にはこの近似は直接には関係がないが，EOSは$\gamma$線の進行方向分布が急激な変化を示さない問題に適している。

(12) SELENE では，Legendre 展開を全く用いない。したがって，角度メッシュの間隔が極度に粗でない場合は，種々な角度分布の，広範囲な問題に適用できる。

(13) SELENE は$\gamma$線束の解の繰返し計算を必要としない。したがって計算時間が短い。また計算時間の予想が正確に行なえる。

(14) SELENE 1 では角度メッシュを任意の分布で選ぶことができる。したがって，$\gamma$ 線束の角度変化の激しい部分に集中して設けることができる。このことによって，解の精度が向上する。

(15) SELENE 1 ではエネルギー メッシュを任意の分布でとることができる。

一般に行なわれる，波長等間隔の分割では，エネルギースケールで観察すると，高エネルギー部分の分点間隔が広過ぎる一方，低エネルギー部分ではメッシュが密集して，メッシュ点数を増加しても必要とする低エネルギーに到達しない。ここに提案した解析法ではこのような計算を効果的に行なうことができる。また，線吸収係数の変化の激しいエネルギー帯で，$\gamma$ 線束の詳しいエネルギースペクトルを求めることも可能である。

以上考察して来た如く，ここに$\gamma$線平板多重層遮蔽の比較的に厳密に近い解析法が確立されたものと考えられる。また，境界条件をよく満足し，深い透過問題を短い計算時間で扱えるので，実用設計解析にも適しているものと思われる。

## 第I部 引用文献


1) U.Fano, L.V.Spencer, M.J.Berger (S.Függe, ed.): Penetration and Diffusion of X Rays, Handbuch der Physik, vol. XXXVIII/2, Springer-Verlag, Berlin(1959).
2) H.Goldstein, J.E.Wilkins, Jr.: NYO-3075(1954).
3) H.Goldstein : Fundamental Aspects of Reactor Shielding, Addison-Wesley, Reading, Ma., USA (1959).
4) A.T.Nelms, I.Oppenheim: J.Res. N.B.S., 55, 53, (1955).
5) J.A.Iberis: International Tables for X-Rays Crystallography, vol. III, 201, Kynoch Press, Birmingham, England (1962).
6) P.B.Moon: Proc. Phys. Soc. (London), A 63, 1189 (1950).
7) E.Hayward: Rev. Mod. Phys., 35, 324(1963).
8) J. M. Wyckoff, H. W. Koch: Phys. Rev., 117, 1261 (1960).
9) J.M.Wyckoff, B.Ziegler, H.W.Koch, R.Uhlig: Phys. Rev., 137, B 576 (1965).
10) G.White Grodstein: NBS Circular 583,(1957).
11) R.T.McGinnies: Suppl. to NBS Circular 583, (1959).
12) C.M.Davisson (K.Siegbahn ed): Alpha-, Beta- and Gamma-Ray Spectroscopy, vol. 1, North-Holland Pub. Co., Amsterdam,(1965).
13) J.H.Hubbell, M.J.Berger : NBS Report 8681 (1965).
14) B.T.Price, C.C.Horton, K.T.Spinney: Radiation Shielding, Pergamon Press,(1957).
15) H.Goldstein: NDA 15 C-31 (1954). (Nuclear Science Abstract 8, 4153).
16) C-S Wu: Phys. Rev., 59, 481(1941).
17) S.J.Wyard: Proc. Phys. Soc. (London), A65, 377, (1952).
18) I.Kataoka, K.Takeuchi: Papers of ship Res. Inst., No. 6 (1965).
19) A. N. Lowan, N. Davids, A. Levenson: NBS Appl. Math. Ser. 37, 185 (1954).
20) B.Carlson: LA-2260 (1959).
21) B.G.Carlson, G.I.Bell: Second Geneva Conf., P/2386 (1958).
22) I.Kataoka, K.Takeuchi: J.Nucl. Sci. Tech., 2, 30 (1965).


# 第II部 応答マトリックス法

## 第1章 緒　　言

多重層遮蔽体における$\gamma$線の透過または反射の問題は，従来 Monte Carlo 法によって解かれることが多かった。[1] Monte Carlo 法が多重層遮蔽の計算を行なうのに適した方法であることは事実である。しかしながら，多重層遮蔽の解析と云う立場から，Monte Carlo 法にはつぎのような欠点ないし改善すべき点があるものと考えられる。

(1) Monte Carlo 法に固有な，解に含まれる統計的な不確定性。

(2) 深い透過における，統計的偏差の著しい増大。

(3) 計算時間の長いこと。

(4) 計算が個々のケースに限られ，全体的な見透しが悪い。

(5) 個々の計算結果は，それを得るのに長い計算時間や多額の経費を要するのにもかかわらず，つぎの計算に活用されない。

(6) 多重層問題はパラメタが極めて多いので Monte Carlo 法によって参考資料表を作るのは困難であ

る。無限媒質では Moments 法が，また単一物質有限層では Monte Carlo 法が参考資料の表を作るのに成功したが，これらは何れもパラメタの少ない場合である。1部の2重層については Monte Carlo 法によって幾つかのやや系統的な計算が行なわれている。[1] より広範囲に計算を拡大するのに，Monte Carlo 法をそのまま適用したのでは計算時間と経費が尨大となる。

多重層遮蔽解析での Monte Carlo 法のこれらの欠点を改善するため，以下に述べる応答マトリックス法を提案する。[7] すなわち，多重層物体を適当な物体要素に分割し，その物体要素について Monte Carlo 計算を行なっておく。これらの物体要素での計算結果を結びつける適当な演算が見出されれば物体全体での $\gamma$ 線の振舞いが合成できるわけである。こうした考え方が実現すれば，多重層遮蔽の解析に適した，しかも先に述べた Monte Carlo 法の欠点を改善した解析法が成立する。すなわち，

(1) 広範囲な多重層構成に対する $\gamma$ 線の透過および反射の解析がマトリックス演算のみで行なえる。

(2) 個々の多重層計算では Monte Carlo 計算を繰り返す必要はない。

(3) 直接の多重層解析の段階では簡単なマトリックス演算のみが必要であり，計算時間は極めて短かい。

(4) 多層遮蔽解析の見透しが得やすい。

(5) パラメタサーベイに適している。

(6) Monte Carlo 計算の段階で計算時間を十分にとり，統計偏差を少くすることができる。個々のMonte Carlo 計算とは異なり，応答マトリックス法では，計算結果がその後のすべての解析に利用されるので計算時間を費やしたことは無駄にならない。

(7) Monte Carlo 計算は単一層のみに対して行なわれる。したがってプログラムが簡単なばかりでなく計算時間が短かい。2重層，3重層，……では計算時間が著しく増大するのが常である。

上記の利点を持つ応答マトリックス法が具体化するためにはつぎのような点が検討され解決される必要がある。

(1) 物体要素の選び方。

(2) 物体要素間で授受すべき情報の形態と具体的な取扱い。

(3) 物体要素の情報の合成と内挿の方法。

(4) 情報を作り出す Monte Carlo 法の手法の検討。

以下各章にわたってこれらの問題点を検討し，応答マトリックス法を確立して行くことにする。以下の検討ではある光子の振舞いは，他の光子には影響を及ぼさないと仮定する。すなわち，現象は線形であるとして検討を行なう。

## 第2章　基礎となる考え方

真空中に2重層があるとする。図1のように外表面を $A_0$ および $A_2$ とし，2層の境界面を $A_1$ とする。このとき，境界 $A_0$ から入射する光子の行動をMonte Carlo 法で追跡する。

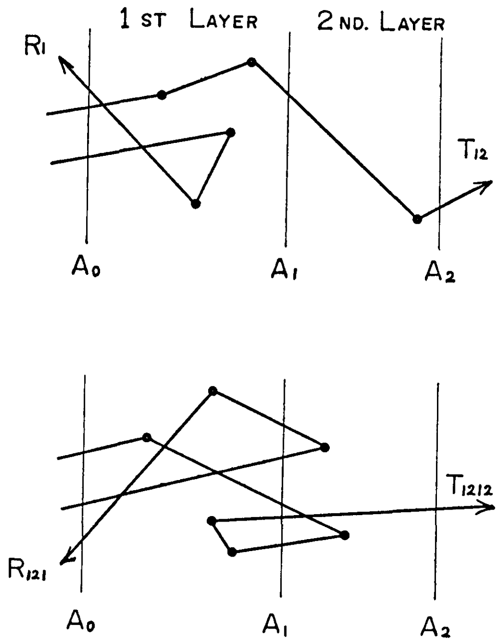



図 1　2重層での光子の飛程

一般に，第 $m$ 個目の光子の第 $n$ 回目の衝突後の状態を $S_n^m$ とする。すなわち，

$$S_n^m=(\vec{r}_n^{\,m},\ \vec{\Omega}_n^m,\ E_n^m)$$

$$:m=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ M$$

$$:n=0,\ 1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ N_m$$

$S_0^m$ が初期状態であり，いまの特別な場合では $\vec{r}_0^{\,m}$ は $A_0$ 上にある。

実際の光子は衝突を繰返して行くうちに，

i) $A_0$ 面を越える。……反射

ii) $A_2$ 面を越える。……透過

iii) 消滅する。

の何れかによって，いま考えているシステムから除か

れる。

Monte Carlo 法では，統計偏差を少なくするため以下のような生存確率$W_n^m$ を考えることが多い。

$$W_0^m=1 \tag{2-1}$$

$$W_n^m=\frac{\mu_s(E_{n-1}^m)}{\mu_t(E_{n-1}^m)}W_{n-1}^m \tag{2-2}$$

ここに $\mu_s$ は散乱断面積を，また $\mu_t$ は全断面積を表わす。このような生存確率を考えると，光子の消滅の現象を陽に扱わずに光子の軌跡をたどることが可能となる。実際の Monte Carlo 計算では，光子の生存確率$W_n^m$が，予め定めた値 $W_{cut}$ より小さくなって追跡を続けるのが無意味になったり，光子のエネルギー$E_n^m$ が一定値 $E_{cut}$ より小さくなると，その第$m$光子は吸収されたものと見なして追跡を打切るのが通例である。本章の考察では仮りにこのような追跡の打切りを行なわないことにすると，$A_0$ 面から入射した光子は，

i) $A_0$ 面を越える。……反射

ii) $A_2$ 面を越える。……透過

の２つの状態のうちの何れかによって追跡を終る。すなわち，入射した光子は反射光子あるいは透過光子の何れかに分類される。光子のヒストリ数$M$が十分に多いと後に第３章に述べるように，透過光子の状態からいま考えている物体の透過率 $T_{(12)}$ が，また反射した光子の状態によって反射率 $R_{(12)}$ が推定される。

つぎに，光子を，その軌跡が第１層と第２層を通過する状態によって分類する。

i) 第１層のみを通過する光子。

さきに述べた通り，光子は透過または反射の何れかで終る。この光子は第１層のみを動くから，必然的に $A_0$ 面から外に出る。すなわち反射する。この分類に属する軌跡を持つ光子から推定される反射率を $R_1$ と書く。

以下同様にして，(図１を参照)

ii) [第１層]—[第２層]……$T_{12}$

iii) [第１層]—[第２層]—[第１層]……$R_{121}$

iv) [第１層]—[第２層]—[第１層]—[第２層]……$T_{1212}$

さらに，$R_{12121}$，$R_{1212121}$，……

$T_{121212}$，$T_{12121212}$……

が求められる。明らかに，

$$\left.\begin{aligned}R_{(12)}&=R_1+R_{121}+R_{12121}+R_{1212121}+\cdots\cdots\\T_{(12)}&=T_{12}+T_{1212}+T_{121212}+T_{12121212}+\cdots\cdots\end{aligned}\right\} \tag{2-3}$$

なる関係が成立する。

さて以上の準備が終ったところで，応答マトリックス法を成立させるための課題の第１を検討する。すなわち，Monte Carlo 法における光子の飛程の中断が可能か否かの検討である。

いま，図２に示すように第１層内の点からの光子が第２層内の $D$ 点における $d\rho$ の範囲に達する確率 $P(S\to D)$ を計算するとつぎのようになる。

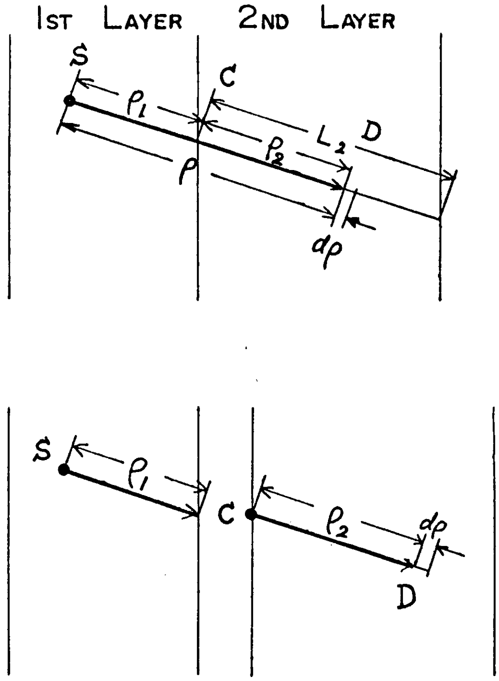



**図 2**　飛程の中断と再出発

$$\begin{aligned}P(S\to D)&=p(\rho)d\rho\\&=\exp(-\mu_1\rho_1-\mu_2\rho_2)\mu_2 d\rho\\&\qquad:\rho_1<\rho\leqq\rho_1+L_2\end{aligned} \tag{2-4}$$

よく知られているように，Monte Carlo 法では (0,1) の区間の一様乱数$r$と，上記の確率とを結びつけて飛程 $\rho$ をつぎのように決める。

$$r=\frac{\int_0^\rho p(\rho)d\rho}{\int_0^\infty p(\rho)d\rho} \tag{2-5}$$

$$\int_0^\infty p(\rho)d\rho=1$$

もし，この過程を２つに分けて考えるとすると，$S$ からの光子が境界との交点 $C$ を越す確率 $P(S\to C+)$ は，

$$P(S \to C+) = 1 - \int_0^{\rho_1} p(\rho) d\rho$$
$$= \exp(-\mu_1 \rho_1) \qquad (2\text{-}6)$$

となる。次に，$S$ から $C$ へ到達した光子と同じ状態 $(\vec{r},\ \vec{\Omega},\ E)$ をもって全く新しく光子の飛程が始まったとすると $D$ 点における $d\rho$ の区間で光子が止る確率はつぎのようになる。

$$P(C \to D) = p(\rho) d\rho$$
$$= \exp(-\mu_2 \rho_2) \mu_2 d\rho \qquad (2\text{-}7)$$
$$: 0 < \rho \leqq L_2$$

したがって，光子が $D$ に達する確率は光子が S から $C$ に達する条件つきで，さらに $C$ から $D$ に至る確率となる。すなわち，

$$P(S \to C+) \cdot P(C \to D)$$
$$= \exp(-\mu_1 \rho_1) \exp(-\mu_2 \rho_2) \mu_2 d\rho \qquad (2\text{-}8)$$

となり (2-4) と一致する。

云い換えると，

$$r_1 = 1 - \exp(-\mu_1 \rho_1)$$

として $r_1$ を定義したとき，新しく乱数 $r$ をとって，もし，

$$r > r_1$$

ならばさらに新しく乱数 $r'$ をとり，

$$r' = \frac{\int_0^{\rho_2} p(\rho)\, d\rho}{\int_0^{\infty} p(\rho) d\rho} \qquad (2\text{-}9)$$

として $\rho_2$ を決めれば，それは (2-5) で決まる $\rho$ とは同一の確率で生ずる。

具体的に述べるとつぎのようになる。

「ある1つの物質層から飛程をとり，その飛程が層の境界を越えるときは追跡を一旦打切ってよい。そしてその光子の状態 $(\vec{r},\ \vec{\Omega},\ E,\ W)$ と同じ状態の光子の飛程を第2の層内で全く新しくとれば，その飛程は2層にまたがって1度に計算した飛程と同じ確率で決まる。つまり飛程だけでなく，すべての光子の状態は確率的には全く同等になる。」

いま，まず第1層だけに着目したとする。$A_0$ 面からの入射光子 $m=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ M$ は $A_0$ 面から反射するか $A_1$ 面から透過するかの何れかである。前者からは反射率 $R_1$ が，また後者からは透過率 $T_1$ が算出される。このとき，$A_1$ 面を透過する光子の状態 $(\vec{r},\ \vec{\Omega},\ E,\ W)$ をすべて記録しておく。$\vec{r}$ は当然 $A_1$ 面上にある。

つぎに第2層のみを考える。さきに記録して置いた光子を $A_1$ 面での入射光子として全く新しい Monte Carlo 計算を始めると，$A_2$ 面からの透過率 $T_{12}$ が求められる。$A_1$ 面への反射光子の状態は再び記録しておく。$A_1$ 面での入射光子から考えると透過率は $T_2$ である。すなわち，

$$T_{12} = T_2 T_1 \qquad (2\text{-}10)$$

である。同様にして $A_1$ 面からの反射率は，

$$R_2 T_1$$

となる。

($T$ や $R$ の具体的な形や演算の方法は後章で考えることにする。)

再び第1層のみを考える。$A_1$ 面での第2層からの反射光子を改めて第1層への入射光子としてとると，

$A_0$ 面への透過光子……$T_1{}^* R_2 T_1$

$A_1$ 面からの反射光子……$R_1{}^* R_2 T_1$

が求められる。ここに＊印は第2層から第1層の方向への透過率または反射率を示す。物体要素のとり方が適当で，物体要素の各層内は均質であるようにできていたとすると，

$$T^* = T$$
$$R^* = R$$

としてよい。したがって，

$$R_{121} = T_1 R_2 T_1 \qquad (2\text{-}11)$$

となる。

以下同様にしてつぎのような関係が得られる。

$$T_{1212} = T_2 R_1 R_2 T_1$$
$$R_{12121} = T_1 R_2 R_1 R_2 T_1$$
$$T_{121212} = T_2 R_1 R_2 R_1 R_2 T_1$$
$$R_{1212121} = T_1 R_2 R_1 R_2 R_1 R_2 T_1$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots \qquad (2\text{-}12)$$

このようにして，2層からなる遮蔽体の透過率 $T_{(12)}$ および反射率 $R_{(12)}$ は (2-3) によって，

$$R_{(12)} = R_1 + T_1 R_2 T_1 + T_1 R_2 R_1 R_2 T_1 + \cdots\cdots \qquad (2\text{-}13)$$

$$T_{(12)} = T_2 T_1 + T_2 R_1 R_2 T_1 + T_2 R_1 R_2 R_1 R_2 T_1 + \cdots\cdots \qquad (2\text{-}14)$$

となる。

また例えば，3層透過 $T_{(123)}$ の場合は，(2-14) 式の右辺の $R_1$ を $R_{(21)}$ で，$T_1$ を $T_{(12)}$ で，また $R_2$ を $R_3$ で，$T_2$ を $T_3$ で置換えて考えればよい。3層以上についても同様である。

以上要約すると，適当に選んだ物体要素に対して Monte Carlo 計算を行なって透過率および反射率を求めておけば，これらの物体要素を組み合せて構成された物体に対する透過率および反射率は個々の透過率

および反射率から算出されることがわかった。ただしここでの議論はやや抽象的であったので，次章以降で透過率および反射率の具体的な形成を試みる。

## 第3章　応答マトリックスの形成

### §3.1　透過率反射率のマトリックス表示

前章の議論では，2層の境界に達した光子の状態（$\vec{r}$, $\vec{\Omega}$, $E$, $W$）はすべて個々に記録され再生されるものと仮定した。しかしながら，このような扱いは必ずしも必要ない。いま，$\vec{r}$, $\vec{\Omega}$, $E$ の考えるべき範囲を有限個の領域に分割したとする。すなわち，

$\vec{r}_i$　　$: i=1, 2, \cdots\cdots, a$

$\vec{\Omega}_q$　　$: q=1, 2, \cdots\cdots, Q$

　　半空間については　$: q=1, 2, \cdots\cdots, N$

$E_j$　　$: j=1, 2, \cdots\cdots, J$

とする。$\vec{r}$ は，いま考えている境界面である。このとき，Monte Carlo計算の結果，ある領域の組み（$\vec{r}_i$, $\vec{\Omega}_q$, $E_j$）に入る光子の生存確率の総和を $W_{iqj}$ とする。領域の分割の方法がその問題に適当なものであれば，光子の個々の状態を全て記録する代りに，

$W_{iqj}$　　$: i=1, 2, \cdots\cdots, a$　　$: q=1, 2, \cdots\cdots, Q$

　　$: j=1, 2, \cdots\cdots, J$

を記録しておけば前章で述べたのと同等な手順で多重層での放射線の透過反射の推定が行なえるはずである。

以降，第5章までは1次元の平行平板問題に話を限ることにすると，光子の状態は（$z$, $\omega$, $E$, $W$）で記述されることになる。ここに $\omega$ は境界に垂直な軸，すなわち $z$ 軸と光子の進行方向とのなす角の余弦である。この場合は，各パラメタの分割はつぎのようになる。

$E_j$　　$: j=1, 2, \cdots\cdots, J$

$\omega_q$　　$: q=1, 2, \cdots\cdots, Q$

　　半空間については　$q=1, 2, \cdots\cdots, N$

$(E_1)_{\max}$ は問題に現れる可能性のある最高エネルギー。$(E_J)_{\min}$ は現象を記述するのに必要な最低エネルギー。$(\omega_1)_{\max}=1$, $(\omega_N)_{\min}=0$ とする。

エネルギー束 $I(z, \omega, E)$ の境界 $A$ における値を上記の各領域内でそれぞれ積分すると，つぎのようなマトリックス表示が得られる。

$$I=(I_{jq}) \tag{3-1}$$

　　$: j=1, 2, \cdots\cdots, J$　$: q=1, 2, \cdots\cdots, N$

いま，

$$I_{jq}=\delta(j-k)\,\delta(q-l)$$

なるエネルギー束がある1つの要素層に入射したとき，透過したエネルギー束を，

$$T_{jq}^{kl}$$

とし，また反射したエネルギー束を，

$$R_{jq}^{kl}$$

とする。　$: j=1, 2, \cdots\cdots, J$　$: q=1, 2, \cdots\cdots, N$

このようにすると，この要素層の透過率 $T$ および反射率 $R$ は下記の4元マトリックスで表現される。

$$T=(T_{jq}^{kl})$$

$$R=(R_{jq}^{kl})$$

$$: j,\ k=1, 2, \cdots\cdots, J$$
$$: q,\ l=1, 2, \cdots\cdots, N \tag{3-2}$$

$T$ および $R$ のマトリックス要素は，($\omega_l$, $E_k$) に単位入力があった場合の ($\omega_q$, $E_j$) における応答であるから，$T$ および $R$ を応答マトリックスと称することにする。

すでに述べたように，現象の線形性が仮定されている。

(3-2) のような応答マトリックスが求められている層の1つの面に $I_{in}$ なる入射エネルギー束がある場合に，透過エネルギー束 $I_{tr}$ および反射エネルギー束 $I_{ref}$ はつぎのようになる。

$$\left.\begin{aligned} I_{tr}&=TI_{in} \\ I_{ref}&=RI_{in} \end{aligned}\right\} \tag{3-3}$$

反対面からさらに入射流のある場合は線形性の仮定により，同様な結果を (3-3) に加え合せればよい。

### §3.2　Monte Carlo 法による応答マトリックスの計算

前節で検討したように，応答マトリックスの各要素 $T_{jq}^{kl}$ および $R_{jq}^{kl}$ を求めるには，初期条件が（$\omega_l$, $E_k$）なる光子を Monte Carlo 法で追跡して，（$\omega_q$, $E_j$）の条件で透過または反射してくる光子のエネルギー量を計算すればよい。この場合，最も単純に光子を追跡する，いわゆる Analogue Monte Carlo 法でも解が得られることは云うまでもない。しかしながら，もしより少ないヒストリ数で，同程度の統計的偏差すなわち分散の値を得ることができればその方が望ましい。

応答マトリックスの Monte Carlo 計算で，分散減少が強く望まれる特別な理由がさらにある。すなわち

総数 $M$ ヒストリの光子のうち透過または反射した光子は $J\times Q$ 個の領域に分けて記録される。もし光子が $\times Q$ 個の領域にほぼ均等に分布するとすれば，事実はそうではないが，1個のマトリックス要素には $M/(J\times Q)$ 個のヒストリが貢献するのみである。したがって個々のマトリックス要素の統計的偏差は著しく大きくなる。光子は偏在するので上述の考察がそのまま正しいわけではないが，応答マトリックスの Monte Corlo 計算に，何らかの分散減少の手法が特に望まれる大きな動機となる。

Monte Carlo 法における分散減少の手法には種々のものが考えられる。[2] ここでの目的から考えて，これらの手法は2つに分類することができる。

(1) 全般的に Monte Carlo 法の能率を向上させる手法。……例えば，生存確率，期待値法，One more collision 法等。

(2) 特定な単一の目標値のみの分散を減小させる手法。……例えば，Importance Sampling, Russian Roulette and Splitting 等。

ところで，応答マトリックスを求めるためには，透過と反射の両方の資料を同等に得る必要がある。(2)に分類された方法は，一般に目的とする資料に関してはその効果は大きいが，目標とするもの以外の資料の分散は反対に著しく大きくなるのが通例である。したがって，応答マトリックスを求めるためには(1)の分類に属する手法を使うのが適当である。ただし，もし(2)の手法によって計算時間が½以下にできる確かな見込みがあれば，透過のみの計算および反射のみの独立な2回の Monte Carlo 計算を行なった方がよい場合も生ずるであろう。

以上の検討によってここでは(1)の分類に属する手法を採用することにする。生存確率の概念はすでに用いられている。したがって期待値法によって応答マトリックスを求める方法を以下に述べる。

第2章でも述べたように，第 $m$ ヒストリの光子の第 $n$ 番目の衝突後の状態を $S_n^m$ とする。

$$S_n^m=(x,\ y,\ z,\ \theta,\ \varphi,\ E,\ W)_n^m \qquad : m=1,\ 2,\ \cdots\cdots M$$

$z$ 軸を境界面に垂直にとる。$z=0$ および $z=A$ を層の両境界とする。また，$\omega=\cos\theta$ である。

第 $m$ ヒストリは，

$$z_0^m=0$$

$$\omega_0^m\in\omega_l$$

$$E_0^m\in E_k$$

$$W_0^m=1 \tag{3-4}$$

を初期状態とする。また，

$$z_{Nm}^m< A\leqq z_{Nm+1}^m$$

$$z_{Nm}^m>0\geqq z_{Nm+1}^m$$

$$E_{Nm}^m>(E_J)_{\min}\geqq E_{Nm+1}^m$$

$$W_{Nm}^m>W_{cut}\geqq W_{Nm+1}^m \tag{3-5}$$

の何れかが成立した場合の衝突回数 $N_m$ を以って第 $m$ ヒストリの追跡を終る。ここに $W_{cut}$ は適当な常数である。

一様乱数を用いて $S_n^m$ を計算する具体的な方法は文献 3) に詳しい。ここにこれを再録することは避ける。

ただし，一様乱数 $r$ によって $E_n^m$ から $E_{n+1}^m$ を決定するには文献の方法によらずつぎの近似式を用いる。

$$\lambda_{n+1}^m=\sum_{s=0}^{S}\sum_{t=0}^{T}A_{st}\,(\lambda_n^m)^s r^t \tag{3-6}$$

ここに，$\lambda$ は Compton 波長単位で表わした光子の波長であり，係数 $A_{st}$ は文献 4) に与えられている。

以上の計算結果である，$S_n^m$ の値を用いて，応答マトリックスの各要素はつぎのように求められる。

$$T_{jq}^{kl}=\frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=0}^{Nm}W_n^m\cdot P_n^m\cdot\frac{E_n^m}{E_0^m}\cdot\frac{\omega_0^m}{\omega_n^m}\cdot\delta_j\cdot\delta_q$$

$$: k,\ j=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ J$$

$$: l,\ q=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ N$$

ここに，

$$W_n^m=\prod_{t=0}^{n-1}\exp\left\{-\frac{z_{t+1}^m-z_t^m}{\omega_t^m}\mu_a(E_t^m)\right\} \tag{3-8}$$

$$P_n^m=\exp\left\{-\frac{A-z_n^m}{\omega_n^m}\mu(E_n^m)\right\} \qquad : \omega_n^m>0$$

$$=0 \qquad : \omega_n^m\leqq 0 \tag{3-9}$$

$$\delta_j=1 \qquad : E_n^m\in E_j$$

$$=0 \qquad : E_n^m\overline{\in}E_j \tag{3-10}$$

$$\delta_q=1 \qquad : |\,\omega_n^m\,|\in\omega_q$$

$$= 0 \qquad : |\omega_n^m| \overline{\in} \omega_q \tag{3-11}$$

また,

$$R_{jq}^{kl} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=0}^{Nm} W_n^m \cdot P'^m_n \cdot \frac{E_n^m}{E_0^m} \cdot \frac{\omega_0^m}{|\omega_n^m|} \cdot \delta_j \cdot \delta_q \tag{3-12}$$

ここに,

$$P'^m_n = \exp\left\{\frac{z_n^m}{\omega_n^m} \mu(E_n^m)\right\} \qquad \omega_n^m < 0$$

$$= 0 \qquad \omega_n^m \geqq 0 \tag{3-13}$$

である。いまの Monte Carlo 計算では光子の加速は考えないでよいから,

$$T_{jq}^{kl} = 0, \quad R_{jq}^{kl} = 0 \qquad : j < k$$

である。すなわち, $T$ および $R$ は三角マトリックスである。

$\mu_a$ は吸収の減衰係数, $\mu$ は全減衰係数を表わす。減衰係数（吸収係数）の値は文献.5）および 6）の値を用いた。吸収係数の検討は本書第I部第3章で行なった。また吸収係数の表は附録Aに掲げた。ただし,云うまでもなく,吸収係数の値は今後も最新の資料で置き代えられるべきものであって,本理論の本質とは直接の関係はない。

## § 3.3 期待値法 Monte Carlo の効果

期待値法 Monte Carlo の効果を調査するため, 0.2 cm〜250 cm にわたる種々な厚さの水層に 10,000 個の光子を入射させた場合の透過光子数と生存確率を計算した。結果は表3に示す。表から見るように,層の厚さが大きくなると, Analogue Monte Carlo 法では透過光子数が少くなり透過率の推定値の分散が大きくなる。極端な例として, 250cmの水層では, 1660 個の光子を入射しても透過光子がなく, 1661個目で初めて1個の光子が透過した。その後は10,000個の入射を行なってもそれ以上の透過光子がなかった。これに対して,期待値法 Monte Carlo の計算では,少くとも入射光子の個数以上の光子は必ず透過するので,透過率の推定値の分散は著しく小さくなるものと考えられる。

期待値法 Monte Carlo がその効果を発揮するのは,表3のような全透過率よりもむしろ（$\omega_q$, $E_j$）の各領域に入る透過光子に対してである。表4は代表的な3種の厚さの鉛層に 10,000 個の光子を入射させた

**表3** 平板状水層での光子の透過数
（Analogue Monte Carlo 法と期待値法 Monte Carlo 法との比較）

媒質：水
線源：$E_0 = 1.5$ Mev
$\cos\theta_0 = 0.9 \sim 1.0$
計算打切エネルギー, $E_{cut} = 0.02$ Mev
ヒストリ数：10,000

| 厚さ (cm) | Analogue Monte Carlo | | 期待値法 Monte Carlo | | 差(%) |
|---|---|---|---|---|---|
| | 透過光子数 | 透過光子生存確率 | 透過光子数 | 透過光子生存確率 | |
| 0.2 | 9978 | $9.977 \times 10^{-1}$ | 10106 | $9.982 \times 10^{-1}$ | 0.05 |
| 0.5 | 9924 | 9.923 | 10261 | 9.947 | 0.3 |
| 1.0 | 9853 | 9.851 | 10528 | 9.887 | 0.4 |
| 2.0 | 9714 | 9.710 | 11051 | 9.713 | 0.04 |
| 5.0 | 9271 | 9.285 | 13077 | 9.311 | 0.6 |
| 10 | 8604 | 8.558 | 17244 | 8.547 | 0.2 |
| 20 | 7384 | 7.081 | 30892 | 7.066 | 0.2 |
| 40 | 4876 | 3.939 | 71590 | 4.011 | 1.8 |
| 60 | 2709 | 1.861 | 105705 | 1.826 | 1.9 |
| 80 | 1268 | $7.837 \times 10^{-2}$ | 124690 | $7.789 \times 10^{-2}$ | 0.6 |
| 120 | 200 | 1.103 | 137830 | 1.234 | 10.6 |
| 200 | 8 | $3.745 \times 10^{-4}$ | 139844 | $1.166 \times 10^{-4}$ | 221 |
| 250 | 1 | $9.273 \times 10^{-5}$ | 140072 | $3.933 \times 10^{-5}$ | 136 |

場合の透過光子の分布である。横の分類は $\omega_q$ を,縦の組分けは $E_j$ を表わす。表3からも予想されるように,余り薄い層では効果がほとんどないが,ある程度の厚さ以上では効果が著しい。表4から判るように, Analogue Monte Carlo 法では僅かの光子しか入らなかったグループにも期待値法によって多くの光子が入り,推定値の確度を向上するのに寄与している。この表から見出される興味ある点は, Analogue Monte Carlo で光子が入らなかったグループには,期待値法でも光子が入らないことである。

## § 3.4 物体要素の選定

物体要素,いまの場合は平板状の要素層の選定の考え方は下記の如くになる。

(1) 物体要素は同一の均質な物質で構成される。

(2) 物体要素の最小の厚さはつぎのようにしてきまる。すなわち,入射グループ以外のグループにも有意な数の光子が入るのに必要な厚さである。例えば表4の場合で云えば,鉛の 0.01cm の層は物体要素にはできない。この場合は,全光子数のうち, 99.6%が入射グループに入っている。この表には示してないが生存確率でも99.7%に達する。したがって,

**表 4** 鉛層でのグループ別透過光子数
(Analogue Monte Carlo 法と期待値法 Monte Carlo 法との比較)

鉛層 0.01 cm

Analogue Monte Carlo

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 000000 | 000000 | 000000 | 000000 | 000000 | 000000 | 000000 |
| 000002 | 000003 | 000000 | 000000 | 000000 | 000000 | 000000 |
| 000000 | 000000 | 000005 | 000004 | 000002 | 000005 | 000002 |
| 000000 | 000000 | 000000 | 000000 | 000003 | 000005 | 009962 |
| 000000 | 000000 | 000000 | 000000 | 000000 | 000000 | 000000 |

期待値法 Monte Carlo

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 000000 | 000000 | 000000 | 000000 | 000000 | 000000 | 000000 |
| 000002 | 000003 | 000000 | 000000 | 000000 | 000000 | 000000 |
| 000000 | 000000 | 000005 | 000004 | 000002 | 000005 | 000002 |
| 000000 | 000000 | 000000 | 000000 | 000003 | 000005 | 010017 |
| 000000 | 000000 | 000000 | 000000 | 000000 | 000000 | 000000 |

鉛層 2 cm

Analogue Monte Carlo

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 000002 | 000029 | 000035 | 000023 | 000046 | 000035 | 000036 |
| 000050 | 000171 | 000295 | 000169 | 000152 | 000194 | 000207 |
| 000011 | 000094 | 000248 | 000192 | 000219 | 000211 | 000145 |
| 000000 | 000000 | 000025 | 000046 | 000151 | 000344 | 004318 |
| 000000 | 000000 | 000000 | 000000 | 000000 | 000000 | 000000 |

期待値法 Monte Carlo

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 000314 | 000275 | 000274 | 000161 | 000155 | 000163 | 000133 |
| 001464 | 001362 | 001225 | 000526 | 000507 | 000511 | 000472 |
| 000213 | 000457 | 000790 | 000489 | 000489 | 000393 | 000261 |
| 000000 | 000000 | 000042 | 000125 | 000310 | 000588 | 011111 |
| 000000 | 000000 | 000000 | 000000 | 000000 | 000000 | 000000 |

鉛層 8 cm

Analogue Monte Carlo

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 000003 | 000008 | 000012 | 000012 | 000019 | 000016 | 000016 |
| 000011 | 000044 | 000084 | 000044 | 000070 | 000078 | 000106 |
| 000003 | 000007 | 000030 | 000034 | 000056 | 000051 | 000070 |
| 000000 | 000000 | 000003 | 000011 | 000034 | 000070 | 000390 |
| 000000 | 000000 | 000000 | 000000 | 000000 | 000000 | 000000 |

期待値法 Monte Carlo

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 001506 | 001454 | 001542 | 000758 | 000730 | 000719 | 000715 |
| 004795 | 004683 | 004256 | 002023 | 002072 | 002062 | 001943 |
| 000493 | 000959 | 001625 | 000950 | 001021 | 000944 | 000660 |
| 000000 | 000000 | 000048 | 000217 | 000531 | 001044 | 011946 |
| 000000 | 000000 | 000000 | 000000 | 000000 | 000000 | 000000 |

$\omega$

| 0.0-0.2 | 0.2-0.4 | 0.4-0.6 | 0.6-0.7 | 0.7-0.8 | 0.8-0.9 | 0.9-1.0 |
|---|---|---|---|---|---|---|

| | Mev Mev | |
|---|---|---|
| $E$ | 0.02-0.1 | (透過光子数の配列) |
| | 0.1 -0.5 | |
| | 0.5 -1.0 | 線源：$E_0=1.5$ Mev |
| | 1.0 -2.0 | $\omega_0=0.9$-$1.0$ |
| | 2.0 -3.0 | ヒストリ数：10,000 |

このような層を合成してもよい結果を期待できない。この条件できまる層の厚さは，グループの分割の仕方で変化する。分割が粗である程，厚い層を必要とする。

(3) 後に述べるように，10層の合成計算を行なうと約5%の誤差が生ずると考えられる。したがって，通常の遮蔽設計に現れると予想される物質層の厚さは，物体要素として選んだ層を高々数回合成して得られるのが望ましい。

これらの考慮から，各物質について1種以上の厚さの層を物体要素として選ぶことにする。ただし物体要素の種類を余りに多くすることは，応答マトリックスの準備の点から好ましくない。

## 第4章 応答マトリックスの表

前章の考察の結果，水，アルミ，鉄，鉛の各物質に対してそれぞれ2種類の厚さの要素層をとることにした。(次表参照)

| 物　質 | 要素層の厚さ |
|---|---|
| 水 | 5 cm, 20 cm |
| アルミ | 2 cm, 8 cm |
| 鉄 | 1 cm, 4 cm |
| 鉛 | 1 cm |

これらの物質と要素層の厚さは，現在応答マトリックスの計算が終って使用可能なデータの得られているものを示したものである。これ以外の種類の物質または厚さに対しても今後応答マトリックスの整備が続けられる予定である。特に，コンクリートおよびポリエチレンの資料を準備したいと考えている。ただし，ビルドアップ係数の形で扱う限り，コンクリートを含む多重層の問題はアルミの資料でかなりよい近似解が得られる。これらの応用的な利用法については第Ⅲ部で少しく述べることにする。

またエネルギー組分けおよび角度組分けは表5のようにとることとした。

計算ヒストリ数を決定するため，様々なケースについて試計算を行なった。その1例を図3に示す。

この例で見る限りでは，ヒストリ数 2,500 もしくはそれ以上において約1%以内の偏差に入っている。生存確率の打切り値 $W_{cut}$ は結局零とした。生存確率の打切りの影響は，$T_{jq}^{kl}$ および $R_{jq}^{kl}$ のうちで値の小さい要素に対して大きく現れる。したがって，応答マトリックスの全体の分散を小さくすることが望

表 5　組分けの現状

| j | エネルギー組分け $E_j$ MeV | 代表値，$E_j^*$ MeV |
|---|---|---|
| 1 | 0.02〜0.07 | 0.05 |
| 2 | 0.07〜0.2 | 0.1 |
| 3 | 0.2 〜0.7 | 0.5 |
| 4 | 0.7 〜1.5 | 1.0 |
| 5 | 1.5 〜2.5 | 2.0 |
| 6 | 2.5 〜4.0 | 3.0 |
| 7 | 4.0 〜7.0 | 5.5 |
| 8 | 7.0 〜10.0 | 8.0 |

角 度 組 分 け

| i | $\omega_i$ |
|---|---|
| 1 | 0　〜0.2226 |
| 2 | 0.2226〜0.4338 |
| 3 | 0.4338〜0.6235 |
| 4 | 0.6235〜0.7818 |
| 5 | 0.7818〜0.9010 |
| 6 | 0.9010〜0.9747 |
| 7 | 0.9749〜1.0 |

まれる今の場合は $W_{cut}=0$ とすることにした。

試計算の結果，標準的なヒストリ数を表6のようにとることとした。ただし，実際にはこれらのヒストリ数を上廻る計算を行なうことがある。例えば，鉛の第2線源エネルギーに対する計算には表6の少くとも2倍のヒストリを要する。鉛の吸収係数には，$E_2^*$ よりやや低いエネルギーに$K$殻の不連続があるため，透過率に著しいばらつきを生ずるためである。また，一般

表 6　標準ヒストリ数

| 線源エネルギー | 線源入射角グループ $\omega_1$ | $\omega_2$ | $\omega_3$ | $\omega_4$ | $\omega_5$ | $\omega_6$ | $\omega_7$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $E_1^*$ | 2500 | 2500 | 2500 | 2500 | 2500 | 2500 | 5000 |
| $E_2^*$ | 2500 | 2500 | 2500 | 2500 | 2500 | 5000 | 5000 |
| $E_3^*$ | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 10000 | 10000 |
| $E_4^*$ | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 10000 | 10000 |
| $E_5^*$ | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 10000 | 10000 |
| $E_6^*$ | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 10000 | 10000 |
| $E_7^*$ | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 10000 | 10000 |
| $E_8^*$ | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 10000 | 10000 |

に薄い層では厚い層より多くのヒストリ数を必要とする。

以上の諸数値に基ずいて Monte Carlo 計算を行なった結果のプリントの1例を図4に掲げる。

物質：アルミ
厚さ：2 cm
線源：$E_0=3.915\,mc^2$
$\omega_0=1.0\sim0.9749$
ヒストリ数：20.000

これらの Monte Carlo 計算の結果得られた応答マトリックスの一部を附録Bに示す。

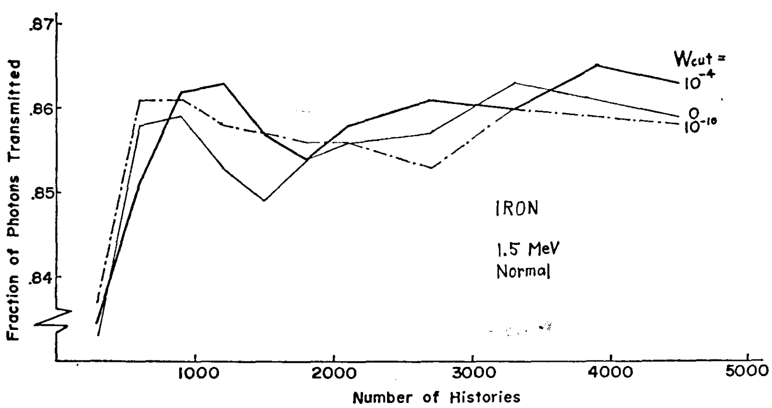



図 3　ヒストリ数による透過率の変化

```
ALUMI 2.000( 00)CM  EO=3.915( 00)  WO=1.000( 00)-9.749(-01)  H= 1-20000

0024693  9.466(-01) 8.716(-01) 9.372(-01)
0002150  5.333(-02) 6.958(-03) 1.866(-02)
0000000  0.000( 00) 0.000( 00)

NUMBER CURRENT, TRANSMITTED  9.466(-01)
7.307(-06) 3.573(-05) 5.739(-05) 1.421(-05) 2.708(-05) 0.000( 00) 0.000( 00)
6.741(-04) 1.924(-03) 2.363(-03) 2.175(-03) 2.221(-03) 7.608(-04) 2.666(-04)
5.832(-03) 1.426(-02) 1.010(-02) 4.229(-03) 3.033(-03) 1.834(-03) 5.783(-04)
1.317(-04) 1.402(-03) 1.064(-02) 2.077(-02) 2.304(-02) 8.267(-03) 4.499(-04)
0.000( 00) 0.000( 00) 0.000( 00) 4.397(-05) 6.186(-03) 2.134(-02) 8.039(-01)

ENERGY CURRENT, TRANSMITTED  8.716(-01)
2.425(-07) 1.220(-06) 1.780(-06) 4.464(-07) 9.074(-07) 0.000( 00) 0.000( 00)
4.938(-05) 1.377(-04) 1.748(-04) 1.591(-04) 1.620(-04) 5.448(-05) 2.149(-05)
1.291(-03) 3.687(-03) 2.658(-03) 8.476(-04) 5.322(-04) 3.193(-04) 1.046(-04)
5.080(-05) 5.396(-04) 4.361(-03) 1.023(-02) 1.409(-02) 5.579(-03) 2.451(-04)
0.000( 00) 0.000( 00) 0.000( 00) 3.370(-05) 4.952(-03) 1.853(-02) 8.028(-01)

ENERGY FLUX, TRANSMITTED  9.372(-01)
1.400(-06) 3.403(-06) 3.246(-06) 6.482(-07) 1.036(-06) 0.000( 00) 0.000( 00)
4.195(-04) 4.188(-04) 3.271(-04) 2.226(-04) 1.896(-04) 5.814(-05) 2.138(-05)
4.282(-02) 1.110(-02) 5.074(-03) 1.211(-03) 6.233(-04) 3.348(-04) 1.046(-04)
2.826(-04) 1.466(-03) 7.896(-03) 1.421(-02) 1.655(-02) 5.919(-03) 2.456(-04)
0.000( 00) 0.000( 00) 0.000( 00) 4.666(-05) 5.586(-03) 1.934(-02) 8.027(-01)

NUMBER CURRENT, REFLECTED  5.333(-02)
2.423(-09) 5.826(-06) 3.198(-05) 0.000( 00) 9.839(-06) 1.597(-05) 0.000( 00)
6.122(-04) 2.222(-03) 2.253(-03) 2.416(-03) 1.802(-03) 1.091(-03) 4.782(-04)
4.408(-03) 9.136(-03) 9.949(-03) 7.746(-03) 5.937(-03) 3.864(-03) 1.352(-03)
4.542(-09) 0.000( 00) 0.000( 00) 0.000( 00) 0.000( 00) 0.000( 00) 0.000( 00)
0.000( 00) 0.000( 00) 0.000( 00) 0.000( 00) 0.000( 00) 0.000( 00) 0.000( 00)

ENERGY CURRENT, REFLECTED  6.958(-02)
6.248(-11) 1.456(-07) 1.067(-06) 0.000( 00) 3.310(-07) 4.717(-07) 0.000( 00)
4.601(-05) 1.685(-04) 1.789(-04) 1.709(-04) 1.310(-04) 7.632(-05) 3.315(-05)
7.941(-04) 1.496(-03) 1.468(-03) 1.037(-03) 7.454(-04) 4.542(-04) 1.552(-04)
1.621(-09) 0.000( 00) 0.000( 00) 0.000( 00) 0.000( 00) 0.000( 00) 0.000( 00)
0.000( 00) 0.000( 00) 0.000( 00) 0.000( 00) 0.000( 00) 0.000( 00) 0.000( 00)

ENERGY FLUX REFLECTED  1.886(-02)
6.939(-10) 3.612(-07) 1.869(-06) 0.000( 00) 3.637(-07) 4.967(-07) 0.000( 00)
3.736(-04) 4.911(-04) 3.299(-04) 2.449(-04) 1.544(-04) 8.019(-05) 3.320(-05)
6.834(-03) 4.557(-03) 2.787(-03) 1.472(-03) 8.724(-04) 4.792(-04) 1.552(-04)
4.058(-08) 0.000( 00) 0.000( 00) 0.000( 00) 0.000( 00) 0.000( 00) 0.000( 00)
0.000( 00) 0.000( 00) 0.000( 00) 0.000( 00) 0.000( 00) 0.000( 00) 0.000( 00)

PAIR PRODUCTION REACTION
8.0908( 00) 8.3889( 00) 7.5722( 00) 7.6121( 00) 7.3826( 00)
7.1726( 00) 7.2436( 00) 7.0182( 00) 7.1367( 00) 6.8054( 00)
```

図 4 Monte Carlo 計算結果のプリント例

## 第5章　応答マトリックスの合成と内挿および誤差評価

### §5.1　多重層透過計算（その1）

多重層に対する透過率および反射率を応答マトリックスから合成しておき，その結果の透過率（マトリックス）を入射エネルギー束に演算させて透過エネルギー束を求める方法を述べる。

層"1"と層"2"との合成透過率および合成反射率は，(2-13)，(2-14) によって，

$$T_{(12)}=T_2(E-R_1R_2)^{-1}T_1 \qquad (5\text{-}1)$$

$$T_{(21)}=T_1(E-R_2R_1)^{-1}T_2 \qquad (5\text{-}2)$$

$$R_{(12)}=R_1+T_1R_2(E-R_1R_2)^{-1}T_1 \qquad (5\text{-}3)$$

$$R_{(21)}=R_2+T_2R_1(E-R_2R_1)^{-1}T_2 \qquad (5\text{-}4)$$

となる。ここに $E$ は単位マトリックスである。

さらに層"3"が附加された場合はつぎのようになる。

$$T_{(123)}=T_3(E-R_{(21)}R_3)^{-1}T_{(12)} \qquad (5\text{-}5)$$

$$R_{(123)}=R_{(12)}+T_{(21)}R_3(E-R_{(21)}R_3)^{-1}T_{(12)} \qquad (5\text{-}6)$$

以下同様にして多重層の透過率 $T_{(123\ldots N)}$ を求める。入射エネルギー束 $I_{in}$ から透過エネルギー束 $I_{tr}$ は，

$$I_{tr}=T_{(123\ldots N)}I_{in} \qquad (5\text{-}7)$$

として計算される。

この方法が，応答マトリックス法の理論的構成からは最も望ましい方法である。しかしながら，その理論的な厳密さの一方，つぎのような難点を持つ。すなわち，

i)　4元マトリックスと4元マトリックスの演算であるため，計算機の記憶容量と計算時間を多く要する。

ii)　要素層の集合によって表現される厚さ以外の層を構成要素とする多重層に対する透過率および反射率の取扱い方法が複雑である。

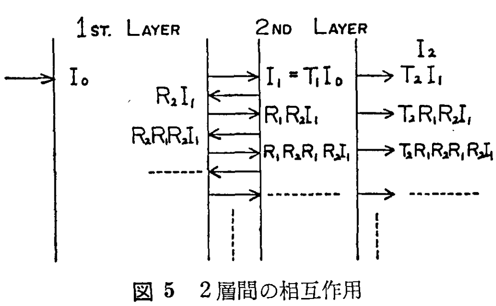



図5　2層間の相互作用

### §5.2　多重層透過計算（その2）

近似法ではあるが，前節の方法の難点を改善する計算法をつぎに導く。

図5に示すように，第1層を透過したエネルギー束を $I_1$，第2層の透過エネルギー束を $I_2$…… とする。明らかに，

$$I_1=T_1I_0 \qquad (5\text{-}8)$$

また (2-14) によって，

$$I_2=T_2(I_1+R_1R_2(I_1+R_1R_2(I_1+R_1R_2I_1))) \qquad (5\text{-}9)$$

とする。すなわち，ここでは層間の3回以上の反射を無視している。

スカラ透過率は高々0.1の程度である。したがって3回反射以上を無視したための相対誤差はつぎのように推定される。

$$(\text{相対誤差})\approx(|R_1|\,|R_2|)^4\leqq 10^{-8}$$

実例について試計算をした結果の1つを表7に示す。反射が比較的に多いと考えられる水層の例である。

$I_{jq}$ の配列は左から右へ $\omega_1\sim\omega_7$，total。上から下へ $E_1\sim E_5$，total である。

予期されるように，層間の3回反射を考えた場合と5回までを考慮した場合とでは，4桁までの有効数字では差が全く現れない。また層間反射を無視した場合の差は約0.5%である。先の推定によると，この場合の相対誤差は，

$$(\text{相対誤差})\approx(|R_1|\,|R_2|)\leqq 10^{-2}$$

すなわち高々1%であったから予想は大体正しいことが確かめられる。

以上の試計算の結果，層間の3回反射までを考慮すれば十分と思われる。第Ⅲ部での計算結果は5回反射までを取り入れたものであるが，今後は3回反射までを考えることにする。

つぎに第3の層が附加されたときの透過エネルギー束はつぎのように近似される。

$$I_3=T_3(I_2+R_2R_3(I_2+R_2R_3(I_2+R_2R_3I_2))) \qquad (5\text{-}10)$$

ここでは，

$$R_{(21)}\approx R_2 \qquad (5\text{-}11)$$

との近似が用いられている。(5-4) を参照すると，

$$(R_{(21)}\text{の相対誤差})\approx(T_2)^2R_1/R_2$$

となる。したがって $I_3$ に及ぼす相対誤差は，

$$(\text{相対誤差})\approx R_1R_3(T_2)^2$$

であり，1%よりは遙かに小さいはずである。

以下，必要な多重層構成に達するまで順次 (5-10)

**表 7**　2層透過エネルギー束の比較

2層間反射なし　　　　　　　　　　(水 20 CM)+(水 20 CM)

WATER　2.000( 01) CM

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8.307(-05) | 2.457(-04) | 4.896(-04) | 2.972(-04) | 3.827(-04) | 3.776(-04) | 4.689(-04) | 2.344(-03) |
| 9.712(-04) | 3.631(-03) | 5.480(-03) | 3.198(-03) | 2.916(-03) | 3.388(-03) | 3.614(-03) | 2.320(-02) |
| 5.469(-04) | 3.519(-03) | 1.166(-02) | 9.342(-03) | 1.104(-02) | 1.053(-02) | 8.103(-03) | 5.475(-02) |
| 0.000( 00) | 2.987(-05) | 9.470(-04) | 3.482(-03) | 1.202(-02) | 2.418(-02) | 3.518(-01) | 3.924(-01) |
| 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) |
| 1.601(-03) | 7.426(-03) | 1.858(-02) | 1.632(-02) | 2.636(-02) | 3.849(-02) | 3.639(-01) | 4.727(-01) |

WATER　2.000( 01) CM−2.000( 01) CM

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6.330(-05) | 2.132(-04) | 4.141(-04) | 2.785(-04) | 3.485(-04) | 3.684(-04) | 4.444(-04) | 2.130(-03) |
| 5.522(-04) | 2.026(-03) | 3.497(-03) | 2.286(-03) | 2.410(-03) | 2.973(-03) | 3.291(-03) | 1.703(-02) |
| 2.655(-04) | 1.645(-03) | 5.583(-03) | 4.856(-03) | 6.213(-03) | 6.728(-03) | 6.174(-03) | 3.146(-02) |
| 3.297(-06) | 8.838(-05) | 8.818(-04) | 2.363(-03) | 7.626(-03) | 1.563(-02) | 1.246(-01) | 1.512(-01) |
| 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) |
| 8.844(-04) | 3.972(-03) | 1.037(-02) | 9.784(-03) | 1.659(-02) | 2.571(-02) | 1.345(-01) | 2.018(-01) |

3回反射まで

WATER　2.000( 01) CM−2.000( 01) CM

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6.867(-05) | 2.322(-04) | 4.527(-04) | 3.082(-04) | 3.857(-04) | 4.131(-04) | 5.017(-04) | 2.362(-03) |
| 5.606(-04) | 2.061(-03) | 3.588(-03) | 2.364(-03) | 2.514(-03) | 3.117(-03) | 3.464(-03) | 1.767(-02) |
| 2.655(-04) | 1.645(-03) | 5.583(-03) | 4.857(-03) | 6.213(-03) | 6.728(-03) | 6.174(-03) | 3.146(-02) |
| 3.397(-06) | 8.838(-05) | 8.818(-04) | 2.363(-03) | 7.626(-03) | 1.563(-02) | 1.246(-01) | 1.512(-01) |
| 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) |
| 8.983(-04) | 4.026(-03) | 1.050(-02) | 9.892(-03) | 1.674(-02) | 2.589(-02) | 1.347(-01) | 2.027(-01) |

5回反射まで

WATER　2.000( 01) CM−2.000( 01) CM

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6.867(-05) | 2.322(-04) | 4.527(-04) | 3.082(-04) | 3.857(-04) | 4.131(-04) | 5.017(-04) | 2.362(-03) |
| 5.606(-04) | 2.061(-03) | 3.588(-03) | 2.364(-03) | 2.514(-03) | 3.117(-03) | 3.464(-03) | 1.767(-02) |
| 2.655(-04) | 1.645(-03) | 5.583(-03) | 4.857(-03) | 6.213(-03) | 6.728(-03) | 6.174(-03) | 3.146(-02) |
| 3.397(-06) | 8.838(-05) | 8.818(-04) | 2.363(-03) | 7.626(-03) | 1.563(-02) | 1.246(-01) | 1.512(-01) |
| 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) |
| 8.983(-04) | 4.026(-03) | 1.050(-02) | 9.892(-03) | 1.674(-02) | 2.589(-02) | 1.347(-01) | 2.027(-01) |

**表 8**　多重層合成計算の精度

線源：$E_0=1.0$ Mev　：$\omega_0=0.9749\sim1.0$

(水 5 CM)−(水 5 CM)−(水 5 CM)−(水 5 CM) 透過後のエネルギー束 $I_{jq}$ (合成計算)

WATER　5.000( 00) CM−5.000( 00) CM−5.000( 00) CM−5.000( 00) CM

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 3.117(-04) | 3.870(-04) | 4.063(-04) | 3.537(-04) | 2.848(-04) | 1.615(-04) | 6.299(-05) |
| 2.629(-03) | 3.033(-03) | 2.959(-03) | 2.500(-03) | 1.982(-03) | 1.216(-03) | 4.027(-04) |
| 1.767(-02) | 2.700(-02) | 3.313(-02) | 3.187(-02) | 1.593(-02) | 6.115(-03) | 2.055(-03) |
| 2.089(-04) | 9.404(-04) | 2.668(-03) | 1.483(-02) | 4.133(-02) | 4.611(-02) | 2.560(-01) |
| 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) |

(水 20 CM) 透過後のエネルギー束 $I_{jq}$ (Monte Carlo 計算結果)

WATER　2.000( 01) CM

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 6.997(-04) | 5.464(-04) | 6.535(-04) | 5.324(-04) | 3.964(-04) | 2.651(-04) | 9.582(-05) |
| 3.898(-03) | 4.899(-03) | 4.817(-03) | 4.322(-03) | 3.298(-03) | 1.997(-03) | 5.946(-04) |
| 1.784(-02) | 2.624(-02) | 3.476(-02) | 3.272(-02) | 1.696(-02) | 6.456(-03) | 2.277(-03) |
| 0.000( 00) | 0.000( 00) | 1.181(-03) | 1.138(-02) | 3.711(-02) | 4.285(-02) | 2.567(-01) |
| 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) |

(註)　エネルギー束の配列　　横方向：$\omega_1\sim\omega_7$　　縦方向：$E_1\sim E_5$

と同様な手順で計算を行ない，最終的な透過エネルギー束を得る。

この近似的取扱いの利点は以下の通り。

i)　マトリックス演算は2元マトリックスと4元マトリックスとの間で行なわれ，計算機に必要とする記憶容量と計算時間が少ない。

ii)　中間的な計算結果である $I_1$, $I_2$, ……によって透過エネルギー束の資料が得られる。したがっ

て，構成要素共通部分のある多重層の計算は，差異のある層以降のみを改めて計算すればよい。これはパラメタサーベイに特に有利である。

iii) 次節に述べる内挿の取扱いが比較的に簡単で，また物理的な解釈がつけ易い。

本計算法の妥当性および精度を確認するため行なった試計算の1例を表8に示す。水の 5cm の要素層の応答マトリックスを4層演算した結果を，すでに与えられている 20cm の応答マトリックスの値と比較したものである。主要成分の差は 0.3%以下である。

### § 5.3 厚さの内挿

さきの §3.4 の検討に基ずいて応答マトリックス法では有限厚さの要素層を扱かうことにした。しかしながら，実在の多重層の各物資層の厚さがこのような要素層の整数倍で常に表現できると期待することは無理である。したがって透過エネルギー束の，厚さに対する内挿法を確立する必要がある。

内挿はつぎの仮定に基ずいて行なわれる。

「ある物質の層に，さらに同物質の要素層が附加された場合，透過エネルギー束の各グループ成分 $I_{jq}$ は附加層内の透過距離の指数関数として変化する。」

(仮定 5-1)

試計算の結果によると，異なった物質の境界から約 0.3～0.5 mfp の厚さの同種物質の層があれば上述の仮定が成立することが示された。この事実は図11(a)および(b)によっても推定できる。

したがって内挿はつぎのように行なわれる。

「多重層を構成するある物質の層の厚さが，要素層の $n$ 層の組合せと，それにさらに薄い要素層（厚さ $A$）を1層附加した厚さとの中間にある場合は内挿値は以下のようになる。

ただし $(I)_n$ は第 $n$ 層透過後のエネルギー束，同様に $(I)_{n+1}$ は第 $(n+1)$ 層からの透過エネルギー束である。

$$I_{jq}(z)=(I_{jq})_n \exp\left[\left\{\ln(I_{jq})_{n+1}-\ln(I_{jq})_n\right\}\frac{z}{A}\right]$$

$$:j=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ J \qquad (5\text{-}12)$$
$$:q=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ N$$
$$:n \neq 0$$
$$:0<z<A \quad 」$$

この後にさらに第 $(n+2)$ 番目の異物質の層が続く場合は (5-10) と同等の式で合成計算を行なえばよい。すなわち，

$$(I)_{n+2}=T_{n+2}(I(z)+R_{n+1}R_{n+2}(I(z)+R_{n+1}R_{n+2}(I(z)+R_{n+1}R_{n+2}I(z)))) \qquad (5\text{-}13)$$

ここに，$R_{n+1}$ は内挿に関係なく第$(n+1)$番目の要素層の応答マトリックスの値をそのまま使用する。上記の内挿法は，内挿を行なう要素層の前に，少くとも1つの同種物質の要層素が存在することを前提とする。したがって $R_{n+1}$ として内挿前の値をそのまま使用してよい。むしろ (5-11) の近似を考慮するとこのようにした方がよい近似値を与えるものと期待できる。

すでに述べたように，この内挿法が基礎を置いている（仮定 5-1）は異質物質層の直後では成立しない。したがって表で与えた要素層の薄い方の厚さよりさらに薄い単一層が遮蔽層のうちに混在している場合，特にそれが最外層である場合に (5-12) 以外の取扱いが必要である。多重層の中間にそのような薄い層が混在している場合は，エネルギー束のスペクトルや角度分布はその後の他の厚い物質層で決まることになり，内挿法の誤差は問題にならない。また，遮蔽構造では表の厚さより薄い単一層が最外層となることは余り例がない。しかしながら将来の必要に備えて，極めて薄い第3の要素層について応答マトリックスを整備するのは望ましいことである。この場合，§3.4第(2)項の条件は必ずしも満足しないものと思われる。したがって，この要素は多重層合成に使う通常の応答マトリックス法の要素層としては扱わない。異物質層に続く薄い物質層の計算のみに使用する。

(5-12) の内挿法の妥当性および精度を検討するため行った試計算の1例を表9に掲げる。表9(1)は要素層の合成計算のみで得られた透過エネルギー束である。(1)の多重層の最後の 1cm の鉛層を 0.5cm の2枚の鉛層で置き換えた結果が(2)である。鉛の要素層の厚さは 1cm であるから，1cm から 0.5cm への内挿が2回行なわれる。全エネルギー束における(1)，(2)の差は 0.2%である。エネルギー束の各要素 $I_{jq}$ の一致も極めてよい。すなわち，本内挿法は予期した通り妥当なものであることが推論できる。表9における $I_{jq}$ の配列は表8と同様である。ただし最右列および最下行は合計を表わす。

## 第6章 応答マトリックス法の拡張

前章までに，Monte Carlo 法の多重層問題への応用に関する一改善策としての応答マトリックス法の導入と，その一次元平板問題への具体的な適用について述べて来た。本章では，適用形状の拡張としての単一

**表 9 内挿計算の精度**

(1) 多重層透過計算

ENERGY FLUX (SOURCE)

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1.000(-02) | 1.000(-02) | 1.000(-02) | 1.000(-02) | 2.000(-02) | 2.000(-02) | 2.000(-02) | 1.000(-01) |
| 0.000( 00) | 0.000( 00) | 2.000(-02) | 3.000(-02) | 5.000(-02) | 5.000(-02) | 5.000(-02) | 2.000(-01) |
| 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 1.000(-01) | 1.000(-01) | 2.000(-01) |
| 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 2.000(-01) | 2.000(-01) |
| 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 0.000( 00) | 3.000(-01) | 3.000(-01) |
| 1.000(-02) | 1.000(-02) | 3.000(-02) | 4.000(-02) | 7.000(-02) | 1.700(-01) | 6.700(-01) | 1.000( 00) |

MEDIA

WATER 5.000( 00)CM-WATER 5.000( 00)CM-IRON 1.000( 00)CM-IRON 8.000(-01)CM
-LEAD 1.000( 00)CM-LEAD 1.000( 00)CM

ENERGY FLUX (TRANSMITTED)

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5.711(-25) | 1.408(-25) | 5.461(-22) | 1.370(-17) | 2.609(-21) | 5.541(-20) | 7.322(-24) | 1.376(-17) |
| 1.716(-06) | 1.150(-06) | 8.139(-07) | 9.698(-07) | 5.016(-07) | 1.582(-07) | 7.570(-08) | 5.385(-06) |
| 6.108(-04) | 9.893(-04) | 1.209(-03) | 1.270(-03) | 1.039(-03) | 1.071(-03) | 6.910(-04) | 6.881(-03) |
| 8.888(-05) | 4.208(-04) | 1.657(-03) | 4.118(-03) | 7.151(-03) | 5.421(-03) | 1.035(-02) | 2.921(-02) |
| 1.226(-07) | 1.400(-06) | 2.259(-05) | 1.808(-04) | 2.118(-03) | 7.349(-03) | 3.948(-02) | 4.915(-02) |
| 7.016(-04) | 1.412(-03) | 2.889(-03) | 5.571(-03) | 1.030(-02) | 1.384(-02) | 5.053(-02) | 8.525(-02) |

(2) 上記と同様であるが（鉛 1 CM）の層を（鉛 0.5 CM)-(鉛 0.5 CM）とし，2 回の内挿を行なった場合

ENERGY FLUX (SOURCE)　1.000( 00)　SAME AS TABLE ABOVE

MEDIA

WATER 5.000( 00)CM-WATER 5.000( 00)CM-IRON 1.000( 00)CM-IRON 8.000(-01)CM
-LEAD 1.000( 00)CM-LEAD 5.000(-01)CM-LEAD 5.000(-01)CM

ENERGY FLUX (TRANSMITTED)

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1.239(-24) | 3.868(-25) | 5.902(-22) | 1.512(-17) | 2.948(-21) | 5.552(-20) | 2.255(-23) | 1.518(-17) |
| 1.845(-06) | 1.229(-06) | 8.802(-07) | 1.015(-06) | 5.289(-07) | 1.665(-07) | 8.028(-08) | 5.745(-06) |
| 6.225(-04) | 1.021(-03) | 1.288(-03) | 1.359(-03) | 1.099(-03) | 1.120(-03) | 7.088(-04) | 7.221(-03) |
| 8.909(-05) | 4.225(-04) | 1.660(-03) | 4.105(-03) | 7.104(-03) | 5.371(-03) | 1.037(-02) | 2.912(-02) |
| 1.193(-07) | 1.355(-06) | 2.215(-05) | 1.766(-05) | 2.097(-03) | 7.265(-03) | 3.949(-02) | 4.905(-02) |
| 7.136(-04) | 1.446(-03) | 2.971(-03) | 5.642(-03) | 1.030(-02) | 1.375(-02) | 5.057(-02) | 8.540(-02) |

方向点状線源平板問題と点対称球形状問題への応用を試みる。

### § 6.1 単一方向点状線源平板問題

平板遮蔽層の面内に直角座標 $x$, $y$ をとり，面に垂直に $z$ 軸をとる。光子の進行方向が $z$ の正の方向となす角の余弦を $\omega$, 同じく光子の進行方向が $x$ の正の方向となす azimuthal angle を $\varphi$ とする。

$x$ および $y$ を等しい間隔で区間に分割し，各区間を $x_h$, $y_i$ で代表させる。

$x_h : h=0, \pm1, \pm2, \cdots\cdots$

$y_i : =0, \pm1, \pm2, \cdots\cdots$

$\omega$ は任意間隔で，また $\varphi$ は等間隔で分割する。ただし $N'$ を正の整数とする。

$\omega_q : q=1, 2, \cdots\cdots, N$

$(\omega_1)_{\max}=1, (\omega_N)_{\min}=0$

$\varphi_p : p=1, 2, \cdots\cdots, 8N'$ あるいは，$8N'-4$

$(\varphi_1)_{\min}=0, (\varphi_{8N'})_{\max}=2\pi$ あるいは，

$(\varphi_{8N'-4})_{\max}=2\pi$

エネルギー $E$ を任意の間隔でグループに組分けし，各組みを $E_j$ と表わす。

$E_j : j=1, 2, \cdots\cdots, J$

いま，第 $m$ 光子の第 $n$ 番目の衝突後の状態を $S_n^m$ とする。

$$S_n^m=(x, y, z, \theta, \varphi, E, W)_n^m$$

$z=0$ および $z=A$ を層の両境界，また $\cos\theta=\omega$ とする。

第 $m$ ヒストリの初期状態をつぎのようにとる。

$$z_0^m=0$$

$$x_0^m \in x_0$$

$$y_0^m \in y_0$$

$$\omega_0^m \in \omega_l$$

$$\varphi_0^m \in \varphi_r$$

$E_0^m \in E_k$

$$W_0^m = 1 \qquad (6\text{-}1)$$

ヒストリの終了は (3-5) で判定する。

このような条件で Monte Carlo 計算を行ない，その結果によって応答マトリックスを以下のように定義する。

$T_{jpqhi}^{krl}$

$$= \frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=0}^{Mm} W_n^m \cdot P_n^m \cdot \frac{E_n^m}{E_0^m} \cdot \frac{\omega_0^m}{\omega_n^m} \cdot \delta_j \cdot \delta_p \cdot \delta_q \cdot \delta_h \cdot \delta_i \qquad (6\text{-}2)$$

$: k,\ j=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ J$

$: r,\ p=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ 8N'$ or $8N'-4$

$: l,\ q=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ N$

$: h,\ i=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \cdots\cdots,\ \pm H$

ここに，$W_n^m$, $P_n^m$, $\delta_j$, $\delta_q$ は (3-8) ～ (3-11) でそれぞれ与えられる。また，

$$\begin{aligned} \delta_p &= 1 & &: \varphi_n^m \in \varphi_p \\ &= 0 & &: \varphi_n^m \overline{\in} \varphi_p \end{aligned} \qquad (6\text{-}3)$$

$$\begin{aligned} \delta_h &= 1 & &: x_n^m + (A-z_n^m)(1-(\omega_n^m)^2)^{1/2} (\omega_n^m)^{-1} \times \cos\varphi_n^m \in x_h \\ &= 0 & &: x_n^m + (A-z_n^m)(1-(\omega_n^m)^2)^{1/2} (\omega_n^m)^{-1} \times \cos\varphi_n^m \overline{\in} x_h \end{aligned} \qquad (6\text{-}4)$$

$$\begin{aligned} \delta_i &= 1 & &: y_n^m + (A-z_n^m)(1-(\omega_n^m)^2)^{1/2} (\omega_n^m)^{-1} \times \sin\varphi_n^m \in y_i \\ &= 0 & &: y_n^m + (A-z_n^m)(1-(\omega_n^m)^2)^{1/2} (\omega_n^m)^{-1} \times \sin\varphi_n^m \overline{\in} y_i \end{aligned} \qquad (6\text{-}5)$$

である。$x_0$, $y_0$ に線源がある場合に有意の量の光子が透過する $x$, $y$ の領域を含む十分広い範囲を，

$x_h : h=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \cdots\cdots,\ \pm H$

$y_i : i=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \cdots\cdots,\ \pm H$

でカバーしているとする。

同様にして，反射の応答マトリックスをつぎのように定義する。

$$R_{jpqhi}^{krl} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=0}^{Nm} W_n^m \cdot P'^m_n \cdot \frac{E_n^m}{E_0^m} \cdot \frac{\omega_0^m}{|\omega_n^m|} \cdot \delta_j \cdot \delta_p \cdot \delta_q \cdot \delta_h' \cdot \delta_i' \qquad (6\text{-}6)$$

$: k,\ j=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ J$

$: r,\ p=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ 8N'$ or $8N'-4$

$: l,\ q=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ N$

$: h,\ i=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \cdots\cdots,\ \pm H$

$\delta_h'$, $\delta_i'$ は (6-4), (6-5) で $(A-z_n^m)$ を $(-z_n^m)$ に置き換えたものである。また $P'^m_n$ は (3-13) で与えられる。

$x$, $y$ 座標軸に関する対称性を考慮すると，(6-2) および (6-6) の定義における各パラメタのうちMonte Carlo 計算すべき範囲は縮少できてつぎのようになる。

$: k,\ j=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ J$

$: r=1,\ 2,\ \cdots\cdots N$

$: p=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ 8N'$ or $8N'-4$

$: l,\ q=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ N$

$: h,\ i=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \cdots\cdots,\ \pm H$

一般に，領域，$x_s$, $y_t$, $\omega_q$, $\varphi_p$, $E_j$ 内で積分したエネルギー束を，

$I_{jpqst}$

と表わす。したがってエネルギー束はマトリックス表示ができて，

$I = (I_{jpgst})$

となる。

ある層の応答マトリックス (6-2) および (6-6) が判っている場合に，透過のエネルギー束の要素はつぎのように求められる。

$I_{jpgst}$

$$= \sum_{k=1}^{J} \sum_{r=1}^{8N' \text{ or } 8N'-4} \sum_{l=1}^{Q} \sum_{h=-H}^{H} \sum_{i=-H}^{H} T_{jpqhi}^{krl} I_{krl(s-h)(t-i)}$$

$: j=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ J$

$: p=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ 8N'$ or $8N'-4$

$: q=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ N$

$: s,\ t=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \cdots\cdots \qquad (6\text{-}7)$

このような演算を，

$$I_{tr} = TI_{in} \qquad (6\text{-}8)$$

と表わすことにする。$I_{in}$ は入射の，$I_{tr}$ は透過のエネルギー束である。$T$ は (6-2) の $T_{jpqhi}^{krl}$ を要素とする透過の応答マトリックスである。

同様にして，(6-6) によって定義される反射の応答マトリックス $R$ を用いると，反射のエネルギー束 $I_{ref}$ は次の表現がでる。

$$I_{ref}=RI_{in} \tag{6-9}$$

多重層を構成する各要素層について応答マトリックス $T$ および $R$ が判っていると，§ 5.2 および § 5.3 と全く同様にして多重層透過光子のエネルギー束が求められる。

## § 6.2 点対称球形状問題

球の半径を $r$，$r$ 方向と光子の進行方向のなす角の余弦を $\omega$ とする。光子のエネルギー $E$，および $\omega$ を組分けする。各組みをそれぞれ，

$$E_j \quad : j=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ J$$
$$\omega_q \quad : q=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ Q$$

と表現する。$(\omega_1)_{\max}=1$，$(\omega_Q)_{\min}=-1$。

いま，ある $A$ なる厚さの要素層について応答マトリックスを求めるとする。$\omega$ の分点，$(\omega_q)_{\max}$に対応して，$r$ の分点 $r_q$ を次式で定義する。

$$r_q=A\frac{\sqrt{1-(\omega_q)^2{}_{\max}}}{1-\sqrt{1-(\omega_q)^2{}_{\max}}} \tag{6-10}$$
$$: 1\geqq(\omega_q)_{\max}>0$$

このとき，

$$r_q<r<r_{q+1} \tag{6-11}$$

なる $r$ の範囲で入射した光子の非衝突線束は，

$$\omega_1,\ \omega_2,\ \cdots\cdots,\ \omega_q$$

の角度範囲で要素層の $r+A$ 面で透過する。一方，

$$\omega_{q+1},\ \cdots\cdots,\ >0$$

の範囲には非衝突線束は存在しない。

逆に $r+A$ 面で光子が入射する場合を考える。この場合は $r_q$ をつぎのように定義する。

$$r_q=A\frac{\sqrt{1-(\omega_q)^2{}_{\min}}}{1-\sqrt{1-(\omega_q)^2{}_{\min}}} \tag{6-12}$$
$$: -1\leqq(\omega_q)_{\min}<0$$

このようにすると，

$$r_q<r<r_{q-1} \tag{6-13}$$

なる $r$ に対して，$r+A$ 面に入射した光子のうち，入射角が，

$$\omega_q,\ \cdots\cdots,\ \omega_Q$$

なる非衝突光子は $r$ 面から透過し，

$$0>,\ \cdots\cdots,\ \omega_q$$

なる入射光子の非衝突線束は $r+A$ 面での反射として扱かわれる。$\omega_q$ は両者に分れる。

$N$ を正の整数としたとき，

$$Q=2N$$

とおき，$\omega_q$ の分点の値が 0 について対称であるようにとることにすると $r_q$ は2つの場合，(6-10) および (6-12) で一致する。すなわち，

$$(\omega_q)_{\max}=-(\omega_{Q-q+1})_{\min} \quad : q=1,2,\cdots\cdots,N$$
$$(\omega_1)_{\max}=1,\ (\omega_N)_{\min}=0 \tag{6-14}$$

したがって，

$$r_q<r_q^*<r_{q+1} \tag{6-15}$$
$$: q=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ N$$

なる $r_q^*$ に対して，厚さ $A$ なる要素層の応答マトリックスを求めておけば，

$$r_q<r<r_{q+1} \tag{6-16}$$

なる範囲の $r$ を内半径とする厚さ $A$ の要素層の応答マトリックスはこれで近似させることができるものと思われる。この近似によれば，要素層のような薄い層で透過光子の大部分を占める非衝突光子の角度分布に関しては大きな誤差を生じないで済む。計算機の容量等に余裕があって，応答マトリックスを整備すべき $r_q^*$の数を増加できる場合でも (6-10) および (6-12) の関係はまず満足させる必要がある。

つぎに注意すべき点は，要素層がたとえ均質，一様な物質で成立っていたとしても，$r$ の正なる方向への反射の応答マトリックス $R^+$ と $r$ の負なる方向への反射の応答マトリックス $R^-$ とは一般に等しくないことである。すなわち，$R^+\neq R^-$。同様にして，$T^+\neq T^-$。

以上のことを考えて，Monte Carlo 計算を行なうと，

$$T_{jq}^{+kl},\ T_{jq}^{-kl},\ R_{jq}^{+kl},\ R_{jq}^{-kl}$$
$$: k,\ i=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ J$$
$$: l,\ q=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ N$$

なる応答マトリックスが，

$$r_q^* \quad : q=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ N$$

に対して求められる。

多重層を構成する各要素層に対して応答マトリックス $T^+$，$T^-$，$R^+$，$R^-$ が求められているとき，第 $n$層からの透過エネルギー束 $I_n$ によって，第 $(n+1)$ 層からの透過エネルギー束 $I_{n+1}$ はつぎのように求められる。(§ 5.2 参照)

入射方向が正の場合，

$$I_{n+1}=T_{n+1}^+(I_n+R_n^+R_{n+1}^-$$
$$(I_n+R_n^+R_{n+1}^-(I_n+R_n^+R_{n+1}^-I_n))) \tag{6-17}$$

入射方向が負の場合，

$$I_{n+1}=T_{n+1}^-(I_n+R_n^-R_{n+1}^+$$

$$(I_n+R_n^- R_{n+1}^+(I_n+R_n^- R_{n+1}^+ I_n))) \quad (6\text{-}18)$$

また，厚さに関する透過光子束の内挿は §5.3 と全く同様にして扱かうことができる。

## 第7章　輸送方程式の直接積分解法の応答マトリックス法への応用

第I部第8章で述べた直接積分解法を応答マトリックス法へ応用することを試みる。

応答マトリックス法は，多重層問題に対するMonte Carlo 法の効果的な利用を目的として導入されたが，その完成された形式においては Monte Carlo 法に密着する必要はない。すなわち，任意の物体要素の入射光子に対する応答，$T$ および $R$ が何らかの方法で判っていると，多重層での応答はそれらの演算によって求められるのであって，$T$ および $R$ を求めるために Monte Carlo 法以外の解法も適用可能である。

応答マトリックス法では応答の相互独立性の仮定が主体をなしているから，輸送方程式の解法の中でも，$P_l$法あるいは拡散近似などは好ましくない。各パラメタについて discrete な扱いをしている SELENE 1（第I部第8章参照）あるいは discrete $S_n$ 法などが最も適している。第I部第12章ですでに検討したように透過計算において SELENE 1 は $S_n$ 法より精度がよい。

以下 SELENE 1 に基ずいて1次元平板問題を検討する。

均質一様な厚さ $A$ の要素層をとる。境界に垂直に $z$ 軸をとり，$(0,\ A)$ の区間を $a$ 個に等分割する。分点を $z_i(i=0,\ 1,\ \cdots\cdots,\ a)$ とし，

$$z_0=0,\quad z_a=A$$

また，$A/a=\varDelta z$ とする。

第I部第7章および第8章で定義した記号をそのまま使用する。要素層内では明らかに，

$$\mu(z,\ \lambda_j^*)=\mu(\lambda_j^*)$$

$$n(z)=n$$

である。また，$N$ を任意の 正の整数としたとき $Q=2N-1$ とする。$\omega_q^*$ は0に対して対称に配列されているとする。このようにすると解かれるべき輸送方程式は，

$$\omega_q^*\frac{\partial}{\partial z}I(z,\ \omega_q^*,\ \lambda_j^*)+\mu'(\lambda_j^*)I(z,\ \omega_q^*,\ \lambda_j^*)$$
$$=F'(z,\ \omega_q^*,\ \lambda_j^*) \qquad (7\text{-}1)$$

$$:q=0,\ 1,\ \cdots\cdots,\ Q$$
$$:j=0,\ 1,\ \cdots\cdots,\ J-1$$

となる。ここに，

$$\mu'(\lambda_j^*)=\mu(\lambda_j^*)-n\ A_{00}(\lambda_j^*)$$

$$F'(z,\omega_q^*,\lambda_j^*)=n\sum_{s=1}^{\min(j,\ Nj-1)}\sum_{l=0}^{Q}A_{sl}(\omega_q^*,\ \lambda_j^*)\times I(z,\ \omega_l^*,\ \lambda_{j-s}^*) \qquad (7\text{-}2)$$

また，$A_{00}(\lambda_j^*)$ および $A_{sl}(\omega_q^*,\ \lambda_j^*)$ は第I部(8-11)で与えられる。

この輸送方程式をつぎの境界条件の下で解く。

$$I(z_0,\ \omega_q^*,\ \lambda_j^*)=\delta(q-l)\delta(j-k) \quad :1\geqq\omega_q^*>0$$
$$I(z_a,\ \omega_q^*,\ \lambda_j^*)=0 \quad :-1\leqq\omega_q^*<0 \qquad (7\text{-}3)$$

解は第I部 (7-3) から (7-6) によって，

$$I(z_i,\omega_q^*,\lambda_j^*)=\exp[-\mu'(\lambda_j^*)\varDelta z/\omega_q^*]I(z_{i-1},\ \omega_q^*,\lambda_j^*)+\alpha_q^jF'(z_i,\ \omega_q^*,\ \lambda_j^*)+\beta_q^jF'(z_{i-1},\ \omega_q^*,\ \lambda_j^*)$$
$$:i=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ a$$
$$:1\geqq\omega_q^*>0 \qquad (7\text{-}4)$$

$$I(z_i,\omega_q^*,\lambda_j^*)=\exp[\mu'(\lambda_j^*)\varDelta z/\omega_q^*]I(z_{i+1},\omega_q^*,\lambda_j^*)+\alpha_q^jF'(z_i,\ \omega_q^*,\ \lambda_j^*)+\beta_q^jF'(z_{i+1},\ \omega_q^*,\ \lambda_j^*)$$
$$:i=a-1,\ a-2,\ \cdots\cdots,\ 0$$
$$:-1\leqq\omega_q^*<0 \qquad (7\text{-}5)$$

となる。ここに，

$$\alpha_q^j=\frac{1}{\mu'(\lambda_j^*)}\left[1-\frac{|\omega_q^*|}{\mu'(\lambda_j^*)\varDelta z}\left\{1-\exp\left(-\frac{\mu'(\lambda_j^*)\varDelta z}{|\omega_q^*|}\right)\right\}\right]$$

$$\beta_q^j=\frac{1}{\mu'(\lambda_j^*)}\left[\left(1+\frac{|\omega_q^*|}{\mu'(\lambda_j^*)\varDelta z}\right)\left\{1-\exp\left(-\frac{\mu'(\lambda_j^*)\varDelta z}{|\omega_q^*|}\right)\right\}-1\right] \qquad (7\text{-}6)$$

である。(7-4) および (7-5) は高エネルギー部，すなわち $j=k$ から順次 $k+1$, $k+2$ と解くことによって求められる。

境界条件 (7-3) の下での境界での解をつぎのようにおく。

$$T^{kl}_{jq}=I(z_a,\ \omega^*_q,\ \lambda^*_j)$$

$$R^{kl}_{jq}=I(z_0,\ \omega^*_{Q-q},\ \lambda^*_j)$$

$$:j,\ k=0,\ 1,\ \cdots\cdots,\ J-1$$

$$:q,\ l=0,\ 1,\ \cdots\cdots,\ N-1 \qquad (7\text{-}7)$$

すでに仮定したように，

$$\omega^*_q=\ -\omega^*_{Q-q}$$

である。

一方，エネルギー束 $I$ を $\omega=0$ の平面で半空間に分け，各々を $\omega^*_q(q=0,\ 1,\ \cdots\cdots,\ N-1)$ の分点で考えることにすると，各半空間で，

$$I(z,\ \omega^*_q,\ \lambda^*_j) \qquad :q=0,\ 1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ N-1$$

$$:j=0,\ 1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ J-1$$

と表現できることになる。すなわち，

$$I_{jq}\equiv I\,(z,\ \omega^*_q,\ \lambda^*_j) \qquad (7\text{-}8)$$

と定義すると，

$$I=(I_{jq}) \qquad (7\text{-}9)$$

として半空間毎のエネルギー束をマトリックス表示できる。

ある層での $T$ および $R$ が，

$$\left.\begin{aligned}T&=(T^{kl}_{jq})\\ R&=(R^{kl}_{jq})\end{aligned}\right\} \quad (7\text{-}10)$$

と定義されているとき，これを応答マトリックスと称することができる。この層への入射エネルギー束を $I_{in}$，透過エネルギー束を $I_{tr}$，反射エネルギー束を $I_{ref}$ とすると形式的には (3-3) と全く同様な関係式が成立する。すなわち，

$$\left.\begin{aligned}I_{tr}&=TI_{in}\\ I_{ref}&=RI_{in}\end{aligned}\right\} \quad (7\text{-}11)$$

となる。このようにすると，さきに検討した§5.2の多重層合成計算，および§5.3の内挿計算がそのまま成立する。

ただし，Monte Carlo 法による応答マトリックス法でのエネルギー束の要素 $I_{jq}$ は，境界において，

$$I_{jq}=\int_{(E_j)_{\min}}^{(E_j)_{\max}}dE\int_{(\omega_q)_{\min}}^{(\omega_q)_{\max}}I(z,\ \omega,\ E)d\omega$$

と定義されていたのに対し，本章での $I_{jq}$ は (7-8) のように，$\omega$ および $\lambda$ の各区間での代表値である点に注意する必要がある。代表値は，

$$\lambda_j\leqq\lambda^*_j<\lambda_{j+1} \qquad :j=0,\ 1,\ \cdots\cdots,\ J-1$$

$$\omega^*_0=\omega_0=1$$

$$\omega_q\geqq\omega^*_q>\omega_{q+1} \qquad :q=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ N-1$$

$$\omega_N=0 \qquad (7\text{-}13)$$

と与えられる。

## 第8章　結　　言

以上，多重層遮蔽における $\gamma$ 線の透過および反射の解析を目的とした応答マトリックス法を導き，これについて検討して来た。この方法は，境界条件の厳密さなどの Monte Carlo 法の利点を保ちながら，同時に Monte Carlo 法に固有の幾つかの欠点を取除くことに努めた結果得られたものである。したがって，他の解析法には見られない特長を持っている。主な点を以下に記す。

(1) 広範囲な多重層構成での $\gamma$ 線の透過および反射の解析が簡単なマトリックス演算のみで行なえる。

(2) 計算時間が極めて短い。
　NEAC 2206 計算機で約5秒/1層
　IBM 7090 によれば，$^1/_{30}$〜$^1/_{50}$ 程度となろう。

(3) 設計計算，パラメタサーベイに適している。
　理由は，計算時間が短いこと。また多重層のパラメタサーベイにおいて，共通な構成の部分については再計算の必要がない。ただし計算時間が短かいから再計算しても時間および経費に大差はない。

(4) 解析について見透しが立て易い。

(5) 結果は，エネルギー束のエネルギー組分け，角度組分けの形で得られる。熱発生や線量率への換算が容易である。ま実験解析の reference data を得易い。
　他の解析法で十分な計算時間を費やした場合と同等な資料が短時間で得られる。

(6) 斜入射線源，連続スペクトル線源などが扱かえる。

(7) 各応答マトリックスの計算には Monte Carlo 法が用いられているので，境界条件が厳密に満たされている。

(8) 要素層の合成，および内挿の方法の物理的な解釈が明らかであり，また精度の推定も容易である。

1次元平板問題については以上の各項を検討し，試計算や誤差評価を行なって来た。この結果は予想通りのものであった。実際の応答マトリックスの表は附録Bとして掲げてある。

なお1次元平板問題以外の形状への応答マトリック

ス法の応用についても第6章で検討した。また，第I部ですでに述べた輸送方程式の直接積分解法によっても，応答マトリックス法の新しい体系が組立てられることを示した。

以上の検討および試計算の結果，ならびに第Ⅲ部に掲げる実測値との比較におけるよい一致などを勘案すると，ここに提案した応答マトリックス法は，$\gamma$ 線の多重層遮蔽の解析に十分適用できるものと考えられる。

### 第Ⅱ部　引用文献


1) 片岡巌：日本原子力学会誌，7, 634 (1965).
2) H.Kahn: AECU-3259, (1954).
3) E.D.Cashwell and C.J.Everett: A Practical Manual of the Monte Carlo Method for Random Walk Problems, Pergamon Press,(1959).
4) M.J.Berger: J. Res. NBS, 55, 6, 343, (1955).
5) G.W.Grodstein: NBS Circuler 583, (1957).
6) R.T.McGinnies: Sppl. to NBS Circuler 583, (1959).
7) I.Kataoka: Third Geneva Conf., P/657, (1964).


# 第Ⅲ部　$\gamma$ 線多重層遮蔽の解析および遮蔽設計への応用

## 第1章　緒　　言

第I部および第II部で提案し，誤差の評価および基礎的な試計算を行なって，$\gamma$ 線多重層問題に対する原理的な適応性を検討した2つの解法を用いて実際の物質層についての計算を行なうことにする。これらの結果から多重層遮蔽における $\gamma$ 線の振舞いを考察する。また，実験結果や他の理論計算値が引用できるものについては，これとの比較を行なって本解析法の信頼性を確認する。

各解法の説明で明らかと思うが，多重層外表面での $\gamma$ 線束は，輸送方程式の直接積分解法（SELENE, EOS）および応答マトリックス法の何れでも算出可能である。しかしながら多重層内部での $\gamma$ 線束の分布を計算できるのは事実上，輸送方程式の直接積分解法のみに限られる。なお，以下の計算例は何れも，平板遮蔽体，平面線源に関するものである。

最後に，本研究の成果である解析法の放射線遮蔽設計への応用について述べる。

## 第2章　多重層内における $\gamma$ 線スペクトル

多重層内部での $\gamma$ 線エネルギースペクトルの状態を検討する。この分野では従来，理論的ならびに実験的な研究の結果が全く公表されていなかった。したがって，ここに発表する資料，およびそれに基ずいた考察は全く新しいものである。

多重層内部でのエネルギースペクトルは，遮蔽設計における $\gamma$ 線による熱発生の解析にそのまま使われるものである。すなわち，点 $z$ での単位体積当りの熱発生率は，

$$H(z)=C\int\mu_a(z,\ E)dE\int I(z,\ \omega,\ E)d\Omega \tag{2-1}$$

で与えられる。ここに，$C$ は換算係数で，

$C=1.6\times10^{-13}$ Watt/MeV/sec

であり，また $\mu_a$ は $\gamma$ 線のエネルギー吸収断面積である。このように，層内でのエネルギースペクトルは遮蔽設計において重要な量であるにもかかわらず，測定が困難であるため実験値は全く発表されておらず，今後も暫らくは期待できないであろう。したがって専ら理論的研究に待つ分野である。しかしながら，$S_n$ 法および Monte Carlo 法の限られた1例[1] 以外は理論的な研究結果も見当らない。このため，本章の計算は全く新しいが，同時に独立なものとならざるを得ない。

新しい分野の計算ではあっても，何らかの方法で，その結果の妥当性は検証しておく必要がある。ここでは，つぎの2つの間接的なチェックを行なう。

(1) 無限媒体中での Moments 法のエネルギースペクトル[2] との比較。

外表面の影響のない部分でのエネルギースペクトルを比較することにより，本解析法の $\gamma$ 線減速のモデルおよび減衰計算がチェックできる。

(2) 単一層からの透過スペクトルおよび角度分布の実験値[3] との比較。

本研究の解析法の境界条件のチェック。

以上(1), (2)の検討を綜合して，多重層内でのスペクトルが正しく計算されているか判定する以外に，現在は方法がない。

図6に示す如く，多重層内での $\gamma$ 線の振舞いを，半無限媒質から，1重層，2重層と順次考察を進めることにする。

図7および図8は，輸送方程式の直接積分解法の1つである EOS（第I部11章）による水および鉛層内での垂直入射 $\gamma$ 線のエネルギースペクトルである。[4]
($E_0=1$ MeV)

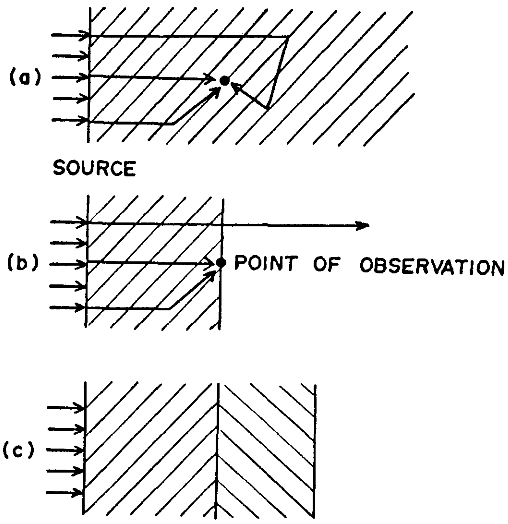
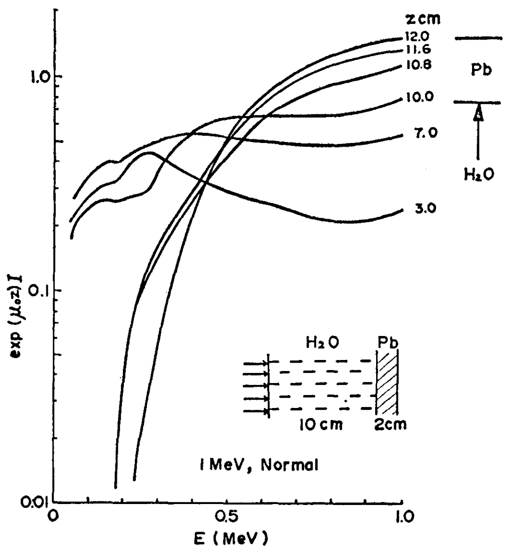


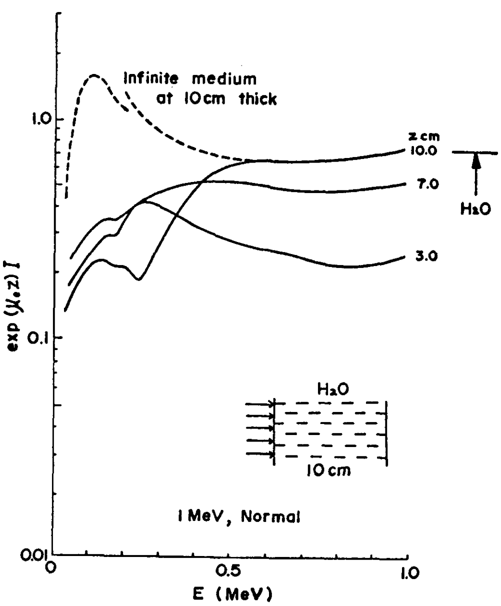

図 6

図7(a)および図8(a)の無限媒質でのデータは Moments法の結果[2]である。有限板とのスペクトルの差は，図6(a), (b)で示される半無限媒体からの反射光子の影響である。反射光子は大角度散乱をしたエネルギーの低い光子が大部分を占めることが当然予想されるが，算計結果もこの事実を示している。特に，図7(a)の水層で反射光子の多いことも明らかである。

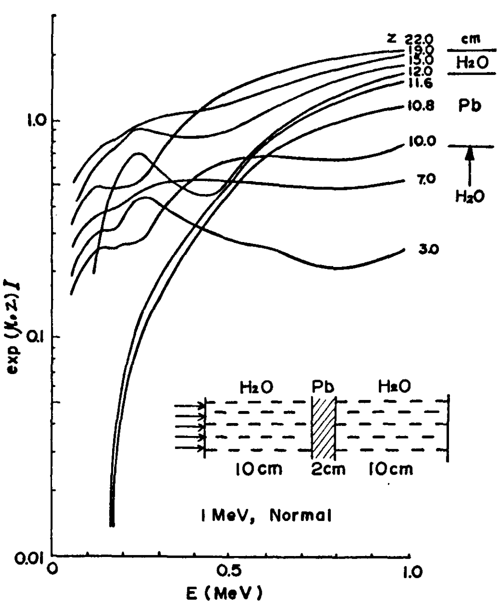
2重層では，図6(b)から(c)への変化が生ずるわけであって，層間境界でのスペクトルには，第2物質層からの反射光子が加わる。図8(a)と(b)とを比較すると，第2層である水からの反射光子が多くて，低エネルギースペクトルに著しい盛り上りが見られる。鉛だけの




(b)




(a)

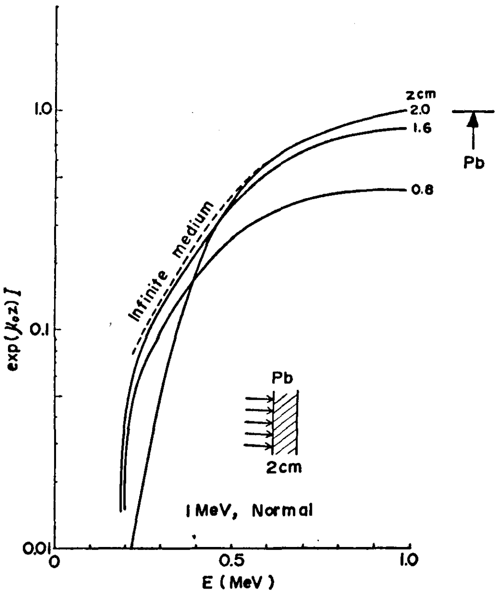



(c)

**図 7** 水，鉛層内の散乱光子のエネルギースペクトル (EOS)

無限媒質の場合より当然反射が多い。逆に図7(a)から(b)への変化では，反射光子はあっても，量が多くない。

一般に第2層内でのスペクトルは，急速にその物質固有の分布に接近する。外境界での現象は第1層の場合と同様である。




(a)

第3の層が附加された場合も，その中で生ずる$\gamma$線の振舞いは同様にして類推される。事実，図7(c)および図8(c)には予期通りの結果が見出される。

同様な線源に対する，水および鉄層での EOS による結果が文献 5) Figs. 13, 14 に掲げられている。また，水，鉄，鉛層内でのエネルギースペクトルとMoments 法の結果との比較が，同じく文献5) で行なわれた。(Figs. 4〜6) 一致は比較的によい。

なお，SELENE による，単一エネルギー，単一方向線源の透過スペクトルの計算結果は別報にて述べる予定である。Moments 法との一致は極めてよい。また，SELENE は高い線源でもよい結果を期待できる。

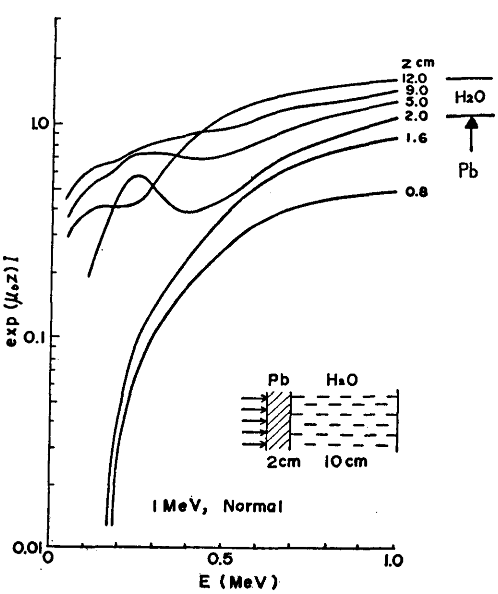
## 第3章　多重層内におけるビルドアップ係数

前章の結果を，遮蔽設計でしばしば用いられるビルドアップ係数として考察する。

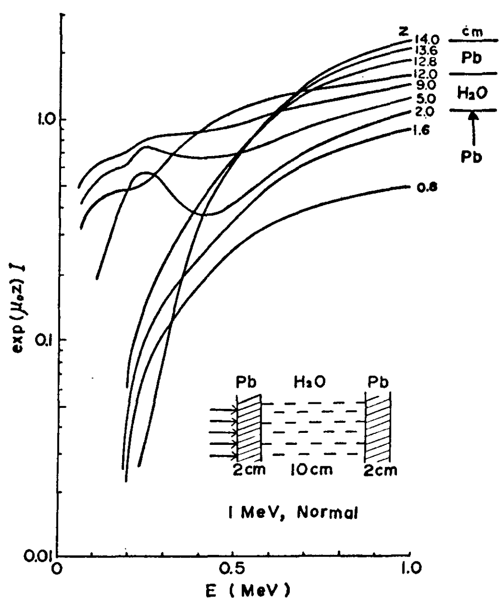
エネルギー束を，衝突を経験しない成分 $I^{(0)}$ と，衝突をした成分 $I^{(s)}$ とに分離する。すなわち，

$$I(z,\ \omega,\ E)=I^{(0)}(z,\ \omega,\ E)+I^{(s)}(z,\ \omega,\ E) \tag{3-1}$$

このとき，エネルギービルドアップ係数 $B_E(z)$ はつぎのように定義される。

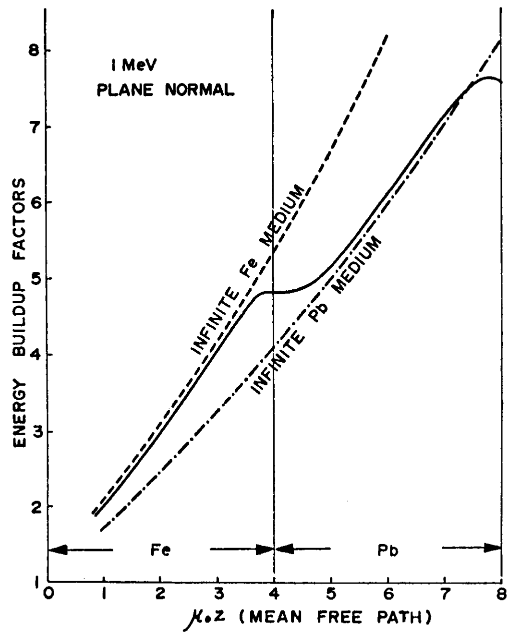



(b)

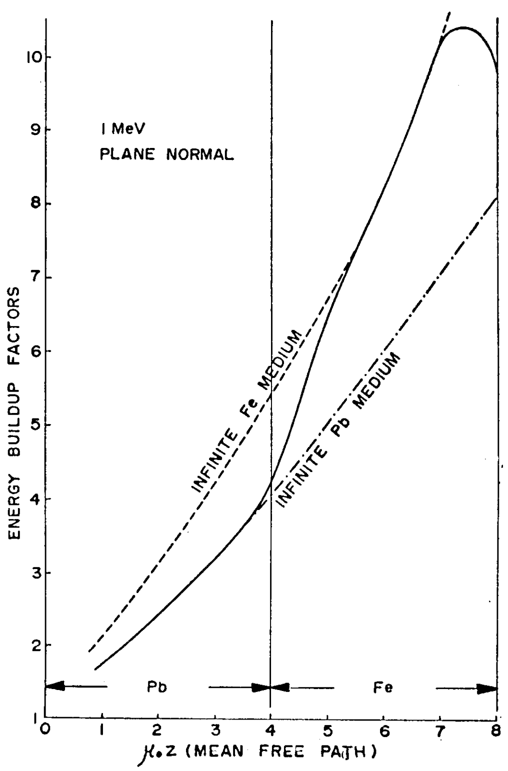



(c)

図8　鉛，水層内の散乱光子のエネルギースペクトル (EOS)




(a)　　(EOS)




(b)　　(EOS)

**図 9**　鉄，鉛2重層内でのビルドアップ係数分布

$$B_E(z)=\frac{\int dE\int I(z,\ \omega,\ E)d\Omega}{\int dE\int I^{(0)}(z,\ \omega,\ E)d\Omega} \qquad (3\text{-}2)$$

同様にして，線量ビルドアップ係数は，

$$B_R(z)=\frac{\int \mu_a^{air}(z,\ E)dE\int I(z,\ \omega,\ E)\,d\Omega}{\int \mu_a^{air}(z,\ E)dE\int I^{(0)}\,(z,\omega,E)\,d\Omega} \qquad (3\text{-}3)$$

となる。ここに $\mu_a^{air}$ は空気のエネルギー吸収断面積である。(3-1) を考えると明らかに，

$B_E(z)\geqq 1$

$B_R(z)\geqq 1$

となる。

図9(a), (b)には，1 MeV の垂直入射線源に対する，鉄および鉛の2重層内でのエネルギービルドアップ係数を示した。解法は EOS である。

鉄ー鉛2重層の層間境界附近では，低エネルギーの散乱線が鉄から鉛へ流入してビルドアップ係数が低下を始め，鉛層内では急激に鉛の無限層での値に近ずく。外境界では境界効果によって散乱線が減少し，ビルドアップ係数が低下する。

鉛ー鉄2重層では，これと逆に，第2層から第1層への低エネルギー $\gamma$ 線の流出が生ずる。鉄の低エネルギー散乱線の割合は鉛より大きいから，外境界でのビルドアップ係数の低下は鉄の方が大きい。

物質の種類は異なるが，図7(b)および図8(b)の2重層内でのエネルギースペクトルの状態からも上記の結果は予想される。

遮蔽設計において，鉄と鉛の2層の順序を逆にするだけで，この場合では透過エネルギーが約70%に減少できることがわかる。

## 第4章　多重層透過 $\gamma$ 線のエネルギースペクトルおよび角度分布

多重層を透過した $\gamma$ 線のエネルギースペクトルや角度分布の実験結果は，最終報告としては今の所公表されていない。[4] したがって，信頼できる実験値の得られている単一層からの透過 $\gamma$ 線の角度別のエネルギースペクトル[3] を SELENE 1 による計算値と比較する。1例を図10に示すが，絶対値および分布形の両者ともよく一致している。線源は $^{137}$Cs でアルミからの透過 $\gamma$ 線束である。ただし1回散乱線は除いてある。$^{60}$Co 線源，鉄層での同様な比較を EOS で行なった結果は文献 5)，6) に掲げた。ここに再録はしないが，

図10と同様よく一致した。

SELENE による計算例は別報にて詳しく論ずる予定である。

多重層透過後のγ線のエネルギースペクトルの変化を図11(a)に，また角度分布の変化を図11(b)に，何れも組分けして示す。計算は応答マトリックス法である。1 MeV，垂直入射線源の場合である。多重層内の分布ではなく，透過後の値であることに注意されたい。

この図で，低エネルギーの散乱線が，種々な物質の層を透過することによって消長する様子が明らかである。

また，ある物質の層の後に他物質の薄い層が附加される場合，透過γ線のスペクトルが急激に変化すること。この層の厚さが 0.3～0.5 mfp より厚くなると，各組みの成分の変化は安定して，厚さの指数関数にかなり近い変化をすることが観察される。

単一方向，単一エネルギー線源の直後にある薄い単一層を透過したγ線のエネルギースペクトルおよび角

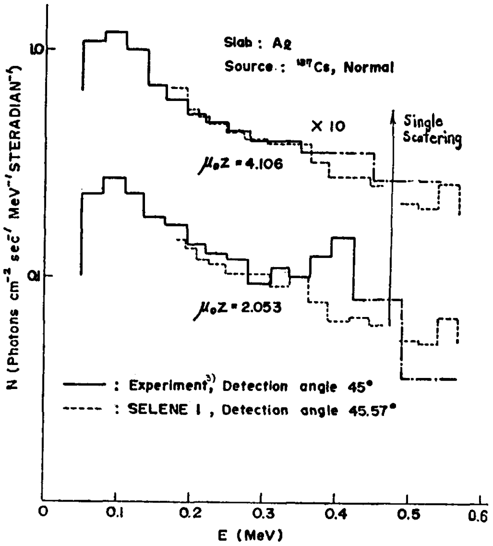
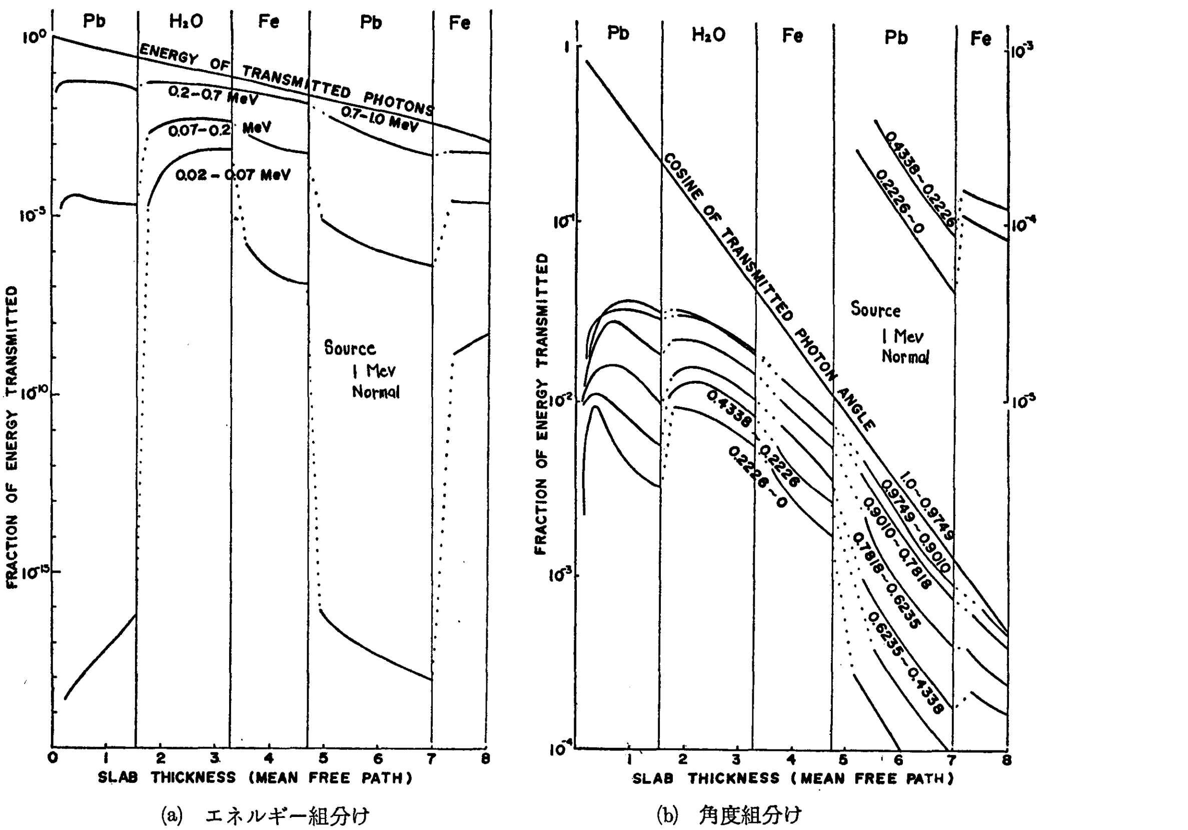



**図10** アルミ層透過後の散乱光子のエネルギースペクトル，実験値との比較



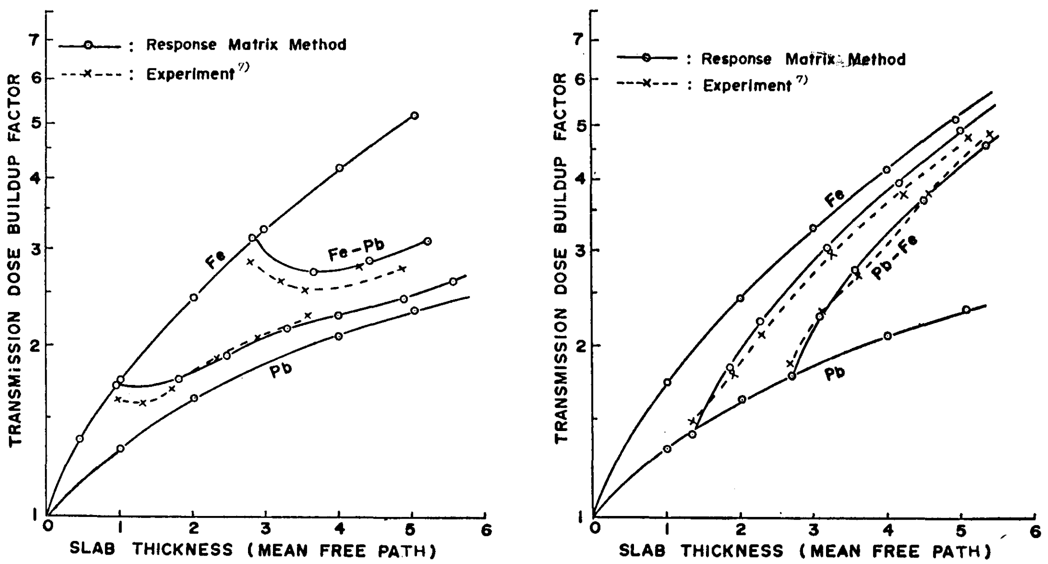

(a) エネルギー組分け　　(b) 角度組分け

**図 11** 多重層透過γ線のエネルギースペクトルおよび角度分布 (Response Matrix Method)

度分布は特に急激に変化する。このような特別な場合には，応答マトリックス法をそのまま適用するのは困難であると思われる。詳細は第Ⅱ部5章§5.3で検討した。

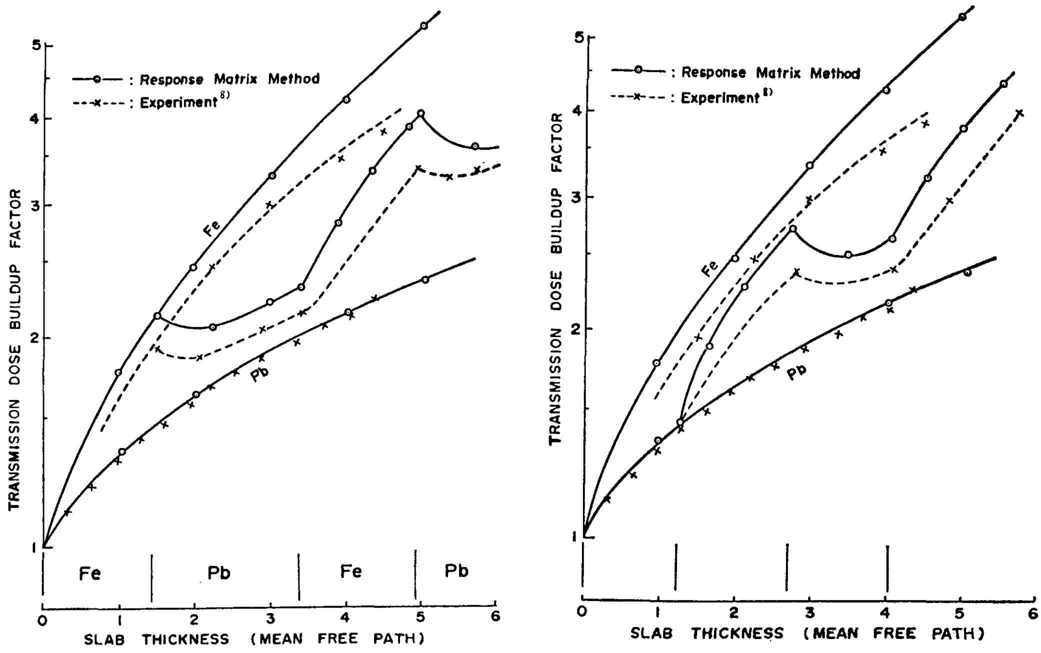
## 第5章　多重層透過$\gamma$線のビルドアップ係数

平板多重層を透過した$\gamma$線のビルドアップ係数については幾つかの実験結果および Monte Carlo 計算に




(a)　　(b)

図 12　鉄，鉛2重層からの透過のビルドアップ係数，実験値との比較




(a)　　(b)

図 13　鉄，鉛4重層からの透過のビルドアップ係数，実験値との比較

よる結果がある。本章では，これらと本研究の解析法による計算値とを比較することにする。鉄と鉛の2重層での透過の線量ビルドアップ係数の実験値[7]と，応答マトリックス法の計算結果とを図12(a)，(b)に示す。両者の一致はかなりよい。

図13(a)，(b)は別の著者による鉄と鉛の4重層での透過γ線の線量ビルドアップ係数の実験値[8]と応答マトリックス法の結果との比較である。この実験では，他の理論値等と比較して鉄のビルドアップ係数が低く求められていることがすでに報告されている。[8] いまここでの応答マトリックス法との比較でもこれと同様な差があることが図13から明らかである。鉄のビルドアップ係数でのこの差を考慮すると，実験値と応答マトリックス法の結果とは絶対値および傾向の両者とも一致するはずである，以上実験はすべて $^{60}$Co 線源によるものであり，一方計算は1 MeV 線源である。

単一層の透過ビルドアップ係数については，多くの Monte Carlo 計算の結果が発表されている。1 MeV の垂直入射線源についての比較が表10である。これから判るように，応答マトリックス法の単一層ビルドアップ係数は，先に検討した鉄のビルドアップ係数を含めて，他の計算値と極めてよく一致している。

同様にして，水と鉛との2重層での1 MeV 線源からの透過のビルドアップ係数の Monte Carlo 法による計算値と応答マトリックス法による値とを表11に掲げる。括弧中の数字は，第Ⅱ部5章§5.3で述べた（仮定 5-1）の範囲外の内挿であるため誤差が大きいと思われる値である。この点を除くと一致はかなりよい。比較対象である Monte Carlo の計算値にも10%程度の誤差が予想されるから有意の差が認められないと解釈できる。

## 第6章　遮蔽設計への応用

本章では，研究よりもむしろ実際的な遮蔽設計の立場から，本研究で提案した解析法ならびに解析結果の適用性の検討を行なう。

遮蔽設計に含まれる内容を端的に分析するのは容易でない。工学的設計には一般に様々な要因が含まれるからである。しかしながら，ここで遮蔽設計の一般的説明をする冗長を避けるために敢て要因を分析し，本研究による2つの解析法の適用性を検討した結果が表12である。

遮蔽体の形状や線源の形状の多様性をカバーするために，遮蔽設計では減衰核の方法がよく用いられる。理論計算法が，球形状，円筒形状に拡張できたとしても，計算時間は飛躍的に増大する。しかも実際の形状

**表 10**　平板の透過ビルドアップ係数

（線源：1 Mev，垂直入射）

| MATERIAL | THICKNESS (mfp) | ENERGY BUILDUP FACTOR: MOMENTS METHOD[a] | MONTE CARLO METHOD[b] | RESPONSE MATRIX METHOD | DOSE BUILDUP FACTOR: MOMENTS METHOD[a] | MONTE CARLO METHOD[c] | MONTE CARLO METHOD[d] | RESPONSE MATRIX METHOD |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| WATER | 1 | 2.21 | 1.80 | 1.76 | 2.26 | 1.84 | 1.78 | 1.79 |
| | 2 | 3.28 | 2.72 | 2.61 | 3.39 | 2.81 | 2.62 | 2.65 |
| | 4 | 5.89 | 5.01 | 4.77 | 6.27 | 5.33 | 4.95 | 4.86 |
| | 6 | | | 7.77 | | | 8.00 | 7.92 |
| IRON | 1 | 1.89 | 1.72 | 1.70 | 1.92 | 1.74 | | 1.73 |
| | 2 | 2.68 | 2.43 | 2.39 | 2.74 | 2.48 | | 2.43 |
| | 4 | 4.45 | 4.07 | 4.08 | 4.57 | 4.18 | | 4.16 |
| | 6 | | | 6.28 | | | | 6.43 |
| LEAD | 1 | 1.37 | 1.35 | 1.34 | 1.38 | 1.36 | 1.37 | 1.35 |
| | 2 | 1.65 | 1.63 | 1.62 | 1.68 | 1.66 | 1.61 | 1.63 |
| | 4 | 2.12 | 2.09 | 2.06 | 2.18 | 2.15 | 2.04 | 2.07 |
| | 6 | | | 2.55 | | | 2.48 | 2.57 |

a　Buildup factors for infinite media. The rest are buildup factors behind finite slabs. From H.Goldstein and J.E.Wilkins, Jr. ; Ref. (2).
b　From M.J.Berger and J.Doggett ; Ref.(9).
c　From Table 10.14 of Ref.(10) ; Data are estimated by applying the ratio of the dose buildup factors to the energy buildup factors of the moments method, in the column a, to the energy buildup factors which are shown in the column b.
d　From L.A.Bowman and D.K.Trubey ; Ref.(11).

**表 11** 鉛一水，水一鉛 2 重層の透過ビルドアップ係数
（線源：1 Mev，垂直入射）

| SLAB THICKNESS (mfp) | | ENERGY BUILDUP FACTOR | | DOSE BUILDUP FACTOR | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | RESPONSE MATRIX METHOD | MONTE CARLO METHOD[a] | RESPONSE MATRIX METHOD | MONTE CARLO METHOD[b] | MONTE CARLO METHOD[c] |
| LEAD | WATER | LEAD FOLLOWED BY WATER | | | | |
| 1 | 0 | 1.34 | 1.35 | 1.35 | 1.37 | 1.36 |
| 0.75 | 0.25 | (1.13)[d] | | (1.13)[d] | 1.53 | |
| 0.50 | 0.50 | (1.38)[d] | | (1.39)[d] | 1.64 | |
| 0.25 | 0.75 | 1.58 | | 1.60 | 1.73 | |
| 0 | 1 | 1.76 | 1.80 | 1.79 | 1.78 | 1.84 |
| 2 | 0 | 1.62 | 1.63 | 1.63 | 1.61 | 1.66 |
| 1.5 | 0.5 | 1.94 | | 1.97 | 2.02 | |
| 1 | 1 | 2.20 | | 2.23 | 2.33 | |
| 0.5 | 1.5 | (2.20)[d] | | (2.23)[d] | 2.52 | |
| 0 | 2 | 2.61 | 2.72 | 2.65 | 2.62 | 2.81 |
| 4 | 0 | 2.06 | 2.09 | 2.07 | 2.04 | 2.15 |
| 3 | 1 | 2.89 | | 2.93 | 3.10 | |
| 2 | 2 | 3.69 | | 3.75 | 3.90 | |
| 1 | 3 | 4.26 | | 4.33 | 4.48 | |
| 0 | 4 | 4.77 | 5.01 | 4.86 | 4.95 | 5.33 |
| WATER | LEAD | WATER FOLLOWED BY LEAD | | | | |
| 1 | 0 | 1.76 | 1.80 | 1.79 | 1.78 | 1.84 |
| 0.75 | 0.25 | 1.56 | | 1.57 | 1.53 | |
| 0.50 | 0.50 | 1.43 | | 1.44 | 1.43 | |
| 0.25 | 0.75 | (1.13)[d] | | (1.13)[d] | 1.40 | |
| 0 | 1 | 1.34 | 1.35 | 1.35 | 1.37 | 1.36 |
| 2 | 0 | 2.61 | 2.72 | 2.65 | 2.62 | 2.81 |
| 1.5 | 0.5 | 2.00 | | 2.03 | 1.97 | |
| 1 | 1 | 1.79 | | 1.80 | 1.70 | |
| 0.5 | 1.5 | 1.69 | | 1.70 | 1.62 | |
| 0 | 2 | 1.62 | 1.63 | 1.63 | 1.61 | 1.66 |
| 4 | 0 | 4.77 | 5.01 | 4.86 | 4.95 | 5.33 |
| 3 | 1 | 2.94 | | 2.97 | 2.50 | |
| 2 | 2 | 2.56 | | 2.58 | 2.16 | |
| 1 | 3 | 2.24 | | 2.26 | 2.06 | |
| 0 | 4 | 2.06 | 2.09 | 2.07 | 2.04 | 2.15 |

a From M.J.Berger and J.Doggett; Ref.(9).
b From L.A.Bowman and D.K.Trubey; Ref.(12).
c From Table 10.4 of Ref.(10).
Data are estimated by applying the ratio of the dose buildup factors to the energy buildup factors of the moments method[2)] to the energy buildup factors which are shown in the column a.
d Data in parentheses do not seem to be credible because of the failure of interpolation on the slab thickness. It is discussed in the text.

の多様性に対しては，この程度の適用形状の拡張は中途半端である。そこで比較的簡単な形状での解を利用した，つぎのような手順の，点減衰核法が多く用いられる。

(1) 線源を体積要素または面要素に分割し，点状線源または点面線源の集合に置き換える。
(2) 各点線源と計算点とを結ぶ直線の通る遮蔽層の種類，厚さ，透過角度などを調べる。
(3) 調べた遮蔽体に対する放射線の減衰核，またはビルドアップ係数を求める。
(4) 算出した減衰核，またはビルドアップ係数を，線源の強さに演算して計算点での各点線源からの線束または線量率を算出する。
(5) 線源全体について計算し，合計を求める。

表 12　遮蔽設計への適用性

| | 輸送方程式の直接積分解法 | 応答マトリックス法 |
|---|---|---|
| (a) 遮蔽設計の目的 | | |
| i) 遮蔽体外での $\gamma$ 線線量率 | 適 | 適 |
| ii) 遮蔽体内部での $\gamma$ 線による熱発生 | 適 | 可 |
| (b) 線　源 | | |
| i) *RI*, 原子炉等からの1次 $\gamma$ 線 | 適 | 適 |
| ii) 熱中性子の捕獲または速中性子の非弾性散乱などにより遮蔽体内で発生する2次 $\gamma$ 線 | 適 | 不適 |
| (c) 遮蔽設計の対象 | | |
| i) 主体となる遮蔽体での透過減衰 | | |
| 多重層・構造の複雑性 | 適 | 適 |
| 形状（線源，遮蔽体）の多様性 | 点減衰核法により可* | |
| 線源エネルギースペクトルの一般的取扱い | 適 | 適 |
| 入射角の一般的取扱い | 適 | 適 |
| ii) 貫通孔など，局部的な効果 | 不適 | 不適 |
| iii) 散乱，反射 | 可 | 可 |
| (d) 最適設計，パラメータサーベイ | 可 | 適 |
| (e) 設計計算時間 | やや長い | 極めて短い |

* 両法とも適用形状のある程度の拡張が可能であるが，遮蔽設計での形状の多様性は大きいので点減衰核法に組込んで使用した方がむしろ得策である。

上記の手順で，線源および遮蔽体の形状の多様性の問題は一応近似的にではあるが解決される。しかしながら，他のすべての問題は減衰核またはビルドアップ係数に繰り込まれたことになる。すなわち，

(1) 線源のエネルギースペクトル
(2) 遮蔽体での入射角度分布
(3) 遮蔽体の多重層構造
(4) 遮蔽体多重層の非平行性
(5) 遮蔽体の離散的配置，散乱線の取扱い
(6) 点状線源が実際は拡がりを持っているための影響

その他多くの効果が考えられる。以下順次に検討して行くことにする。

まず従来の点減衰核コードについて概観する。線源エネルギーを組分けすることで，殆どすべてのコードが(1)項の影響は考慮している。(2)〜(6)までの効果は，プログラムの使用者が入力として与えるビルドアップ係数に頼っているコードが大部分である。例えば，GASH-B[13]，SPAN[14] などがこれである。この場合には，設計者の直観と経験が支配要素となる。

(1)および(2)項の要求を満すために，多重散乱法による斜入射線源のビルドアップ係数[15]を用いるコードにMARINE-1[16] がある。ただし，多重散乱法のビルドアップ係数は鉄および鉛のみであるので，他の物質の斜入射ビルドアップ係数は本研究の応答マトリックス法で求めた。近く，すべてこれで置き換えられる予定である。

(1)および(3)項のみを満足するコードに Nightmare がある。このコードでは，多重層のビルドアップ係数を，ある仮定された表示式で求めて使用する。実験ないし理論計算結果からの経験式ではない。

もし，応答マトリックス法を使用すれば，(1)，(2)，(3)の各項が満足される。計算時間が極めて短いから，他の計算コード中に組み込んで使うのに便利である。（船舶技術研究所での計画名；MARINE-3）

(4)の影響は，一般的には取扱い困難である。

(5)項は，点減衰核法の繰返しによって原理的には取扱いが可能である。MARINE-3 コードでは，特別な場合のみ散乱線を算入する計画である。

(6)の項目を厳密に扱うと，点源線の考え方を放棄することになる。すなわち，完全な分布線源を厳密に解くことになり Monte Carlo 法を以ってしても一般には不可能である。ただし，このことに関連してつぎの議論が可能である。すなわち，

a）平面線源のビルドアップ係数
b）単一方向点状線源のビルドアップ係数

の何れを使用するかである。

理論的には単一方向点状線源の値を用いる方がよいと思われる。本研究においても第Ⅱ部6章§6.1において，この線源に対する応答マトリックスの取扱いを

述べたからこれを使用すればよい。ただし，応答マトリックスの次元が8元となり極めて尨大なものとなる。応答マトリックスのみでなく，どのような取扱いにおいてもこの困難は同様である。パラメタが尨大な故に，ソ連では単一方向点状線源の透過の Monte Carlo 計算が成功していない。[17] 僅かな実験結果のみが発表されている。

上記の理由で，単一方向点状線源問題の解なるものが，実は入射対向点，1点のみにおけるものであることが多い。このようなデータと，処理法を用いた場合は，点減衰核法の計算値は understimate となる。むしろ (a) の平面線源での値を用いた方がより実際に近い。このようにして，真の単一方向点状線源の扱いを行なうのでなければ，原子炉の遮蔽のように広がりを持った線源ではむしろ平面線源の値を用いるべきである。本研究では，このような理由によって，単一方向点状線源の取扱いは簡単に記すに止めて，むしろ平面線源のデータを計算したのである。

以上，本研究で述べた2つの解析法は，多重層構造のみでなく，広く$\gamma$線遮蔽の主体設計のほとんどすべてを行なえるものであることを見出した。特に，応答マトリックス法は点減衰核法と共に用いられ，極めて広い応用範囲を持っていることが判った。

## 第7章 結　　言

以上，ここに提案した2つの解析法について検討した結果を要約する。

(1) 本研究による解析法によって，

i) 多重層内でのエネルギースペクトルの変化

ii) 多重層内でのビルドアップ係数の変化

iii) 多重層を透過した$\gamma$線のエネルギースペクトルおよび角度分布

iv) 多重層を透過した$\gamma$線のビルドアップ係数

の典形的な例を計算し，これによって多重層における$\gamma$線の振舞いを考察した。

特に，多重層内でのエネルギースペクトルは始めて明らかにされた資料である。

(2) 本論文の主題から外れるので例を示さなかったが，

i) 斜入射$\gamma$線の透過ビルドアップ係数

ii) 多重層内での$\gamma$線束の角度分布

その他の有用なデータが本解析法によって得られる。

(3) 境界の影響の少い部分でのエネルギースペクトルを，無限媒質での Moments 法の結果と比較したところ，よい一致を見た。

(4) 単一層を透過した$\gamma$線の角度別エネルギースペクトルの実験結果と極めてよく一致した。

(5) 2重層および4重層を透過した$\gamma$線のビルドアップ係数の実測値とかなりよく一致した。

(6) 単一層の透過$\gamma$線のビルドアップ係数を Monte Carlo 法の結果と比較し，極めてよく一致することを確かめた。

(7) Monte Carlo 法による，2重層からの透過ビルドアップ係数とかなりよく一致した。

(8) 本研究で提案した解析法は，単に多重層問題だけでなく，$\gamma$線遮蔽設計の主体をなす広い問題に対してそのまま適用可能であり，ほとんどすべての設計が実行可能である。

## 第Ⅲ部　引　用　文　献


1) R.K.Disney, H.C.Romesburg: Trans. Am. Nucl. Soc. 1965 Ann. Meeting, 190 (1965).
2) H.Goldstein, J.Wilkins, Jr. NYO-3075, (1954).
3) N.E.Scofield, L.G.Haggmark: USNRDL-TR-475, (1960).
4) 片岡巌：原子力学会誌，7，634，(1965).
5) I.Kataoka, K.Takeuchi : Papers of Ship Res. Inst., No.6, (1965).
6) I.Kataoka, K.Takeuchi: J. Nucl. Sci. Technol., 2, 30, (1965).
7) Y.Kanemori, T.Toyoda: Mitsuizosen Giho, 45, 20, (1963).
8) H.Mochizuki et al.: J. At. Energy Soc. Japan, 4, 448; 703, (1962).
9) M.J.Berger, J.Doggett: J.Res. NBS, 56, 89, (1956).
10) E.P.Blizard, L.S.Abott (ed.): Reactor Handbook, Vol. Ⅲ, Part B, Shielding, Interscience Publishers, (1962).
11) L. A. Bowman, D.K. Trubey : CF-58-1-41, (1958).
12) L. A. Bowman, D.K. Trubey : ORNL-2609, 110, (1958).
13) D.E. Bendall: AERE-R-2882 (1959).
14) W.H. Guilinger, N.D. Cook, P.A. Gillis: WA-PD-TM- 235,
15) G.H. Peebles: R-240, (1952).
16) 片岡巌他：昭和38年日本原子力学会年会要旨集，D 34, (1963).
17) O.I. Leypunsky, et al.: Third Geneva Conf., P/377, (1964).

# 総　　括

以上第Ⅰ部から第Ⅲ部にわたって，$\gamma$ 線の遮蔽設計において最も基本となる多重層の透過および反射問題の解析法について検討を行なって来た。その主な結果を個条書きにして総括することにする。

(1) 多重層内での $\gamma$ 線の振舞いを考察すると，$\gamma$ 線の

i) 外表面および層間境界での境界条件。

ii) エネルギー分布

iii) 角度分布。

に対するできるだけ厳密に近い取扱いが，多重層問題では特に必要とされることが明らかである。

(2) $\gamma$ 線の理論的取扱いにおいて，上述の条件を満足する2つの方法を提案した。1つは輸送方程式を数値的に解く方法で，結果の精度や入力の条件に対する融通性において優れている。他の1つは，物体要素間の $\gamma$ 線の相互作用の演算に基ずく解法で，計算時間が極めて短かいこと，パラメータサーベイや設計に適している点が特長である。

(3) $\gamma$ 線の定常輸送方程式を解く方法のうち，(1)の条件をできるだけ満足するものとして，一連の解法を提案した。すなわち $\gamma$ 線のエネルギーおよび進行方向を有限個の組みに分割し，その中の discrete な分点で輸送方程式を直接積分によって解く方法である。結果は，層内の各位置分点での $\gamma$ 線束および透過，反射した $\gamma$ 線束のエネルギー分布，角度分布として求められる。

(4) 第2の方法は，Monte Carlo 法の多重層問題への適用性を改善するために提案した応答マトリックス法である。種々の物質の適当に選ばれた要素層に対して，応答マトリックスを Monte Carlo 法で求めて置けば，これらの物質で構成される多重層からの透過および反射の $\gamma$ 線束は簡単なマトリックス演算のみで求められる。

応答マトリックスとは，均質物質の適当に選ばれた厚さの要素層における単位入射 $\gamma$ 線束に対する透過および反射の応答の集合であると理解できる。$\gamma$ 線のエネルギーおよび進行方向角，さらに必要によっては位置を有限個の区間に分割して扱かうから，応答マトリックスの形をなす。結果は，多重層からの透過 $\gamma$ 線および反射 $\gamma$ 線が，エネルギー分布，角度分布の組分けした形式で得られる。

(5) $\gamma$ 線の多重層透過の解析法として，2つの全く異なる観点に立つ解法を提案したのは，これらがそれぞれ独自の特長と，したがって異なる適用範囲を持ち，目的によって使い分けるのが適当であると考えられるからである。

(6) 両解析法の主な特長を比較すると以下の通りである。

| | 輸送方程式の直接積分解法 | 応答マトリックス法 |
|---|---|---|
| 計算時間 | | |
| | やや長い | 極めて短い |
| 線　源 | | |
| | 両外表面および層内に分布する線源 | 両外表面および要素層間境界の線源 |
| | 任意のエネルギー，角度分布の線源 | 任意のエネルギー，角度分布の線源 |
| 計算結果 | | |
| | $\gamma$ 線束のエネルギースペクトル，角度分布 | $\gamma$ 線束のエネルギースペクトル，角度分布 |
| | 層内の各位置分点における分布，および外表面での透過，反射線束 | 外表面での透過，反射線束，要素層間境界での線束 |
| 適用対象 | | |
| | 遮蔽設計 | 遮蔽設計 |
| | 多重層内熱発生，透過，反射の線量率 | 透過，反射の線量率 |
| | | (多重層内熱発生) |
| | 中性子による2次 $\gamma$ 線の漏洩 | パラメータサーベイに適する。 |
| | Reference dataの提供 | Reference dataの提供 |

(7) 両解法とも境界条件を正しく満足する。

(8) 両解法とも，現在引用可能な透過 $\gamma$ 線束のエネルギースペクトル，角度分布の実測値および多重層透過のビルドアップ係数の実験結果ならびに他の理論計算結果とよく一致する解を得た。

(9) 提案した輸送方程式の直接積分解法は，$S_n$ 法に比較して透過計算の精度がよいことが示された。

(10) 輸送方程式の直接積分解法によっても，応答マトリックス法の体系を組立てることができることが判った。

(11) 応答マトリックス法を1次元平板形状以外の問題に適用する解法についても検討した。

(12) 平板多重層の解析結果は，減衰核の方法によって他の遮蔽形状に応用できる。

上記各項のように，ここに提案し，その誤差評価および実験値との一致などを検討して来た２つの方法によれば，$\gamma$ 線の多重層問題の解析が目的に応じて適切に行なえることが判った。すなわち，

(1) 多重層遮蔽設計において透過，反射する $\gamma$ 線の線量率が求められる。

(2) 多重層遮蔽設計において，層内各位置での $\gamma$ 線による熱発生率が求められる。

(3) 原子炉遮蔽設計における外部線量の支配要素である，熱中性子の捕獲による２次 $\gamma$ 線の漏洩が計算できる。

(4) 遮蔽設計の最適化におけるパラメータサーベイに適している。

(5) 応答マトリックス法は，他の点減衰核遮蔽設計コードの一部として組み込むのに適している。この際

i) 多重層効果

ii) 斜入射線源

iii) エネルギー分布のある線源

の取扱いが同時にできる点で，従来の他の計算コードには見られない特色を持つ。

(6) 遮蔽設計で，ダクトや不連続部などの局部的な設計を行なう場合には，その前に基本となる遮蔽層からの透過線量がまず求められる必要がある。しかもできるだけ正確でないと局部的な，すなわち補正的な意味が少なくなることになる。本研究によって，この基本となる問題の厳密に近い解が可能となった。

(7) $\gamma$ 線の，物体による透過，減衰，反射の現象の理論的研究または実験的研究の reference data を得ることができる。この目的には，

i) $\gamma$ 線束のエネルギー分布，角度分布が得られること。

ii) 単一エネルギー，単一方向入射線源が扱えること。

の点が本解析法において特に有利である。

最も重要な点は，本解析法が多重層問題を扱うために研究されたものではあるが，その完成された状態で検討すると，遮蔽設計の主体をなす広い分野にそのまま適用可能な新しい解析法ないしは設計法が作られていたことである。

本研究の一部として，ここに提案した解析法を用いて実計算を行なった。これらの結果は実測値のあるものについては比較が行なわれ，よく一致することが確かめられた。また，従来は想像によって論じられるだけであった多重層内でのエネルギースペクトルの変化の模様が，明らかな図表として，始めて示された。このことは，多重層遮蔽研究にとって意義の多い試みである。

将来の研究の予定としては，

(1) より大型の電子計算システムに対する計算コードの整備。

(2) 応答マトリックスの一層の拡充整備。

(3) 多重層透過 $\gamma$ 線のスペクトルなどの reference data の整備，公表。

(4) 中性子の多重層透過問題への応用。（一部はすでに終了した。[1]）

などがある。

以上総合して，本研究が，多重層問題のみならず，より広い分野の $\gamma$ 線の遮蔽解析に貢献し，軽量小型でしかも有効な遮蔽の設計を行なう方法と資料を提供できるものと期待している。この方面の研究と実業務に役立てば幸いである。

## 謝　　辞

本研究は，当研究所における舶用炉の遮蔽構造の研究の１部として行なったものであります。研究遂行に当って御助言をいただいた佐藤原子力船部長，ならびに御指導をいただいた中田東海支所長に篤く感謝致します。輸送方程式の直接積分解法のプログラムの作製および計算の実行は，原子力船部竹内技官との共同研究で行なわれました。また，尨大な資料の整理は藤井技官の手を煩らわしました。ここに感謝の意を表します。

本研究のまとめに際して，懇篤なる御助言と御指導をいただいた東京大学安藤良夫教授に篤い感謝の意を表します。

本研究第II部である応答マトリックス法の第３回原子力平和利用国際会議での公表に当って御指導をいただいた東京大学大山彰教授に深く感謝致します。

## 引 用 文 献

1) K. Takeuchi, I. Kataoka : J. Nucl. Sci. Technol., 3, 6, 209, (1966).

# 附　　録

## 附録A　質量吸収係数の表

散乱の微分断面積として，Klein-Nishina の式を用いる場合の吸収係数 $\mu(E)$ としては，電子による光