ボイラの効率制御の研究

寺野寿郎*　黒須顕二**　村山雄二郎**
奥村幸輝**　和田利政**　小林道幸**

Study on Boiler Efficiency Control

By

Toshiro Terano,* Kenji Kurosu,** Yujiro Murayama,**
Koki Okumura,** Toshimasa Wada** and Michiyuki Kobayashi**

In this report, the practical application of the Gradient Method to the boiler efficiency control is treated both experimentally and theoretically.

The experimental studies were successfully done by using a mono-tube boiler equipped with the digital computer which was programmed to measure the boiler efficiency and keep it maximum automatically.

Also, the kinetics of the above optimizing system is analyzed and its stable region is calculated as a function of control parameters.

These theoretical calculations agree with the experimental results under the assumption of a single capacity lag model for the boiler. And, many other practical problems affecting the performance are pointed out and discussed.

目　次

* 東京工業大学
** 原子力船部

ま　え　が　き

ボイラに限らず一般プロセスの自動化は最近目覚しいものがあり，これらの運転制御に関しては技術的にほぼ完成に近い域に達している。自動化のつぎの段階として考えられるのは管理の自動化である。ボイラで言えば熱管理を自動化し，効率が常に最高値になるような制御がそれである。このような自動制御は最適制御とも呼ばれ，通常の制御がもっぱら運転状態の定常化を目的としているのに対し，経済的な利益の増大を直接の目標としている点が異なる。最適制御は運転制御のように安定を問題にすることは少ないが，利益関数の選択と測定の方法，状態の評価，制御動作の選択，誤動作の防止などにむずかしい問題が多く，電子計算機の使用が必要となることが多い。

筆者らは過去5年間，この問題について理論ならびに実験的研究を行ない成果を得たので，ここに報告する。

§ 1 ボイラ効率とその制御

§ 1—1　ボイラ効率

蒸気プラント全体の効率 η_g はボイラ効率$=\eta_b$，機械効率$=\eta_m$，効率比$=\eta_i$，サイクル効率$=\eta_o$ とすれば次式で表わされる。

$$\eta_g=\eta_b\cdot\eta_m\cdot\eta_i\cdot\eta_o \qquad (1\text{—}1)$$

これらのうち η_m, η_i, η_o はボイラ出口の蒸気状態を指定すれば，ボイラの運転条件とは一応独立に定まるものであるから，ボイラ運転の立場からみれば η_b を大きくすることだけが問題になる。

ボイラ効率η_bは次式で定義される。

$$\eta_b=\frac{W\ (i_s-i_w)}{G\ H} \qquad (1\text{—}2)$$

ここで　i_s＝ボイラ出口蒸気エンタルピ　Kcal/kg
i_w＝給水エンタルピ　Kcal/kg
W＝発生蒸気流量　kg/h
G＝燃料消費量　kg/h
H＝燃料低発熱量　Kcal/kg

η_b は定常状態で空気過剰係数 μ と蒸気発生量 Wに よって影響される。図 1.1 は実験用ボイラを用いて静的にこの関係を実測した例である。

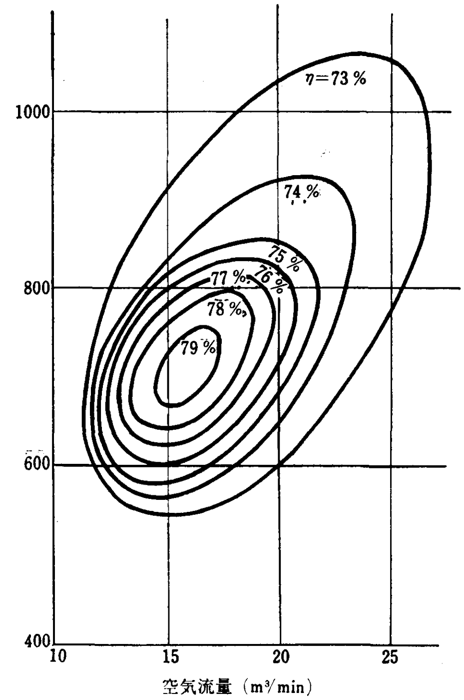


図 1.1　ボイラの効率曲面

図 1.1 では空気量と蒸発量を座標軸として η_b の等高線を画いてある。最大のボイラ効率$(\eta_b)_{max}$ は只1個存在し，それは $\mu=\mu^*$, $W=W^*$ の時に生ずる。同じ図を空気量を横軸に取り蒸発量をパラメータとして書直すと図1.2のようになる。図1.2では，η_b は上に凸な曲線群で表わされるが，その理由は次のように考えられる。ある量の燃料を完全に燃焼させるには理論上必要な最低空気量（これを理論空気量と呼ぶ）が存在するが，実際には炉内に送られた空気がすべて燃焼に役立つとは限らないで，それより若干多量の空気が必要である。実際送られた空気量と理論空気量の比が空気過剰係数 μ である。さて μ が1より小さいと不完全燃焼を起し炉内での発熱量が減るから効率は下がる。また μ があまり大きいと燃焼は完全になるが低温の空気が必要以上に入ることは炉内温度を下げ，また排気損失が増大するのでやはり効率は下がる。効率最大

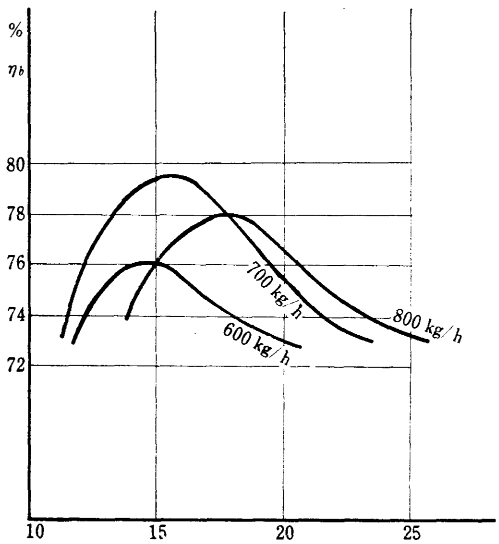


図 1.2 ボイラ効率曲線

の点は前記の空気の利用度が 100％でないことと，空気量を増すと熱伝達がよくなることから空気過剰係数が１よりやや大きい所に来る。

プラントの通常の運転方法は負荷が色々に変化してボイラの蒸発量をこれに追従させる。したがって効率を最大に保つには蒸発量に応じて空気燃料比を調節する。排気ガスの CO_2％または O_2 などを測定して空気量を制御すれば空気過剰係数をほぼ一定に保つことはできるが変動負荷に対して最高効率を維持することはできない。しかも，図 1.1 の効率特性は伝熱面の汚損や空気の漏洩などによって変ってくるから，ここに効率制御の必要が生ずる。

効率制御を行なうことによって平均１％の効率上昇が見込まれれば大型蒸気プラントの１年間の燃料節約は千万円に達する。

§ 1—2 最適化制御の方法

定常運転状態にあるプラントの効率や生産量を最大（あるいはコストを最小）にするような自動制御を最適化制御と呼び色々な手法が考えられているが，これを大別するとつぎの３種になる。

(i) 数学モデル法

(ii) 頂点保持法

(iii) 直接山登り法

以下それぞれについて説明する。

数学モデル法は効率曲面を表わす数式を作り，それから蒸発量を一定とした時に最大効率となるような空気過剰係数を計算で求める。

この方法が利用できるためには効率曲面が完全に既知であることが必要で，また外乱パラメータ（ここでは蒸発量）も与えられていることが必要条件である。ボイラでは効率曲面の数式を作ることがむずかしく，かりに作ったとしても不確定な要因によって変ってしまうから数学モデル法は使えない。

頂点保持法は数学モデルが未知の場合で，かつ操作パラメータが１種類しかないプロセスに使える比較的簡単な最適化制御の方法である。いま蒸発量を一定とした時，空気量 x に対する効率 η の曲線が図 1.3 (a)のような二次曲線で近似的に表わされるものとする。

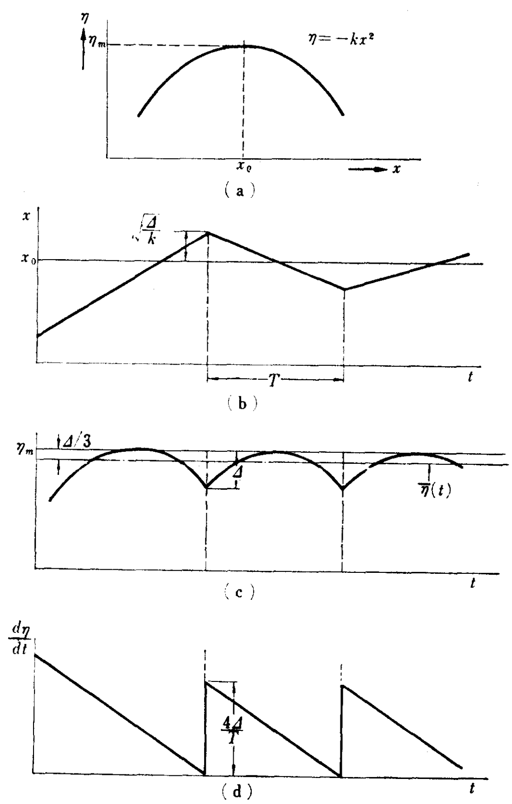


図 1.3 頂点保持法

また初期状態では空気量 x は最適値 x_0 より少ない値であるとする。いま x を図 1.3 (b)のように一定速度で増加させると効率は同図(c)のように，いったん最高値に達し，それからまた下がり始める。したがって

$d\eta/dt$は同図(d)のようになる。いま$d\eta/dt$の値が負の一定値に達したら，x を逆方向に同じ速度で動かすことにすると，結局 ηは(c)のように頂点付近で周期的な変動を持続する。この振幅が小さければ近似的に ηは最高値を保持するとみなせる。この場合 ηの平均値と ηの最高値の差をハンチングロスと呼ぶ。効率曲線を

$$\eta=-kx^2 \qquad (1\text{—}3)$$

とおき ηの振幅をΔ とすれば，ハンチングロスは $\Delta/3$である。また周期を Tとすると xの振幅は$\sqrt{\Delta/k}$, $d\eta/dt$ の振幅は $4\Delta/T$ となる。

ハンチングロスを減らすには Δ を 小さくすればよいが，あまり小さくするとノイズのため誤動作をするおそれがある。これを防ぐには図 1.4 のように電気的保持回路によって ηの最高値を保持させ，それと ηとの

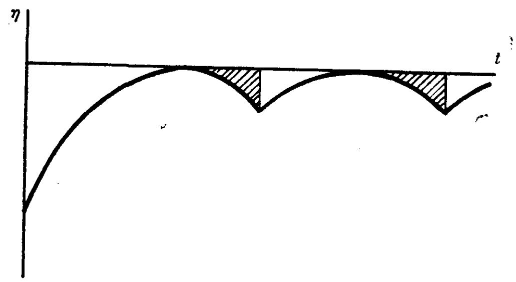


図 1.4　積分式頂点保持法

差をコンデンサーを用いて積分し，積分値（荷電圧）が一定値に達した時，x の方向を切替えるようにするとよい。頂点保持法はおくれのあるプロセスには適しないが，一次おくれ系に適用した研究はある。[1)] 頂点保持法を用いたボイラ効率制御の研究としては名大，藤井氏の研究[2)] がある。

直接山登り法も数学モデルが未知の場合に用いる最適化の手法であるが，非常に応用範囲が広く，単峰性のプロセスなら何にでも適用できる。山登り法の原理はまず操作パラメータを試行的に若干変えてみて，その結果，効率が増せばその方向に，また効率が減少すればそれと反対方向にパラメータを大きく操作するものである。試行に用いる探索信号の種類と操作の仕方によって，更に次のような多くの方法に分かれる。相関法，試行法，最急傾斜法，勾配法，最適勾配法。

相関法は微小一定振幅，一定周期の探索信号を操作量に加え，効率の変化分を検出し、両者の相互相関を計算して効率曲線の傾斜を求め比例制御で頂点に達することができる。図 1.5 は探索信号として正弦波を用いた場合の出力信号の振幅と位相を，図 1.6 は全制御系を示す。

試行法は一定周期で一定幅の探索信号を不規則な方向に出す。そして探索の結果，効率が幾分でも上昇す

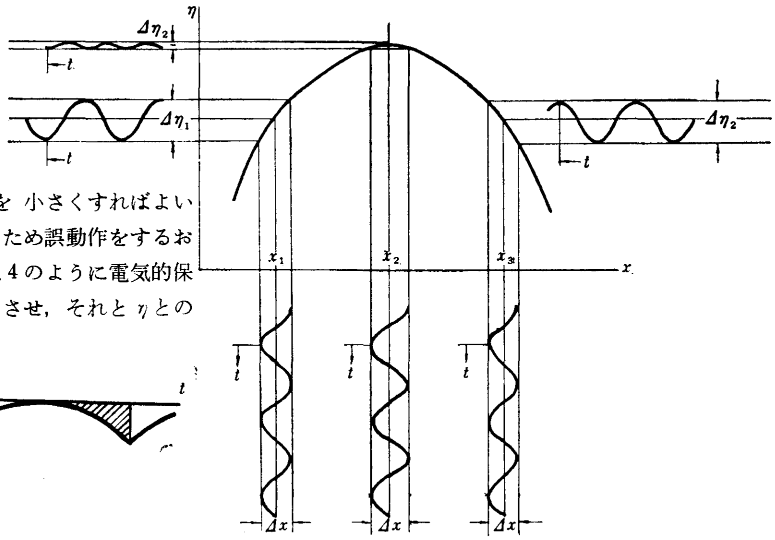


図 1.5　正弦波探索法

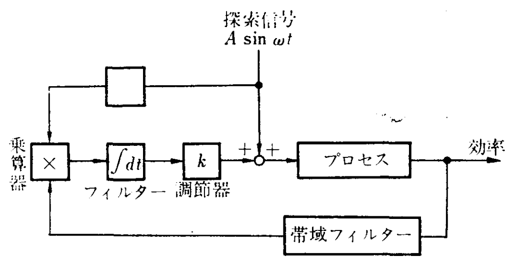


図 1.6　相関法による最適化制御

れば，その探索は成功であるとみなし，その点から次の探索を行なう。もし探索の結果前より効率が下がるようなら，その探索は失敗で，前の地点に戻し，そこから別な方向に探索信号を出す。このようにして山を登ってゆく経過を図 1.7 に示す。ウエスチング社の OPCOM はこのような最適化制御装置である。

最急傾斜法は一定周期で一定幅の探索信号を出す点は前と同じであるが，1つだけでなくすべての操作量

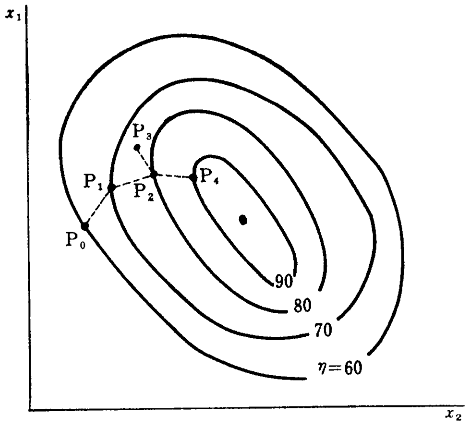


図 1.7 試 行 法

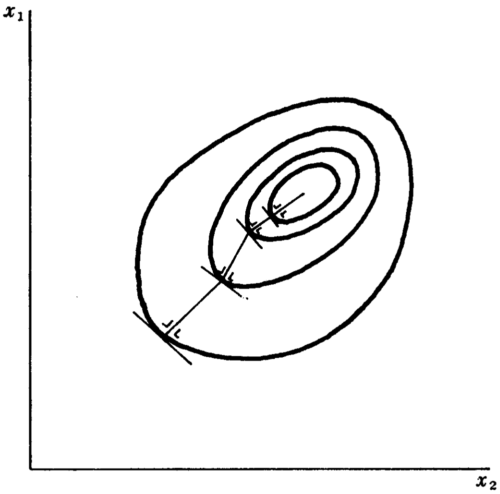


図 1.8 最急傾斜法

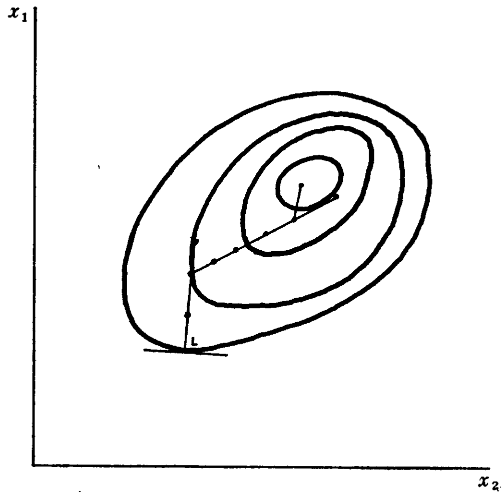


図 1.9 最適勾配法

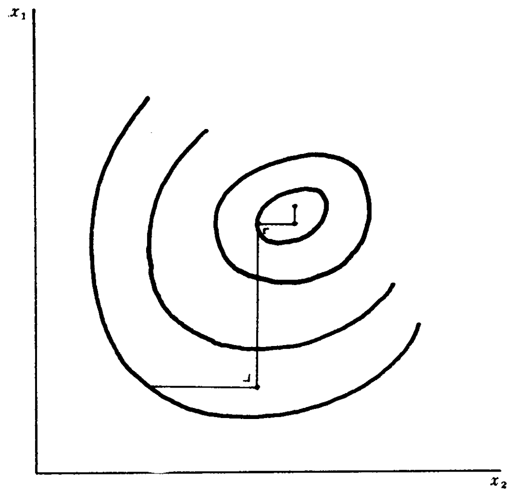


図 1.10 勾 配 法

に逐次探索を加える。すなわち点，(x_1,x_2) からx_1 を少し動かして ($x_1+\Delta x_1$)とした時の効率を ($\eta+\Delta\eta_1$)，x_2を ($x+\Delta x_2$) にした時の効率を ($\eta+\Delta\eta_2$) とすれば$\Delta\eta_1/\Delta x_1$, $\Delta\eta_2/\Delta x_2$の値から効率曲面の切平面が分かる。操作としてはこの切平面の最も急な傾斜の方向に，傾斜に比例してx_1とx_2を動かす。これを逐次繰り返すと図1.8に示すように曲面の最も急な傾斜に沿って山登りして頂点に達する。この方法は最短時間のうちに高所に登るので効率がよいが，一歩進む度に曲面探索をやるので操作パラメータが多い時は時間がかかる。

最適勾配法は一度最急傾斜の方向を定めたらその方向に一段ずつ進み，進む度に傾斜の正負のみを計る。傾斜が正の間は進行方向を変えず，負になった時，改めて最急傾斜の方向を探索するもので，最急傾斜を検討する回数はずっと少なくてすむ。

これをもっと簡単にしたのが勾配法で，これは図1.10に示すように1つのパラメータだけをどんどん操作してゆき，傾斜が正から負になったら次に別の操作量を動かしてゆく。制御動作は比例動作が普通である。この方法は線の傾斜を計るだけで曲面の傾斜は計らないから簡単である。ただし頂上への経路はやや遠回りとなる欠点はある。以上，現在までに考案されている種々の最適化の手法を述べたが，実際のプラント

に応用された例はきわめて少ない。頂点保持法と相関法および試行法について若干の報告があるだけである。いまのところ，ボイラの操作量は一つ（燃料一空気比）だけなのでどの方法も適用可能であるが，本研究では多変数プロセスへの応用も考えて，山登り法を採用した。

§2　効率の測定とその問題点

効率制御を行なうためには，まず，効率を測定することが必要である。最近のボイラは効率が高く80～90%にも達している。負荷変動の少ないボイラでは手動で運転しても，かなり最適点に近い状態を維持することが可能である。したがって，手動以上の効果を収めるためには効率を正確に測定して1%でも0.5%でも上昇を図らねばならない。したがって，効率の測定にも1%以下の精度が必要になる。

このような高精度の測定を短時間内に行なうことは非常に難しい。しかし，山登り法による最適化制御を採用した時は効率の絶対値は知る必要なく，探索信号に対する効率変化分だけ計ればよいので相関法や統計的検定法によって，上記の精度を保つことは不可能ではない。

以下，実際のボイラの効率測定法を述べる。

§2—1　直接法

直接法はボイラの入力エネルギーと出力エネルギーをそれぞれ測定し，その比から効率を算出するものである。すなわち（1—2）式を書直せば

$$\eta_b=\frac{\text{出力エネルギ}}{\text{入力エネルギ}} \qquad (2\text{—}1)$$

となることを利用したものである。

出力エネルギーは蒸気の質量流量と蒸気のエンタルピと給水エンタルピとの差から計算されるが，これらは蒸気の体積流量と圧力と温度を測定すれば蒸気表より求められる。

これらはいずれも通常の計器で測定し得るものばかりである。工業計器の精度はそれ程高いものではないが，相対値を検出するには十分である。

つぎに問題となるのは入力エネルギーであるが，これを求めるには燃料供給量のほか燃料の発熱量を測定しなければならない。燃料がガスや油のように流体の場合には流量測定は比較的容易であるが，塊炭や微粉炭の場合は供給量を連続的に計るのは非常に難しい。

塊炭は普通メリック式計量器を用いて連続的に計れる。これはベルトコンベヤの速度と撓みを乗算する装置である。しかし，石炭が湿っていれば重量が変るし，ベルトに石炭が付着したままになったりして誤差になる。また計器自身も1%を問題にできるほどの精度はもっていない。

微粉炭は一層計測が難しい。ミルから出た微粉は送風機によって空気輸送されるので，粉体であるから流量の正確な計測はほとんど不可能である。そこで，ミルへ石炭を送る送炭機のベルトコンベアの所で上記の方法で計測する。したがって，高い精度は到底望めない上に，ミルの時間おくれが加わり，効率制御には使えない。

結局，直接法が利用できるのはガス又は石油を燃料とするボイラに限り，石炭ないし微粉炭をたく場合は間接法によらざるを得ない。

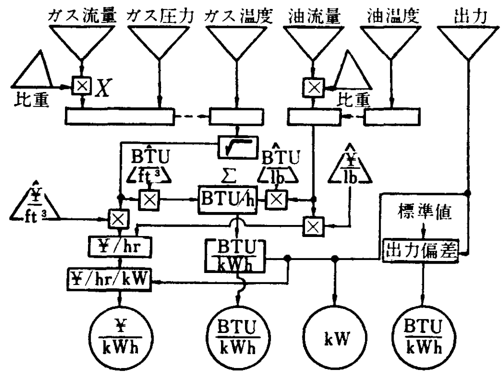


図 2.1　直接法によるボイラ効率計

負荷がほぼ一定の場合には入力エネルギーが一定と見なせるから，蒸気側の計測がそのまま効率を表わすことになり，非常に簡単である。しかし，探索法の1周期内に検出できる程度の負荷変動のある場合には使えない。

§2—2　間 接 法

ボイラ効率の式は（2—1）式のほか，つぎのように表わすこともできる。

$$\eta_b=1-\frac{\text{熱 損 失}}{(\text{出力エネルギー})+(\text{熱損失})} \qquad (2\text{—}2)$$

この式を用いれば，入力エネルギーの測定が不用になり，塊炭や微粉炭だきのボイラにも使用できるのが特長である。ただし，熱損失の正確な測定はやはり問題がある。しかし，前にも述べたようにボイラ効率はかなり高く，したがって，熱損失は少ない。

表2・1に熱勘定の1例を示す。このように，損失分は全体のエネルギー流量に比べて少ないから，その測定精度が多少劣っても（2—2）式の η_b はかなり高精度のものとなる。

熱損失としては(i)排気ガスの持去る熱量，(ii)不完全燃焼ガスによる損失，(iii)排ガス中のすすによる損失，(iv) 燃料の不燃焼分による損失，(v)燃えがらの顕熱による損失，(vi)壁からの放熱，(vii)ボイラから放出する水と蒸気の熱量，(viii) 燃焼装置の冷却による損失，(ix)その他の損失，となる。

このうち最も大きいのは (i)，(iv)および (vi) である。しかし，運転中に連続測定できるのは (i) の排ガス損失と (ii)の不完全燃焼損失だけで，他はいずれも正確に求めることはできない。

表 2・1　ボイラの熱損失

蒸発量	空気過剰係数	未知損失	放散熱損失	不完全燃焼損失	排ガス中のすゝ損失	燃えがらの損失	燃料中の水分損失	燃料中の水素損失	排ガス熱損失	損失合計	ボイラ効率
		%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
271	1.04	3.3	0.3	0	0.7	0.1	1.0	4.1	4.4	13.9	86.1
276	1.11	3.2	0.3	0	0.6	0.1	0.8	4.1	4.5	13.6	86.4
205	1.04	2.1	0.4	0	1.0	0.1	0.9	4.1	3.8	12.4	87.6
200	1.31	1.4	0.4	0	0.7	0.1	0.9	4.1	5.0	12.6	87.4
187	1.11	1.5	0.4	0	1.1	0.1	0.8	4.1	4.2	12.2	87.8
143	1.22	-0.5	0.6	0	0.7	0.1	0.8	4.4	3.8	9.9	90.1

排ガス熱損失 L_1 は排ガスの温度と外気温度をそれぞれ t_g, t_o °Cとし，乾き排ガスの平均比熱を C_pKcal/Nm³ °C，燃料1 kgからの乾き排ガス量を V_d Nm³/kgとすれば次式で算出できる。

$$L_1 = V_d C_p \ (t_g - t_o) \ + L_2 \ \text{Kcal/kg} \qquad (2\text{—}3)$$

また V_d は固体・流体燃料に対しては次式で算出される。

$$V_d = \ (1.87C + 0.7S)/\{(co_2) + (co)\} \qquad (2\text{—}4)$$

ただし，C,S は燃料中の炭素と硫黄の成分（%）で，(co_2)，(co) は排ガス中の炭酸ガスと一酸化炭素の成分（%）である。

（2—3）式中の L_2 は水蒸気の潜熱および顕熱の損失で燃料の水分と水素分が分れば算定できる。[3]

つぎに不完全燃焼損失 L_3 も同様に次式から算出される。

$$L_3 = \{30.4(co) + 25.7(H_2)\} V_d \ \ \text{Kcal/kg} \ (2\text{—}5)$$

その他の損失は負荷にあまり関係せず一定値とみなせるものが多いので効率制御では無視できる。

間接法は大形ボイラに適しており，これを用いて効率制御を行なった報告も二，三ある。[4), 5)]

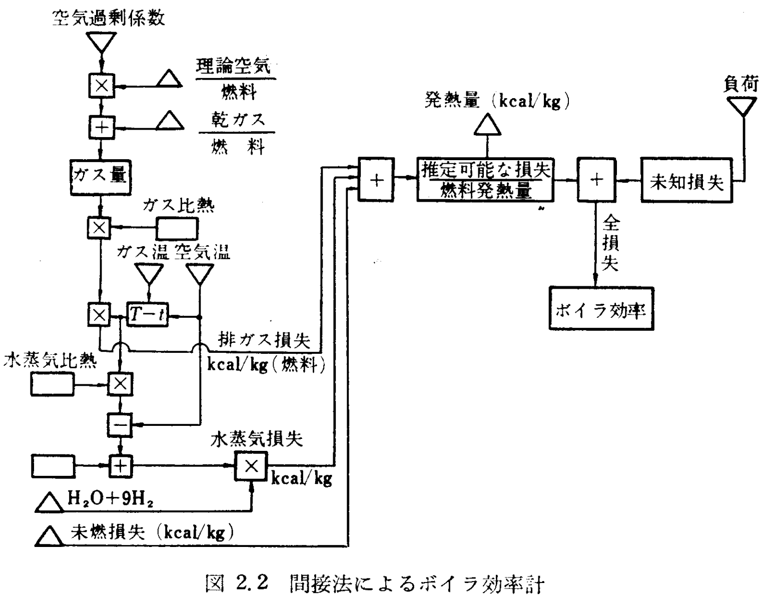


図 2.2　間接法によるボイラ効率計

§ 2—3　効率測定の問題点

上に述べた効率の定義および測定方法はいずれもボイラが定常状態にあると仮定している。実際に効率測定を行なう場合も，測定開始前に十分時間をかけ，また測定期間中も完全に整定状態を維持する必要がある。それでも測定値は種々の原因によりバラつくので，流量などは1～2時間にわたる積算値を取る。また，圧力，温度，ガス分析などは，この間にできるだけ数多く測定してその平均値を採用する。

しかるに，効率制御は負荷変動中のボイラを対象とするので，上記のような測定は不可能である。効率制御では効率の値を少なくとも0.5％位まで正確に計りたいが，測定に要する時間はできるだけ短縮せねばならない。時間が短いほど精度は下がるので，上の要求を満たすには測定値からノイズを除去する方法が必要である。これには数学フィルター，決定理論，相関法，統計的平均値推定法などの利用が考えられる。

つぎに，問題になるのはボイラの時間おくれである。効率測定時のノイズが完全に除去できたとしても，測定時間をあまり短くできない。それは燃料・空気を急に変えても，その結果，蒸気流出量が増すまでにかなりの時間おくれがあるからである。[6] このようにおくれを考えた時，前に定義したような効率は意味がなくなってしまうが，一応（2—1）の式は分母子が時間関数でも成立するものと考える。一般に分母は操作量に対しかなり早く応答するが，分子はかなりおくれるので，η_bの時間的経過は図2.3のようになる。

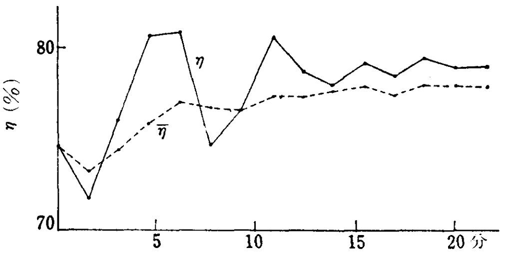


図 2.3　効率の過渡特性（空気量急変時）

図中，$\bar{\eta}$ の整定した所が厳密な意味での効率である。

このようなおくれがあると，それが整定するまで待たないと真の効率は求まらない。山登り法を採用すれば，探索信号に対する効率の変化が整定するまで待たなくとも，それが増大するか減少するかという傾向さえ分れば頂点の方向が分り操作できる。しかし，後の理論解析の結果から示されるように，あまり短時間で測定を打切ると制御系全体が不安定になる。このことは前のノイズの問題と同じく負荷外乱に対する追従性を劣化させ平均効率が下がる。

結局，効率制御の問題点は如何にすれば短時間の間にノイズの少ない高精度の効率測定を行ない得るかということに帰着する。このほか，理論面としては，おくれのあるプロセスの最適化制御問題を解析し，負荷外乱の大きさや周期および制御系の諸パラメータが安定条件，ハンチング損失（註），サンプリング周期，プロセスのおくれなどとどのような関係にあるかを定量的に解明することが必要である。従来，山登り法に関するこの種の研究は皆無に近い。

（註）頂点保持法や山登り法による最適化制御では頂点で静止状態とならず，その近傍で小さい振動を持続するのが普通である。そのため効率の平均値は最高値より若干低い値になる。両者の差をハンチング損失と呼ぶ。

§ 3　本研究の制御方式

本研究で行なった制御方式は，2変数の勾配法であるが，頂上付近では以下にのべるBoxの提唱したE.O.法[7]（Evolutionary Operation Method）によって，効率測定の信頼区間を計算し，測定誤差に基づく制御動作の誤動作を減少させ，頂点保持を容易にさせているのが特徴である。

勾配法についてはすでに前節でのべたが，改めて原理を再録すると，探索操作によってその点の調節パラメータに関する効率曲線の勾配を測り，その結果得られた勾配に比例して調節パラメータを動かし，効率が最大点に近づくよう制御操作を行なうものである。

探索操作は，調節パラメータ（空気流量または蒸気流量）を x で表わすと，初期値 $x=x_0$ の時の効率 $\eta_0(x_0)$ を計る。次に調節パラメータを一定量 Δ（探索信号）だけ増加し $x_0'=x_0+\Delta$ とし，その時の効率 $\eta_0'(x_0')$ を計る。これから勾配 h_0 を

$$h_0=\frac{\eta_0'-\eta_0}{\Delta}=\frac{\Delta\eta}{\Delta}$$

で求める。

制御操作は，操作量 δx を

$$\delta x=x_1-x_0=kh_0-\Delta$$

一般に n 回目の試行では

$$\delta x = x_n - x_{n-1} = kh_n - \Delta$$

$$\text{ここで} h_n = \frac{\eta'_{n-1} - \eta_{n-1}}{\Delta}$$

によって計算し，調節パラメータを動かす。この２つの操作は交互に行なわれるが，効率差（$\eta_n{}'_{-1} - \eta_{n-1}$）が所定の値より小さくなると，次にのべる E. O. 法によって，精密な効率を計算する。

§3—1 E. O. 法

効率が頂点に近づくにつれて曲率が小さくなるので，調節パラメータ変化量Δに対する効率差$\Delta\eta$は小さくなる。更に効率の測定値は図 3.1 に示すように統計的なばらつきを持つので，その精度を上げるためには

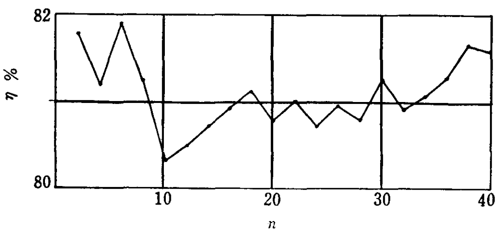


図 3.1 効率測定値のゆらぎ

長時間測定して積算または平均を取る必要が生じる。ところが，平均操作は，データの個数に比例して精度は増加するが，所要時間も増加する。したがって，不必要にデータ数を多くとると，逆に制御性が悪くなるので，出来れば最少のデータ数で，所要の精度の平均効率をうることが望ましい。

E.O.法とは測定値をある母集団の見本とみなして，その見本から母平均の区間推定を行なうものである。次に，かんたんに区間推定法について説明する。

いわゆる平均値というものは，標本抜取りの回数が限りなく大きくなるとき，母平均に一致するものであるが，有限回数の場合は標本誤差をもっており，ある分布に従って変動する推定値でしかない。そこで，本当の母平均の値とこの推定値との間には，どれくらいの大きさの相違を持つものであるか，つまり，どの程度信頼できるかの目安を与えるものが区間推定法[8]なのである。

母集団の母分散σ^2が知られている時は，標本平均を$\bar{\eta}$，母平均をη_0，標本数をNとし，$(\bar{\eta}-\eta_0)/(\sigma/\sqrt{N})=Y$とおくと，$Y$は平均値０，分散１の正規分布に従う。一方，任意の正の数θに対して，$-\theta<Y<\theta$と$\bar{\eta}-\theta\frac{\sigma}{\sqrt{N}}<\eta_0<\bar{\eta}+\theta\frac{\sigma}{\sqrt{N}}$は同等であるから，次式を得る。

$$P\left(\bar{\eta}-\theta\frac{\sigma}{\sqrt{N}}<\eta_0<\bar{\eta}+\theta\frac{\sigma}{\sqrt{N}}\right) = \int_{-\theta}^{\theta}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{t^2}{2}}dt = \alpha \qquad (3\text{—}1)$$

ここで $P(A<X<B)$ はXが区間〔A, B〕に存在する確率を表わす。

（3—1）式によって，母平均η_0が$\bar{\eta}-\theta\frac{\sigma}{\sqrt{N}}(=T_1)$と$\eta+\theta\frac{\sigma}{\sqrt{N}}(=T_2)$との間にある確率$\alpha$を求めることが出来る。この時の$\alpha$を信頼確率，その確率で$\eta_0$の存在する範囲（$T_1$, T_2）を信頼区間という。（図 3.2 を参照）

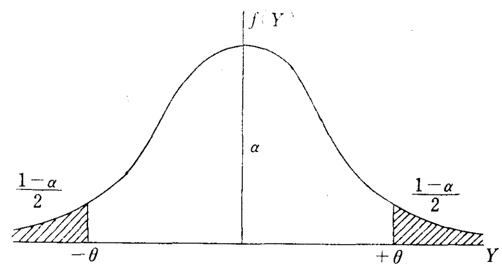


図 3.2 信頼確率

以上は母分散σ^2が既知の場合であるが，未知の場合に信頼区間を求めるには，

$$T = \frac{\bar{\eta}-\eta_0}{\sigma}\sqrt{N-1} \qquad (3\text{—}2)$$

なる確率変数Tが，η_0もσも含まないt分布をすることを利用する。t分布の確率密度を$g(t)$とすると信頼確率αに対して

$$P(-t_\alpha<T<t_\alpha) = \int_{-t_\alpha}^{t_\alpha} g(t)\,dt = 2\int_0^{t_\alpha} g(t)\,dt = \alpha \qquad (3\text{—}3)$$

となるようなt_αが，t分布表から求まる。これを用いると，信頼確率αの信頼区間は

$$\bar{\eta}-t_\alpha\frac{\sigma}{\sqrt{N-1}}<\eta_0<\bar{\eta}+t_\alpha\frac{\sigma}{\sqrt{N-1}} \qquad (3\text{—}4)$$

となる。

したがって，平均効率の測定値が $\eta_0\pm\varepsilon$ 内に入るようにしたいとすれば

$$\varepsilon \geq t_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{N-1}} \tag{3—5}$$

となるように σ と N をきめれば，信頼係数 α の確率をもって，それが保証されることになる。

この関係を，測定の精度の評価に応用するのに2つの方法が考えられる。1つは $t_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{N-1}}$ の値を指定して α を逐次計算し，これが所要の値以上になるまで計算を続ける方法，もう1つは α を指定して $t_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{N-1}}$ を逐次計算して，これが所要の値以下になるまで計算を続ける方法である。具体的に α を求めるには，(3—5) から

$$t_\alpha \leq \frac{\varepsilon\sqrt{N-1}}{\sigma} \tag{3—6}$$

これを (3—3) に代入し

$$\alpha = 2\int_0^{\frac{\varepsilon\sqrt{N-1}}{\sigma}} g\ (t)dt \tag{3—7}$$

これに，t 分布

$$g(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{N}{2}\right)}{\sqrt{N\pi}\ \Gamma\left(\frac{N-1}{2}\right)}\left(1+\frac{t^2}{N-1}\right)^{-\frac{N}{2}} \tag{3—8}$$

Γ：ガンマ関数

を用いれば

$$\alpha = \frac{2\Gamma\left(\frac{N}{2}\right)}{\sqrt{N\pi}\,\Gamma\left(\frac{N-1}{2}\right)}\int_0^{\frac{\varepsilon\sqrt{N-1}}{\sigma}}\left(1+\frac{t^2}{N-1}\right)^{-\frac{N}{2}} dt \tag{3—9}$$

となる。測定値から

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(\eta_i-\bar{\eta})^2}{N} \tag{3—11}$$

$$\bar{\eta} = \frac{\sum_{i=1}^{N}\eta_i}{N} \tag{3—12}$$

を求め，(3—9) 式に代入すれば，平均値が $\pm\varepsilon$ 内に入る信頼確率 α が計算出来ることになる。この値が所要の α (95%程度) になるまで，平均操作を続けるのが第1の方法である。

逆に，所要の信頼確率 α を与えると，(3—11)，(3—12) から (3—5) の右辺が計算できて，この値が (3—5) 条件を満たすまで計算を続行するのが第2の方法である。第2の方法の方が計算の手順が簡単なので，本研究では後者を採用している。この場合，α を指定すれば，t_α は N の関数としてきまるので $\frac{\sqrt{N-1}}{t_\alpha}$ も N の関数としてきまる。計算の簡単化のため実際のプログラムでは，$\frac{\sqrt{N-1}}{t_\alpha}$ を AN^2+BN+C の二次曲線で近似して，この計算を行なっているが，計算機のメモリの余裕があれば t_α のテーブルを記憶させても良い。

今，例えば ε を適当に小さい値 (たとえば 0.1%) にえらんでおき，η_i を1回測定する毎に (3—5) 式を計算すれば，最小の測定回数で 95%の確実さと ±0.1%の精度で効率を測定することが出来ることになり，この方法を用いない場合に比べて，大幅に平均操作に要する時間が短縮出来る。

§3—2 E. O. 法の外乱への応答

測定値の平均値が一定で，これにノイズが加わっている場合には，E. O. 法は非常に有効であるが，平均値自身が変化する場合は問題がある。たとえば図3.3のような例では，時点 t_0 からサンプリングしていく

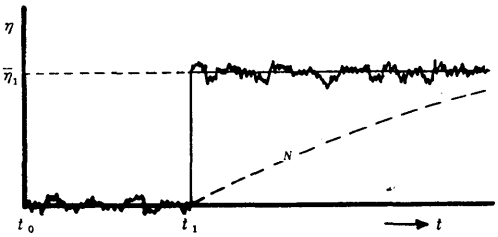


図 3.3 ステップ状外乱に対する η

と，平均値は点線のような経過をたどるが，なかなか $\bar{\eta}_1$ に収斂しない。一方 t_1 時点からサンプリングすれば，新しい平均値 $\bar{\eta}_1$ が直ちに求まる。

特に，平均値 y が図3.4(a) のように自己平衡性のない変化をする場合には

$$\eta = y + x \tag{3—13}$$

ただし　　x = ノイズ　$\bar{x}=o$

　　　　　y = 信号 $=kn$　$\bar{y}=\frac{1}{2}kn$

と書けて，これから，現時点 $n=N$ における分散 σ^2 を計算すると

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{n=1}^{N}(x_n+kn-\frac{1}{2}kn)^2}{N}$$

$$\simeq \overline{x^2} + \frac{k^2}{24}\ (N+1)\ (N+2) \tag{3—14}$$

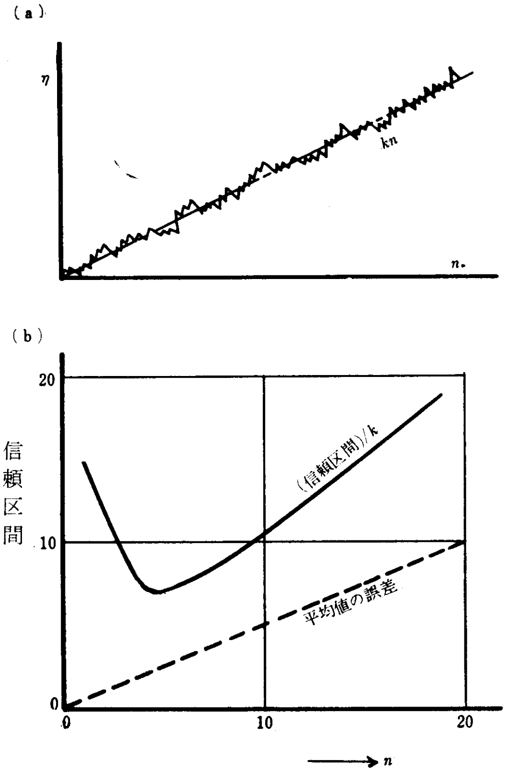


図 3.4 直線入力に対する動的誤差

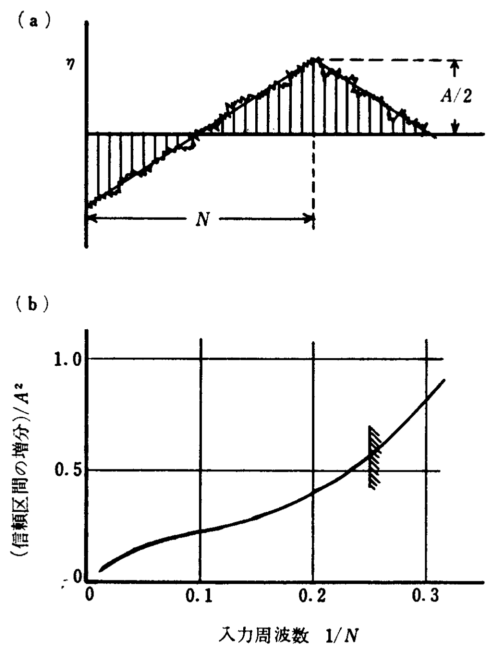


図 3.5 周期＋不規則入力による誤差

したがって σ^2 の増加分に対する信頼区間 ε の増分は図3.4 (b) のようになり，Nを大きくしても収斂しないばかりか，かえって大きくなる。

それ故，外乱のあるプロセスに E. O. 法をそのまま採用することは好ましくなく，Nが予め決めた値よりも大きくなるようなら，そこで計算を打切ることが必要である。

つぎに，y が周期的に変動する場合を考える．サンプリングの周期はあまり小さくできないから，y が早い周期で変動する場合は，1サイクルあたりのサンプル数が減り，信頼度が下ることが考えられる。また波形の歪みも大きくなる。いま (3—13) 式で y が図3.5(a) のような三角波とし，その振巾を A，1サイクルあたりのサンプル数を $2N$ とする。長い時間の平均値は半サイクルの平均と一致するから

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{n=1}^{N} \left\{ x_n + A\left(\frac{n}{N} - \frac{1}{2}\right)\right\}^2}{N}$$

$$\simeq x^2 + \frac{A^2}{12}\left(1 + \frac{1}{N^2}\right) \qquad (3\text{—}15)$$

サンプル周期を一定とすれば $1/N$は三角波の周波数に比例する。これに対して信頼区間の増分は 図3.5(b) のようになり，周波数が大きいと信頼度が下る。また波形の歪の点から考えても $N > 3\sim4$ でないと入力に追従しているといえない。

以上の結果から，外乱対策として測定回数に上限，下限を設ければ良いことが結論される。

§4 実験装置

§4—1 ボイラ

使用したテストボイラの要目を表 4.1 に示す。本ボイラはガスタービン過給機によって過給し，圧力燃焼を行なっている重油だきの貫流ボイラで，タービン過給機の起動及び回転の安定のため，その前に空気を予圧するブースターファンを設けてある。本ボイラの制御量としては出口圧力，出口温度，操作量は空気，燃料，給水量の3者である。

定常運転時には蒸気出口弁による蒸気圧力制御を行ない，変動負荷に対しては自動燃焼制御を行なう。燃焼制御は燃料流量，給水流量を独立に操作して夫々蒸気温度と圧力を制御する方式と，圧力制御にも燃料，給水の両者を操作する方式とのいずれかを選ぶことが

出来る。

遷移帯の位置制御は直接には行なっていない。過給ガスタービンは自己制御性が強いので回転数制御は行なっていない。

効率制御実験は給水流量，出口圧力，出口温度の各値を一定の条件で行なうため，蒸気出口弁による圧力制御と燃料調節による温度制御を併用した。

表 4.1 ボイラ要目表

ボイラ本体		
型式		過給超臨界圧単管ボイラ
蒸発量	最大連続	2000kg/h
出口蒸気圧力最高		300kg/cm^2
出口蒸気温度最高		580°c
燃焼方式		圧力噴霧式重油専焼
通風方式		過給機による加圧通風（給気ブースタファン機前置）
給水ポンプ		
型式		三連プランジャーポンプ
吐出圧力	常時最大	350kg/cm^2
流量		225～2250kg/h
軸回転数		31.7～317rpm
駆動電動機		30Kw 分巻整流子型 125～1250rpm 可変速
タービン過給機		
型式		軸流タービン，幅流ブロアー直結水冷式
常用最高回転数		13200rpm
タービン入口温度連続最高		600°c
ガス流量	ボイラ定格時	1.06kg/s
ブロアー圧力比	ボイラ定格時	1.4
制御方式		電気空気式

§ 4—2 制御用ディジタル計算機

制御用計算機 HOC—300G は，計算部，前置部（入力部），出力部から構成されている。動作方式は，230 kc/sのクロック周波数に同期するダイナミック・フリップ・フロップで，記憶装置は容量8192語，6000rpm の高速磁気ドラムを内蔵しており，内部記憶プログラム方式，語長は2進34ビット，1＋1＋½ アドレス方式，命令は基本26種，インデックスレジスタを2個持っている。演算速度は加減算 0.3ms 乗除算 11.2ms である。前置部（入力部)は，プラント変数の電気信号を順次読込んで計算部に送り込む部分であり，15点の ON-OFF 信号を一度に読込める fiag point を1点，1250 c/s 以下のパルスを2進15ビットまで積算可能なパルス入力点を2点，アナログ入力点を97点有している。このA—D 変換器は電圧比較方式で，DC2～10mA を2進 11ビット（0～2000）に変換する。パルス入力点はカウンタを内蔵していて，任意の時刻より，任意の時間積算出来るようになっている。

出力部は計算部からの指令により，アナログ信号および ON—OFF 接点信号の発信を行なう部分で，ON—OFF 接点出力点を100点，アナログ出力点を5点有している。このD—A変換器は Weighting Resistance 方式で，2進10ビット（0～1000）をDC 2～10mAに変換する。

その他プロセス用計算機として次の機能を備えている。

i) 多レベルの割込み機能を持つ
ii) 時計を内蔵しており，時間を含む制御プログラムを実行できる。
iii) ディジタル表示器を持つ。

HOC—300G の要目を表 4.2 に示す。

表 4.2 計算機要目表

形式	HOC—300G
回路素子	トランジスタ
動作方式	ダイナミック・フリップ・フロップ同期方式
クロック周波数	230kc/s
プログラム	内部記憶方式
数値語	2進34ビット，固定小数点方式
命令語	基本26種，1＋1＋½アドレス方式
記憶装置	磁気ドラム，容量8192語
演算速度	加減算 0.3ms 乗除算 11.2ms
入力点	アナログ97点，パルス2点
AD 変換器	電圧比較方式 DC—2～10mA 2進11ビット（0～2000）
出力点	アナログ5点 ON—OFF 100点
D—A変換器	Weighting Resistance 方式 2進10ビット（0～1,000）DC 2～10m A
走査速度	5ms/点

§ 4—3 検出器および変換器

実験装置全体のブロック線図を図 4.1 に示す。

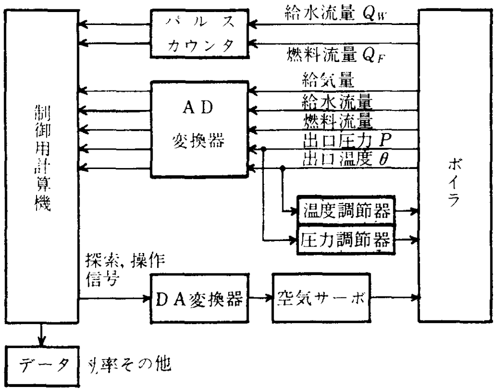


図4.1 実験装置概略図

各々の検出端については以下に述べるが，効率制御のために新設したものは，給水および燃料流量の積算値測定用のパルス発振式流量計であり，他の部分は従来のACC系に使用しているものを共用した。表 4.3 に検出端，検出器，変換器の一覧表を掲げる。

表 4.3 検出器，変換器要目表

検出端	検出器	変換器	形式
給水流量（瞬時値）	オリフィス，U字管マノメータ	鉄心付フロート差圧発信器	島津 MFT-300
（積算値）〃	オーバル		オーバル Q5-03
燃料流量（瞬時値）	オーバル	水銀スィッチ	〃 Q3-02
（積算値）〃	オーバル		〃 Q5-03
給気量	オリフィス，単鐘式差圧検出器	差動変圧器	島津 KPT ベル型
出口蒸気圧力	ブルドン管	電磁増幅器（マイクロゼン方式）	島津 E-530
出口蒸気温度	アルメル・クロメル熱電対	直流増幅器	

i) 給水流量

高精度で効率を測定するためには，まず燃料流量と蒸気流量を高精度で測定しなければならない。定常状態では蒸気流量は，給水流量と等しいので精度のよい給水流量をもって出口蒸気流量に代える。給水および燃料流量は容積型のオーバル流量計からのパルスを計算機前置部にあるパルスカウンタで一定時間計数することによって計る。この流量計は流量検出部回転子の回転をシンクロ制御発信機，シンクロ変圧機により電圧信号に変換しそれを増巾して，軸にスリット円板がついたサーボモータを駆動し，フォトトランジスタに入射する光を断続してパルスを発生する。スリット円板は50分割されているので，一回転に50パルスを発信する（オーバル機器工業Q5—03型流量パルス数変換器)。

別に瞬時流量の測定は，オリフィスに発生した差圧を鉄心付フロートを浮べたu字管マノメータで検出する。差圧の大きさによりこの鉄心が誘導コイル内を上下し，誘導コイルのインピーダンスを変化させるため，この誘導コイルと受信器内の誘導コイルとで構成されたインピーダンス・ブリッヂの不平衡電流として検出される（島津MFT—300)。

ii) 燃料流量

積算流量の測定は前述の給水流量積算値の測定方法と全く同じである。

瞬時流量の測定は，積算流量検出用とは別のオーバル歯車（回転子）の回転を永久磁石に伝え，一回転に2回リードリレーを断続し，流量に比例した数のパルスを発信させる。このパルスでマーキュリーリレーを動作させ，又その接点を利用してコンデンサの充放電方式により入力パルス数をその数に等価な電流に変換しT型平滑回路を通して整形する（オーバル機器工業Q3—02型変換器)。

iii) 給気量

オリフィスによる差圧を単鐘式差圧検出器で検出しベルの変位を差動変圧器によって電流信号に変換する。（島津KPTベル型）

iv) 出口蒸気圧力

ブルドン管の変位を電磁増幅器（マイクロゼン方式又は発振器式変換器）で変換する。

v) 出口量蒸気温度

アルメル・クロメル熱電対により検出し，その熱起電力を直流増幅器で増幅する。

vi) 効率制御機構

この実験では効率の制御は空気量（空燃比）により

行なうので，効率制御器（計算機）からの出力を電空変換器で空気圧信号に変換し，空気流量調節弁のダイヤフラムに供給して空気流量を調節する。

§ 5　制御ロジック

全制御動作の概略のフローチャートを 図5．1に示す。これから分かるように全体は3つのプログラムか

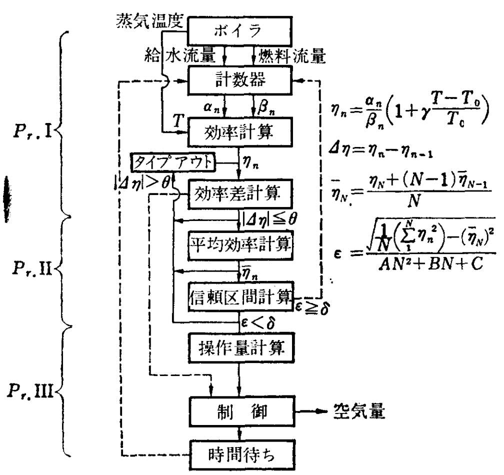


図5.1　制御ロジック　フローチヤート

ら成り立っている。すなわち，効率算出のプログラムⅠと，平均効率算出と信頼区間計算を行なうプログラムⅡと，効率勾配を計算して制御命令を出すプログラムⅢの3つである．これら各プログラムは，いくつかのロジックによって次のような関連を保っている。まず，プログラムⅠによって探索信号前後の効率差を計算し，その絶対値が指定の値より大きければプログラムⅢにジャンプして制御命令を行なう。もし指定の値より小さければ，より精密な情報を得るためにプログラムⅡに移り，平均値の信頼区間を逐次計算し，これが指定の区間内に入れば，はじめてプログラムⅢに移行する。そして，その時に得られた平均効率を基にして制御命令を行なう。制御動作のあとはプログラムⅠに戻り同じような動作をくりかえす。上記の動作中プログラムⅡに一度移行してしまうと，たとえ測定された効率差が指定値より大きくとも，プログラムⅢにはジャンプせず，プログラムを続行する。その代り，信頼区間の収斂が悪い時は，その計算は打切って，新しい入力を基にして，平均効率と信頼区間の計算を開始する。つぎに，各プログラムの詳細についてのべる。

プログラムⅠ

このプログラムは，効率算出のプログラムで，前にのべた直接法によって効率の算出を行なうものである。

まず，キーボードからの司令によりカウンタが動作しはじめ，パルス発信式重油流量計と給水流量計からのパルスを一定時間積算する。つぎに出口蒸気温度，圧力，空気量を，A—D変換器を通して読みこみ§2でのべた効率の定義式によって効率を算出する。

この時，出口蒸気のエンタルピに対しては，温度変化による一次補正を行なうが，圧力はほとんど一定であるので圧力補正は行なっていない。

この効率は記憶され，のちに効率差計算に用いられる。

つぎに，探索信号として，空気量の設定値を Δ だけ階段状に変えるための信号を，D—A変換器を通して出し，時間待ちプログラムに入る。時間待ちプログラムは計算機内臓の1秒毎のパルスを積算して行なう。この時間待ちの間に，ボイラはACC（Automatic Combustion Control）システムによって新しい整定状態に到達する。この待ち時間は任意に選べる。

時間待ちが終ると，自動的にカウンタが始動して，重油および給水流量を積算しはじめ，新状態の効率を前と同様の過程によって計算する。

この効率値は探索信号の加えられる前の効率値と比較され，その差の絶対値が指定された値（1％）以上であれば，制御動作を行なうに十分な信号比を持っており，誤判断となる可能性が小さいと考えられるから，制御動作を行なうプログラムⅢにジャンプする。もし，効率差が指定値より小さければ，1個のデータからの判断では不十分と考えて，平均効率計算を行なうプログラムⅡに移行する。

プログラムⅡ

このプログラムは§3でのべたE. O. 法の原理にしたがって作られているが，詳細は次のようである。

プログラムⅠからⅡに移るとスウィッチング・ポイントがセットされて，これ以後は無条件にプログラムⅡを実行するようになる。

まず，次式によって平均効率と分散を計算する。

$$\bar{\eta}_N=\frac{\eta_N+(N-1)\bar{\eta}_{N-1}}{N} \qquad (5\text{—}1)$$

$$\sigma_N{}^2=\frac{\sum\limits_{i=1}^{N}(\eta_i)^2}{N}-\bar{\eta}_N{}^2 \qquad (5\text{—}2)$$

$N=1, 2, \cdots\cdots\cdots N$

ここで $\bar{\eta}_N$ は N 個のデータの平均を表わす。

つぎに次式を用いて $\alpha=95\%$ の信頼区間 ε_N を計算する。

$$\varepsilon_N{}^2=\frac{\sigma_N{}^2}{AN^2+BN+C} \qquad (5\text{—}3)$$

もしこの ε_N の絶対値が指定された値より大きければ，プログラムⅡの頭（実際はプログラムⅠの頭に戻り，共有部分を実行しスウィッチングポイントの所からプログラムⅡに分岐する）に戻り，効率計算から始まる $\bar{\eta}_N, \sigma^2{}_N, \varepsilon_N$ の計算をくりかえし，$|\varepsilon_N|$ が指定された値以下になるか，あるいはくりかえしの数が最大許容くり返し数を越えるまで続ける。もし $|\varepsilon_N|$ が指定値よりも小さくなると，その時の $\bar{\eta}_N$ が $\bar{\eta}_A$ として記憶される。

ただし，$N=1$ の時は $\varepsilon_1{}^2=0$ となるので，この判定基準から除外され，無条件にくり返し計算のシーケンスに戻り，$N=2$ に移行する。ついで探索信号 $\varDelta$ が出され，時間待ちプログラムに入ることはプログラムⅠと同じである。時間待ちが終り整定状態に達すると，今と全く同じように $N=1$ から $\bar{\eta}_N, \sigma^2{}_N, |\varepsilon_N|$ のくり返し計算がはじまり，ε_N が指定値以下になると，今度の $\bar{\eta}_N$ は $\bar{\eta}_B$ として記憶され，プログラムⅢに移り，$\bar{\mu}_A, \bar{\eta}_B$ を除いてすべてのメモリはクリヤされる。

プログラムⅢ

プログラムⅢは制御命令を行なうプログラムで，プログラムⅠ，あるいはプログラムⅡで計算された効率によって勾配 $\frac{\bar{\eta}_B-\bar{\eta}_A}{\varDelta}$ に比例した制御信号 $\{k(\bar{\eta}_B-\bar{\eta}_A)-\varDelta\}$ を計算し，D—A変換器を通して空気量の設定値を変え，時間待ちプログラムに入る。この時，制御信号が大きすぎると *ACC* 系に大きい外乱となったり，空気量が過小になりすぎると，すすが伝熱面に付着して効率曲面が大きく変化するので，これをさけるため次のようなリミッタを備えている。制御信号を*SV*，制御信号変化分を *DSV* とすると

$$\left.\begin{array}{l}\mathrm{SV}>(\mathrm{SV})\min \text{ ならば } \mathrm{SV}\\ \mathrm{SV}\leq(\mathrm{SV})\min \quad〃\quad (\mathrm{SV})\min\end{array}\right\}(5\text{—}3)$$

$$\left.\begin{array}{l}|\mathrm{DSV}|<(\mathrm{DSV})\max \quad〃\quad \mathrm{DSV}\\ |\mathrm{DSV}|\geq(\mathrm{DSV})\max \quad〃\quad (\mathrm{DSV})_{\max}\mathrm{sgn}\,(\mathrm{DSV})\end{array}\right\}(5\text{—}4)$$

(5—3)は過小空気量リミッタ，(5—4) は過大外乱防止リミッタである。

時間待ちが終ればプログラムⅠに戻り，1サイクルの制御ロジックは完了する。

以上は1変数の場合の制御ロジックであるが，2変数の場合には，前述のシーケンスが2変数に対して交互に作用することになる。すなわち，空気量，蒸気流量を2変数に選んだ場合には，まず，空気流量について制御動作を行ない，その蒸気流量について効率最大に達したならば，つぎに蒸気流量について制御動作を行ない，効率最大化を行なうという繰りかえしになる。この切換えはスウィッチング・ポイントの切換えによって行なうようになっている。本実験では1操作量の場合だけを行なった。

プログラムとしては上にのべたメインのプログラム

表 5.1 プログラムシート抜粋

```
PP40:CRLF;
     I2:=1;
     XA/10601;
     P/7;
PP61:W1:=-1;
     TOTAL :=+0;
     GO TO(PP3);
PP41:W5:=SHIFT(N,34,14);
  Jn:=Jn/W5+BEJn-BEJn/W5;
  TOTAL:=TOTAL+Jn↑2;
PP42:SJ/PP43/PP42;
PP43:I1J/TIMES;
  W6=D*W5↑2+E*W5+F;
  Qn2:=TOTAL/W5/W6-Jn↑2/W6;
  Qn:=SQRT(Qn2);
  FOR(W7:=10,-1,0);
  SJ/PP44/PP45;
PP44:I1J/TIMES;
PP45:SPACE;
     ↓
  FORMAT(1,6);
  TYPEOUT(Jn,2);
  TYPEOUT(Qn,2);
PP46:SJ/PP47/PP46;
PP47:I1J/TIMES;
  IF(N=1)⇨PP48;
  IF(Qn-G<0)⇨PP49,PP48;
PP48:BEJn:=Jn;
  GO TO(PP3);
```

表 5.2 タイプアウト例

	回数 時間		出口温度						
PR2	給水流量	蒸気流量	効　率		平均効率	信頼区間		出　力	
1	15. 39.	15	441.9328	0.0000	0.0000	0.0000			
	4657	5317	0.696252		0.696252	0.000000			
2	15. 40.	30	441.9328	0.0000	0.0000	0.0000			
	4834	5482	0.700962		0.698607	0.003654			
3	15. 41.	45	441.6973	0.0000	0.0000	0.0000			
	4647	5284	0.698966		0.698727	0.002762			
4	15. 43.	5	441.9328	0.0000	0.0000	0.0000			
	4701	5339	0.699935		0.699028	0.002392	TP	15.0	415.0
1	15. 50.	30	443.8168	0.0000	0.0000	0.0000			
	4969	5658	0.699165		0.699165	0.000000			
2	15. 51.	45	445.4653	0.0000	0.0000	0.0000			
	4772	5445	0.698621		0.698893	0.001691			

の他，実時間表示，ボイラの圧力，温度，流量等の制御量を一定時間間隔でタイプアウトするモニタ・ルーチン，効率差，信頼区間等の計算結果をタイプアウトする作表ルーチンを持っている。

これらのプログラムはすべて前節でのべた HOC—300G デジタル計算機用コンパイラおよびアセンブラ語を用いてプログラム化され，マシン語に変換され計算機内に記憶される。

プログラムシートの1部を表 5.1 に，タイプアウトされた1例を表 5.2 に示す。

ロジックの変化形

ロジックは一応固定されたものであるが，いくつかの variation が考えられている。

i) おくれ補償による効率制御

これはのちにのべるように，プロセスのおくれを一次おくれと考えて補償するものでプログラムⅢの制御指令の計算に前々回の効率値も考慮に入れている。

ii) 探索信号の方向変化

前述のロジックでは探索信号は常に一定の方向に出されていたが，これを効率差の符号によって変化させるものである。

§6 実 験 結 果

§6—1 カシオ計算機による効率制御実験

実験の初期の段階においては，制御ロジックを動作させるのに，リレー式カシオ計算機を改造し，これに，デカトロン式の計数器，パルス発振式 D—A 変換器，パルスモータによる制御部を連結してシステムを構成した。カシオ計算機は，歯形を持ったディスクの回転によって，演算命令のシーケンスを実行する半固定式のプログラム方式で，論理判断は固定されている。このように計算機として，極めて自由度に乏しい上，長時間の連続使用に耐えられように設計がなされていなかったため，長時間にわたる実験は出来なかったが，つぎのような実験結果が得られた。

1) 整定状態の効率

まず，制御動作はさせず，一定の蒸気流量の下で空気流量を変え，各状態における効率を前述のシステムで測定した。その例を図 6.1 に示す。測定のばらつき

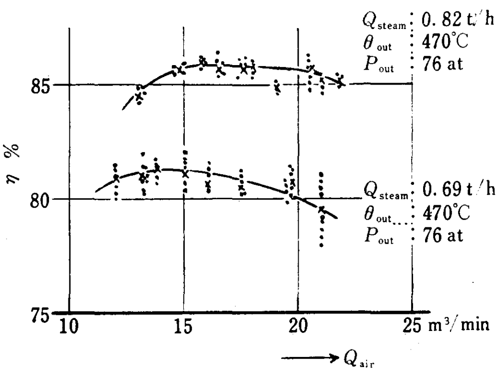


図 6.1 効率曲線

を正規確率紙で図示すると，図 6.2 のように直線になることから正規分布をしていることが分る。また，ばらつきの大きさは2%程度の大きさである。このばらつきの大きさは流量の積分時間に関係するが，この場合30秒にとってある。

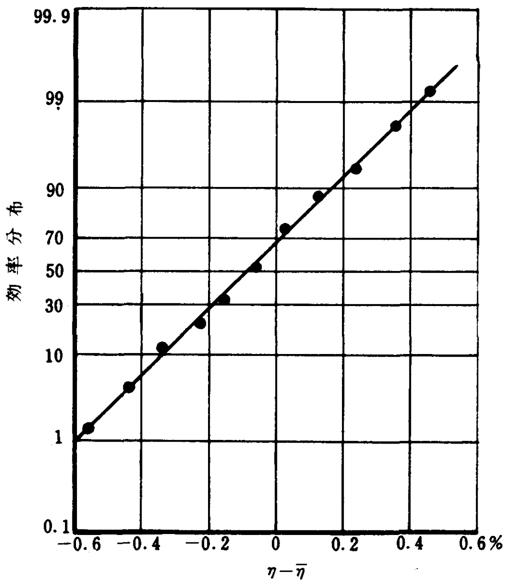


図 6.2 効率分布

2) 信頼区間の計算

プログラムIIにしたがって信頼区間計算を行なわせた例を図 6.3 に示す。信頼区間 ε は平均回数 N が増加するにつれて一時増加するが，あとは単調に減少して行くことがわかる。カシオ計算機はリレー式の計算

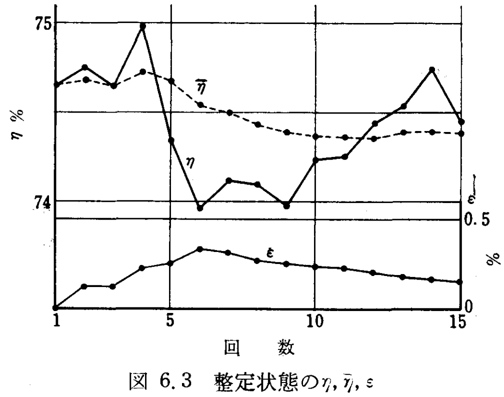


図 6.3 整定状態のη, $\bar{\eta}$, ε

機であるので計算速度が極めておそく信頼区間計算に要する時間は約 2 分半であり，図 6.3 において ε が所要の 0.3%にまで収斂するには $N=10$ 回の試行がいるから総計25分はかかることになる。

3) 過渡状態中の効率

探索信号として空気流量をステップ状に変えると，これが *ACC* 系の外乱となり，温度，圧力，燃料流量が変動する。これが整定するまでかなり時間がかかる。この間の見かけの効率および信頼区間は図 6.4 のようになる。図から分かるように信頼区間の計算の収斂速

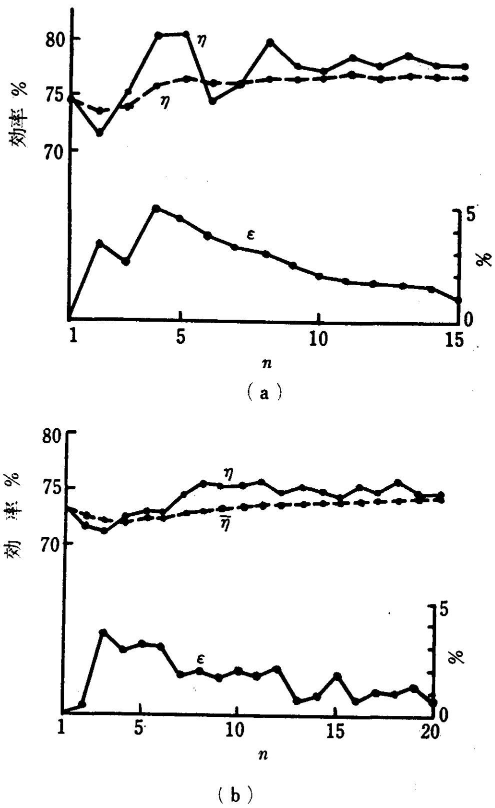


図 6.4 過渡状態のη, $\bar{\eta}$, ε

度はおそいので，むしろ，過渡状態では計測をせず，*ACC* の制御動作が，ほぼ整定した所から測定をはじめた方が，全体の所要時間は少なくなる。この結果，制御ロジックの中に時間待ちプログラムを挿入するように改良する必要が生じた。

4) 効率頂点附近の不安定

効率が頂点に近づいた状態で外乱が入り，空気量不足の状態が続くと，効率が急激に下がり，恢復しないことが時々観察された。これは伝熱面にすすが付着して効率曲線が大きく変動するのが原因と思われるので，これをさけるために，操作量に過小空気量防止リミッタをつけること，探索信号の方向を可変にすることが提案された。

5) E. O. 法の外乱に対する影響

§ 3で触れたように，信頼区間の収斂が悪い時には適当な所で計算を打切って，やり直す方が良いことが実験中に見出された。

6) 実験例

実験の結果の1例を図6.5に示すが，動作注にあるように，計算機の誤動作が多く，計算機制御の初期の様相が分かる。グラフ中，TPは探索信号，SPは制御信号，AFは空気流量，Tは蒸気出口温度，η は効率を表わす。

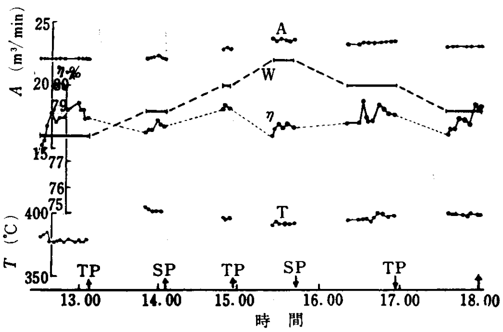
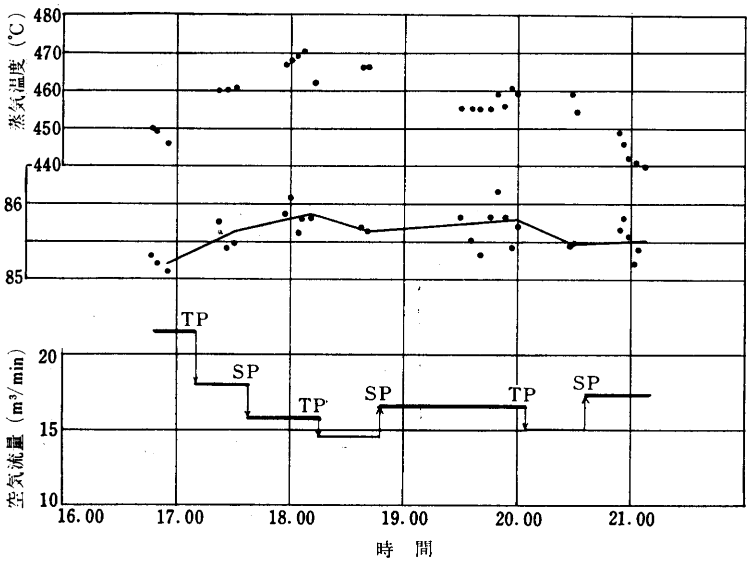


図 6.6 カシオ計算機による効率制御過程（給水量操作）



動作注

ステップ数
1
10 温度制御ハンチングのため一時休止
19 計算機途中で止まる
25 論理判断誤ち
27 途中で止まる
46 データ読込み誤ち
73 途中で止まる 72からやり直し
80 誤計算（人為的に訂正）

図 6.5 カシオ計算機による効率制御過程（空気量操作）

効率の変化をみると1%程度の改良が行なわれていることがはっきり分るが，ACC による温度制御がうまく働らいていないため，温度変化が大きく，効率制御を困難にしている。特に最後の頃の温度の降下はそれ以前の探索信号において，約30分，空気量不足の状態が続いた結果，伝熱面のよごれが生じ，空気量が復起しても，温度は降下したままである。

図6.6には，給水量を調整パラメータにとった時の同様な実験結果を示す。これからみると，η の変化は余り顕著でないが，ほぼ頂点近傍の保持動作をしているものと思われる。この実験ボイラは排気ガスタービンによる過給式ボイラなので，負荷によって自動的に空気流量が変り空気流量を一定に保つのは不可能で負荷Wの影響のみを抽出するのは，実験的にやや困難であるように思われる。

以上，種々の問題点が初期の実験で明らかになったが，これらの点を解決，現実化するためには，大型のプロセス用コンピュータの設置が必須と考えられ，幸い § 4で前述した計算機システムが設置されるようになり，それによる実験が可能になった。

§ 6－2 電子計算機による効率制御実験

カシオ計算機による実験によって，多くの重要な結果をうることが出来たが，実際上は，長時間運転の信頼性にやや欠けて満足な結果が得られなかった。

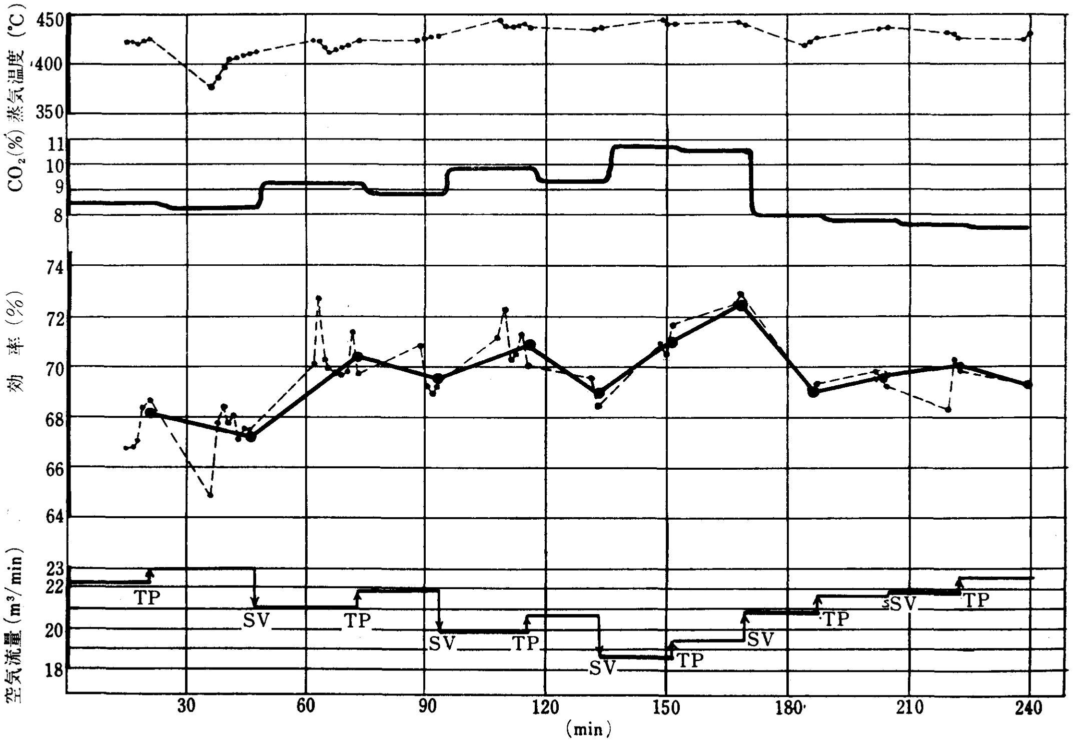


図 6.7 効率制御過程（温度制御あり）

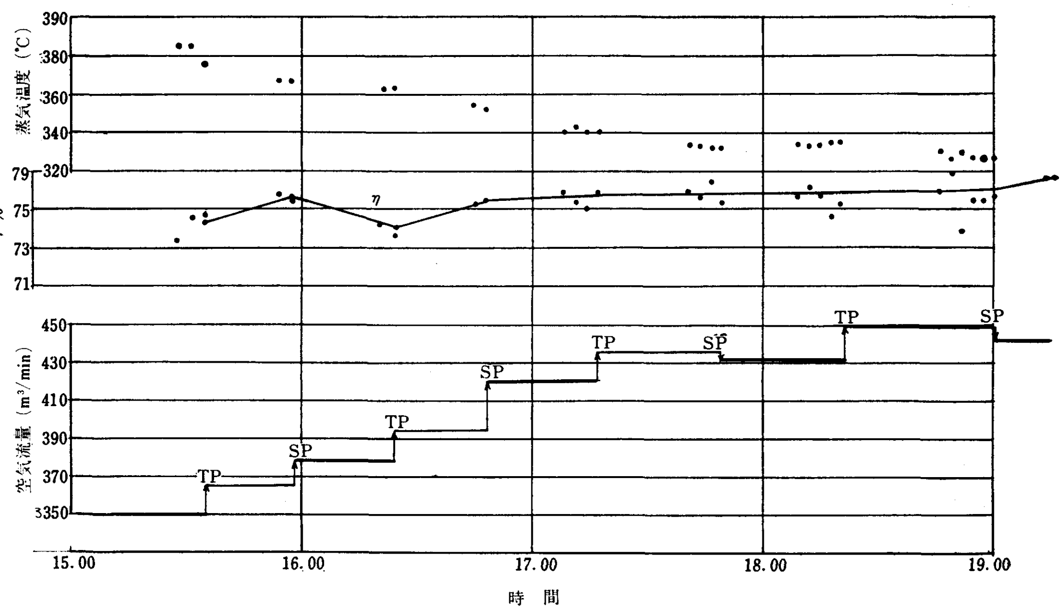


図 6.8 効率制御過程（温度制御なし）

そこで新たに計算機と変換器群を設置し，§5で示した制御ロジックを作り，それにしたがって実験を行なった。改良された点を再録すると次のようである。

1) 効率値の計算に温度補正を行なう
2) プロセス整定までの時間待ちプログラム挿入
3) 信頼区間計算中収斂のおそい時は自動的に計算を打切り，新しいデータで計算を開始する
4) 操作量に各種リミッタを付加
5) モニタープログラムの付加
6) 制御モードの variation の増設
7) 完全な on-line 制御化
8) 計算スピードの増大による動作スピードの上昇

実験例1，例2

図6.7，図6.8に実験結果を示す。前者は温度制御を行なった場合，後者は行なわない場合である。前者で効率値にスパイクが表われているのは測定の統計的ばらつきよりも，温度制御による重油流量変動に起因しているものと考えられる。いずれも効率平均1％が改善されているが，効率の変動が大きく動作の速度は，主として，プロセスの整定までの時間待ち（約20分）によって決まってしまっている。

実験例3　　おくれ補償による実験

システムの安定を増すために，§7でのべるようにプロセスを1容量のおくれと考えて，補償をした場合の実験結果を図6.9に示す。

図6.9は頂点付近の挙動を表わし，η は ±0.2％で一定値を保持している。この時 α =95％，ε=0.1％である。*TP* は一定方向に出され，制御動作はそれを打ち消す方向に動きながら頂点を保持している。この部分がハンチング損失となる。待ち時間は6分で *TP* から *TP* までの時間は約30分となり，例2の40分に比して早くなっているから負荷変動への追従性も改良されている。グラフの途中で外乱として燃料流量を突変させてある。この場合，温度制御系を外してあるので温度は上昇するが，燃料は増加しているので，結果的に効率は下がるが，やがて空気量が増加して効率を最大にするような動きをしている。

実験例4　　図6.10

前例3と同じ論理で山登りの状態を実験したものである。この実験では，空気過剰の状態からはじまって，次第に最適空気比に近づき，それに伴なって効率が上昇していることを示している。この場合も温度制御系を切りはなしてあるので，効率上昇につれて温度はほぼ比例して上昇している。山登りの段階で，効率の変化が予想していたより少なく，プログラムⅠによる動作はなく，すぐプログラムⅡによる動作に入っている。これは効率曲面がすその方でやや平らになっていること，空気流量制御弁の非線形性に原因すると思われる。

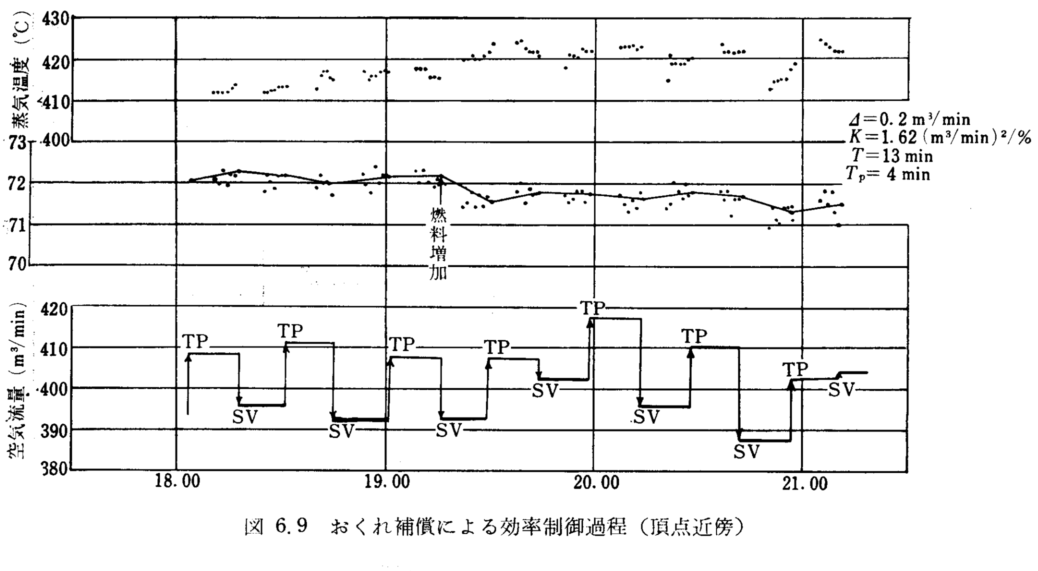


図 6.9　おくれ補償による効率制御過程（頂点近傍）

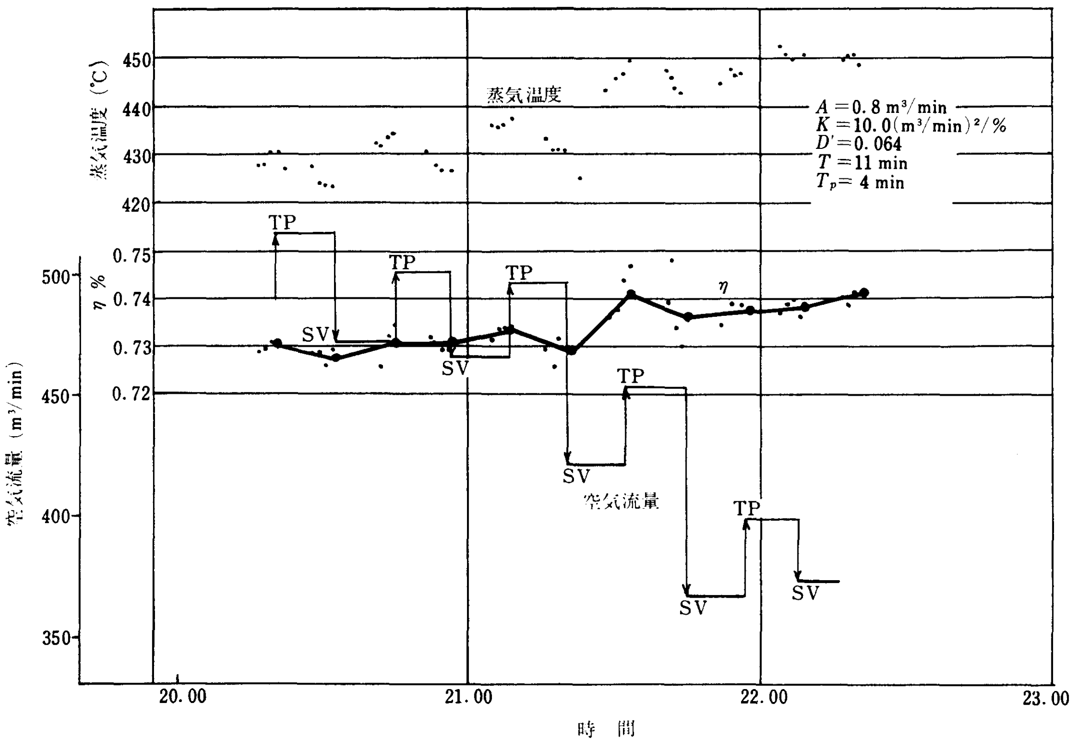


図 6.10　おくれ補償による効率制御過程（過渡状態）

この実験の制御ゲインは，§7 でのべる最適ゲインを用いてある。

§6—3　結　論

以上ボイラの効率制御実験についてのべたが，得られた結論は次のようである。

(1) 効率曲線は頂点近傍を除けば抛物線近似よりもなだらかである。

(2) 動作中，極端に空気量不足状態になると，すすによって伝熱面がよごれ，動作が不安定になるので，これをさけるため，最低空気量リミッタ，あるいは数学モデルが必要である。

(3) E. O. 法は過渡状態では正確な結果を与えない。したがって探索あるいは制御動作後，効率測定をはじめる前に適当な待機時間が必要である。

(4) 探索信号は大きすぎるとハンチング損失が大きくなり，もし，小さければ誤動作が起りやすくなる。

(5) 流量計の積分時間が短いと測定データは増加するが，ばらつきも増加する。したがって，誤動作を防ぐためには適当に積分時間を長くするのがのぞましい。

(6) サンプリング間隔が短く，ゲインが高いとシステムは振動的になる。

(7) 頂上到達を早やめるためには，探索信号の方向を効率差の符号によって変化させるのが望ましい。

(8) サンプリング周期を十分長くとれば，プラントの特性についてのデータは必要でないが，単容量おくれ近似と伝達おくれの近似を用いるのが有効である。

§7　最適化制御の理論解析

ディスクリートな探索信号を出して効率曲線(面)の勾配を測定し，頂上へと登ってゆく最適化制御は，その確実さと応答の早さの点で優れた方法であることは前述の実験結果をみて明らかである。

この場合，制御は一定の間隔でプロセスをサンプリングして行なわれる。サンプリング周期はプロセスの時定数に比べて十分に長いことが望まれるが，あまり

長いと山登りの途中の損失が大きく，また外乱に対する適応性が悪くなる。

山の傾斜方向を探索することのみを目的とするならば，一時的逆応答のプロセスでない限りサンプリング間隔をいくら短かくしてもよいように思えるが，プロセスにおくれがあると初期値が静特性曲線上にないために傾斜方向を誤測して不安定になる危険が多い。

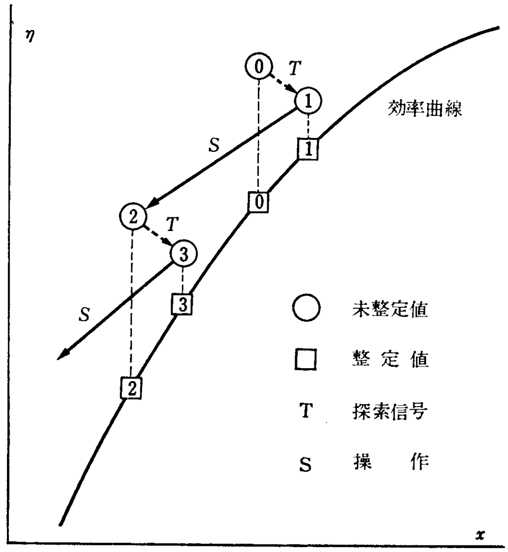


図 7.1 プロセスのおくれによる誤動作

このようにプロセスの時間おくれを考慮すると最適化制御におけるサンプリング周期，探索信号の大きさ，調節器の比例ゲインなどは外乱の特性やプロセスのおくれによって適当に選ばなければならないことが判る。

ここではプロセスにおくれがある場合の最適化制御系の安定を論じている。また，常に一方向にのみ探索信号を出して山を登る方法以外のロジックについても論じている。

§ 7－1 基本式（Mode Ⅰ）

最適化制御系の解析にあたり，次のような仮定をおく。

（i） プロセスは原点に頂点を持つ2次曲線（面）であらわされる静特性と，1次おくれであらわされる動特性の直列結合と考える。

（ii） 単変数系である。（外乱は考慮しない）いま操作変数を x, 効率を η, その静特性を η' とし，m 回目のサンプル値を添字mを付してあらわす

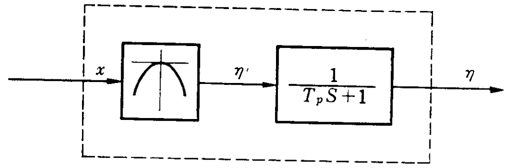


図 7.2 プロセスモデル

と，仮定によりプロセスは次のようにあらわされる。

$$\eta'_m + Ax^2_m = 0 \qquad (7-1)$$

$$\eta_{m+1} - D\eta_m = (1-D)\eta'_m \qquad (7-2)$$

ここで A は静特性の曲率，D は $exp(-T/T_P)$ で，T はサンプリング周期，T_P はプロセスの時定数である。

一方，制御操作信号は測定された効率曲線の傾斜に比例して出されるとし，また傾斜探索信号は常に一方向に出され，操作と交互に行なわれてサイクルを形成する。（以後この制御方式を Mode Ⅰとよぶ）

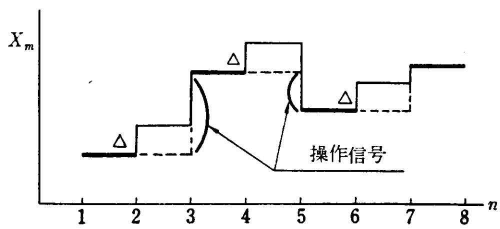


図 7.3 Mode Ⅰ 制御方式

n 回目サイクルのサンプル値を添字 n であらわすと探索，操作は次のようにあらわせる。

$$x_{2n-1} - x_{2n-2} = \varDelta \qquad (7-3)$$

$$x_{2n} - x_{2n-2} = \frac{K}{\varDelta}(\eta_{2n} - \eta_{2n-1}) \qquad (7-4)$$

ここで $\varDelta$ は探索信号の大きさ，Kは比例ゲインである。

(7—1) ～ (7—4) 式がMode Ⅰの動作をあらわす基本式になる。

§ 7－2 特性方程式

この系の動的性質をあらわす特性方程式を求める。

(7—1)～(7—4) 式から η_m, η_m', 及び x の奇数項を消去し，更に $X_m \equiv x_m + \frac{\varDelta}{2}$ とおきかえると次のように制御系の特性方程式が得られる。（付録1参照）

$$X_{2n+2} + \alpha X_{2n} + \beta X_{2n-2} + \gamma\ (X^2_{2n} - X^2_{2n-2}) = 0 \qquad (7-5)$$

ここで $\alpha=AK(1-D)(2-D)-1-D^2$

$\beta=D^2-AKD\ (1-D)$

$\gamma=\dfrac{AKD}{\Delta}\ (1-D)$

これは非線形差分方程式であって，その解の安定性は係数の値だけでは決まらず，初期条件にも依存する。

§ 7－3　系の安定

この系が安定であるための条件は2つあって，1つは (7—5) 式の係数間の関係で決まる線形安定限界を超えないこと，第2は系の初期条件が (7—5) 式の持つ不安定リミットサイクルの内側にあることである。

§ 7—3—1　線形安定条件

N回目のサイクルを添字Nであらわし（7—5）式を書き直すと

$$X_{N+1}+\alpha X_N+\beta X_{N-1}+\gamma\ (X^2{}_N-X^2{}_{N-1})\ =0 \qquad (7\text{—}6)$$

いまXが持続振動をしているものと仮定し，その周期をT_Cとする。

(a)　$T_C=2T$のとき

持続振動であるから

$$\left.\begin{array}{l}X_{N+1}=X_{N-1}\\ X_N=X_{N-2}\end{array}\right\} \qquad (7-7)$$

である。

(7—6) 式は1サイクルずれても成り立つから

$$X_N+\alpha X_{N-1}+\beta X_{N-2}+\gamma\ (X^2{}_{N-1}-X^2{}_{N-2})\ =0 \qquad (7\text{—}6')$$

(7—6), (7—6′), (7—7) 式から

$$(1+\alpha+\beta)(X_{N+1}+X_N)\ =0 \qquad (7\text{—}8)$$

$1+\alpha+\beta\neq 0$ であるから

$$X_{N+1}+X_N=0 \qquad (7\text{—}9)$$

(7—6), (7—7), (7—9) から

$$1-\alpha+\beta=0 \qquad (7\text{—}10)$$

これを書き直すと

$$AK=\frac{1+D^2}{1-D} \qquad (7\text{—}11)$$

(7—11) 式の関係が成立つと初期条件の如何に拘らず持続振動が生ずる。

(b)　$T_C=nT$のとき

この場合も同様に $\alpha,\ \beta,\ \gamma$ の間に特別な関係があれば常に持続振動を生ずる。

§7—3—2　非線形部の記述関数

次に系が持つ不安定リミットサイクルを求める。(7—6) 式をブロック線図で示すと図7.4 のようになる。

これを書き直すと図7. 5になる。

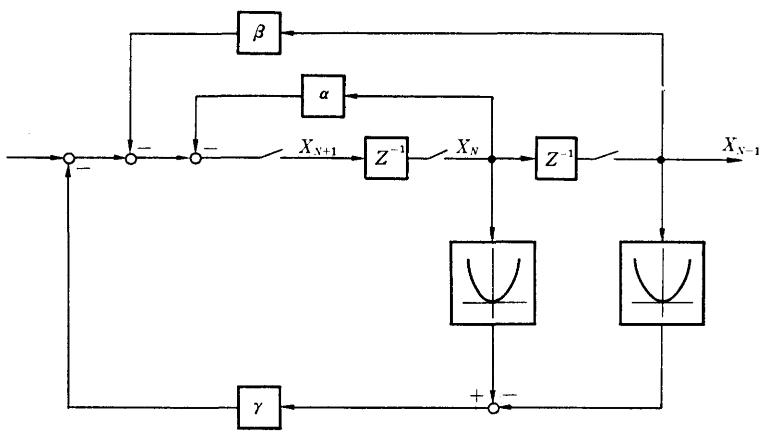


図7.4　Mode Ⅰ の特性方程式ブロック線図 (1)

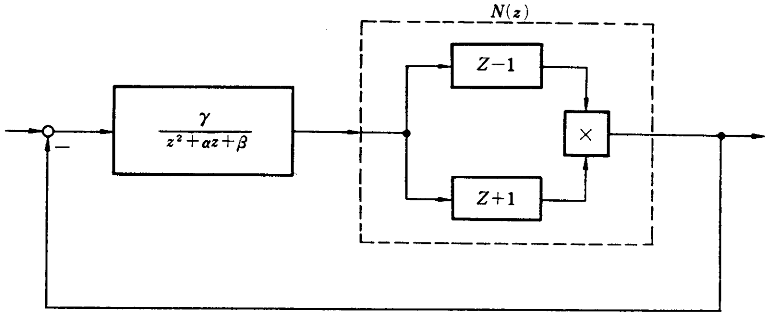


図 7.5 Mode I の特性方程式ブロック線図 (2)

ここで図中の非線形部$N(z)$の記述関数を考える。

$N(z)$の入出力信号をそれぞれy, xとする。いま

$$y_N = B\sin 2\pi \frac{T}{T_C}(N+\phi) + C \qquad (7\text{—}12)$$

$N = 1, 2, 3, \cdots\cdots\cdots$
$\phi = 0 \sim 1$

と書けると仮定すると，出力は

$$\begin{aligned} x_N &= (y_{N+1} - y_N)(y_{N+1} + y_N) \\ &= B^2 \sin 2\pi \frac{T}{T_C} \sin 2\pi \frac{T}{T_C}(2N+2\phi+1) \\ &\quad + 4CB\sin\pi \frac{T}{T_C} \cos 2\pi \frac{T}{T_C}\left(N+\phi+\frac{1}{2}\right) \end{aligned} \qquad (7\text{—}13)$$

となる。(7—13) 式から明らかなように出力x_Nは直流分を含んでいない。したがって一巡ループを考えると入力y_Nにも直流分はない。故に$C=0$で出力x_Nは

$$x_N = B^2 \sin 2\pi \frac{T}{T_C} \sin 2\pi \frac{T}{T_C}(2N+2\phi+1) \qquad (7\text{—}14)$$

(7—14) 式は非線形部$N(z)$の出力が2倍の高調波のみであることを示している。

§ 7—3—3 リミットサイクル

$N(z)$の各周波数の入力に対する出力をみてみる。

(a) $T_C = 2T$の時

$\sin 2\pi \frac{T}{T_C} = 0$ であるため (7—14) 式から

$$x_N = 0 \qquad (7\text{—}15)$$

故に $T_C = 2T$ となるようなリミットサイクルは存在しない。

(b) $T_C = 3T$の時

$\sin 2\pi \frac{T}{T_c} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ であるから (7—14) 式は

$$x_N = B^2 \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \frac{2\pi}{3}(2N+2\phi+1) \qquad (7\text{—}16)$$

この場合に限り (7—16) 式のx_Nは次のように基本振動の式に書直せる。

$$x_N = B^2 \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \frac{2\pi}{3}\left(N-2\phi+\frac{1}{2}\right) \qquad (7\text{—}17)$$

(7—12) 式の入力y_Nと (7—17) 式の出力x_Nとを比較して，非線形部のゲイン及び位相角が次のように求められる。

$$|N(z)| = \frac{\sqrt{3}}{2}B \qquad (7\text{—}18)$$

$$\angle N(z) = -\left(2\pi\phi - \frac{\pi}{3}\right) \qquad (7\text{—}19)$$

$\phi = 0 \sim 1$であるから$\angle N(z) = 300° \sim -60°$の任意の値を取りうる。すなわち一巡のゲイン条件さえ満足すればリミットサイクルは存在しうる。

$T_c = 3T$のとき $z = e^{ST} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$であるから線形部のゲインは

$$|G(jw)|_{w=\frac{2\pi}{3T}} = \frac{\gamma}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2-\alpha\beta-\alpha-\beta+1}} \qquad (7\text{—}20)$$

(7—18) 式と (7—20) 式からリミットサイクルの振幅Bを求めると次のようになる。

$$B = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{\alpha^2+\beta^2-\alpha\beta-\alpha-\beta+1}}{\gamma} \qquad (7\text{—}21)$$

(c) $T_c = nT$の時($n \fallingdotseq 3$)

この場合一般にリミットサイクルは存在しない。

§ 7—3—4 安定限界

(7—21) 式より安定限界時のB (X_N の初期値に相当), D, $\varDelta$, AK などの関係を示すと図7.6のようになる。図中 $AK=3$ の曲線が途中で切れているのはこの点で線形安定限界にかかるからである。

図7.6を見ると，プロセスにおくれがなければ$AK \leqq 1$ならば常に安定であるはずなのに，おくれが

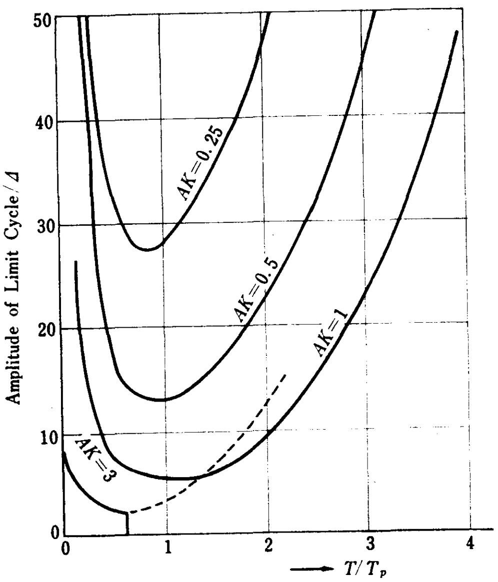


図 7.6　安定限界（Mode I）

あると同じゲインでも初期値如何で不安定になることがわかる。またプロセスのおくれが大きいと $AK>1$ に選んでも安定に頂上へ達し得る。しかしその時は初期値が頂上に近い所にあることが必要条件である。

§ 7—3—5　プロセスがむだ時間を持つ場合

前節まではプロセスが一次おくれであると仮定して解析したが，実際のプロセスは図7.7に示すように直列にむだ時間が入った形で近似される場合が多い。

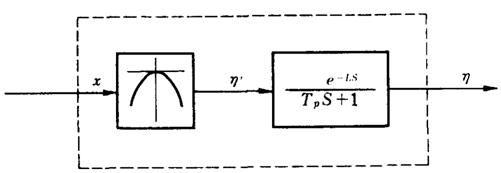


図 7.7　むだ時間のある時のプロセスモデル

この場合にはプロセスの動特性を示す（7—2）式が次のように書き直される。

$$\eta_{m+1}-D\eta_m=(1-DE)\,\eta'_m+D\,(E-1)\,\eta'_{m-1} \qquad (7—22)$$

ここでEは $exp\,(L/T_P)$，L はプロセスのむだ時間である。

(7—1), (7—3), (7—4), (7—22)式を用いて § 7—2 と同様な計算を行なうと，むだ時間を含む系の特性式は次のように求められる。

$$X_{N+1}+\alpha X_N+\beta X_{N-1}+\gamma\,(X^2_N-X^2_{N-1})=0 \qquad (7—23)$$

ここで　$\alpha=AK\,(2-3DE+D^2E)-1-D^2$

$\beta=D^2-AKD\,(2D+E-3DE)$

$\gamma=\dfrac{AKDE}{\Delta}\,(1-D)$

むだ時間 L が 0 ならば $E=1$ となり，（7—23）式は当然ながら（7—5）式と同じ係数になる。

（7—23）式は (7—5)式と形はまったく同じであるから，その安定の解析は前節と同様に行なえる。

むだ時間を含む系の線形安定限界は

$$AK=\frac{1+D^2}{1+D^2-DE\,(1+D)} \qquad (7—24)$$

非線形の不安定リミットサイクルの式は（7—21）式と同じで，α, β, γ が（7—23）式のそれに変るだけである。

安定限界時の B, D, Δ, E の関係を示すと図7.8, 7.9のようになる。

むだ時間が大きくなるにつれて安定限界が下がってくることがわかる。また，サンプリング周期をむだ時間より短かくすると線形の安定条件を満足できず不安定領域に入ることがわかる。

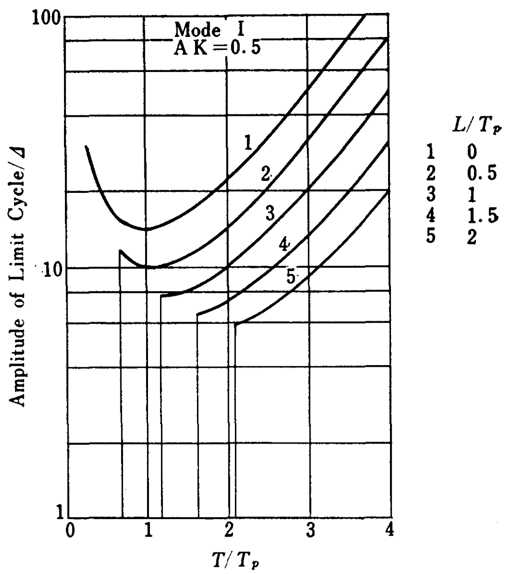


図 7.8　安定限界（Mode I）

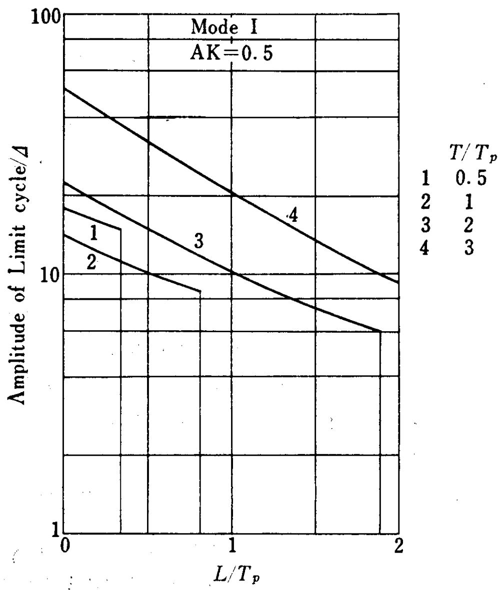


図 7.9 Mode Ⅰの安定限界（むだ時間の影響）

§ 7—4 その他のロジック

前述のような，常に一方向にのみ傾斜探索信号を出して，測定された傾斜に比例して山を登る従来の方法（Mode Ⅰ）は，プロセスにおくれがある時に初期条件によっては振動状態にならないで一方的に山を下ってしまう場合があることがわかったが，これを防ぐために次のような諸方法が考えられる。

（i） 探索信号の方向を固定せずに，前回の操作と同方向に探索信号を出す。（Mode Ⅱ）

（ii） 単なる比例動作をせずに，過去の探索結果を利用して，プロセスのおくれを補償した制御動作をする。（Mode Ⅲ）

（iii） 探索信号を二方向に順次出して傾斜を測定する。（Mode Ⅳ）

§ 7—4—1 Mode Ⅱ

非周期不安定は前回の操作の結果が整定しないうちに次の探索を前回の操作と異方向に出すような場合に起こる。この原因は逆方向の前回の操作の影響をうけて勾配の方向判定をあやまるためにおこる。

これをさけるために探索信号の方向を固定しないで常に前回の操作と同方向に出してこの非周期不安定をさけようとするのが Mode Ⅱ の方法である。

プロセスの静特性，動特性の基本式はMode Ⅰの場合と同じでそれぞれ (7—1), (7—2) 式であらわせる。

探索と操作をあらわす式は前回の操作の方向を含んだ次のような式であらわされる。

$$x_{2n+1}-x_{2n}=a_{2n}\Delta \qquad (7\text{—}25)$$

$$x_{2n+2}-x_{2n}=\frac{K}{a_{2n}\Delta}\left(\eta_{2n+2}-\eta_{2n+1}\right) \qquad (7\text{—}26)$$

ここで a_{2n} は前回の操作の方向をあらわし

$$a_{2n}=sign\ (x_{2n}-x_{2n-1}) \qquad (7\text{—}27)$$

基本式 (7—1)，(7—22)，(7—26)，(7—27) 式から導かれた Mode Ⅱ の系の特性方程式は

$$x_{N+1}+\left[2AK(1-DE)-1-\frac{a_{N-1}}{a_N}D^2\right]x_N$$
$$+\left\{\frac{a_{N-1}}{a_N}D\left[D-2AK\ (D+E-2DE)\right]\right\}x_{N-1}+$$
$$\frac{AKDE\ (1-D)}{a_N\Delta}\left(x_N{}^2-x^2{}_{N-1}\right)+\frac{AK\Delta(1-D)}{a_N}$$
$$(1+D-2DE)=0 \qquad (7\text{—}28)$$

ただし $N=2n$ である。

ここで a_N は1または−1であるが，a_N が常に同符号の場合は（7—27）式によりその前回の操作が常に同符号だったことになって，リミットサイクルが存在しないことになる。（(7—27) 式を無視して a_N を常に+1にすると Mode Ⅰ と同じ式が得られる。）

a_N が毎回符号が変るとすると $\frac{a_{N-1}}{a_N}=-1$ となり，(7—28) 式は次のように書き直せる。

$$x_{N+1}+\alpha x_N+\beta x_{N-1}+(-1)^N\gamma\ (x_N{}^2-x^2{}_{N-1})+(-1)^N\delta=0 \qquad (7\text{—}29)$$

ここで $\alpha=2AK\ (1-DE)-1+D^2$

$\beta=2AKD\ (D+E-2DE)-D^2$

$\gamma=\dfrac{AKDE\ (1-D)}{\Delta}$

$\delta=AK\Delta\ (1-D)\ (1+D-2DE)$

もし周期 $T_c=2T$ の持続振動を生じているならば，

$x_{N+1}=x_{N-1},\quad x_N=x_{N-2},$

故に（7—29）式は

$$(1+\beta)x_{N+1}+\alpha x_N+\gamma\ (x^2{}_N-x^2{}_{N-1})+\delta=0 \qquad (7\text{—}30)$$

また $(1+\beta)\ x_N+\alpha x_{N-1}-\gamma\ (x^2{}_{N-1}-x^2{}_{N-2})-\delta=0$ (7—31)

(7—30)式+(7—31)式から

$$(x_{N+1}+x_N)\ [1+\alpha+\beta-2\gamma\ (x_{N+1}-x_N)]=0 \qquad (7\text{—}32)$$

$$故に x_{N+1}=-x_N \qquad (7\text{—}33)$$

$$または x_{N+1}=x_N+\frac{1+\alpha+\beta}{2\gamma} \qquad (7\text{—}34)$$

(7—34) 式は非振動発散を意味するから捨てて (7—33) 式を (7—29) 式に代入すると

$$x_N=\frac{(-1)^N\delta}{1-\alpha+\beta} \qquad (7—35)$$

(7—35) 式は安定なリミットサイクルが原点のまわりにあることを示す。

すなわちMode Ⅱで制御すると，振幅$B=\frac{\delta}{1-\alpha+\beta}$で頂点を中心に振動して頂点にとどまることができない。故にMode Ⅱはハンチングロスが大きく，良い方法といえない。

図7.10 に制御動作例を示す。

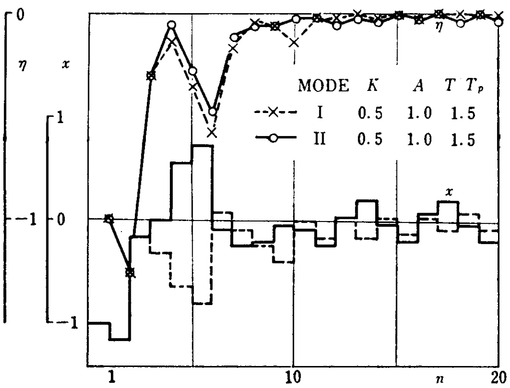


図 7.10 Mode Ⅱによる制御シュミレーション例

§ 7—4—2 Mode Ⅲ

Mode Ⅲでは，単に測定された効率ηの勾配に比例して山を登るのではなく，プロセスの時間遅れの形を一次おくれと仮定して，推定された効率の整定値 η′ の勾配に比例して山を登るようにしてより安定性を増そうと試みた。

η′の推定は (7—2) 式より

$$\eta'_m=\frac{1}{1-D'}(\eta_{m+1}-D'\eta_m) \qquad (7-36)$$

但し $D'=exp(-T/T'_p)$ で T'_pはプロセスの時定数の推定値である。

η′ の傾斜に比例して制御操作を行なうとすると (7—4) 式は次のようにあらためられる。

$$x_{2n+2}-x_{2n}=\frac{K}{\Delta}\left[\frac{1}{(1-D')}(\eta_{2n+2}-D'\eta_{2n+1})-\frac{1}{(1-D')}(\eta_{2n+1}-D'\eta_{2n})\right] \qquad (7-37)$$

(7−1)，(7—2)，(7—3), (7—37) の基本式から Mode Ⅲ の特性式を導くと次のようになる。但し$X_m\equiv x_m+\frac{\Delta}{2}$である。

$$X_{N+1}+\alpha X_N+\beta X_{N-1}+\gamma\ (X^2_N-X^2_{N-1})\ =0 \qquad (7—38)$$

ここで

$$\alpha=\frac{AK}{(1-D')}(1-D)(2-D+D')-1-D^2$$

$$\beta=D^2-\frac{AK}{(1-D')}(1-D)\ (D-D'+2DD')$$

$$\gamma=\frac{AK}{\Delta\ (1-D')}(D-D')(1-D)$$

線形の安定条件及び非線形の安定限界は § 7 — 3 で述べたのと同様に求めることができる。

図 7．11に非線形の安定限界を示す。

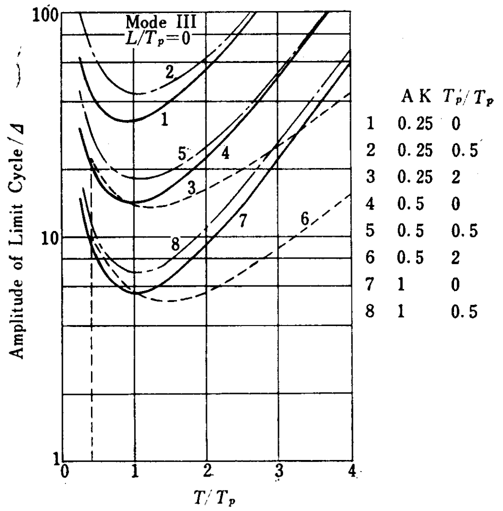


図 7.11 Mode Ⅲの安定限界 (1)

$T'_p/T_p=1$ の場合は非線形の安定限界が無限大になるため図中に示してないが，Mode ⅢはMode Ⅰに比べて$T'_p/T_p=2$以外は安定に改良されている。

図7.12 はプロセスの時定数の推定値 T'_p がリミットサイクルにおよぼす影響を示している。 $T'_p/T_p=1$ の時は特性式が線形になるため，リミットサイクルの振幅は無限大になる。この時ゲインを $AK=0.5$ にすると最適な制御ができる。

Mode ⅠはMode Ⅲで $T'_p/T_p=0$ という特別の場合に相当する。 T'_p が $0<T'_p\leq T_p$ の範囲では常に

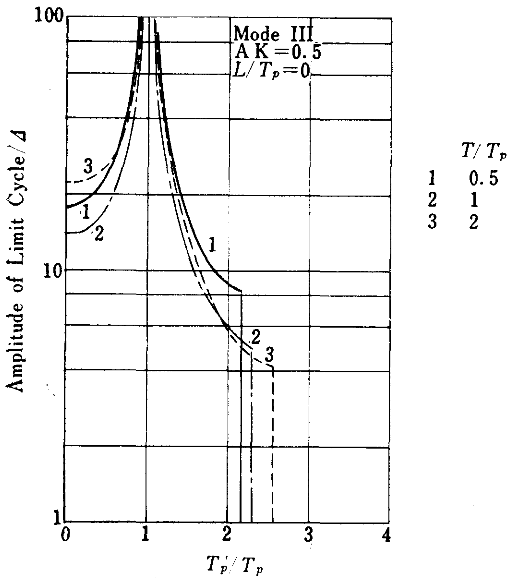


図 7.12 Mode Ⅲの安定限界(2)
(プロセス時定数の推定誤差による影響)

Mode Ⅲは Mode Ⅰよりもより安定であるが T'_p/T_p が1.5を越える場合にはMode Ⅰよりも安定度が落ち，更に2近傍を越すと線形安定限界を越えて制御不能となる。

またプロセスが前述のようにむだ時間を含んだ形の場合には（7－2）式の代りに（7－22）式を用いて同様に解くとむだ時間を含む Mode Ⅲ の特性方程式は次のようにあらわせる。

$$X_{N+1}+\alpha X_N+\beta X_{N-1}+\gamma\ (X^2{}_N-X^2{}_{N-1}) + \varepsilon\,(X^2{}_{N-1}-X^2{}_{N-2})\ =0 \qquad (7\text{—}39)$$

$$\alpha=\frac{AK}{(1-D')}\Big\{(1-DE)\ (2-D+D')-D\ (E-1)\Big\}-1-D^2$$

$$\beta=D^2-\frac{AK}{(1-D')}\Big[(1-DE)\ (D-D'+2DD')+\ (E-1)\ D\ (1-2D+2D'-DD')\Big]$$

$$\gamma=\frac{AK}{\Delta\ (1-D')}\Big[(D-D')(1-DE)+D(E-1)\Big]$$

$$\varepsilon=-\frac{AKD^2D^1\ (E-1)}{\Delta\ (1-D')}$$

（7—39）式は図7.13のようなブロック線図で表わすことができる。

図中の$N(z)$はMode Ⅰにおける非線形要素$N(z)$と同じものである。故に $\mathbf{N}(z)$ の記述関数は$T_c=3T$の時に次のように求められる。（付録2参照）

$$\left|\mathbf{N}(z)\right|=\frac{B\sqrt{3}}{2}\cdot\sqrt{\gamma^2+\varepsilon^2-\gamma\varepsilon} \qquad (7\text{—}40)$$

$$\angle\mathbf{N}(z)=-\ (2\pi\phi-\theta)$$

$$\theta=tan^{-1}\left(\sqrt{3}\ \frac{\gamma-\varepsilon}{\gamma+\varepsilon}\right)$$

従って Mode Ⅰの時と同様にリミットサイクルの振幅を次のように求めることができる。

$$B=\frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{\alpha^2+\beta^2-\alpha\beta-\alpha-\beta+1}{\gamma^2+\varepsilon^2-\gamma\varepsilon}} \qquad (7\text{—}41)$$

図7.14 に Mode Ⅲ でむだ時間を含む場合の非線形安定限界を示す。

むだ時間を含むと T/T_p が小さい方での立上りが消えて一方的に下がってしまうのみならず，線形の安定領域からはずれてしまう。また $T'_p/T_p=2$ の時にするどいピークがあらわれる。

図 7.15 はむだ時間が安定におよぼす影響を示す。やはり $T'_p/T_p=2$ の時にはピークがあらわれてむだ時間を含む方がかえってより安定になる領域があることを示している。むだ時間Lがサンプリング周期 T より大きくなるあたりで線形安定領域からはずれることがわかる。

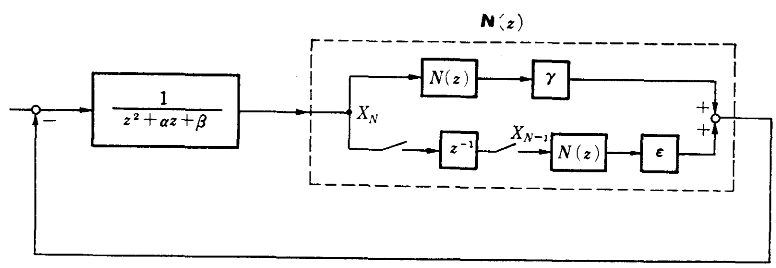


図 7.13 Mode Ⅲの特性方程式ブロック線図（むだ時間のある時）

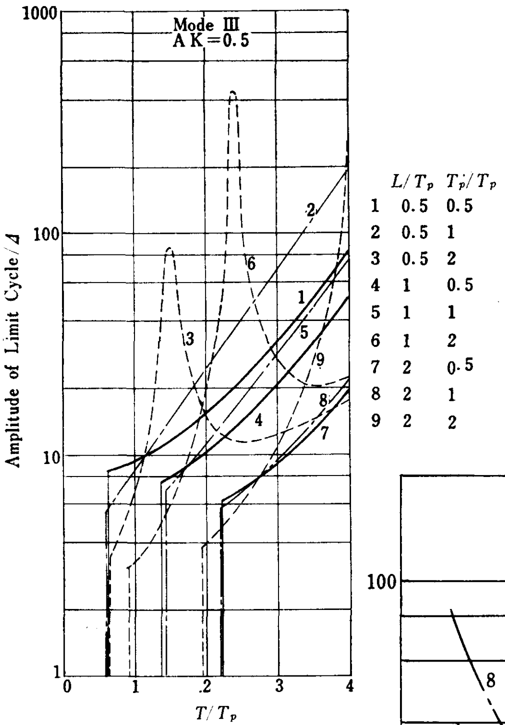


図 7.14 安定限界（Mode Ⅲ，むだ時間あり）

§ 7—4—3 Mode Ⅳ

Mode Ⅳでは探索信号を続けて二方向に出して，より確実に整定値を推定し，その勾配に比例して操作している。

2回の探索及び操作はそれぞれ次のようにあらわせる。

$$x_{3n+1}-x_{3n}=\Delta \qquad (7\text{—}42)$$

$$x_{3n+2}-x_{3n+1}=-2\Delta \qquad (7\text{—}43)$$

$$x_{3n+3}-x_{3n}=\frac{-K}{2\Delta}\left[\frac{1}{(1-D')}\left(\eta_{3n+2}-D'\eta_{3n+1}\right)-\frac{1}{(1-D')}\left(\eta_{3n+1}-D'\eta_{3n}\right)\right] \qquad (7\text{—}44)$$

プロセスをあらわす (7—1)，(7—2) 式と組合せて解くと Mode Ⅳ の特性式が次のように求まる。

$$x_{N+1}+\alpha x_N+\alpha x_{N-1}+\gamma(x^2_N-x^2_{N-1})+\delta=0 \qquad (7\text{—}45)$$

ここで $\alpha=AK\dfrac{(1-D)}{(1-D')}(2-D+D')-1-D^3$

$$\beta=AKD\frac{(1-D)}{(1-D')}(D'-2DD-D)+D^3$$

$$\gamma=-\frac{AKD\,(1-D)\,(D-D')}{2\Delta\,(1-D')}$$

$$\delta=\frac{-AK\Delta\,(1-D)^2\,(D-D')}{2\,(1-D')}$$

また前述と同様にプロセスがむだ時間を含む場合について解くと，特性方程式の各係数は次のように変る。

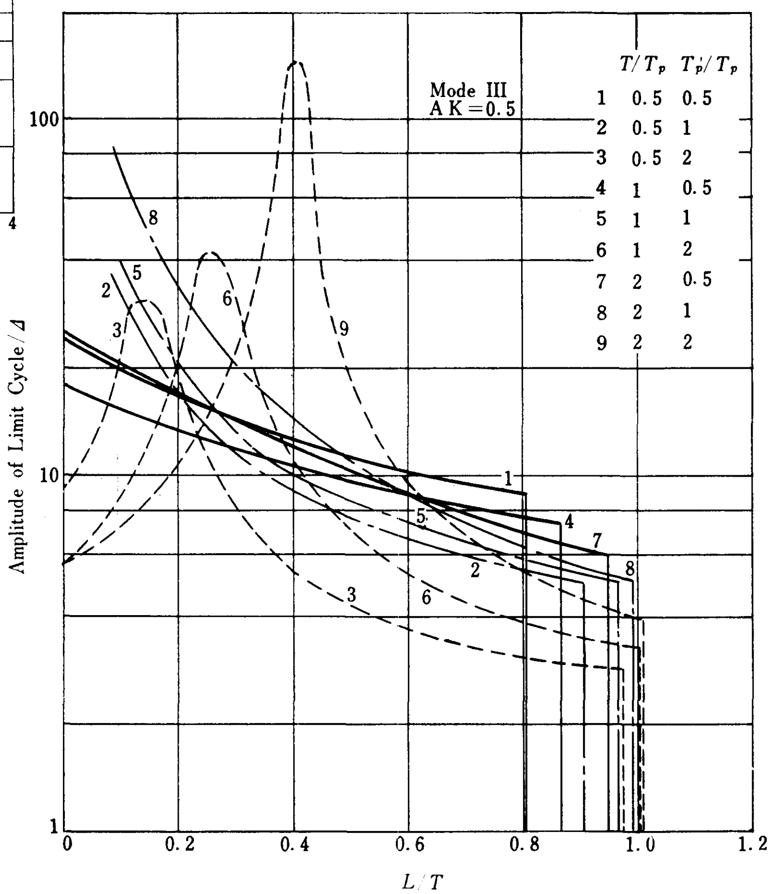


図 7.15 Mode Ⅲの安定限界（むだ時間の影響）

$$\left.\begin{aligned}
\alpha &= AK\frac{(1-DE)}{(1-D')}\Big[\,(2-D+D') - D\,(E-1)\,\Big]-1-D^3\\
\beta &= \frac{AKD}{(1-D')}\Big[\,(1-DE)\,(D'-2DD'-D)\,-\,(E-1)\,(D-D')\,(1-2D)\Big]+D^3\\
\gamma &= -\frac{AKDE\,(1-D)\,(D-D')}{2\Delta\,(1-D')}\\
\delta &= -\frac{AK\Delta}{2\,(1-D')}\Big[E(D-D')\,(1-D)^2 + (E-1)\,D'\,(1-D^3)\,\Big]
\end{aligned}\right\}\quad (7\text{—}46)$$

それぞれの場合の安定限界を図7.16，図7.17に示す。Mode Ⅳ が他の方法に比べて非常に安定であることがわかる。この方法も推定されたプロセスの時定数が実際のそれに近かければ特性式が線形に近づいてより安定になるのは Mode Ⅲと同様である。

しかしむだ時間を含まない時は $T'_p/T_p=1$ の時，線形の安定限界は $AK=1$ であるが，むだ時間を含むと $T'_p/T_p=1$ でも $AK=1$ にならず T/T_p の小さい方では安定でない領域がある。また，むだ時間が大きくなってくると（例えば $L/T_p=2$）T/T_p が 0 近傍と大きいところでは安定領域であるが，T/T_p が L/T_p より少し小さいあたりに不安定領域ができる。しかし，$T_p=T'_p$ の時，むだ時間を含む場合の安定領域の安定

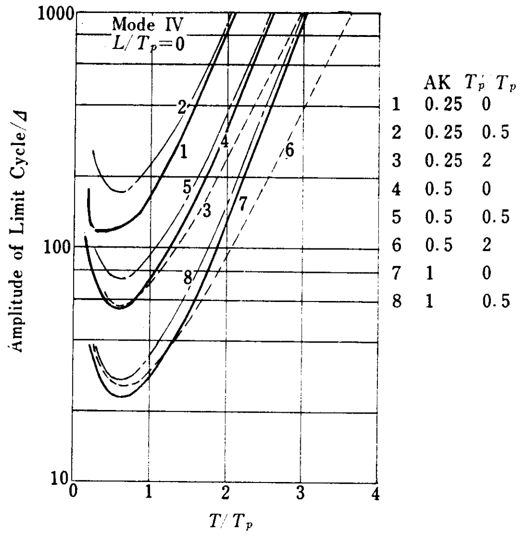


図 7.16 Mode Ⅳ の安定限界

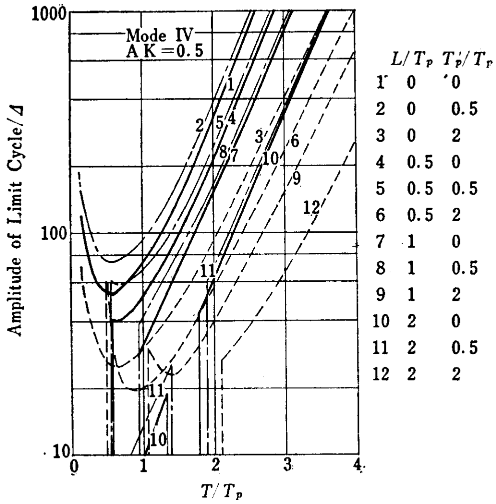


図 7.17 Mode Ⅳ の安定限界（むだ時間あり）

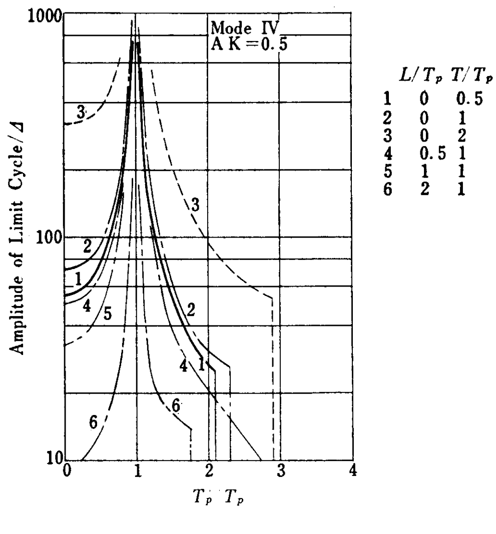


図 7.18 Mode Ⅳ の安定限界（プロセス時定数の推定誤差による影響）

限界は一般に $AK=1$ よりも大きい。

図7.17 中の $L/T_p=2$ の場合に途中に帯状にリミットサイクルが存在しないのも線形の安定限界のためである。

図7.20 はむだ時間が安定におよぼす影響を示している。

非常に複雑な形になるが，むだ時間がサンプル周期と同程度になるまでは安定度は漸減し，そこで線形安

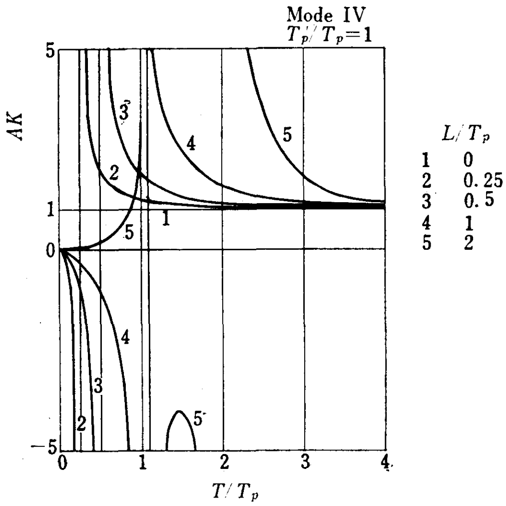


図 7.19 Mode Ⅳの線形安定限界

定領域からはずれる。しかし更にむだ時間が大きい所でわずかであるが安定な領域が現われる。

Mode Ⅳは探索信号を続けて2方向に出すため頂点近傍のハンチングが大きい難はあるが他の方法に比べてより安定であることがわかる。また特にプロセスがむだ時間を含む場合にもより安定に頂上に登り得ることがわかつた。図7.21に Mode Ⅳの制御動作例を示す。

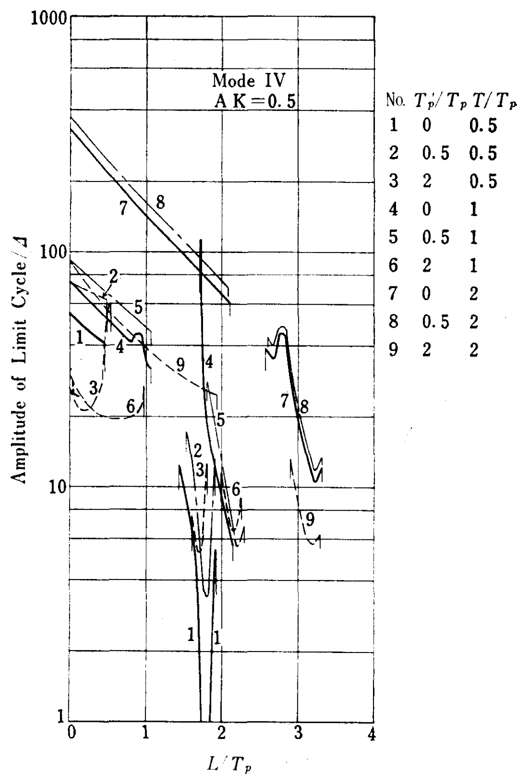


図 7.20 Mode Ⅳの安定限界（むだ時間の影響）

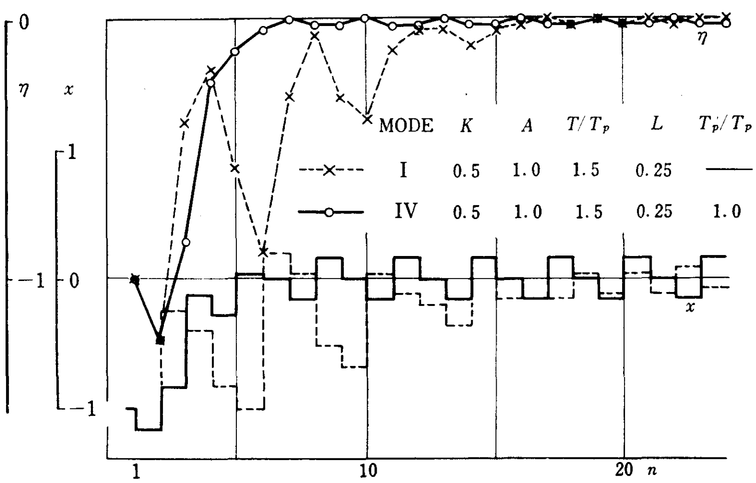


図 7.21 Mode Ⅳによる制御シュミレーション例

§ 7－5 実験との比較

Mode Ⅰで行なわれた実験と，計算機で行なったそのシミュレートの結果を比較して図7.22に示す。

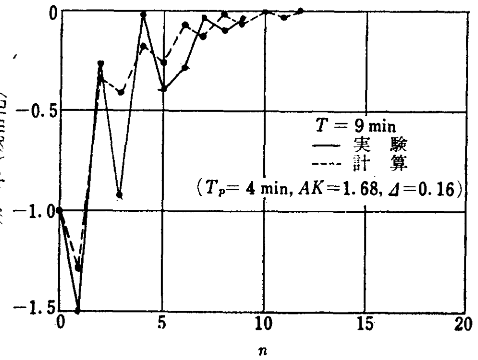


図 7.22 実験と計算との比較

図7.22の実験に用いたAK並びにΔの値はそれぞれ1.68および0.16であるので，数値計算はこれらの値および本実験に用いたボイラの時定数 T_p=4minおよびサンプリング間隔 T=9min を用いて計算した。効率（縦軸）は規格化してある。効率上昇の急なところでは実験と計算結果は大体同じ傾向で頂上に近づいて行くが，頂点近傍では効率の増減の方向が両者では必ずしも一致してない。

ま と め

本報告の解析は主として一変数の場合の安定理論に重点がおかれたが，その結果と実験のつき合わせが十分でないので，これについては今後，行なう予定である。

終りに，終始御援助下された原子力船部長佐藤健一郎氏，機関性能部長瀬尾正雄氏，機関開発部第二部長一色尚次氏に対して深く感謝の意を表する。

付録 1 Mode Ⅰの特性方程式

基本式

$$\eta'_m + Ax_m^2 = 0 \qquad (7\text{—}1)$$

$$\eta_{m+1} - D\eta_m = (1-D)\ \eta'_m \qquad (7\text{—}2)$$

$$x_{2n-1} - x_{2n-2} = \Delta \qquad (7\text{—}3)$$

$$x_{2n} - x_{2n-2} = \frac{K}{\Delta}\ (\eta_{2n} - \eta_{2n-1}) \qquad (7\text{—}4)$$

(7—1)，(7—2) 式からη'_mを消去すると

$$\eta_{m+1} - D\eta_m + (1-D)\ Ax_m^2 = 0 \qquad (7\text{—}47)$$

(7—47) 式は1サンプルずらしても成り立つから

$$\eta_m - D\eta_{m-1} + (1-D)\ Ax_{m-1}^2 = 0 \qquad (7\text{—}48)$$

ここで $Y_m \equiv \eta_m - \eta_{m-1}$ とおくと (7—4) 式及び (7—47)，(7—48) 式はそれぞれ

$$x_{2n} - x_{2n-2} = \frac{K}{\Delta} Y_{2n} \qquad (7\text{—}49)$$

$$Y_{m+1} - DY_m + (1-D)\ A\ (x_m^2 - x_{m-1}) = 0 \qquad (7\text{—}50)$$

(7—50) 式を1サンプルずらすと

$$Y_{m+2} - DY_{m+1} + (1-D)\ A\ (x_{m+1} - x_m^2) = 0 \qquad (7\text{—}51)$$

(7—50)，(7—51) 式からY_{m+1}を消去すると

$$Y_{m+2} - D^2Y_m + (1-D)\ A[x^2_{m+1} - (1-D)\ x_m^2 - Dx_{m-1}^2] = 0 \qquad (7\text{—}52)$$

(7—52) 式の $\boldsymbol{m}$ を $\boldsymbol{2n}$ とおき，(7—49) 式及び (7—49) 式の1サイクルずれた式

$$x_{2n+2} - x_{2n} = \frac{K}{\Delta} Y_{2n+2} \qquad (7\text{—}53)$$

を用いて (7—52) 式からY_{2n+2}, Y_{2n}を消去すると

$$x_{2n+2} - (1+D^2)x_{2n} + D^2x_{2n-2} + \frac{AK(1-D)}{\Delta}\left\{x^2_{2n+1} - (1-D)\ x^2_{2n} - Dx^2_{2n-1}\right\} = 0 \qquad (7\text{—}54)$$

ここで (7—3) 式及びその1サイクルずれた式を用いてx及びx^2の奇数項を消去すると (7—54) 式は

$$x_{2n+2} + [2AK(1-D) - (1+D^2)]x_{2n} + [D^2 - 2AKD(1-D)]\ x_{2n-2} + \frac{AKD(1-D)}{\Delta}\left\{x^2_{2n} - x^2_{2n-2}\right\} + AK(1-D)^2\Delta = 0 \qquad (7\text{—}55)$$

更に第5項を消去するために$X_m \equiv x_m + \frac{\Delta}{2}$とおくと (7—55) 式は次のようになり Mode Ⅰ の特性方程式が得られる。

$$X_{2n+1} + [AK(1-D)\ (2-D) - (1+D^2)]X_{2n} + [D^2 - AKD(1-D)]X_{2n-2} + \frac{AKD(1-D)}{\Delta}\ (X^2_{2n} - X^2_{2n-2}) = 0 \qquad (7\text{—}56)$$

付 録 2

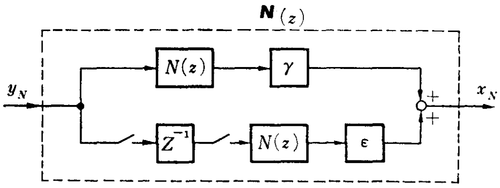


図 7.23 Mode Ⅲの特性方程式ブロック線図 (非線形部)

$T_C=3T$ の時 $N(z)$の入出力はそれぞれ

$$y_N=B\sin\frac{2}{3}\pi(N+\phi) \tag{7—12}$$

$$x_N=B^2\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\frac{2}{3}\pi\left(N-2\phi+\frac{1}{2}\right) \tag{7—17}$$

である。故に$N(z)$の入力を

$$y_N=B\sin\frac{2}{3}\pi(N+\phi) \tag{7—57}$$

とすると, $N(z)$の出力は

$$\begin{aligned} x_N &= \gamma\frac{\sqrt{3}}{2}B^2\sin\frac{2}{3}\pi\left(N-2\phi+\frac{1}{2}\right) \\ &\quad + \varepsilon\frac{\sqrt{3}}{2}B^2\sin\frac{2}{3}\pi\left(N-2\phi-\frac{1}{2}\right) \\ &= (\gamma+\varepsilon)\frac{\sqrt{3}}{2}B^2\sin\frac{2}{3}\pi(N-2\phi)\cos\frac{\pi}{3} \\ &\quad + (\gamma-\varepsilon)\frac{\sqrt{3}}{2}B^2\cos\frac{2}{3}\pi(N-2\phi)\sin\frac{\pi}{3} \\ &= (\gamma+\varepsilon)\frac{\sqrt{3}}{4}B^2\sin\frac{2}{3}\pi(N-2\phi) \\ &\quad + (\gamma-\varepsilon)\frac{3}{4}B^2\cos\frac{2}{3}\pi(N-2\phi) \\ &= \frac{B^2}{2}\sqrt{3(\gamma^2+\varepsilon^2-\gamma\varepsilon)}\sin\left\{\frac{2}{3}\pi(N-2\phi)+\theta\right\} \end{aligned} \tag{7—58}$$

ここで $\theta=\tan^{-1}\left(\frac{\gamma-\varepsilon}{\gamma+\varepsilon}\sqrt{3}\right)$

x_Nとy_Nを比較すると

$$|N(z)| = \frac{B\sqrt{3}}{2}\sqrt{\gamma^2+\varepsilon^2-\gamma\varepsilon} \tag{7—59}$$

$$\angle N(z) = -(2\pi\phi-\theta) \tag{7—60}$$

が得られる。

付 録 3 第7章で用いた記号

A	:	効率静特性の曲率
D	:	$\exp(-T/T_p)$
D'	:	$\exp(-T/T'_p)$
E	:	$\exp(L/T_p)$
K	:	制御比例ゲイン
L	:	プロセスむだ時間
s	:	ラプラス演算子
T	:	サンプリング周期
T_c	:	リミットサイクル周期
T_p	:	プロセス時定数
T'_p	:	プロセス時定数推定値
x	:	操作変数
x_N	:	非線形部出力
y_N	:	非線形部入力
z	:	z演算子
Δ	:	探索信号振幅
η	:	効率
η_m	:	m回目の効率サンプル値

参 考 文 献

1) R. Perret, R. Rouxel:
Principle of an Extremal Computer
IFAC 2nd Conference (1963)

2) S. Fujii, N. Kanda:
An Optimalizing Control of Boiler Efficiency
IFAC 2nd Conferenee (1963)

3) ボイラ便覧　丸善　p. 682

4) 藤井省三, 石田邦男:
全排ガス損失を最少にするボイラ効率制御
機械学会講演予稿169, 昭42. 4.

5) P. Profos:
Investigations of the Automatic Optimization of the Excess Air in a Lignite-fired Steam Generator
IFAC Symposium on Power Plant April (1966)

6) 竹内, 西山:
計算機による火力発電所の最高効率点の探索
電中研報告 1966年9月

7) G. E. P. Box:
Some General Considerations in Process Optimization
T. ASME, March 1960

8) オペレーションズ・リサーチ
日本国有鉄道