円筒外面の熱および物質伝達におよぼす主流の乱れの影響

森下輝夫*　野村雅宣*

Effect of Free Stream Turbulence on Local Heat and Mass Transfer from Circular Cylinders in Cross Flow

By
Teruo Morishita and Masanobu Nomura

The application of similarity between heat and mass transfer to determine the local heat transfer coefficient of bodies is a well-known experimental technique.

The purpose of this paper is to elucidate the influence of artificially increased turbulence in the free air stream on the heat and mass transfer by forced convection from circular cylinders in cross flow, and to make it clear whether similarity between heat and mass transfer exists or not, when the turbulence is increased in the free stream.

The heat transfer experiments were made with two cylinders; one was fitted with electrically heated Nicrome ribbons, and the other was a steam heated cylinder. The mass transfer experiments were made with a Naphthalene cylinder. The screens to produce the free stream turbulence were equipped in front of these cylinders in the test section.

The results show that less than one per cent turbulence of the free stream produces no effect on heat and mass transfer, but more than one per cent turbulence increases the rate of heat and mass transfer, and also show that the similarity between heat and mass transfer is valid, even when the high turbulence exists in the free stream.

概　要

複雑な形状の物体表面の熱伝達率を求めるときに，熱伝達と物質伝達の類似性を利用することはよく知られている。

本報告の目的は，気流に直交する円筒表面からの熱および物質伝達におよぼす主流の乱れの影響を実験的に調べて，主流に乱れがある場合にも熱伝達と物質伝達の間に類似性が成り立つか否かを明らかにすることにある。

熱伝達の実験には蒸気および電気加熱円筒を用い，物質伝達の実験にはナフタリン製円筒を用いた。これらの円筒の上流に乱流格子をおいて，気流に種々の乱れを与えた実験を行なった結果，主流の乱れが約1％以下では乱れは熱および物質伝達に影響をもたらさないが，それ以上では，乱れを増すにしたがって伝達率も増加し，乱れがある場合においても熱および物質伝達の間に類似性が成り立つことが明らかとなった。

1. まえがき

諸機器の表面などのように，複雑な形をした物体表面からの熱伝達率を求めることは，実験上かなりむつかしく，その費用も高価になる。特にその物体表面の局所的な値を知ることは非常に困難である。そこで従

* 機関開発部第一部

来からも付録で述べるような物質伝達と熱伝達の類似性を利用して，物質伝達率から相当ヌセルト数を求め，間接的に熱伝達率を知ろうとする試みがなされてきた。(この物質伝達の実験方法としては，アンモニアをりん酸をひたした紙に吸収させる方法，水蒸気を吸収あるいは蒸発させる方法，氷を溶かす方法，ナフタリンを昇華させる方法などがあるが，精度や実験の簡便さから，最近ではもっぱら本研究にも用いたナフタリンの昇華による実験が多い。) しかしながら，物質伝達率を実測して熱伝達率を推定することは，加熱および温度測定のわずらわしさからまぬがれる利点をもつにもかかわらず，この方法の基礎となる物質伝達と熱伝達の類似性の成立する範囲は，まだ完全に明らかではない。著者の一人はこれについて日本機械学会誌[1]上で指摘したことがあるが，とりわけ剝離した面や流れに乱れを含む場合の熱伝達は一般の機器においてしばしばみられるので，このような場合の物質伝達と熱伝達の類似性をたしかめておくことは，類似性を利用して熱伝達率の推定を行なう上に重要である。主流に乱れのある場合における円筒まわりの物質伝達および熱伝達の研究はいままでにも行なわれているが[10~14]，まだ定量的には十分でなく，かつ両者の類似性を明らかにするために同一の流れの条件のもとで行なわれた実験はまだない。したがって本報告はこれについて明らかにした。

2. 記　　号

- A: 表面積 m^2，または定数
- a: 温度伝導率 $\lambda/\rho C_p$
- B: 定数
- C, C_t: 係数
- C_D: 形状抵抗係数 (59)式
- C_p: 定圧比熱 kcal/kg°C，または圧力係数 (58) 式
- $C_1=R_{E2}I/(R_{E1}+R_{E2}+R_{E3}+R_{E4})$
- $C_2=A/2\sqrt{U_0}\,(A\sqrt{U_0}+B-1)^2$
- D: 拡散係数 m^2/hr
- d: 円筒直径 m
- e: 不平衡電圧 volt
- I: 電流 Amp
- k: 主流乱れ T_u の指数
- L: 長さ m
- l: 長さ m，または温度比 T_w/T_∞ の指数
- M: 乱流格子メッシ
- m: 単位時間当りの物質伝達量 kg/hr，またはレイノルズ数 R_e の指数
- $\dot{m}$: 単位面積，単位時間当りの物質伝達量 kg/m^{2}hr
- N_u: ヌセルト数 (56)式
- n: プラントル数 P_r またはシュミット数 S_c の指数
- P: 全圧 kg/m^2
- P_0: 大気圧 mmHg
- p: 分圧 kg/m^2
- p_s: 静圧 kg/m^2，p_{s0} 円筒上流における静圧
- P_r: プラントル数 $C_p\mu/\lambda$
- q: 熱流束 kcal/m^{2}hr
- R: ガス定数 kgm/kg°K
- R_E: 電気抵抗 Ω
- R_e: レイノルズ数 (57)式
- r: $T_u=0.24\%$ における $\bar{S}_h$ 数および $\bar{N}_u$ 数に対する各種乱れの時の $\bar{S}_h$ 数および $\bar{N}_u$ 数の増加割合$=(\bar{S}_h/R_e{}^m)/(\bar{S}_h/R_e{}^m)_{0.24}$, $(\bar{N}_u/R_e{}^m)/(\bar{N}_u/R_e{}^m)_{0.24}$，$m$ は全領域の場合 0.6，層流領域の場合 0.5
- r_s: 蒸発潜熱 kcal/kg
- r_v: ナフタリン比重量 kg/m^3
- S_c: シュミット数 ν/D
- S_h: シャウッド数 (53)式
- T: 絶対温度 °K
- t: 摂氏温度 °C
- U: 壁面に平行な流体の速度 m/s
- U_0: 円筒上流における流体の速度 m/s
- u: 流体の時間的変動速度 m/s
- V: 壁面に直角方向の流体の速度 m/s
- W: 凝結水量 kg/hr
- w: 濃度
- x, y: 座標
- z: 乱流格子より熱線までの距離 m

- α: 熱伝達率 kcal/m^{2}hr°C
- α_D: 物質伝達率 m/hr
- δ_D: ナフタリンの昇華深さ m
- θ: 円筒前方岐点よりはかった角度
- λ: 熱伝導率 kcal/mhr°C
- μ: 静粘性係数 kgs/m^2，kghr/m^2
- ν: 動粘性係数 m^2/s，m^2/hr
- ρ: 比重量または密度 kg/m^3，kgs^2/m^4
- τ: 時間 hr

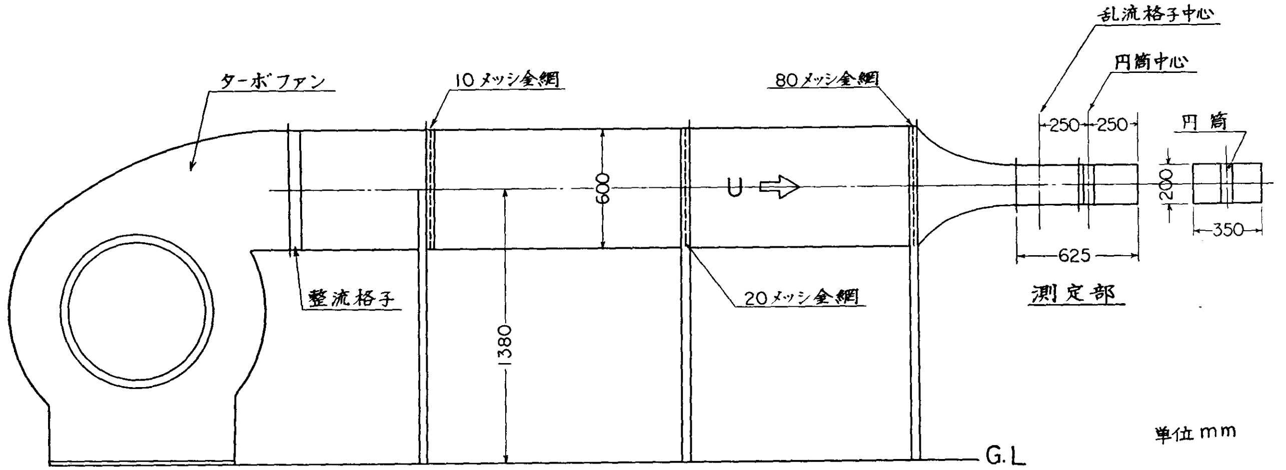

図 1 吹き出し風洞

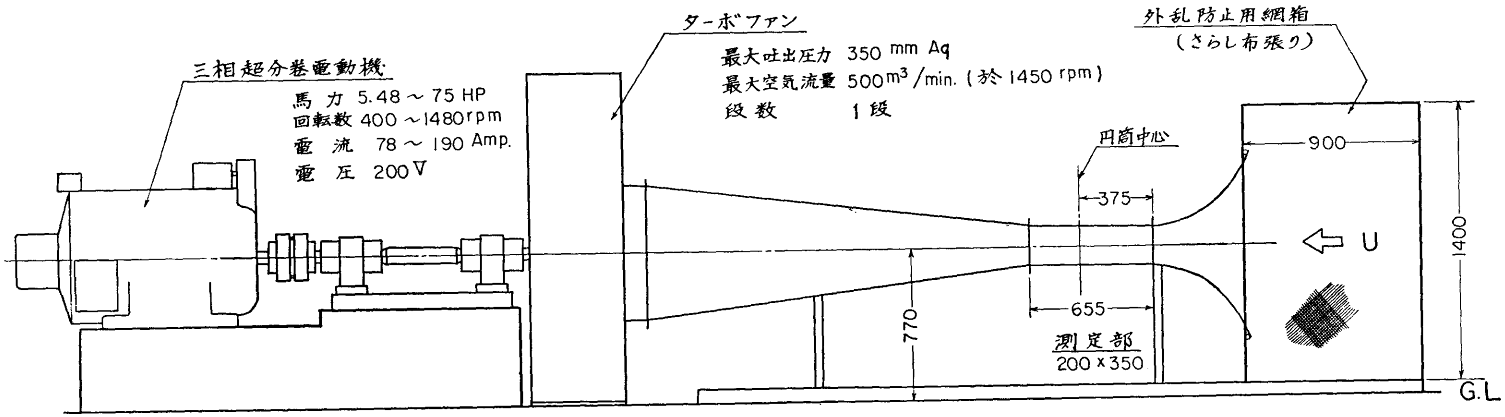

図 2 吸い込み風洞

特に断らない限り，添字の数字1は物質1（ナフタリン）を，2は物質2（空気）を示し，添字の文字wは物体壁面を，∞は主流における値を示す。また記号の上の $-$ は与えられた領域における平均値を示す。

3. 実験装置および実験方法

3·1 実験用風洞および乱流格子

図1および図2に実験に用いた風洞を示す。吸い込み風洞および吹き出し風洞は，いずれも75馬力の可変速電動機を用いた同一のターボファンに取り付けられている。

吸い込み風洞においては，外乱をふせぐため，吸い込み口にさらし布を張った網箱を設けた。この結果得られた乱れは平均風速の 0.24% であった。吸い込み風洞の測定部断面は 200 mm×350 mm の長方形で，測定部の一部分にナフタリン円筒を枠ごと瞬間的にさし込み，一定時間主流にさらしたのち，ふたたび円筒を抜き出せる構造とした（図3）。

吹き出し風洞の測定部も，吸い込み風洞測定部と同一寸法の長方形断面であるが，ヒンジを用いてナフタリン円筒を瞬間的に主流にさらすことのできる構造と

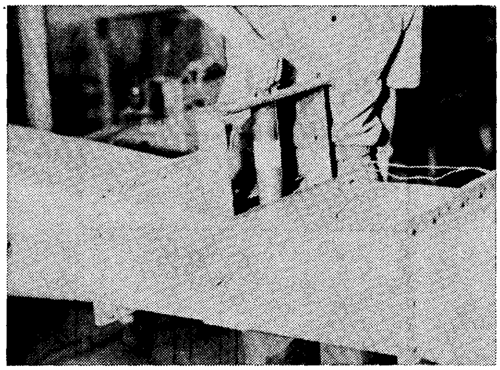

図 3 吸い込み風洞測定部

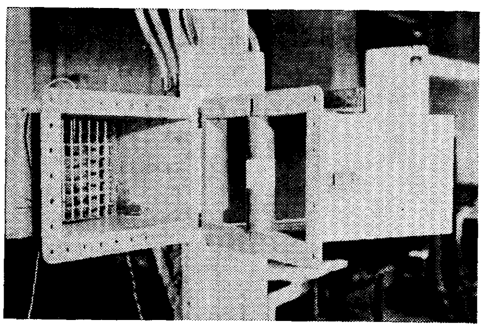

図 4 吹き出し風洞測定部

表 1 乱流格子

呼称メッシM	1	2	4
格子間隔 mm	25	12.5	6
格子径 mm	5	2.6	1.2
主流乱れ %	5.8	3.6	2.6

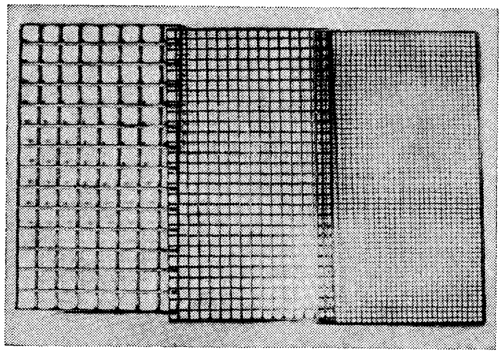

図 5 乱流格子

した点が，吸い込み風洞と異なっている（図4）。吹き出し風洞の固有乱れは 1.1% であった。その他の高い乱れは，乱流格子を試験円筒中心より 250 mm 上流に設けて，人工的に作りだした。乱流格子の形状，寸法および乱れを表—1 および図5に示す。

試験用円筒はすべて測定部の同一位置に取り付けた。

3·2 熱伝達実験用円筒

熱伝達実験用円筒は，電気加熱円筒と蒸気加熱円筒の二種類を用いた。

電気加熱円筒は図6に示すような直径 50 mm, 長さ 275 mm, 肉厚 1.2 mm のベークライト製で，円筒表面に厚さ 0.02 mm, 長さ 100 mm のニクロム箔を，

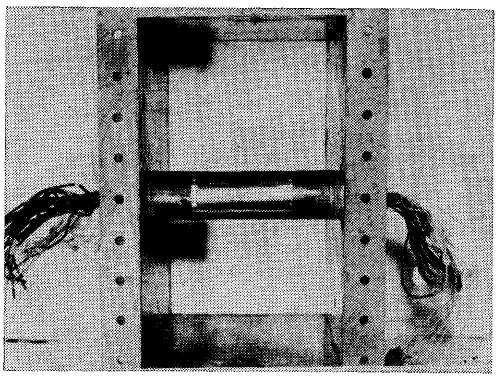

図 6 電気加熱円筒

たんざく状に切って張りつけた構造となっている。ニクロム箔は円筒前方岐点より後方岐点までの円筒の半面 180° 間，16点における局所熱伝達率を求められるように配置した。円筒表面温度は，各ニクロム箔の裏面中心部一箇所に，直径 0.08 mm のあらかじめ検定された銅コンスタンタン熱電対をハンダ付けして，電位差計により測定した。伝熱量を求めるには電流と電圧によるか，または電流とニクロム箔の抵抗値によるかの二通りがある。このうち，電流と電圧による方法は，導線の抵抗がニクロム箔の抵抗に比べて無視できないので，本実験では，電流とニクロム箔の抵抗値から付録の (54) 式を用いて伝熱量を求めた。このときのニクロム箔の抵抗値は室温における値を用いたが，温度変化による影響は，円筒表面温度と主流温度との差を 10°C にしたため無視できる。円筒の主流に沿った半面は，流れの条件が対称的であるから，加熱しなかったが，このために生ずる円筒の前方および後方岐点における熱伝導による熱損失は，隣り合った場所に保護ヒーターを設けて防止した。円筒の軸方向の熱損失による誤差は小さく無視できるので，軸方向両端部

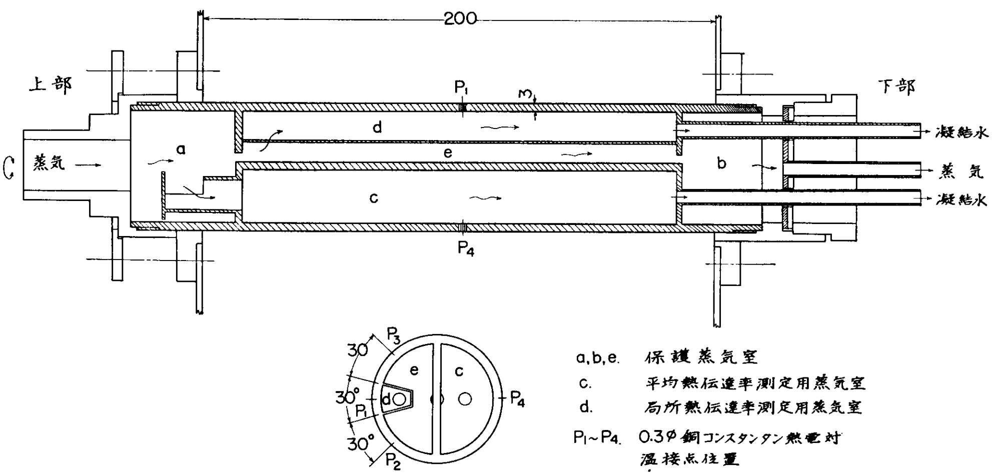

図 7 蒸気加熱円筒

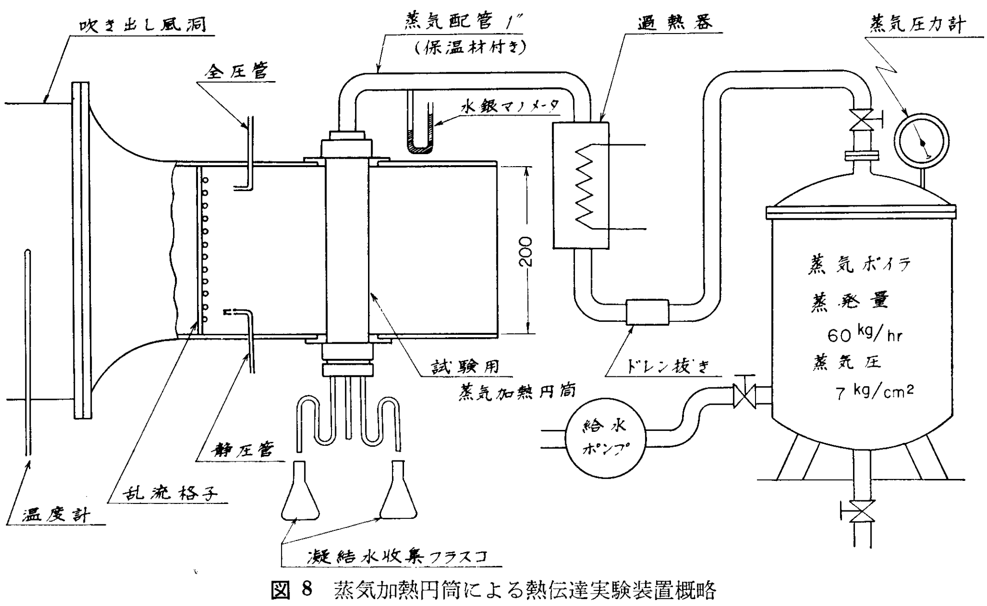

図 8 蒸気加熱円筒による熱伝達実験装置概略

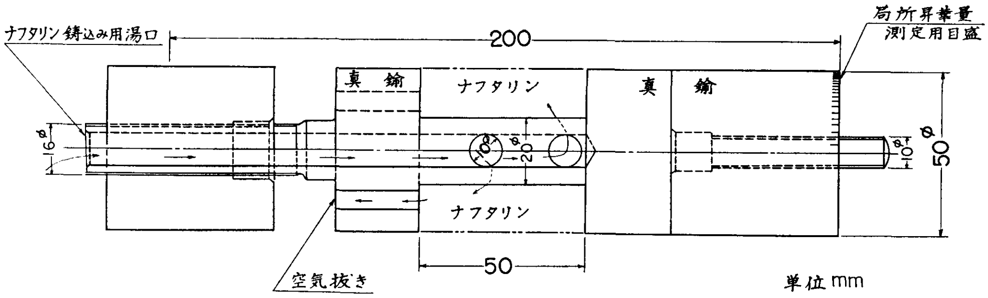

図 9 ナフタリン円筒

には保護ヒーターを設けなかった。

蒸気加熱円筒の構造を図7に示す。この円筒は直径50 mm，長さ 246 mm の中空円筒で，円筒内部は5個の空間にわけられている。この空間のうち，図7の a, b はいずれも軸方向の熱損失防止用保護ヒーターとしての蒸気室，c は平均熱伝達率を求めるための蒸気室，d は局所熱伝達率測定用蒸気室，e は d の保護ヒーターとして設けた蒸気室である。d は円筒中心からみて 30° の範囲に含まれる蒸気室であるが，この 30° を2分する線と円筒表面との交点 P_1 に直径 0.3 mm の銅コンスタンタン熱電対を埋め込み，これが示す温度と d の蒸気室の凝結水量から求めた熱伝達率を P_1 点における局所値とした。P_2, P_3 は e 室，P_4 は c の蒸気室における凝結水から平均熱伝達率を求めるための熱電対の位置を示す。

図8に蒸気加熱円筒を用いた熱伝達実験装置の概略を示す。図中の蒸気ボイラの性能は最大蒸発量毎時 60 kg，最大蒸気圧 7 kg/cm² の電気加熱型であって，蒸気圧は任意の圧力に自動制御される。ボイラを出た蒸気は保温された1インチのガス管を通り，過熱器でわずかに過熱されたのち，円筒に至る。円筒内で凝結した水を一定時間フラスコに収集したのち上皿天秤で秤量した。伝熱量および熱伝達率は付録の(55)式から求めた。ただし，本報告中では特に断らない限り，ヌセルト数には電気加熱円筒の実験結果を用いてある。

3·3 物質伝達実験用円筒

物質伝達率測定用円筒は図9に示すような直径 50 mm，長さ 200 mm の真鍮製で，軸方向中央部 50 mm にナフタリンが鋳込まれるようになっている。図10 に，鋳込みに用いた鋳型を示す。物質伝達率はこのナフタリンの昇華量をもとにして，付録 (52) の式から計算した。昇華量は図 11 に示すように，実験前後の円筒の輪郭を精度 5 μ のダイアルゲージで測定し，その読みの差より求めた。円筒を気流にさらす方法は 3·1 節に述べた2通りによった。

3·4 静圧分布測定用円筒

円筒まわりの静圧分布は 3·2 および 3·3 節に述べた円筒と同寸法（直径 50 mm，長さ 200 mm）の別に作った真鍮製円筒により測定した（図 12）。この円筒の表面には，10° 間隔で直径 0.3 mm の静圧孔が 36 箇

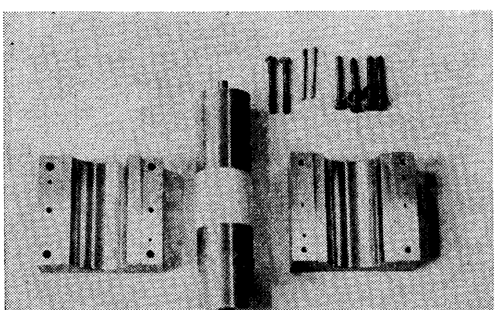

図 10 ナフタリン円筒用鋳型

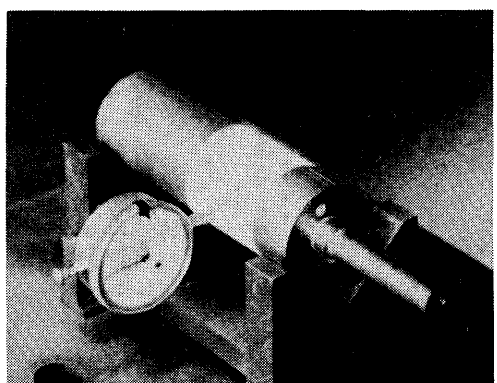

図 11 昇華量測定

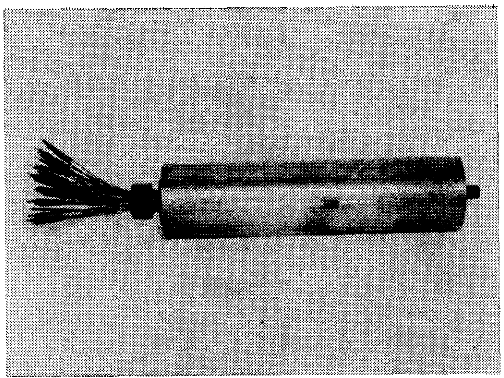

図 12　圧力分布測定用円筒

所に設けてある。

3·5　主流の乱れの測定

主流の乱れは定電流型熱線風速計により求めた。その回路図を 図 13·1 より 13·3 に示す。増幅器の最大増幅度は 60 db である。増幅器の入力側端子における矩形波交流電圧に対して，出力側端子における波形を，RC 補償回路を用いて相似とすることにより，熱線の時定数の影響による増幅器の周波数特性の変化を，20 から 6000 サイクルまで一定とすることができた（図 14）。また最大増幅度における雑音は極めて少なかった。自乗検波回路はサーミスタの自乗特性を利用した積分回路であって[15]，ブリッジ回路における熱線の時

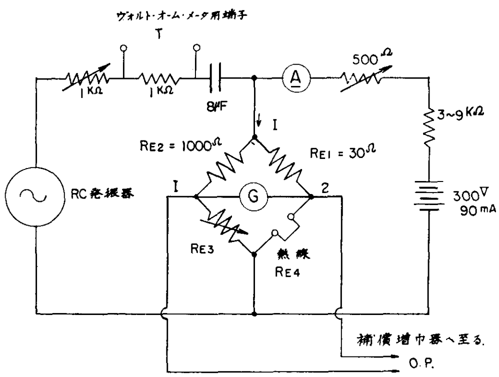

図 13·1　ブ リ ッ ジ 回 路

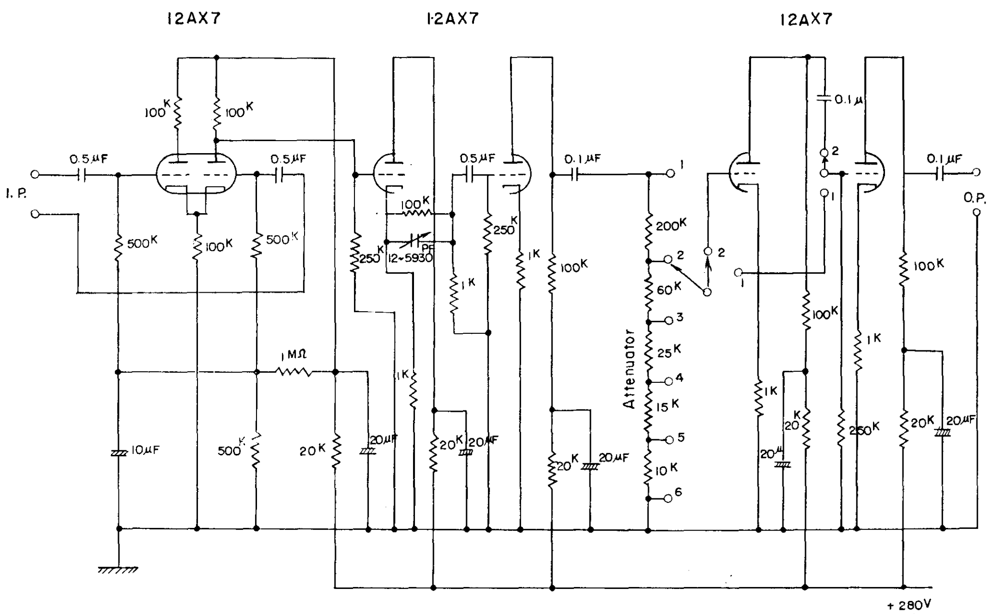

図 13·2　補 償 増 幅 回 路

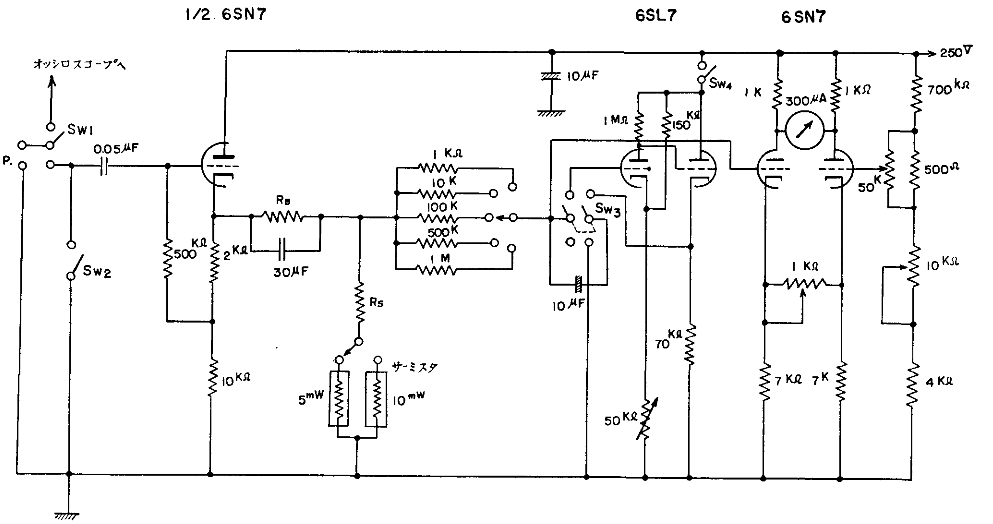

図 13·3　自 乗 検 波 回 路

間的変動出力は，補償増幅器を経由し，自乗検波回路において自乗平均される。この出力 μA をマイクロアンメータで測定すれば，図 15 の自乗検波特性から，ブリッジ回路の端子 1, 2 間における不平衡電圧の自乗平均値 $\sqrt{\overline{e^2}}$ が求められ，付録(64)式より主流乱れの時間的変動成分の自乗平均値 $\sqrt{\overline{u^2}}$ が計算できる。

熱線としては白金線に銀メッキした，一般にウオラストン線と呼ばれるものを用いた。長さ約 15 mm のウオラストン線をU字形に曲げて，約 6 mm 間隔の直径 1 mm の 2 本の支柱にはんだ付けし，ある程度張力を持たせた状態でU字の底部に相当する部分約 3 mm を硝酸で溶かす。露出した直径 5 μ の白金線は，材質の時効変化を避けるため，電気加熱して焼なましたのち実験に供した。

熱線の電気抵抗と風速との関係を 図 16 に示す。乱れの測定時に熱線の電気抵抗 R_{E4} を求めれば図16から主流の平均風速 U_0 が与えられ，したがって付録

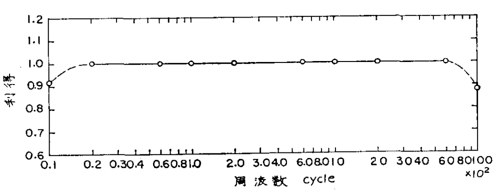

図 14　補償増幅器の周波数特性

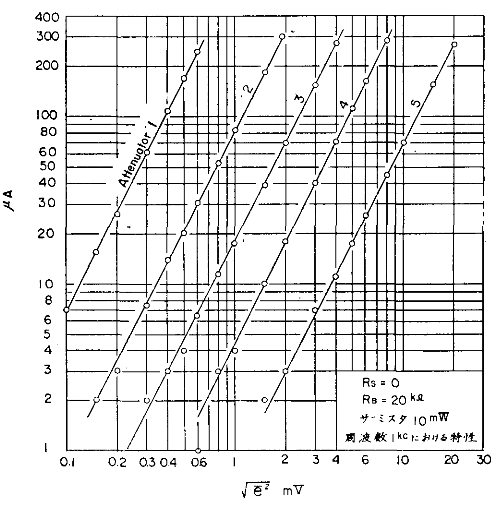

図 15　自乗検波特性

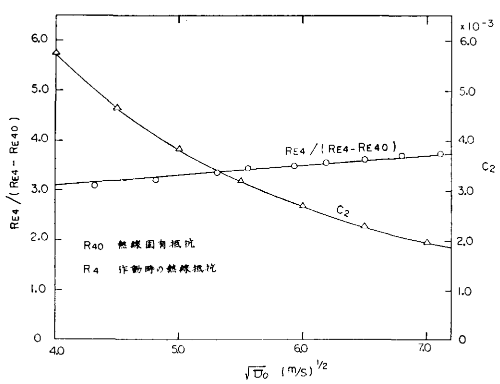

図 16　熱線較正曲線

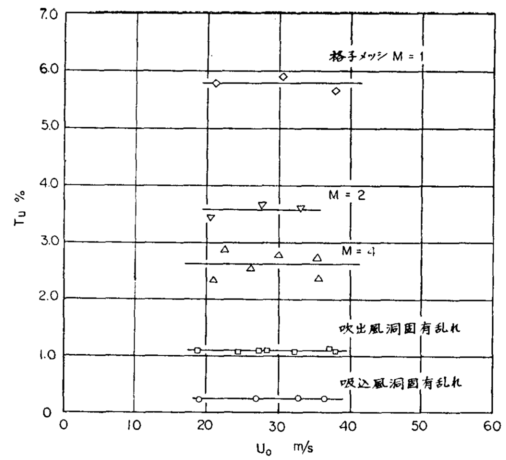

図 17·1　乱れと気流速度との関係

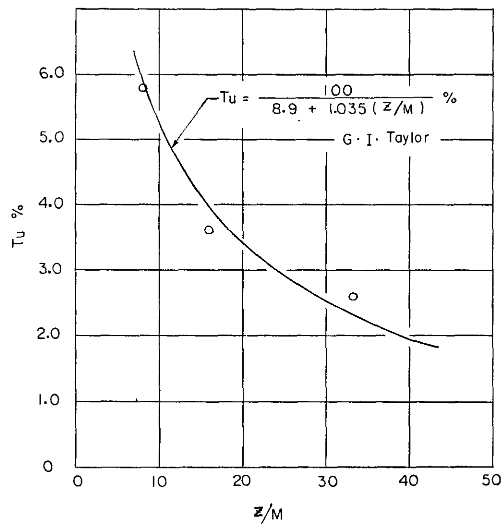

図 17·2　主流乱れの減衰

(65)式よりパーセント乱れを得ることができる。このようにして求めた主流の乱れを 図 17·1, 17·2 に示す。熱線は円筒を取り除いた場合の，格子より下流へはかった距離 $z=200\,\mathrm{mm}$ の位置に取り付けた。したがって，求められた乱れはほぼ円筒の前方岐点付近の値と考えられる。図 17·1 より，乱れはほとんど風速の変化の影響を受けていないことがわかる。図 17·2 は乱れの減衰の程度を示す。図中の実線は G. I. Taylor の半理論式から求めた結果を表わす。

4.　実験結果および考察

4·1　局所的な物質および熱伝達率の分布と静圧分布

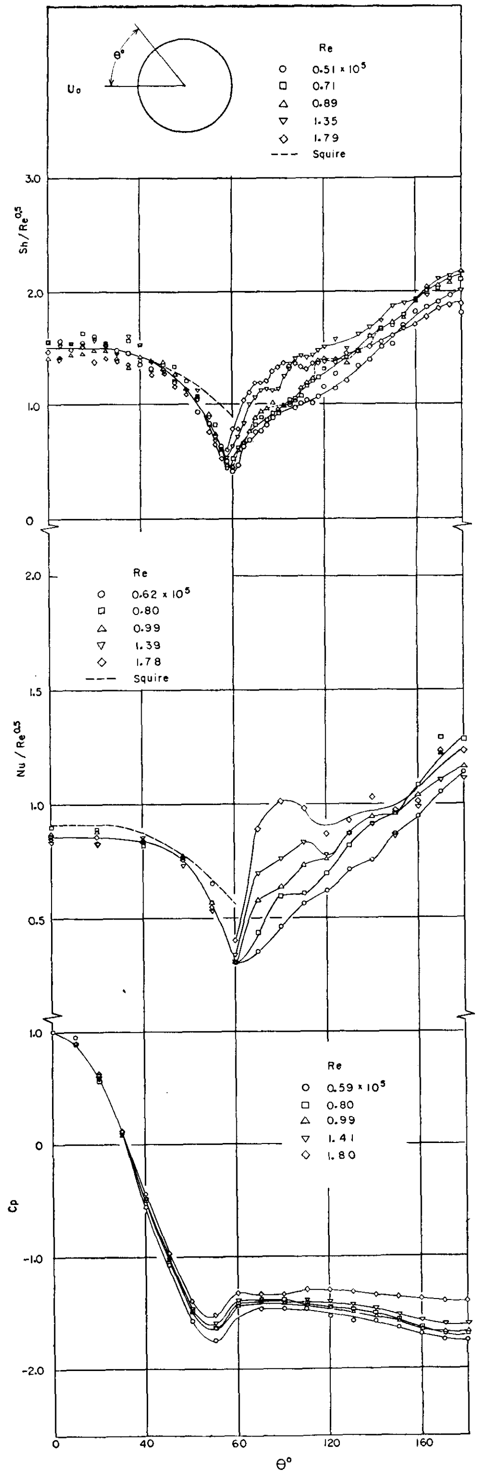

図 18　$T_u=0.24\,\%$ における S_h 数，N_u 数および C_p 分布

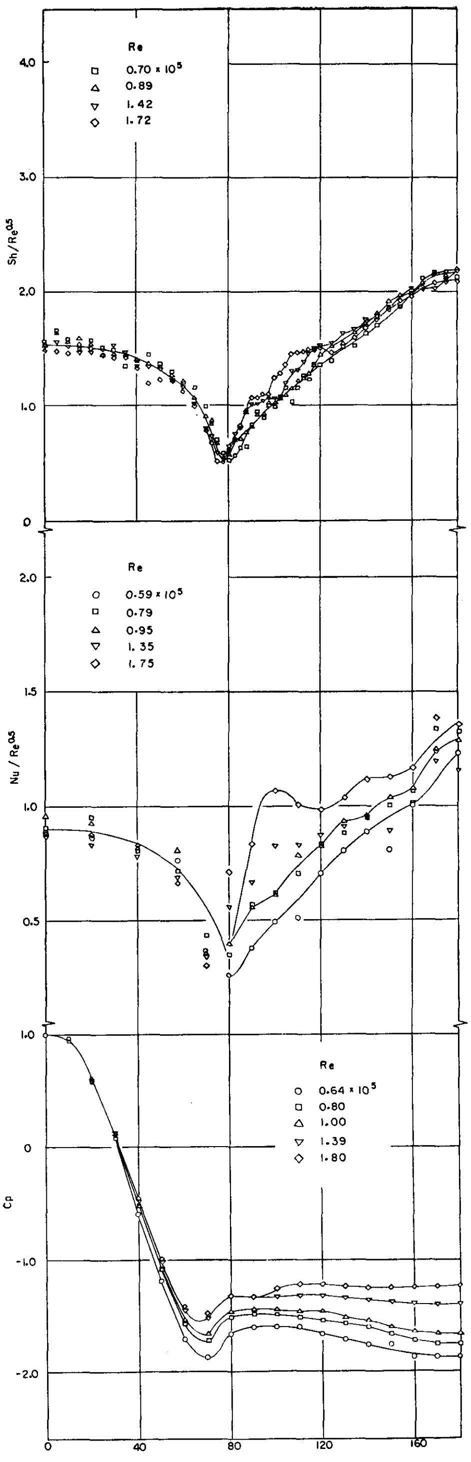

図 19　T_u=1.1％ における S_h 数，N_u 数および C_p 分布

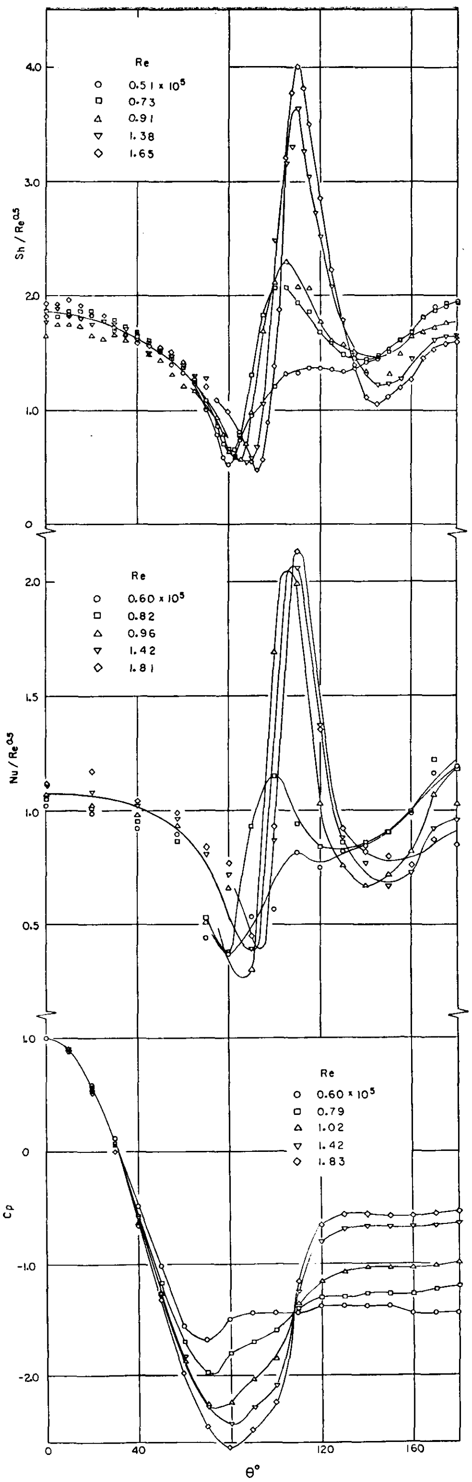

図 20　T_u=2.6％ における S_h 数，N_u 数および C_p 分布

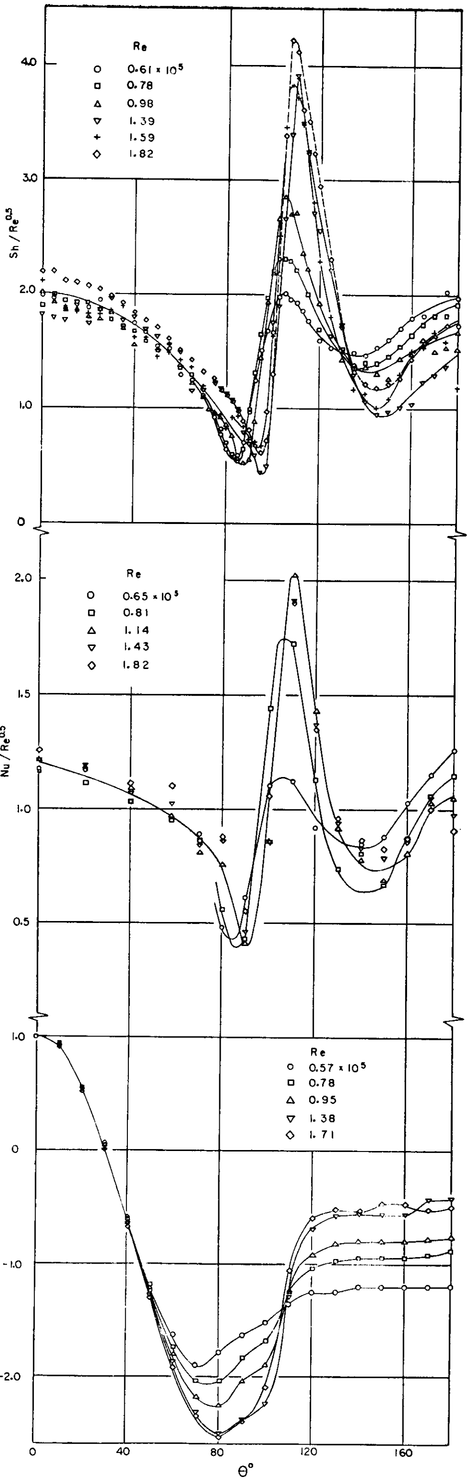

図 21　T_u=3.6 % における S_h 数，N_u 数および C_p 分布

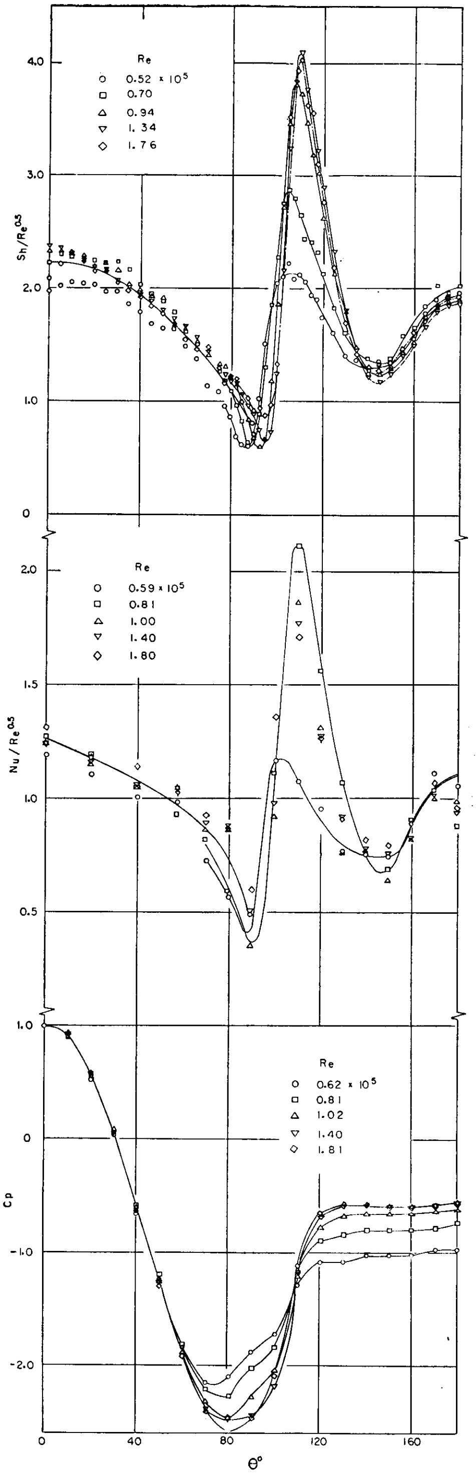

図 22　T_u=5.8 % における S_h 数，N_u 数および C_p 分布

図 18 から 図22 までに，主流の乱れをそれぞれ0.24，1.1，2.6，3.6，5.8 % の 5 種類変化させた場合の局所シャウッド数 S_h，局所ヌセルト数 N_u および圧力係数 C_p の分布を示す。図中の θ は円筒前方岐点よりはかった角度を表わす。

層流領域における S_h 数および N_u 数は，ともにレイノルズ数 R_e の平方根に比例して変化することが知られている。したがってこの領域における $S_h \cdot R_e^{-0.5}$，$N_u \cdot R_e^{-0.5}$ は R_e 数のいかんにかかわらず一本の線で表わされるはずであり，図からわかるように $\theta=80°$ 付近までは，この関係が存在する。すなわち層流物質および熱伝達率の分布を示すと考えられる。また図から層流領域においては，T_u が変化しても S_h 数および N_u 数が $R_e^{-0.5}$ で整理されることに変わりがないことがわかる。

図 18，19 より明らかなように，T_u が低い値のときは，$\theta=80°$ 付近に S_h 数，N_u 数の最小値がある。この S_h 数，N_u 数の低い値は，この付近より後の S_h 数，N_u 数分布のゆるやかな上昇と C_p の分布の形からみて，層流境界層がこの付近で剝離したことを示すと考えられる。T_u が低い場合は層流剝離する位置は R_e 数が変化してもほとんど変らない。

図 20 に示すように，T_u が 2.6% になると R_e 数が約 7×10^4 以上で $\theta=100°$ を中心にして S_h 数の急激な上昇が観測される。この現象は N_u 数の分布においても同様であり，C_p 分布曲線においては円筒後半の圧力が，かなり回復しはじめたことがわかる。すなわちこれは S_h 数，N_u 数の最小となる $\theta=80°$ の直後に乱流境界層が出現した結果であると考えられる。T_u をさらに高くすると，より低い R_e 数においても乱流境界層の出現による S_h 数，N_u 数および C_p の上昇が現われる。この乱流境界層の出現による S_h 数，N_u 数の最大値は $\theta=110°$ において得られるが，θ がさらに増加すると減少し $\theta=140°$ 付近で極小となり，以後ふたたび上昇する。この場合 $\theta=140°$ 付近から後方岐点までの圧力分布はほとんど一定で，この領域は剝離領域と考えられる。

以上の観察ならびに後述する形状抵抗係数の観察の結果から，S_h 数，N_u 数が最小となる点を層流剝離点または乱流遷移点，この点までを層流領域，層流剝離点より後方岐点までを層流剝離領域，乱流遷移点より S_h 数，N_u 数が最大となる点までを乱流遷移領域，S_h 数，N_u 数が最大値となった点よりふたたび極小となる点までを乱流領域，この極小となる点を乱流剝離点，これより後の領域を乱流剝離領域として取り扱えると考えられるので，以後の説明はこの定義によることにする。

図 18，19 より，低い T_u の場合の層流剝離点は $\theta=80°$ に固定され，R_e 数を変化してもその影響を受けなかったが，T_u が高い場合には，R_e 数を増加するにつれて，乱流遷移点が $\theta=80°$ より後方へ移動する現

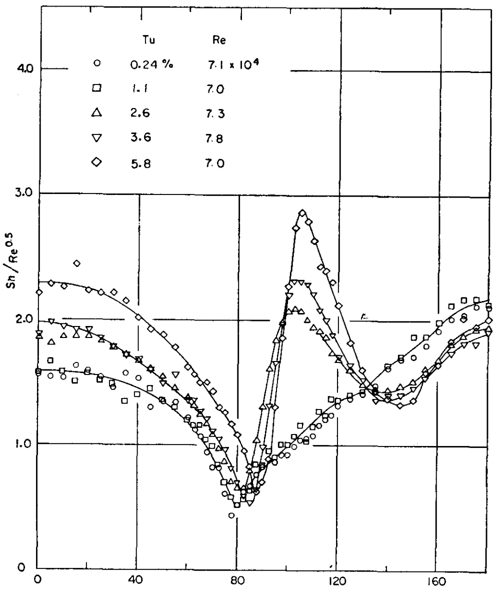

図 23 低 R_e 数における S_h 数分布

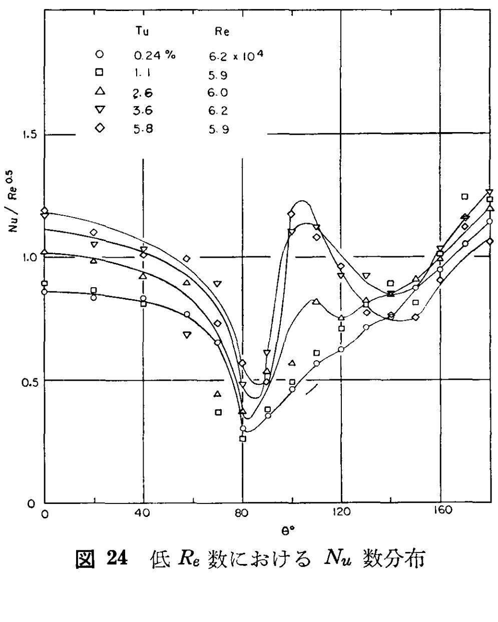

図 24 低 R_e 数における N_u 数分布

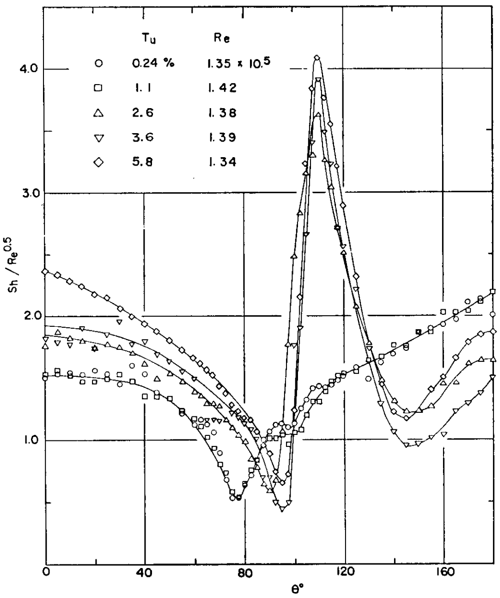

図 25 高 R_e 数における S_h 数分布

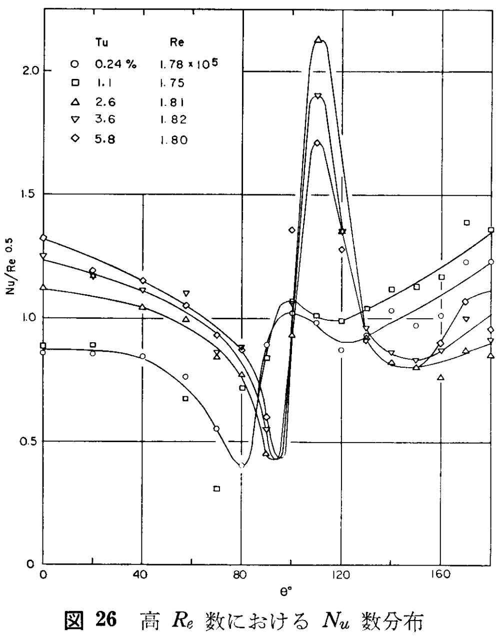

図 26 高 R_e 数における N_u 数分布

象が観測される。同様な現象は $\theta=140°$ 付近にある乱流剥離点に関しても生ずることがわかる。しかし本実験の R_e 数の範囲では，乱流遷移点は 15° 後退するのに対して，乱流剥離点の後退はたかだか 5° 程度でそれほど大きくはない。S_h 数，N_u 数の最大となる点

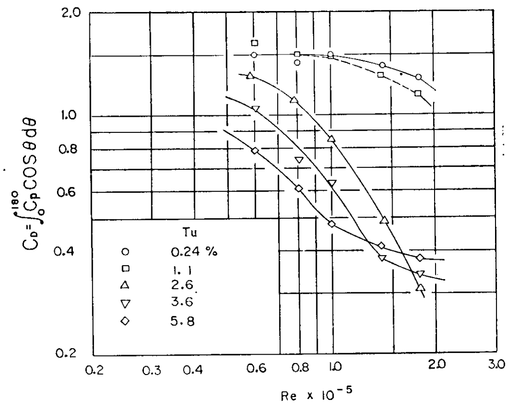

図 27 形状抵抗係数

は R_e 数を大にすると，いずれも $\theta=110°$ に固定される。

このような一定の T_u における乱流遷移点，乱流剥離点の R_e 数による変化は，図 23 から 26 までに示したように，R_e 数を一定として T_u を変化した場合にも，全く同様に起ることがわかる。

図 27 に C_p 分布から求めた形状抵抗係数 C_D の R_e 数および T_u による変化を示す。T_u が 1% 以下の場合には，本実験の R_e 数の範囲ではかなり高い C_D 値が保たれており，円筒表面上の流れは層流剥離をしていることがわかる。$T_u=1$% 以上になると，T_u の増加とともに C_D が減少し，円筒表面上に乱流境界層

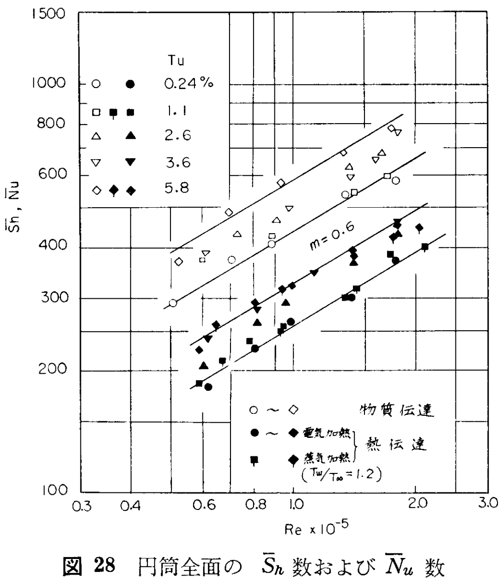

図 28 円筒全面の $\overline{S}_h$ 数および $\overline{N}_u$ 数

が出現したことを示す。

4·2 円筒全面における平均物質および熱伝達率

図 28 に 5 種類の T_u を与えた場合の円筒全面の平均シャウッド数 $\overline{S_h}$ および平均ヌセルト数 $\overline{N_u}$ を示す。これらは図 18 より 22 までに示した局所値の面積平均値である。付録の (43) 式および (44) 式に示したように S_h 数，N_u 数，R_e 数，シュミット数 S_c およびプラントル数 P_r の間には $S_h=cR_e^mS_c^n$，$N_u=cR_e^mP_r^n$ なる関係があり，物質伝達と熱伝達の間に類似性が成立すれば，定数 c，指数 m, n は同じ値を示す。いまここで R_e 数の狭い範囲においては，S_h 数，N_u 数は両対数方眼紙上で直線的に変化するものと考えて，各種 T_u における実験値から直線の勾配を求めると，これが R_e 数の指数 m となる。m は T_u によって大きくは変わらず，ほぼ $m=0.6$ となる。ここで R_e^m が同一の場合，S_h 数を用いて付録 (45) 式で表わされる相当ヌセルト数 $N_u'=S_h(P_r/S_c)^n$ が得られる。この(45)式の指数を $n=0.4$ とおいて求めた N_u' と熱伝達の実測値とを比較し，T_u 別に表わしたのが図 29 である。Colburn[2] によれば，この指数 n は平板に沿う流れ，円筒に直交する流れ，円管内の流れを通じて 1/3 が値えられているが，この図から $\overline{S_h}$ 数および $\overline{N_u}$ 数は T_u の値の大小のいかんにかかわらず，$m=0.6$，$n=0.4$ で整理できる。すなわち円筒全面の平均物質伝達と熱伝達の間には，主流に乱れが与えられても類似性が成立する。

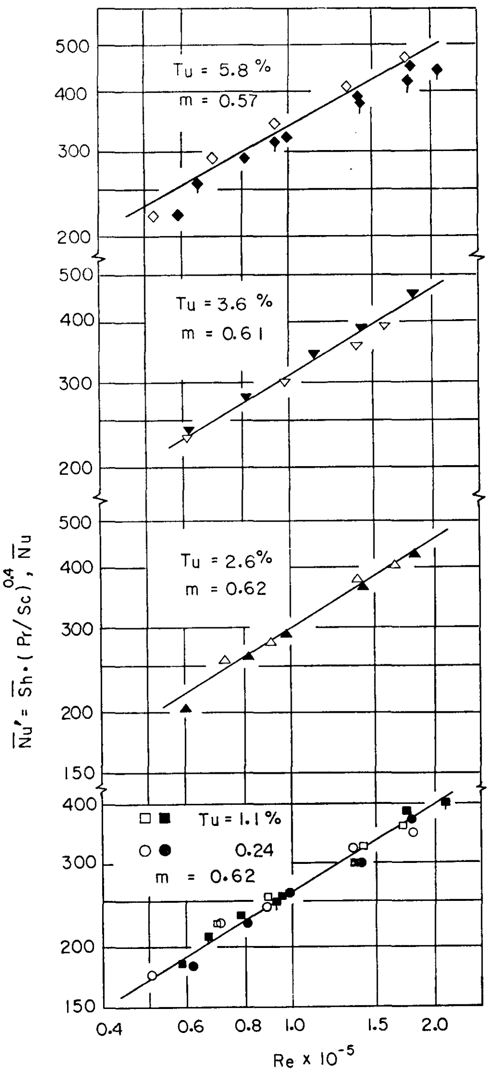

図 29 $n=0.4$ とした場合の相当ヌセルト数

ナフタリン円筒の表面と主流におけるナフタリン蒸気の分圧差が小さく，加熱円筒の表面温度 T_w と主流温度 T_∞ の温度差 T_w-T_∞ も小なる場合には，以上の結論が得られるが，蒸気加熱円筒のように，$T_w/T_\infty=1.2$ 程度になっても，類似性の成立することが図28, 29 からわかる。温度比の影響に関しては 6·2 節にも述べる。

4·3 層流領域における物質および熱伝達率

図 18 から 22 までに示した S_h 数および N_u 数を，円筒の前方岐点より 4·1 節で定義した層流剥離点または乱流遷移点まで面積平均して，R_e 数に対してプロットした結果が図 30 である。図中の記号はすべて図

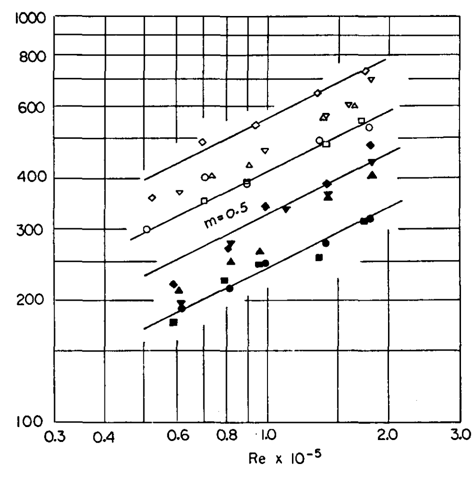

図 30 層流領域における $\overline{S_h}$ 数および $\overline{N_u}$ 数
(記号は図 28 参照)

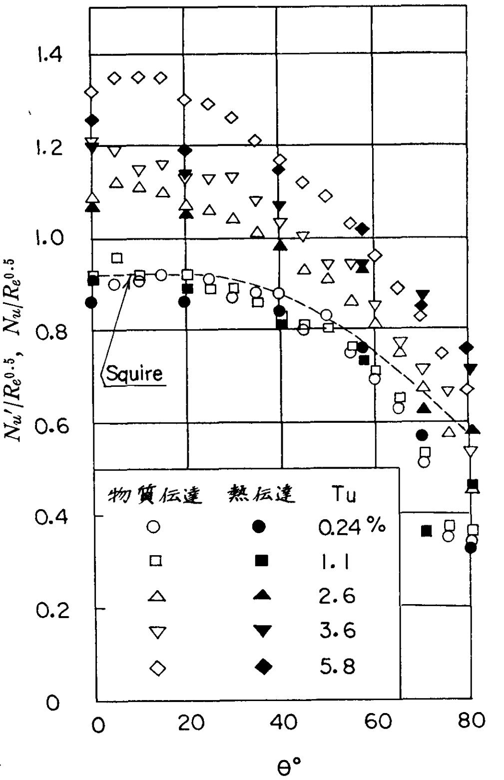

図 31 層流領域における N_u' 数および N_u 数分布

28 と同じものを用いてある。図中の実線の勾配は 4・2 節で述べた R_e 数の指数 m になるが，これは図から $m=0.5$ になる。本実験結果から，この層流領域における R_e 数の指数が $m=0.5$ となる特徴は熱伝達のみならず，物質伝達の場合にも満たされており，しかも主流の乱れ T_u が変化しても m に変化はないことがわかる。

次に S_c 数，P_r 数の指数 n について検討する。前方岐点付近においては $n=0.4$，平板の層流領域では $n=1/3$ が理論的に与えられており，実験結果ともよく一致することが知られている。ここで $n=0.4$ を採り各種乱れについて 4・2 節で述べた相当ヌセルト数 N_u' を求め，実際の N_u 数と比較した結果が図31である。乱れ一定の条件の下では，R_e 数が変化しても層流領域では S_h, $N_u \propto R_e^{0.5}$ の関係があるから，図 31 では煩雑さを避けるため，各 R_e 数における $N_u'R_e^{-0.5}$, $N_u \cdot R_e^{-0.5}$ を求めて算術平均し，この平均値で与えられた乱れにおける $N_u' \cdot R_e^{-0.5}$, $N_u \cdot R_e^{-0.5}$ を代表させた。この図から $n=0.4$ とすることは妥当であると考えられる。またこの図から層流領域における S_h 数，N_u 数は T_u の増加に伴なって著るしく増加することが明らかである。

以上の結果から，層流領域における S_h 数，N_u 数は T_u の変化の影響を著るしく受けるが，物質および熱伝達の間には，主流に乱れが与えられても類似性が成立し，この時の R_e 数の指数は $m=0.5$，S_c 数，P_r 数の指数は $n=0.4$ を用いることができる。

図 31 の破線は Squire[3] の提案した，境界層外縁部の流速に基づく層流熱伝達率計算法によって計算した結果であるが，T_u の小なる場合の実験結果とほぼ一致することがわかる。

4・4 乱流領域における物質および熱伝達率

この節で取り扱う乱流領域とは，4・1 節で定義したように，円筒表面付近の速度境界層が乱流に遷移したため S_h 数または N_u 数の高くなる $\theta=105°\sim110°$ 付近から 140°～145° の範囲である。乱流境界層は T_u が約 1% 以下の場合には，本実験においては出現しなかった。したがって $T_u=2.6\%$ 以上の乱れの実験結果に関して検討する。

図 32 に乱流領域における平均シャウッド数 $\overline{S_h}$ および平均ヌセルト数 $\overline{N_u}$ と R_e 数との関係を示す。この $\overline{S_h}$ 数，$\overline{N_u}$ 数は乱流領域と考えた範囲における S_h 数，N_u 数分布の面積平均値であるが，乱流領域が 35° 程度の比較的狭い範囲であるうえに，S_h 数，N_u 数の大きな変化があるため，測定値の散乱が大きい。しかし傾向としては，図中に破線で示した 0.8 の勾配に添って変化している。これは $\overline{S_h}$ 数および $\overline{N_u}$ 数が $R_e^{0.8}$

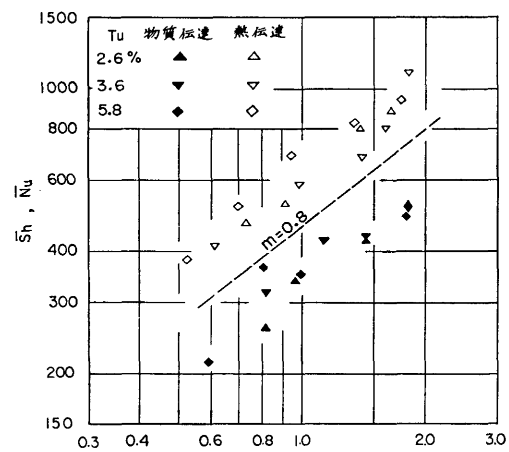

図 32 乱流領域における $\overline{S_h}$ 数および $\overline{N_u}$ 数

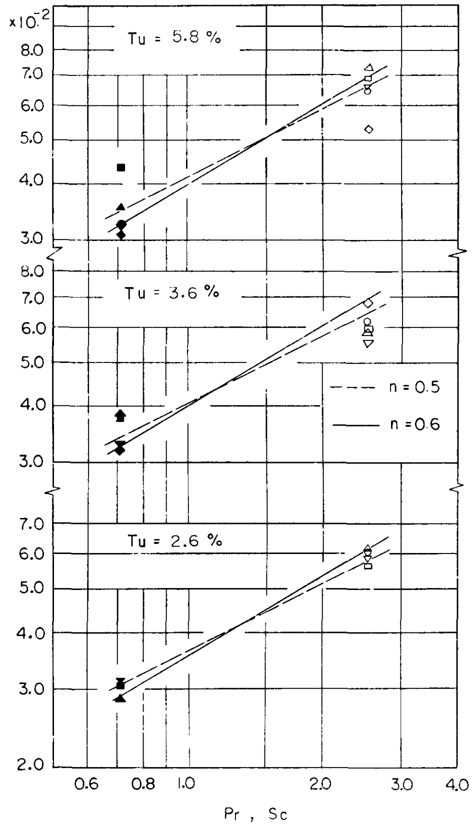

図 33 乱流領域における S_c 数および P_r 数の指数 n

に比例することを意味しており，一般の乱流熱伝達の R_e 数の指数と同じ値が得られている。

S_c 数，P_r 数の指数 n を求めるために，それぞれの R_e 数における $\overline{S}_h$ 数，$\overline{N}_u$ 数を $R_e^{0.8}$ で除したものと，S_c 数，P_r 数との関係を示したものが 図 33 である。この図から指数は $n=0.5\sim0.6$ の値をとることがわかる。

以上の結果から，乱流領域における物質伝達および熱伝達に対する R_e 数の指数は等しく，$m=0.8$，S_c 数および P_r 数の指数は $n=0.5\sim0.6$ の値となり，4·8 節の 図 44 に示すように主流に乱れがある場合にも類似性が成り立つことがわかる。

4·5 乱流遷移領域における物質および熱伝達率

本節で取り扱う乱流遷移領域とは，4·1 節で定義したように，乱流遷移点である $\theta=80°\sim95°$ 付近から，S_h 数，N_u 数が最大値となる $\theta=105°\sim110°$ 付近までの領域をいう。この領域は 4·4 節で述べた乱流領域

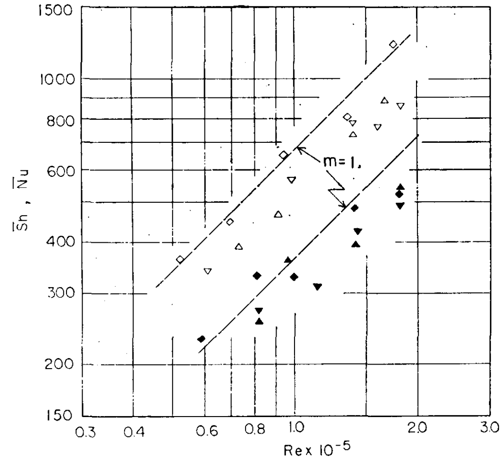

図 34 乱流遷移領域における $\overline{S}_h$ 数および $\overline{N}_u$ 数（記号は 図 32 参照）

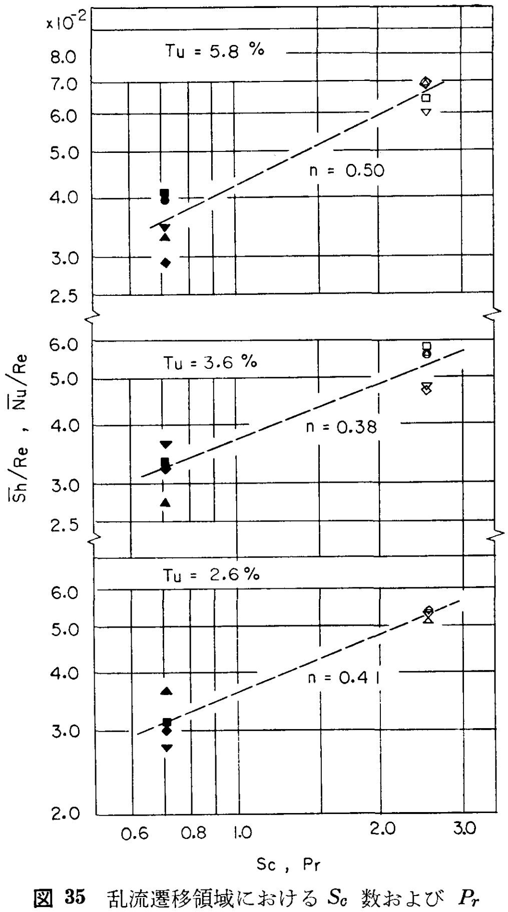

図 35 乱流遷移領域における S_c 数および P_r 数の指数 n

の出現とともに現われるものであるから，T_u の低い場合には存在しない。したがって T_u=2.6% 以上の乱れの結果に関して検討する。

図 34 にこの遷移領域における平均シャウッド数 $\overline{S}_h$ および平均ヌセルト数 $\overline{N}_u$ と R_e 数の関係を示す。$\overline{S}_h$ 数，$\overline{N}_u$ 数はこの領域における S_h 数および N_u 数分布の面積平均値である。図中の破線は R_e 数の指数が $m=1$ に相当する直線である。乱流遷移領域は 15°～25° 程度の狭い範囲であるのに対して，この領域における S_h 数，N_u 数の変化が著しいため，測定値の散乱が大きいが，傾向として，$\overline{S}_h$ 数，$\overline{N}_u$ 数はほぼ R_e 数に正比例すると考えられる。これは 4·6 節に述べる層流剥離領域の $\overline{S}_h$ 数および $\overline{N}_u$ 数が $R_e^{0.7}$ に比例する特徴と異なっている。

このように乱流遷移領域の $\overline{S}_h$ 数，$\overline{N}_u$ 数は R_e 数に正比例すると考えてよいから，$\overline{S}_h/R_e$ および $\overline{N}_u/R_e$ を求めて，S_c 数，P_r 数との関係を示したのが図 35 である。指数 n の値は T_u の値により多少の差はあるが，ほぼ n=0.4～0.5 程度の値となる。

以上の結果から，乱流遷移領域においては T_u の変化のいかんにかかわらず，R_e 数の指数は $m=1$，S_c 数および P_r 数の指数は n=0.4～0.5 の値となり，4·8 節の 図 43 に示すように類似性が成立つ。

4·6 剥離領域における物質および熱伝達率

図 18, 19 において，S_h 数，N_u 数が最小となる点から後方岐点までを層流剥離領域と考え，この領域におけるその面積平均値をそれぞれ $\overline{S}_h$, $\overline{N}_u$ で表わす。また 図 20 より 22 までの S_h 数，N_u 数分布において，S_h 数および N_u 数が θ=140°～145° 付近で極小となる点から後方岐点までを乱流剥離領域とし，この領域

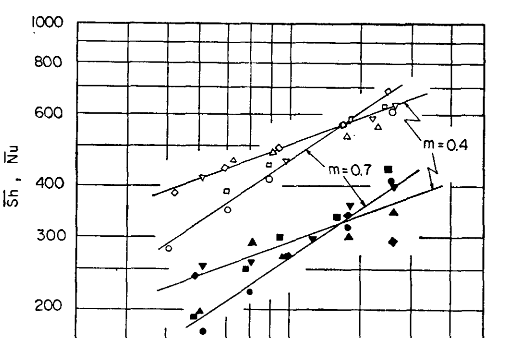

図 36 剥離領域における $\overline{S}_h$ 数および $\overline{N}_u$ 数（記号は 図 31 参照）

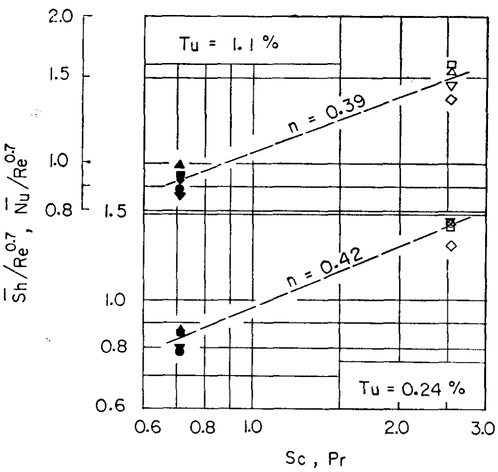

図 37 層流剥離領域における S_c 数および P_r 数の指数 n

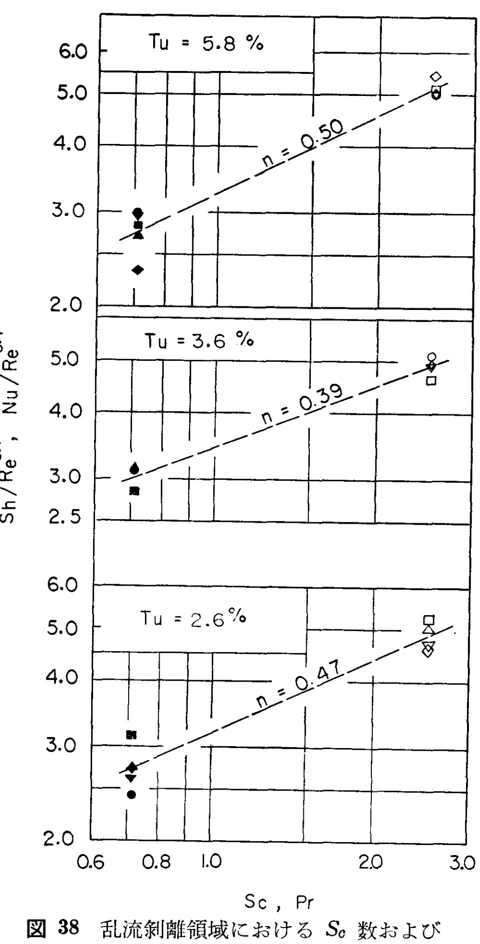

図 38 乱流剥離領域における S_c 数および P_r 数の指数 n

における面積平均値を求める。以上の結果求められた $\overline{S_h}$ 数，$\overline{N_u}$ 数と R_e との関係を図36に示す。図より層流剥離領域における $\overline{S_h}$ 数，$\overline{N_u}$ 数と，乱流剥離領域のそれらとは明らかに傾斜が異なる。すなわち，層流剥離領域の $\overline{S_h}$ 数，$\overline{N_u}$ 数がともに $R_e^{0.7}$ に比例して変化しているのに対して，乱流剥離領域の $\overline{S_h}$ 数，$\overline{N_u}$ 数は $R_e^{0.4}$ に比例する。

ここで前節と同様にして，層流剥離領域と乱流剥離領域について，それぞれの場合の S_c 数，P_r 数の指数 n を求めた結果が図37および図38である。図37から層流剥離領域では $n=0.4$ であるのに対して，図38から乱流剥離領域においては $n=0.4\sim0.5$ 程度の値となることがわかる。

以上の結果から剥離領域においては，層流剥離と乱流剥離で R_e 数の指数が異なるが，4·8 節の図45, 46に示すように物質および熱伝達の間に類似性が成り立つ。

4·7 主流の乱れと物質および熱伝達率の増加の割合

4·6 節までに R_e 数の指数 m，S_c 数，P_r 数の指数 n が，境界層の領域においていかなる値を採るか，乱れ T_u が m, n にどのように影響するかを調べた。この節では実際に T_u が変化をした時，S_h 数，N_u 数が量的にどの程度変化するかを検討する。

各領域における $\overline{S_h}$ 数，$\overline{N_u}$ 数は R_e^m（m は定数）に比例することが明らかとなった。ゆえに S_c 数，P_r 数の温度による変化は微小であるから無視すれば，前節までに述べたように，乱れ T_u が一定の条件の下では，$\overline{S_h}/R_e^m$，$\overline{N_u}/R_e^m$ は R_e 数が変化しても一定値となる。それぞれの領域別に各 R_e 数における $\overline{S_h}/R_e^m$，$\overline{N_u}/R_e^m$ を求めて算術平均し，これと T_u との関係を図39, 40に示す。

図39には $T_u=0.24\%$ における $\overline{S_h}/R_e^m$ を基準に

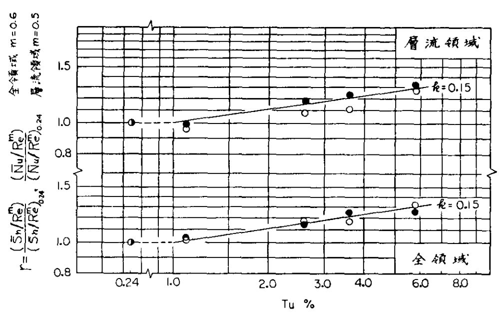

図 39 主流乱れによる $\overline{S_h}$ 数および $\overline{N_u}$ 数の増加割合い

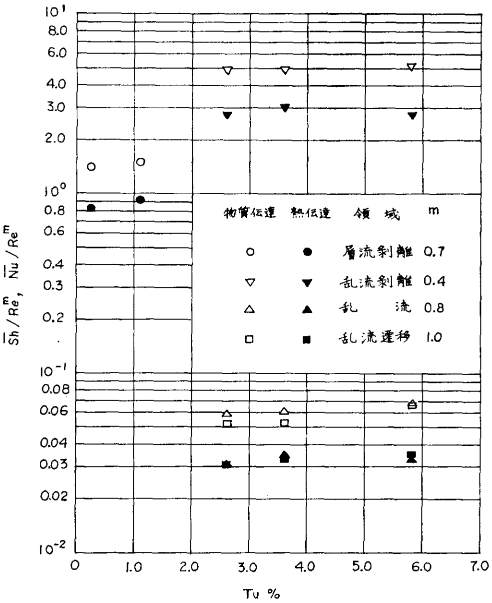

図 40 T_u による乱流遷移領域，乱流領域，層流および乱流剥離領域における $\overline{S_h}$ 数および $\overline{N_u}$ 数の変化

して，各 T_u における値を比 r で示す。この図から円筒全面における $\overline{S_h}$ 数および $\overline{N_u}$ 数は $T_u≒1\%$ までは，ほとんど T_u の影響を受けないが，$T_u=5.8\%$ になると $\overline{S_h}$ 数，$\overline{N_u}$ 数はいずれも約30% 増加する。この関係は層流領域においてもまったく同様である。ここでかりに $r\propto T_u^k$ とおいて T_u の指数を求めてみると $k=0.15$（$1\%<T_u<6\%$）となる。

図40はそれぞれの T_u における乱流領域，乱流遷移領域，層流および乱流剥離領域での $\overline{S_h}/R_e^m$，$\overline{N_u}/R_e^m$ を示すが，4領域の $\overline{S_h}$ 数，$\overline{N_u}$ 数はいずれも主流の乱れ T_u の影響を受けていないと思われる。

4·8 結　論

気流に直交しておかれたナフタリン円筒と電気および蒸気加熱円筒を用いて種々の主流乱れ T_u における物質および熱伝達の実験を行なった結果，次の結論を得た。

1) 円筒まわりの局所 S_h 数分布は T_u のいかんにかかわらず，局所 N_u 数分布と類似である。
2) 局所 S_h 数分布より，層流剥離点，乱流遷移点，乱流剥離点およびその間に存在する各領域の範囲を正確に知ることができる。
3) 乱れ T_u を一定としておいて，R_e 数を増減した

場合に局所 S_h 数および局所 N_u 数の分布におよぼす影響と，逆に R_e 数を一定としておいて T_u を増減した場合の影響とは同じ傾向をもち，この関係は物質伝達と熱伝達で同じである。

4) 円筒全面および各領域における物質と熱伝達の間には，主流の乱れ T_u の値のいかんにかかわらず類似性が成立する。円筒全面および各領域における付録(43)式と(44)式および(46)式と(47)式の指数，m, n, k は次の値となる。

	m	n	k	T_u の影響
円筒全面の平均	0.6	0.4	0.15	有
層流領域	0.5	0.4	0.15	有
乱流遷移領域	1.0	0.4～0.5	0	無
乱流領域	0.8	0.5～0.6	0	無
層流剥離領域	0.7	0.4	0	無
乱流剥離領域	0.4	0.4～0.5	0	無

(ただし $k=0.15$ の使用できる範囲 $1\% < T_u < 6\%$)

以上の結果を用いて円筒の全面および各領域における $S_h/(R_e^m \cdot S_c^n \cdot T_u^k)$ および $N_u/(R_e^m \cdot P_r^n \cdot T_u^k)$ を求めた結果を図41から46までに示す。上に述べた関係を使って物質伝達の実験値から熱伝達率を推定することができる。

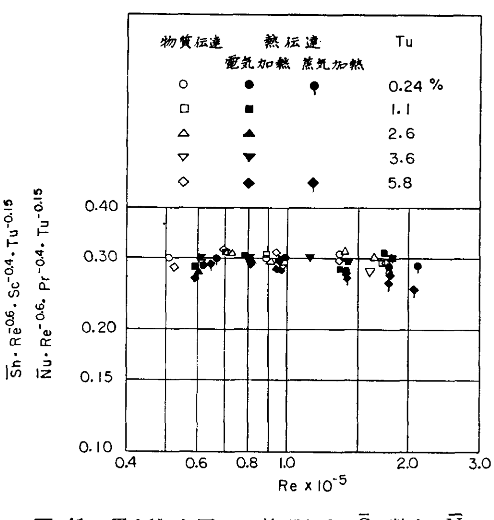

図 41 $T_u^{0.15}$ を用いて整理した $\bar{S}_h$ 数と $\bar{N}_u$ 数の関係（円筒全面）

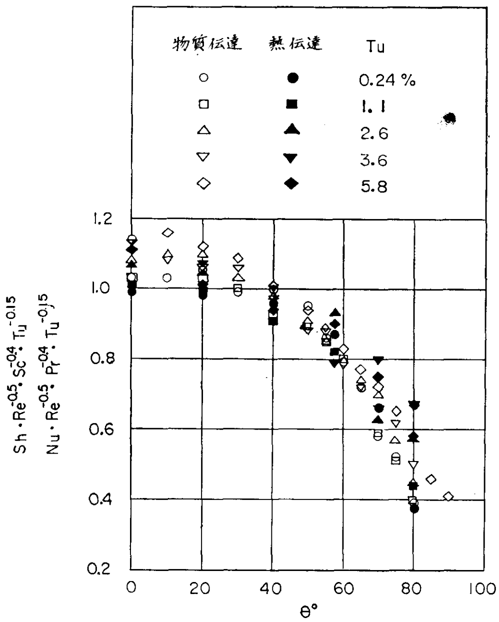

図 42 層流領域における S_h 数および N_u 数分布

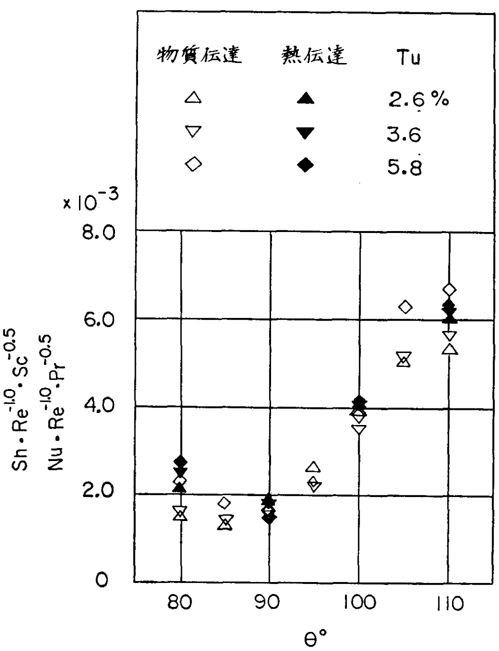

図 43 乱流遷移領域における S_h 数および N_u 数分布

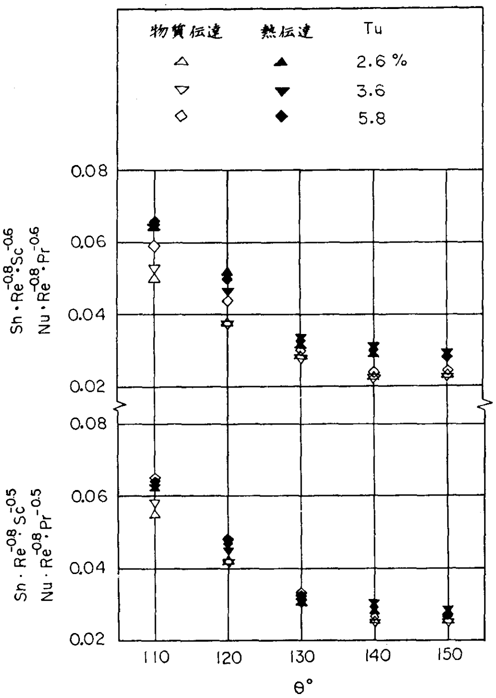

図 44 乱流領域における S_h 数および N_u 数分布

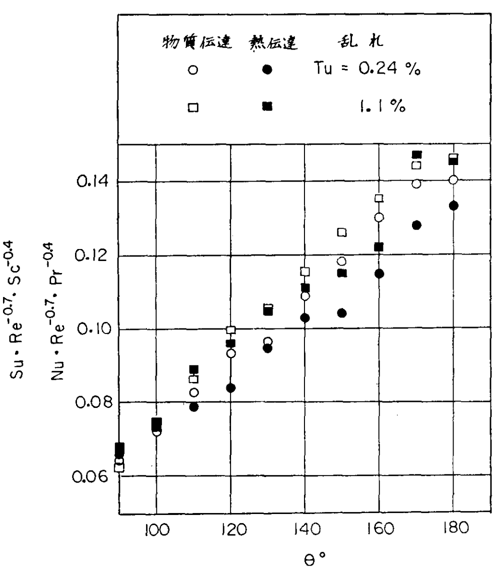

図 45 層流剝離領域における S_h 数および N_u 数分布

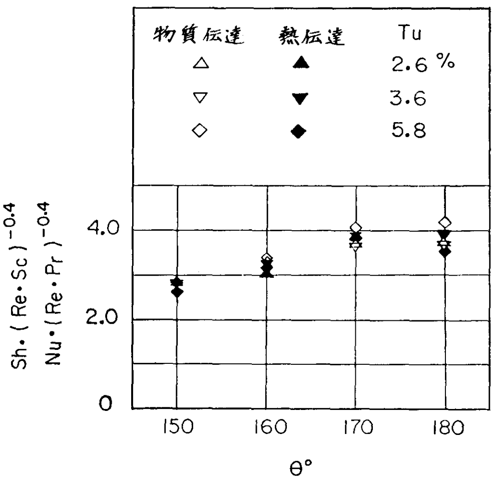

図 46 乱流剝離領域における S_h 数および N_u 数分布

5. あとがき

本研究を行なうに当って，種々の御指導を賜わった東京大学工学部の橘藤雄教授，熱線風速計に関して御教示を賜わった東京都立大学工学部平山直道教授に深く感謝の意を表する。

また本研究の計算の一部は船舶技術研究所原子力船部の NEAC 2206 電子計算機によった。計算に際し多大な御協力を賜わった原子力船部遮蔽研究室の各氏に厚く御礼申し上げる。

6. 付録

6·1 物質伝達と熱伝達の類似性

1) 物質伝達に関する境界層方程式

この方程式の誘導は Eckert & Drake の著書[4] に記載されているが，近似の方法について飛躍があると思

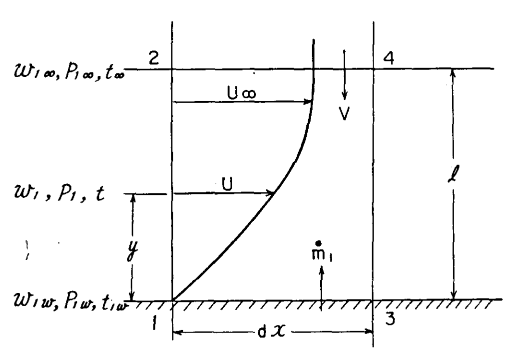

図 47 蒸気分圧の境界層

われる箇所があるので，本文では著者らの見解によって誘導する。

図 47 のように固体壁 $\overline{13}$ から気流中に物質伝達がある場合を考える。検査面を 1234 とする。$\overline{12}$，$\overline{34}$ は境界層の厚さより大きい l までとし，$\overline{12}$，$\overline{24}$ は流れ方向の距離 dx にとる。添字の数字は各物質成分を，添字の文字の内，∞ は境界層外縁部，w は壁面での値とし，添字のないものは，その点における移動する物質と主流の流体との混合物についてを示す。

二次元定常流れを考えると，連続の式は次式で与えられる。

$$\rho_\infty V=\frac{d}{dx}\int_0^l \rho U dy-\dot{m}_1 \qquad \cdots\cdots(1)$$

ここで，$\dot{m}_1$ は壁面から単位面積，単位時間に伝達される物質 1 の量，ρ は比重量である。

物質 1 のみについての連続式を考えると

$$\dot{m}_1=\frac{d}{dx}\int_0^l \rho_1 U dy-\rho_{1\infty} V \qquad \cdots\cdots(2)$$

(1) 式より

$$V=\frac{d}{dx}\int_0^l \frac{\rho}{\rho_\infty} U dy-\frac{\dot{m}_1}{\rho_\infty}$$

これを (2) 式に代入して整理すれば

$$\dot{m}_1\left(1-\frac{\rho_{1\infty}}{\rho_\infty}\right)=\frac{d}{dx}\int_0^l \rho_1 U dy-\rho_{1\infty}\frac{d}{dx}\int_0^l \frac{\rho}{\rho_\infty} U dy$$

いま濃度を

$$\frac{\rho_1}{\rho}=w_1, \qquad \frac{\rho_{1\infty}}{\rho_\infty}=w_{1\infty} \qquad \cdots\cdots(3)$$

と定義すれば

$$\dot{m}_1=\frac{1}{1-w_{1\infty}}\frac{d}{dx}\int_0^l (w_1-w_{1\infty})\rho U dy \quad \cdots(4)$$

物質拡散に関して Stefan の法則（注参照）より

$$\dot{m}_1=-\frac{D}{R_1 T_w}\cdot\frac{p}{p-p_{1w}}\left(\frac{dp_1}{dy}\right)_w \quad \cdots\cdots(5)$$

流体がすべて完全ガスであるとみなせば

$$\left.\begin{aligned} w_1&=\frac{\rho_1}{\rho}=\frac{p_1}{p}\cdot\frac{RT}{R_1T_1}\\ w_{1\infty}&=\frac{\rho_{1\infty}}{\rho_\infty}=\frac{p_{1\infty}}{p_\infty}\cdot\frac{RT_\infty}{R_1T_{1\infty}}\\ \rho&=\frac{p}{RT}\end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots(6)$$

(4) (5) (6) 式から

$$\frac{D}{R_1T_w}\cdot\frac{p}{p-p_{1w}}\left(\frac{dp_1}{dy}\right)_w =\frac{1}{1-\frac{p_{1\infty}}{p_\infty}\cdot\frac{RT_\infty}{R_1T_{1\infty}}}\frac{d}{dx}\int_0^l\left(\frac{p_{1\infty}}{p_\infty}\cdot\frac{T_\infty}{R_1T_{1\infty}} -\frac{p_1}{p}\frac{T}{R_1T_1}\right)\frac{p}{T}U dy \qquad \cdots\cdots(7)$$

ここで濃度差が小さく，壁面と主流との温度差が小で

$$p_{1\infty}\ll p_\infty,\ p_{1w}\ll p_\infty,\ p\fallingdotseq p_\infty,\ T_w\fallingdotseq T\fallingdotseq T_{1\infty} \qquad \cdots\cdots(8)$$

が仮定できるような場合には (7) は次のように簡単化される。

$$D\left(\frac{dp_1}{dy}\right)_w=\frac{d}{dx}\int_0^l (p_{1\infty}-p_1) U dy \cdots\cdots(9)$$

(9) 式は物質伝達に関する境界層方程式（積分型）である。

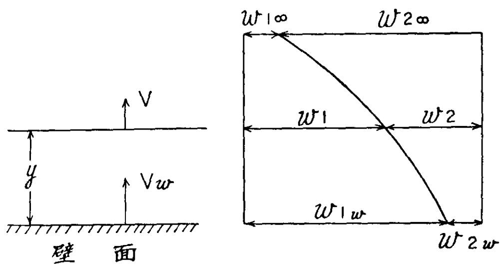

図 48 濃度分布

(注）図 48 に示すように，固体壁面から物質 1 が物質 2 へと伝達される場合，固体表面における物質 1，2 の濃度をそれぞれ w_{1w}, w_{2w} 壁面から十分離れた場所のそれぞれの濃度を $w_{1\infty}$, $w_{2\infty}$ とする。物質 1 はそれぞれの場所の濃度勾配 dw_1/dy に比例して $+y$ 方向に拡散して行く。これとは反対に物質 2 は $-y$ 方向に拡散するが，壁面においては拡散できない。すなわち壁面から V_w なる物質 1 の対流がありこの対流に基づく物質伝達量と，物質 2 の $-y$ 方向の濃度勾配 $-dw_2/dy$ に基づく拡散量とが釣り合って，全体として物質 2 の移動が零となると考えることができる。したがって物質 1 についてはそれぞれの場所における濃度勾配と，この対流 V による二つの効果によって物質移物が生じることになる。したがって壁面における物質 1 の伝達量 $\dot{m}_{1w}$ は

$$\dot{m}_{1w}=-\rho_w D\left(\frac{dw_1}{dy}\right)_w+\rho_{1w}V_w \quad \cdots\cdots(10)$$

物質 2 についても同様な関係が成り立ち，しかも壁面を通して移動はないから，

$$\dot{m}_{2w}=-\rho_w D\left(\frac{dw_2}{dy}\right)_w+\rho_{2w}V_w=0 \cdots\cdots(11)$$

ゆえに，

$$V_w=\frac{\rho_w}{\rho_{2w}}D\left(\frac{dw_2}{dy}\right)_w=\frac{D}{w_{2w}}\left(\frac{dw_2}{dy}\right)_w \cdots(12)$$

また，$w_2=1-w_1$ の関係があるから，

$$\left(\frac{dw_2}{dy}\right)_w=-\left(\frac{dw_1}{dy}\right)_w$$

したがって (12) 式を書き直すと

$$V_w=-\frac{D}{1-w_{1w}}\left(\frac{dw_1}{dy}\right)_w \quad \cdots\cdots(13)$$

(13) 式を (10) 式に代入し整理すると

$$\dot{m}_{1w}=-\frac{\rho_w{}^2}{\rho_{2w}}D\left(\frac{dw_1}{dy}\right)_w \quad \cdots\cdots(14)$$

物質1と物質2の混合ガスのガス定数 R は，それぞれの成分のガス定数を濃度に比例させて加え合わせたものと考えると，

$$R=w_1R_1+w_2R_2=w_1R_1+(1-w_1)R_2$$
$$=w_1(R_1-R_2)+R_2 \quad \cdots\cdots(15)$$

また，

$$w_1=\frac{\rho_1}{\rho}=\frac{p_1}{p}\cdot\frac{R}{R_1} \quad \cdots\cdots(16)$$

の関係より，

$$\frac{dw_1}{dy}=\frac{p_1}{p}\cdot\frac{1}{R_1}\cdot\frac{dR}{dy}+\frac{1}{p}\cdot\frac{R}{R_1}\cdot\frac{dp_1}{dy} \cdots(17)$$

(15)式から

$$\frac{dR}{dy}=\frac{dw_1}{dy}(R_1-R_2) \quad \cdots\cdots(18)$$

(18) 式を (17) 式に代入し，整理すると，

$$\frac{dw_1}{dy}=\frac{\frac{1}{p}\cdot\frac{R}{R_1}}{1-\frac{p_1}{p}\cdot\frac{R_1-R_2}{R_1}}\left(\frac{dp_1}{dy}\right) \cdots\cdots(19)$$

ここで，(15)，(16)式より

$$\frac{R_2}{R}=1-\frac{p_1}{p}\cdot\frac{R_1-R_2}{R_1} \quad \cdots\cdots(20)$$

したがって(14)式は，

$$\dot{m}_{1w}=-\frac{\rho_w}{\rho_{2w}}\cdot\frac{R}{R_2}\cdot\frac{D}{R_1T_w}\left(\frac{dp_1}{dy}\right)_w \cdots(21)$$

また，

$$\frac{\rho_wR}{\rho_{2w}R_2}=\frac{R}{\frac{\rho_{2w}}{\rho_w}\cdot R_2}=\frac{R}{w_{2w}R_2}=\frac{R}{R_2(1-w_{1w})}$$

(15)，(16)式から

$$\frac{R}{R_2(1-w_{1w})}=\frac{R}{R-w_{1w}R_1}$$

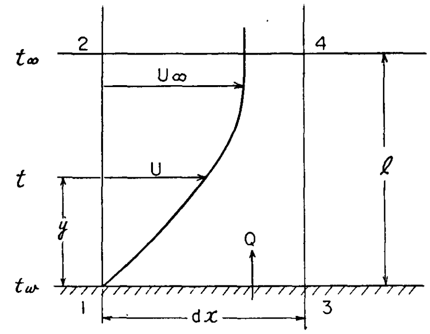

図 49 温 度 分 布

$$=\frac{R}{R-\frac{p_{1w}}{p}\cdot\frac{R}{R_1}\cdot R_1}=\frac{p}{p-p_{1w}}$$

したがって，

$$\dot{m}_{1w}=-\frac{D}{R_1T_w}\cdot\frac{p}{p-p_{1w}}\left(\frac{dp_1}{dy}\right)_w \quad \cdots\cdots(22)$$

(22)式を Stefan の法則という。

2) 熱伝達に関する境界層方程式

図 49 のように固体壁 $\overline{13}$ から気流中に熱伝達が行なわれる場合を考える。検査面を 1 2 3 4 とする。$\overline{12}$, $\overline{34}$ は境界層の厚さより大きい l まで，$\overline{13}$, $\overline{24}$ は流れ方向距離 dx にとる。気流の速度があまり大きくなく，摩擦による発熱が無視できる場合を考える。検査面にかこまれた流体部分の熱収支について考えると，流体が $\overline{12}$ および $\overline{34}$ から単位時間にそれぞれ流入，流出する間に増加する熱量は ρ を密度とすれば

$$\frac{d}{dx}\left(\int_0^l \rho C_p tUdy\right)dx \quad \cdots\cdots(23)$$

この熱量の増分は面 $\overline{13}$ からの熱伝達と面 $\overline{24}$ から入る熱量に等しいはずである。(面 $\overline{12}$ および面 $\overline{34}$ からの熱伝導は，多くの場合無視してさしつかえない。)

面 $\overline{13}$ からの熱伝達量を dQ とすれば，

$$dQ=-\lambda\left(\frac{dt}{dy}\right)_w dx \quad \cdots\cdots(24)$$

面 $\overline{24}$ から入る熱量は l が境界層外側までとってあるから，この面からは熱伝導による熱の流入はなく，面 $\overline{24}$ を通って流入する流体自身がもちこむ熱量になる。

面 $\overline{12}$ から面 $\overline{34}$ までの間に単位時間に増加する流体は，

$$\frac{d}{dx}\left(\int_0^l \rho Udy\right)dx$$

これは面 $\overline{24}$ から流入した質量に等しいから，面 $\overline{24}$

から流入する熱量は，

$$\frac{d}{dx}\left(\int_0^l \rho C_p t_\infty U dy\right)dx \qquad \cdots\cdots(25)$$

したがって検査面 $\overline{1234}$ 内の熱収支を考えると (23)，(24)，(25) 式より，

$$\frac{d}{dx}\int_0^l \rho C_p t U dy + \lambda\left(\frac{dt}{dy}\right)_w - \frac{d}{dx}\int_0^l \rho C_p t_\infty U dy = 0 \qquad \cdots\cdots(26)$$

いま流体が非圧縮性で，物性値の温度による変化が無視できる場合には，(26)式は次式に書き直される。

$$\frac{d}{dx}\int_0^l (t_\infty - t) U dy = a\left(\frac{dt}{dy}\right)_w \qquad \cdots\cdots(27)$$

(27)式は熱伝達に関する境界層方程式（積分型）である。

3) 物質伝達と熱伝達の類似性

非圧縮性流体における濃度差および温度差が小さい場合の物質伝達と熱伝達の境界層方程式は (9)，(27) 式により，それぞれ次式のように表わされた。

$$\frac{d}{dx}\int_0^l (p_{1\infty} - p_1) U dy = D\left(\frac{dp_1}{dy}\right)_w \qquad \cdots\cdots(28)$$

$$\frac{d}{dx}\int_0^l (t_\infty - t) U dy = a\left(\frac{dt}{dy}\right)_w \qquad \cdots\cdots(29)$$

(28)，(29) 式を無次元化するために，代表量として次の諸量を導入する。

$$\left.\begin{array}{ll} \text{速　度} & U_\infty \\ \text{分圧差} & \Pi_0 = p_{1\infty} - p_{1w} \\ \text{濃度差} & \Omega_0 = w_{1\infty} - w_{1w} \\ \text{温度差} & \vartheta_0 = t_\infty - t_w \\ \text{長　さ} & L \end{array}\right\} \qquad \cdots\cdots(30)$$

(30) 式によって，速度，分圧（または濃度），温度，場所を無次元化すると，

$$\left.\begin{array}{l} U' = U/U_\infty \\ \Pi' = \Pi/\Pi_0 = (p_{1\infty} - p_1)/(p_{1\infty} - p_{1w}) \\ \Omega' = \Omega/\Omega_0 = (w_{1\infty} - w_1)/(w_{1\infty} - w_{1w}) \\ \vartheta' = \vartheta/\vartheta_0 = (t_\infty - t)/(t_\infty - t_w) \\ x' = x/L, \ y' = y/L \end{array}\right\} \cdots\cdots(31)$$

(28) 式に (31) 式を代入して整理すると，

$$\frac{d}{dx}\int_0^{l/L} \Pi' U' dy' = -\frac{1}{R_e \cdot S_c}\left(\frac{d\pi'}{dy'}\right)_w \quad \cdots(32)$$

同様にして (29) 式に (31) 式を代入し，整理すると，

$$\frac{d}{dx}\int_0^{l/L} \vartheta' U' dy' = -\frac{1}{R_e \cdot P_r}\left(\frac{d\vartheta'}{dy'}\right)_w \cdots(33)$$

(32)，(33)式の解はそれぞれ，

$$\Pi' = f_\Pi(x', y', U', R_e, S_c) \qquad \cdots\cdots(34)$$

$$\vartheta' = f_\vartheta(x', y', U', R_e, P_r) \qquad \cdots\cdots(35)$$

で表わされる。

物質伝達あるいは熱伝達による物性値の変化が無視できる場合には，流れの場は濃度場あるいは温度場によって影響を受けないから，流体力学において良く知られているように

$$U' = f_U(x', y', R_e) \qquad \cdots\cdots(36)$$

で表わされる。したがって，(34)，(35)式は

$$\Pi' = f_\Pi(x', y', R_e, S_c) \qquad \cdots\cdots(37)$$

$$\vartheta' = f_\vartheta(x', y', R_e, P_r) \qquad \cdots\cdots(38)$$

となる。

いま，物質伝達率を α_D，単位面積，単位時間あたりの物質伝達量を $\dot{m}_1$ とすると，

$$\dot{m}_1 = \frac{\alpha_D}{R_1 T}(p_{1w} - p_{1\infty}) = \frac{D}{R_1 T}\left(\frac{dp_1}{dy}\right)_w$$

$$\therefore \quad \alpha_D = \frac{D}{p_{1w} - p_{1\infty}}\left(\frac{dp_1}{dy}\right)_w = \frac{D}{L}\left(\frac{d\Pi'}{dy'}\right)_w$$

したがってシャウッド数 S_h は次のように表わされる。

$$S_h = \frac{\alpha_D L}{D} = \left(\frac{d\Pi'}{dy'}\right)_w \qquad \cdots\cdots(39)$$

また，熱伝達率を α，熱流束を q とすると，

$$q = \alpha(t_w - t_\infty) = \lambda\left(\frac{dt}{dy}\right)_w$$

$$\therefore \quad \alpha = \frac{\lambda}{t_w - t_\infty}\left(\frac{dt}{dy}\right)_w = \frac{\lambda}{L}\left(\frac{d\vartheta'}{dy'}\right)_w$$

したがってヌセルト数 N_u は次のように表わされる。

$$N_u = \frac{\alpha L}{\lambda} = \left(\frac{d\vartheta'}{dy'}\right)_w \qquad \cdots\cdots(40)$$

(34)，(35)，(39)，(40) 式の関係から，一定場所における局所シャウッド数，局所ヌセルト数は次のように表わされる。

$$S_h = f(R_e, S_c) \qquad \cdots\cdots(41)$$

$$N_u = f(R_e, P_r) \qquad \cdots\cdots(42)$$

(41)，(42) 式の関数形は実験，あるいは理論によって決められるが，基礎式 (28)，(29) あるいは (32)，(33) 式が相似であることから，境界条件が相似であれば (41)式と(42)式の関数形は同一になる。

濃度差の小さい物質伝達では，

$$S_h = C R_e^m S_c^n \qquad \cdots\cdots(43)$$

で表わされ，比較的 R_e 数，P_r 数の範囲の狭い強制対流熱伝達では，従来

$$N_u = CR_e^m P_r^n \qquad \cdots\cdots(44)$$

が用いられている。

(43), (44) 式において，係数 C，指数 m, n が同じであれば，同一 R_e 数の時には，これらの二式から次式が得られる。

$$N_u = S_h\left(\frac{P_r}{S_c}\right)^n \equiv N_u' \qquad \cdots\cdots(45)$$

この N_u' を相当ヌセルト数と呼ぶことにする。物質伝達の実験値を用いて，この相当ヌセルト数 N_u' を計算することにより，ただちに熱伝達率を求めることができる。

以上の式の誘導には，主流の乱れ T_u の影響を考慮に入れていない。気流に乱れが含まれる場合には，その影響で S_h 数，N_u 数が変化するが，この影響は (43), (44) 式の係数 C に含まれる。したがって，ここで乱れ T_u のある場合の解を次式で表わす。

$$S_h = C_t R_e^m S_c^n T_u^k \qquad \cdots\cdots(46)$$

$$N_u = C_t R_e^m P_r^n T_u^k \qquad \cdots\cdots(47)$$

主流に乱れがある場合にも物質伝達と熱伝達の間に類似性が成立する時は，(46), (47) 式の係数 C_t, 指数 m, n, k が等しくなる。

6·2 実験結果の整理方法

実験結果の整理は次の諸式によった。

1) 物質伝達率およびシャウッド数

物質伝達率 α_D を次式で定義する。

$$m = \alpha_D A(\rho_{1w} - \rho_{1\infty}) \qquad \cdots\cdots(48)$$

物質（ナフタリン）の蒸気圧 p_1 が低く，表面では表面温度 T_w で飽和していると仮定すると，物質の濃度 ρ_1 は次式で表わされる。

$$\rho_{1w} = \frac{p_{1w}}{R_1 T_w} \qquad \cdots\cdots(49)$$

したがって α_D は次式となる。

$$\alpha_D = \frac{R_1 T_w m}{A\left(p_{1w} - p_{1\infty}\dfrac{T_w}{T_\infty}\right)} \qquad \cdots\cdots(50)$$

この実験では主流中における物質の蒸気分圧 $p_{1\infty}$，表面と主流温度 T_w, T_∞ はそれぞれ，

$$p_{1\infty} = 0, \quad T_w \fallingdotseq T_\infty$$

と考えられるので

$$m = \frac{r_{v1} A \delta_D}{\tau} \qquad \cdots\cdots(51)$$

ここで r_{v1} は物質の比重量，A は物質の昇華面積，δ_D は昇華深さ，τ は昇華時間である。したがって，α_D は次式で求めることができる。

$$\alpha_D = \frac{R_1 r_{v1} T_\infty \delta_D}{p_{1w}\tau} \qquad \cdots\cdots(52)$$

シャウッド数は次式より求めた。

$$S_h = \frac{\alpha_D d}{D} \qquad \cdots\cdots(53)$$

2) 熱伝達率およびヌセルト数

電気加熱円筒には，円筒前方岐点より 40° までは 20° おき，57.5° より後方岐点までは 10° おきに，約 0.15 mm のすき間を開けて，保護ヒータを除けば，16 枚のニクロム箔を張ってある。このニクロム箔のみの電気抵抗 R_E をあらかじめ測定しておき，主流との温度差を約 10°C となるように交流 I を流して，この時の I を交流電流計，主流および箔の温度 t_∞, t_w を電位差計で求めて，次式により熱伝達率 α を計算した。

$$\alpha = \frac{0.86 I^2 R_E}{A(t_w - t_\infty)} \qquad \cdots\cdots(54)$$

また，蒸気加熱円筒については，蒸気室における凝結水量を W，蒸発潜熱を r_s として，次式より求めた。

$$\alpha = \frac{W r_s}{A(t_w - t_\infty)} \qquad \cdots\cdots(55)$$

ヌセルト数は次式によった。

$$N_u = \frac{\alpha d}{\lambda} \qquad \cdots\cdots(56)$$

3) レイノルズ数

レイノルズ数は次式によった。

$$R_e = \frac{U_0 d}{\nu} \qquad \cdots\cdots(57)$$

4) 圧力係数および形状抵抗係数

圧力係数は次式で定義した。

$$C_p = \frac{p_{sw} - p_{s0}}{\dfrac{1}{2}\rho U_0} \qquad \cdots\cdots(58)$$

ここで p_{sw}, p_{s0} はそれぞれ円筒表面および円筒上流における静圧を表わす。また形状抵抗係数は(58)式を用いた次式より求めた。

$$C_D = \int_0^{180} C_p \cos\theta d\theta \qquad \cdots\cdots(59)$$

S_h 数，N_u 数および R_e 数の物性値はすべて主流における値を用いた。物体表面と主流との温度差が大きい場合には，境界層内部における物性値の変化の影響で，主流温度に対する物性値を用いると，N_u 数と R_e 数の関係に誤差を生ずる。しかしこの場合には $N_u \propto$

$(T_w/T_\infty)^l$ と考えて，物体表面と主流との絶対温度比で，N_u 数を補正することができる。本実験では蒸気加熱円筒がこの例にあたるが，温度比は $T_w/T_\infty=1.2$ である。著者の行なった別の実験[9] によれば，指数は $l=0.1$ であるから，この程度の温度比では，物性値を主流温度に対する値で代表させても，N_u 数をたかだか 2% 低く見積る程度となり，誤差は無視できる。

ナフタリンの蒸気圧と温度の関係は Thomas[5] に，拡散係数は文献 6) によった。

5) 主流の乱れ

気流に対して直角に熱線を張り，これに一定電流 I を流して加熱した時の電気抵抗を R_{E4}，電流を流さない時の抵抗を R_{E40} とすれば，これらと気流の平均風速 U_0 との間には次の関係がある。

$$\frac{R_{E4}}{R_{E4}-R_{E40}}=A\sqrt{U_0}+B \qquad \cdots\cdots(60)$$

ここで，A, B は近似的には定数である。あらかじめ，種々の風速 U_0 に対する R_{E4} を求めて，図16に示すような較正曲線を作っておけば，この図より逆に抵抗 R_{E4} を測定することにより，平均風速 U_0 が得られる。

次に時間的変動速度 u を考える。$u \ll U_0$ であれば，風速変動に対する熱線の抵抗変化の割り合い $\Delta R_{E4}/u$ は(60)式を U_0 について微分した値に等しい。

$$\frac{\Delta R_{E4}}{u}=\frac{dR_{E4}}{dU_0}=-R_{E40}\frac{A}{2\sqrt{U_0}(A\sqrt{U_0}+B-1)^2} \qquad \cdots\cdots(61)$$

ここで

$$C_2=\frac{A}{2\sqrt{U_0}(A\sqrt{U_0}+B-1)^2}$$

とおけば次式を得る。

$$\frac{\Delta R_{E4}}{u}=\frac{dR_{E4}}{dU_0}=-C_2R_{E40} \qquad \cdots\cdots(62)$$

C_2 は図 16 に示す曲線となる。

図 13·1 のブリッジ回路の端子 1, 2 間に生ずる不平衡電圧 e は，ブリッジ回路のアーム抵抗値を R_{E1}, R_{E2}, R_{E3} および R_{E4} とすれば

$$e=\frac{R_{E2}I}{R_{E1}+R_{E2}+R_{E3}+R_{E4}}\cdot\Delta R_{E4}=C_1\Delta R_{E4} \qquad \cdots\cdots(63)$$

ここで

$$C_1=\frac{R_{E2}I}{R_{E1}+R_{E2}+R_{E3}+R_{E4}}$$

この電圧は補償増幅器で増幅され，自乗検波回路を経て，マイクロアンメータに指示される。

(62)式から $u=-\Delta R_{E4}/C_2R_{E40}$ となり，(63)式を用いると変動速度 u の自乗平均は次式で表わされる。

$$\sqrt{\overline{u^2}}=\frac{\sqrt{\overline{e^2}}}{R_{E40}C_1C_2} \qquad \cdots\cdots(64)$$

$\sqrt{\overline{e^2}}$ はアンメータの読みから図 15 を用いて求められる。また C_2, U_0 は図 16 より求められるから，この時の気流のパーセント乱れは次式で計算できる。

$$T_u=\frac{\sqrt{\overline{u^2}}}{U_0}\times 100\,\% \qquad \cdots\cdots(65)$$

6·3 実験上の注意事項

ナフタリンを用いて物質伝達率から熱伝達率を推定する場合に必要な注意事項を以下に記す。

1) ナフタリンの諸性質

ナフタリンの性質を以下に示す。

化学式	$C_{10}H_8$
溶融点	80.7°C
沸点	217.9°C
分子量	128.16 kg/kmol
ガス定数	6.615 kgm/kg °K
昇華の潜熱	133 kcal/kg
比重量	1.145 gr/cm³

空気との拡散係数

$$D=0.0513\left(\frac{T}{273}\right)^2\frac{760}{P_0}\ \mathrm{cm^2/s}$$ [6]

蒸気圧

$$\log_{10}p_1=11.55-\frac{3765}{T}$$ [7]

$$\log_{10}p_1=11.7797-\frac{3812.34}{T}-0.02593\log_{10}T$$ [5]

ここで p_1 は mmHg, T は °K

Schlumberger[8] によれば，蒸気圧は表 2 のようになる。

表 2 ナフタリン蒸気圧

t°C	p_1 mmHg	t°C	p_1 mmHg
0	0.006	30	0.133
5	0.010	35	0.210
10	0.021	40	0.320
15	0.035	45	0.518
20	0.054	50	0.815
25	0.082		

鋳造したもののナフタリン比重量は鋳込みの状態でそれぞれ異なるが，本実験では，1.095 ± 0.010 gr/cm³ の値であった。その他の報告例をあげると次の値である。

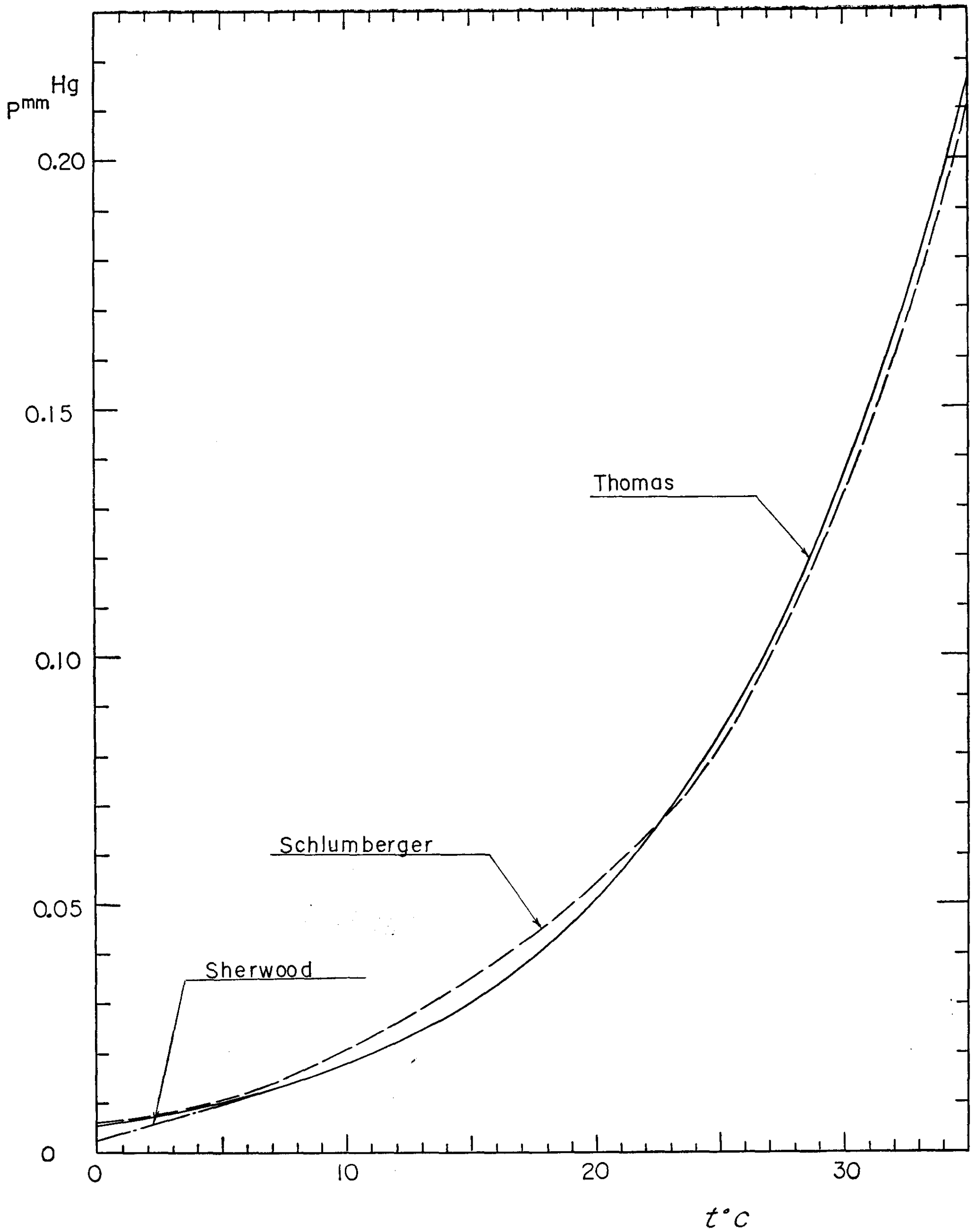

図 50 ナフタリンの蒸気圧と温度の関係

1.078±0.012 gr/cm^3 [7]

1.11±0.01 gr/cm^3 [10]

蒸気圧と温度との関係は 図 50 に示すように，温度が 25°C 以上であればどの値を用いても大差がないが，15°C 以下ではかなり差が生じる。著者らが同一モデルによって気温の高いときと低いときとに行なった実験によると，Schlumberger の値がよい一致を示す。しかし Thomas の測定値は実験式の形にまとめられていて使いやすく，Sherwood の式ともほぼ一致している。気温の低い場合の実験は蒸気圧に差がある以外に，昇華量も少なく時間がかかるので，20°C 以下で実験することは避ける方がよい。

シュミット数 $S_c=\nu/D$ に用いる動粘性係数は，表面のナフタリン蒸気濃度が非常に低いので，空気のそれを用いてよい。

2) 物体の形状の変化による誤差

ナフタリンの昇華量から熱伝達率を推定する方法の最大の長所は，実験に要する装置が熱の実験にくらべて非常に簡単であること，局所熱伝達率が容易に得られることであるが，表面の形状が変化すること，熱の場合の表面温度一定の条件にしか対応しないことが，欠点としてあげられる。特に表面形状の変化は，この方法の最大の欠点であるから，でき得る限り，誤差を大きくしない範囲で，昇華量を少なくしなければならない。本実験では，最大昇華深さを 0.15～0.20 mm 程度として行なった。円筒の場合には，レイノルズ数が高いと，$\theta=110°$ が最大昇華位置となる。この点の昇華深さを 0.2 mm で止めると，$\theta=95°$ 付近の最小昇華深さは約 0.04 mm 程度となり，ナフタリン表面固有の表面粗さが 10^{-3} mm の程度であるのに比べて，問題なくダイアルゲージにより測定できる。ちなみに所要昇華時間を述べると，温度，物体の形状，気流の速度によって異なるが，本実験では夏期で最小 0.5 時間，最大 2 時間を要した。

3) ナフタリンの鋳込み上の注意

ナフタリンは鋳込みの方法いかんでは，表面粗さがかなり異なり，また比重にも差が現われる。鋳型から試験片を取り出す場合の鋳ばなれをよくし，試験片の表面に油やほこりの付着をなくすためには，鋳込みの前によく鋳型の表面をシンナーとアルコールで洗滌する必要がある。さらに，ナフタリンの表面の粗さを少なくし，凝固の際の収縮による巣の発生を防止するためには，鋳込みの前にめす型，おす型を適当に加熱しておく必要がある。

最適な表面を得るには，経験に頼る外はないが，著者らの経験ではめす型を約 50°C，おす型をめす型より約 10～20°C 程度高目に加熱しておき，鋳込んだ後で，自然冷却またはファンなどによる強制冷却をすることによって，微細な結晶粒をもったなめらかな面を得た。

4) 主流の乱れの測定における注意

主流の乱れを測定する場合に実験が長時間におよぶと，気流中のほこりの付着によって熱線の時定数がみかけ上大きくなり特性がかなり変化する。したがって長時間にわたる乱れの測定においては，熱線の洗滌と較正をくりかえし行なう必要がある。

参 考 文 献

1) 福井資夫，森下輝夫："ナフタリン昇華法による熱伝達率の測定" 日本機械学会誌，第65巻，第525号，(昭和37年)，pp. 1480～1487.
2) W.H. McAdams: "Heat transmission," 3rd Ed., McGraw-Hill, (1954).
3) H. B. Squire: "Heat transfer calculation for aerofoils," Aero. Res. Comm., R & M, No. 1986, (1942).
4) E. R. G. Eckert and R. M. Drake: "Heat and mass transfer" 2nd Ed., McGraw-Hill, (1959), pp. 449～476.
5) J. S. G. Thomas: "The evaporation of naphthalene in dry and in moist coal-gas" J. Soc. Chem. Indust., Vol. 35, No. 9, (1916), pp. 506～513.
6) 佐藤一雄："物性定数推算法，" 第3版，丸善，(昭和36年)，p. 129.
7) T. K. Sherwood and Olev Träss: "Sublimation mass transfer through compressible boundary layers on a flat plat," Trans. ASME, Series C, Vol. 82, No. 4, (1960), pp. 313～324.
8) E. Schlumberger: "Dampfdrucke des naphthalins und dessen analytische bestimmung im gereinigten leuchtgas," J. für Gasbeleuchtung u. Wasserversorgung, Nr. 51, (1912), s. 1257～1260.
9) 森下輝夫，野村雅宣："高温高速ガス流中の円筒外面熱伝達，" 第22回運輸技研研究発表会講演概要，(1961-11)，pp. 65～67.
10) H. H. Sogin and V. S. Subramanian: "Local mass transfer from circular cylinders in cross flow," Trans. ASME, Series C, Vol. 83, No. 4, (1961), pp. 483～493.
11) E. W. Comings, J. T. Clapp and J. F. Taylor: "Air turbulence and transfer processes—flow normal to cylinders," Ind. Eng. Chem., Vol. 40, No. 6, (1948), pp. 1076～1082.
12) W. H. Giedt: "Effect of turbulence level of incident air stream on local heat transfer and skin friction on a cylinder," J. Aero. Sci. Vol. 18, (1951), pp. 725～730, 766.
13) J. Kestin and P. F. Maeder: "Influence of turbulence on transfer of heat from cylinders," NACA TN 4018, (1957).
14) R. A. Seban: "The influence of free stream turbulence on the local heat transfer from cylinders," Trans. ASME Series C, Vol. 82, No. 2, (1960), pp. 101～107.
15) 矢島達夫："トランジスター雑音測定器，" NHK 技術研究，第25号，(昭和31年6月)，pp. 34～30.