

る必要があるという事で、具体的には流場および流体力の式として2nd orderまで理論的に精度の保証されたものを用いる。

(3)は、細長体理論による流場表現において、船体程度の細長比の物体に対しては内部解のみよりも内部解と外部解から作る合成解の方が精度が良いことが知られているので、本方法においても合成解を用いる。

(4)は、フレームライン等の詳細な船体形状の影響まで反映できる推定法を目指すには、当然実際の船体形状を用いる必要があるという事である。

(5)は、ひとたび事故を起こした時、災害規模の大きくなる可能性が高く、そのためより高い精度での性能推定が要求される大きい船ほど、必然的に浅水域での操船が多くなるので、浅水域での性能推定にも使えるものにしたいたいということである。

以上の5点を基本方針として操縦流体力の推定法の開発のための研究を進めた。

3.2 流体力の推定式

3.2.1 まえがき

操縦運動する船体に働く流体力の推定をlifting potential flow問題として扱うことにする。

まず始めに、船体に限定せず、任意形状物体の任意運動に関する問題として流体力の厳密式を求め、次いで細長体の仮定によりこの厳密式を摂動展開し、理論的精度を明確にしつつ操縦流体力の推定に適した近似式を求める。

無限静止流体中を、物体が静止の状態から出発して任意の運動をしている場合、物体表面に沿って発達する境界層および境界層の剥離により形成される剥離渦領域の厚さが薄い場合は、境界層および剥離渦領域を厚さのない渦層で近似することにより、完全流体中において一種の自由表面として剥離渦層を持つ、任意運動をする物体まわりのpotential flow問題として扱うことが出来る。

このようなlifting potential flow問題において物体に働く流体力を求めるには、物体表面で圧力積分する方法が最も一般的な方法であるが、操縦流体力のように物体全体に働くtotal forceとしての流体力が必要な場合には、圧力分布つまり速度分布を求めることなく、速度ポテンシャルの値そのものを使って流体力を直接求める方が、計算が少なく簡単で実用性が高いと考えられる。そこで本論文でも、操縦流体力の推定において、速度ポテンシャルの値そのものを使って流体力を表現する式を求める。

3.2.2 速度ポテンシャルと流体力

3.2.2.1 流体力の厳密表現

無限流体中に静止していた物体が動き出した場合を考える。Fig.3.1に示すように、物体表面(S_B)からは境界層が剥離し、薄い剥離渦層(S_W)が形成されているとする。空

間固定静止座標系(S系)を $O-X_0Y_0Z_0$ とし、物体固定動座標系(B系)を $O-xyz$ とする。

物体はB系の原点 O が速度 \vec{U}_B で移動し、原点のまわりに角速度 $\vec{\Omega}_B$ で回転しているとする。この時B系上の固定点は、S系上を速度 $\vec{U} = \vec{U}_B + \vec{\Omega}_B \times \vec{R}_B$ で移動する事になる。但し、 \vec{R}_B はB系原点 O からの位置ベクトルを表す。

流体は非圧縮性、非粘性で境界層と剥離渦層を除き非回転とすると、境界層と剥離渦層を除いた流体領域(D)ではS系上において攪乱速度ポテンシャル Φ 存在し、境界層と剥離渦層の厚さを無限小と仮定すると、攪乱速度ポテンシャル Φ は次の条件を満足しなければならない。

$$\begin{aligned} [L] \quad & \nabla^2 \Phi = 0 \quad \text{in } D \\ [H] \quad & (\nabla \Phi - \vec{U}) \cdot \vec{n} = 0 \quad \text{on } S_B \\ [WK] \quad & (\nabla \Phi - \vec{V}) \cdot \vec{n} = 0 \quad \text{on } S_W \\ [WD] \quad & S_W \text{の両面で圧力が等しい} \\ [\infty] \quad & \Phi, \nabla \Phi \rightarrow 0 \quad \text{as } |\vec{R}| \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (3.1)$$

但し、 $[L]$ は質量保存則を示す連続の式であるLaplaceの式、 $[H]$ は物体表面での境界条件(Hull boundary condition)、 $[WK]$ は剥離渦層は流れに沿うという渦層の運動の境界条件(WakeのKinematic boundary condition)、 $[WD]$ は剥離渦層は力を支えないという渦層の力学的境界条件(WakeのDynamic boundary condition)、 $[\infty]$ は物体から遠方での条件を表わす。

なお、 \vec{V} は境界面の速度ベクトルであり、 $[WK]$ での \vec{V} は剥離渦層 S_W の速度ベクトルを表す。

このような流場における攪乱速度ポテンシャル Φ の遠方での漸近形は、次のようになる事が知られている[11][12]。

$$R \rightarrow \infty \text{ で } \Phi \rightarrow \frac{1}{8\pi} (\nabla \frac{1}{R} \cdot \vec{\alpha}), \quad \vec{\alpha} = \iiint_{D_\infty} (\vec{R} \times \vec{\omega}) dV \quad (3.2)$$

但し、 $\vec{\alpha}$ は境界層や剥離渦層をも含む流体全域(D_∞)における渦度 $\vec{\omega}$ のモーメントを表す。

物体に働く流体力 \vec{F} および流体モーメント \vec{M} を、物体表面での圧力積分の式を変形して速度ポテンシャルの値そのものを用いる式として求めるが、本論文では単に流体力という言葉で、流体力 \vec{F} および流体モーメント \vec{M} の両者を意味することにする。

Fig.3.2に示すように、任意運動している物体と渦層を囲んで、流体中に任意の検査面 S_C を考える。物体表面 S_B 、自由渦層 S_W 、検査面 S_C で囲まれた流体領域を D とし、境界面、 S_B 、 S_W 、 S_C 、で立てた領域 D から外向き方向の単位法線ベクトルを \vec{n} 、境界面の面素を $d\Sigma$ とする。

まず、圧力積分の形で、物体に働く流体力は次式で表される。

$$\frac{\vec{F}}{\rho} = - \iint_{S_B} \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (\nabla \Phi)^2 \right\} \vec{n} d\Sigma$$

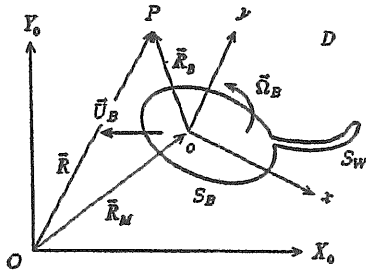


Fig.3.1 Coordinate System

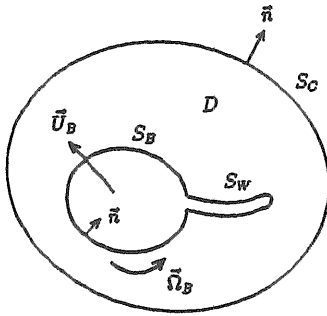


Fig.3.2 Control Surface

$$\frac{\bar{F}}{\rho} = - \iint_{S_B} \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (\nabla \Phi)^2 \right\} \bar{n} d\Sigma \quad (3.3)$$

発散定理、渦層の条件、領域 D で渦度0の条件を用いて圧力積分の式を変形すると、次の運動量理論の式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\bar{F}}{\rho} = & - \frac{d}{dt} \iint_{S_B+S_W+S_C} \Phi \bar{n} d\Sigma + \iint_{S_C} \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (\nabla \Phi)^2 \right\} \bar{n} d\Sigma + \\ & + \iint_{S_C} \nabla \Phi \left\{ (\bar{v} \cdot \bar{n}) - \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right\} d\Sigma \\ \frac{\bar{M}}{\rho} = & - \frac{d}{dt} \iint_{S_B+S_W+S_C} \Phi (\bar{R} \times \bar{n}) d\Sigma + \iint_{S_C} \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (\nabla \Phi)^2 \right\} (\bar{R} \times \bar{n}) d\Sigma \\ & + \iint_{S_C} (\bar{R} \times \nabla \Phi) \left\{ (\bar{v} \cdot \bar{n}) - \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right\} d\Sigma \end{aligned} \quad (3.4)$$

ここで任意の検査面である S_C を十分遠方にとり静止境界であるとする、 S_C で境界面の速度 $\bar{v} = \mathbf{0}$ であること、及び、速度ポテンシャル Φ の遠方での性質 (3.2) 式により、運動量理論の式 (3.4) 式は次のように簡単な形の式となる。

$$\frac{\bar{F}}{\rho} = - \frac{d}{dt} \iint_{S_B+S_W} \Phi \bar{n} d\Sigma, \quad \frac{\bar{M}}{\rho} = - \frac{d}{dt} \iint_{S_B+S_W} \Phi (\bar{R} \times \bar{n}) d\Sigma \quad (3.5)$$

(3.5) 式は、剥離渦層のない nonlifting potential flow で得られる式 [13] に、形の上では単に渦層 S_W での積分が加わっただけであるが、渦層の存在により速度ポテンシャル Φ 従って流体力 \bar{F} , \bar{M} は、これまでの運動履歴の影響 (memory effect) を受けるとともに、 Φ は物体の6自由度

の各運動の線形関数として表すことは一般には出来なくなる。なお、2次元流の \bar{F} については、(3.5) 式の形は既に Faltinsen が示している [14]。

(3.5) 式は空間固定静止座標系 (S系) 上での表示であり、モーメント \bar{M} も S系原点まわりのモーメントになっている。物体固定動座標系 (B系) 上での表示に変換し、かつ、B系原点まわりのモーメントにすると次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{\bar{F}}{\rho} = & - \frac{d}{dt} \iint_{S_B+S_W} \Phi \bar{n} d\Sigma - \bar{\Omega}_B \times \iint_{S_B+S_W} \Phi \bar{n} d\Sigma \\ \frac{\bar{M}}{\rho} = & - \frac{d}{dt} \iint_{S_B+S_W} \Phi (\bar{R}_B \times \bar{n}) d\Sigma - \bar{U}_B \times \iint_{S_B+S_W} \Phi \bar{n} d\Sigma \\ & - \bar{\Omega}_B \times \iint_{S_B+S_W} \Phi (\bar{R}_B \times \bar{n}) d\Sigma \end{aligned} \quad (3.6)$$

(3.5)、(3.6) 式の表現は非常に簡潔であり、物体および渦層により流体に与えられる運動量と角運動量の変化の割合という物理的にも理解しやすい形となっている。しかし、実際に流体力を求める場合には出発渦を含めて渦層全体についての情報が必要になる。

以上は無限流体中を物体が運動する場合であるが、浅水域を航行している船体に働く操縦流体力を求める場合、水面を剛体平面と見なし水面に関する水底の鏡像を考え、水底とその鏡像に挟まれた上下対称な流場問題として扱う場合がある。

この場合水底が水平面とすると、水底とその鏡像平面に挟まれた流場は、遠方では水平面内での2次元流に近づき攪乱速度ポテンシャルの漸近形は次のようになる [12]。

$$R \rightarrow \infty \text{ で } \Phi \rightarrow \frac{1}{2\pi} \left\{ \nabla \left(\ln \frac{1}{R} \right) \cdot \bar{a} \right\} \quad (3.7)$$

この遠方での速度ポテンシャルの性質、水底とその鏡像平面で境界面に垂直方向の流れが無いという条件 $\partial \Phi / \partial n = 0$ であること、及び、鏡像を用いた事による水面に関しての流場の上下対称性を考慮すると、浅水域においても無限流体中の場合と同じく物体に働く流体力として (3.5)、(3.6) 式が導かれる。

3.2.2.2 流体力の実用的表現

任意運動する物体に働く流体力の式、(3.5)、(3.6) 式は、渦層が流出し始めてから短時間後の流体力の計算には便利であるが、渦層全体の情報を把握しておく必要があるため、長時間任意運動した後の物体に働く流体力を求めることは実際上は不可能に近い。そこで、物体後方の検査面を物体に近づけ、検査面より後方の渦層の情報を検査面上での流場の情報で置き換えてみることにする。

Fig.3.3, 3.4 に示すように、物体の主運動方向と逆方向に、物体固定動座標系 (B系) の x 軸をとる。流体中の外部境界面として、B系の x 軸に垂直な任意の x 位置での断面 S_C と、物体から十分遠方にある境界面 $S_{C\infty}$ とからなる検査面を考える。

S_C と $S_{C\infty}$ で囲まれた物体と渦層の表面を S_B と S_W とする。 S_C と S_B との交線を C_B 、 S_C と S_W との交線を C_W とする。 C_B および C_W 上で S_C 面内での流体から外向き方向の

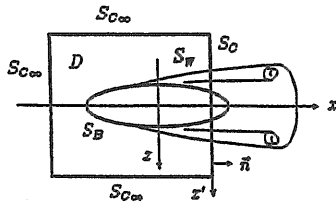


Fig.3.3 Space Fixed Control Surface S_C and $S_{C\infty}$

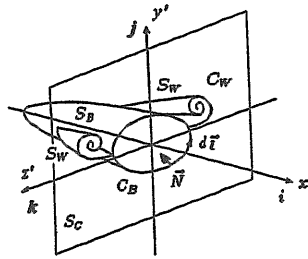


Fig.3.4 Potential Integral Region

単位法線ベクトルを \vec{N} 、 C_B および C_W 上の線素ベクトルを $d\vec{l}$ とする。これ以後、 S_C 面から C_B と C_W とで囲まれた物体と渦層を除いた領域を、改めて S_C 面とする。

境界面 $S_B, S_W, S_C, S_{C\infty}$ で囲まれた流体領域 D をとし、(3.3) 式から (3.4) 式を求めた場合と同様にして圧力積分の式を変形し、断面 S_C より前方部分の物体に働く流体力の式が得られる。

S_C および $S_{C\infty}$ を空間固定の静止境界面とすると、物体に働く流体力は空間固定静止座標系 (S系) 上で次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\vec{F}}{\rho} &= -\frac{d}{dt} \iint_{S_B+S_W} \Phi \vec{n} d\Sigma - \oint_{C_B+C_W} \Phi (\vec{v} \times d\vec{l}) \\ &\quad + \iint_{S_C} \left\{ \frac{1}{2} (\nabla\Phi)^2 \vec{n} - \nabla\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial n} \right\} d\Sigma \\ \frac{\vec{M}}{\rho} &= -\frac{d}{dt} \iint_{S_B+S_W} \Phi (\vec{R} \times \vec{n}) d\Sigma - \oint_{C_B+C_W} \Phi \vec{R} \times (\vec{v} \times d\vec{l}) \\ &\quad + \iint_{S_C} \left\{ \frac{1}{2} (\nabla\Phi)^2 (\vec{R} \times \vec{n}) - (\vec{R} \times \nabla\Phi) \frac{\partial\Phi}{\partial n} \right\} d\Sigma \end{aligned} \quad (3.8)$$

但し、線積分中の \vec{v} は C_B, C_W の S_C 面内における移動速度ベクトルを表す。

(3.8) 式が簡潔な厳密式 (3.5) 式に対応する式で、 S_C 断面より後方からの影響が、右辺第2,3項の S_C 面での線積分と面積分として出てきている。なお (3.8) 式の \vec{F} の形は既に Newman により示されている [13]。

(3.8) 式を物体固定動座標系 (B系) 上での表示に変換し、モーメントも B系原点まわりにすると、次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{\vec{F}}{\rho} &= -\frac{d}{dt} \iint_{S_B+S_W} \Phi \vec{n} d\Sigma - \vec{\Omega}_B \times \iint_{S_B+S_W} \Phi \vec{n} d\Sigma - \oint_{C_B+C_W} \Phi (\vec{v} \times d\vec{l}) \\ &\quad + \iint_{S_C} \left\{ \frac{1}{2} (\nabla\Phi)^2 \vec{n} - \nabla\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial n} \right\} d\Sigma \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\vec{M}}{\rho} &= -\frac{d}{dt} \iint_{S_B+S_W} \Phi (\vec{R}_B \times \vec{n}) d\Sigma - \vec{\Omega}_B \times \iint_{S_B+S_W} \Phi (\vec{R}_B \times \vec{n}) d\Sigma \\ &\quad - \vec{U}_B \times \iint_{S_B+S_W} \Phi \vec{n} d\Sigma - \oint_{C_B+C_W} \Phi \vec{R}_B \times (\vec{v} \times d\vec{l}) \\ &\quad + \iint_{S_C} \left\{ \frac{1}{2} (\nabla\Phi)^2 (\vec{R}_B \times \vec{n}) - (\vec{R}_B \times \nabla\Phi) \frac{\partial\Phi}{\partial n} \right\} d\Sigma \end{aligned} \quad (3.9)$$

更に、右辺第一項の微積分の順序を変更すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\vec{F}}{\rho} &= -\iint_{S_B+S_W} \frac{\partial\Phi}{\partial t} \vec{n} d\Sigma - \iint_{S_C} \nabla\Phi \{ (\vec{v} - \vec{U}) \cdot \vec{n} \} d\Sigma - \oint_{C_B+C_W} \Phi (\vec{U} \times d\vec{l}) \\ &\quad - \vec{\Omega}_B \times \iint_{S_B+S_W} \Phi \vec{n} d\Sigma + \iint_{S_C} \left\{ \frac{1}{2} (\nabla\Phi)^2 \vec{n} - \nabla\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial n} \right\} d\Sigma \\ \frac{\vec{M}}{\rho} &= -\iint_{S_B+S_W} \frac{\partial\Phi}{\partial t} (\vec{R}_B \times \vec{n}) d\Sigma - \iint_{S_C} (\vec{R}_B \times \nabla\Phi) \{ (\vec{v} - \vec{U}) \cdot \vec{n} \} d\Sigma \\ &\quad - \oint_{C_B+C_W} \Phi \vec{R}_B \times (\vec{U} \times d\vec{l}) - \vec{U}_B \times \iint_{S_B+S_W} \Phi \vec{n} d\Sigma \\ &\quad - \vec{\Omega}_B \times \iint_{S_B+S_W} \left\{ \frac{1}{2} (\nabla\Phi)^2 (\vec{R}_B \times \vec{n}) - (\vec{R}_B \times \nabla\Phi) \frac{\partial\Phi}{\partial n} \right\} d\Sigma \end{aligned} \quad (3.10)$$

但し、 $\vec{U} = \vec{U}_B + \vec{\Omega}_B \times \vec{R}_B$ であり、 \vec{v} は渦層 S_W の移動速度ベクトルである。検査面 S_C を物体より後方におく事により、物体全体に働く流体力が求まる。

物体が任意運動の後しばらく定常運動を続けており、 S_C 面も含めて S_C 面より前方の物体および渦層近傍での流場が定常とみなせる場合、(3.10) 式右辺の第一項、第二項が消え、定常流体力の式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\vec{F}}{\rho} &= -\oint_{C_B+C_W} \Phi (\vec{U} \times d\vec{l}) - \vec{\Omega}_B \times \iint_{S_B+S_W} \Phi \vec{n} d\Sigma \\ &\quad + \iint_{S_C} \left\{ \frac{1}{2} (\nabla\Phi)^2 - \nabla\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial n} \right\} d\Sigma \\ \frac{\vec{M}}{\rho} &= -\oint_{C_B+C_W} \Phi \vec{R}_B \times (\vec{U} \times d\vec{l}) - \vec{U}_B \times \iint_{S_B+S_W} \Phi \vec{n} d\Sigma \\ &\quad - \vec{\Omega}_B \times \iint_{S_B+S_W} \Phi (\vec{R}_B \times \vec{n}) d\Sigma \\ &\quad + \iint_{S_C} \left\{ \frac{1}{2} (\nabla\Phi)^2 (\vec{R}_B \times \vec{n}) - (\vec{R}_B \times \nabla\Phi) \frac{\partial\Phi}{\partial n} \right\} d\Sigma \end{aligned} \quad (3.11)$$

一例として斜航運動している船体への適用を考え、物体は xy 平面 ($z=0$: 水面) に関して対称な形状をしており、 xy 平面内を定常斜航運動 $\vec{U} = \vec{U}_x i + \vec{U}_y j$ をしている場合を考えると、物体全体に働く流体力は次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\vec{F}}{\rho} &= -\vec{U} \times \oint_{C_W} \Phi d\vec{l} + \iint_{S_C} \left\{ \frac{1}{2} (\Phi_y^2 + \Phi_z^2 - \Phi_x^2) i - \Phi_x \Phi_y j \right\} d\Sigma \\ \frac{\vec{M}}{\rho} &= -\vec{U} \times \iint_{S_B+S_W} \Phi \vec{n} d\Sigma - \oint_{C_W} \Phi \vec{R}_B \times (\vec{U} \times d\vec{l}) \\ &\quad - \iint_{S_C} \left\{ \frac{1}{2} (\Phi_y^2 + \Phi_z^2 - \Phi_x^2) y + x \Phi_x \Phi_y \right\} d\Sigma k \end{aligned} \quad (3.12)$$

なお、本項3.2.2で求めた流体力の式は、前項3.2.1と同様に浅水域の流場に対してもそのまま成り立つ。

3.2.3 細長体理論による近似表現

検査面 S_C より前方の物体と渦層での攪乱速度ポテンシ

アル Φ 、及び、検査面 S_C 上での速度分布がわかれば、物体に働く流体力は前節3.2の式で求めることが出来るが、本節では船体への適用を考え、流場計算の簡単な2次元的手法の使える細長体理論による物体に働く流体力の近似式を求める。

物体の長さを L 、幅を B としたとき、 $\varepsilon = B/L$ は十分小さいとし微小パラメーターとして用い、物体に働く流体力の厳密式 (3.10) 式を ε で摂動展開する。まず、物体と渦層の位置と形状について次のように仮定する。

$$x/L = O(1), \quad y/B = O(1), \quad z/B = O(1) \quad \text{on} \quad S_B, S_{B'} \\ n_x = O(\varepsilon), \quad n_y = O(1), \quad n_z = O(1) \quad \text{but} \quad \vec{n} = (n_x, n_y, n_z) \quad (3.13)$$

次に、物体および渦層の運動について、次のように仮定する。

$$\bar{U}_1/U_x = O(\varepsilon), \quad \bar{\Omega}_B L/U_x = O(\varepsilon), \quad \bar{V}/U_x = O(\varepsilon) \quad (3.14)$$

但し、

$$\bar{U} = \bar{U}_B + \bar{\Omega}_B \times \bar{R}_B = (U_x i + U_y j + U_z k) + \bar{\Omega}_B \times \bar{R}_B = U_x i + \bar{U}_1 \quad (3.15)$$

以上の物体と渦層の形状と運動についての仮定の下に、流体力の式を展開しオーダー評価を行う。(3.10) 式の摂動展開において、 $O(\varepsilon^4)$ 以下の低次の項を残し、 $O(\varepsilon^5)$ 以上の高次の項を無視すると、無限流体中でも浅水流場でも物体に働く流体力は次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\bar{F}}{\rho} = & - \iint_{S_B+S_{B'}} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \vec{n} d\Sigma - \iint_{S_{B'}} \nabla \Phi \{ (\bar{V} - \bar{U}) \cdot \vec{n} \} d\Sigma - \oint_{C_B+C_{B'}} \Phi (\bar{U} \times d\vec{l}) \\ & - \bar{\Omega}_B \times \iint_{S_B+S_{B'}} \Phi \vec{n} d\Sigma + \frac{1}{2} \iint_{S_C} (\Phi_y^2 + \Phi_z^2) d\Sigma i \\ & - \iint_{S_C} (\Phi_y j + \Phi_z k) \Phi_x d\Sigma \\ \frac{\bar{M}}{\rho} = & - \iint_{S_B+S_{B'}} \frac{\partial \Phi}{\partial t} (\bar{R}_B \times \vec{n}) d\Sigma - \iint_{S_{B'}} (\bar{R}_B \times \nabla \Phi) \{ (\bar{V} - \bar{U}) \cdot \vec{n} \} d\Sigma \\ & - \bar{U}_B \times \iint_{S_B+S_{B'}} \Phi \vec{n} d\Sigma - \oint_{C_B+C_{B'}} \Phi \bar{R}_B \times (\bar{U} \times d\vec{l}) \\ & - \bar{\Omega}_B \times \iint_{S_B+S_{B'}} \Phi (\bar{R}_B \times \vec{n}) d\Sigma \\ & + \iint_{S_C} \left\{ \frac{1}{2} (\Phi_y^2 + \Phi_z^2) (zj - yk) - x\Phi_x (\Phi_y k - \Phi_z j) \right\} d\Sigma \end{aligned} \quad (3.16)$$

但し、 \bar{F} も \bar{M} も右辺の最後の項は、物体全体に働く流体力を求めるため S_C 面を物体より後方におく場合は、 $O(\varepsilon^5)$ 以上の高次の項となり無視出来る。なお、時間微分については $\partial \Phi / \partial t = O(\varepsilon^2) U^2$ と仮定している。

(3.16) 式は、 $O(\varepsilon^2)$ より小さく $O(\varepsilon^5)$ より大きいので、 ε のべき乗で考えると $O(\varepsilon^3) + O(\varepsilon^4)$ の範囲という事になり、2nd order まで有効な式と言うことが出来る。(16) 式において S_C 面上で $\Phi_x = 0$ の場合は、 \bar{F} は厳密式の (3.10) 式に一致する。

速度 \bar{U}_B 、角速度 $\bar{\Omega}_B$ でゆるやかな定常旋回運動をしている場合には、物体全体に働く流体力は、次のようになる。

$$\frac{\bar{F}}{\rho} = - \oint_{C_{B'}} \Phi (\bar{U} \times d\vec{l}) - \bar{\Omega}_B \times \iint_{S_B+S_{B'}} \Phi \vec{n} d\Sigma + \frac{1}{2} \iint_{S_C} (\Phi_y^2 + \Phi_z^2) d\Sigma i$$

(212)

$$\begin{aligned} \frac{\bar{M}}{\rho} = & - \bar{U}_B \times \iint_{S_B+S_{B'}} \Phi \vec{n} d\Sigma - \oint_{C_{B'}} \Phi \bar{R}_B \times (\bar{U} \times d\vec{l}) \\ & - \bar{\Omega}_B \times \iint_{S_B+S_{B'}} \Phi (\bar{R}_B \times \vec{n}) d\Sigma \end{aligned} \quad (3.17)$$

\bar{F} の右辺第一項は Kutta-Joukowski の定理に相当する揚力の項、右辺第二項は付加質量による遠心力、右辺第三項は誘導抵抗を表す。 \bar{M} の右辺第一項、第二項は渦層がある場合の広義の Munk moment、第三項は付加慣性性能率によるモーメントを表す。

定常流体力の式 (3.17) 式において、攪乱速度の情報が必要とするのは誘導抵抗の項だけであり、推定対象としている操縦流体力の Sway force と Yaw moment は、攪乱速度ポテンシャル Φ のみで表現されている。

3.2.4 流体力の式のまとめ

操縦流体力の推定への応用を目的に、剥離渦層を流出しながら任意運動している物体について、物体まわりの流場を剥離渦層を厚さのない自由渦層で近似した流れのモデルによる lifting potential flow 問題としてとらえた時の、物体に働く流体力の速度ポテンシャルによる表現について検討し、次のような結果を得た。

- (1) 物体表面及び渦層表面での速度ポテンシャル積分形で表される、物体に働く流体力の簡単な形での厳密式 (3.5) 式、(3.6) 式を導き出した。
- (2) 物体が長時間任意運動した後では、(1) の簡単な厳密式では實際上計算は不可能となるため、後方検査面を物体に近づけることにより、長時間運動後も計算可能な実用的厳密式 (3.10) 式を導き出した。
- (3) 船体のような細長体が直進状態まわりで微小運動している場合について、2nd order まで精度の保証された、物体に働く流体力の近似式 (3.16) 式、(3.17) 式を導き出した。
- (4) 浅水流場として用いられる上下2平面に挟まれた上下対称な流場の問題でも、本章に示した流体力の厳密式および近似式はそのままの形で適用できる。

本節に示した式による流体力の推定精度は、当然のことながら速度ポテンシャルの推定精度にも依存する。精度を保つ即ち整合性を保つには、流体力の厳密式を用いる場合には速度ポテンシャルも厳密な値を必要とし、細長体近似における 2nd order まで有効な流体力の式を用いる場合には、速度ポテンシャルも 2nd order まで有効である事を必要とする。

3.3 流場の推定式

3.3.1 まえがき

船体に働く流体力を求めるには、船体まわりの流場の情報が必要になる。実用的な操縦流体力の推定式として、3.2節で細長体近似により 2nd order まで有効な式を導いた

が、この式を用いるには流場の情報すなわち速度ポテンシャルもまた、3.2節と同じ仮定の細長体近似による2nd orderまで有効な値を求めることが必要になる。

船体程度の細長比を持つ物体に細長体理論を適用する場合、物体の近傍のみで成り立つ内部解よりも、内部解と物体から遠方で成り立つ外部解から作る全領域で成り立つ合成解が、良い近似を与えることが知られている。その際遠方で成り立つ外部解においては、長軸方向の横断面積変化を表すsource分布による対称流場成分が1st orderとなり、横向きのdoublet分布による反対称流場成分が2nd orderの項として出てくる。

斜航運動、回頭運動という反対称運動の結果生じる操縦流体力は反対称流場に支配的影響を受けるが、外部解における1st orderとなる対称流場成分を表すsource分布は、船体前半部のsourceと船体後半部のsinkにより一種のdoubletとなっており、2nd orderとなる横向きdoubletによる反対称流場成分と1st orderの対称流場成分とのオーダー的な差は実質的には小さいと考えられる。従って、操縦流体力推定のための流場推定においては、船体から遠方においても反対称流場成分を考慮しておくことは必要と考えられる。

つまり、操縦流体力の推定においては、流体力の非線形性に対する考慮に加えて、流場自体も2nd orderまで考慮する事が重要となる。

本節3.3においては、前節3.2で求めた流体力の近似式に用いることを目的に求めた、前節と同じ細長体理論の仮定のもとに流場の全域において2nd orderまで精度の保証された、深水域および浅水域で操縦運動する船体まわりの流場を表現する速度ポテンシャルの合成解を示す。

得られた合成解は、内部解の主要部となる2次元ポテンシャルに3次元補正項を足したものとなっており、この3次元補正項は単純化した形状の物体まわりの3次元流場と2次元流場の差という物理的にわかりやすい形で表される。

なお、船の速度は、操縦流体力への造波現象の影響が無視できる程度の速度域とし、水面を剛体平面として鏡像を考えた上下対称な2重モデルを用いる。浅水域の場合も、水底を水平な平面と仮定し、水底の水面に関する鏡像面と水底面とで挟まれた領域内での上下対称な2重モデルを用いる。

3.3.2 深水域での流場の表現

3.3.2.1 定式化

平水中を、速度 U 、偏角 β 、回頭角速度 Ω で定常旋回運動をしている、長さ $L (= 2l)$ 、幅 B 、喫水 d の船体を考える。

Fig.3.5に示すように、空間固定静止座標系を $O-X_0Y_0Z_0$ 、船体固定動座標系を $O-xyz$ とし、船体の長さ方向に x 軸、幅方向に y 軸、 xy 平面に垂直に z 軸をとる。

$Z_0 = 0$ を静止水面とし、浅水域の場合は $Z_0 = -A$ を水底

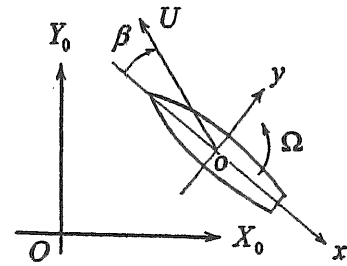


Fig.3.5 Coordinate System

とする。

攪乱速度ポテンシャルを Φ 、船体表面を $H=0$ 、剥離渦流を表す自由渦層を $W=0$ とすると、 Φ および W は以下の条件を満足しなければならない。

質量保存則を示す連続の式、

$$[L] \quad \left(\frac{\partial^2}{\partial X_0^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y_0^2} + \frac{\partial^2}{\partial Z_0^2} \right) \Phi = 0 \quad (3.18)$$

船体表面での条件、

$$[H] \quad \frac{DH}{Dt} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial X_0} \frac{\partial}{\partial X_0} + \frac{\partial \Phi}{\partial Y_0} \frac{\partial}{\partial Y_0} + \frac{\partial \Phi}{\partial Z_0} \frac{\partial}{\partial Z_0} \right) H = 0 \quad \text{on } H=0 \quad (3.19)$$

遠方での条件、

$$[\infty] \quad \Phi, \nabla \Phi \rightarrow 0 \quad \text{as } R \rightarrow \infty, \quad R^2 = X_0^2 + Y_0^2 + Z_0^2 \quad (3.20)$$

自由渦層を横切って圧力連続の条件、

[WD] C_p が $W=0$ の両面で等しい。

$$C_p = \frac{p-p_\infty}{\frac{\rho}{2} U^2} = -\frac{2}{U^2} \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{1}{U^2} \left\{ \left(\frac{\partial \Phi}{\partial X_0} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial Y_0} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial Z_0} \right)^2 \right\} \quad (3.21)$$

自由渦層の運動の条件、

$$[WK] \quad \frac{DW}{Dt} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial X_0} \frac{\partial}{\partial X_0} + \frac{\partial \Phi}{\partial Y_0} \frac{\partial}{\partial Y_0} + \frac{\partial \Phi}{\partial Z_0} \frac{\partial}{\partial Z_0} \right) W = 0 \quad \text{on } W=0 \quad (3.22)$$

浅水域の場合は、水底 ($Z_0 = -A$) およびその鏡像面 ($Z_0 = A$) での条件 (Bottom boundary condition) が加わる。

$$[B] \quad \frac{\partial \Phi}{\partial Z_0} = 0 \quad \text{on } Z_0 = \pm A \quad (3.23)$$

[L]、[H]、[WD]、[WK]、[B] の条件を、船体固定動座標系による表示に変換すると次式が得られる。

$$[L] \quad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0$$

$$[H] \quad \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} + U \cos \beta + \Omega y \right) \frac{\partial H}{\partial x} + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} - U \sin \beta - \Omega x \right) \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial \Phi}{\partial z} \frac{\partial H}{\partial z} = 0 \quad \text{on } H=0$$

[WD] C_p が $W=0$ の両面で等しい。

$$C_p = -\frac{2}{U^2}(U \cos \beta + \Omega y) \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{2}{U^2}(U \sin \beta + \Omega x) \frac{\partial \Phi}{\partial y} - \frac{1}{U^2} \left\{ \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right\}$$

$$[WK] \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} + U \cos \beta + \Omega y \right) \frac{\partial W}{\partial x} + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} - U \sin \beta - \Omega x \right) \frac{\partial W}{\partial y} + \frac{\partial \Phi}{\partial z} \frac{\partial W}{\partial z} = 0$$

$$\text{on } W=0 \quad (3.24)$$

さらに次のような無次元化を行う。

$$\Phi = Ul \cdot \phi, \quad \Omega = \omega \cdot U/l, \quad A = l \cdot a$$

$$x = l \cdot \xi, \quad y = l \cdot \eta, \quad z = l \cdot \zeta, \quad dl = l \cdot ds, \quad d\Sigma = l^2 \cdot dS \quad (3.25)$$

そうすると (3.24) 式は次のようになる。

$$[L] \quad \phi_{\xi\xi} + \phi_{\eta\eta} + \phi_{\zeta\zeta} = 0$$

$$[H] \quad (\phi_\xi + \cos \beta + \omega \eta) H_\xi + (\phi_\eta - \sin \beta - \omega \xi) H_\eta + H_\zeta \phi_\zeta = 0$$

$$\text{on } H=0$$

$$[WD] \quad C_p \text{ が } W=0 \text{ の両面で等しい。}$$

$$C_p = -2(\cos \beta + \omega \eta) \phi_\xi + 2(\sin \beta + \omega \xi) \phi_\eta - (\phi_\xi^2 + \phi_\eta^2 + \phi_\zeta^2)$$

$$[WK] \quad (\phi_\xi + \cos \beta + \omega \eta) W_\xi + (\phi_\eta - \sin \beta - \omega \xi) W_\eta + \phi_\zeta W_\zeta = 0$$

$$\text{on } W=0$$

$$[B] \quad \phi_\zeta = 0 \quad \text{on } \zeta = \pm a \quad (3.26)$$

ここで船体および渦層の形状と運動の大きさについて、 $\varepsilon = B/L$ を微小量として、第3章で流体力の近似式を求めた場合と同じ次の仮定をおく。

$$x/l = O(1), \quad y/l = O(\varepsilon), \quad z/l = O(\varepsilon)$$

$$n_x = O(\varepsilon), \quad n_y = O(1), \quad n_z = O(1) \quad \text{on } S_B, S_\eta$$

$$\beta = O(\varepsilon), \quad \omega = O(\varepsilon) \quad (3.27)$$

但し、 $\vec{n} = (n_x, n_y, n_z)$, $\vec{U}_B = (-U \cos \beta, U \sin \beta, 0)$,

$$\vec{\Omega}_B = (0, 0, \Omega)$$

横運動 β および ω の大きさについては、剥離渦層のない nonlifting potential flow の場合は微小量の仮定は必要ない。

3.3.2.2 内部解

船体近傍の $\xi = O(1)$, $\eta = O(\varepsilon)$, $\zeta = O(\varepsilon)$ の領域における速度ポテンシャル ϕ の様子を調べる。この領域で ϕ は次のように展開できるとする。

$$\phi(\xi, \eta, \zeta) = \varepsilon \cdot \phi_1 + \varepsilon^2 \cdot \phi_2 + \varepsilon^3 \cdot \phi_3 + O(\varepsilon^4) \quad (3.28)$$

ここで、内部変数 X, Y, Z, α, ϖ を導入する。

$$\xi = X, \quad \eta = \varepsilon \cdot Y, \quad \zeta = \varepsilon \cdot Z, \quad \sin \beta = \varepsilon \cdot \sin \alpha, \quad \omega = \varepsilon \cdot \varpi \quad (3.29)$$

(3.28)、(3.29) 式を (3.26) 式に代入し、 ε の次数でまとめる。但し、深水域のため水底での条件 [B] は省く。 ϕ のオーダーの項は、

$$(214)$$

$$[L] \quad \phi_{1Y} + \phi_{1ZZ} = 0 \quad \text{in } D$$

$$[H] \quad \phi_{1Y} H_Y + \phi_{1Z} H_Z = 0 \quad \text{on } H=0$$

$$[WD] \quad C_{p1} \text{ が } W=0 \text{ の両面で等しい。} \quad (3.30)$$

$$[WK] \quad \phi_{1Y} W_Y + \phi_{1Z} W_Z = 0 \quad \text{on } W=0$$

となり、(3.30) 式と [0] の条件は $\phi_1 = 0$ で満足される。 ε^2 のオーダーの項は、

$$[L] \quad \phi_{2Y} + \phi_{2ZZ} = 0 \quad \text{in } D$$

$$[H] \quad \phi_{2Y} H_Y + \phi_{2Z} H_Z = H_Y (\sin \alpha + \varpi X) - H_X \cos \beta \quad \text{on } H=0$$

$$[WD] \quad C_{p2} \text{ が } W=0 \text{ の両面で等しい。}$$

$$C_{p2} = -2 \cos \beta \cdot \phi_{1X} + 2(\sin \alpha + \varpi X) \phi_{1Y} - 2(\phi_{1Y} \phi_{2Y} + \phi_{1Z} \phi_{2Z}) = 0$$

$$[WK] \quad \phi_{2Y} W_Y + \phi_{2Z} W_Z = W_Y (\sin \alpha + \varpi X) - W_X \cos \beta \quad \text{on } W=0 \quad (3.31)$$

ε^3 のオーダーの項は、

$$[L] \quad \phi_{3Y} + \phi_{3ZZ} = -\phi_{1XX} = 0 \quad \text{in } D$$

$$[H] \quad \phi_{3Y} H_Y + \phi_{3Z} H_Z = -\phi_{1X} H_X = 0 \quad \text{on } H=0$$

$$[WD] \quad C_{p3} \text{ が } W=0 \text{ の両面で等しい。}$$

$$C_{p3} = -2 \cos \beta \cdot \phi_{2X} + 2(\sin \alpha + \varpi X) \phi_{2Y} - (\phi_{1X}^2 + \phi_{2Y}^2 + \phi_{2Z}^2 + 2\phi_{1Y} \phi_{3Y} + 2\phi_{1Z} \phi_{3Z})$$

$$= -2 \cos \beta \cdot \phi_{2X} + 2(\sin \alpha + \varpi X) \phi_{2Y} - (\phi_{2Y}^2 + \phi_{2Z}^2)$$

$$[WK] \quad \phi_{3Y} W_Y + \phi_{3Z} W_Z = -\phi_{1X} W_X = 0 \quad \text{on } W=0 \quad (3.32)$$

となる。つまり攪乱速度ポテンシャル ϕ で考えると、 ϕ の leading order は $\varepsilon^2 \cdot \phi_2$ であり、2nd order は $\varepsilon^3 \cdot \phi_3$ となる。

そこで、改めて $\phi = \varepsilon^2 \cdot \phi_2 + \varepsilon^3 \cdot \phi_3$ として内部領域において 2nd order まで有効な速度ポテンシャル ϕ を定義すると、 ϕ の満足すべき条件は次のようになる。

$$[L] \quad \phi_{\eta\eta} + \phi_{\zeta\zeta} = 0$$

$$[H] \quad \phi_\eta H_\eta + \phi_\zeta H_\zeta = (\sin \beta + \omega \xi) H_\eta - \cos \beta \cdot H_\xi \quad \text{on } H=0$$

$$[WD] \quad C_p \text{ が } W=0 \text{ の両面で等しい。} \quad (3.33)$$

$$C_p = -2 \cos \beta \cdot \phi_\xi + 2(\sin \beta + \omega \xi) \phi_\eta - (\phi_\eta^2 + \phi_\zeta^2)$$

$$[WK] \quad \phi_\eta W_\eta + \phi_\zeta W_\zeta = (\sin \beta + \omega \xi) W_\eta - \cos \beta \cdot W_\xi \quad \text{on } W=0$$

(3.33) 式を満足する速度ポテンシャル ϕ は次式で与えられる。

$$\phi = \frac{1}{2\pi} \int_{C(\xi)} \left\{ \frac{\partial \phi}{\partial N} \left(\ln \frac{1}{r} \right) - \phi \frac{\partial}{\partial N} \left(\ln \frac{1}{r} \right) \right\} ds + g(\xi),$$

$$r^2 = (\eta - \eta')^2 + (\zeta - \zeta')^2 \quad (3.34)$$

$C(\xi)$ は考えている断面での船体及び自由渦層の girth を表し、 $\partial/\partial N$ は流体外部へ向かう法線方向微分を表す。 $g(\xi)$ は遠場における解との matching から得られる。

遠場の解との matching を行うには、(3.34) 式で表される速度ポテンシャル ϕ が船体から遠方でどのような形になるのか、 ϕ の outer limit を求める必要がある。 η, ζ を十分大きくし $\eta, \zeta \geq O(1/\varepsilon)$ とすると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial N}(\ln r) &= -\left\{N_\eta(\eta - \eta') + N_\zeta(\zeta - \zeta')\right\} \left\{\frac{1}{r_0^2} + O(1/r_0^3)\right\} \\ \frac{\partial}{\partial N}(\ln r) &= -\left\{N_\eta(\eta - \eta') + N_\zeta(\zeta - \zeta')\right\} \left\{\frac{1}{r_0^2} + O(1/r_0^3)\right\} \\ \frac{H_\xi}{\sqrt{H_\eta^2 + H_\zeta^2}} &= \frac{H_\xi}{\sqrt{H_\xi^2 + H_\eta^2 + H_\zeta^2}} \left\{1 + \frac{H_\xi^2}{2(H_\eta^2 + H_\zeta^2)} + O(\varepsilon^4)\right\} \\ &= n_\xi \{1 + O(\varepsilon^2)\} \\ r_0^2 &= \eta^2 + \zeta^2 \end{aligned} \quad (3.35)$$

但し、 (N_η, N_ζ) は2次元断面での船体および自由渦層の girth への法線の方向余弦を、 (n_ξ, n_η, n_ζ) は3次元の船体および渦層の表面での法線の方向余弦を表す。

(3.33) 式の $[H]$, $[WK]$ の条件、(3.35) 式、自由渦層を厚さのない doublet 層で表すこと、鏡像モデルによる流場の上下対称性、及び、船体の左右対称性を利用して、(3.34) 式を展開し 2nd order の項までとると次式となる。

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{1}{2\pi} \oint_{C_H + C_W} \left\{ \frac{\partial \phi}{\partial N} \left(\ln \frac{1}{r} \right) - \phi \frac{\partial}{\partial N} \left(\ln \frac{1}{r} \right) \right\} ds + g(\xi) \\ &= -\frac{1}{2\pi} \oint_{C_H + C_W} \left\{ (\sin \beta + \omega \xi) N_\eta - \cos \beta \cdot n_\xi \right\} \left(\ln r_0 - \frac{\eta \eta' + \zeta \zeta'}{r_0^2} \right) ds \\ &\quad - \frac{1}{2\pi} \oint_{C_H + C_W} \phi \left(N_\eta \cdot \eta + N_\zeta \cdot \zeta \right) \frac{1}{r_0^2} ds + g(\xi) \\ &= \frac{1}{2\pi} \cos \beta \cdot \ln r_0 \cdot \oint_{C_H} n_\xi ds + \frac{1}{2\pi} (\sin \beta + \omega \xi) \frac{\eta}{r_0^2} \oint_{C_H} N_\eta \cdot \eta' ds + g(\xi) \\ &\quad - \frac{1}{2\pi} \frac{\eta}{r_0^2} \oint_{C_H + C_W} \phi N_\eta ds \\ &= \frac{1}{2\pi} \cos \beta \cdot \ln r_0 \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} S(\xi) + g(\xi) \\ &\quad - \frac{1}{2\pi} \frac{\eta}{r_0^2} \left\{ (\sin \beta + \omega \xi) S(\xi) + \oint_{C_H + C_W} \phi N_\eta ds \right\} \end{aligned} \quad (3.36)$$

但し、 $S(\xi)$ は l^2 で無次元化した船体横断面積、 C_H と C_W は船体と渦層のその横断面での girth を表す。

(3.36) 式が、近場における速度ポテンシャル ϕ の 2nd order の項までとった outer limit であり、右辺第1項と第2項が対称流場成分、第3項が反対称流場成分を表す。ここで、

$$F(\xi) = (\sin \beta + \omega \xi) S(\xi) + \oint_{C_H + C_W} \phi N_\eta ds \quad (3.37)$$

とおくと、(3.36) 式は、原点に $S'(\xi) \cos \beta$ の source と $F(\xi)$ の doublet をおいた場合の2次元攪乱速度ポテンシャルとなっている。渦層 C_W の存在しない場合は、 $F(\xi)/(\sin \beta + \omega \xi)$ はその断面の排除流体と付加質量による見掛けの質量に一致する。

3.3.2.3 外部解と合成解

深水域なので (3.26) 式から水底での条件 $[B]$ を除いたものと、遠方での条件 $[\infty]$ を満足する速度ポテンシャル ϕ は、次式の形で与えられる。

$$\phi = \frac{1}{4\pi} \iint_{S_H + S_W} \left\{ \frac{\partial \phi}{\partial n} \frac{1}{R} - \phi \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{R} \right) \right\} dS \quad (3.38)$$

$$R^2 = (\xi - \xi')^2 + (\eta - \eta')^2 + (\zeta - \zeta')^2$$

S_H と S_W は船体表面と自由渦面を表し、 $\partial/\partial n$ は船体表面と自由渦面における流体外部向きの法線方向微分を表す。

自由渦層は、船体より後方では x 軸より大きく離れて行く可能性があるが、船体から遠方にある自由渦の船体付近の流場に与える影響は小さく、例えば Glauert[15] による trailing vortex の変形による翼面での誘導速度の評価によると、渦系が翼端から x 軸上を無限後方までのびている場合と、 $\omega = O(\varepsilon)$ に対応する旋回半径上に渦系があったとした場合との誘導速度の差は、誘導速度を $O(1)$ とした場合高々 $O(\varepsilon^2 \ln \varepsilon)$ であり、遠場においても、自由渦層を x 軸上の特異点分布で表しても十分良い近似になると考えられる。

(3.38) 式において、 η と ζ を大きくして行った時の ϕ の漸近形を求め、2nd order の項までとり遠場における近似解とする。

η, ζ を大きくし $\eta, \zeta \geq O(1/\varepsilon)$ とすると、

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} &= \frac{1}{R_0} \left\{ 1 + \frac{\eta \eta' + \zeta \zeta'}{R_0^2} + O(1/R_0^2) \right\} \\ \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{R} \right) &= \frac{1}{R_0^3} (n_\eta \cdot \eta + n_\zeta \cdot \zeta) \{1 + O(1/R_0)\} \end{aligned} \quad (3.39)$$

$$R_0^2 = (\xi - \xi')^2 + r_0^2 = (\xi - \xi')^2 + \eta^2 + \zeta^2$$

この性質を用いて、前項 3.3.2.2 で内部解の outer limit を求めた場合と同様にして、遠場での ϕ の漸近形を求める。

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{1}{4\pi} \iint_{S_H + S_W} \left\{ -(\cos \beta + \omega \eta') n_\xi \right. \\ &\quad \left. + (\sin \beta + \omega \xi') n_\eta \right\} \frac{1}{R_0} \left\{ 1 + \frac{\eta \eta' + \zeta \zeta'}{R_0^2} \right\} dS \\ &\quad - \frac{1}{4\pi} \iint_{S_H + S_W} \phi \cdot \frac{1}{R_0^3} (n_\eta \cdot \eta + n_\zeta \cdot \zeta) dS \\ &= -\frac{\cos \beta}{4\pi} \int_{-1}^1 \frac{1}{R_0} \left(\oint_{C_H} n_\xi ds \right) d\xi' + \frac{\sin \beta}{4\pi} \eta \int_{-1}^1 \frac{1}{R_0^3} \left(\oint_{C_H} n_\eta \cdot \eta' ds \right) d\xi' \\ &\quad + \frac{1}{4\pi} \omega \eta \int_{-1}^1 \frac{\xi'}{R_0^3} \left(\oint_{C_H} n_\eta \cdot \eta' ds \right) d\xi' - \frac{1}{4\pi} \int_{-1}^1 \frac{1}{R_0^3} \left(\oint_{C_H + C_W} \phi n_\eta ds \right) d\xi' \\ &= -\frac{\cos \beta}{4\pi} \int_{-1}^1 \frac{S'(\xi')}{R_0} d\xi' - \frac{\eta}{4\pi} \int_{-1}^1 \frac{G(\xi')}{R_0^3} d\xi' \\ G(\xi) &= (\sin \beta + \omega \xi) S(\xi) + \oint_{C_H + C_W} \phi n_\eta ds \end{aligned} \quad (3.40)$$

(3.40) 式が 2nd order の項までとった ϕ の漸近値であり、これを遠場における近似解である外部解とする。(3.40) 式の ϕ の右辺第1項が x 軸上の強さ $S'(\xi) \cos \beta$ の source 分布による対称流場成分を、右辺第2項が x 軸上の η 方向を向く強さ $G(\xi)$ の doublet 分布による反対称流場成分を表している。

内部解との matching のため、外部解 (3.40) 式の inner limit を求める。 r_0 つまり η と ζ を小さくし $\eta, \zeta \leq O(\varepsilon)$ とすると、

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{|\xi - \xi'|} \left\{ 1 - \frac{r_0^2}{2(\xi - \xi')^2} + O(r_0^4) \right\}$$

$$\sqrt{(1 + \xi)^2 + r_0^2} = (1 + \xi) + \frac{r_0^2}{2(1 + \xi)} + O(r_0^4) \quad (3.41)$$

これを用いて (3.40) 式を展開し、2nd order の項までとる。

$$\begin{aligned} \phi &= -\frac{\cos \beta}{4\pi} \left\{ \int_{-1}^1 \frac{S'(\xi') - S'(\xi)}{R_0} d\xi' + S'(\xi) \int_{-1}^1 \frac{d\xi'}{R_0} \right\} \\ &\quad - \frac{\eta}{4\pi} \left\{ \left[\frac{G(\xi')}{r_0^2} \frac{\xi' - \xi}{R_0} \right]_{\xi'=-1}^{\xi'=\infty} - \int_{-1}^{\infty} G'(\xi') \frac{1}{r_0^2} \frac{\xi' - \xi}{R_0} d\xi' \right\} \\ &= -\frac{\cos \beta}{4\pi} \left\{ \int_{-1}^1 \frac{S'(\xi') - S'(\xi)}{|\xi - \xi'|} d\xi' + S'(\xi) (\ln 4(1 - \xi^2) - 2 \ln r_0) \right\} \\ &\quad - \frac{1}{4\pi r_0^2} \left\{ G(\infty) + G(-1) - \int_{-1}^{\infty} G'(\xi') \operatorname{sgn}(\xi' - \xi) d\xi' \right\} \\ &= -\frac{\cos \beta}{4\pi} \left\{ \int_{-1}^1 \frac{S'(\xi') - S'(\xi)}{|\xi - \xi'|} d\xi' + S'(\xi) \cdot \ln 4(1 - \xi^2) \right\} \\ &\quad + \frac{\cos \beta}{2\pi} S'(\xi) \cdot \ln r_0 - \frac{1}{2\pi r_0^2} G(\xi) \end{aligned} \quad (3.42)$$

船体近傍で成り立つ内部解 (3.34) 式と船体から遠方で成り立つ外部解 (3.40) 式が、中間領域で一様に接続するよう、内部解の outer limit (3.36) 式と外部解の inner limit (3.42) 式を等しいとおくと次の関係式が得られる。

$$g(\xi) = -\frac{\cos \beta}{4\pi} \left\{ \int_{-1}^1 \frac{S'(\xi') - S'(\xi)}{|\xi - \xi'|} d\xi' + S'(\xi) \cdot \ln 4(1 - \xi^2) \right\},$$

$$F(\xi) = G(\xi) \quad (3.43)$$

全流体領域で有効となる合成解は、内部解と外部解の和からその共通部分 (3.36) 式または (3.42) 式を差し引くことにより、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \phi(\text{合成解}) &= \phi_{IN} + \phi_{OUT} - \frac{1}{2\pi} S'(\xi) \cos \beta \cdot \ln r_0 - g(\xi) + \frac{1}{2\pi r_0^2} F(\xi) \\ &= \phi_{2D} - \frac{\cos \beta}{4\pi} \left\{ 2S'(\xi) \ln r_0 + \int_{-1}^1 \frac{S'(\xi')}{R_0} d\xi' \right\} \\ &\quad + \frac{\eta}{4\pi} \left\{ \frac{2}{r_0^2} F(\xi) - \int_{-1}^{\infty} \frac{F(\xi')}{R_0^3} d\xi' \right\} \end{aligned} \quad (3.44)$$

但し、 ϕ_{IN} は内部解 (3.34) 式、 ϕ_{OUT} は外部解 (3.40) 式を、 ϕ_{2D} は内部解の主要部である (3.34) 式の右辺第1項の2次元ポテンシャルを表す。

全流体領域で2nd order まで有効な合成解 ϕ (3.44) 式は、内部解の主要部である2次元成分 ϕ_{2D} に右辺第2項の対称流場成分に対する3次元補正項と右辺第3項の反対称流場成分に対する3次元補正項が加わった形となっている。通常用いられている細長体理論においては、外部解では leading order の項しか考慮されず、そのため (3.44) 式右辺第3項の反対称流場成分に対する3次元補正項が落ちている。

(216)

3.3.4 浅水域での流場の表現

3.3.4.1 内部解

浅水域の場合、船体の近傍 $\xi = O(1), \eta = O(\varepsilon), \zeta = O(\varepsilon)$ の領域においては、深水域の場合と同様に、攪乱速度ポテンシアルは次の条件を満足する速度ポテンシアル ϕ により近似される。

$$\begin{aligned} [L] \quad &\phi_{\eta\eta} + \phi_{\zeta\zeta} = 0 \\ [H] \quad &\phi_{\eta} H_{\eta} + \phi_{\zeta} H_{\zeta} = (\sin \beta + \omega \xi) H_{\eta} - \cos \beta \cdot H_{\zeta} = 0 \quad \text{on } H = 0 \\ [WD] \quad &C_p \text{ が } W = 0 \text{ の両面で等しい。} \end{aligned} \quad (3.45)$$

$$C_p = -2 \cos \beta \cdot \phi_{\xi} + 2(\sin \beta + \omega \xi) \phi_{\eta} - (\phi_{\eta}^2 + \phi_{\zeta}^2)$$

$$[WK] \quad \phi_{\eta} W_{\eta} + \phi_{\zeta} W_{\zeta} = (\sin \beta + \omega \xi) W_{\eta} - \cos \beta \cdot W_{\zeta} = 0 \quad \text{on } W = 0$$

$$[B] \quad \phi_{\zeta} = 0 \quad \text{on } \zeta = \pm a$$

(3.45) 式を満足する速度ポテンシアル ϕ は、次式で与えられる。

$$\phi = \frac{1}{2\pi} \oint_{c(\xi)} \left(\frac{\partial \phi}{\partial N} \cdot E - \phi \cdot \frac{\partial E}{\partial N} \right) ds + f(\xi) \quad (3.46)$$

但し、

$$\begin{aligned} E(\eta, \zeta; \eta', \zeta') &= -\frac{1}{2} \ln \left\{ \cosh \frac{\pi}{2a} (\eta - \eta') - \cos \frac{\pi}{2a} (\zeta - \zeta') \right\} \\ &\quad - \frac{1}{2} \ln \left\{ \cosh \frac{\pi}{2a} (\eta - \eta') + \cos \frac{\pi}{2a} (\zeta + \zeta') \right\} + \ln \left(\frac{\pi}{2a} \right) \end{aligned}$$

$c(\xi)$ は考えている断面での船体および渦層の girth を、 $\partial/\partial N$ は流体外部へ向かう法線方向微分を表し、 $f(\xi)$ は深水域の $g(\xi)$ に対応するもので外部解との matching から得られる。

次に、内部解 (3.46) 式の outer limit を求める。 $\eta \geq O(1/\varepsilon)$ として漸近展開を行い2nd order の項までとる。深水域の場合と同じ細長体の仮定、鏡像モデルによる流場の上下対称性、船体の左右対称性を利用して、浅水域での内部解 (4.32) 式の outer limit として次式が得られる。

$$\begin{aligned} \phi &\rightarrow \frac{\cos \beta}{4a} S'(\xi) \eta - \frac{\cos \beta}{2\pi} S'(\xi) \ln \left(\frac{\pi}{a} \right) - \frac{1}{4a} \operatorname{sgn}(\eta) F(\xi) + f(\xi) \\ F(\xi) &= (\sin \beta + \omega \xi) S(\xi) + \oint_{c(\xi)} \phi N_{\eta} ds \end{aligned} \quad (3.47)$$

outer limit (3.47) 式の第1項、第2項と第4項 $f(\xi)$ が対称流場成分を表し、第3項が反対称流場成分を表している。

(3.47) 式は、 $\eta\zeta$ 平面の幅 $2a$ の帯状領域において、 $\cos \beta \cdot S'(\xi)/2a$ の source と $F(\xi)/2a$ の doublet を $\eta = 0$ に一様に分布させた場合の2次元攪乱速度ポテンシアルとなっている。

$\eta \rightarrow \pm \infty$ での速度ポテンシアル (3.47) 式の差を流入速度 $\sin \beta + \omega \xi$ で割った値の1/2は、その断面の2次元の無次元付加質量を $M(\xi)$ とすると、

$$F(\xi)/4a(\sin \beta + \omega \xi) = \{S(\xi) + M(\xi)\}/4a \quad (3.48)$$

であり、浅水問題で通常 blockage coefficient [16] と呼ばれている値となる。

内部解の outer limit (3.47) 式において、反対称流場

は $\eta = 0$ におかれた doublet $F(\xi)$ で表されており、 $F(\xi)$ を流入速度で割った値は (3.48) 式に示されているように、船体による排除流体 $S(\xi)$ に付加質量 $M(\xi)$ を加えたその断面での見掛けの質量を表している。つまり、内部解 (3.46) 式を遠方から見た場合、反対称流場は断面積が $\{S(\xi) + M(\xi)\}/2$ の物体まわりの流れのように見えることを示している。

3.3.4.2 外部解と合成解

船体から遠方の $\xi \geq O(1), \eta \geq O(1), \zeta = O(\epsilon)$ の領域においては、流場は次の条件を満足する速度ポテンシャル ϕ で 2nd order まで近似される。

$$\begin{aligned} \phi_{\xi\xi} + \phi_{\eta\eta} &= 0 \\ \phi_{\zeta} &= 0 \quad \text{on } \zeta = \pm a \end{aligned} \quad (3.49)$$

$$\phi, \nabla\phi \rightarrow 0 \quad \text{as } r_s \rightarrow \infty, \quad r_s^2 = \xi^2 + \eta^2$$

(3.49) 式の [L] より $\phi = \psi(\xi, \eta) + q(\zeta)$ という形の解が考えられるが、 $[\infty]$ の条件および内部解の outer limit との接続を考えると $q(\zeta) = 0$ となり、外部解は ζ に無関係な $\sigma(\xi)$ 平面の 2次元ポテンシャルとして表すことが出来、条件 [B] は自動的に満足される。

この領域において、船体と自由渦の流場に与える影響は深水域と同様に $\eta = 0$ の特異点分布で近似できる。そこで、外部解を $\eta = 0$ に source $m(\xi)$ と横向き doublet $\sigma(\xi)$ を分布させた次式の 2次元ポテンシャルで表すことにする。

$$\phi = \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 m(\xi') \cdot \ln \frac{1}{r} d\xi' - \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \sigma(\xi') \frac{\eta}{r^2} d\xi', \quad r^2 = (\xi - \xi')^2 + \eta^2 \quad (3.50)$$

内部解との matching のため、外部解 (3.50) 式において η を小さくしていった場合の inner limit を求める。 $\xi = O(1), \eta \leq O(\epsilon)$ として 2nd order の項までとると次式が得られる。

$$\begin{aligned} \phi \rightarrow & -\frac{1}{2} m(\xi) |\eta| - \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \{m(\xi) - m(\xi')\} \cdot \ln |\xi - \xi'| d\xi' \\ & - \frac{1}{2\pi} m(\xi) \{ (1-\xi) \ln(1-\xi) + (1+\xi) \ln(1+\xi) - 2 \} - \frac{1}{2} \sigma(\xi) \cdot \text{sgn}(\eta) \end{aligned} \quad (3.51)$$

内部解 (3.46) 式と外部解 (3.50) 式が中間領域において一様に接続するよう、内部解の outer limit (3.47) 式と外部解の inner limit (3.51) 式を等しいとおくと、次の関係式が得られる。

$$\begin{aligned} m(\xi) &= -\frac{\cos\beta}{2a} S'(\xi) \\ \sigma(\xi) &= \frac{1}{2a} F(\xi) \\ f(\xi) &= -\frac{\cos\beta}{2\pi} S'(\xi) \left[-\frac{1}{2a} \{ (1-\xi) \ln(1-\xi) + (1+\xi) \ln(1+\xi) - 2 \} - \ln \left(\frac{\pi}{a} \right) \right] \\ & \quad - \frac{\cos\beta}{4\pi a} \int_{-1}^1 \{ S'(\xi) - S'(\xi') \} \ln |\xi - \xi'| d\xi' \end{aligned} \quad (3.52)$$

従って、全領域で成り立つ浅水域における 2nd order ま

で有効な攪乱速度ポテンシャルの合成解は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \phi &= \phi_{2D} - \frac{\cos\beta}{4\pi a} \int_{-1}^1 S'(\xi') \ln \frac{1}{r} d\xi' - \cos\beta \cdot S'(\xi) \left\{ \frac{|\eta|}{4a} - \frac{1}{2\pi} \ln \left(\frac{\pi}{a} \right) \right\} \\ & \quad - \frac{\eta}{4\pi a} \int_{-1}^1 \frac{F(\xi')}{r^2} d\xi' + \frac{1}{4a} F(\xi) \cdot \text{sgn}(\eta) \end{aligned} \quad (3.53)$$

$$F(\xi) = (\sin\beta + \omega\xi) S(\xi) + \oint_{C(\xi)} \phi_{2D} N_\eta ds, \quad r^2 = (\xi - \xi')^2 + \eta^2$$

ϕ は、内部解 (3.46) 式の右辺から $f(\xi)$ を除いた 2次元ポテンシャルを表す。

合成解 (3.53) 式 ϕ の右辺第 2、3 項が対称流場の 3次元補正項、右辺第 4、5 項が反対称流場の 3次元補正項になっている。これらの 3次元補正項は、対称流場の場合は $\cos\beta \cdot S'(\xi)$ という source 分布による、反対称流場の場合は $F(\xi)$ という doublet 分布による、3次元流場と 2次元流場の差として表されている。

3次元補正項における特異点分布の表す物体を等価物体と呼ぶことにするが、3次元補正項は、船体形状の細かい局所的变化を直接的には考慮するものではなく、船体の影響を近似する簡単な形状の等価物体による 3次元流場と 2次元流場の差という、ある平均値的な補正値を各断面に与えようとするものである。

等価物体は、深水域の場合は回転体となるが、浅水域の場合は等価物体の横断面積は深水域と同じで、対称流場に対して $S(\xi)$ 、反対称流場に対しては $\{S(\xi) + M(\xi)\}/2$ となるが、もはや回転体ではなく ζ に無関係となるので、本論文では浅水域においては対称流場に対しては幅が $S(\xi)/2a$ の物体を、反対称流場に対しては $\{S(\xi) + M(\xi)\}/4a$ の物体を表すものとする。

(3.53) 式は、水深は喫水と同じオーダーの $a = O(\epsilon)$ であり、遠方では $\xi\eta$ 平面の 2次元流場として近似できるという浅水近似のもとに求められた式であり、この仮定が成り立つ範囲の水深で用いるべきものである。

3.3.4 流場の表現のまとめ

3.3節で示した細長体理論における速度ポテンシャルの合成解は、横断面内における 2次元の詳しい流場の様子は内部解で与え、3次元影響の主要部分を外部解から与えようとするもので、外部解において 2nd order として出てくる反対称流場成分を含ませることにより、操縦流体力推定のような反対称流場成分が支配的影響を持つ流場の表現に適した構成となっている。

深水域および浅水域の流場に対して速度ポテンシャルの合成解 (3.44) 式および (3.56) 式を導いたが、両者ともにその構成は内部解の主要部である 2次元ポテンシャル ϕ_{2D} と 3次元補正項からなり、3次元補正項は等価物体まわりの 3次元流場と 2次元流場の差として表され、等価物体の横断面積は、対称流場に対しては船体横断面積と同じ、反対称流場に対しては船体横断面積と付加質量の横断面積との平均値となっている。