

# Discrete Ordinates 直接数値積分法による 中性子平板問題の解析

竹内 清\* 片岡 巖\*

On the Neutron Transport Problems by the Discrete-Ordinates-  
Numerical Integration Method

By

Kiyoshi Takeuchi and Iwao Kataoka

Abstract

A method, MENE, has been developed for calculation of neutron transport problems in shields. This method applies the Discrete-Ordinates-Numerical Integration procedure to solve the steady state energy-dependent Boltzmann transport equation in slab geometry. Anisotropic treatment for elastic scattering and isotropic treatment for inelastic scattering are taken into account in the neutron slowing down calculation. Neutron spectra and angular distributions in shields and/or behind them will be obtained as a result of the calculation.

This paper presents the numerical treatment of the equation and some calculations of neutron penetration spectra for various shielding materials.

Comparisons with other calculations and reliable experiments assure the method as an accurate procedure for neutron transport calculation in shields.

## 1. ま え が き

放射線遮蔽に関するより厳密な計算理論の開発は原子炉遮蔽だけでなく一般の放射線源の遮蔽設計計算上にも重要である。ここでは遮蔽計算理論として定常のボルツマン輸送方程式を数値解法で解く方法を問題にする。この種の解法としてすでにモーメント法<sup>1)2)</sup>が初期の成功した計算理論として開発され、現在でもその結果は遮蔽計算に使用されている。モーメント法の中性子に対する散乱積分の計算方法を適用し、方程式を解くのに Discrete-Ordinates な角度について空間座標で直接積分する解法による計算コードに NIOBE<sup>3)</sup> と EOS<sup>4)5)6)</sup> がある。NIOBE は球対称形状遮蔽体に対する計算コードであり、EOS は平板形状遮蔽体に対する計算コードである。両コードとも中性子に対する散乱積分を計算するのに、中性子束  $N(x, \omega, E)$  および弾性散乱角度分布関数  $f(E, \mu)$  をルジャンドル多項式で展開近似している。このため両方法とも同じ利点および欠点が線束を多項式展開近似したことによ

って生ずる。特に深い透過の場合、高エネルギーの放射線(中性子あるいはガンマ線)は強度の前方ピークの角度分布を持つので、これを有限項のルジャンドル多項式で展開近似することはむずかしい。この他の計算法に Sn 法<sup>7)</sup> がある。元来 Sn 法は炉計算法であるが、最近 Sn 法の遮蔽計算用コードが作られ計算に使用されている<sup>8)</sup>。また最近の Sn 法は Discrete Ordinates-Sn<sup>9)10)</sup> に発展しており、中子の散乱の取り扱いも初期の等方散乱の仮定から発展し非等方散乱<sup>11)</sup>の取り扱いになっている。

今回の研究の目的は中子の遮蔽体透過問題を計算する上で、中性子束が遮蔽体内で強度の非等方性を有する角度分布をもっている、これをより正確に計算することのできる計算法の開発にある。今回開発した計算法を MENE 法と呼ぶ。これは定常状態の多重層平板状遮蔽体に対する中子のボルツマン輸送方程式を解き、遮蔽体内および遮蔽体背面での中性子束を計算する方法である。方程式の散乱積分の計算は NIOBE, EOS 両コードにおける計算方法と異なり、中性子束および弾性散乱角度分布関数をルジャンドル

\* 原子力船部

多項式のような多項式によって展開近似しない。そして線束および散乱角度分布関数をレサジメッシュ間でステップ関数で近似し、散乱方位角  $\phi$  による積分は線束が微小区間  $\Delta\phi$  でステップ関数近似可能という仮定のもとに計算し、さらに散乱余弦  $\mu$  についての積分は Newton-Cotes の求積法で計算する。そして最終的には散乱積分はマトリックスの積の形に表わされる。一方、輸送方程式の解法は EOS 法と同様に Discrete-Ordinates の角度について、空間座標  $x$  に関して積分して解く解法である。すでに本解法による中性子計算コード MENE<sup>12)</sup> が当研究所の NEAC2206 計算機に対して作られており、各種の遮蔽物質について中性子透過計算に使用されている。本解法と中性子透過計算結果の一部は文献(13)に発表されている。

この報告は中性子に対するボルツマン輸送方程式をたて、次いでこの方程式の解法を記述し、本解法の遮蔽計算適用の正当性および有用性を他の計算結果および実験結果と比較し検討する。まずモーメント法の計算結果と比較するためカーボン媒質中の速中性子スペクトルを計算した。つぎに中性子束の角度成分が正しく計算されることを確かめるため、水中における中性子スペクトルを計算し、測定角度 0 度および 51 度に相当する角度の中性子スペクトルを BSR-1 の水プール中における測定中性子スペクトルと比較した。さらにソ連で行なわれた、原子炉から放射された中性子の鉄層、カーボン層それにポリエチレン層透過速中性子スペクトルの実験結果と比較するため、鉄層、カーボン層、ポリエチレン層透過速中性子スペクトルを計算した。最後に中性子の多重層透過計算例として、鉄-水、水-鉄 2 重層および水-鉄-水-3 重層に対する中性子スペクトルを計算した。

## 2. ボルツマン輸送方程式

### 2.1 基礎方程式

一般に定常状態の中性子輸送方程式は(1)式で表わされる。

$$\{p \cdot \Omega + \sum \tau(r, E)\} N(r, \Omega, E) = G(r, \Omega, E). \quad \dots\dots\dots(1)$$

(1)式はいわゆる中性子の生成消滅のバランスの式と言われ、右辺と左辺の現象がちょうど釣り合っていることを表わす。すなわちある注目している位相空間  $(r, \Omega, E)$  に対して、

[中性子のもれ出しによる減少] + [中性子の原子核との衝突による消滅] = [生れ出る中性子]

を意味している。(1)式は任意の形状の遮蔽体に対して

(34)

成立するが、ここでは形状の変数を簡単にするために平板形状を考える。したがって形状に関する変数は 1 つになり、それを  $x$  とおく。また中性子の進行方向に関する変数  $\Omega$  も  $x$  軸に対して測った角度について表わせば次のようになる。

$$\omega \equiv \frac{x}{|\mathbf{x}|} \cdot \Omega$$

さらに中性子の生成項  $G(r, \Omega, E)$  は文献(5)を参照して次のように書くことができる。

$$G(r, \Omega, E) = \sum_i \int_E^{\infty} \int_{4\pi} n_i(r) \sigma_{i, \Omega' \rightarrow \Omega, E' \rightarrow E} d\Omega' dE' + S(r, \Omega, E). \quad \dots\dots\dots(2)$$

ここでは散乱現象を弾性散乱と非弾性散乱の両現象に限る。遮蔽計算ではこの両現象を考慮すれば充分である。以後の計算では(2)式のエネルギー  $E'$  による積分は中性子レサジ  $u$  による積分に変えて行なう。中性子レサジ  $u$  は次のように定義する。

$$u = l_n \frac{E_{\max}}{E}.$$

ここで  $E_{\max}$  は解くべき中性子問題の最大エネルギーである。

以上のことから(1)および(2)式は変数を  $x, \omega, u$  で表わし文献(5)を参照して(1)式を変形すると次の(3)式、および(8)式になる。

$$\omega \frac{\partial N}{\partial x}(x, \omega, u) + \sum \tau(x, u) N(x, \omega, u) = G(x, \omega, u). \quad \dots\dots\dots(3)$$

ここで

$$G(x, \omega, u) = F_{el}[N; x, \omega, u] + F_{in}[N; x, \omega, u] + S(x, \omega, u).$$

弾性散乱項  $F_{el}[N; x, \omega, u]$  は次式のように書ける。

$$F_{el}[N; x, \omega, u] = \sum_i \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 n_i(x) \sigma_{el, i}(u') f_i(u', \mu) \exp(u-u') \times N(x, \omega', u') d\mu d\phi. \quad \dots\dots\dots(4)$$

ただし

$$u' = u - l_n \frac{1+2\rho+\rho^2}{1+2\rho\mu+\rho^2}. \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$\omega' = \omega \alpha + \sqrt{1-\omega^2} \sqrt{1-\alpha^2} \cos \phi. \quad \dots\dots\dots(6)$$

また実験室系の散乱角の余弦  $\alpha$  と重心系の散乱角の余弦  $\mu$  との間には次の関係がある。

$$\alpha = \frac{\mu + \rho}{\sqrt{1 + 2\rho\mu + \rho^2}} \dots\dots\dots(7)$$

また非弾性散乱項  $F_{in}[N; \omega, x, u]$  は次のように書ける。

$$F_{in}[N; x, \omega, u] = 2\pi \sum_i \int_0^u \int_{-1}^1 n_i(x) \sigma_{in,i}(u') \frac{g_i(u', u)}{4\pi} \times N(x, \omega', u') E' d\omega' du' \dots\dots\dots(8)$$

非弾性散乱過程の散乱は等方であると仮定している。

以上で解くべき輸送方程式の形が確立したので、次に方程式(3)を解く方法を簡単に述べる。すでにいろいろの解法<sup>14)</sup>が研究されているが、実際の遮蔽計算に適用されている方法として Spherical Harmonics 法と Discrete-Ordinates 法が考えられる。この両方法は全く異なる解法ではなく、次のような条件の場合両方法は同等である<sup>15)</sup>。すなわち中性子束および散乱角度分布関数がルジャンドル多項式展開近似でき、散乱積分はガウス求積法によって行なうという条件である。しかし線束が強度の非等方性を有する分布であったり、散乱が強度の非等方散乱である場合には、適当な有限項数のルジャンドル多項式展開近似ができないので上述の同等性は成立しない。ここでは(3)式を計算するのに角度変数  $\omega$  については Discrete-Ordinates の  $\omega_q$  をとり、散乱積分は Newton-Cotes の求積法を適用し、空間座標についての積分は直接積分を用いる。この方法の利点は強度の前方ピークを有する中性子束を良い近似で記述しようとする時、多項式展開近似法では数多い展開項数が必要とされるのに比べ、この計算法ではより少ない角度分点でこれを近似できる点にある。

さて(3)式の右辺の線源項のうちの散乱積分を計算する方法を考える。NIOBE, EOS 両方法における散乱積分の計算は線束  $N(x, \omega, u)$  および散乱角度分布関数  $f(u, \mu)$  をルジャンドル多項式展開近似し、ガウス求積法を適用し、散乱余弦  $\mu$  についての積分には中性子束×角度分布関数、 $N(u) f(u)$  がレサジメッシュ  $(u_k, u_{k+1})$  で一次関数近似できるとして積分を行なう。これに対し本解法では線束および散乱角度分布関数をルジャンドル多項式展開近似せず、散乱の方位角  $\phi$  についての積分は微小区間  $\Delta\phi$  についての和として求め、散乱余弦  $\mu$  についての積分は離散点  $\mu_l$  に対する Newton-Cotes の求積法によって求める。

ここで次の仮定を導入する。

1. 中性子束  $N(x, \omega, u)$  はレサジメッシュ  $(u_k,$

$u_{k+1})$  間でステップ関数近似可能である。

2. 中性子束  $N(x, \omega, u)$  は散乱方位角  $\phi$  について微小区間  $\Delta\phi$  でステップ関数近似可能である。
3. 散乱角度分布関数  $f(u, \mu)$  はレサジメッシュ  $(u_k, u_{k+1})$  間でステップ関数近似可能である。
4. 非弾性散乱における減速関数  $g(u', u)$  は核の励起単位のレベルについて、連続スペクトルの型と離散スペクトルの型に分けて計算する。

## 2.2 弾性散乱項 $F_{el}[N; x, \omega, u]$ の計算

レサジメッシュ幅を等間隔  $h$  にとり、そのレサジメッシュを  $u_j (j=1, 2, \dots, J)$  と定める。解くべき問題の最大エネルギーに対するレサジメッシュを  $u_1$  とすれば  $u_1=0$  である。したがって  $u_j$  は  $u_j = u_1 + (j-1)h$  と書ける。

(4)式を  $u = u_j$  について表わすと次式になる。

$$F_{el}[N; x, \omega, u_j] = \sum_i \int_{-1}^1 d\mu \cdot n_i(x) \sigma_{el,i}(u') f_i(u', \mu) \times \exp(u_j - u') \cdot 2 \int_0^\pi d\phi \cdot N(x, \omega', u') \dots\dots\dots(9)$$

(9)式の  $\exp(u_j - u')$  は(5)式から次式のように表わされる。

$$\exp(u_j - u') = \frac{(1 + \rho)^2}{1 + 2\rho\mu + \rho^2} \equiv R(\rho, \mu) \dots\dots(10)$$

ここで、

$u_{j-(k-1)} > u' \geq u_{j-k}$  の  $u'$  を  $u_{j-k}$  で表わすと、 $u_j - u' = kh$  さらに  $u' = u_j - kh$  と書ける。(9)式の積分計算で  $\phi$  についての積分は文献(16)を参照し、 $\mu$  についての積分は Newton-Cotes の求積法で計算する。すなわち、

$$F_{el} = 2 \sum_i n_i(x) \sum_{l=0}^L M_l \cdot \sigma_{el,i}(u_{j-k(l)}) \times f_i(u_{j-k(l)}, \mu_l) R(\rho_i, \mu_l) \times \sum_{l=1}^Q N(x, \omega'_l, u_{j-k(l)}) \Delta\phi_l \dots\dots\dots(11)$$

ここで  $M_l$  は Newton-Cotes の重み関数である。

$$\Delta\phi_l = \phi_{l+1} - \phi_l \dots\dots\dots(12)$$

また、 $\phi_l$  は次式から決まる。

$$\phi_l = \arccos \left[ \frac{\omega'_l - \omega_q \alpha_l}{\sqrt{1 - \omega_q^2} \sqrt{1 - \alpha_l^2}} \right] \dots\dots\dots(13)$$

なお(13)式で

$$\frac{\omega'_l - \omega_q \alpha_l}{\sqrt{1 - \omega_q^2} \sqrt{1 - \alpha_l^2}} > 1 \text{ の場合, } \phi_l = 0$$

$$\frac{\omega'_l - \omega_q \alpha_l}{\sqrt{1 - \omega_q^2} \sqrt{1 - \alpha_l^2}} < -1 \text{ の場合, } \phi_l = \pi \text{ とおく。}$$

$\alpha_l$  は(7)式から次のように求まる。

$$\alpha_l = \frac{\mu_l + \rho}{\sqrt{1 + 2\rho\mu_l + \rho^2}} \dots\dots\dots(14)$$

また(11)式における  $k(l)$  は次のように決まる。  
まず(5)式を変形し次式を得る。

$$\mu = \frac{(1 + \rho)^2 e^{u' - u} - (1 + \rho^2)}{2\rho}$$

上式で  $u' = u - kh$  における  $\mu$  を  $\mu^k$  とおけば、

$$\mu^k = \frac{(1 + \rho)^2 e^{-kh} - (1 + \rho^2)}{2\rho} \dots\dots\dots(15)$$

いま  $\mu_l$  が次の条件を満足すれば  $k(l)$  は以下のよう  
に決まる。

$$\left. \begin{array}{l} \mu^{k-1} \geq \mu_l + \frac{\Delta\mu_l}{2} > \mu^k; k(l) = k \\ \text{ただし} \quad k(0) = 0. \end{array} \right\} \dots\dots\dots(16)$$

ここで  $\Delta\mu_l = \mu_{l-1} - \mu_l$ ,  $1 \leq l \leq L$ .

ただし  $-1 \leq \mu^k \leq 1$  の範囲の  $k$  の値で

$\mu^k - \mu^{k+1} \geq \frac{\Delta\mu_l}{2}$  が成立しない物質については次の  
条件から  $\mu_l$  を決める。すなわち  $\mu_l = \mu^k$  となるよう  
に  $\mu_l$  を選び、重み関数  $M_l$  は次のようにとる。

$$M_l = \begin{cases} \frac{(1 + \rho)^2}{4\rho} (1 - e^{-h}), & l = 0 \\ \frac{(1 + \rho)^2}{4\rho} e^{-(l-1)h} (1 - e^{-2h}), & l > 0 \end{cases}$$

以上で(11)式は計算できるが、計算機で計算するのに  
適した形にする必要がある。そのために(11)式をマト  
リックスの積の形に変形する。

いま

$$B_{jl}^i(x, \rho_i) = 2n_i(x) M_l \sigma_{el, i}(u_{j-k(l)}) \\ \times f_i(u_{j-k(l)}, \mu_i) R(\rho_i, \mu_i) \dots\dots\dots(17)$$

とおき、さらに

$$N_{p, t} \equiv N(x, \omega'_t, u_p), \\ \zeta_t \equiv \Delta\phi_t, \\ F_{qj}^{el} \equiv F_{ei}[N; x, \omega_q, u_j].$$

とおけば(11)式は次式のように表わせる。

$$F_{qj}^{el} = \sum_i \sum_{l=0}^L B_{jl}^i \sum_{t=1}^Q \zeta_t \cdot N_{j-k(l), t} \dots\dots\dots(18)$$

(18)式は計算機で計算する際の弾性散乱の一般式であ  
り、マトリックス  $B_{jl}^i$  をあらかじめ計算しておけば  
(18)式から弾性散乱項は計算できる。もし中性子のエ  
ネルギーが低くなり、重心系における散乱角度分布が等  
方分布に近づく場合、(17)式はより簡単になり次式の  
ようになる。すなわち散乱角度分布が等方であるか  
ら、 $f_i(u', \mu) = \frac{1}{4\pi}$  となり(17)式にこれを代入すれば  
次式を得る。

$$B_{jl}^i(x, \rho_i) \\ = \frac{1}{2\pi} n_i(x) M_l \sigma_{el, i}(u_{j-k(l)}) R(\rho_i, \mu_i) \dots\dots\dots(19)$$

散乱体が水素原子の場合、中性子は考えている問題  
の全エネルギー範囲にわたって減速されるので、 $\mu$  につ  
いての積分もこのレサジメッシュ  $u_j$  を考慮して次の  
ように行なう方が適当である。すなわちレサジメッ  
シュ  $u_{j-k}$  に対応して  $\mu^k$  を定め、 $\mu_l = \mu^k$  となるよう  
 $\mu_l$  を選ぶ。水素による散乱は重心系で等方散乱であ  
るから、 $f(u', \mu) = \frac{1}{4\pi}$  である。また  $\rho = 1$  であるか  
ら(15)式から  $\mu^k$  は

$$\mu^k = 2e^{-kh} - 1.$$

と求まる。したがって散乱積分の式は次の(20)式のよ  
うに書ける。

$$F_{el} = \frac{n(x)}{2\pi} \int_{-1}^1 \sigma_{el}(u') \exp(kh) \int_0^\pi N(x, \omega', u') d\omega d\mu \\ = \frac{n(x)}{2\pi} \sum_{l=0}^{j-1} M_l \sigma_{el}(u_{j-k(l)}) \exp\{k(l)h\} \\ \times \sum_{t=1}^Q N(x, \omega'_t, u_{j-k(l)}) \Delta\phi_t \dots\dots\dots(20)$$

ここで重み関数  $M_l$  を次のように仮定する。

$$M_l = \begin{cases} 2 \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{h}{4}\right) \right\}, & l = 0 \\ 2 \exp(-lh) \cdot \exp\left(-\frac{h}{4}\right) \{ \exp(h) - 1 \}, & l \geq 1 \end{cases}$$

(20)式を(18)式と同様にマトリックスの積の形で書き  
表わすと次式のようになる。

$$F_{qj}^{el} = \sum_{l=0}^{j-1} B_{jl} \sum_{t=1}^Q \zeta_t \cdot N_{j-k(l), t} \dots\dots\dots(22)$$

ここで

$$B_{jl} = \frac{1}{2\pi} n(x) M_l \sigma_{el}(u_{j-k(l)}) \exp\{k(l)h\}, \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$k(l) = l.$$

以上で弾性散乱項は計算できた。これをまとめて書くと次式のようなになる。

$$F_{qj}^{el} = \sum_i \sum_{l=0}^{L(\rho_i)} B_{jl}^i \sum_{t=1}^Q \zeta_t \cdot N_{j-k(l), t}.$$

$$B_{jl}^i = \begin{cases} \begin{cases} 2n_i(x) M_l \sigma_{el, i}(u_{j-k(l)}) f_i(u_{j-k(l)}, \mu_l) \\ \times R(\rho_i, \mu_l), & \rho > 1 \\ \frac{1}{2\pi} n_i(x) M_l \sigma_{el, i}(u_{j-k(l)}) R(\rho_i, \mu_l), & \rho > 1, f(u, \mu) = \frac{1}{4\pi} \\ \frac{1}{2\pi} n_i(x) M_l \sigma_{el, i}(u_{j-k(l)}) \exp\{k(l)h\}. & \rho = 1 \end{cases} \end{cases}$$

弾性散乱角度分布関数  $f(u_j, \mu_l)$  は  $(J \times L)$  のマトリックスの形であらかじめ求めて置き、これを原子毎にインプットとして与える。この方法は角度分布が実験により測定グラフの形でデータが発表されている場合にも、直接そのデータを使用できる利点がある。将来は各原子に対し角度分布  $f(u_j, \mu_l)$  を  $(J \times L)$  のマトリックスの形でテープに集積しておき、インプットデータとして与える手順をばぶく。

### 2.3. 非弾性散乱項 $F_{in}[N; x, \omega, u]$ の計算

減速関数  $g(u', u)$  は散乱原子の核の励起エネルギー単位に関係している。この減速関数の取り扱いには NIOBE, EOS と同様に次の仮定をする。すなわち、あるエネルギー単位を設定し、これより高いエネルギーでは核の単位が連続分布しているとして  $g(u', u)$  を連続関数で近似し、これより低いエネルギーでは核の単位は本来の離散分布をしているとして  $g(u', u)$  を離散分布として取り扱う。すなわち

$$g(u', u) = \begin{cases} g_c(u', u), & u' \leq u_B \\ \sum_{\nu} a_{\nu}(E') \delta\{E' - (E + E_{\nu})\}, & E' < E' < E_B. \end{cases}$$

ここで  $u_B$  は核の単位を連続分布として取り扱う際のしきい値のレサジである。  $g_c(u', u)$  は連続分布関数を意味し、  $a_{\nu}(E')$  は減速核が離散分布として取り扱われる場合、中性子がエネルギー  $E'$  から  $E$  に減速される割合を意味する。  $E_{\nu}$  は原子核の基底状態に対する  $\nu$  番目の励起エネルギーを意味する。

非弾性散乱項の計算は上に述べた  $g(u', u)$  の取り扱いによって2通りに分けて計算する<sup>17)</sup>。

(1)  $u_j \leq u_B$  の場合

減速関数  $g(u', u)$  は連続分布として取り扱われる場合である。(8)式は

$$F_{in} = 2\pi \sum_i \int_{u_1}^{u_i} n_i(x) \sigma_{in, i}(u') \frac{g_{ic}(u', u)}{4\pi} E' du' \\ \times \int_{-1}^1 N(x, \omega', u') d\omega',$$

と書き、  $\omega'$  および  $u'$  についての積分は台形公式によって行なう。上式は次式のようなになる。

$$= \frac{1}{2} \sum_i n_i(x) \sum_{k=0}^{j-1} Y_k \cdot \sigma_{in, i}(u_{j-k}) g_{ic}(u_{j-k}, u_j) E_{j-k} \\ \times \sum_{t=1}^Q W_t \cdot N(x, \omega'_t, u_{j-k}). \dots\dots\dots (24)$$

ここで  $Y_k$  および  $W_t$  は台形公式の重み関数である。(24)式をマトリックスの積の形で書き表わすと次の(25)式のようなになる。

$$F_{qj}^{in} = \sum_i \sum_{k=0}^{j-1} c_{jk}^i \sum_{t=1}^Q W_t \cdot N_{j-k, t}. \dots\dots\dots (25)$$

ここで

$$c_{jk}^i(x, h) = \frac{1}{2} n_i(x) Y_k \sigma_{in, i}(u_{j-k}) g_{ic}(u_{j-k}, u_j) \\ \times E_{j-k}, \dots\dots\dots (26)$$

$$N_{p, t} \equiv N(x, \omega'_t, u_p),$$

$$F_{qj}^{in} \equiv F_{in}[N; x, \omega_q, u_j].$$

(2)  $u_j > u_B$  の場合

減速関数  $g(u', u)$  は連続分布および離散分布の両分布にわたって取り扱われる場合である。

したがって(8)式は次式のように非弾性散乱された中性子が連続分布領域から落ちて来る項と離散分布領域から落ちて来る項に分けて計算する。

$$F_{in} = 2\pi \sum_i \int_{u_1}^{u_B} n_i(x) \sigma_{in, i}(u') \frac{g_{ic}(u', u)}{4\pi} E' du' \\ \times \int_{-1}^1 N(x, \omega', u') d\omega' \\ + 2\pi \sum_i \int_{E_j}^{E_B} n_i(x) \sigma_{in, i}(E') \frac{1}{4\pi} \\ \times \sum_{\nu} a_{\nu}(E') \delta\{E' - (E_j + E_{\nu})\} dE' \\ \times \int_{-1}^1 N(x, \omega', E') d\omega'. \dots\dots\dots (27)$$

上式の第2項はレサジ  $u$  によらずエネルギー  $E$  で積分

する。それは核の励起準位のデータがエネルギー単位で与えられているからである。(27)式の第1項の積分計算は上述の(1)における計算と全く同様にさせて次式のようにする。

$$(F_{in})_{\text{第1項}} = \frac{1}{2} \sum_i n_i(x) \sum_{k=B}^{j-1} Y_k \cdot \sigma_{in,i}(u_{j-k}) \\ \times g_{ic}(u_{j-k}, u_j) E_{j-k} \\ \times \sum_{l=1}^Q W_l \cdot N(x, \omega'_l, u_{j-k}). \quad \dots\dots\dots(28)$$

ここで  $Y_k$  および  $W_l$  は台形公式の重み関数である。(28)式をマトリックスの積の形に書き表わすと次の(29)式のようになる。

$$(F_{qj}^{in})_{\text{第1項}} = \sum_i \sum_{k=B}^{j-1} c_{jk}^i \sum_{l=1}^Q W_l \cdot N_{j-k,l}. \quad \dots\dots\dots(29)$$

ここで

$$c_{jk}^i(x, h) = \frac{1}{2} n_i(x) Y_k \sigma_{in,i}(u_{j-k}) g_{ic}(u_{j-k}, u_j) \\ \times E_{j-k}, \quad \dots\dots\dots(30)$$

$$N_{p,t} \equiv N(x, \omega'_t, u_p),$$

$$F_{qj}^{in} \equiv F_{in}[N; x, \omega_q, u_j].$$

つぎに(27)式の第2項も積分を和の形に変えると次式のように表わせる。

$$(F_{qj}^{in})_{\text{第2項}} \\ = \frac{1}{2} \sum_i n_i(x) \sum_{k=0}^B \sum_{\nu \in S_k} \sigma_{in,i}(E_{j-k}) a_\nu(E_{j-k}) \\ \times \sum_{l=1}^Q W_l \cdot N(x, \omega'_l, u_{j-k}). \quad \dots\dots\dots(31)$$

(31)式で  $\nu$  についての和は次の条件を満足する全ての  $\nu$  についてとる。

条件

$$E_j + E_\nu \leq E_B.$$

かつ

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} (E_{j-k} + E_{j-k+1}) < E_j + E_\nu \leq \frac{1}{2} (E_{j-k} + E_{j-k-1}) \\ \hspace{15em} k > 0. \\ \\ E_j < E_j + E_\nu \leq \frac{1}{2} (E_j + E_{j-1}) \\ \hspace{15em} k = 0. \end{array} \right.$$

(31)式をマトリックスの積の形に表わすと次式のようにである。

$$(F_{qj}^{in})_{\text{第2項}} = \sum_i \sum_{k=0}^B c_{jk}^i \sum_{l=1}^Q W_l \cdot N_{j-k,l}. \quad \dots\dots\dots(32)$$

(38)

ここで

$$c_{jk}^i(x, h) = \frac{1}{2} n_i(x) \sum_{\nu \in S_k} \sigma_{in,i}(E_{j-k}) a_\nu(E_{j-k}). \\ \dots\dots\dots(33)$$

なお  $N_{p,t}$ ,  $W_l$ ,  $F_{qj}^{in}$  については前述の場合と全く同じである。したがって(27)式は次の(34)式で表わせる。

$$F_{qj}^{in} = (F_{qj}^{in})_{\text{第1項}} + (F_{qj}^{in})_{\text{第2項}} \\ = \sum_i \sum_{k=0}^{j-1} c_{jk}^i \sum_{l=1}^Q W_l \cdot N_{j-k,l}. \quad \dots\dots\dots(34)$$

ここで

$$c_{jk}^i = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} n_i(x) \sum_{\nu \in S_k} \sigma_{in,i}(E_{j-k}) a_\nu(E_{j-k}), \\ \hspace{15em} 0 \leq k < j-B \\ \\ \frac{1}{2} n_i(x) \sum_{\nu \in S_k} \sigma_{in,i}(E_{j-k}) a_\nu(E_{j-k}) \\ + \frac{1}{2} n_i(x) Y_k \sigma_{in,i}(u_{j-k}) g_{ic}(u_{j-k}, u_j) \\ \times E_{j-k}, \\ \hspace{15em} k = j-B \\ \\ \frac{1}{2} n_i(x) Y_k \sigma_{in,i}(u_{j-k}) g_{ic}(u_{j-k}, u_j) \\ \times E_{j-k}. \\ \hspace{15em} k > j-B \end{array} \right.$$

以上の計算から非弾性散乱項はマトリックス  $c_{jk}^i$  を各原子についてあらかじめ計算して求めておけば(25)式、(34)式の両式により計算することができる。

輸送方程式の右辺の線源項のうちの散乱積分項は以上の計算で求めたわけである。それらをまとめて書くと次式のようになる。

$$F_{qj}^{el} + F_{qj}^{in} = \sum_i \sum_{l=0}^{L(\rho)^i} B_{jl}^i \sum_{t=1}^Q \zeta_t \cdot N_{j-k(t),t} \\ + \sum_i \sum_{k=0}^{j-1} c_{jk}^i \sum_{l=1}^Q W_l \cdot N_{j-k,l}. \quad \dots\dots\dots(35)$$

#### 2.4. 輸送方程式の積分

輸送方程式(3)式は離散的な角度  $\omega_q$  および  $u = u_j$  について書くと次式のようになる。

$$\omega_q \frac{\partial}{\partial x} N(x, \omega_q, u_j) + \sum T(x, u_j) N(x, \omega_q, u_j) \\ = G(x, \omega_q, u_j). \quad \dots\dots\dots(36)$$

右辺の線源項  $G(x, \omega_q, u_j)$  が任意の  $x$  に関するメッ

シュ ( $x_{i-1}, x_i$ ) 間で1次関数で近似できる程度に細かく  $x$  メッシュをとると、上式は直接積分で解くことができる<sup>5)</sup>。NIOBE, EOS 両法では自分自身のレサジメッシュに落ちる中性子束を計算する場合、繰り返し収斂法を適用しているが<sup>3)5)</sup>、繰り返し収斂法を用いると計算時間が長くなる欠点がある。そこで MENE 法では計算時間を短縮するために繰り返し収斂法を用いないで、自分自身のレサジメッシュに落ちる中性子束の計算はレサジ  $u_j$  に対し微小レサジ幅  $\Delta u_j$  を考え、このレサジ幅から  $u_j$  に落ちる中性子はその進行方向角メッシュに変化はないと仮定して計算する。実際には中性子は散乱後、進行方向角度メッシュを変えるものもある。しかし今注目しているレサジ  $u_j$  に弾性散乱により落ちてくる全散乱中性子の量に比べ、 $j$ -メッシュグループ内で散乱して落ちる中性子の量は小さいのでこの仮定は許される。また非弾性散乱ではレサジメッシュが荒くなければ、 $c_{j0} \ll \sum r$  が成り立つのでこの仮定は許される。

したがって自分自身のレサジメッシュに落ちてくる中性子束の計算は、全断面積を次の(37)式のように置き換えることにより計算される。

$$\Sigma(x, u_j) = \Sigma r(x, u_j) - (\pi B_{j0} + 2c_{j0}). \quad \dots (37)$$

ここで  $\pi B_{j0}$  は(17)式、(19)式それに(23)式から次のように求まる。

$$\pi B_{j0} = \begin{cases} 2\pi n_i(x) M_{0\sigma_{el,i}}(u_j) f_i(u_j, \mu_0), & \rho > 1 \text{ の場合} \\ \frac{1}{2} n_i(x) M_{0\sigma_{el,i}}(u_j), & \rho > 1, f(u, \mu) = \frac{1}{4\pi} \text{ の場合} \\ & \text{または } \rho = 1 \text{ の場合} \end{cases}$$

また  $2c_{j0}$  は(26)式それに(33)式から次のように求まる。

$$2c_{j0} = \begin{cases} n_i(x) Y_{0\sigma_{in,i}}(u_j) g_{ic}(u_j, u_j) E_j, & u_j \leq u_B \text{ の場合} \\ n_i(x) \sum_{\nu \in S_0} \sigma_{in,i}(E_j) a_\nu(E_j), & u_j > u_B \text{ の場合} \end{cases}$$

線源項は次式のようになる。

$$\begin{aligned} \Phi(x, \omega_q, u_j) &= G(x, \omega_q, u_j) - (\pi B_{j0} + 2c_{j0}) \\ &= \sum_i \sum_{l=1}^{L(i)} B_{jl}^i \sum_{t=1}^Q \zeta_t \cdot N_{j-k(l), t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \sum_{k=1}^{j-1} c_{jk}^i \sum_{t=1}^Q W_l \cdot N_{j-k, t} \\ &+ S(x, \omega_q, u_j). \quad \dots (38) \end{aligned}$$

したがって(36)式は次の(39)式のように書くことができる。

$$\begin{aligned} \omega_q \frac{\partial}{\partial x} N(x, \omega_q, u_j) + \Sigma(x, u_j) N(x, \omega_q, u_j) \\ = \Phi(x, \omega_q, u_j). \quad \dots (39) \end{aligned}$$

(39)式は文献(5)の附録Hを参照して次のように、積分することができる。

$$\left. \begin{aligned} N_{i,q}^j &= N_{i-1,q}^j E_{i-1,q}^j + \Phi_{i,q}^j S_{i,q}^j + \Phi_{i-1,q}^j T_{i-1,q}^j & \omega_q > 0 \\ N_{i,q}^j &= N_{i+1,q}^j E_{i+1,q}^j + \Phi_{i,q}^j S_{i,q}^j + \Phi_{i+1,q}^j T_{i+1,q}^j & \omega_q < 0 \\ N_{i,q}^j &= \Phi_{i,q}^j / \Sigma_i^j & \omega_q = 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots (40)$$

ここで

$$N_{i,q}^j \equiv N(x_i, \omega_q, u_j),$$

$$\Phi_{i,q}^j \equiv \Phi(x_i, \omega_q, u_j),$$

$$E_{i,q}^j = \exp\left(-\frac{\Sigma(x_i, u_j)(x_{i*1} - x_i)}{\omega_q}\right),$$

$$S_{i,q}^j = \frac{(x_i - x_{i-(*)1})}{\omega_q} \times \frac{\Sigma(x_{i-(*)1}, u_j)(x_i - x_{i-(*)1}) + E_{i-(*)1,q}^j - 1}{\left\{ \frac{\Sigma(x_{i-(*)1}, u_j)(x_i - x_{i-(*)1})}{\omega_q} \right\}^2},$$

$$T_{i,q}^j = \frac{(x_i - x_{i*1})}{\omega_q} \times \frac{1 - \left\{ 1 + \frac{\Sigma(x_i, u_j)(x_{i*1} - x_i)}{\omega_q} \right\} E_{i,q}^j}{\left\{ \frac{\Sigma(x_i, u_j)(x_{i*1} - x_i)}{\omega_q} \right\}^2},$$

$$\Sigma_i^j = \Sigma(x_i, u_j).$$

ここで星印\*は  $\omega_q > 0$  の場合正符号+をとり、 $\omega_q < 0$  の場合負符号-をとる。

(40)式は最大エネルギーに相当するエネルギーメッシュから計算を始め、低いエネルギーへ計算を進めて行く。計算は次の境界条件を出発点として行なわれる。すなわち  $\omega_q > 0$  の計算は(40)式の第1式で、内側境界条件

$$N(x=0, \omega_q, u_j)$$

を出発点とする。また  $\omega_q < 0$  の計算は (40) 式の第 2 式で外側境界条件

$$N(x=A, \omega_q, u_j)$$

を出発点として計算をすすめる。ここで A は外側境界を表わす。なお上述の境界条件はインプットとして与えられる。

以上で MENE 法の計算式は全て導出された。これを計算コード化したのが MENE コード<sup>12)</sup>であり、実際の遮蔽計算に使用されている。

### 3. 計算結果および他の結果との比較

MENE 法およびその計算コードが中性子の遮蔽体透過問題をどの程度正確に取り扱うことができるかを実証するために本章では、すでに得られている信頼すべき計算結果および実験結果と比較し検討することにする。

#### 3.1. モーメント法の計算結果との比較

モーメント法の計算結果<sup>18)</sup>と比較するために、カーボン媒質中の核分裂線源による中性子透過問題を計算した。線源は板形状核分裂線源であり、線源の角度分布は等方分布と仮定する。計算結果は中性子エネルギースペクトルとして Fig. 1 に示してある。Fig. 1 にはモーメント法による計算スペクトルが実線で示され、

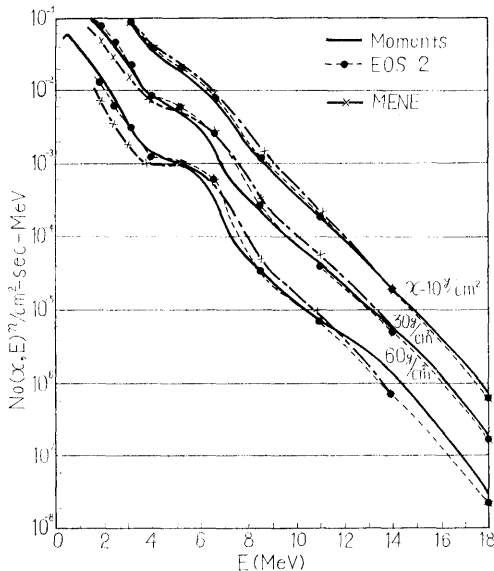


Fig. 1 Comparison of MENE-calculated neutron spectra with those from Moments<sup>18)</sup> and EOS-2<sup>4)5)</sup> in Carbon. Plane isotropic fission source.

(40)

MENE による計算スペクトルは鎖線で示されている。なお参考のために先に我々が開発した EOS コード<sup>4)5)</sup> による計算スペクトルを点線で示した。スペクトルはカーボン媒質中  $10\text{g/cm}^2$ ,  $30\text{g/cm}^2$ ,  $60\text{g/cm}^2$  の距離での中性子スペクトルとして示されている。Fig. 1 から中性子スペクトルは 3 方法による計算結果とも良く一致していることがわかる。しかしスペクトルは  $2 \sim 8 \text{ MeV}$  領域でモーメント法による計算結果よりも EOS 計算結果の方が大きな変化を示しており、さらに MENE 計算結果の方がより大きな変化を示している。

#### 3.2. BSR-1 における実験結果との比較

MENE コードは計算結果として中性子束および中性子角度分布を与えることができる。MENE 計算における中性子束の角度成分について比較検討するために、BSR-1 における水中の中性子スペクトルの実験結果<sup>19)</sup>と比較する。この実験は M. S. Bokhari と V. V. Verbinski によって行なわれ、BSR-1 の炉心からの中性子を水プール中でコリメートした  $L_e^6F$  ダイオードスペクトロメータにより測定した。中性子スペクトルは BSR-1 の炉心面の中心線上、炉心面に垂直方向 ( $0^\circ$ ),  $40.5^\circ$ ,  $51.5^\circ$  の測定角について

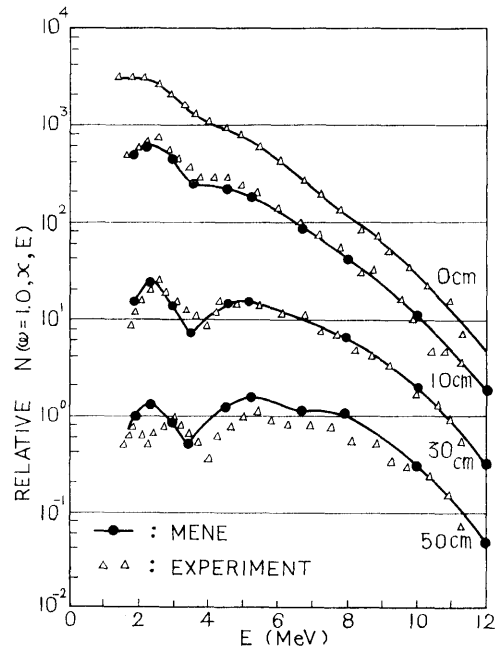


Fig. 2 Comparison of MENE-calculated neutron angular spectra with those of experiment<sup>19)</sup> in the BSR-1 water shield at  $0^\circ$  ( $\omega=1.0$ ).



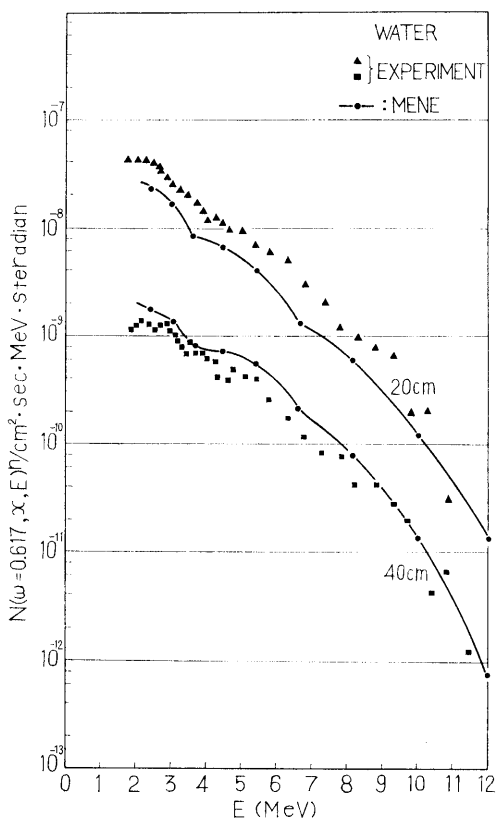


Fig. 3 Comparison of MENE-calculated neutron angular spectra with those of experiment<sup>19)</sup> in the BSR-1 water shield at 51.5°.

For the calculation, the value of  $\omega$  is 0.60.

測定されている。計算における線源の中性子スペクトルは Fig. 2 で 0 cm と記してある測定スペクトルと一致させ、線源の角度分布は強度の前方ピークを持つ  $\cos^2\theta$  分布と仮定した。計算における水層の厚さは 50cm である。Fig. 2 に示した中性子スペクトルは測定角度を炉心面に垂直方向（0度）にとった場合であり、Fig. 3 は測定角度が 51.5° ( $\omega=0.617$ ) の場合である。Fig. 3 での計算結果は角度方向を  $\omega=0.6$  にとった場合の中性子スペクトルを示している。測定角度が 0度の場合、計算スペクトルは測定スペクトルと極めて良く一致している。測定角度が 51.5° の場合、両者のスペクトルの形は一致しているが、絶対値には差がみられる。

これは実験と計算の線源の形状の差によるものと思われる。Fig. 2 における角度 0度の中性子スペクトル

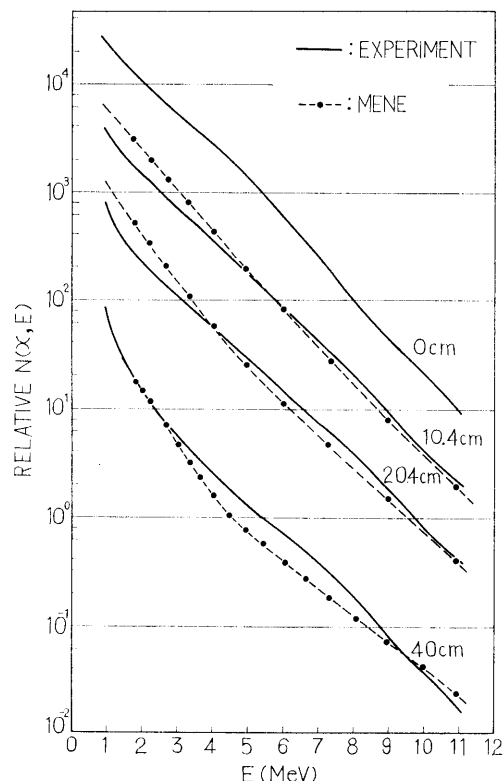


Fig. 4 Comparison of MENE-calculated neutron spectra with those of experiment<sup>20)</sup> for fast fission neutrons passed through iron.

は 3.5 MeV 附近で急激な減衰を示しているが、これは水中の酸素原子が 3.5 MeV 近傍で大きな共鳴吸収断面積を持つことによる。しかしこの減衰は他の角度におけるスペクトルでは明瞭に現われていない。

### 3.3. ソ連における実験との比較

ソ連では各種遮蔽物質に対し原子炉からの速中中性子の物質透過スペクトルが測定されている。これらの測定結果のうち A. P. Veselkin 等の実験<sup>20)</sup>、これは水減速水冷却研究<sup>4)</sup>を用いて炉心から放射される速中中性子のカーボン層、鉛層それに鉄層透過スペクトルの測定であるが、このうち鉄層とカーボン層透過速中中性子スペクトルをとり上げ、MENE コードで計算し比較を行なった。Fig. 4 が鉄層透過速中中性子スペクトルであり、Fig. 5 がカーボン層透過速中中性子スペクトルである。測定は 30mm 径、20mm 高のステンベクリスタルをシンチレータとして速中中性子スペクトロメータで行なわれた。スペクトロメータは広角（測定される物質を背面からみて物質の全面を見込む位広い角

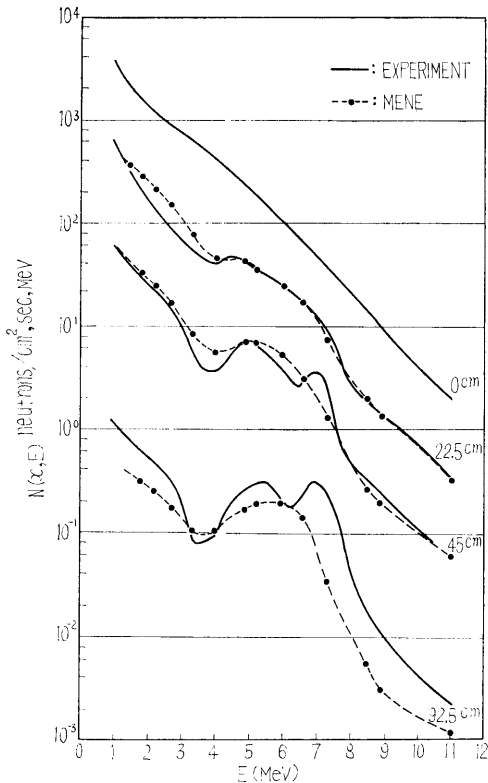


Fig. 5 Comparison of MENE-calculated neutron spectra with those of experiment<sup>20)</sup> for fast fission neutrons passed through graphite.

度)のコリメータを装備し実験を行なっている。計算は Fig. 4, Fig. 5 で 0 cm と記されている測定スペクトルを線源スペクトルとし、線源の角度分布は前方 ( $\omega=1.0$ ) ピークと仮定した。この角度分布の仮定も前節で述べた実験と計算における線源面の形状の差を小さくするためである。鉄の断面積には弾性散乱および非弾性散乱断面積の両断面積を考慮した。Fig. 4 から鉄層透過速中性子スペクトルの計算結果は実験結果と良く一致している。しかし両スペクトルはスペクトルの形に幾分相異がある。計算したスペクトルは中間領域 (4 ~ 7 MeV) で測定スペクトルに比べて減衰の傾向がみられ、逆に低エネルギー領域では増大の傾向がみられる。低エネルギー領域のスペクトルの増大は、高エネルギー中性子が鉄の非弾性散乱により減速し、このエネルギー近傍に蓄積するためである。鉄媒質の場合中性子のスペクトルの形は鉄の厚さが増しても低エネルギー領域で増大する以外は、あまり大きな変化はない。

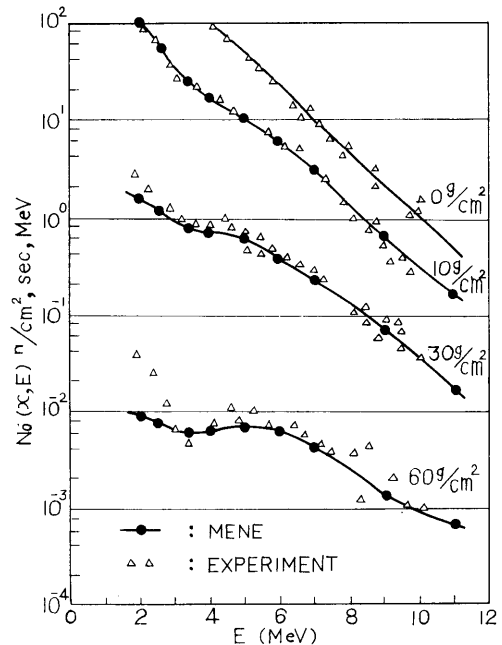


Fig. 6 Comparison of MENE-calculated neutron spectra with those of experiment<sup>21)</sup> for fast fission neutrons passed through polyethylene.

これに対しガーボンの場合、透過中性子スペクトルはカーボンの厚さと共に大きな変化を持つことが Fig. 5 からわかる。計算では測定したスペクトルほどスペクトルに複雑な変化はみられないが、これは計算のエネルギーメッシュが共鳴領域の断面積の変化を充分に取り入れるほど細かくなかったことによる。それでもカーボンの厚さが増すにつれて 3~4MeV で大きな谷を示している。Fig. 5 から測定および計算によるスペクトルはかなり良い一致を示しているが、深い透過の場合両者の間に差が出ている。

Fig. 5 の中性子スペクトルを Fig. 1 の計算によるカーボン中のスペクトルとスペクトルの形を比較してみると、MENE による計算結果が一番良く実験結果のスペクトルの形に合っていることがわかる。

ソ連における速中性子スペクトル測定の他の実験に、原子炉から放射される中性子のポリエチレン層透過速中性子スペクトル測定結果<sup>21)</sup>がある。実験装置は鉄、カーボンの実験と同じく広角のコリメータをもつシンチレーションスペクトロメータである。この実験結果と比較するためポリエチレン層透過中性子スペクトルを計算した。計算結果は実験結果と共に、Fig. 6に示してある。実線が MENE による計算結果であり、

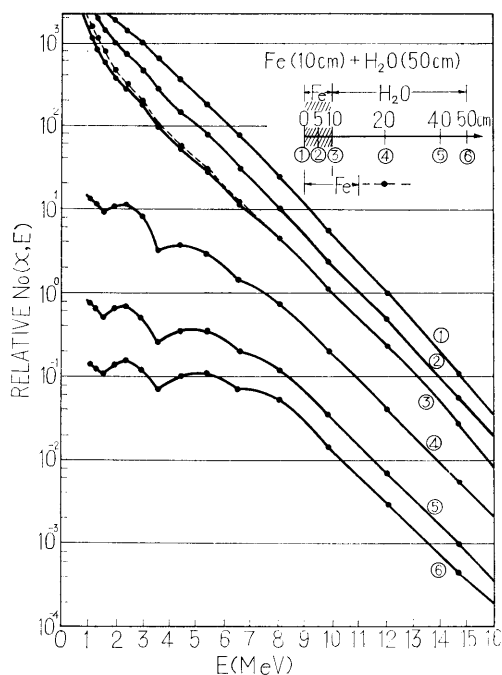


Fig. 7 Calculated neutron spectra in iron-water layers from plane monodirectional  $U^{235}$  fission source.

A dotted line shows the calculated spectrum at 10cm in 20cm-iron slab.

計算における線源の中性子スペクトルは Fig. 6 で  $0 \text{ g/cm}^2$  と記してある測定中性子スペクトルと一致させた。また計算における線源の角度分布は鉄、カーボン計算と同様に前方 ( $\omega=1.0$ ) ピークの単一方向分布と仮定した。計算結果は実験結果と極めて良く一致している。しかし計算値は  $3 \text{ MeV}$  以下の領域でそのスペクトルに実験値と差のあることを示している。実験値は  $3 \text{ MeV}$  以下で急激な上昇を示しているが、計算値はこの急激な上昇を示していない。この両者の差の理由はわからない。 $3\sim 4 \text{ MeV}$  での中性子スペクトルの谷は、Fig. 5 でカーボン層透過スペクトルが  $3\sim 4 \text{ MeV}$  で示す谷と同じである。

### 3.4. 多重層遮蔽体透過計算例

多重層遮蔽体透過中性子計算例として、Fig. 7 に鉄-水 2 重層、Fig. 8 に水-鉄-2 重層、Fig. 9 に水-鉄-水 3 重層に対する速中性子スペクトルの計算値を示す。物質層の厚さは 3 つの問題とも鉄が  $10 \text{ cm}$  厚、水が  $50 \text{ cm}$  厚である。計算における線源のスペクトルは図上  $0 \text{ cm}$  と記してある中性子スペクトルであり、線源の角度方向分布は前方ピーク ( $\omega=1.0$ ) とした。

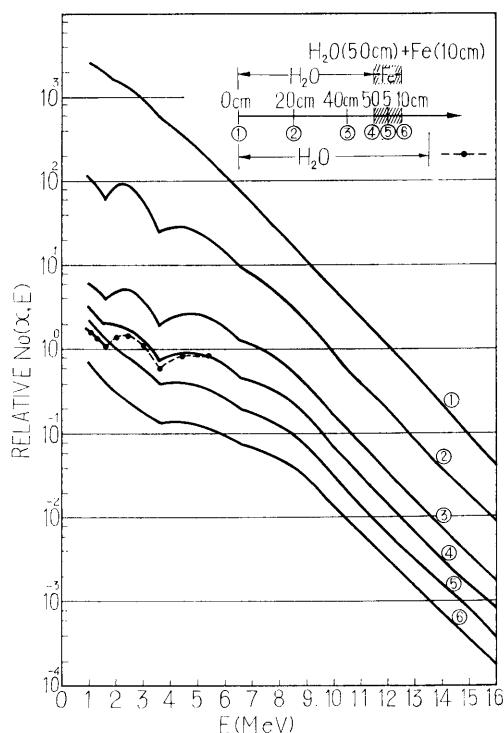


Fig. 8 Calculated neutron spectra in water-iron layers from plane monodirectional  $U^{235}$  fission source.

A dotted line shows the calculated spectrum at 50cm in 70cm-water layer.

Fig. 7 における鉄層中の中性子スペクトルは低エネルギーで急激な増加を示しているが、これに水媒質が附加されると逆に減少を示すようになる。水の厚さが増すと鉄の影きょうが薄らぐ、水に対する中性子スペクトルが強く現われてくる。なお比較のために鉄単一層中  $10 \text{ cm}$  の距離での中性子スペクトルを点線で示す。鉄媒質に対する散乱反射中中性子の量が水に対するそれよりも大きいので、Fig. 7 上鉄-水境界で鉄単一層に対するスペクトルの方が少し大きく出ている。一方 Fig. 8 では水-鉄境界において点線で示される水単一層に対する中性子スペクトルよりも水-鉄二重層に対するスペクトルの方が低エネルギー領域で大きく出ている。これも Fig. 7 における鉄の反射中中性子による差と同じ理由からである。Fig. 7 および Fig. 8 で中性子スペクトルは  $3.5 \text{ MeV}$  および  $1.5 \text{ MeV}$  近傍で急激な減衰を示しているが、これは水中の酸素の断面積がこの近傍のエネルギーで大きな共鳴吸収断面積を持つからである。最後に Fig. 9 に水-鉄-水 3 重層に対

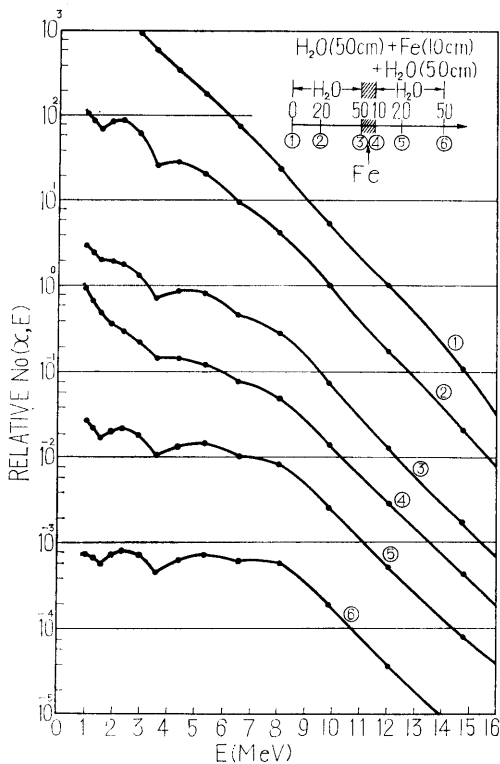


Fig.9 Calculated neutron spectra in water-iron-water layers from plane monodirectional  $U^{235}$  fission source.

する中性子スペクトルを示す。

## 4. 考 察

### 4.1. 中性子の遮蔽体透過計算

前節における遮蔽物質透過中性子スペクトルと他の計算値および実験値との比較から、Discrete-Ordinates Numerical Integration 法すなわち MENE 法は中性子の遮蔽体透過計算を正しく行なうことが実証された。特に MENE コードは遮蔽体内および遮蔽体透過中性子スペクトルの計算に適している。遮蔽体内の中性子束分布が計算できれば、遮蔽体内の熱発生の問題、さらに捕獲ガンマ線問題にデータを提出できるので重要なことである。

### 4.2. 中性子の角度スペクトルの計算

Figs.2,3 の実験結果と計算結果の比較から、MENE 法は中性子束の角度成分についても正確に計算することが実証された。しかし、Fig.2 における  $\omega=1.0$  の前方成分のスペクトル以外の測定角度に対するスペクトルは、線源平面の幾何形状の相異から計算結果は実

験結果と多少の差を示している。

### 4.3. 非弾性散乱過程を含む計算

鉄はエネルギーの高い領域では非弾性散乱断面積が非弾性散乱断面積と同程度になり (13 MeV 以上ではむしろ非弾性散乱断面積の方が大きくなる)、このため非弾性散乱を単に吸収として計算することはできなくなる。前節でも述べたように、Fig.4 の鉄層透過スペクトルは低エネルギー領域に非弾性散乱された中性子の蓄積を示している。MENE コードで比較のために非弾性散乱を単に吸収として計算した値と非弾性散乱を考慮して計算した値では、非弾性散乱を考慮して計算した値の方が、6 MeV、40cm 厚透過で 5% 大きく、3MeV、40cm 厚透過で 60% 大きく出る。この両者の差は 3MeV 以下では更に大きくなる。

したがって鉄のように大きな非弾性散乱断面積を持つ物質の計算には非弾性散乱の取り扱いができる計算コードが望ましい。MENE コードはこの条件を満足する。

### 4.4. 線源の角度分布

線源の角度分布は入力として任意に与えることができるので、一様な角度分布をもつ線源問題も、また極端な場合として単一方向分布をもつ線源問題も同じように計算することができる。

### 4.5. 強度の非等方性をもつ中性子束の計算

中性子束は高エネルギー領域で深い透過の場合、強度の前方ピークをもつ分布をする。MENE 法は中性子束をルジャンドル多項式展開のような多項式展開近似をしないので、中性子束が強度の非等方性をもつ分布をしていても、計算された角度分布が振動したり、負の値になったりしない。このため実験と良く一致した解が得られる。

### 4.6. 計算時間と実際の遮蔽計算適用

MENE 計算は繰り返し法を使用しないため計算時間は短い。例えば 1 領域、12 エネルギーグループ、11 角度方向メッシュ、27 空間メッシュの問題の場合計算時間は NEAC 2206 計算機で約 60 分であり、これは IBM 7090 計算機では 4~5 分程度である。したがって計算機の選択によっては MENE コードは実用遮蔽計算に十分適用できるであろう。

### 4.7. EOS 計算との比較

EOS 計算は繰り返し収斂法を用いて解を求めると、非常に長い計算時間を要する。その上中性子束をルジャンドル展開近似しているので中性子束の角度分布が極めて非等方な場合には精度の良い中性子角度分布を得ることはむずかしい。これに対し MENE 計算

計算には繰り返し収斂法を使用していないため、EOS 計算の $1/5 \sim 1/10$  位短い計算時間で解を得ることができる。また強度の非等分布の中性子束でも、精度良く計算することができる<sup>22)</sup>。したがって MENE 計算による中性子角度分布は実験による測定中性子角度分布と比較することができる。EOS 計算では上に述べた理由により中性子角度分布を直接測定値と比較することは困難である。しかし Gauss 積分の条件によって中性子の角度について積分した中性子束  $N_0(x, E)$  は EOS 計算でも計算でき、この値を実験値と比較することは可能であった。MENE 計算による中性子束  $N_0(x, E)$  の値はより精度良く得られる。

#### 4.8. MENE 計算におけるメッシュのとり方

MENE 解法はいくつかの仮定の上に計算がすすめられているので、この仮定によって計算精度が決められる。すなわちエネルギーメッシュ、角度メッシュ、空間メッシュ等のメッシュを細かくとればとるほど計算の精度は上がる。しかし一方これらのメッシュの数に比例して計算時間が長くなる。エネルギーメッシュに関しては、計算の対象となる元素の断面積の共鳴領域ではできるだけエネルギーメッシュを細かくとり共鳴の山や谷をメッシュがカバーできることが望ましい。

MENE 解法は輸送方程式を解くのに、空間座標について積分して解いている。そのために輸送方程式を差分によって解く方法、例えば Sn 法に較べて同じ空間メッシュ間隔をとった場合、MENE 法の方がよりよい精度の解を与える<sup>12)23)</sup>。

#### 4.9. MENE 計算における核データ

ここに報告されている計算結果は全て、Goldstein の編集した中性子断面積<sup>23)</sup>を使用してなされた。しかしこの文献は非常に限られた核についてだけ断面積が与えられているので、鉛やコンクリート等の遮蔽物質に対する中性子計算をすることができなかった。

最近入手した ENDF/B 核データライブラリーから遮蔽計算に必要な核種について核データの整備を行ない、ENDF/B 核データでは不足している核データについては計算により、あるいは他の文献からこれを補充する予定である。

## 5. む す び

以上各章にわたって、中性子の定常輸送方程式を、離散的な変量点において数値積分によって解く方法、discrete ordinates-numerical integration 法、を提案し、そのための計算コード MENE によって幾つかの中性子透過問題についての計算を行ない、実験値等

との比較をした。これによって、提案した解析法の適用性の検討を行ない、同時に中性子透過についての若干の知見を得た。

本解析法は、放射線の分布の形等についての仮定を少なくし、できる限り直接的に扱う立場で求めたものである。したがって、中性子透過問題の解析に当っては、仮定からもたらされる特定の傾向を有する解ではなく、実際の現象をよく表現する結果が与えられることが期待される。このことは、種々な場合についての実験結果との一致が認められたことで確かめられた。

中性子の原子核による弾性散乱については、散乱による角度およびエネルギー変化の関係式をそのまま扱っているため、散乱の非等方向性は十分考慮されている。一方、非弾性散乱による中性子の減速は、核物理から与えられる結果をそのまま入力とするので、正しく取り扱われる。ただし非弾性散乱後の中性子の角度分布については、入力すべきデータが未だ十分与えられていないので、理論および実験結果に近い、等方散乱を暫定的に仮定してある。これは理論の本質からの制約ではないから、入力データが得られた場合に将来非等方向性を考慮することは容易である。

計算結果は、遮蔽体内および透過後の各位置における中性子エネルギーおよび進行方向角の各分点における中性子束で与えられる。これから、中性子束の空間分布、角度分布、エネルギースペクトルが直接得られ、さらに線量率分布、核反応率分布、熱発生率分布、などの必要とする情報も容易に導かれる。

以上述べた如く、ここに提案した中性子の物質透過問題に関する解析法は、中性子の透過現象の数値的取扱い、特に中性子に対する遮蔽設計に適用できるものである。また、この方法による計算コード、MENE がすでに使用可能である<sup>12)</sup>。

本研究は、中性子の吸収、弾性散乱および非弾性散乱を含む一次元平板物質での透過現象に対する、特別な制約や仮定の少ない、一般的に説明できる解析手法の開発と適用性の検証が主体であるが、同時に、これを用いて中性子透過現象について若干の知見が得られた。例えば、炭素、酸素原子によるエネルギースペクトルピークの生成、鉄の非弾性散乱による減速中性子の蓄積、2重層境界における中性子の散乱、吸収の影響などである。

本解析法を、著者等は discrete ordinates-numerical integration 法と名付けた<sup>22)</sup>。すでに報告したガンマ線に関する研究<sup>16)</sup>および中性子に関する本研究によって、本解析法は、一般に、時間的ゆらぎが無視

できるが、一方、中性子相互の衝突が無視できる程度の密度の非荷電放射線の物質透過の現象を、一次平板形状においてはよく説明するものであることがわかった。将来、本解析法を、他の一次元あるいは二次元形状に拡張したい希望を有している。

## 〔記号の説明〕

$N(\mathbf{r}, \Omega, E)$  : 位置  $\mathbf{r}$  で単位エネルギー, 単位立体角あたりエネルギー  $E$  をもつ中性子が  $\Omega$  方向へ進行し,  $\Omega$  方向に垂直な単位面積を単位時間に通過する数

$\Sigma_T(\mathbf{r}, E)$  : エネルギー  $E$  をもつ中性子に対する位置  $\mathbf{r}$  における物質の巨規的全断面積  $\text{cm}^{-1}$

$G(\mathbf{r}, \Omega, E)$  : 位置  $\mathbf{r}$  で単位エネルギー, 単位立体角あたりエネルギー  $E$  をもち  $\Omega$  方向へ進む中性子が, 単位時間単位体積あたり生まれる数。

$\omega$  :  $x$  軸と中性子の進行方向のなす角を  $\theta$  とすると,  $\omega = \cos \theta$

$n_i(x)$  : 位置  $x$  で物質に含まれる  $i$  番目の元素の原子密度,  $n_i(x) \times 10^{24}$  として取り扱う。

$\sigma_i(\Omega' \rightarrow \Omega, E' \rightarrow E)$  :  $i$  番目の元素による微分散乱断面積。エネルギー  $E'$  で進行方向  $\Omega'$  の中性子がエネルギー  $E$  で方向  $\Omega$  の単位エネルギー単位立体角あたりに変化する確率

$S(\mathbf{r}, \Omega, E)$  : 位置  $\mathbf{r}$  で単位エネルギー, 単位立体角あたり, エネルギー  $E$  をもち進行方向  $\Omega$  の中性子が線源から単位体積あたり単位時間に生まれる数。

$F_{el}[N; x, \omega, u]$  : 位置  $x$  で弾性散乱により単位レサジ, 単位立体角あたり, レサジ  $u$  をもち角度方向  $\omega$  の中性子が単位体積あたり単位時間に生ずる数。

$F_{in}[N; x, \omega, u]$  : 位置  $x$  で非弾性散乱により単位レサジ, 単位立体角あたり, レサジ  $u$  をもち角度方向  $\omega$  の中性子が単位体積あたり単位時間に生ずる数。

$\sigma_{el,i}(u)$  : レサジ  $u$  をもつ中性子に対する  $i$  番目の元素の微分弾性散乱断面積, バーン/原子

$f_i(u, \mu)$  :  $i$  番目の元素の重心系における散乱角度分布関数

$$2\pi \int_{-1}^1 f_i(u, \mu) d\mu = 1$$

$\mu$  : 重心系における散乱角の余弦  
 $\phi$  : 散乱の方位角  
 $\rho$  : 元素の原子量の逆数

$$\rho = \frac{1}{M}$$

$\alpha$  : 実験室系における散乱角の余弦  
 $\sigma_{in,i}(u)$  : レサジ  $u$  をもつ中性子に対する  $i$  番目の元素の微分非弾性散乱断面積, バーン/原子  
 $g_i(u', u)$  :  $i$  番目の元素による非弾性散乱の結果, レサジ  $u'$  の中性子がレサジ  $u$  における単位レサジあたりに変化する確率, 簡単のため減速関数と呼ぶ。

$$\int_u^\infty g_i(u', u) du = 1$$

$u_j$  :  $u_1$  を最大エネルギーに対するレサジとすると  $j$  番目のレサジ

$h$  : 組み分けのレサジ幅

$$h = \frac{1}{J} \ln \frac{E_{\max}}{E_J}$$

$\omega_q$  : 離散的に選んだ  $\omega$  の  $q$  番目

$Q$  :  $\omega$  の区間  $(-1, 1)$  を  $Q-1$  等分にする。

## 〔参考文献〕

- 1) Certaine, J.; Part I NYO-3081 (1954), Part II NYO-6268 (1955), Part III NYO-6270 (1956) (USAEC report).
- 2) Goldstein, H., Wilkins, Jr., J. E.; NYO-3075 (1954) (USAEC report).
- 3) Preiser, S., Rabinowitz, G., De Dufour, E.; ARL-Tr-60-314 (1960) (USAEC report).
- 4) 竹内清, 片岡巖; J. Nucl. Sci. Technol., Vol. 3, No. 5 (1966).
- 5) 竹内清, 片岡巖; 船研報告, 第3巻, 第5号 (1966).
- 6) 竹内清; 船研報告, 第3巻, 第2号 (1966).
- 7) Carlson, B. G.; LA-1891 (1955) (USAEC report).
- 8) Engle, W. W. Jr.; "A users manual for ANISN" K-1693 (1967) (USAEC report).
- 9) Lathrop, K. D., Carlson, B. G.; LA-3186 (1965) (USAEC report).
- 10) Lee, C. E.; LA-2595 (1962) (USAEC report).
- 11) Lathrop, K. D.; "DTF-IV, A FORTRAN-IV Program for Solving the multigroup Transport

- Equation with Anisotropic Scattering'' LA-3373 (1965) (USAEC report).
- 12) 竹内清; Papers of ship Res. Inst No.29 (1968)
  - 13) 竹内清, 片岡巖; J. Nucl. Sci. Technol. Vol. 5, No. 7 (1968).
  - 14) Davison, B.; Neutron Transport Theory, Oxford Univ. Press, London (1957).
  - 15) Gast, R.; WAPD-TM-118 (1958) (USAEC report).
  - 16) 片岡巖; 船研報告, 第3卷, 第4号 (1966); ORNL-tr-1671 (1967) (USAEC report).
  - 17) Certaine, J., Brooks, J.; NDA-2015-92(1956) (USAEC report).
  - 18) Krumbein, A. D.; NDA-92-2(Rev.) (1957) (USAEC report).
  - 19) Bokhari, M. S., Verbinski, V. V., 28/p/670, Proc. Int. Conf. P. U. A. E. (1964).
  - 20) Veselkin, A. P., Egorov, Yu. A., Orlov, Yu, V. and Pankrate'v Yu. v.; Atomnaya Energiya 16, 32 (1964).
  - 21) IAEA Shielding Panel, Some Problems of Biological Shielding in Reactors (1964).
  - 22) 片岡巖, 竹内清; AERE-R5773, Vol. 1, RS/1. 2/4 (1968) (UKAEA report).
  - 23) Goldstein, H.; TID-21294 (1963) (USAEC report).