

## 球対称形状におけるガンマ線輸送方程式の 直接積分コード 06 NIOBE-G について

片岡 巖\*      竹内 清\*

### A Photon Transport Code in Spherically Symmetric Geometry, 06 NIOBE-G

By

Iwao KATAOKA and Kiyoshi TAKEUCHI

#### Abstract

A series of codes, 06 NIOBE-G, has been written for the NEAC 2206 computer for the numerical integration of the time independent photon transport equations in spherically symmetric geometries. The original NIOBE was prepared for the IBM 704 and later for the IBM 7090. At present there are two versions of the 06 NIOBE, i. e. the 06 NIOBE-G1 and the 06 NIOBE-G2. The G1 code is almost identical with the original NIOBE in general view of its mathematical treatments. The G2 has then been introduced with a view to decreasing some of errors in solutions ascribed to the procedure of spatial integrations in the NIOBE which have been found as one of the results of test calculations of the G1 code.

In the procedure of spatial integrations of the transport equations the G2 code applies the Lagrange interpolation formula not only to estimating angular distributions but also to radial interpolation. This has brought on two main improvements; First, it gives fairly close approximations to exact solutions of test calculations in the cases where the G1 code shows remarkable deviations. Second, it shows a decrease of 30 per cent of a computation time for one iteration against one of the G1 code.

Excepting differences between two versions of the code mentioned above, for the most part the results of test calculations with these codes agree well with exact solutions within approvable error. The concept of the NIOBE approximating angular distribution of fluxes with finite terms of the Legendre polynomials, however, occasionally leads to difficulties in treating problems in which the flux varies steeply in magnitude with directional angle.

#### 1. まえがき

定常状態の Boltzmann 輸送方程式を数値積分によって解き、有限厚さの多重層内の中性子またはガンマ線束をエネルギー、位置および方向角の関数として求める解析法または計算コードの主なるものに Sn 法<sup>1)</sup>、NIOBE<sup>2)</sup>、EOS<sup>3)4)</sup> がある。中性子またはガンマ線束の角度分布を表現する方法として、Sn 法では方向角余弦のべき級数を、また NIOBE および EOS では

Legendre 関数による多項式展開を用いる。Sn 法は平板形状および球対称形状の両者に適用できるが、NIOBE は球対称形状のみに用いられる。EOS は NIOBE の利点を保持して、平板形状を解くために開発された解法である。

NIOBE (Numerical Integration of the Boltzmann Equation) は IBM 704 計算機に対して作られたコードの名称であり<sup>2)</sup>、後に IBM 7090 用に 06-NIOBE<sup>3)</sup> が作られた。必要とする計算システムの規模

\* 原子力船部

は、磁気コア記憶装置の容量が32,768語、磁気テープ装置が10台である。半径方向メッシュ数85, 方向角メッシュ数8, エネルギー組数81の問題を解くのに要する計算時間は IBM 704 で約15時間であり, IBM 7090 によれば約2時間半である。

本報告で述べるのは、当所設置の NEAC 2206 計算機に適合するガンマ線用の NIOBE コード, 06 NIOBE-G の説明と一部の試計算の結果である。本コードには、原 NIOBE にはほぼ相当する G-1 コードと、空間積分の方法を改良した G-2 コードの2種類がある。

当所に設置されている NEAC 2206 の現在のシステムの規模は下記の通りである。

磁気コア記憶装置 4,000 語 (10,000 語まで拡張可能)

磁気ドラム装置 (10,000語/台) 1 台 (10台まで可能)

磁気テープ装置 なし (40台まで可能)

したがって、ここに述べる 06 NIOBE-G-1 および G-2コードは上記の計算システムに適合するように組まれている。計算システムの規模が小さいため、コードは3つの部分に分けられている。また主な制限条件はつぎの通りである。

	G-1コード	G-2コード
エネルギー組数	≤21	≤10
物質層の数	≤5	≤5
半径方向メッシュ数	≤25	≤50
方向角メッシュ数	≤14	≤14

何れの制限も解析法の本質から与えられたものではなく、計算システムの規模によるものである。当所の計算システムが近く拡張される予定であるが、その際は、より緩和された制限の下でコードを組むことができる。

Boltzmann 方程式の空間積分は後述の様に繰返し法によって求められる。半径方向メッシュ数10, 方向角メッシュ数14の場合に、1回の繰返し計算に要する時間は、G-1コードで3分20秒、G-2コードでは2分30秒である。さらに、テスト計算の結果では、収斂に達する繰返し計算の回数が両者でほとんど等しい。したがって、一般的に云えば、今回開発した G-2 コードの方が、旧来の G-1 コードより収斂が速いことになる。

理論的な厳密解が知れている多数の問題について試計算を行なった結果、G-1, G-2両コード共満足な精度で解が得られることが示された。しかしながら一般

に G-2 コードの解の方が G-1 コードによる解よりも近似度がよかった。

NIOBE を含めて、中性子束またはガンマ線束の角度分布を、有限項の Legendre 展開で表現する解法では、解の値が角度により非常に大きい変化をもつ問題を扱おうのは困難である。ここで報告する試計算でもその傾向が認められる。

最後に実際に近い問題の一例として、水中でのガンマ線減衰の計算結果を示す。

コードのフローチャートおよび使用法は別に詳しく報告する<sup>10)</sup>。

## 2. 基礎方程式および解法

### 2.1 輸送方程式

球対称形状における、ガンマ線の定常輸送方程式はつぎのように書ける。

$$\omega \frac{\partial I(r, \omega, u)}{\partial r} + \frac{1-\omega^2}{r} \frac{\partial I(r, \omega, u)}{\partial \omega} + \Sigma_T(r, u) I(r, \omega, u) = R(I; r, \omega, u) \dots \dots (1)$$

ここに、

$$R(I; r, \omega, u) = I_{ph}(I; r, \omega, u) + G(r, \omega, u)$$

である。G(r, ω, u)は線源を示し、また I<sub>ph</sub>(I; r, ω, u) は Compton 散乱の効果を示す項で、散乱積分と呼ばれ以下の様な積分で表現される。すなわち、

$$I_{ph}(I; r, \omega, u) = \frac{C(r)}{\pi} \int_{-1}^1 K(u', u) d\mu \int_0^\pi I(r, \omega', u') d\phi \dots \dots (2)$$

ここに K(u', u) は Klein-Nishina の公式から導かれる散乱核で、

$$K(u', u) = \frac{3}{8} \left( \frac{u'}{u} \right) \left[ \frac{u'}{u} + \frac{u}{u'} + 2(u' - u) + (u' - u)^2 \right] \cdot \mu_T \text{ barn/electron} \quad u \geq u' \geq u - 2$$

$$= 0 \quad u' > u \text{ 又は } u' < u - 2 \dots \dots (3)$$

となる。ただし μ<sub>T</sub> は Thomson unit から barn への換算係数で μ<sub>T</sub> = 0.665 である。

### 2.2 散乱積分の計算

まずガンマ線エネルギー束 I(r, ω, u) および散乱核 K(u', u) を Legendre 展開する。すなわち、

$$I(r, \omega, u) = \sum_{l=0}^L \frac{2l+1}{4\pi} I_l(r, u) P_l(\omega) \dots \dots (4)$$

$$\frac{1}{2\pi} K(u', u) = \sum_{p=0}^3 \frac{2p+1}{4\pi} K_p(u) P_p(\mu) \dots \dots (5)$$

有限の L に対して、(4)式の展開は近似式であり、

$I(r, \omega, u)$  が角度によって変化する 程度によって近似の精度が異なる。L は計算入力として与えられる。

一般にガンマ線の Compton 散乱では、散乱角の余弦  $\mu$  と波長の変化との間につきのような関係がある。

$$\mu = 1 + u' - u.$$

これを(3)式に代入すると、展開式(5)の係数  $K_p(u)$  は直ちに計算され、かつ 3 以上の P に対する係数  $K_p(u)$  は 0 となることが判る<sup>6)</sup>。

$$\left. \begin{aligned} K_0(u) &= (1 - u^{-1} + u^{-2}) \mu_T \\ K_1(u) &= \left( \frac{2}{5} u^{-1} - \frac{1}{2} u^{-2} \right) \mu_T \\ K_2(u) &= \left( \frac{1}{10} - \frac{1}{10} u^{-1} + \frac{1}{10} u^{-2} \right) \mu_T \\ K_3(u) &= \frac{3}{70} u^{-1} \mu_T. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(6)$$

一方(4)式の展開式の係数  $I_l(r, u)$  はつぎのように与えられる。

$$I_l(r, u) = 2\pi \int_{-1}^1 I(r, \omega, u) P_l(\omega) d(\omega)$$

この積分を行なうため、Gauss の数値積分法を用いる。すなわち、適当な正の整数 Q をとり  $\omega_q$  を  $P_{2Q}(\omega)$  の第 q 根であるとするときつぎの近似式が成立する。

$$I_l(r, u) \doteq \frac{4\pi}{2l+1} \sum_{q=1}^{2Q} A_{lq} I(r, \omega_q, u). \dots\dots\dots(7)$$

ここに、

$$A_{lq} = \frac{2^l + 1}{2} \lambda_q P_l(\omega_q) \quad l=0, 1, \dots, L; q=1, 2, \dots, 2Q.$$

また  $\lambda_q$  は  $1 \leq Q \leq 8$  にわたって数表で与えられている<sup>7)</sup>。

したがって、(4)式より

$$I(r, \omega, u) = \sum_{l=0}^L \sum_{q=1}^{2Q} A_{lq} I(r, \omega_q, u) P_l(\omega) \dots\dots\dots(8)$$

と表現される。

取扱おうとする問題のガンマ線の最高エネルギーに対応する波長を  $u_j$  とするとき、波長を等間隔  $h$  で  $J+1$  組に組み分けする。したがって、第 j 組の波長  $u_j$  は、

$$u_j = u_j + (J-j) h \quad 0 \leq j \leq J.$$

ただし間隔  $h$  は、N を適当な正の整数とするととき、 $h = 2/N$  なる如くとする。

上記のようなエネルギー組分けを行ない、かつ(5)式および(8)式の表現を用いると(2)式の散乱積分はつぎのように表わされる<sup>8)</sup>。ただし、 $I(r, \omega_q, u)$  は、波長  $u$  に関して、任意の 1 つのエネルギー組内においては  $u$

の 1 次関数として変化すると仮定する。

$$I_{ph}(I; r, \omega, u_j) = \sum_{k=0}^{\min(N, J-j)} \sum_{l=0}^L S_{lk}^i P_l(\omega) \times \sum_{q=1}^{2Q} A_{lq} I(r, \omega_q, u_j - kh) \dots\dots\dots(9)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \min(N, J-j) &\equiv N && : N \leq J-j \\ &\equiv J-j && : N > J-j \end{aligned}$$

$$S_{lk}^i = C(r) \Psi_{lk}^i$$

$$\Psi_{lk}^j = \sum_{p=0}^3 \varphi_{pk}^l K_p(u_j)$$

さらに  $\varphi_{pk}^l$  は以下のように与えられる。

$$\varphi_{pk}^{l+1} = \frac{2l+1}{l+1} \sum_t b_{pt} \varphi_{lk}^l - \frac{l}{l+1} \varphi_{pk}^{l-1}$$

$$\varphi_{p0}^0 = \frac{2p+1}{2h} \int_{\mu_1}^1 L_1(\mu) P_p(\mu) d\mu$$

$$\begin{aligned} \varphi_{pk}^0 &= \frac{2p+1}{2h} \left[ \int_{\mu_{k+1}}^{\mu_k} L_{k+1}(\mu) P_p(\mu) d\mu \right. \\ &\quad \left. + \int_{\mu_{k+1}}^{\mu_k} L_{k-1}(\mu) P_p(\mu) d\mu \right] \quad 0 < k < N \end{aligned}$$

$$\varphi_{pN}^0 = \frac{2p+1}{2h} \int_{\mu_{N-1}}^{-1} L_{N-1}(\mu) P_p(\mu) d\mu$$

ここに、

$$L_k(\mu) = \mu - \mu_k$$

$$\mu_k = 1 - kh$$

$$b_{pt} = \frac{2p+1}{2} \int_{-1}^1 \mu P_p(\mu) P_t(\mu) d\mu$$

$$= \frac{p+1}{2t+1} \delta_{p+1,t} + \frac{p}{2t+1} \delta_{p-1,t}$$

すなわち、第 j エネルギー組における散乱積分は、第 j 組およびそれより上のエネルギー組の、角度  $\omega_q$  におけるエネルギー束、

$$I(r, \omega_q, u_{j+k}) \begin{cases} q=1, 2, \dots, 2Q \\ k=0, 1, \dots, \min(N, J-j) \end{cases}$$

によって計算できる。

### 2.3 Boltzmann 方程式の積分

輸送方程式(1)の  $(r, \omega)$  変数をつぎの変数  $(x, y)$  に変換する<sup>9)</sup>。

$$x = r\omega$$

$$y = r(1 - \omega^2)^{1/2}$$

その結果(1)は、

$$\frac{\partial I(x, y, u)}{\partial x} + \sum_r (x, y, u) I(x, y, u) = R(I; x, y, u) \dots\dots\dots(10)$$

となる。

外境界,  $r=A$  で流入する光子エネルギーとして境界条件が与えられているとする。すなわち,

$$x^2 + y^2 = A^2$$

$$x < 0$$

で  $I(x, y, u)$  は既知とする。

ここで微分方程式(10)を  $y$  が一定なる直線上で積分することにする。この直線上に適当なメッシュポイントを取り, ある相隣る2点の  $x$ 座標をそれぞれ  $x'$  および  $x$  とする。いま, この直線上  $x$  から  $x'$  の間は  $\sum_r$  が一定であり, また  $R$  が  $x$  の1次関数として変化すると仮定すると, 微分方程式(10)の解はつぎのようになる。ただし, 変数  $x, y$  を  $r, \omega$  に戻してある。

$$I(r, \omega, u) = I(r', \omega', u) \exp(-\sum_r d) + C_1 R(I; r, \omega, u) + (C_0 - C_1) R(I; r', \omega', u) \dots\dots\dots(11)$$

ここに,  $d = x - x' = r\omega - r'\omega'$

$$C_0 = \frac{1 - \exp(-\sum_r d)}{\sum_r}$$

$$C_1 = \frac{d - C_0}{\sum_r d}$$

2.2節ですでに述べたように,  $R(I; r, \omega, u_j)$  を計算するには, 現在求めようとしている  $I(r, \omega, u_j)$  それ自身が知られていることが必要である。したがって, (11)式を計算するには適当に仮定した解  $I^{(0)}(r, \omega, u_j)$  を右辺に代入し, 繰返し法によって解,  $I^{(1)}, I^{(2)}, \dots, I^{(n)}$  を順次求め, 収斂した場合を以って最終解とする。

すなわち, 繰返しの計算式は,

$$I^{(n+1)}(r_i, \omega_q, u_j) = \chi \{ \exp(-\sum_r d) \times I^{(n+1)}(r_i', \omega_q', u_j) + C_1 R(I^{(n)}; r_i, \omega_q, u_j) + (C_0 - C_1) R(I^{(n)}; r_i', \omega_q', u_j) + (1 - \chi) I^{(n)}(r_i, \omega_q, u_j) \dots\dots\dots(12)$$

となる。 $\chi$  は収斂加速因子である。 $(r_i, \omega_q)$  は  $I$  の値を求めようとしている点であり, また  $(r_i', \omega_q')$  は先に述べた  $x'$  に相当する点である。したがって,

$$d = r_i \omega_q - r_i' \omega_q'$$

$$r_i'^2 (1 - \omega_q'^2) = r_i'^2 (1 - \omega_q'^2).$$

収斂判定条件を  $\epsilon$  とした場合, 解の収斂判定はつぎのようにして行なう。

$$\max_{r_i, \omega_q} \left| 1 - \frac{I^{(n+1)}(r_i, \omega_q, u_j)}{I^{(n)}(r_i, \omega_q, u_j)} \right| \leq \epsilon$$

最高エネルギー組,  $j=J$  から(12)式の計算を始めて, 収斂した解が得られれば順次下のエネルギー組について計算を行なう。

### 3. 06 NIOBE-G1, -G2

#### コードの計算

##### 3.1 計算過程の概要

06 NIOBE-G1, -G2 コードの計算過程を述べる。この両コードの主な相違点は, ある  $(r_i, \omega_q)$  に対して  $(r_i', \omega_q')$  を選ぶ考え方にある。なおこれらのコードの計算過程はフローチャートの形式で別に述べられている<sup>10)</sup>ので, ここではその基本となっている考え方を説明する。

図1は2.3節で定義された変数,  $x, y$  を直角座標にとって示した図であり, これによって計算過程の概

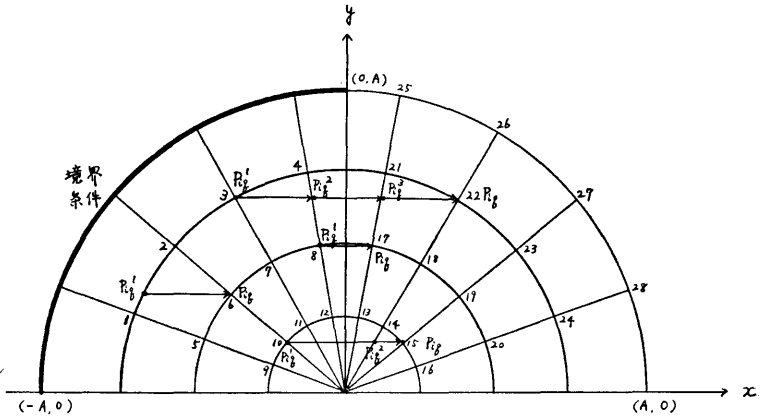


図1 計算図

要を説明する。実際の空間での原点からの半径方向の距離は, 図1でも原点からの距離で表わされる。外周の半円,  $r=A$  は外境界を示し, その内側の半円周はそれぞれ, 実空間での半径方向のメッシュ点を代表している。

ある半径方向メッシュ点での光子の進行方向角は, その半円上の点が原点に対して  $y$  軸となす角で表わされる。図1に記入された原点からの放射状の直線は,  $P_{2q}(\omega) = 0$  の根を示すものとする。半円と放射線との交点を格子点と呼び, その他の点を非格子点と呼ぶことにする。格子点  $(r_i, \omega_q)$  が, 計算によって解を求め

るべき点  $P_{iq}$  である。

与えられた境界条件の値を用いて、 $\psi$ が一定なる直線上で(2)式の積分を行なって格子点での解を求め、さらに得られた格子点での値から計算を行なって順次解を得て行く。

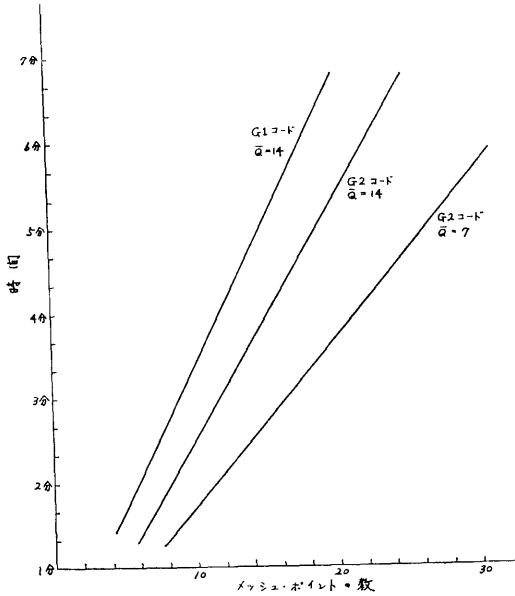


図2 1 iteration に要する計算時間

ある格子点  $P_{iq}$  から  $\psi$  が一定なる直線を左に延長して、半円または放射線と交わった点を  $P_{iq}'$  とし、その点での値を用いて(2)式の計算を行なうことにする。 $P_{iq}'$  は、図1上 No. 17 に対する  $P_{iq}'$  のように格子点になる場合と、No. 6, No. 15, No. 22 に対する  $P_{iq}'$  のように非格子点である場合とがある。 $P_{iq}'$  が格子点である場合は、その点での値は求められているから(2)式の計算は直ちに行なえる。非格子点が  $P_{iq}'$  である場合の計算手順には様々な考え方があり、G1 コードおよびG2コードで採用された方法を以下に述べる。

3.2 06 NIOBE-G1 コード

No.6 のように  $P_{iq}'$  が半円上にある場合は、その半円上の各格子点での値から角度についての Lagrange 補間法を用いて  $I^{(n+1)}(P_{iq}', u_j)$  および  $R(I^{(n)}; P_{iq}', u_j)$  を求めこれから(2)式によって  $I^{(n+1)}(P_{iq}, u_j)$  を求める。

Lagrange 補間はつぎのように行なわれる。

$$I(r, \omega', u) = \sum_{q=Q_0}^{Q_0+\bar{Q}-1} I(r, \omega_q, u) l_q(\omega')$$

$$R(I; r, \omega', u) = \sum_{q=Q_0}^{Q_0+\bar{Q}-1} R(I; r, \omega_q, u) l_q(\omega')$$

ここに、 $\omega_q' < \omega' < \omega_{q+1}'$  とすると、

$$Q_0 = q' - \left\lfloor \frac{\bar{Q}-1}{2} \right\rfloor$$

$$2Q - \left\lfloor \frac{\bar{Q}}{2} \right\rfloor \geq q' \geq \left\lfloor \frac{\bar{Q}+1}{2} \right\rfloor$$

$$=1 \quad q' < \left\lfloor \frac{\bar{Q}+1}{2} \right\rfloor$$

$$=2Q - \bar{Q} + 1 \quad q' > 2Q - \left\lfloor \frac{\bar{Q}}{2} \right\rfloor.$$

また、 $\bar{Q}$  は入力として与えられる整数であって、 $2 \leq \bar{Q} \leq 2Q$  なる如くとする。

さらに、

$$l_q(\omega) = \frac{\prod_j (\omega - \omega_j)}{\prod_{j \neq q} (\omega_q - \omega_j)} \quad j = Q_0, \dots, Q_0 + \bar{Q} - 1$$

但し  $j \neq q$

である。以上、 $( )$  はガウスの記号である。

No.22 に対する  $P_{iq}'$  のように放射線に交叉する場合は、さらに順次延長して半円周に達するようにする。半円周との交点での  $I(P_{iq}', u_j)$  および  $R(I; P_{iq}', u_j)$  の値は上にすでに述べた方法で補間により計算される。 $P_{iq}'$  が格子点であればこれらの値は求められているから補間の必要はない。図1中の No. 22 の例では  $P_{iq}'$  は3個が順次取られて、No.3の格子点に達する。計算は  $P_{iq}^1, P_{iq}^2, P_{iq}^3, P_{iq}$  の順に行なわれる。すなわち  $I(P_{iq}^1, u_j)$ ,  $R(I; P_{iq}^1, u_j)$  および  $R(I; P_{iq}^2, u_j)$  (No.4 と No.8 での  $R(I; P_{iq}, u_j)$  から比例内挿される) から(2)式により  $I(P_{iq}^2, u_j)$  が求められる。次下同様にして  $I(P_{iq}^3, u_j)$  が、さらに求める No.22 での  $I(P_{iq}, u_j)$  が計算される。

ただし、最も内側の半径メッシュで、かつ  $\omega > 0$  なる点 (例えば No. 15) を計算する場合は、中間的な  $P_{iq}^2$  の如き点を取らずに、直接に  $P_{iq}^1$  となる格子点 (この場合は No.10) から(2)式を適用する。

3.3 06 NIOBE-G2 コード

$P_{iq}'$  で半円周上にある、No.6のような場合は、G1 コードと全く同様に角度方向の Lagrange 補間法を用いる。

一方、 $P_{iq}'$  が放射線上にある No.22または No.15 の如き場合の計算方法は G1 コードと異なっている。これらの場合は、求めようとする  $P_{iq}$  の直前の  $P_{iq}'$  のみを考えることにする。すなわち、No.22については図1の  $P_{iq}^3$  から、また No.15に対しては  $P_{iq}^2$  か

ら計算を開始する。これらの点での  $I(P_{i_0}', u_j)$  および  $R(I; P_{i_0}', u_j)$  の値は、半径方向の Lagrange 補間法により求める。

補間公式は、

$$I(r', \omega, u) = \sum_{i=T_0}^{T_0+\bar{T}-1} I(r_i, \omega, u) l_i(r')$$

$$R(I; r', \omega, u) = \sum_{i=T_0}^{T_0+\bar{T}-1} R(I; r_i, \omega, u) l_i(r') \quad .$$

ただし、 $r_i' < r' < r_{i'+1}$  とすると

$$T_0 = i' - \left\lfloor \frac{\bar{T}-1}{2} \right\rfloor \quad T - \left\lfloor \frac{\bar{T}}{2} \right\rfloor \geq i' \geq \left\lfloor \frac{\bar{T}+1}{2} \right\rfloor$$

$$= 1 \quad i' < \left\lfloor \frac{\bar{T}+1}{2} \right\rfloor$$

$$= T - \bar{T} + 1 \quad i' > T - \left\lfloor \frac{\bar{T}}{2} \right\rfloor$$

であり、 $\bar{T}$  は  $2 \leq \bar{T} \leq T$  の範囲で選ぶ整数数であるが、実計算では  $\bar{T}=6$  とした。

特に、 $r' < r_1$  の場合は、

$$T_0 = 1, \quad \bar{T} = 3 \quad \text{とした。}$$

また、

$$l_i(r) = \frac{j}{\prod_{j \neq i} (r - r_j)} \quad j = T_0, \dots, T_0 + \bar{T} - 1$$

但し  $j \neq i$

### 4. テスト問題

#### 4.1 単一エネルギー問題

減速を伴わない解析解を求めて、主として Boltzmann 輸送方程式の空間積分のチェックを行なう。主な問題を以下にかかげる。すべて  $C(r) = 0$  とする。

TEST 1

$$\begin{cases} G(r, \omega) = A^2 - r^2 \\ I(A, \omega) = 0 \end{cases} \quad \omega < 0$$

$$\text{解 ; } I(r, \omega) = \frac{A^2 - r^2}{\Sigma_T} + \frac{2}{\Sigma_T^3} \left[ (\Sigma_T r \omega - 1) + (1 + \Sigma_T \sqrt{A^2 - D^2}) \times \exp\{-\Sigma_T(r\omega + \sqrt{A^2 - D^2})\} \right]$$

ここに  $D = r\sqrt{1 - \omega^2}$

TEST 2

$$\begin{cases} G(r, \omega) = 0 \\ I(A, \omega) = 1 \end{cases} \quad \omega < 0$$

$$\text{解 ; } I(r, \omega) = \exp\{-\Sigma_T(r\omega + \sqrt{A^2 - D^2})\}$$

TEST 11

$$\begin{cases} G(r, \omega) = \omega + r\Sigma_T \\ I(A, \omega) = A \end{cases} \quad \omega < 0$$

$$\text{解 ; } I(r, \omega) = r$$

TEST 12

$$\begin{cases} G(r, \omega) = 1 + r\omega\Sigma_T \\ I(A, \omega) = A\omega \end{cases} \quad \omega < 0$$

$$\text{解 ; } I(r, \omega) = r\omega$$

TEST 13

$$\begin{cases} G(r, \omega) = 3r^2\omega^2 + r^3\omega^3\Sigma_T \\ I(A, \omega) = A^3\omega^3 \end{cases} \quad \omega < 0$$

$$\text{解 ; } I(r, \omega) = r^3\omega^3$$

TEST 15

$$\begin{cases} G(r, \omega) = \frac{1+\omega}{r^2}(1+r\Sigma_T-2\omega) \\ I(A, \omega) = \frac{1+\omega}{A} \end{cases} \quad \omega < 0$$

$$\text{解 ; } I(r, \omega) = \frac{1+\omega}{r}$$

TEST 16

$$\begin{cases} G(r, \omega) = \frac{1-\omega^2}{r} + \omega\Sigma_T \\ I(A, \omega) = \omega \end{cases} \quad \omega < 0$$

$$\text{解 ; } I(r, \omega) = \omega$$

#### 4.2 ガンマ線減速問題

ガンマ線の減速過程の計算の一部をチェックする問題。

TEST 3

$$\begin{cases} G(r, \omega, u) = 0 & : u \leq L \\ = \Sigma_T(u-L) + \frac{C\mu_T}{u^2} \left\{ u^2 - \frac{7}{5}u + \frac{3}{2} - (u^2 - u + 1)(u-L) \right\} & : u \geq L + 2 \\ = \Sigma_T(u-L) + \frac{3}{8}C\mu_T \frac{(u-L)^2}{u^2} \left\{ \frac{1}{20}u(u-L)^3 - \frac{1}{12}(u+1)^2(u-L)^2 + \frac{1}{3}(u^2+u)(u-L) - u^2 \right\} & : L + 2 \geq u \geq L \\ I(A, \omega, u) = u - L & : \omega < 0 \end{cases}$$

$$\text{解 ; } I(r, \omega, u) = u - L$$

ここに

$$\begin{aligned} L &= u_{\max} - h \\ C &= C(r) \neq 0 \\ \Sigma_T &= \Sigma_T(r, u) \quad . \end{aligned}$$

TEST 22

$$\begin{cases} G(r, \omega, u) = 0 & : u \leq L \\ = (u-L) + r\omega(u-L)\Sigma_T - \left\{ \frac{3}{8}C\mu_T r\omega \frac{(u-L)^2}{u^2} \left[ u(u-L)^3 \times \left\{ \frac{1}{30}(u-L) - \frac{1}{20}u \right\} + u(u-L)^2 \times \left\{ \frac{1}{4}u - \frac{3}{20}(u-L) \right\} + (u-L) \times \left\{ \frac{1}{3}u(u-L) - \frac{1}{20}(u-L)^2 - \frac{2}{3}u^2 + \frac{1}{12}(u-L) - \frac{1}{3}u \right\} + u^2 \right] \right\} & : L \leq u \leq L + 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 &= (u-L) + r\omega(u-L)\Sigma_T \\
 &\quad - \frac{3}{8}C_{\mu T r}\omega \frac{1}{u^2} \left\{ u(u-L)^3 \left\{ \frac{1}{30}(u-L) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{1}{20}u \right\} + u(u-L)^2 \left\{ \frac{1}{4}u - \frac{3}{20}(u-L) \right\} \right. \\
 &\quad \left. + (u-L) \left\{ \frac{1}{3}u(u-L) - \frac{1}{20}(u-L)^2 \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{2}{3}u^2 + \frac{1}{12}(u-L) - \frac{1}{3}u \right\} + u^2 \right\} \\
 & \qquad \qquad \qquad : u \geq L+2 \\
 I(A, \omega, u) &= A\omega(u-L) \qquad \qquad \qquad : \omega < 0
 \end{aligned}$$

ここに  $L \equiv u_{max} - h$   
 $C = C(r) \neq 0$   
 $\Sigma_T = \Sigma_T(r, u)$ 。

ただし、TEST 3 および TEST 22 で、C および  $\Sigma_T$  は同一の物質層内では一定値をとるものとする。

### 5. サンプルインプットおよびアウトプット

図 3、図 4 は G1 コードで TEST 11 の問題を解いた場合のインプットおよびアウトプットのプリント

解 ;  $I(r, \omega, u) = r\omega(u-L)$

```

TEST11 51500000 01 5 1 7 14 12
51100000 48100000
10
00000000

51500000

51100000
50500000

00000000 00000000
00000000 00000000 00000000 00000000 00000000 00000000 00000000
00000000 00000000 00000000 00000000 00000000 00000000 00000000
00000000 00000000 00000000 00000000 00000000 00000000 00000000
00000000 00000000 00000000

00000000 00000000 00000000 00000000 00000000 00000000 00000000
51500000 51500000 51500000 51500000 51500000 51500000 51500000
END
    
```

図 3 (a) G1 コードのサンプルインプット

```

513486283808 513428434883 513327201315 513187292904 513015248636
512819112368 512608054948 512391945052 512180887632 511984751364
511812707096 511672798685 511571565117 511513716192
513236283808 513178434883 513077201315 512937292904 512765248636
512569112368 512358054948 512141945052 511930887632 511734751364
511562707096 511422798685 511321565117 511263716192
512986283808 512928434883 512827201315 512687292904 512515248636
512319112368 512108054948 511891945052 511680887632 511484751364
511312707096 511172798685 511071565117 511013716192
512736283808 512678434883 512577201315 512437292904 512265248636
512069112368 511858054948 511641945052 511430887632 511234751364
511062707096 509227986850 508215651170 507637161920
512486283808 512428434883 512327201315 512187292904 512015248636
511819112368 511608054948 511391945052 511180887632 509847513640
508127070960 506727986850 505715651170 505137161920
512236283808 512178434883 512077201315 511937292904 511765248636
511569112368 511358054948 511141945052 509308876320 507347513640
505627070960 504227986850 503215651170 502637161920
511986283808 511928434883 511827201315 511687292904 511515248636
511319112368 511108054948 508919450520 506808876320 504847513640
503127070960 501727986850 497156511700 491371619200
511736283808 511678434883 511577201315 511437292904 511265248636
511069112368 508580549487 506419450513 504308876311 502347513637
496270709520 -497720131500 -501784348836 -502362838086
511486283808 511428434883 511327201315 511187292904 511015248636
508191123689 506080549487 503919450513 501808876311 -491524863630
-501872929048 -503272013150 -504284348836 -504862838086
511236283808 511178434883 511077201315 509372929048 507652486363
505691123689 503580549487 501419450513 -496911236890 -502652486363
-504372929048 -505772013150 -506784348836 -507362838086
    
```

図 3 (b) G1 コードのサンプルインプットの線源

NI0BE-G 63 5 17

TEST I  
E 51500000

I(R,W,U)

UJ#01

RS/WQ	-509863838086	-509284348836	-508272013150	-506872929048	-505152486363
10	515000000000	515000000000	515000000000	515000000000	515000000000
9	514499975870	514500442760	514500763260	514502419230	514505125300
8	514000342120	514000152630	514002171680	514002804710	514008470140
7	513501184000	513499255700	513503741540	513503415130	513509640880
6	513001271120	512999910000	513002767250	5130086692780	513010340550
5	512501726670	512500119480	512503206130	512506882710	512513897290
4	512002314560	512000478050	512003913300	512008320170	512015770950
3	511503266160	511501073600	511505015660	511510934740	511519742900
2	511004273570	511003145260	511006907460	511015167410	511027496340
1	505054651100	505076313320	505140277410	505260698430	505444178950

RS/WQ	-503191123689	-501080549487	501080549487	503191123689	505152486363
10	515000000000	515000000000	515008083480	515013600120	515012846340
9	514513482320	514538874510	514530622690	514514908500	514515006700
8	514017724170	514042366310	514032944870	514014784890	514016700120
7	513521016510	513545801020	513535657550	513514911360	513539779700
6	513021916440	513048596390	513038368580	513014719470	513008185170
5	512526569070	512552328230	512542241310	512516652670	512508395050
4	512030381680	512057589790	512047908670	512019267160	512008853850
3	511536094370	511564586410	511555795540	511524310700	511511132640
2	511046803230	511077202000	511069693370	511034948210	511017428330
1	505702841640	506054113610	505996969690	505624207450	505443679440

RS/WQ	506872929048	508272013150	509284348836	509862838086
10	515010943470	515007766020	514999188280	515000703520
9	514515109990	514506361400	514498461000	514501211180
8	514024721370	513996317670	514003584060	513998407900
7	513504738210	513502279010	513499594600	513501054870
6	513004679090	513002348920	512999084660	513002081050
5	512503757630	512505023810	512495635080	512506195240
4	512010010020	512000186380	511996418140	512011052530
3	511505097980	511499244450	511498453540	511522414100
2	511008232420	511002855680	511011744610	511043455010
1	505413391360	505477969380	505579600090	505661981110

N-1#45359300000  
N-2#463588600000

図4 G1 コードのサンプルアウトプット

```

TEST I 51500000 02 5 2 7 14 12
51100000 48100000
02 10
00000000 00000000

51100000 51600000

51350000 51350000
51300000 51300000
51250000 51250000

00000000 00000000 00000000
51100000 51100000 51100000 51100000 51100000 51100000
51100000 51100000 51100000 51100000 51100000 51100000
52357500 52350000 52350000 52337500 52320000 52297500 52270000
52237500 52200000 52157500 52110000 51575000 00000000

00000000 00000000 00000000 00000000 00000000 00000000 00000000
00000000 00000000 00000000 00000000 00000000 00000000 00000000
00000000 00000000 00000000 00000000 00000000 00000000 00000000
END
    
```

図5 G2 コードのサンプルインプット



NIOBE-G 63 6 20

TEST 1  
E 51500000

I(R,W,U)

UJ#02

RS/WQ	-509862838086	-509284348836	-508272013150	-506872929048	-505152486363
13	000000000000	000000000000	000000000000	000000000000	000000000000
12	509962813960	511030540040	511102588540	511209123200	511370158470
11	512841104090	512905556030	513027117650	513201052640	513428108530
10	514781914050	514854080940	514984882160	515166334570	515390893610
9	516606465330	516675475280	516798409080	516966444330	517170164760
8	518254692230	518316724120	518425733190	518574481220	518752722680
7	519709628910	519763457710	519856701920	519984425050	521013633170
6	521096648990	521101169540	521108878720	521119487080	521132223640
5	521202399810	521206022040	521212143520	521220551170	521230814790
4	521288174560	521290880030	521295435490	521301525530	521309223860
3	521353963710	521355739740	521358750160	521362274010	521367424440
2	521353963710	521355739740	521358750160	521362274010	521367424440
1	521399785190	521400615250	521401056110	521402829670	521405401370

RS/WQ	-503191123689	-501080549487	501080549487	503191123689	505152486363
13	000000000000	000000000000	422665359960	503816445250	507836478410
12	511579689100	511905264080	512279779310	512643278010	512998915030
11	513686892460	514016150700	514374238610	514704531640	515019557980
10	515638884390	515943762720	516268676740	516565067090	516847230410
9	517399602920	517671866230	517962199490	518224770110	518474051810
8	518959791650	519199188390	519454599520	519683534940	519899941320
7	521031862050	521052521710	521074566560	521094124160	521112483700
6	521147598890	521164971660	521183516100	521199773930	521214870170
5	521243203000	521257250070	521272278460	521285280010	521297150700
4	521318624250	521329320340	521340804270	521350598310	521359313220
3	521373803100	521381108820	521388994220	521395624080	521401455290
2	521373803100	521381108820	521388994220	521395624080	521401455290
1	521408676000	521412478150	521416626010	521421533600	521427035110

RS/WQ	506872929048	508272013150	509284348836	509862838086
13	511151051890	511435407550	511634903830	511749112000
12	513340615160	513602794580	513786301210	513891282030
11	515330768050	515569885750	515737815550	51583370150
10	517120866850	517336848210	517489357550	517575414750
9	518710786900	518903764240	519040874570	519117439930
8	521010042440	521027102740	521039216870	521045954580
7	521129259100	521143855180	521154316880	521160179660
6	521228620050	521240587470	521249391170	521254439350
5	521307870760	521317241470	521324456230	521328870720
4	521367061120	521373872990	521379846580	521384048450
3	521406854700	521412098190	521417345560	521422912310
2	521406854700	521412098190	521417345560	521422912310
1	521433245130	521440493700	521449447670	521461659500

N-1#441930000000  
N-2#455510000000

図6 G2 コードのサンプルアウトプット

を示す。物体の外径、Aが5cmのとき、半径方向メッシュを10、角度メッシュを14、 $\bar{Q}=14$ 、 $L=12$ 、 $\chi=1.0$ 、 $\Sigma_r=0.5\text{cm}^{-1}$ とした。なおインプットの型式については文献10を参照されたい。

G2コードでTEST1の問題を扱った例を図5および図6に示す。A=6cm、半径方向メッシュ=12、角度メッシュ=14、 $\bar{Q}=14$ 、 $L=12$ 、 $\chi=1.0$ 、 $\Sigma_r=$

$2.5\text{cm}^{-1}$ である。

プリントされた数字のうち、浮動小数点型式のもの  
の読み方はつぎの通りである。

- (1) 上位の2桁は指数部であり、10の指数に50を加えた数字を示す。
- (2) それ以下の数字は、小数点以下の仮数部を示す。

例えば  $1.0000 = 0.10000 \times 10^1 \rightarrow 5110000$   
 $110.239 = 0.110239 \times 10^3 \rightarrow 53110239$   
 である。今後は、通常のE表示のプリントに変更する  
 予定である。

## 6. テスト計算の結果と検討

### 6.1 TEST 1

$$A = 6 \text{ cm}$$

$$\text{半径方向メッシュ} = 12$$

$$\text{角度メッシュ} = 14$$

$$\overline{Q} = 14$$

$$L = 12$$

$$\chi = 1.0$$

$$\Sigma_T = 0.5, 1.0, 2.5 \text{ cm}^{-1}$$

この結果のうち、 $\Sigma_T = 2.5 \text{ cm}^{-1}$  の場合の結果を、

図 6 …… G2 コード

図 7 …… 厳密解の一部

図 8 …… G1 コードの一部

にそれぞれ示す。

$\omega < 0$  の範囲では、G1 および G2 コードとも厳密  
 解との差は 0.4% 以内である。

$\omega > 0$  では、 $\omega$  が 0 に近い程、また外側境界に近い

程誤差が大きくなる。 $r = A$ ,  $\omega = 0.986$  では誤差は約  
 0.9% であるのに対し、 $r = A$ ,  $\omega = 0.108$  に於ては、  
 厳密解が 0.092 となるのに計算値は事実上 0 に近い。

$\Sigma_T = 0.5 \text{ cm}^{-1}$  および  $1.0 \text{ cm}^{-1}$  の場合は、上記の  
 $\Sigma_T = 2.5 \text{ cm}^{-1}$  の場合より誤差が大きくなる。

G1 コードと G2 コードでは有意の差は認められな  
 い。

### 6.2 TEST 3

$$A = 1.2 \text{ cm}$$

$$\text{半径方向メッシュ} = 6$$

$$\text{角度メッシュ} = 14$$

$$E_{max} = 5 \text{ MeV}$$

$$\text{エネルギーグループ数} = 10$$

$$h = 0.4$$

$$\overline{Q} = 14$$

$$L = 12$$

$$\chi = 1.0$$

$$C = 2.6980$$

G1 コードでの計算結果のうち、エネルギーグルー  
 プ、 $j = 9$  および 7 の一部を図 9 に掲げる。ここでは $\omega$   
 が負の場合を示したが、他の角度においても同様であ  
 るから省略する。なお厳密解は、 $j = 9$  では  $I = 0.4$

#### TEST-1

RS/WQ	-5098628	-5068729	5010805	5068729	5098628
12	0000000	0000000	4992581	5111916	5117656
11	5110074	5112359	5123626	5133816	5139078
10	5128558	5132305	5144449	5153716	5158500
9	5147977	5151959	5163276	5171617	5175922
8	5166226	5169957	5180103	5187517	5191344
7	5182711	5186031	5084930	5201041	5210476
6	5197262	5210012	5210775	5211331	5211618
5	5210983	5211222	5211858	5212321	5212561
4	5212040	5212232	5212741	5213111	5213303
3	5212898	5213042	5213423	5213701	5213845
2	5213556	5213652	5213906	5214091	5214187
1	5214014	5214062	5214189	5214281	5214329

図 7 テスト問題 1 の解析解

#### TEST 1

RS/WQ	-509862838086	-506872929048	501080549487	508672929048	509862838086
12	000000000000	000000000000	422703947040	511150785690	511749235840
11	509963282230	511209043740	512279766460	513340405280	513891468190
10	512841180770	513200959820	514374694240	515330933830	515833532530
9	514782099600	515166090700	516269494620	517121517210	517575507750
8	516606715050	516966212960	517963324920	518711957020	519117452370
7	518254911030	518574385550	519456223600	521010215450	521045959170
6	519709759820	519984438090	521074799290	521129853590	521160201510
5	521096651790	521119492160	521183849630	521229902660	521254433210
4	521202409770	521220547190	521272769030	521309766530	521328648820
3	521288214240	521302097560	521341545320	521369421790	521383023750
2	521353997900	521363834760	521390154250	521408840820	521417454920
1	521399737430	521405136110	521418554310	521427982080	521432633510

図 8 テスト問題 1 の G1 コードでの計算結果例

TEST3					
UJ#09					
RS/WQ	-509862838086	-509284348836	-508272013150	-506872929048	-505152486363
6	504000000000	504000000000	504000000000	504000000000	504000000000
5	503999966640	503999973010	504000000710	504000023390	504000054670
4	503999961990	503999965030	50399999320	504000032380	504000063580
3	503999972660	503999972110	503999995660	504000026380	504000052030
2	503999988460	503999981740	503999992870	504000007940	504000021540
1	504000028340	503999996090	503999997260	50399999930	504000002340
UJ#07					
RS/WQ	-509862838086	-509284348836	-508272013150	-506872929048	-505152486363
6	511200000000	511200000000	511200000000	511200000000	511200000000
5	511199965350	511199961770	511199960850	511199953560	511199946760
4	511199938630	511199931400	511199931590	511199924380	511199916370
3	511199918590	511199907150	511199908270	511199903950	511199897450
2	511199903410	511199889310	511199887600	511199886380	511199882640
1	511199895050	511199882040	511199877700	511199875370	511199873170

図9 テストテスト問題3のG1コードでの計算結果例

TEST11					
RS/WQ	-509862838086	-506872929048	501080549487	506872929048	509862838086
10	515000000000	515000000000	515008083490	515006574900	514999413330
9	514499963170	514502448950	514514883890	514505972800	514499328410
8	513999814790	514003968020	514015809790	514005409140	513999196950
7	513499695900	513504645730	513514883910	513504814500	513499032930
6	512999682870	513005325900	513013960260	513004247350	512998860320
5	512499828020	512506616980	512513052480	512503997270	512498676800
4	512000044570	512008692990	512011958260	512004045830	511998456790
3	511500141380	511509449170	511511080660	511504390890	511498862900
2	511000217070	511003919110	511010157430	511004984270	509991491860
1	505011211070	505079597480	505086780570	505057622350	505009398420

図10 テスト問題11のG2コードでの計算結果例

TEST16					
RS/WQ	506872929048	508272013150	509284348836	509862838086	
10	506832715360	508208690810	509339774200	509830678990	
9	506805391110	508204689210	509383992550	509790356110	
8	506716538790	508277686250	509402208110	509743155150	
7	506871437730	508228720480	509533465960	509580469800	
6	506878160460	508245493940	509699745840	509282310060	
5	506909074010	508290644820	509978180780	508643183700	
4	506902353860	508554326300	511026078720	507327819940	
3	507167690850	509075255150	511019782530	504503871880	
2	508072076420	509370001300	506922340390	-492143077590	
1	502143052050	-495687870680	-503323466020	-505214991730	

図11 テスト問題16のG1コードでの計算結果例

TEST16					
RS/WQ	506872929048	508272013150	509284348836	509862838086	
10	506844237350	508261040470	509289138840	509893198840	
9	506844410880	508262706960	509295026890	509904426520	
8	506845585420	508266337160	509304380660	509919558130	
7	506848207910	508273597830	509318648830	509939911710	
6	506854546630	508285938240	509340422780	509966684860	
5	506867803230	508302601560	509375670610	509999105480	
4	506879466370	508326132970	509433359060	511003102940	
3	506890946320	508368528370	509531959990	511002426140	
2	506968843580	508455806040	509552341660	509934821810	
1	506955396410	508301385610	509207294370	509541273260	

図12 テスト問題16のG2コードでの計算結果例

(プリントでは 50400000000 となる),  $j=7$  では,  $I=1.2$  (プリントでは 51120000000) である。ここに例示しない, 他のエネルギーグループおよび角度にわたって, 最悪の場合でも計算値は厳密解と 4 桁一致した。G1 コードと G2 コードでは有意の差は認められない。

### 6.3 TEST 11

A = 5 cm  
 半径方向メッシュ = 10  
 角度メッシュ = 14  
 $\bar{Q} = 14$   
 L = 12  
 $\chi = 1.0$   
 $\Sigma_T = 0.5 \text{ cm}^{-1}$

図 4 ; G1 コードの結果

図 10 ; G2 コードの結果の一部

厳密解との差は,  $\omega$  が 0 に近く, かつ半径の小さい部分で顕著になり, この点での誤差は G1 コードでは 20% にも達するのに対して, G2 コードでは 1.7% と極めて小さい。

### 6.4 TEST 16

A = 5 cm  
 半径方向メッシュ = 10  
 角度メッシュ = 14  
 $\bar{Q} = 14$   
 L = 12  
 $\chi = 1.0$   
 $\Sigma_T = 0.5 \text{ cm}^{-1}$

図 11 ; G1 コードの結果の一部

図 12 ; G2 コードの結果の一部

$\omega < 0$  の場合は両コードとも厳密解とよく一致するが,  $\omega > 0$  では G1 コードは極めて大きな誤差を生ずる。特に中心に近い部分で著しく, 負の値を得ることもある。図 11 は誤差の大きい  $\omega > 0$  の部分を示したものである。一方 G2 コードでは図 12 に見るように厳密解との一致は良好である。

### 6.5 テスト計算の検討

以上のテスト計算およびここには記述を省略した他のテスト計算から, Boltzmann 方程式の空間積分は正しく行なわれているものと判定される。ただし, ガンマ線束の角度方向分布を有限項の Legendre 級数で表現しているから, 角度による値の変化が著しく大きい問題については取扱いが困難な場合がある。

TEST 3 および TEST 22 において計算値は厳密

解とよく一致した。従ってガンマ線の減速問題も正しく扱っているものと期待できる。

G2 コードは, G1 コードに比較して, 一般に厳密解からの偏差がより少なかった。

## 7. 計算時間

NIOBE コードの計算時間は, 繰返し法による Boltzmann 方程式の空間積分, すなわち RUN 3 に要する時間によってほとんど占められる。RUN 1 および RUN 2 の計算時間は合計約 10~20 秒程度である。RUN 3 の演算時間は 1 iteration に要する時間と, 収斂に至るまでの計算回数との積である。1 iteration の計算時間を図 2 に示す。この計算時間は, 半径方向メッシュ数, 角度メッシュ数および角度内挿の項数  $\bar{Q}$  によって変化する。ここでは角度メッシュを 14 とした場合について, 半径方向メッシュの数を横軸に変数として取って図表で示した。

図から明らかな様に, 同一条件の下では, G2 コー

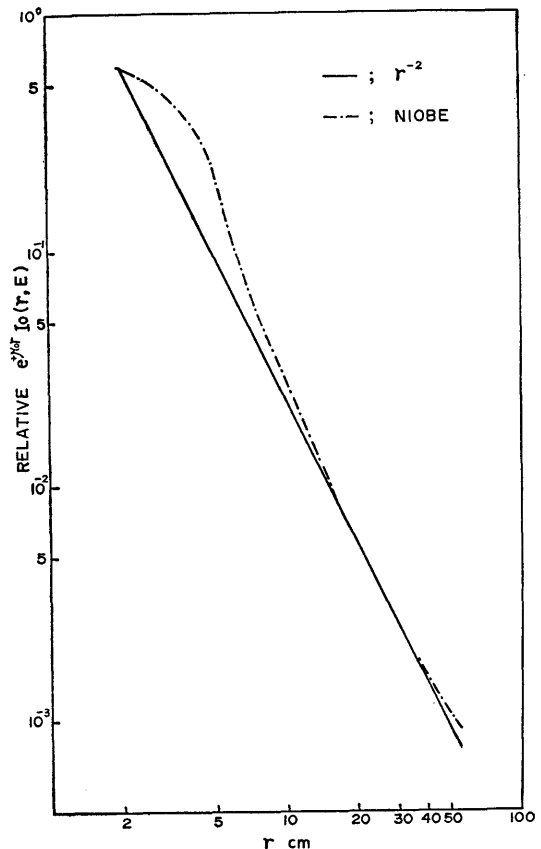


図 13 ガンマ線の水中減衰

ドの演算時間は G1 コードの70%である。

収斂に至る計算繰返し数は問題によって異なることはいうまでもない。前章に上げたテスト問題では通例数回の繰返しで収斂し ( $\epsilon=0.1\%$ )、最も多い場合でも10回であった。

## 8. ガンマ線の水中での減衰 (計算例)

計算例として、ガンマ線の水中での減衰の計算結果を図13に示す。線源は 0.5MeV の等方線源で、半径 2 cm である。A=52cm とした。縦軸は  $E=E_f$  グループの  $e^{\mu_0} I_0(r, E)$  である。比較のために  $r^{-2}$  の直線を実線で示す。

## 9. む す び

球対称形状における Boltzmann 輸送方程式を数値積分によって解く解法、NIOBE を、NEAC 2206 計算機用のコードとして作成し 06 NIOBE—G1 コードと名付けた。このコードを検討した結果、空間積分の方法に改良を加えた 06 NIOBE—G2 コードを新たに開発した。現在までの試計算の結果、G2 コードは、G1 コードに比較して、より誤差の少ない解を得ることができる。また、G2 コードの 1 iteration の計算に要する時間が G1 コードの70%であり、収斂に至る繰返し計算の回数はほぼ同一であるから、総合的な演算時間も短縮される。

本研究に着手するに当たって、種々助言をいただいた中田東海支所長に感謝の意を表する。

### 記 号

$r$  : 原点からの距離。

$\omega$  : 半径方向ベクトルとガンマ線の運動方向ベクトルとのなす角の余弦。

$u$  : ガンマ線の波長 (Compton波長単位)。E をガンマ線のエネルギー (MeV)、また  $m_0c^2$  を電子の静止質量エネルギーとすると、 $u=m_0c/E$

$I(r, \omega, u)$  : ガンマ線の微分エネルギー束。位置  $r$  で  $\omega$  なる方向に運動するエネルギー E なるガンマ線によって運ばれるエネルギー量。単位エネルギー、単位面積、単位立体角、単位時間当たり。

$G(r, \omega, u)$  : 位置  $r$  で方向  $\omega$  をもつ、エネルギー E なるガンマ線の線源強さ。(エネルギー単位)

$\Sigma_T(r, u)$  : 全線吸収係数。

$\mu$  : 散乱角の余弦。

$\phi$  : 散乱の azimuthal angle。

$C(r)$  : 位置  $r$  にある物質の、単位体積当りの電子数。(10<sup>24</sup> 個単位)

$P_l(\omega)$  : 第  $l$  次の Legendre 多項式

### 参 考 文 献

- 1) CARLSON S.N., BELL G.I.; P/2386, 2nd. I.C. P.U.A.E. (1958)
- 2) PREISER, S., RABINOWITZ, G., de DUFOUR, E.; ARL-TR-60-314 (1960)
- 3) KATAOKA, I., TAKEUCHI, K.; J. of Nucl. Sci. and Tech. 2, No.1 (1965)
- 4) KATAOKA, I., TAKEUCHI, K.; Papers of Ship Research Institute, No.6 (1965)
- 5) YETMAN, D., EISENMAN, B., RABINOWITZ, G.; NDA-2143-18 (1961)
- 6) CERTAINE, J., MITTLENMAN, P.S.; NDA-10-161 (1955)
- 7) LOWAN, A.N., DAVIDS, N., LEVENSON, A.; National Bureau of Standards, Applied Mathematics Series 37, 185 (1954)
- 8) CERTAINE, J.; NYO-6268 (1955)
- 9) RICHTMYER, R.D.; NYO-7696 (1957)
- 10) 竹内 清; 船舶技術研究所報告 Vol.2, No.3, 197 (1965) (原稿受付 1965. 9.20)