vol.114, No.10*, 1991.
- [61] Kato, S., Kinoshita, T and Takase S.: Statistical Analysis of Total Second Order Responses of Moored Vessels in Random Seas. *Applied Ocean Research, Vol.12*, 1990.
- [62] Takase, S., Kinoshita, T., Matsui, T.: On Extreme Values of the Slow Drift Motion of a Moored Vessel - Effects of the Second Order Potential and Coupled Motions -. *proc. of OMAE 1991 Stavanger, Vol.2. pp.71-78*, 1991.
- [63] Papoulis, A.: *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*. MacGraw-Hill, 1965.
- [64] Johnson, N.L., Kotz, S.: *Distribution in Statistics: Continuous Multivariate Distributions*. Wiley, New York, 1972.
- [65] Naess, A., Johnsen, J.M.: The Path Integral Solution Technique Applied to The Random Vibration of Hysteretic Systems. *Proc. of the First International Conference on Computational Stochastic mechanics*, 1991.
- [66] 加藤俊司, 安藤定雄, 佐藤宏, 元良勇太郎.: 浮遊式海洋構造物の実海域実験 その1 実験海域における風の実海域実験 No.167, 1990.
- [67] 吉元博文, 安藤定雄, 小林顕太郎.: 浮遊式海洋構造物の実海域実験 その2 実験海域の波方向スペクトルについて. 日本造船学会論文集 No.168, 1990.
- [68] 尾股貞夫, 大松重雄.: 浮遊式海洋構造物の実海域実験 その7 係留ラインの張力特性. 日本造船学会論文集 No.171, 1992.
- [69] 斉藤昌勝, 加藤俊司, 大川豊.: 浮遊式海洋構造物の実海域実験 その8 自由動揺時の流体力特性について. 日本造船学会論文集 No.171, 1992.
- [70] 加藤俊司, 斉藤昌勝, 高瀬悟.: 浮遊式海洋構造物の実海域実験 その9 長周期運動のシミュレーションと統計予測. 日本造船学会論文集 No.172, 1992.