# 浸水時船舶の波浪中安全性に関する研究

石田 茂資<sup>\*</sup>、原口 富博<sup>\*</sup>、渡辺 巖<sup>\*</sup>、小川 剛孝<sup>\*</sup>、藤原 敏文<sup>\*</sup>、村重 淳<sup>\*\*</sup>

Study on the Safety of Flooded Ships in Waves

by

# Shigesuke ISHIDA, Tomihiro HARAGUCHI, Iwao WATANABE, Yoshitaka GAWA, Toshifumi FUJIWARA and Sunao MURASHIGE

# Abstract

Motivated by the disaster of ESTONIA in 1994, the safety standard for RO-RO passenger vessels was deliberated in IMO. One of the major parts of the discussion was the damage stability because wide non-separated car decks of this type of ships reduce the stability drastically once free flooded water through a damage opening is piled up on them. In order to contribute to the discussion, Ship Research Institute conducted the research project of "Study on the Safety of Flooded Ships in Waves" from 1995 to 1997.

By model tests in beam waves, the motion of ship, the amount of accumulated water on deck and the occurrence of capsize in various test parameters were investigated. As the result, the effects of GM, initial heel angle, center casing, wave period and so on were clarified. It was characteristic that the time averaged height of water on deck above the calm sea surface was within a narrow range in various model conditions and was confirmed that this quantity is the key index of the danger of capsizing. With these results the scope of the proposal by United Kingdom for IMO was also discussed.

In addition, the coupling motion of the ship and the water on deck was examined by experiments and numerical simulations. It was found that two kinds of roll motion with different amplitudes and periods coexist in some conditions even in regular waves with moderate heights, and that some of these complicated roll motions have typical properties of low-dimensional deterministic chaos.

### 34

### 目次

- 1 はじめに 2 損傷した RO-RO 客船の横波中転覆現象 2.1 模型実験方法 2.2 不規則波中の実験結果 2.3 横揺れ同調の影響 2.4 定常状態を決定する因子と転覆発生の条件 2.5 第2章のまとめ 3 IMO に提案された損傷時復原性基準改正案の 榆討 3.1 車両甲板への浸水を考慮した復原性能 3.2 模型実験方法 3.3 実験結果 3.4 車両甲板への浸水を考慮した復原性能の 榆討 3.5 第3章のまとめ 4 浸水した船舶の規則波中における非線形横揺れ 運動 4.1 波浪中の非線形横揺れ運動について 4.2 三次元模型船の実験結果 4.3 箱船の模型を用いた実験 4.4 カオス的な横揺れ運動について 4.5 波浪中で浸水した船の横揺れの数学モデル 4.6 船の数学モデルの分岐解析 4.7 第4章のまとめ
- 5 まとめ
- 参考文献

#### 1 はじめに

1994 年秋に RO-RO 客船エストニア号の転覆海難事 故が発生した。900 名という失われた人命の多さと、同 種の事故が過去にも発生していたことから、西欧を中 心に大きな社会問題となり、1994 年から 1995 年にかけ て、国際海事機関 (IMO) において RO-RO 客船に関す る安全対策の検討が行われた。専門家パネルの審議に は、著者の一人も参加した。そして、1995 年 11 月に RO-RO 客船に関する復原性、構造、運航等の安全向上 策を盛り込んだ SOLAS 条約の改正が行われ、一応の決 着を見た。しかしながら、復原性に関する問題は複雑 であることから、この後も英国を中心に提案がなされ、 IMO で検討が行われた<sup>1)</sup>。現在では、なお研究の余地が あるとして直接 IMO での審議は行われていないが、各 国での研究は依然として活発である。

RO-RO 客船は、自動車を効率的に積載するために、

区画されていない閉鎖された車両甲板を船内に持って いる。ここに浸水が起こると、大量の水が甲板全体に 滞留する可能性があり、それによる傾斜モーメントに よって転覆する危険性がある。車両甲板に海水が大量 に滞留するには、大きく分けて二通りの事故シナリオ が考えられる。一つはエストニア号2)あるいはそれに先 立つヘラルドオブフリーエンタープライス号の事故3) がそうであったように、波浪中を航行中に船首扉が破 損するなどして、船首から車両甲板に短時間に大量の 海水が流入する場合である。一方、現在の復原性規則 の考え方では、衝突による船側損傷とそれに伴う船内 への海水流入が最悪の事故として想定されている。規 則には、静水中ならば隔壁甲板が常に水面上にあり、 車両甲板には浸水しないよう規定されているが、波が 荒くなれば甲板上に浸水することが起りうる。これが もう一つの事故シナリオで、このシナリオの特別な場 合が前者のシナリオであるとの認識から、IMO の検討 は後者のシナリオを巡って進められた。

波浪中の海水流入および滞留は、波と船体との相対 変動に加えて滞留水の挙動も関与する極めて複雑な現 象である。この問題は本研究の開始までほとんど解明 されておらず、Bird等<sup>4)</sup>、Velschou等<sup>5)</sup>、Dand<sup>6)</sup>あるい は Vassalos<sup>7)</sup>による研究がある程度であった。そこで当 所では、指定研究「浸水時船舶の波浪中安全性に関す る研究」(平成7~9年度)を行い、車両甲板への海 水流入とその結果発生する転覆のメカニズム、各種パ ラメータの影響評価、船内滞留水と横揺れとの非線形 な連成運動等について研究を実施したので、ここに総 合報告として取りまとめる。

本報告は、次の3つの章から構成されている。

第2章では、船側に破口を生じた RO-RO 客船が横 波を受ける場合について、現象の概要と転覆のメカニ ズム、そしてこの現象を理解する上でキーとなる滞留 水面高さの検討結果を述べる。

第3章では、IMOでの損傷時復原性基準の改正の動きに関連し、これを我国周辺の海象および我国の RO-RO客船に適用した場合の検討結果について述べる。

第4章では、将来的な課題として船内滞留水と横揺 れとの非線形な連成運動について検討し、それがカオ スと呼ばれる複雑な振る舞いを示すことを述べる。

# 2 損傷した RO-RO 客船の横波中転覆現象

船側に破口を生じた RO-RO 客船が横波を受ける場 合には、破口からの海水の流入・流出、および平水中 ならば水面上にある車両甲板への海水の滞留が起こる。

	Ship		Model (scale ratio: $1/23.5$ )	
	Intact	Damaged	Intact	Damaged
Length $L_{pp}$	101.0m		4.3m	
Breadth B	16.0m		0.681m	
Depth D	5.7m		0.236m	
Draft d	4.37m	5.22m	0.186m	0.222m
Freeboard $f$	1.17m	0.33m	0.050m	0.014m
Ro-Ro deck height	4.84m		0.206m	
Displacement W	3821.15t		272.69kg	
Height of center of gravity $KG$	5.87m		0.25m	
Metacentric height GM	1.62m	3.12m	0.069m	0.133m
Natural period of roll motion $T_r$	9.40sec.	8.43sec.	1.94sec.	1.74sec.

Table 2.1 Principal Particulars



Fig.2.1 Ro-Ro Model and Damage Opening for Experiment

> (unit:mm, Broken lines and circles on deck in the lower figure show locations of water level meter of capacitance type and wave height gauge, respectively.)

そして船体運動はそれらと相互に関連するため、極め て複雑な現象となる。そこで、模型実験によってまず 現象を把握するとともに、各種パラメータの影響を評 価し、さらにこの現象を理解する上でキーとなる滞留 水面高さに着目しながら転覆のメカニズムを検討した。

#### 2.1 模型実験方法

### 2.1.1 模型船と損傷範囲

供試模型船とその損傷部の概要をTable 2.1とFig.2.1 に示す。前に述べたように IMO での審議に早急に対応 する必要から、既存の内航 RO-RO 客船模型を改造して 用い、車両搭載区画を独立に製作して主船体にはめ込 む構造とした。このため、車両搭載区画と主船体の間 には隙間が生じている。RO-RO 客船では、階段、エレ ベータ、煙突を含む配管等を通すスペースを車両搭載 区画に設けるのが一般的である。この目的で中央に配 置されたスペースをセンターケーシング、船側に配置 されたスペースをサイドケーシングと呼んでいる。本 模型船はサイドケーシング付きの実船に相当し、自由 水影響が若干小さいことに注意する必要がある。

以降、第2章と第3章では、実船スケールの数値を 用いて説明する。船体の損傷範囲は、SOLAS 規則 8.4 に基づき前後方向  $(3.0 + L_{WL} \times 3/100) = 6.03m$ 、幅方向 B/5 = 3.2m、垂直方向は型基線上全部として、船体中央 の2区画が浸水するように損傷口を開けた。車両甲板 は上下移動が可能であり、乾舷(喫水線から車両甲板 までの高さ)を変えることができる。また、車両甲板 上の中央部には、着脱可能なセンターケーシングが設 置されている。

なお、この船の標準状態で比較すると、非損傷時で GM = 1.62m、損傷時で GM<sub>d</sub> = 3.12m (GM<sub>d</sub> : 損傷時の 初期メタセンタ高さ)となっているが、これは甲板下 の区画浸水によって船が沈下し、水線面の2次モーメ ントが増加したためで、フレアの大きい RO-RO 客船が 損傷した場合に特徴的な性質と考えられる。重心高さ は GM<sub>d</sub> = 3.12m (標準状態)から 1.27m まで5 通りに 変化させた。

#### 2.1.2 計測項目

実験は、当所の動揺水槽(L×B×D=50×8×4.5m)で 行った。模型船は造波機から 18.75m の位置に、横波 中で損傷部が波上側になるように配置した。車両甲板 上の滞留水量は、船長方向に 50cm 毎に設置された 1 線式容量型水位計<sup>8)</sup>を用いて計測した(Fig.2.1参照)。こ の水位計により各断面の平均水位がわかるので、これ を船長方向に積分することにより車両甲板上の滞留水 量を求めることができる。さらに、実験終了後車両甲 板上の水をポンプで吸い上げ、滞留水量を直接計測し たが、水位計による計測値と良く合っていた。また、 車両区画内に水中ビデオカメラを設置し、甲板上の水 の運動を観察した。

船体運動は、傾斜計により横揺と縦揺を、加速度計 により上下揺と左右揺を計測した。また、2台のビデ オカメラにより船体の運動を観察した。復原力曲線は、 三分力計を利用して二村等<sup>9</sup>と同様な方法で計測した。

### 2.1.3 入射波

JONSWAP 型スペクトルで有義波高  $H_{1/3} = 4.0m$ 、ピーク周期  $T_p = 8sec$ の不規則波を入射波として用いた。 Fig.2.2は、この入射波スペクトルの計算値と実験値を 比較している。また、波傾斜が一定となるように、  $T_p[sec] = 4\sqrt{H_{1/3}} [m]の条件のもとで波高と波列を変え$ た実験も行った。さらに、同調現象について調べるために、規則波中の実験も行っている。

#### 2.1.4 復原力曲線

静的復原性を調べるために、計算と実験により復原 力曲線を求めた。結果をFig.2.3に示す。損傷側に傾斜 した時を正としている。本模型船は、損傷側と非損傷 側で左右非対称になっているなど複雑な形状をしてい る。計算プログラムはこれをやや簡略化して扱ってい るが、転覆現象の検討に重要な40度付近まで実験値と よく合っているので、今後はこのプログラムを用いて



Fig.2.2 Incident Wave Spectrum

検討を行うこととする。

SOLAS 規則 8.2.3 は、損傷時の復原力曲線が満足す べき条件として、①平衡角度から 15 度以上の正の復原 力範囲を有すること、②直立状態から 27 度の範囲内に おいて復原力曲線下の面積が  $0.015m \cdot rad$  以上であるこ と、を規定している。本模型船に適用すると、①の条 件は  $GM_d > 1.60m$ 、②の条件は  $GM_d > 1.67m$  となるので、 最も重心を高くして意図的に不安定にした実験状態 ( $GM_d = 1.27m$ )を除いては、この規定を満足している。

ところで、船が損傷側に傾斜すれば車両甲板に浸水 する。本模型船は残存乾舷が低いので、約4度から浸 水が始まる。Fig.2.3には、車両甲板上の滞留水量 w を 船体の排水量 W で無次元化した値も示している。w/W = 10% は約 39cm の滞留水の深さ(船体直立時)に相 当する。車両甲板上の損傷口(以下、単に損傷口と呼 ぶ)は車両区画の底面積に比べ狭いので、後に示すよ うに浸水速度はあまり大きくない。従って、横揺中の 滞留水量はFig.2.3の値に一致しないので、船はこの曲 線に沿って横揺しないことに注意する必要がある。短 時間の現象を対象とする場合には、むしろ滞留水量を 一定として扱う方が適当である。そこで、車両甲板を 非損傷とし、一定量の滞留水を乗せた状態の復原力曲 線を計算した。結果をFig.2.4に示す。w/W = 0%と5% では傾斜角ゼロにおける傾きに大きな差が出ているこ とから、少量の滞留水によっても GM が小さくなり、 重心が高いと容易に GM < 0 となることがわかる。これ は、わずかの傾斜でも滞留水が車両甲板の端に集中す るためである。また、滞留水量が増えると、小傾斜角 の GZ はあまり変わらないが、大傾斜角において復原 力が小さくなることがわかる。



Fig.2.3 GZ Curves and Amount of Water on Deck in Damaged Condition





Fig.2.4 GZ Curves with Constant Amount of Water on Deck

### 2.2 不規則波中の実験結果

この実験の目的は、波浪および甲板上浸水と転覆の 関係を調べることである。そこで、特に船体の横揺角 と滞留水量の実験結果に注目した。横揺角と滞留水量 の時系列の例をFig.2.5とFig.2.6に示す。前者はセンター ケーシング無の場合、後者はセンターケーシング付の 場合である。横揺角は波下側を正としている。

この結果から、傾斜角と滞留水量の平均値は、実験 終了時(開始から約30分後)にはほぼ定常状態に落ち 着くことがわかる。また、実験開始後約5分間の滞留 水量は直線的に増加している。その傾き(浸水速度 v と呼ぶ)は、定常状態に至る浸水のプロセスを定量的 に表していると考えられる。そこで、本章では定常状 態の傾斜角 Φ<sub>0</sub>、最終的な滞留水量 w、浸水速度 v の3 つの量を転覆と甲板上浸水に対する指標とし、それら に対する重心高さ、センターケーシングの有無、乾舷 高さ、初期傾斜の影響をまとめた。

# 2.2.1 重心高さの影響

Fig.2.7はセンターケーシングがない場合の、損傷時 のメタセンタ高さ GM<sub>d</sub>の影響を示している。波傾斜一 定の条件下で有義波高を変えた結果もプロットした。 これらより、標準状態の GM<sub>d</sub> = 3.12m では、かなりの 滞留水があっても転覆しないことがわかる。また、船 体は波下側(非損傷側)に傾斜し、GM<sub>d</sub> が大きいほど 定常傾斜角は小さくなる。一方、滞留水量と浸水速度 は GM<sub>d</sub>とともに大きくなる。このことは次のように説 明できる。重心が高いと初期復原力が小さいので、船 体は波下側に大きく傾斜する。その結果、損傷口の位 置が高くなり、浸水しにくくなる。一方、重心が低い と初期復原力が大きいので、船体はほとんど傾かない。 そのため、損傷口は水面に近い位置を保ち、浸水しや すくなる。

### 2.2.2 センターケーシングの影響

Fig.2.8は、センターケーシングがある場合の実験結 果である。センターケーシングは車両甲板内の水の船 幅方向の移動を妨げ、浸水は損傷側に多く滞留するの で、船体はセンターケーシングがない場合と反対の波 上側(損傷側)に傾斜する。GM<sub>d</sub>が約 2m 以下で、滞 留水量と浸水速度がセンターケーシングがない場合と 比べて大きいのは、波上側に大きく傾斜するので浸水 しやすくなるからである。GM<sub>d</sub>が小さいほど大きく傾 く傾向は、センターケーシングがない場合と同じであ る。また、標準状態(GM<sub>d</sub> = 3.12m)では、センターケ ーシングがない場合と同様に、大量の滞留水があった が転覆はしなかった。したがって、センターケーシン グの有無にかかわらず、初期復原力が十分であれば転 覆しないことがわかる。

#### 2.2.3 乾舷の影響

Fig.2.9では、乾魃が標準状態の場合と高い場合を比較する。ただし、センターケーシングがない場合である。横軸は有義波高である。この2つの図から、乾魃を大きくすると滞留水量が減少し、定常傾斜角も小さくなることがわかる。ただし、今回の実験のように、乾魃を大きくするために車両甲板を上げると、重心が上昇しGM4が小さくなるので注意しなければならない。

なお、Fig.2.7~Fig.2.9では、有義波高の影響はあま り顕著に現れていない。これは、2.1.3節で述べたよう に波傾斜一定の条件で波高を変化させたことが主な原 因と考えられる。波高だけを変化させた結果について





Fig.2.5 Time Evolutions of Roll Angle  $\phi$  and Amount of Water on Deck w (Without Center Casing)

38



Fig.2.6 Time Evolutions of Roll Angle  $\phi$  and Amount of Water on Deck *w* (With Center Casing)



Fig.2.7 Experimental Results in Irregular Waves (Without Center Casing)



Fig.2.9 Effects of Freeboard on Heel Angle  $\phi_0$  and Amount of Water on Deck w



Fig.2.8 Experimental Results in Irregular Waves (With Center Casing)



は、第3章で詳しく述べる。

### 2.2.4 初期傾斜の影響

荷崩れ等による傾斜の影響を調べるため、船内の重 りを移動して初期傾斜(損傷側4度)を与えた実験を 行った(センターケーシング無し)。結果をFig.2.10に 示す。初期傾斜のないFig.2.5と比較すると、初期傾斜 をつけた損傷側に船体は傾き、浸水しやすくなること がわかる。特に、 $GM_d = 1.27m$ の場合は、約3分ほど で転覆した。このことから、わずかな初期傾斜が転覆 の原因になる可能性があることがわかる。

なお、本実験では、時間の制約から限定的な条件で のみ乾舷と初期傾斜の影響を調査したが、第3章では より広範なパラメータでの検討結果を述べる。

### 2.3 横揺れ同調の影響

一般に、横波中において最も転覆の危険性が高いと 言われているのは横揺同調状態であり、船舶復原性規 則にもこの考え方が反映されている。しかし、船内に 自由水がある場合の従来の研究は、タンク内の自由水 の同調(スロッシング)に注目したものが多く、また、 一般に車両甲板内の滞留水の同調周期は RO-RO 客船 の横揺固有周期と離れているため、RO-RO 客船の横揺 同調時の現象については十分にわかっていない。本実 験における横揺固有周期は、標準状態(GM<sub>d</sub>=3.12m) で  $T_r = 8.43sec$  であり、入射波のピーク周期  $T_p = 8.0sec$ に近いので、横揺同調の影響があるものと思われる。 本節では、横揺振幅や滞留水量などの諸量と横揺同調 との関係を、規則波中の実験結果から考察する。

### 2.3.1 横揺れ固有周期と減衰率

Fig.2.11に、自由横揺試験から求めた船体の横揺固有 周期 T<sub>r</sub>と横揺振幅 10 度における等価線形減衰係数 B<sub>e10</sub> を示す。非損傷時と損傷時について計測しているが、 損傷時においても甲板上の損傷口は閉じたままとした ので、甲板下にのみ浸水している状態の結果である。

T<sub>r</sub> と GM<sub>d</sub> の関係は、T<sub>r</sub> = 2πκ /  $\sqrt{g \cdot GM_d}$  (κ:慣動 半径)で与えられる。T<sub>r</sub>の図中の実線は、κが GM<sub>d</sub> に よらず一定として最小二乗法により求めた近似線であ る ( $\kappa$  = 7.42m)。T<sub>r</sub>の変化はおおむねこの式で説明さ れることがわかる。なお、非損傷時のT<sub>r</sub>は GM = 1.62m についてのみ計測されているが、これを損傷させた場 合 (GM<sub>d</sub> = 3.12m)と比較しやすくするため、GM<sub>d</sub> = 3.12m の位置に結果がプロットされている。Fig.2.11左 図では非損傷時のT<sub>r</sub>も曲線上にのっているが、これは 車両甲板下の区画浸水による κの増加と沈下による GM の増加とが相殺したものと思われる。

一方減衰率は、 $GM_d < 2.5m$  ではほとんど変わらないが、 $GM_d > 2.5m$  では $GM_d$ とともに大きくなる傾向である。また、損傷することにより、減衰係数が非損傷時



Fig.2.10 Effects of Initial Heel on Roll Angle  $\phi$  and Amount of Water on Deck w



Fig.2.11 Natural Period T, and Damping Coefficient Be10 of Roll Motion

の約5倍になることがわかる。

### 2.3.2 規則波中の実験結果

規則波中の実験結果をFig.2.12に示す。入射波の波高 波長比は 1/25 で一定としている。横軸は tuning factor =  $\omega_i / \omega_r$  で、入射波の角周波数 $\omega_i$ とFig.2.11から計算し た各 GM<sub>d</sub> における横揺固有角周波数 $\omega_r$ との比をとっ ている。これらの図を見ると、特にセンターケーシン グ付の場合、横揺振幅と相対水位振幅だけではなく滞 留水量も tuning factor = 1 付近でピークを示している。 また、その付近で定常傾斜角が波下側に大きくなる実 験点が見られるなど、同調点付近で現象に変化が生ず ることがわかる。従って、RO-RO 客船の損傷時の安全 性について実験する場合にも、横揺同調を起こす入射 波を設定することが必要である。

次に、横揺振幅が最大となる周波数 $\omega_{max}$ について考察する。Fig.2.12を見ると、 $\omega_{max}/\omega_r$ が1からはずれているものが見られる。その理由としては、損傷時RO-RO客船に特有のものとして、以下の3つが考えられる。

### 1) 減衰力の影響

甲板上に滞留水がない場合でも、減衰力が大きい 場合には、 $\omega_{max}/\omega_{r}$ は1にならない。すなわち、1 自由度の横揺運動方程式

 $\ddot{\phi} + 2k\dot{\phi} + \omega_0^2\phi = Fe^{i\omega_i t}$ 

を考える。ここに、 $\phi$ は横揺角、k は減衰係数、 $\omega_0$ は減衰がない場合の固有周波数、F は強制力の複素 振幅、i は虚数単位、 $\omega_i$ は強制力の周波数、t は時間 である。よく知られているように、自由横揺する場 合 (F = 0)の周波数 $\omega_r$ は、 $\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - k^2}$ である。 一方、強制横揺する場合 (F≠0)に振幅が最大とな る周波数は、 $\omega_{max} = \sqrt{\omega_0^2 - 2k^2}$ となり、 $\omega_r$ よりも小 さい。従って、減衰係数 k が大きくなると、 $\omega_{max}$ は tuning factor が 1 よりも小さい側 (Fig.2.12では 左側)にずれることになる。Fig.2.11に示したように、 特に GM<sub>d</sub>が大きい場合には、損傷状態の減衰力は非 常に大きい。従って、減衰力の効果によりFig.2.12 のピークは左側にずれると考えられる。

### 2) 甲板上滞留水の静的な影響

甲板上の滞留水が増えることは、動的な影響を除いて3つの効果がある。すなわち、①滞留水を含んだ船全体としての横揺慣性モーメントの増加、②沈下による水線面2次モーメントの増加(復原力の増加)、③自由水影響による復原力の減少、である。このうち、②と③はFig.2.4 の復原力曲線に反映されている。GZ が負から正になる平衡点で船が横揺するものと仮定すれば、平衡点における曲線の傾きから復原力を評価することができる。Fig.2.4からそれを計算すると、程度の差はあるが滞留水がない時よりも復原力は減少し、Fig.2.12のωmaxを左側にずらす方向に作用する。①の慣性モーメントの増加も同じ方向に作用する。①の慣性モーメントの増加も同じ方向に作用する。従って、滞留水量が増えるとその静的な効果から、ωmaxは左側にずれると考えられる。

#### 3) 甲板上滞留水と船体の連成運動の影響

一般に、運動振幅が最大となる周波数は、連成運 動により変化することが知られている。ここでは、 滞留水表面が平らであると仮定し、また減衰力を考 慮しない簡易計算法(第4章参照)を用いて、滞留 水と船体の連成運動の影響を評価してみた。その計 算によれば、滞留水量が増えるに従ってω<sub>max</sub>は高周 波数側(右側)にずれると考えられる。

この他に、滞留水には減衰力としての効果がある言 われており、これもω<sub>max</sub>を左側にずらす方向に作用す る。従って、ω<sub>max</sub>を高周波数側にずらす効果を持つの

# 船舶技術研究所報告 第38巻 第1号 (平成13年)総合報告 43



Fig.2.12 Frequency Responses in Regular Waves

は、3)の連成力だけである。

実験データの数が十分ではないが、Fig.2.12の横揺振 幅の実験結果は上記の考察から説明することができる。 センターケーシングがない場合のω<sub>max</sub>/ω<sub>r</sub>は1よりも 大きい側に、センターケーシングがある場合のそれは 逆側におおむねずれている。センターケーシングがな い場合はある場合に比べて滞留水量が小さいため、甲 板上の水の移動幅が大きい。また、水の移動を妨げる センターケーシングが存在しない。そのため連成運動 の影響の方が大きくなり、高周波数側にずれたものと 考えられる。センターケーシングがある場合はその逆 である。

これらの規則波中の実験結果と考察から、損傷時の RO-RO 客船の横波中の運動では、①横揺減衰力は大き いが滞留水量などに対する横揺同調の影響は無視でき ないこと、②横揺振幅の同調点が tuning factor = 1 から ずれる場合があること、がわかった。

なお、規則横波中の振る舞いについては、第4章で さらに詳しく検討する。

#### 2.4 定常状態を決定する因子と転覆発生の条件

本報告で扱っている問題では、車両甲板上の滞留水 量が損傷口からの海水流入と流出のバランスによって 決定されることが重要な特徴である。流入と流出の速 度は、車両搭載区画の容積に比べて小さいので、2~ 3波中での横揺は、滞留水量を一定とした復原力曲線 (Fig.2.4)によって支配される。船はこの曲線に沿っ て横揺しながら徐々に滞留水量を増加し、次の滞留水 量の曲線に移っていく。そして、横揺のエネルギーが 正の復原力範囲を超えるようになれば転覆し、途中で 定常状態になれば転覆しないと考えることができる。

ここでは、復原力曲線など静的な量を用いて定常状 態を決定する因子について検討し、転覆した実験状態 を把握する。また、最終状態に至る過程について検討 するとともに、転覆危険性の判別法を提案する。

### 2.4.1 定常状態の決定因子と転覆

まず、定常状態における傾斜角と滞留水量から、船 がどのような状態で釣り合っているか検討する。実験 値をFig.2.13に記号で示す。ただし、転覆した場合には 転覆直前の値を用いた。また、1点を除いて初期傾斜 は0である。図中の実線は、滞留水量一定時の復原力 (Fig.2.4)が負から正になる平衡点(主平衡点)であ る。また、波浪強制力の非線形成分や滞留水の運動な どによる定常傾斜偶力の存在を考慮して、復原力曲線 が $GZ = \pm 0.0624m$ (基準状態の $GM_d$ の2%)の線と交 わる点を、副平衡点として破線で示している。以下で は、破線で囲まれた領域を平衡範囲と呼ぶことにする。

Fig.2.13から、転覆しないケースでは平衡範囲付近で 定常状態となっていることがわかる。一方、転覆した ケースでは大量の滞留水によって平衡範囲からはずれ ている。Fig.2.4の復原力曲線からもわかるように、こ の状態 ( $GM_d = 1.27m$ 、w/W  $\Rightarrow 25\%$ )では正の復原力 範囲を持たないので、転覆につながっている。

船は平衡範囲のどの点で定常状態になるのだろうか。 また、転覆したケースでは、なぜ平衡範囲からはずれ るのだろうか。海水の流入と流出を規定する尺度とし て、車両甲板内の平均水面高さと船外の静止水面との



Fig.2.13 Amount of Water on Deck w, Heel Angle  $\phi_0$ and Equilibrium Range



Fig.2.14 Experimental Results of Height of Water on Deck  $H_d$ 

差(以後水位差 H<sub>d</sub>と呼ぶ)を考えてみる。一般的に考 えて、H<sub>d</sub>が非常に高くなれば、損傷口からの流出量が 流入量を上回る。また、H<sub>d</sub>が非常に低くなれば、逆に 流入量が上回る。従って、H<sub>d</sub>はある一定の範囲内でバ ランスする筈である。

定常状態における傾斜角と滞留水量から H<sub>a</sub>を計算 したものをFig.2.14に示す。ここで、H<sub>4</sub>>0は外水面よ りも滞留水面が高いことを意味している。この図から、 乾舷が標準状態(0.33m)の場合、H。は実船で-0.26~ 0.78m、模型船で-1.1~3.3cm の狭い範囲に限られ、こ の水位差でバランスすることがわかる。ただし、乾舷 を高くした場合(1.50m)には、高い位置にある車両甲 板に水が滞留するので、標準状態に比べ滞留水量は少 ないものの、Haはさらに大きい値となる。このように、 水位差が高い位置でバランスすることは、滞留水量の 増加と復原力の低下に直結するので非常に重要である。 その原因としては、波の非線形成分や波と船体運動と の位相差などが考えられる。Fig.2.3の損傷時の復原力 曲線は H<sub>d</sub>=0 という条件下の計算なので、RO-RO 客船 の安全性を評価する場合には、これに+αの滞留水影 響を考慮する必要がある。

実験結果の検討を進める前に、傾斜角や滞留水量に よって H<sub>d</sub> がどのように変化するか検討しておく。平水 中で一定量の滞留水を車両甲板に乗せたときの H<sub>d</sub> と 傾斜角との関係をFig.2.15に示す。傾斜角が小さい場合 には、滞留水が車両甲板に平均して広がるため、滞留 水量による H<sub>d</sub>の変化はわずかである。一方傾斜角が大 きくなると、滞留水が車両甲板端部に集中するので、 特に滞留水量が小さいときには H<sub>d</sub> が傾斜角によって 大きく変化することがわかる。GM<sub>d</sub>が小さい状態では、 定常傾斜角が大きくなり、また滞留水による復原力の



Fig.2.15 Height of Water on Deck H<sub>d</sub> in Calm Water

悪化が著しい。従って、H₄が大きくなると大量の水が 浸水、滞留し、転覆することになる。

Fig.2.14にもどり、乾舷が標準状態の場合について検 討を進める。まずセンターケーシング無の場合を見る と、GMaが大きい範囲では Haはほぼ一定値を保つが、 GM<sub>d</sub> が小さくなると急激に H<sub>d</sub> が小さくなる傾向にあ る。これは、すでに述べたように、少量の滞留水でも 波下側に傾くため損傷口が高い位置になり、実験開始 後短時間で海水流入がほとんどなくなるからである。 ただし、波上側に4度の初期傾斜をつけた場合には、 損傷口が低い位置に留まるので、GM<sub>d</sub> が大きい場合と 同程度の H<sub>d</sub>値を示している。そのため、大量の滞留水 により復原力曲線が悪化し、転覆する結果になってい る。一方センターケーシング付の場合には、ほとんど 波上側に傾斜する。波高が低いとセンターケーシング 無の場合と同様に右上がりの傾向を示すが、波高が大 きくなると GM<sub>d</sub>によらずほぼ一定の H<sub>d</sub>値を保つよう になる。そして、GM<sub>d</sub> が最も小さい状態において転覆 している。2.1.4節で述べたように、この状態は SOLAS 規則を満足しないので、より条件の厳しい甲板浸水を 伴う場合に転覆することは、ある意味で当然の結果で ある。

まとめると、波高が大きい波の中では、短時間で波 下側に大傾斜する場合を除いて、 $H_d = 0.4 \sim 0.8m$ でバラ ンスする。このことは、傾斜角にかかわらず大量に浸 水することを意味する。重心が低い状態では、大量に 浸水しても平衡範囲付近で釣り合うので転覆には至ら ない。しかし、重心が高い状態では滞留水による復原 力曲線の悪化が著しいので、GZ > 0の領域がなくなる か、または、横揺のエネルギーが正の復原力範囲を超 えるようになり、転覆するものと考えられる。 なお、以上の検討から、傾斜方向(損傷口高さ)が 転覆の有無に重要であることが明らかとなった。実験 結果では、センターケーシング付の場合、ほとんど波 上側に傾斜している。これは、浸水がまず波上側の部 分に滞留することから説明でき、一般的な性質と思わ れるので、センターケーシング付の船は転覆の危険性 が高いと言える。一方、センターケーシング無の場合 には、重りの移動によって初期傾斜をつけない限り波 下側に傾斜した。試みに、実験途中で大量に浸水した 時点で波上側に傾けてみたが、2~3波で渡下傾斜に もどるのが観察された。この性質は船体運動と滞留水 の運動との位相差などが関係していると考えられるの で、車両区画幅が異なる場合など一般的な傾向を述べ るには、動的影響を含めた検討が必要と思われる。



Fig.2.16 Height of Water on Deck H<sub>d</sub>, Heel Angle  $\phi_0$ and Equilibrium Range

# 2.4.2 最終状態に至る過程と転覆危険性の判定法

ここでは、損傷直後から最終状態に至るまでの変化 の過程を考察し、転覆危険性の判定法などについて検 討する。

H<sub>d</sub>が重要なパラメータとなるので、Fig.2.13の縦軸を H<sub>d</sub>に代えたものをFig.2.16に示す。ただし、説明を容易 にするため一部異なった GM<sub>d</sub>を用いている。この図か ら、GM<sub>d</sub>が大きくなるに従って、平衡範囲が右下がり から右上がりへと変化することがわかる。ここには示 していないが、最も重心の低い GM<sub>d</sub> = 3.12m では、滞 留水量にかかわらず直立状態が主平衡点になるので、 図中の実線は縦軸に一致する。

Fig.2.16と、Fig.2.17の概念図を用いて、時間変化の様 子を検討する。損傷直後にごく少量の水が甲板上に打 ち込んだ状態を考えると、平均傾斜角はほぼゼロの筈 である。また、H<sub>d</sub>は乾舷高さ(0.33m)にほぼ等しい。 従って、 $\phi=0^\circ$ 、H<sub>d</sub>=0.33m がすべての状態のスター ト点になる。Fig.2.16に示した GM<sub>d</sub>では少量の滞留水で 初期復原力が負となるので、船は短時間で傾斜するよ うになる。波高が高く波上側に傾斜していく場合を考 えると、先に述べたように H<sub>d</sub> ほぼ一定の値(0.4~0.8m) をとるので、点はスタート点から右に動いていくこと になる。Fig.2.15からわかるように、滞留水量一定なら ば傾斜とともに H<sub>d</sub>が低下し、浸水しやすくなる。また、 滞留水量が増加すると傾斜が増大する。従って船は、



Fig.2.17 Stability and Instability in  $H_{d}$ - $\phi$  Diagram

「傾斜」-「 $H_d$ の低下」-「浸水」-「 $H_d$ の回復」という過程を繰り返しながら、Fig.2.4の復原力曲線のうち滞留水量の多いものへと移動して行くことになる。

そして、 $GM_d = 2.44m$ のように平衡範囲が右上がり の場合には、平衡範囲付近で変化がとまり定常状態に なる。また、 $GM_d = 1.79m$ のように平衡範囲が横軸に 平行な場合には、適当なバランス位置で定常状態にな る。ただし、平衡範囲内のどの状態でバランスするか は、先に述べた同調現象とも関連する複雑な問題なの で、今後の検討課題としたい。最後に、最も重心の高 い $GM_d = 1.27m$ では、 $H_d = 0.4m$ 付近に平衡範囲が存在 しない。また、もし存在しても、平衡範囲が右下がり ならば不安定釣合状態にしかならないので、変化は止 まらない。従って、この重心高さでは、時間が経過す るにつれて平衡範囲から離れ、滞留水量の増加ととも に復原力曲線が悪化し、最後に転覆する結果となる。 転覆を防ぐには、大傾斜、大量浸水時の復原力を大き くし、平衡範囲の傾きを右上がりにする必要がある。

波浪中で H<sub>d</sub> がどの程度の値になるかがわかれば、そ れに対応する滞留水量を計算し、Fig.2.4の復原力曲線 から転覆危険性を知ることができる。しかし、H<sub>d</sub> は乾 舷高さや相対水位変動で変化すると思われ、また、滞 留水の動的影響にも影響されるので、これを推定する ことは容易でない。しかし、上に示した平衡範囲によ る判定手法は、静的な計算だけで行うことができるの で、転覆危険性の判定に有用なものと思われる。本実 験の対象船では、平衡範囲が右下がりにならないとい う条件から、安全に必要な値として GM<sub>d</sub>≧1.79m がひ とつの目安となりそうである。

# 2.5 第2章のまとめ

RO-RO 客船模型に SOLAS 規則に規定された船側損 傷を与え、横波中における運動や滞留水量などを計測 した。また、滞留水を一定とした復原力曲線と、車両 甲板内の平均水面高さと船外の静止水面との差 H<sub>d</sub> を 用いて実験結果を解析した結果、次のような知見を得 た。

- (1) 実船換算で約 30 分間の実験を行ったが、転覆した場合を除いて定常状態になった。GMdが大きいほど定常傾斜角は小さく、滞留水量は大きい傾向にある。GMdが大きければ、大量に浸水しても転覆しない。
- (2) センターケーシング付の場合は、ほとんど波上側 に傾斜する。センターケーシング無の場合は、逆 に波下側に傾斜する。大きく傾斜した状態では、 センターケーシング付の方が浸水しやすい。
- (3) 規則波中の実験を行った結果、横揺振幅だけでな

く定常状態における傾斜角や滞留水量などにも 同調の影響が見られた。また、減衰力、滞留水、 滞留水と船体との連成運動などの影響により、横 揺の同調点がずれることがわかった。

- (4) 車両甲板内の平均水面高さは、一般に外の静止水 面よりも高い位置でバランスすることがわかっ た。このことは、滞留水量の増加と復原力の低下 に大きな影響を与える。
- (5) 波高がある程度高く、また波上側に傾斜していく 状態では、H<sub>d</sub>はほぼ一定の正の範囲内にある。船 はこの条件下で徐々に傾斜と滞留水量を増加さ せていく。最終的に復原力曲線の正の範囲が小さ くなり、横揺のエネルギーがこれを越えるように なると転覆するものと考えられる。
- (6) 滞留水量一定時の復原力曲線群を計算し、H<sub>d</sub>-φ (傾斜角)線図上の平衡範囲を求めことによって、 静的な計算だけで転覆危険性をある程度判断す ることができる。

#### 3 IMO に提案された損傷時復原性基準改正案の検討

第2章に述べた模型実験は、IMOにおける SOLAS 条約改正の動きに早急に対応するため、時間的な制約 の中で実施された。内航 RO-RO 船の既存の木製模型船 を改造して使用したが、板厚が厚いためサイドケーシ ング付の RO-RO 客船を模擬したものとなっていた。ま た、構造上の問題から、完全に転覆するまでの運動を 計測することができなかった。しかし、その後の基準 改正の動きに対応し、基準の妥当性を検討するために は、国際航路に就航している船型を使用し、車両甲板 の板厚等もより実際の船に近いものとすることが重要 である。また、実際に転覆するまで実験を行うことが 望ましい。そこで、これらの条件を満足する模型を新 たに製作して水槽実験を行い、英国を中心に IMO に提 案された改正案の検討を行った。



Fig.3.1 Definition of Height of Water Surface on Car Deck from Mean Sea Surface

### 3.1 車両甲板への浸水を考慮した復原性能

英国を中心として、IMO の復原性満載喫水線漁船安 全小委員会(SLF40)に、RO-RO 船に対する新たな基準案 が提案<sup>1)</sup>された。これは、車両甲板上への浸水を考慮し た時に必要な復原性能と航行限界の波浪条件の関係を 表す次式を基礎としている。

$$hc=0.085 Hsc^{1.3}$$
 (3.1)

ここに、記号hは2.4節でH<sub>d</sub>と呼んだものと同一であって、Fig.3.1 に示すように、車両甲板内部の滞留水面と海水面との差を表している。波浪中においては、平均的な意味で(上下揺れと波面の上下を無視して)定義される。波浪影響によって、この滞留水面高さがゼロでないこと、またこの量が復原性に重要な意味を持つことは、2.4節で述べたとおりである。

(3.1)式の hc は、損傷時の復原てこ(GZ)が最大値 (GZmax)となる傾斜角(θc)に船を固定し、復原て こがゼロになるまで車両甲板に海水を積んだ(ごの際、 内外水面はつながっていない)時の滞留水面高さ(限 界滞留水面高さ)を表している。また、Hsc はこの限 界滞留水面高さを生じさせる有義波高(限界有義波高) である。この式は、RO-RO 客船が航走する海域の有義 波高に応じて必要な復原性能を定めるものである。

### 3.2 模型実験方法

### 3.2.1 模型船および実験状態

模型船は、日本の代表的な外航の RO-RO 客船とし て設計されたものを縮尺比 1/48.6 で製作した。この模 型船の主要目を Table 3.1 に、body plan を Fig.3.2 に示 す。この船を北西ヨーロッパのプロジェクトで使用さ れた模型10と比較したものを Table 3.2 に示す。この表 からわかるように、今回の対象船は L/B=6.8、B/d=3.79 で、欧州の船と比べて L/B は大きく B/d は小さい、す なわち船の長さが長く幅および喫水がやや狭く深い船 型になっている。模型船の損傷口の寸法、浸水区画(中 央部の濃く塗った所)および甲板上の水位計の配置を Fig.3.3 に示す。この船は上甲板上に2層の車両甲板を 有しており、模型船の高さはこの上層側の車両甲板の 天井高さまで製作している。この2層の車両甲板のう ち、波浪による浸水が問題となるのは主に下層側なの で、下層側の車両甲板には実船に対応する天井を設け、 デッキサイドも薄く(板厚約 8mm)製作した。さらに この甲板上の滞留水量を計測できるように、櫛形の水 位計を7台配置した。また、損傷区画の外板の板厚も 車両甲板同様できるだけ実船に近づけるため、模型船 は FRP で製作している。損傷区画は SOLAS'90 の損傷 時復原性基準に従い船体中央の 2 区画とし対称浸水と した。さらに、下層側の車両甲板の船尾側にはビデオ

# Table3.1 Principal Particulars in Intact and Damaged Conditions

	1 0			
	Smp		Model	
			(scale rai	io:1/48.6)
	I Intact	Damaged	Intact	Damageo
LPP(m)	170.00		3.500	No. of Concession, Name
Bmid(m)	25.00		0.515	
Dmid(m)	9.50		0,196	
Draft Mean(m)	6.60	· 8.2	0,136	0.17
Trim(m)	0.00	-1.3	0.000	-0.0259
Condition	Full Load	l Departur	e Conditi	00
$\triangle(ton)$	15020		0.128	
KG <sub>0</sub> (m)	10.96		0.224	
G <sub>o</sub> M(m)	1.41	2.8	0.029	0.057
Fbd(midship)(m)	2.90	1.3	0.060	0.027
(Designed DK HT)				
Fod(midship)(m)	2.20	0.6	Ó.045	0.012
(Lower DK HT)				
Tr(sec)	17.90	13.4	· 2:570	1.93



Fig.3.2 Body Plan

# Table3.2 Comparison of Present Model with Joint North West European Project

	SHIP1(5)	SHIP2(5]	PRESENT SHIP
Model Scale	42.05	34.66	48.57
Length/Beam (L/B)	5.04	5.10	6.80
Beam/draught (B/d)	4.25	4.44	3.79
Displacement ( $\triangle$ ) (tons)	12,400.0	12,000.0	15,020.0
Block Coefficient (C <sub>B</sub> )	0.582	0.612	0.522
Intact Freeboard (F)	1.68	2.60	2.90

カメラを設置し、滞留水の運動を観察した。

この車両甲板の高さを設計時のもの(以後、設計デッキ高さと呼ぶ)と、天井を含む車両甲板全体をそれより

0.7m 下げたもの(以後、低デッキ高さと呼ぶ)の2状態で実験を行った。この時、両状態でGMの値は同じとした。さらに初期傾斜がない状態に加え、荷崩れや非対称浸水を想定し、波上側に初期傾斜を2°、4°と加えたものについても実験を行った。

これらの実験状態における、SOLAS'90の損傷時の 復原性基準要件との適合性を示したものを Table 3.3 に 示す。低デッキ高さで初期傾斜がある場合は、GZ の正 の範囲がわずかに足りずに SOLAS'90 を満足できてい ないが、SOLAS'90 を満足するかどうかのボーダーライ ン付近の復原性能と言える。この状態以外のものは SOLAS'90 を十分に満足している。

### 3.2.2 実験方法

実験の概観図を Fig.3.4 に示す。実験は動揺水槽(L× B×D=50m×8m×4.5m)で行い、模型船は損傷口があ る舷に横波が当たるように設置した。また、模型船の 向きが変わらないように、張り糸でヨーイングを拘束 した。計測時間は、実船換算で 30 分間となるようにし た<sup>11)</sup>。模型船をできるだけ自由に漂流させるため台車 で追従するようにしたが、計測時間を確保できない場 合はやむを得ず、張り糸を操作して模型船の漂流速度



Fig.3.3 Damaged RO-RO Ship Model

Table3.3 Model Condition for Experiment and Compliance with SOLAS'90

Deck	lnitial Heel	SOLAS'90 requirement		
Height	Angle	0.1mGZ	0.015m-	15degree
	(deg)	•••••	radians	range .
Designed	0°	0.40	0.11790	270
Deck	2°	0.320	O.0809O	230
	4°.	0.240	0.05080	190
Lower	0°	0.240	0.04780	180
Deck	2°	0.140	0.02050	13 ×

(O:Compliant X:Non-compliant)

を若干調整している。

# 3.2.3 入射波

実験は全て不規則波中で行い、そのスペクトラムは JONSWAP 型のものを使用した。その1例を Fig.3.5 に 示す。また、波周期の影響を調べるため、ビーク周期 は損傷時の横揺れ固有周期から順次短い周期、即ち 13.7sec、11.6sec、9.5sec、7.4sec の4種類を使用した。 また、波高波長比はそれぞれの周期に対して、最大で 1/25、1/15、1/12、1/12 とした。これらが本水槽で造波 できるほぼ限界の波高である。今回の実験に使用した 波の有義波高を Table 3.4 に示す。

### 3.3 実験結果

### 3.3.1 初期傾斜の影響

1) 初期傾斜がない場合

Table 3.4 では、〇印は転覆しなかったもの、×印は 転覆したものを表している。この表に示されるように、 今回の実験では初期傾斜がない場合は転覆が起こらず、 初期傾斜がある場合にのみ転覆が起きている。初期傾 斜がない場合、車両甲板の高さに関係なくいずれも浸 水すると波下側に傾斜した。その結果、損傷側(波上



Fig.3.4 Experimental Apparatus



Fig.3.5 Incident Wave Spectrum(Tp=13sec)

(49)

側)のデッキエッジの高さが平均海面からさらに高く なり、その後車両甲板への浸水が止まり転覆すること がなかった。これは第2章に述べたことと同様である。

Fig.3.6 に設計デッキ高さと低デッキ高さの場合の GZ カーブをそれぞれ示す。正が波上側傾斜であり、負 が波下側傾斜を表している。波下側の舷側は、2 層目の 車両甲板最上部まで開口部がないため、損傷口のある 波上側に比べて波下側の復原性能がはるかに優れてお り、波下側へ転覆しないのは当然の結果といえる。こ のことから、今回の模型船のように波下側に開口部が ない場合、波下側へ傾斜させ、浸水を止める方が有利 であることがわかる。

船舶技術研究所でとりまとめた波浪統計<sup>13</sup>によれば、 日本周辺海域では、波高波長比で 1/20 程度が最大波高 であり、今回の使用した波高が周期 13 秒のものを除い てこれ以上の波高波長比を使用していることから、こ の船の場合今回の GM では日本周辺海域では初期傾斜 がないと転覆しにくいと考えられる。また、IMO の circular letter<sup>11)</sup>によると定常横傾斜角が 20°を越した 場合転覆したと見なす条項がある。今回の実験結果で は低デッキ高さの 1 点を除いて全て傾斜角 20°以下で あり、この意味でも転覆しにくいといえる。

### 2) 初期傾斜がある場合

一方、初期傾斜がある場合、波上側に傾斜し波上側 に転覆を起こした。これは初期傾斜により車両甲板に 浸入した水が損傷側に滞留し易くなり、さらに傾斜を 増しデッキエッジが没水してさらに浸水が進行し転覆 に至ったものである。初期傾斜による復原性能の減少 を除けば、第2章で述べたセンターケーシングがある 場合の影響と同様の現象である。このことは、車両甲 板に浸入した水が損傷側に滞留すると危険であること を示している。

また Table 3.4 から、初期傾斜角が大きくなるにつれ て、またデッキ高さが低くなるにつれて転覆する波高 が小さくなっていることがわかる。これは、Fig.3.6 か らわかるように、初期傾斜角が増すにつれて、またデ ッキ高さが下がるにつれて復原性能が劣るためである。

低デッキ高さで初期傾斜が 2°の場合、有義波高が 2m(波高波長比 1/35)程度で転覆しているが、3.2.1項 で述べたようにこの状態は SOLAS'90の損傷時復原性 基準をわずかに満足できない復原力であり、転覆して もやむを得ないといえる。しかし、設計デッキ高さで 初期傾斜が4°の場合、SOLAS'90の基準を十分に満足 しているにもかかわらず有義波高が3.5m(波高波長比 1/22)で転覆が起きている。このように損傷口のある 波上側に初期傾斜がある状態は転覆の危険性が非常に

# Table3.4 Experimental Condition vs Significant Wave Height and Occurrence of Capsize

Deck Height (m)	Initial Heel Angle	Peak Period of Wave Spectrum(sec)				
	(deg)	13.65   11.55   9.45   7.35				
Designed	0°	10.550	12,580	10.530	6.370	
Deck Height	2°	$10.55 \times$	9.44 ×	$6.32 \times$	5.10×	
	2°	9.760	$8.58 \times$	5.740	$4.50 \times$	
	2°	8.790	7.55O	5.05O	3.82O	
	4°	7.53×	7.55 ×	5.74×	3.82×	
[	4°	7.13 ×	6.29 ×	5.49×	$3.47 \times$	
	4°	6.590	5.39O	5.05O	3.06〇	
Lower Deck	0°	10.550	12.58O	10.530	6.370	
Height	0°	8.790	9.440	8.42O	5.100	
	2°	5.27 ×	4.72 ×	3.16×	2.55 ×	
	2°	4.79×	4.19 ×	2.81×	2.18×	
	2°	$4.63 \times$	$4.02 \times$	2.69 ×	1.910	
	2°	4.390	3.780	2.530	1.530	
( O:Non-capsize ×:Capsize)						



Fig.3.6(a) GZ Curves(Designed Deck Height)



Fig.3.6(b) GZ Curves(Lower Deck Height)

高いと言える。

# 3.3.2 限界滞留水面高さと限界有義波高

# 1) 解析方法

以下では、3.1 節で定義した滞留水面高さ hc を中心 に実験結果を整理する。

滞留水面高さは、転覆しなかった実験においては Fig.3.7(a)に示すように、運動が定常になった時の滞留 水量の時間平均値および傾斜角の時間平均値(定常傾 斜角)を用いて平水中での静的な計算から求めた。ま た、転覆した実験においては Fig.3.7(b)に示すように、 傾斜角が損傷口側(波上側)に大きくなり転覆運動に 入る(この時滞留水量は傾斜角の増加とともに増加す る) 直前の、比較的横揺れ運動が小さくなる時の滞留 水量および傾斜角それぞれの時間平均値を用いて同様 に求めた。さらに、限界滞留水面高さ(hcritical)は、同 じ波周期の波で波高の異なる実験で、転覆した場合と しない場合の滞留水面高さの平均値とした。同様に両 実験の有義波高の平均値を限界有義波高(Hs-critical)と し、傾斜角の平均値を転覆限界角 ( $\theta$  critical) とした。 今後、添字 critical はこのように実験値から求めた限界 値を表すものとする。

また、Fig.3.6 の GZ カーブから損傷側の GZ の値が 最大値(GZmax)になる傾斜角(θc)において、GZ が0 となるまで車両甲板に注水し、滞留水量の水面高さ(h c)を求め、(3.1)式を用いて限界有義波高(Hsc)を求めた。 今後、添字cはこの方法で求めた値を表すものとする。





(v : Amount of Water on Deck,  $\Delta$  : Displacement)





(v : Amount of Water on Deck,  $\Delta$  : Displacement)

2) 解析結果

### (i) 限界滞留水面高さ

Fig.3.8 に限界滞留水面高さと限界有義波高の関係を 示す。Fig.3.8(a)は設計デッキ高さの場合であり、 Fig.3.8(b)は低デッキ高さの場合である。図中の塗りつ ぶしたマークは、限界滞留水面高さを表している。同 図の白抜きのマークは、初期傾斜がない場合の滞留水 面高さを有義波高に対して示したもので、この場合は 転覆しなかったため、限界値ではないが比較のため載 せている。また、図中の点は異なる波周期の実験値を 合わせて示している。



Fig.3.8(a) Critical Height of Water on Car Deck(Designed Deck Height)  $(\theta$ : Initial Heel Angle)





Fig.3.8(a)は設計デッキ高さの場合であるが、これを 見ると車両甲板上の hcritical は、GZ カーブから決まる hc より同程度か小さめの値であり、有義波高によって はほぼ一定かやや右上がりとなっている。Fig.3.9 に hcritical と hc との比を示す。この値は 0.5~1.0 の間に 分布しており、特に初期傾斜角が 2°の時 hc より小さ い値で転覆が起きている。後述する様に、転覆限界角 の比( $\theta$  critical/ $\theta$  c) は1より大きくなっており、また 滞留水面高さは Fig.3.10 に示すように傾斜角が増加す るにつれて減少する傾向があることから、転覆限界角 の比が 1 に近づけば、限界滞留水面高さ比も 1 に近づ くと考えられる。従って、hc で限界滞留水面高さを大 きめだが、推定できることが解る。

また、Fig.3.8(a)では初期傾斜がない時の滞留水面高 さも同様の傾向を示しているが、hcより大きな値も見 られる。これは、初期傾斜がある時と異なり、損傷口 のない波下側への傾斜になるため、大きな復原力を持 ち多量の滞留水に耐えられるためである。



Fig.3.9 Critical Height Ratio of Water on Car Deck(Designed Deck Height)  $(\theta$ : Initial Heel Angle, Tp: Peak Period of Wave Spectrum)



Fig.3.10 Relation between Height of Water on Car Deck and Heel Angle (v : Volume of Water on Deck, V : Volume of Car Deck) 一方、低デッキ高さの Fig.3.8(b)を見ると、初期傾斜 がある場合は設計デッキ高さの時と同様の傾向が見ら れる。一部 hc が負になる点もあるが、これは浸水が続 いて転覆することを意味する。しかし、この状態は復 原性能が小さく hc も小さいため、設計デッキ高さに比 べて少ない浸水量で転覆している。従って、ゼロ付近 のバラツキとなっており、実験誤差の範囲内と考える。 初期傾斜がない場合は、設計デッキ高さ同様、損傷口 のない波下側傾斜であり、最終的には水の出入りもな いため浸水量に応じて滞留水面高さ h が大きく変化し ている。

(ii) 限界有義波高への波スペクトラムのピーク周期の 影響

IMO SLF40 で提案された関係式(3.1)を実線で Fig.3.8 に示す。また、Fig.3.8(a)の設計デッキ高さの場合を、 波スペクトラムのピーク周期毎にプロットしたものを Fig.3.11 に示す。これらの図からピーク周期が7秒の時 に限界有義波高(Hs-critical)が最も小さく(3.1)式とほ ぼ一致していて、ピーク周期がさらに大きくなると限 界有義波高も大きくなり(3.1)式よりはずれていくこと がわかる。Hs-critical と(3.1)式の関係から求められる Hsc との比を設計デッキ高さの場合について Fig.3.12 に示す。横軸は波スペクトラムのピーク周期である。 波スペクトラムのピーク周期が大きくなるにつれてこ の比も大きくなっており、Table 3.4 の傾向と一致して いる。限界有義波高は、波周期が13秒のものでHsc の 2 倍以上になる。

低デッキ高さの場合、Fig.3.8(b)を見ると設計デッキ 高さの場合と比べて Hs-critical の値の変化は小さい。し かし、初期傾斜がある時の Hsc との比は波周期が 13 秒 のもので Hsc の約 3 倍になる。このことから波スペク トラムのピーク周期によっては同じ船でも限界有義波 高は大きく異なることがわかる。

### (ⅲ) 転覆限界角

転覆限界角( $\theta$  critical) と GZ が最大値となる傾斜角 ( $\theta$  c) との比を設計デッキ高さについて Fig.3.13 に示 す。これを見るといずれのデッキ高さでも全て 1 より 大きくなっており、傾斜角が $\theta$ c を過ぎてから転覆し ていることがわかる。これは滞留水により定常傾斜角 が増大し、その角度が GZ カーブの最大値を越えた後、 すなわち滞留水による静的な転覆モーメントが損傷時 の復原モーメントを打ち消した後に転覆が起きること を意味している。従って、転覆限界角は静的には $\theta$ c でおおよそ推定できると考えられるが、 $\theta$  critical が $\theta$ c より大きくなる原因については、滞留水および主船体



Fig.3.11 Effect of Peak Period of Wave Spectrum to Critical Significant Wave Height (Designed Deck Height)

( $\theta$ : Initial Heel Angle, Tp: Peak Period of Wave Spectrum)



Fig.3.12 Ratio of Critical Significant Wave Height (Designed Deck Height) ( $\theta$  : Initial Heel Angle, Tp : Peak Period of Wave Spectrum)



Fig.3.13 Ratio of Critical Heel Angle

の運動の影響も考慮し転覆現象を明らかにする必要が ある。転覆メカニズムの解明については今後の課題と 考える。

### 3.4 車両甲板への浸水を考慮した復原性能の検討

前節で述べたように、車両甲板上への浸水を考慮し た時に必要な復原性能を求める(3.1)式は、実験値と必 ずしも合致しない。ここでは、その問題点を整理する とともに、別の指標について提案を行う。

### 3.4.1 波スペクトルのピーク周期の影響

Fig.3.8 および Fig.3.11 から解るように、IMO SLF40 で提案された関係式(3.1)を表す実線に対して、波周期 が長い場合の hcritical は小さくなっており、(3.1)式は転 覆の有無に関係なく多めに浸水量を与えていることに なる。このことは、実際に必要な復原性能より大きな 安全側の復原性能を要求していることになる。

また、(ii)で述べたように、限界有義波高への波スペ クトラムのピーク周期の影響は Hsc との比で見ると大 きいものは 2~3 倍になっており、波スペクトラムのピ ーク周波数によっては限界有義波高を過小に評価して いる。すなわち、波スペクトラムのピーク周波数によ って限界波高が変化することを(3.1)式は表現できてい ないことを示している。

θ critical とθc の比が 1 に近づけば hcritical とhc の 比も 1 に近づくこと考慮すると、(3.1)式はピーク周期 7 秒と 9 秒の実験値の間を通る。従って、(3.1)式はピー ク周期が 7 秒と 9 秒の限界滞留水面高さの実験値とは ほぼ一致し、ピーク周期が 11 秒、13 秒と長くなるにつ れて外れていく。(3.1)式は多くのシミュレーション計 算や実験値から求められている。しかし、その実験で 用いられたスペクトラムは今回の実験と同じ JONSWAP 型だが、ピーク周期は 4~9 秒であり有義波 高は 1~8m と比較的短い波周期および波高で行われて いる<sup>10</sup>。従って、Tp=9 秒までの実験値とほぼ一致する のも頷ける。逆にそれ以上大きなピーク周期には適用 できないと言える。

今後広範囲な海域に適用するには、ピーク周期の違いによる限界有義波高の違いを考慮する必要がある。 日本近海の波浪データベース<sup>13)</sup>を見ると、特に太平洋 側において9秒以上の波の発現頻度は無視できないレ ベルにあり、より広い範囲の波周期に適用可能な式が 望まれる。

# 3.4.2 復原力曲線の正の面積と限界有義波高

(3.1)式のhcは復原性能を表している。これに変えて、 SOLAS の損傷時復原性基準や我が国の乙基準で用い られる GZ カーブの正の面積を用いて復原性能を表し、 限界有義波高との関係を示したのが Fig.3.14(a)である。 転覆を起こした初期傾斜がある場合の実験結果をここ に示している。限界有義波高と GZ カーブの正の面積 との間には顕著な相関が見られる。前項で述べた波ス ペクトラムのピーク周期の影響についても、この図で は明確にその違いが解る。Fig.3.14(b)には限界滞留水面 高さと GZ カーブの正の面積との関係を示す。右上が りの傾向は同じであるが、ピーク周期の違いに対して は明確な差は見られない。

Fig.3.15 に限界有義波高と車両甲板に浸水し滞留し た水の量との関係を示す。この結果から限界有義波高 が増加するにつれて車両甲板の滞留水の量が増加して いることが解る。このことから、GZ カーブの正の面積 と滞留水量との間にも明確な関係があることになるか ら、GZ カーブの正の面積は滞留水が船を傾けようとし てした仕事量、即ち転覆モーメントのなす仕事量を表 していると考えられる。従って、車両甲板へ浸水した 時の復原性能を評価する指標として GZ カーブの正の 面積を検討してみる価値があると考える。



Fig.3.14(a) Critical Significant Wave Height vs Positive Area of GZ curve



Fig.3.14(b) Critical Height of Water on Car Deck vs Positive Area of GZ curve



Fig.3.15 Critical Volume of Water on Car Deck vs Critical Significant Wave Height (v : Volume of Water on Car Deck, V : Volume of Car Deck)

3.5 第3章のまとめ

外航の RO-RO 旅客船の模型を製作し、横波中で波上 側に損傷口がある場合の転覆実験を行った。その結果 をまとめると、次の様になる。

- (1) SOLAS'90 の損傷時復原性基準を満足し初期傾斜 が無い場合には、転覆は起きなかった。
- (2) 初期傾斜がある場合には損傷口のある波上側に傾斜し、有義波高が高くなり車両甲板への浸水量が大きくなると転覆する。即ち、転覆を起こすには、初期傾斜があり損傷口のある舷側に滞留水が滞留し易くなる必要がある。
- (3) 初期傾斜があり転覆する場合、車両甲板上の限界 滞留水面高さは、波スペクトラムのピーク周期が7 ~9秒の時には、英国提案の(3.1)式とほぼ一致する が、ピーク周期がそれより長くなると一致しない。
- (4) 初期傾斜があり転覆する場合、限界有義波高には、 波スペクトラムのピーク周波数の影響があり、周 期が長くなるにつれて限界有義波高は大きくなる。
- (5) 初期傾斜があり転覆する場合、限界有義波高と GZ カーブの正の面積には顕著な関係がある。

# 4 浸水した船舶の規則波中における 非線形横揺れ運動

# 4.1 波浪中の非線形横揺れ運動について

波浪中の船の動揺は、その変位に関して非線形な復 原力と減衰力、波による強制力、多自由度の連成影響 を含む運動方程式で記述される。その非線形影響は船 の動揺の振幅が大きくなると顕著になる。したがって、 転覆にいたるような危険な揺れでは、その非線形性が 重要な働きをしていると考えられる<sup>13)~17</sup>。

浸水した船舶の波浪中の運動については、過去にい くつか研究が行なわれている<sup>18)~20)</sup>。RO-RO 客船の車両 甲板のように、仕切りのない広い空間に浸水し溜った 海水は自由に動き回れるので、その船体運動に与える 動的影響は重要であると考えられる。閉じた空間に溜 った流体の自由表面の運動は、古くから調べられてき た<sup>21)~26)</sup>。しかし、船と船内水の非線形連成運動はほと んど検討されていない。

第2.3.2節では、車両甲板上に滞留水を生じた RO-RO 客船の規則波中の特徴を簡単に述べたが、これをより 詳細に検討した結果、波はおだやかで規則的でも、(1) 船の横揺れはかなり大振幅でかつ不規則になる場合が ある、(2)複数の揺れ方が共存する場合がある、ことが わかった。これらは、非線形運動の特徴である。また、 船体と船内水の連成運動を詳しく調べるために、箱船 の模型船を用いて現象を簡略化した実験を行なった。 その結果、三次元模型の実験と同じような複雑な横揺 れが観察され、それらはカオスであることがわかった。 波浪中の船の横揺れ運動でカオスが発生することは、 理論と数値計算で指摘されているが27~36)、実験で示さ れた例はほとんど無い。本研究ではさらに、浸水した 船の波浪中の運動をモデル化した方程式を考えて、実 験で観察された複雑な非線形運動が発生するメカニズ ムを分岐理論の観点から調べた。

### 4.2 三次元模型船の実験結果

ここでは、第2章で用いた RO-RO 客船模型の損傷口 を閉鎖し、車両甲板内に一定量の滞留水を付加した場 合の規則波中の運動について、特徴的な例を示す。

Fig.4.1(a)は、船内に船の排水量 W の 20%の水を入 れた場合の、横揺れ角φの時系列データの一例を表す。 波の高さ H、周波数 f はそれぞれ H=13.0cm, f=0.69Hz である。実験は模型船を波下側の静的な釣合点(傾斜 角 (t=0)=19.0deg) に静止させてから開始した。また、 船体運動に外乱を与えるために、t = 65sec で模型船の 船側部を軽く突いた。このグラフから(1) t<約 65sec で は、横揺れの両振幅は約5degで平均周期は入射波の周 期と同じである、(2)t = 65sec で模型船の船側部を軽く 突いたあと、横揺れの両振幅は約 20deg で平均周期は 入射波の周期の2倍になった、(3) 波(入力)は規則的 であるのに対し、横揺れ(出力)は不規則で複雑な挙 動をしている、ということがわかる。したがって、船 内に滞留水が存在すると、わずかな外乱により船体の 横揺れが約4倍になる可能性がある。また、同じ入力 (波) に対して複数の出力(横揺れ)が共存すること



Fig.4.1 Measured Roll Angle  $\phi(t)$  of the Ferry Model



Fig.4.2 Simplified Two-dimensional Motion of a Box-shaped Ship in Beam Sea

は非線形運動の特徴のひとつである。

Fig.4.1(b)は、振幅の大きい方の揺れ(t>約 65sec)の 時系列データを、時間遅れ座標(φ(t),φ(t+τ))を用い て 2 次元の擬状態空間に再構成したアトラクターを表 す<sup>37)</sup>。この軌道はストレンジ・アトラクターのように 見えるので、この揺れは単純な分数調波振動ではない ことが予想される。もしカオスであるならば、これは 不安定なモードを内在する大振幅運動であるので、船 の安全性を考える上で非常に重要な現象である。

実験の観察により、この問題では船の横揺れと船内 の水の連成運動が支配的であると考えられる。そこで、 本研究ではその連成運動による非線形現象を詳しく調 べることにした。

### 4.3 箱船の模型を用いた実験

### 4.3.1 実験方法

船の横揺れと船内の水の連成運動を調べるために、 箱船を用いて現象を簡略化した実験を行なった。箱船 模型と計測装置の概要を Fig.4.2 に示す。模型は上部と 下部の二つからなり、上部模型は車両甲板を想定して いる。実験は上部模型に適当な量の水を入れて行なっ た。模型の主要目等は L=0.92m, B=0.45m, D=0.13m, 喫 水 d=0.11m, 乾 舷 f=0.02m, 排水 量 W=45.54kg, KG=0.158m, GM=0.050m, 横揺れ固有周期 Tm=1.54sec

# 船舶技術研究所報告 第38巻 第1号 (平成13年)総合報告 57



(c) H=11.5cm (C<sub>1</sub>)

Fig.4.3 Measured Roll Motion of the Box-shaped Model



### 船舶技術研究所報告 第38巻 第1号 (平成13年)総合報告 59



Fig.4.4 Measured Roll Motion of the Box-shaped Model



Fig.4.4 Continued



Fig.4.5 Variation of Roll Motion of the Box-shaped Model with Wave Height



Fig.4.6 Reconstructed Attractors of Chaotic Motion

Table 4.1 I	iapunov	Exponents	$\mu_{i}$
-------------	---------	-----------	-----------

	$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_3$	$\mu_4$	$\mu_5$
w=3kg, $H=8.9$ cm	$0.203 \pm 0.009$	-0.006±0.012	-0.831±0.018	$-2.470 \pm 0.059$	$-12.023 \pm 0.255$
w=5kg, H=18.2cm	$0.224 \pm 0.012$	$-0.053 \pm 0.016$	$-0.764 \pm 0.023$	$-1.651 \pm 0.025$	$-3.191 \pm 0.037$
w=5kg, $H=18.6$ cm	0.330±0.018	$0.013 {\pm} 0.006$	$-0.767 \pm 0.012$	$-1.159 {\pm} 0.023$	$-2.782 \pm 0.070$



Fig.4.9 Stroboscopic Plots

である。流場が波の進行方向の鉛直断面内で二次元的 になるように、模型を二枚の板(0.6m ×1.5m)で挟ま れた領域に配置した(Fig.4.2(a))。この実験装置では、 模型は横揺れ(roll), 左右揺 (sway), 上下揺 (heave) 運 動のみが可能であり、それぞれポテンショメーターを 利用して計測した。また、装置の計測範囲の制約上、 模型が波下側へ漂流しないようにするために弱いパネ (バネ定数 k=3.92N/m)で左右揺 (sway)方向の運動 を拘束している(Fig.4.2(b)を参照)。

#### 4.3.2 実験結果

波は規則波を用いた。波周波数を f=0.7Hz に固定し、 波高の増減に伴う横揺れの変化を検討した。計測時間 は約4分で、定常状態のみを考察する。

Fig.4.3 と Fig.4.4 は、模型内の水の量がそれぞれ w= 3kg と w= 5kg の場合の、代表的な横揺れ角の時系列、 パワースペクトル、および二次元の擬状態空間( $\phi(t)$ ,  $\phi(t+\tau)$ )に再構成されたアトラクターを表す。Fig.4.5 は、波高の変化にともなう横揺れのパターンの変化を まとめた図である。図中、横軸は波高 H と波傾斜 H/  $\lambda$  ( $\lambda$ : 波長)で、P<sup>1</sup>: 横揺れの周期が波周期と同じ、 P<sup>2</sup>: 横揺れの周期に波周期の 2, 4, …倍の成分が現れ る、P<sup>3</sup>: 横揺れの周期に波周期の 3 倍の成分が現れる、 C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>, C<sub>3</sub>: 横揺れがカオス的である(タイプ 1, 2, 3)、 ことを表す。領域が重なっているところでは、同じ波 の条件でも複数の揺れ方が存在している。

### 4.4 カオス的な横揺れ運動について

複雑な揺れの実験結果をさらに詳しく調べた。ここでは、(a) w=3kg, H=8.9cm、(b) w=5kg, H=18.2cm、(c) w=5kg, H=18.6cm、の三つのデータを解析した結果をまとめる。Fig.4.6 は三次元の擬状態空間に再構成された

アトラクター、Table 4.1 はリアプノフ指数<sup>38)</sup>  $\mu_i$  (i=1 ~n, n=5)、Fig.4.7~Fig.4.9 はストロボ・プロット ( $\phi(t)$ ,  $\phi(t+\tau)$ )at  $\theta=2\pi\times i 12$  (j=0~11,  $\theta$ ; 波の位相)、をそれ ぞれ表す。これらより、(1)リアプノフ指数の最大値は 正である、(2) アトラクターが位相とともに引き伸ばさ れ、次に折り畳まれ、最終的に縮んで元の形にもどる 過程が見られる、というカオスを特徴づける性質がは っきり表れていることがわかる。

### 4.5 波浪中で漫水した船の横揺れの数学モデル

Fig.4.10 のような箱船の横揺れと船内の水の連成運動に注目したモデル方程式を考える。そのために次のような5つの仮定をした。(1)横揺れ(roll)と中の水の連成運動が支配的で、左右揺(sway)と上下揺(heave)との干渉は無視できる。(2)中の水の表面は平ら(傾き $\chi$ )である。(3)中の水の運動はその重心とともに動く質量 wの質点の運動に置き換えられる。(4)横揺れの強制モーメントは波と同じ周期で正弦的に変化する。(5)横揺れと中の水の減衰力はそれぞれ $\phi \ge \chi$  (dot = d/dt) に関して線形である。

座標系、船の代表寸法等は Fig.4.10 のように定義ず る。そのとき、船の横揺れと中の水、それぞれの系の 運動エネルギー K、ポテンシャル・エネルギー P、エ ネルギーの散逸率 D は次式で与えられる。

$$K_{s} = \frac{1}{2} (I + \delta I) \dot{\phi}^{2} = \frac{1}{2} M \kappa^{2} \dot{\phi}^{2}$$
$$K_{w} = \frac{1}{2} m (\dot{x}_{Gw}^{2} + \dot{y}_{Gw}^{2})$$

$$P_s = -\rho Vgy_{Bs} = -(M+m)gy_{Bs}$$
,  $P_w = mgy_{Gw}$ 



Fig.4.10 Illustration of Two-dimensional Motion of a Flooded Box-shaped Ship in Regular Waves

$$P_{e}(\phi, t) = -\phi \{ A_{0} + A_{1} \sin(\Omega t + \Psi) \}$$
$$D = \frac{1}{2} v_{s} \dot{\phi}^{2} + \frac{1}{2} v_{w} \dot{\chi}^{2}$$
(4.1)

ここで、下付きの s, w, e は船、船内の水、強制モーメ ントを、I と  $\delta$  I は横揺れの回転中心まわりの慣性モー メントと付加慣性モーメントを、M と m は船と船内 の水の質量を、V は船の水面下の体積を、  $\tilde{x}_{Gw} = (x_{Gw}, y_{Gw})$ は船内の水の重心位置を、  $\tilde{x}_{Bs} = (x_{Bs}, y_{Bs})$ は船の浮心(水面下の体積中心)の位 置を、 $A_0 + A_1 \sin(\Omega t + \Psi)$ は横揺れの強制モーメント を、Ωは波の角周波数を、 $\nu$ は減衰係数を、それぞれ 表す。モデル方程式はこれらを以下のようなラグラン ジュの運動方程式に代入することにより得られる。

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\phi}} = 0$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\chi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \chi} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\chi}} = 0 \qquad (4.2)$$

ここで、L = K - P はラグランジアンで、 $K = K_s + K_w$ 、 P = P<sub>s</sub>+P<sub>w</sub>+P<sub>o</sub>である。したがって、  $\tilde{x}_{Gw} \geq \tilde{x}_{Bs}$ がわか ればモデル方程式が決定する。それらは上記の仮定の もとで次式のように表される。

$$\begin{split} \widetilde{\mathbf{x}}_{Bs} &= \begin{pmatrix} \mathbf{x}_{B}(\phi) \\ \mathbf{y}_{B}(\phi) \end{pmatrix} \\ \widetilde{\mathbf{x}}_{Gw} &= \begin{pmatrix} \mathbf{x}_{G}(\phi, \chi) \\ \mathbf{y}_{G}(\phi, \chi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\phi, & \sin\phi \\ -\sin\phi, & \cos\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_{G}(\chi) \\ \eta_{G}(\chi) \end{pmatrix} \end{split}$$

(4.3)

$$y_{B} = \begin{cases} -\frac{1}{2} \overline{B_{s}M_{s}} \tan \phi \sin \phi + \left(\frac{d_{s}}{2} - \overline{KG_{s}}\right) \cos \phi \\ & \text{for } |\phi| < \phi^{*} \\ -\operatorname{sgn}(\phi) \frac{b_{s}}{2} \sin \phi + \frac{2}{3} \sqrt{b_{s}d_{s}} \sqrt{\sin 2|\phi|} \\ & -\overline{KG_{s}} \cos \phi & \text{for } |\phi| > \phi^{*} \end{cases}$$

(4.4)

$$\xi_{G} = \begin{cases} \overline{G_{w}M_{w}}\tan\chi & \text{for } |\chi| < \chi^{*} \\ \text{sgn}(\chi)\frac{b_{w}}{2} - \text{sgn}(\chi)\frac{2}{3}\sqrt{b_{w}d_{w}}\frac{\cos\chi}{\sqrt{\sin 2|\chi|}} \\ \text{for } |\chi| > \chi^{*} \end{cases}$$

$$(4.5)$$

$$\eta_{G} = \begin{cases} \frac{1}{2}\overline{G_{w}M_{w}}\tan^{2}\chi + d_{s} + f_{r} + \frac{d_{w}}{2} - \overline{KG_{s}} \\ \text{for } |\chi| < \chi^{*} \\ \text{sgn}(\chi)\frac{2}{3}\sqrt{b_{w}d_{w}}\frac{\sin\chi}{\sqrt{\sin 2|\chi|}} + d_{s} + f_{r} - \overline{KG} \\ \text{for } |\chi| > \chi^{*} \end{cases}$$

$$(4.6)$$

ここで、( $\xi$ ,  $\eta$ ) は船体に固定した座標(原点は船の中 心)、 $M_s$ は船の横揺れの回転中心(メタセンター)、  $M_w$  は中の水の重心の回転中心を表し、 $B_sM_s = b_s^2/(12d_s)$ 、  $B_wM_w = b_w^2/(12d_w)$ 、 $\tan \phi^* = 2d_s/b_s$ 、 $\tan \chi^* = 2d_w/b_w$ で ある(Fig.4.10を参照)。箱船の水面下と中の水、それ ぞれの断面形状が| $\phi | < \phi^*$ ,  $|\chi| < \chi^*$ に対しては台形、|  $\phi | > \phi^*$ ,  $|\chi| > \chi^*$ に対しては三角形であるので、それに 応じて場合分けしている。これを Fig.4.11 に示す。

(4.3)式を(4.1)式に代入し、さらに(4.2)式に代入すると、 船の横揺れと船内水の連成運動に対する数学モデルが 得られる。船内水の運動エネルギー K<sub>w</sub> は(4.3), (4.4) 式より次のように表すことができる。

$$K_{w} = \frac{1}{2} m (\dot{x}_{G}^{2} + \dot{y}_{G}^{2})$$
$$= \frac{1}{2} m (Q_{1} \dot{\phi}^{2} + 2Q_{2} \dot{\phi} \dot{\chi} + Q_{3} \dot{\chi}^{2})$$

ここで、

$$Q_{1}(\chi) = \xi_{G}^{2} + \eta_{G}^{2}$$
$$Q_{2}(\chi) = \xi_{G} \eta_{G} - \xi_{G} \eta_{G}^{'}$$
$$Q_{3}(\chi) = \xi_{G}^{'2} + \eta_{G}^{'2}$$

(4.8)

(4.7)

.

である。ここで、上付きのプライムは ∂ / ∂x を表す。こ のようにまとめると、船の数学モデルは次のように表 せる。



Fig.4.11 Sectional Shapes of the Flooded Ship and the Flooded Water

$$\begin{pmatrix} M\kappa^{2} + mQ_{1}, mQ_{2} \\ mQ_{2}, mQ_{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\chi} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_{s} & 0 \\ 0 & v_{w} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\chi} \end{pmatrix} \\ + \begin{pmatrix} m(Q_{1}\dot{\phi}\dot{\chi} + Q_{2}\dot{\chi}^{2}) \\ \frac{1}{2}m(-Q_{1}\dot{\phi}^{2} + Q_{3}\dot{\chi}^{2}) \end{pmatrix} \\ + \begin{pmatrix} -(M+m)g\frac{\partial y_{B}}{\partial \phi} - mg(\cos\phi\cdot\xi_{G} + \sin\phi\cdot\eta_{G}) \\ mg(-\sin\phi\cdot\xi_{G} + \cos\phi\cdot\eta_{G}) \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} A_{0} + A_{1}\sin(\Omega t + \Psi) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$(4.9)$$

左辺第一項は慣性項、左辺第二項は減衰項、左辺第 三項は復原項、右辺は強制項である。数値計算や分岐 解析には、この式と等価な 1 階の常微分方程式  $d\bar{x}/dt = \tilde{F}(t, \bar{x}, \bar{\lambda})$  (ここで、 $\bar{x} = (\phi, \phi, \chi, \chi), \bar{\lambda}$ : パ ラメーター)の形を利用するのが便利である。

Fig.4.12 と Fig.4.13 は、船の数学モデル(4.9)式を 4 次 の Runge-Kutta 法により数値計算した結果の例である。 各パラメーターは三次元模型の実験に近い値にセット している。いずれも(a), (b), (c) は初期条件だけが異な る。したがって、この計算結果は (a), (b), (c) 三種類の 解が共存していることを表している。複数の揺れが共 存し、二倍周期成分が卓越した大振幅運動が存在する という結果は、実験結果と良く合っている。また、 Fig.4.12(c)の複雑な揺れのリアプノフ指数<sup>39</sup>の最大値 は正であるので、カオス的な解も含まれている。

# 4.6 船の数学モデルの分岐解析

実験では、波の高さを変えると船の横揺れも複雑に 変化した。そのような非線形運動が発生するメカニズ ムを調べるために、前節で導いた数学モデルを利用し てその分岐現象を調べた。

数学モデル(4.9)式の解の安定性や分岐構造を調べる ためには、それと等価な 4 次元の 1 階常微分方程式 d $\hat{x}$ /dt =  $\tilde{F}(t, \hat{x})$  を用いるのが便利である。この方程式 で、初期値が  $\tilde{x}$ (t=t<sub>0</sub>) =  $\tilde{x}_0$  のときの解を次式で表す。

$$\widetilde{\mathbf{x}} = \boldsymbol{\varphi} \left( \mathbf{t}, \widetilde{\mathbf{x}}_0, \widetilde{\boldsymbol{\lambda}} \right) \tag{4.10}$$

ここで、 $\tilde{\lambda}$  はパラメーターを表す。N-周期解の安定性 を考えるために、次のような Poincare 写像を考える。

$$T: \tilde{\mathbf{x}}_{0} \mapsto T(\tilde{\mathbf{x}}_{0}) = \varphi \left( \mathbf{t} = \mathbf{t}_{0} + \frac{2\pi}{\Omega}, \tilde{\mathbf{x}}_{0}, \tilde{\lambda} \right)$$

$$(4.11)$$

ここで、Ωは波の角周波数である。N-周期解は不動点 の条件  $\tilde{x}_0 = T^N(\tilde{x}_0, \tilde{\lambda})$ を満足する。したがって、その 安定性は $\partial T^N/\partial \tilde{x}_0$ の固有値  $\mu_i$ (i=1~4)を用いて調べ ることができる。ここで、この系のベクトル場 下は、 | $\phi \models \phi^*, |\chi \models \chi^*$ で滑らかでなく、ヤコビ行列  $\partial \tilde{F}/\partial \tilde{\chi}$ はそこで不連続になることに注意しなければならない。 このような系の固有システム解析法を説明するために、 解  $\tilde{x} = \varphi(t, \tilde{x}_0, \lambda)$ は、 $|\phi \models \phi^*$ あるいは $|\chi \models \chi^*$ を時間 t =  $t_K$ (K=1, 2,…, M-1、 $t_0 < t < t_M = t_0 + N \cdot 2\pi/\Omega$ )で通過する とする。そのとき、 $\partial T^N/\partial \tilde{x}_0$ は次のように表すことが できる。



Fig.4.12 Computed Results of Model Equations



Fig.4.13 Computed Results of Model Equations



Fig.4.14 Variation of Strobed Values of  $\phi$  with  $A_1$  ( $T_1$ =6.98, m=1,2,...,30)



(a) Variation of the fixed point  $\boldsymbol{x}_0 = \boldsymbol{T}^N(\boldsymbol{x}_0, \boldsymbol{\lambda})$  with  $A_1$ (solid line: stable  $(|\mu|_{max} < 1)$ , dotted line: unstable  $(|\mu|_{max} > 1))$ 



 $(\mu_R \text{ and } \mu_I \text{ denote the real and the imaginary parts of } \mu$ , respectively.)

Fig.4.15 Bifurcation of the N-periodic Solutions with  $A_1$  (N=1 and 2)

$$\frac{\partial T^{N}}{\partial \tilde{x}_{0}} = \frac{\partial T_{M-1}}{\partial \tilde{x}_{M-1}} \cdot \frac{\partial T_{M-2}}{\partial \tilde{x}_{M-2}} \cdots \frac{\partial T_{0}}{\partial \tilde{x}_{0}}$$
(4.12)

ここで、*T<sub>i</sub>*(i = 0, 2,…, M-1) は t = t<sub>i</sub> から t = t<sub>i+1</sub>への次のような写像を表す。

$$T_{i}: \widetilde{x}_{i} \mapsto \widetilde{x}_{i+1} = \varphi_{i}(t_{i+1}(\widetilde{x}_{i},\widetilde{\lambda}), \widetilde{x}_{i}, \widetilde{\lambda})$$
  
for  $i = 0, 2, \cdots, M-1$  (4.13)

ここで、 $t_{M}(N,\Omega)$ は  $\tilde{x}_{M-1}$ に依らない。滑らかでない 点は次式で表される。

$$G(\tilde{x}) = (|\phi| - \phi^*)(|\chi| - \chi^*) = 0 \qquad (4.14)$$

そのとき、
$$\partial T_{\kappa'} \partial \tilde{x}_{\kappa}$$
は次のように表される。

$$\frac{\partial T_{K}}{\partial \widetilde{x}_{K}} = \frac{\partial}{\partial \widetilde{x}_{K}} \varphi_{K} \left( t_{K+1} \left( \widetilde{x}_{K}, \widetilde{\lambda} \right), \widetilde{x}_{K}, \widetilde{\lambda} \right)$$
$$= \left( I - \frac{1}{\frac{\partial G}{\partial \widetilde{x}}} \widetilde{F} \frac{\partial G}{\partial \widetilde{x}} \right)$$
(4.15)

ここで、 1 は 4×4 の単位行列である。

分岐解析の一例を以下に示す。まず、Fig.4.13の(a) 1 周期解 (Period 1) と(b) 2 周期解 (Period 2)が強制力の 振幅 A<sub>1</sub> を変えるとどのように変化するかを調べた。 Fig.4.14 はその結果を表し、縦軸は横揺れ角 $\phi$ の波の 1 周期おきの値、すなわちストロボプロット  $\phi$ (t<sub>0</sub>+m·2  $\pi/\Omega$ )を表す。この図より、0.0067 < A<sub>1</sub> < 0.0294 で二 つの周期解が共存していることが分かる。

次に、不動点の条件とニュートン法を用いて、 Fig.4.14 の 1 周期解と 2 周期解を追跡し、その固有 システムを調べて分岐点を求め、その位相的分類を行 なった<sup>40)</sup>。Fig.4.15 はその結果を表す。周期解はその固 有値の最大値が 1 となるパラメーター値で分岐する。 Fig.4.15(a) は実線と点線が  $|\mu|_{max} < 1 \ge |\mu|_{max} > 1$ 、すな わち安定解と不安定解を表し、(b)は分岐点付近の固有 値の変化、すなわち根軌跡を表す。これらより、1 周 期解の周期倍分岐が  $I^{1}$  (A<sub>1</sub>=0.0294) で、2 周期解の接 線分岐が T<sup>2</sup>(A<sub>1</sub>=0.0067) で、2 周期解のホップ分岐が H<sup>2</sup>(A<sub>1</sub>=0.0383) で起きていることがわかる。H<sup>2</sup> では 2 周期解が A<sub>1</sub>の増加とともに準周期解に変わっている。

### 4.7 第4章のまとめ

浸水した船の横波中の船体運動を、模型実験と数学 モデルの解析により調べた。その結果、以下のような ことがわかった。

- 船内に滞留水があると、かなり大きな振幅の非線 形横揺れが発生する場合がある。
- (2) この非線形運動では、船体の横揺れと船内の水の 連成運動が支配的である。
- (3) 波高や浸水量が変わると、横揺れのパターンはか なり大きく変化し、かつ複雑である。
- (4) カオス的な複雑な横揺れが見られる場合がある。 リアプノフ指数とストロボ・プロットによりカオ スの特徴が明瞭に示された。
- (5) 横揺れと船内の水の連成運動をモデル化した方程 式を考えた。このモデル方程式の解は、実際の現 象と定性的には良く合っている。
- (6) モデル方程式の分岐構造を調べることにより、複 雑な現象が発生するメカニズムが明らかになった。

#### 5 まとめ

本報告は、車両の搭載を容易にするための広い区画 を有する RO-RO 客船が波浪中で破口を生じた場合の 安全性について、指定研究「浸水時船舶の波浪中安全 性に関する研究」(平成7~9年度)の内容をとりま とめたものである。

このような場合には、破口からの海水の流入・流出、 およびそれらのアンバランスから生じる船内滞留水、 さらには滞留水と船体運動との連成運動が生じるため、 それらが相互に関連する極めて複雑な現象となる。本 研究では、まず各種パラメータの影響評価を行うとと もに、この問題の本質となる量を見極めることに勤め、 船内滞留水と外水面の高さの差が平均的には一定の範 囲内にあることや、この内外水面差が転覆にとって極 めて重要であることを定量的に明らかにした。次に、 IMO における国際的な損傷時復原性基準改正の動きに 適切に対応するため、我国周辺の海象および我国の RO-RO 客船の船型を念頭に置きながら検討を行い、提 案されている英国案の適用限界等を論じた。最後に、 船内滞留水と横揺れとの連成運動について詳しく検討 し、非線形力学系理論の観点からカオス的な複雑な横 揺れが現れることを述べた。

本研究によって得られた知見の一部は IMO に報告 され<sup>41)</sup>、IMO 専門家パネルの審議(著者の一人が参加) および SOLAS 条約の改正作業に役立つとともに、その 後も引き続いた IMO での損傷時復原性基準の検討に当 たっての我国の資料となった。また、発表論文リスト に示すように多くの論文発表が行われ、学問的な貢献 も大きかったものと考えられる。

しかしながら、たとえば滞留水面高さが外水面より も平均的に高くなることの理論的かつ定量的な説明な ど解明すべき点も残っており、様々な船型・海象にも 適用可能な損傷時復原性基準を定めるためには、さら に研究を続けることが必要と考えられる。

最後に、本研究の一部は社団法人日本造船研究協会 第71基準研究部会との共同研究として行われたことを 付記し、熱心な討論を頂いた部会長の藤野正隆東京大 学教授、同損傷時復原性ワーキンググループ主査池田 良穂大阪府立大学教授をはじめとする関係各位に深く 謝意を表します。

### 参考文献

- SLF 40/4/5, HARMONIZATION OF DAMAGE STABILITY PROVISION IN IMO INSTRUMENTS, A Proposal on New Damage Stability Framework for RO-RO Vessels based upon Joint North West European R & D Project "Safety of Passenger/RO-RO Vessels" Submitted by Denmark, Finland, Norway, Sweden and the United Kingdom (1996)
- The Joint Accident Investigation Commission of Estonia, Finland and Sweden : Part-Report Covering Technical Issues on the Capsizing on 28 September 1994 in the Baltic Sea of the RO-RO Passenger Vessel MV ESTONIA (1995)
- Dand, I.W. : Hydrodynamic Aspects of the Sinking of the Ferry 'Herald of Free Enterprise', Trans. of R.I.N.A. (1988)
- 4) Browne, R.P. and Bird, H. : Damage Stability Model Experiments, Trans. of R.I.N.A. (1973)
- Schindler, M. and Velschou, S. : RO-RO Passenger Ferry Damage Stability Studies - A Continuation of Model Tests for a Typical Ferry, Symp. on RO-RO Ships' Survivability (1994)
- Dand, I.W. : Factors Affecting the Capsize of Damaged RO-RO Vessels in Waves, Symp. on RO-RO Ships' Survivability (1994)
- Vassalos, D. : Capsizal Resistance Prediction of a Damaged Ship in a Random Sea, Symp. on RO-RO Ships' Survivability (1994)
- 村重淳、石田茂資、渡辺巌、小川剛孝: Ro-Ro 船 車両甲板の浸水と波浪の関係についての模型実験、

船研発表会講演集 (1995)

- 9) 二村正、石田茂資、渡辺巌:外洋ヨットの転覆現象に及ぼす船型等の影響について、日本造船学会論文集、第175号 (1994)
- 10) Vassalos, D., Pawlowski, M. and Turan, O. : Joint North West European Project, Safety of Passenger RO-RO Vessels – Task 5, A Theoretical Investigation on the Capsizal Resistance of Passenger RO-RO Vessels and Proposal of Survival Criteria, University of Strathclyde Marine Technology Centre (1996)
- 11) AGREEMENT CONCERNING SPECIFIC STABILITY REOUIREMENTS FOR RO-RO PASSENGER SHIPS UNDERTAKING REGULAR SCHEDULED **INTERNATIONAL** VOYAGES BETWEEN OR TO OR FROM DESIGNATED PORTS IN NORTH WEST EUROPE AND THE BALTIC SEA, ANNEX 1 "Significant wave heights", Appendix MODEL TEST METHOD, IMO Circular letter No.1891, 29 (1996)
- 12) 渡辺巌、冨田宏、谷澤克治:北太平洋の波と風(1974~1988)、船舶技術研究所報告別冊第14号(1992)
- Paulling, J.R. and Rosenberg, R.M. : On Unstable Ship Motions Resulting from Nonlinear Coupling, J. Ship Res., Vol.3 (1959)
- 14) Nayfeh, A.H., Mook, D.T. and Marshall, L.R. : Nonlinear Coupling of Pitch and Roll Modes in Ship Motions, J. Hydronautics, Vol.7 (1973)
- Wright, J.H.G. and Marshfield W.B. : Ship Roll Response and Capsize Behaviour in Beam Seas, Trans. R.I.N.A., (1980)
- Nayfeh, A.H. : On the Undesirable Roll Characteristics of Ships in Regular Seas, J. Ship Research, Vol.32 (1988)
- 17) Francescutto, A., Contento, G. and Penna, R. : Experimental Evidence of Strong Nonlinear Effects in the Rolling Motion of a Destroyer in Beam Sea, In Proc. 5th International Conference on Stability of Ships and Ocean Vehicles, Vol.1 (1994).
- 18) Vasta, J., Giddings, A.J., Taplin, A. and Stilwell, J.J. : Roll Stabilization by means of Passive Tanks, Soc. Naval Arch. and Marine Eng., Vol.69 (1961)
- Dillingham, J. : Motion Studies of a Vessel with Water on Deck,. Marine Technology, Vol.18 (1981)
- 20) Caglayan, I. and Storch, R.L. : Stability of Fishing Vessels with Water on Deck, J. Ship Res., Vol.26 (1982)
- 21) Verhagen, J.H.G. and van Wijngaarden, L. : Non-linear

Oscillations of Fluid in a Container, J. Fluid Mech., Vol.22 (1965)

- Chester, W. : Resonant Oscillations of Water Waves, Proc. Roy. Soc. A., Vol.306 (1968)
- Ockendon, J.W. and Ockendon, J.W. : Resonant Surface Waves, J. Fluid Mech., Vol.59 (1973)
- 24) Miles, J.W. : Nonlinear Surface Waves in Closed Basins, J. Fluid Mech., Vol.75 (1976)
- 25) Miles, J.W. : Nonlinear Faraday Resonance, J. Fluid Mech., Vol.146 (1984)
- 26) Miles, J.W. and Henderson, D. : Parametrically Forced Surface Waves, Annu. Rev. Fluid Mech., Vol.22 (1990)
- 27) Virgin, L.N. : The Nonlinear Rolling Response of a Vessel including Chaotic Motions leading to Capsize in Regular Seas, Applied Ocean Research, Vol.9, No.2 (1987)
- 28) 菅信、田口晴邦:斜め追い波中の船の転覆について (第2報転覆現象におけるカオスとフラクタル),日本造船学会論文集, Vol.168 (1990)
- 29) Rainey, R.C.T. and Thompson, J.M.T. : The Transient Capsize Diagram--a New Method of Quantifying Stability in Waves, J. Ship Res., Vol.35 (1991)
- 30) Soliman, M.S. and Thompson, J.M.T. : Transient and Steady State Analysis of Capsize Phenomena, Applied Ocean Research, Vol.13 (1991)
- 31) Thompson, J.M.T., Rainey, R.C.T. and Soliman, M.S. : Mechanics of Ship Capsize under Direct and Parametric Wave Excitation, Phil. Trans. R. Soc. Lond. A, Vol.338 (1992)
- 32) Falzarno, J.M., Shaw, S.W. and Troesch, A.W. : Application of Global Methods for Analyzing Dynamical Systems to Ship Rolling Motion and Capsizing, Intl. J. Bifurcation and Chaos, Vol.2 (1992)
- 33) MacMaster, A.G. and Thompson, J.M.T. : Wave Tank Testing and the Capsizability of Hulls, Proc. Roy. Soc. Lond. A, Vol.446 (1994)
- 34) Kan, H. and Taguchi, H.: Ship Capsizing and Chaos, in Nonlinearity and Chaos in Engineering Dynamics, (Thompson, J.M.T. and Bishop, S.R. eds), Wiley, Chichester (1994)
- 35) Thompson, J.M.T. and de Souza, J.R. : Suppression of Escape by Resonant Modal Interactions: in Shell Vibration and Heave-Roll capsize, Proc. Roy. Soc. Lond. A, Vol.452 (1996)
- 36) Thompson, J.M.T. : Designing against Capsize in Beam Seas: Recent Advances and New Insights, Appl. Mech. Rev., Vol.50 (1997)

- 37) Sauer, T., Yorke, J.A. and Casdagli, M.: Embedology, J. Statistical Physics, Vol.65 (1991)
- 38) Sano, M. and Sawada, Y. : Measurement of the Lyapunov Spectrum from a Chaotic Time Series, Phys. Rev. Lett., Vol.55 (1985)
- 39) Shimada, I. and Nagashima, T. : A Numerical Approach to Ergodic Problem of Dissipative Dynamical Systems, Progress of Theoretical Physics, Vol.61 (1979)
- 40) Kawakami, H. : Bifurcation of Periodic Responses in Forced Dynamic Nonlinear Circuits: Computation of Bifurcation Values of the System Parameters, IEEE Trans. Circuits and Systems, Vol.CAS-31 (1984)
- 41) IMO RORO/ISWG/1/3/5, Some Results of Model Test, (1995)