

排気ガスの大気乱流拡散 - II

渡辺 健次* 沢井 秀之*

Turbulent Diffusion of an Exhaust Gas in Atmosphere-II

By

Kenji Watanabe and Hideyuki Sawai

In the previous report, mathematical analysis was performed for atmospheric diffusion of the exhaust gas which is generated by the car traffic.

At present, qualitative agreement between the formula and the measurement of CO gas distribution in the vicinity of a street (Koshu Kaido) is obtained, although these data are not enough in order to determine the diffusion parameter.

Furthermore, the effective height of the exhaust mouth which is similar to the effective height of chimney is evaluated by the aid of the turbulent jet theory.

1. は し が き

交通機関から排出される危険かつ有害なガスの大気中での拡散の問題のなかで、とくに自動車ガスについて、前報¹⁾では問題全体の見とおしを述べ、主として理論的などりあつかいをおこなった。すなわち、テールパイプからのジェットとしてのガスの排出の過程を第一段階とし、第二に道路上での車のおこす乱流による混合攪拌、そしてその結果として形づくられる道路に沿った線源からの拡散を第三段階とする。とくにこの最後の段階について拡散方程式をたて、その解を研究した。

そこで得られたいろいろの条件の下での解は、いくつかの定められるべきパラメータをふくんでいるので、ただちに実用に供するわけにはいかない。そこで、実地におこなわれた測定によって、理論式の検証をおこない、かつパラメータを定めることが必要となる。

ここでは、船研排気ガス拡散現象共同研究委員会²⁾によっておこなわれた、道路上での自動車排気ガス中の一酸化炭素濃度の測定の結果をもちいて、平坦な地域での直線道路に沿ってつくられる線拡散源からの拡散の式の検討をこころみることにした。結果は、いくつかの不定のパラメータを残しているが、ほぼ理論

式と測定的一致をみることができた。

これらの不定のパラメータをあらかじめ知るためには、さききのべた第一および第二段階の過程を研究することが必要である。煙突からの拡散の理論では、排出ガスのもつ運動量および温度差による浮力を考慮にいて、実際の排出口より上方に位置する仮想的な拡散源を考える。すなわち有効煙突高さの概念をもちいている。自動車の排気ガスの場合も、運動量および浮力を考慮すると、排出口の位置は実際のものとは異なる仮想的な点に位置すると考えるべきであろう。この考えは、攪拌混合の過程のおこらない。すなわち多数の車が停止してアイドリングをおこなっているような場合にとくに重要である。写真および図1のように、排気ガスは運動量および浮力のふたつの作用のもとにある曲線をえがき、乱流混合によって急速に速度およ



* 共通工学部

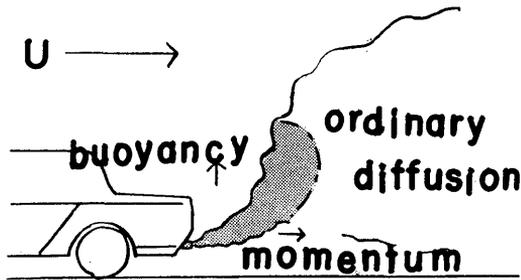


図 1

び温度差ゼロにちかづいたのち、通常の拡散にうつってゆく。この過程に乱流ジェット理論を適用して曲線の形状をもとめ、かつ有効高さの推定をおこなった。

2. 平坦な地域での直線道路からの拡散理論式の検討

2.1 等価線源の仮定

道路上での攪拌混合により、短時間に直線拡散源がたかちづくられるが、その源はひろがりを持っているから、源内における源強度分布がわかれば、拡散の結果による濃度分布は積分計算によって得られる。しかしいまのところ、道路に沿ったひろがりをもつ線源内での分布状態ははっきりしていない。したがって理論式の検討にあたってつぎのように考える。

道路に直角な断面を図2のようにしめす。風上側あ

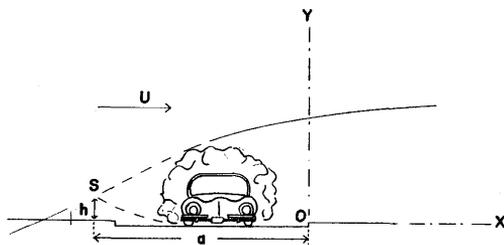


図 2

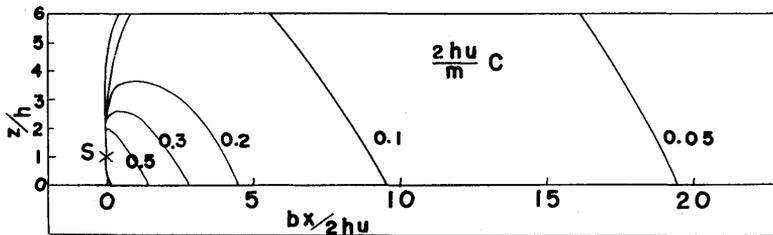


図 3

る高さ h のところに、ひろがりをもたないひとつの拡散源 S を仮定する。もちろん S は紙面に垂直で無限にのびた直線である。この S からおこなわれる拡散の結果が実際の濃度分布と同じであるとする。また、道路上における源強度分布も、仮想線源からの拡散と同じであることはもちろんである。方程式は線型であるから、ある瞬間における濃度分布をそのまま源強度分布として重ねあわせても結果は同じになる。

この等価拡散源の位置および高さは、風速や拡散係数、道路上での混合攪拌のもよう、大気安定度などによってきまると考えられる。距離 d は風速が大きければ大きく、拡散係数が大きければ逆に小さいであろう。 d は道路端から仮想線源までの距離であるから、道路上にできる線源が、どちらの車線にかたよっているかによっても違ってくる。

2.2 理論式

前報において線拡散源から直角方向距離 x にある点の濃度は、高さ z において

$$C = \frac{m}{2\pi \sqrt{ab}} \int_0^\pi \frac{e^{\frac{xu}{2a} - \frac{u}{\sqrt{ab}} \sqrt{z+h-2\sqrt{hz} \cos \theta + bx^2/4a}}}{\sqrt{z+h-2\sqrt{hz} \cos \theta + bx^2/4a}} d\theta \dots\dots\dots(1)$$

であたえられた。ここに u は道路に直角な風速成分、 a は水平方向拡散係数、 b は垂直方向拡散パラメータ、 m は単位時間単位長さあたりの発生量である。 z と h が x にくらべて小であれば

$$C = \frac{m}{bx} e^{-\frac{h+z}{bx} u} I_0 \left(\frac{2\sqrt{hzu}}{bx} \right) \dots\dots\dots(2)$$

と近似できる。 I_0 は変形された第一種ベッセル関数である。

$bx/2hu = \xi$, $z = \zeta h$ とおけば

$$\frac{2hu}{m} C = \frac{1}{\xi} e^{-\frac{\zeta+1}{2\xi}} I_0 \left(\frac{\sqrt{\zeta}}{\xi} \right) \dots\dots\dots(3)$$

となる。式(3)による濃度の高さおよび風下方向分布を図3にしめす。また末尾に数表としてしめす。これは道路上での発生源分布を積分するときにも用いられる。すなわち

$$\xi = bx/2hu \quad z = \zeta h$$

とおけば、 $2huC/m$ を

$\xi = bx/2zu \quad h = \zeta z$ とおけば $2zuC/m$ をあらわすことになる。

まずこの近似理論式を検討することにしよう。拡散パラメータ b については、Falk²⁾ により u' を風速変動標準偏差としたとき、実験式

$$b = 0.54u'$$

が得られている。係数0.54は地面粗度などを考慮するときかならずしも現在の場合に適用できるとはかぎらない。しかしすくなくとも

$$b \propto u'$$

の関係をもちいることができよう。じっさい、式の中には、風速変動にかんする量のみならず、平均風速 u もはいつているが、これらは、測定点の高さによってことなるので、いったい、どの値をえらばよいかの問題である。次表はその一例である。

	I		II		
高さ (m) z	4.5	2.0	5.0	2.5	0.5
風速 (m/s) u	1.47	0.88	1.12	0.82	0.80
変動 (m/s) u'	0.54	0.31	0.31	0.23	0.23
u'/u	0.37	0.35	0.28	0.28	0.29

しかし u'/u がほぼひとしいことに注意すると、同じ場所での濃度測定にさいしては、ある高さの一点での風速およびその変動の測定結果を代表としてもらい、異なった条件での濃度の比較をおこなうようにすればよい。測定の場所がことなるときの比較も可能とおもわれるが、いずれにせよ、 b と u' の比例係数の値については、Falk の実験式にこだわらず考察をすすめよう。

2.3 測定結果および h, d の仮定

船研排気ガス拡散現象共同研究委員会によるCO濃度測定の結果は、表および図4のようである。道路端を原点とする道路に直角な風下側の数地点で、空気を一定時間間隔で数十回採取したものの濃度の時間平均をとった。

No.	x						バックグラウンド	u	u'
	0	2	5	10	20	40			
1		17.8	14.1	9.5	4.9			0.54	
2	4.3	3.5	3.5	2.3	1.4	1.3	1.7	3.7	1.26
3	7.4	5.3	4.9	3.9	3.2	2.1	1.3	2.1	0.55
4	7.3	7.0	6.2	5.4	3.9	3.0	1.4	1.3	0.31

風速およびその変動はこの線上で高さ1.5mに無指向性のサーミスタ風速計をおいて測定した。No. 1の測定では風向の逆転すらみられた。No. 1の場合はサ

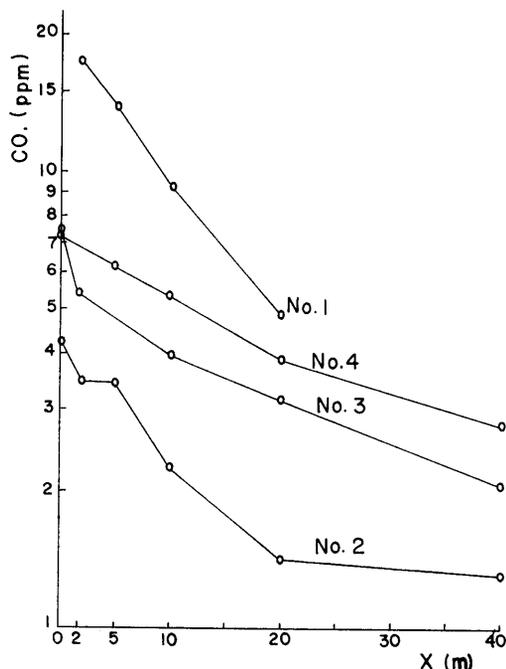


図 4

ンプリング回数がすくなかったので、風速変動標準偏差を計算しなかった。交通量およびパターンは全体を通じてほぼ同じなので、拡散源の強さは各回をつうじて等しいとする。また全体を通じてバックグラウンドより小さい値は採用すべきでないと考える。

No. 1 の測定以外のデータをもちいて、式(2)の検討をおこなうことにしよう。道路端を原点としたので、仮想した等価線源までの距離 d にたいし測定データが適合するよう、次のような仮定をおこなう。

$$d_2 = 10 \text{ m} \quad d_3 = 14 \text{ m} \quad d_4 = 25.5 \text{ m}$$

No. 4 の測定は他とことなり道路の南側でおこなっており、交通状況からみると排気ガスの発生が北側にかたよっているので d_4 は、ほかより大きくなっている。線源の高さ h については

$$h_2 = h_4 = \frac{2}{3} h_3$$

と仮定する。

道路端からの距離を x とすると、理論式の引数 ξ に代入すべき式は

$$\frac{b(x+d)}{2hu}$$

となるが、 b にたいしては u' との比例係数、 h にたいしてはその絶対値がまだ定まっていないために、理論式との比較には任意性がこのことになる。しか

し、No.2 から4までの測定データ同志の比較は、相対的な意味で可能である。

一応 Falk の実験式を採用し $0.54 u'/u \equiv \beta$ とおいて、 $\beta(x+d)h_3/h$ を横軸に、 uch/h_3 を縦軸にとってプロットする。理論曲線の方は $b(x+d)/2hu$ を横軸、右の縦軸に $2hu C/m$ をとってえがく。結果として図5がえられた。この縦軸の左右の目盛の対応から、線源の強さ m の値がえられる。 $h_3 \approx z \approx 1.5m$ とれば、 $m=120 \times 10^{-3} m^3/m \cdot sec$ となり、1秒間に1mあたり120ccのCOの発生に相当する。

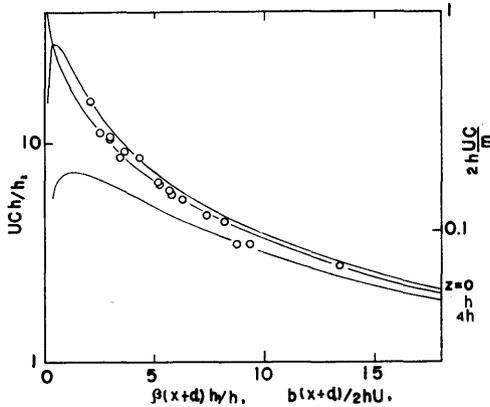


図5

また理論曲線とデータの一致が完全になるためには

$$\beta(x+d)h_3/h = b(x+d)/2hu$$

でなければならない。ゆえに、

$$b = 0.54u' \text{ とすれば、 } h = 0.5m$$

逆に、 $h = 1.5m$ とすれば、 $b = 1.62u'$

とならなければならない。

2.4 平均風速ゼロの場合

No. 1 の測定結果は種々の点で特異性をもっている。高い濃度と強い減衰がみられるとともに、風向の逆転などがあって無指向性の風速計の読みを平均風速をもとめるのにもちいることができない。読みを単純に平均した値よりも当然平均風速はゼロにちかくなる。そこで、No. 1 の場合はむしろ平均風速ゼロとおいた方が、濃度の異常な高さや急激な減衰を説明できるのではないだろうか。

前報より平均風速ゼロの場合の連続な線源よりの拡散の式は、

$$C = \frac{m}{2\sqrt{ab\pi}\sqrt{hz}} Q_{-1/2} \left(\frac{z+h+bx^2/4a}{2\sqrt{hz}} \right) \dots\dots(4)$$

平均風速ゼロでない場合の式(1)および式(4)において

$$z/h \equiv \zeta \quad bx/2hu \text{ または } bx/2hu' \equiv \xi$$

(68)

$$u^2h/ab \text{ または } u'^2h/ab \equiv k$$

とおけば

$$\frac{2hu}{m} C = \frac{k}{\pi}$$

$$\int_0^\pi e^{k\xi} \frac{\sqrt{k(1+\zeta)} - 2k\xi^{1/2} \cos \theta + k^2\xi^2}{\sqrt{k(1+\zeta)} - 2k\xi^{1/2} \cos \theta + k^2\xi^2} d\theta \dots\dots(5)$$

$$\frac{2hu'}{m} C = \frac{k^{1/2}}{\pi} \frac{1}{\zeta^{1/4}} Q_{-1/2} \left[-\frac{k}{2} \frac{\xi^2}{\sqrt{\zeta}} + \frac{\zeta+1}{2\sqrt{\zeta}} \right] \dots\dots(6)$$

が得られる。 k, ζ のある値にたいする式(5), (6)の比較を、図6, 7, 8にしめす。あきらかなように平均風速ゼロの方がたしかにより高い値および急激な減衰をしめすが、それだけではない。距離 x を無次元化して横軸にとるとき、 $b \propto u'$ とすれば、式(5)の場合には u'/u を x にかけるのにたいして、式(6)のときは $u'/u' = 1$ を x にかけることになる。ふつう u'/u は1

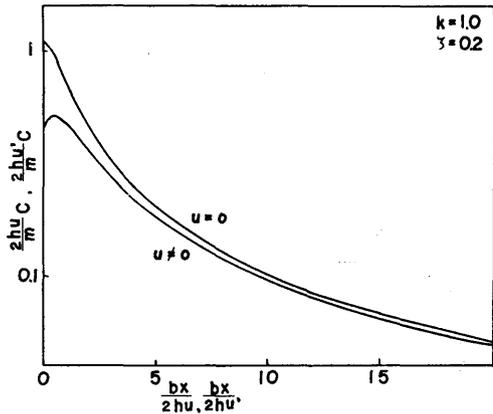


図6

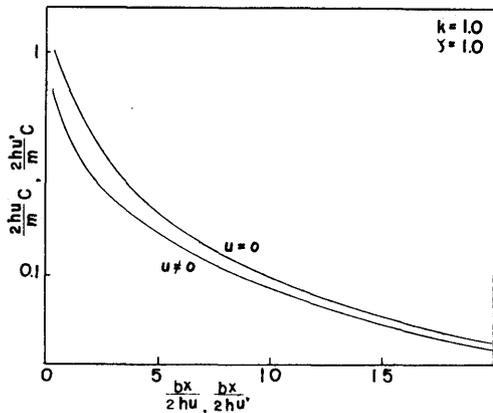


図7

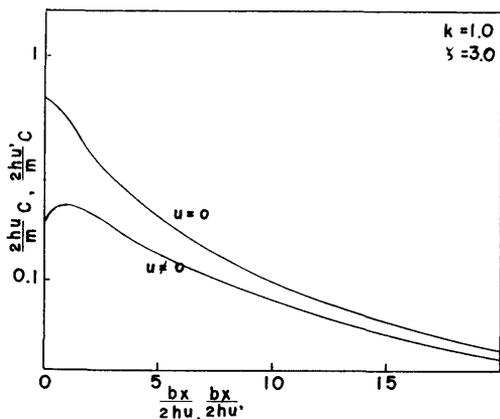


図 8

より小さいから、おなじ x にたいするときは(6)の方が(5)よりも大きい。そのために図 6, 7, 8 は、現実には(6)の方がはるかに急激に減衰していることをしめしている。

さてNo. 1 の測定では、平均風速 0.54 m/s であった。しかし、これは風速絶対値の平均であって、風速平均はゼロであると考える。このとき一般に、 $u' > |u|$ がなりたち、正格的に変化する場合は $u'/|u|=1.11$ であるから、およそ $u' \approx 0.54$ m/s としてもよいであろう。ここで例によって、 $h_1=h_3$ $d_1=6$ m の仮定をすれば図 9 が得られる。×印はNo. 1 の測定結果を○印は他の三回の結果をあらわしている。

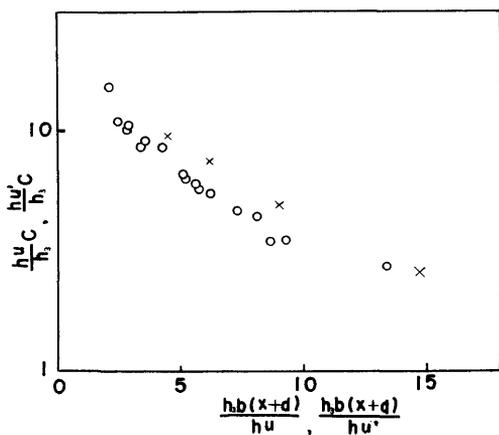


図 9

3. 排気口有効高さの推定

さきのべたように、排気口からのガスにたいしてはジェット理論が適用され、その運動量と、大気温度との差による浮力とで、排気ジェットの軸はある曲

線をえがく。

Abramovitch によれば、この曲線に沿ってはかった長さを l 、曲線への接線の水平方向となす角を θ 、 E を定数とするとき、

$$\frac{d\theta}{\cos^{5/2} \theta} = E l d l \dots \dots \dots (7)$$

の関係がある。

この理論にしたがって定数 E を評価してみよう。ジェット軸に垂直な面内での平均速度 v 、平均の温度差 T とする。排気はほとんど空気とみなし、その密度 ρ 、定圧比熱 C_p 、熱膨張係数 β とすれば、軸に垂直な面をよぎる熱フラックスは一定で

$$Q \approx \rho C_p T' v \pi R^2$$

ただし R はジェットの半径で、 $R = A l$ の関係があり、 $A = \tan 12^\circ \sim \tan 15^\circ$ である。また同じ面をよぎる運動量フラックスは $\pi \rho u^2 R^2$ で、その水平方向成分は一定で

$$M \approx \pi \rho v^2 R^2 \cos \theta$$

一方運動量フラックスの垂直成分の変化は浮力にひとしく

$$d(\pi \rho v^2 R^2 \sin \theta) \approx \pi \rho \beta g T K^2$$

前の各式から、

$$T \approx Q / \rho C_p \pi v R^2 \text{ をいれて右辺は}$$

$$\beta g Q / C_p v$$

ゆえに

$$\frac{d}{dl} l^2 v^2 \sin \theta = \frac{\beta g Q}{\rho \pi A^2 C_p v}$$

$$M = \pi \rho u^2 A^2 l^2 \cos \theta \sim \text{一定をもちいて}$$

$$\frac{d}{dl} \tan \theta = \frac{d}{dl} \left(\frac{v^2 l^2 \sin \theta}{v^2 l^2 \cos \theta} \right)$$

$$= \frac{\beta g Q}{M C_p v} = \frac{\beta g Q}{M C_p} \sqrt{\frac{\rho \pi A^2}{M}} l \cos^{1/2} \theta$$

$$\frac{d\theta}{\cos^{5/2} \theta} = \frac{\sqrt{\rho \pi A} \beta g Q l d l}{C_p M^{3/2}}$$

これより排気口における v_0 、 T_0 、 R_0 をもちい

$$E = \frac{\beta A g T_0}{R_0 v_0^2}$$

が得られるが、近似的なとりあつかいの結果であるから、実験的に定めるべき定数係数 c を導入して

$$E = c \frac{\beta A g T_0}{R_0 v_0^2}$$

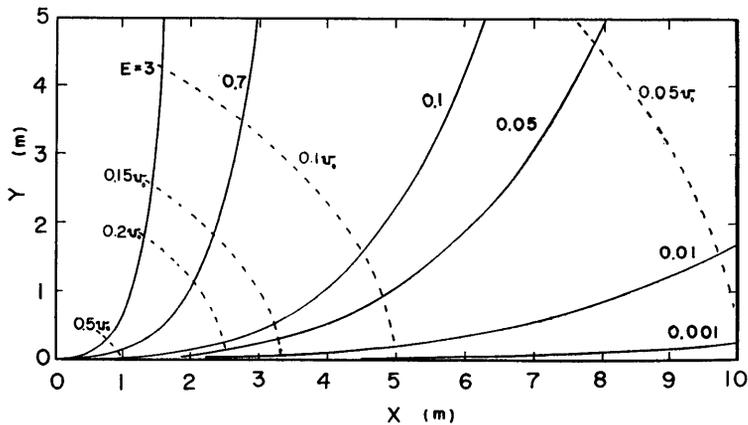


図 10

実車における測定値から E の値の範囲をきめて、いくつかの値にたいする式(7)の積分曲線を図10にしめす。

$E=0.05\sim 0.1$ は定速および加速, $E=0.7\sim 3$ はアイドリングに相当しているが, 定速の場合はこれに自動車の速度を考慮にいれて曲線をさらに右にかたむけなければならない。さらに排気管口径 $30\text{mm}\phi$ の場合について, 平均速度の減衰のようすを破線であらわしてある。

排気口有効高さの推定をおこなってみよう。平均速度が 1.0 m/s 以下になれば, 通常風速程度となって大気乱流の効果がきいてくるから 1.0 m/s になるところを排気口有効高さとする。測定された単位時間あたり排気量から計算した $30\text{mm}\phi$ 口径の場合の排気出口速度は以下のものである。

アイドリング	定速
3.3 m/s	9.9 m/s
$1.0=0.3u_0$	$1.0=0.1u_0$

したがって有効高さは, ほぼ $1\sim 2\text{ m}$ のところにあると推定される。

4. む す び

平坦な地域での直線道路に沿った線源から拡散による濃度測定値を, 理論的見地から整理してほぼ満足すべき結果をえた。また, 噴出する排気ガスに乱流ジェット理論を適用してえられるジェット軸のえがく曲線から排気口有効高さの推定をおこなった。

理論と実験の比較においていくつかのパラメータにたいして, 適当な値を仮定した。しかし, これは, まったく任意な理由のない値ではない。等価線源の高さは, おのおの等しいか, あるいは 1.5 倍である。上記

有効高さの範囲におさまるようにすることができる。等価線源までの距離 d は, 道路の南側と北側での測定にたいしては発生源の分布のかたよりによって, 大中にことなることが説明できる。その他に, 平均風速ゼロのときは当然等価線源は道路の中央になければならず, $d_4=6\text{ m}$ の値は妥当であろう。また同じ条件にあった d_2, d_3 にたいしては

$$d_2 u_2' / u_2 \approx d_3 u_3' / u_3$$

が成立つことが容易にしめされる。これはこの二回において, 道路内につくられる拡散分布がほぼひとしいことを意味する。すなわち, 等価線源の位置はことなるけれども, そこからはじまる仮定の拡散によって, 道路端での状態が, この二回において同じになるということである。

しかし, 拡散係数にかんしては, 線源高さ h との関係によって任意性がのこされる。もし $h=1\sim 1.5\text{ m}$ とすれば, 図5において横軸の目盛を一致させるために, 拡散係数の値は Falk の実験式における値の $2\sim 3$ 倍となる。この点は検討すべきで問題である。

風速あるいはその変動は拡散係数に影響する。これらの測定について考えてみよう。風速計は無指向性であるから, 道路に直角な成分を出す必要がある。当然平均風速は風速計のよみをそのまま平均するよりは小さい。風向が変動して平均として道路に直角な方向を向くときも同様のことがいえる。風速のばらつきについては, 絶対値のばらつきよりも直角成分のばらつきの方が大きい。ただし二乗平均についても同様のことがいえるかどうかは数学的な厳密な証明を必要とする。

風速計の時定数が大きければ変動は小さくあらわれることも当然で, 以上の要因はすべて u'/u を大きくするようにはたらき Falk の実験式の値に近づくこと

がわかる。

しかしデータを Falk の実験式をそのままもちいて理論に適合させるには、理論曲線の左側の勾配の急な部分をあてはめる方が早道である。この場合、 x が小となるので式(2)はもちいられず式(1)をもちいなければならぬ。このとき水平方向拡散係数が必要となってくる。

文 献

- 1) 渡辺健次：排気ガスの大気乱流拡散—I
船研報告 Vol. 4 No. 6
- 2) 伊藤昭三：大気汚染気象ハンドブック
コロナ社
- 3) 船研排気ガス拡散現象共同研究委員会
“自動車排気ガスの拡散”
船研講演会予稿集 昭和43年6月

付 表

8

ξ	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8
0.0	0	0	0	0	0	∞	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0.0674	0.4228	0.8267	1.1296	1.2830	1.2808	1.1680	0.9933	0.8019	0.6151	0.4550	0.3262	0.2264	0.1538	0.1016
2	0.4105	0.6720	0.8415	0.9280	0.9474	0.9177	0.8566	0.7737	0.6754	0.5885	0.4991	0.4169	0.3443	0.2802	0.2261
3	6300	7386	7954	8115	7976	7632	7138	6576	5971	5344	4743	4171	3640	3158	2718
4	7163	7462	7515	7382	7123	6751	6330	5873	5399	4926	4468	4030	3609	3224	2865
5	7358	7290	7111	6848	6530	6169	5788	5393	5000	4610	4233	3871	3528	3206	2904
6	7245	7011	6723	6398	6088	5743	5393	5039	4697	4362	4038	3727	3435	3154	2893
7	7039	6700	6386	6066	5741	5406	5086	4767	4459	4162	3875	3604	3343	3101	2866
8	6691	6376	6059	5742	5429	5123	4823	4535	4257	4097	3735	3488	3255	3037	2828
9	6372	6062	5754	5453	5161	4877	4602	4340	4087	3840	3606	3386	3174	2975	2784
1.0	6065	5766	5476	5193	4921	4658	4405	4162	3929	3708	3494	3291	3099	2914	2740
1	5771	5489	5217	4955	4702	4459	4227	4004	3789	3585	3388	3195	3026	2858	2695
2	5494	5231	4979	4736	4502	4278	4063	3857	3661	3470	3290	3115	2953	2798	2650
3	5237	4993	4759	4534	4318	4112	3913	3722	3540	3365	3199	3039	2885	2740	2604
4	4999	4773	4556	4348	4149	3957	3773	3597	3428	3267	3113	2963	2822	2685	2556
5	4776	4569	4369	4176	3991	3814	3643	3480	3323	3172	3029	2889	2760	2631	2509
6	4578	4380	4194	4016	3845	3681	3521	3370	3224	3084	2949	2821	2695	2577	2463
7	4384	4205	4033	3869	3708	3555	3408	3266	3130	2999	2874	2753	2637	2525	2417
8	4208	4043	3883	3729	3581	3438	3301	3169	3042	2919	2797	2689	2580	2475	2373
9	4046	3891	3743	3600	3461	3329	3200	3076	2958	2843	2733	2626	2524	2425	2330
2.0	3894	3750	3612	3478	3349	3225	3105	2989	2878	2770	2667	2566	2470	2377	2287
1	3753	3619	3490	3365	3245	3128	3016	2907	2802	2701	2603	2509	2418	2329	2245
2	3622	3496	3375	3258	3145	3036	2930	2828	2729	2634	2542	2453	2367	2284	2204
3	3500	3382	3268	3158	3052	2948	2850	2754	2661	2571	2484	2400	2319	2240	2164
4	3383	3273	3167	3064	2964	2867	2774	2683	2596	2511	2428	2349	2271	2197	2124
5	3275	3172	3072	2974	2881	2790	2701	2616	2533	2452	2374	2299	2226	2155	2086
6	3173	3076	2982	2890	2802	2716	2632	2551	2473	2397	2323	2251	2182	2114	2049
7	3078	2987	2897	2811	2727	2646	2567	2490	2416	2344	2273	2205	2139	2075	2013
8	2987	2901	2817	2735	2656	2579	2504	2431	2361	2292	2225	2161	2098	2036	1977
9	2902	2820	2741	2664	2588	2516	2444	2376	2309	2243	2180	2118	2058	2000	1943
3.0	2822	2744	2669	2596	2524	2455	2387	2322	2258	2196	2135	2077	2020	1964	1909
1	2745	2672	2601	2532	2463	2398	2333	2271	2210	2151	2093	2037	1983	1929	1878
2	2672	2603	2536	2470	2405	2343	2281	2222	2164	2107	2052	1998	1946	1895	1846
3	2604	2538	2474	2410	2349	2290	2231	2175	2119	2065	2013	1961	1911	1863	1815
4	2539	2476	2415	2354	2296	2239	2184	2129	2077	2025	1975	1925	1878	1831	1785
5	2476	2417	2358	2301	2246	2191	2138	2086	2036	1986	1938	1891	1845	1800	1756
6	2417	2361	2304	2250	2197	2145	2094	2045	1996	1948	1903	1857	1813	1770	1728
7	2362	2307	2253	2201	2150	2101	2052	2004	1958	1912	1868	1825	1783	1742	1701
8	2308	2255	2204	2154	2106	2058	2011	1966	1921	1878	1835	1794	1753	1713	1675
9	2256	2206	2157	2109	2062	2017	1972	1929	1886	1844	1803	1763	1724	1686	1648
4.0	2206	2158	2112	2066	2021	1978	1935	1893	1852	1812	1772	1734	1696	1659	1623
1	2159	2113	2069	2025	1982	1940	1898	1858	1819	1780	1742	1705	1669	1634	1599

4.2	0.2114	0.2070	0.2027	0.1985	0.1944	0.1903	0.1864	0.1825	0.1787	0.1750	0.1713	0.1678	0.1643	0.1609	0.1576
3	2069	2028	1987	1947	1907	1868	1830	1793	1756	1721	1686	1651	1618	1585	1552
4	2029	1988	1949	1910	1872	1834	1798	1762	1727	1692	1658	1625	1593	1561	1530
5	1988	1950	1911	1874	1837	1801	1766	1732	1698	1664	1632	1600	1568	1538	1508
6	1951	1913	1876	1840	1805	1770	1736	1703	1670	1638	1606	1576	1545	1516	1487
7	1913	1877	1842	1807	1773	1740	1707	1675	1643	1612	1582	1552	1522	1494	1466
8	1877	1842	1808	1775	1742	1710	1678	1647	1617	1587	1557	1529	1500	1472	1445
9	1843	1809	1777	1744	1713	1682	1651	1621	1592	1563	1534	1506	1479	1452	1426
5.0	1810	1777	1746	1714	1684	1654	1624	1595	1567	1539	1511	1484	1458	1432	1406
5	1660	1633	1606	1580	1554	1528	1503	1479	1454	1430	1407	1385	1361	1339	1317
6.0	1534	1510	1487	1465	1443	1421	1399	1378	1357	1336	1316	1296	1277	1257	1238
5	1424	1404	1384	1365	1346	1326	1308	1289	1271	1253	1236	1218	1201	1184	1167
7.0	1330	1313	1296	1279	1262	1245	1229	1212	1196	1181	1165	1150	1135	1120	1105
5	1247	1231	1216	1202	1186	1172	1157	1143	1129	1115	1101	1087	1074	1061	1048
8.0	1174	1161	1147	1134	1120	1108	1094	1082	1069	1057	1044	1032	1020	1008	0.0997
5	1109	1097	1085	1073	1061	1049	1038	1026	1015	1004	0.0993	0.0982	0.0971	0.0960	0.0950
9.0	1051	1040	1029	1018	1008	0.0998	0.0987	0.0977	0.0966	0.0956	0.0946	0.0936	0.0927	0.0917	0.0908
5	0.0999	0.0989	0.0979	0.0970	0.0960	0.0951	0.0941	0.0932	0.0922	0.0913	0.0904	0.0895	0.0886	0.0878	0.0869
10.0	951	942	933	925	916	907	899	890	882	873	865	857	849	841	833
11.0	869	861	854	846	839	832	825	818	810	803	796	790	783	776	769
12.0	799	793	787	780	774	768	762	756	750	744	738	732	726	720	715
13.0	740	735	729	724	719	713	708	703	698	693	687	682	677	672	667
14.0	689	685	680	675	671	666	661	657	652	648	643	639	635	630	626
15.0	645	641	637	633	629	624	620	616	613	609	605	601	597	593	589
16.0	606	602	598	595	591	588	584	581	577	574	570	567	563	560	557
17.0	571	568	565	561	558	555	552	549	546	543	540	536	533	530	527
18.0	541	538	535	532	529	526	523	520	518	515	512	509	506	504	501
19.0	513	510	508	505	502	500	497	495	492	490	487	485	482	480	477
20.0	488	485	483	481	478	476	474	471	469	467	465	462	460	458	456
21.0	465	463	461	459	456	454	452	450	448	446	444	442	440	438	436
22.0	444	442	440	439	436	435	433	431	429	427	425	423	421	419	418
23.0	426	424	422	420	418	417	415	413	411	409	408	406	404	403	401
24.0	408	407	405	403	402	400	398	397	395	393	392	390	389	387	386
25.0	392	391	389	388	386	385	383	382	380	379	377	376	374	373	371
30.0	328	327	326	325	324	323	321	320	319	318	317	316	315	314	313
35.0	282	281	280	279	279	278	277	276	275	275	274	273	272	272	271
40.0	247	246	246	245	245	244	243	243	242	242	241	240	240	239	239

η	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0	4.2	4.4	4.6	4.8	5.0	5.2	5.4	5.6	5.8
0.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0.06626	0.04232	0.02665	0.01652	0.01006	0.00607	0.00361	0.00213	0.00142	0.00071	0.00041	0.00023	0.00013	0.00007	0.00004
2	0.1788	0.1453	0.1142	0.08798	0.06816	0.05258	0.04035	0.03074	0.02333	0.01761	0.01328	0.00995	0.00742	0.00562	0.00409
3	2323	1981	1713	0.1401	1178	0.09949	0.08298	0.06902	0.05723	04727	03896	0.03202	0.01927	0.02148	0.01755
4	2537	2238	1968	1726	1507	1314	1147	0.09948	0.08627	07437	06420	0.05533	04753	04077	03494
5	2621	2368	2124	1905	1705	1523	1359	0.1209	0.1074	09544	08456	0.07486	06621	05842	05156
6	2650	2418	2205	2009	1827	1657	1504	1361	1231	1112	0.1004	0.09048	08152	07333	06590
7	2649	2444	2250	2071	1903	1749	1604	1470	1346	1231	1125	0.1027	09388	08559	07819
8	2630	2444	2270	2106	1952	1807	1672	1546	1429	1320	1217	1123	0.1035	09530	08771
9	2607	2438	2275	2122	1979	1845	1719	1602	1491	1386	1301	1198	1111	0.1032	09579
1.0	2575	2420	2270	2130	1996	1871	1752	1642	1536	1437	1344	1256	1174	1096	0.1024
1	2544	2396	2258	2129	2003	1885	1774	1669	1571	1477	1387	1303	1224	1149	1078
2	2505	2372	2243	2119	2003	1895	1788	1689	1594	1505	1419	1340	1262	1191	1123
3	2470	2344	2224	2108	1999	1892	1795	1700	1611	1525	1444	1367	1295	1225	1159
4	2430	2314	2200	2092	1989	1891	1797	1707	1622	1543	1464	1391	1320	1253	1189
5	2395	2283	2175	2075	1979	1883	1796	1710	1629	1552	1477	1407	1340	1275	1213
6	2355	2249	2150	2053	1962	1873	1790	1708	1632	1557	1488	1418	1353	1292	1233
7	2317	2217	2124	2032	1945	1860	1782	1705	1631	1560	1492	1427	1366	1306	1248
8	2278	2184	2095	2009	1927	1847	1770	1697	1627	1560	1494	1433	1373	1316	1260
9	2238	2153	2066	1986	1907	1831	1759	1689	1621	1557	1495	1434	1378	1322	1269
2.0	2201	2117	2037	1960	1886	1814	1745	1678	1614	1552	1492	1435	1380	1327	1276
1	2163	2084	2008	1935	1863	1794	1730	1666	1605	1545	1488	1434	1380	1330	1280
2	2126	2051	1979	1910	1841	1777	1713	1653	1593	1538	1481	1429	1379	1329	1283
3	2090	2019	1950	1884	1818	1757	1697	1638	1581	1528	1476	1425	1376	1328	1283
4	2055	1986	1921	1858	1796	1736	1680	1624	1569	1518	1467	1418	1372	1326	1281
5	2019	1955	1893	1832	1773	1717	1662	1608	1557	1507	1458	1411	1365	1322	1279
6	1986	1924	1865	1807	1750	1696	1643	1593	1543	1495	1448	1403	1359	1317	1275
7	1952	1894	1837	1781	1728	1675	1625	1576	1529	1482	1438	1394	1352	1311	1271
8	1920	1863	1809	1756	1705	1655	1606	1559	1514	1469	1427	1384	1344	1305	1266
9	1888	1834	1782	1732	1682	1634	1588	1543	1499	1456	1415	1374	1336	1297	1260
3.0	1857	1806	1756	1707	1660	1614	1569	1526	1484	1443	1403	1364	1328	1289	1254
1	1827	1778	1730	1684	1638	1594	1551	1509	1468	1429	1390	1353	1317	1280	1250
2	1798	1750	1705	1660	1616	1574	1532	1492	1453	1414	1378	1341	1306	1272	1238
3	1769	1724	1680	1637	1595	1554	1514	1476	1438	1401	1365	1330	1296	1263	1231
4	1741	1697	1655	1614	1574	1535	1496	1459	1422	1387	1352	1318	1286	1253	1222
5	1714	1672	1631	1592	1553	1515	1478	1442	1407	1373	1339	1307	1275	1246	1214
6	1687	1647	1608	1570	1533	1496	1461	1426	1392	1359	1327	1295	1264	1234	1205
7	1662	1623	1585	1549	1513	1477	1443	1410	1377	1345	1314	1283	1253	1224	1196
8	1637	1600	1563	1528	1493	1459	1426	1394	1362	1331	1301	1271	1242	1214	1186
9	1612	1576	1541	1507	1473	1441	1409	1377	1347	1317	1288	1259	1231	1204	1177
4.0	1588	1554	1520	1487	1455	1423	1392	1362	1332	1303	1275	1247	1220	1193	1168
1	1565	1532	1499	1467	1436	1406	1376	1346	1318	1290	1262	1235	1209	1183	1158

4.2	1542	1510	1479	1448	1418	1388	1359	1331	1304	1276	1250	1224	1198	1173	1148
3	1521	1490	1459	1430	1400	1372	1344	1316	1289	1263	1237	1212	1187	1164	1139
4	1499	1469	1440	1411	1383	1355	1328	1301	1275	1250	1225	1200	1176	1153	1130
5	1478	1449	1421	1393	1366	1338	1312	1287	1261	1237	1213	1189	1165	1142	1120
6	1459	1430	1402	1375	1349	1323	1299	1272	1248	1224	1200	1177	1154	1132	1111
7	1438	1411	1384	1358	1332	1307	1283	1258	1235	1211	1188	1166	1144	1122	1101
8	1418	1392	1366	1341	1316	1292	1267	1244	1221	1199	1176	1155	1133	1112	1095
9	1400	1374	1349	1325	1301	1277	1254	1231	1207	1186	1165	1144	1123	1102	1082
5.0	1381	1357	1332	1308	1285	1262	1239	1217	1196	1174	1153	1132	1112	1093	1073
5	1295	1274	1254	1233	1212	1192	1173	1154	1135	1116	1098	1080	1062	1044	1027
6.0	1220	1201	1183	1165	1147	1130	1112	1096	1079	1063	1046	1030	1015	0.0999	0.0984
5	1151	1135	1119	1103	1087	1072	1057	1042	1027	1013	0.0998	0.0984	0.0970	957	943
7.0	1090	1076	1062	1048	1034	1020	1007	0.0994	0.0981	0.0968	955	942	930	917	905
5	1035	1022	1009	0.0997	0.0984	0.0972	0.0960	948	937	925	913	902	891	880	869
8.0	0.0985	0.0973	0.0962	951	940	929	918	907	897	886	876	866	856	846	836
5	939	929	919	909	899	889	879	869	860	850	841	832	822	813	804
9.0	898	889	879	870	861	852	843	834	826	817	809	800	792	783	775
5	860	852	843	835	827	818	810	802	794	786	778	771	763	756	748
10.0	825	817	809	802	794	787	779	772	765	757	750	743	736	729	722
11.0	763	756	750	743	737	730	724	718	712	705	699	693	687	681	675
12.0	709	704	698	692	687	681	676	671	665	660	655	650	644	640	634
13.0	662	658	653	648	643	638	634	629	624	620	614	611	606	602	597
14.0	622	617	613	609	605	601	596	592	588	584	580	576	572	568	564
15.0	585	582	578	574	571	567	563	560	556	552	549	545	542	538	535
16.0	553	550	547	543	540	537	533	530	527	524	521	518	514	511	508
17.0	524	521	518	515	512	510	507	504	501	498	495	492	490	487	484
18.0	498	496	493	490	488	485	483	479	477	475	472	470	467	465	462
19.0	475	472	470	468	465	463	460	458	456	453	451	449	446	444	442
20.0	453	451	449	447	445	442	440	438	436	434	432	430	428	425	423
21.0	434	432	430	428	426	424	422	420	418	416	414	412	410	408	406
22.0	416	414	412	410	408	407	405	403	401	399	398	396	394	392	391
23.0	399	397	396	394	392	391	389	387	386	384	383	381	379	378	376
24.0	384	382	381	379	378	376	375	373	372	370	369	367	366	364	363
25.0	370	368	367	365	364	363	361	360	358	357	356	354	353	351	350
30.0	312	311	310	309	308	307	306	305	304	303	302	301	300	299	298
35.0	270	269	269	268	267	266	266	265	264	263	263	262	261	260	260
40.0	238	237	237	236	236	235	234	234	233	233	232	232	230	230	230