

## 円柱形状遮蔽体に対する中性子輸送方程式の数値解法

竹 内 清\*

A Numerical Method of the Boltzmann Transport Equation  
for Neutron Shield in Finite Cylindrical Geometry

By

Kiyoshi Takeuchi

A numerical method is presented for neutron transport calculations by solving the steady state, energy-dependent Boltzmann equation for a finite cylindrical geometry. Anisotropic treatment for the elastic scattering and isotropic treatment for the inelastic scattering are taken into account in the calculation of the scattering integral. The Boltzmann equation was solved with introduction of quasi-cartesian coordinates and with use of the discrete-ordinate-angles in the neutron direction of motion.

Good agreements are obtained in the comparisons of MENE calculations with an analytical solution for a constant source distribution, with NIOBE calculations and experimental spectra for neutron transport in water, or with Monte Carlo calculations of neutron angular distributions.

## 1. ま え が き

放射線遮蔽の計算は理想的には放射線に対するボルツマン輸送方程式をたて、これを解析的に解くことである。しかし空間座標について3変数、放射線の進行方向を決めるのに2変数さらに放射線のエネルギーを決める変数の合計6変数の偏微分積分方程式を解析的に解くことは不可能といえる。また空間座標を最も単純化して1次元にした場合でも、なお輸送方程式を解析的に解き、放射線遮蔽の実際の問題を計算することは不可能である。したがって遮蔽計算は電子計算機を利用する解法、すなわち数値解法によって計算されるのが普通である。著者等は数年来、放射線に対するボルツマン輸送方程式の数値解法の開発研究に従事し、その解法にもとづく遮蔽計算コード作製および遮蔽計算を行なってきた。その結果平板形状遮蔽体に対しガンマ線の輸送方程式の数値解法の開発<sup>1)2)3)</sup>および計算コードとして EOS-1<sup>1)</sup>, SELENE<sup>4)</sup> を作製、また中性子線の輸送方程式の数値解法<sup>5)6)7)8)</sup>の開発および計算

コードとして EOS-2<sup>9)</sup>, MENE<sup>10)</sup> を作製しガンマ線および中性子線の遮蔽計算を行なっている。しかし実際の原子炉の形状を平板形状で近似する場合困難な点が生ずることもある。そこで、より原子炉形状に近い形状をもつ遮蔽体に対する解法および計算コードの開発が望まれた。今回開発した解法は有限円柱座標形状遮蔽体に対する中性子輸送方程式の数値解法であり、本解法にもとづく計算コードとして MENE-2<sup>11)</sup> を IBM 360 モデル 67 計算機に対して作製した。

中性子の輸送方程式の数値解法としては本来炉計算法として開発された Carlson  $S_n$  法<sup>12)</sup>、さらにこの解法の発展した Discrete  $S_n$  法<sup>13)</sup>がある。Discrete  $S_n$  法の遮蔽計算コードとしてアメリカにおいて数多くのコードが作られている。そのうち1次元座標形状計算コードとして利用度の高いものに DTF-IV<sup>14)</sup>, ANISN<sup>15)</sup> 等があり、2次元円柱形状に対する計算コードとして TDC<sup>16)</sup> と DOT<sup>17)</sup> がある。TDC コードは炉計算用に作られたものを遮蔽計算に適用しているため、散乱の取り扱いを最も簡単な仮定である実験室系で等方と

\* 原子力船部

している。この点最近オークリッジ研究所で作られた DOT コードは遮蔽計算用のため、散乱の取り扱いも非等方散乱扱いとしている。この他の数値解法に球対称形状遮蔽体に対する計算コード NIOBE<sup>18)</sup> や平板形状に対する Invariant Imbedding 法<sup>19)</sup>がある。Invariant Imbedding 法による中性子遮蔽計算の実例は少ない。

遮蔽計算における  $S_n$  法の難点はメッシュを細かく定めねばならないことにある。このことは炉計算では対象にする距離が比較的短かいので問題にならないが、遮蔽計算では炉計算に比べてはるかに対象にする距離が大きくなるので、メッシュを細かく定めることは大量の計算時間を要することになり大きな問題になる。したがって著者は 2次元円柱形状に対する輸送方程式の解法に  $S_n$  法を適用しないで、変数変換のくり返しによって多変数による偏微分方程式を 1変数による常微分方程式に変換し、この 1変数による直接積分によって微分方程式を解く方法を採用した。一方輸送方程式の線源項は散乱積分項と純線源項との和で表わされる。さらに散乱積分項は弾性散乱積分項と非弾性散乱積分項の和で現わし、弾性散乱の扱いは非等方散乱とし、非弾性散乱の扱いは実験室系で等方散乱として各々の散乱積分の計算を数値積分で計算する。変換された常微分方程式の積分は線源項が各空間メッシュ間について 1次関数で近似できる限り、各空間メッシュを粗く定めてもよいので、 $S_n$  法に比べ深い透過問題を数少ない空間メッシュで計算できる利点がある。

本報告では円柱形状における中性子のボルツマン輸送方程式の計算法、散乱積分項の数値積分法および MENE-2 コードによる本解法に対するテスト計算の結果を述べる。

## 2. 円柱座標形状における定常のボルツマン輸送方程式

有限円柱座標における定常の中性子輸送方程式は次のようである。

$$\begin{aligned} \Omega \cdot \nabla \Phi(\mathbf{r}, \Omega, E) + \Sigma_t(\mathbf{r}, E)\Phi(\mathbf{r}, \Omega, E) \\ = \iint \Sigma_s(\mathbf{r}; \Omega' \rightarrow \Omega, E' \rightarrow E)\Phi(\mathbf{r}, \Omega', E')d\Omega'dE' \\ + S(\mathbf{r}, \Omega, E). \end{aligned} \quad \dots(1)$$

(1)式の左辺の第 1項、すなわち注目している位相空間からもれ出る中性子の数を現わす項は 2次元  $(\mathbf{r}, z)$  円柱座標に対して次式のように書き現わされる。

(104)

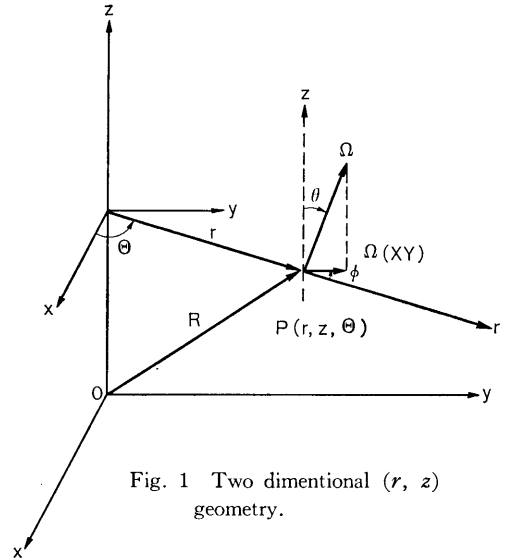


Fig. 1 Two dimensional  $(r, z)$  geometry.

$$\begin{aligned} \Omega \cdot \nabla \Phi(\mathbf{r}, \Omega, E) = \sin \theta \left[ \cos \varphi \frac{\partial \Phi}{\partial r} - \frac{\sin \varphi}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \right] \\ + \cos \theta \frac{\partial \Phi}{\partial z}. \end{aligned} \quad \dots(2)$$

$(r, z)$  円柱座標における中性子角度分布関数あるいは単に中性子束密度といってもよいが、これは  $\Phi \equiv \Phi(r, z, \theta, \varphi, E)$  のように 5 個の変数の関数である。すなわち  $(r, z)$  空間座標に中性子の進行方向を決める 2 個の変数——極角  $\theta$  と方位角  $\varphi$ ——に中性子のエネルギー  $E$  である。これらの変数のとり方は Fig. 1 を参照すると明らかになる。Fig. 1 上で位置  $P$  点の座標は円柱座標で  $P(r, z, \theta)$  で現わされる。本解析法では空間座標の  $\theta$  は除かれている。このことは中性子束密度が  $z$  軸に対して対称に分布することを仮定している。中性子の進行方向を  $\Omega$  で現わし、 $z=z$  点で  $z$  軸に垂直な平面に対する  $\Omega$  の投影を  $\Omega_{XY}$  で現わす。そうすれば  $z$  軸と  $\Omega$  とのなす角が  $\theta$  であり、 $r$  軸と  $\Omega_{XY}$  とのなす角が  $\varphi$  となる。(1)式をこれら 5 変数で現わしたとき、各変数のとり得る値を  $-c_1 \leq z \leq c_1$ ,  $0 \leq r \leq c_2$ ,  $0 \leq \theta \leq \pi$ ,  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ ,  $0 < E$  とする。ここで  $c_1$  と  $c_2$  は円柱座標の原点から円柱の表面までの距離であり、本解析法では問題をより簡単化するために円柱形状遮蔽体の中心を原点に選んだ。また上述の変数の範囲のとり方からわかるように、取り扱う遮蔽体は原点に対し対称であることを仮定している。

(1)式の右辺は線源項であり、これはエネルギーの高い中性子が原子核と衝突して散乱され、注目している位相空間  $(\mathbf{r}, \Omega, E)$  に落ちてくることを現わす散乱積分

項と、注目している位相空間に中性子を放出する純線源項との和として現わされる。いま線源項を  $G(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E)$  で表わし、 $G(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E)$  を既知の項であるとして輸送方程式の解法をすすめる。(2)式の  $\cos \theta$  を  $\omega$  で現わせば(1)式は(2)式とともに次式のように書ける。

$$\sqrt{1-\omega^2} \left\{ \cos \varphi \frac{\partial \Phi}{\partial r} - \frac{\sin \varphi}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \right\} + \omega \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \Sigma_t \Phi = G. \quad \dots(3)$$

ここで  $\Phi \equiv \Phi(r, z, \omega, \varphi, E)$ ,  $G \equiv G(r, z, \omega, \varphi, E)$ ,  $\Sigma_t \equiv \Sigma_t(r, z, E)$  である。

(3)式を計算するため変数変換<sup>20)</sup>をくり返す。変数  $(r, z, \omega, \varphi, E)$  を以下の関係式により変数  $(X, Y, Z, \omega, E)$  に変える。

$$\left. \begin{aligned} X &= r \cos \varphi \\ Y &= r \sin \varphi \\ Z &= z \end{aligned} \right\} \quad \dots(4)$$

(4)式の変数変換の物理的意味は以下のようである。Fig. 2 において空間座標上点  $P(r, z)$  で中性子の進行方向を  $\boldsymbol{\Omega}$ 、点  $P$  を含む  $z$  軸に垂直な面における  $\boldsymbol{\Omega}$  の投影を  $\boldsymbol{\Omega}_{xy}$  とした時、 $\boldsymbol{\Omega}_{xy}$  にそって直線を引く。この直線に  $z$  軸から垂線を下せば  $Y$  はこの垂線の長さを現わし、 $X$  は交点から点  $P$  までの距離を現わす。また新  $(X, Y)$  座標は  $z$  軸に垂直な面上で直角座標を形作ることがわかる。

新しい変数で(3)式を書き直すと次式になる。

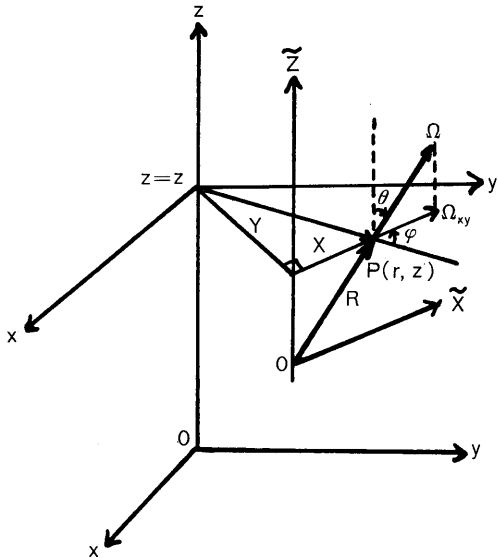


Fig. 2 Quasi-Cartesian coordinates

$$\sqrt{1-\omega^2} \frac{\partial \Phi'}{\partial X} + \omega \frac{\partial \Phi'}{\partial Z} + \Sigma_t' \Phi' = G' \quad \dots(5)$$

$$\begin{aligned} \text{ここで } \Phi'(X, Y, Z, \omega, E) &\equiv \Phi(r, z, \omega, \varphi, E), \\ G'(X, Y, Z, \omega, E) &\equiv G(r, z, \omega, \varphi, E), \\ \Sigma_t'(X, Y, Z, E) &\equiv \Sigma_t(r, z, E). \end{aligned}$$

ここでさらに新しい変数  $R$  を導入する。 $R$  は中性子の進行方向にそってとったベクトルであり Fig. 2 に示されている。再び次の関係式を用いて変数変換を試みる。

$$\left. \begin{aligned} \tilde{X} &= R \sin \theta \\ Y &= Y \\ \tilde{Z} &= R \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad \dots(6)$$

(6)式の物理的意味は Fig. 2 からわかるように、 $Z$  軸を  $(X, Y)$  座標の原点に移行しこれを  $\tilde{Z}$  軸で表わす。この  $\tilde{Z}$  軸と  $R$  との交点を新しい原点とし  $X$  軸に平行に  $\tilde{X}$  軸を定めれば、新しい座標  $(\tilde{X}, \tilde{Z})$  は直角座標を形成する。(6)式で  $\tilde{X}$  および  $\tilde{Z}$  は  $R$  の各座標軸への成分を現わす。

(6)式を(5)式に代入すると次の1階常微分方程式を得る。

$$\frac{d}{dR} \Phi'' + \Sigma_t'' \Phi'' = G''. \quad \dots(7)$$

$$\begin{aligned} \text{ここで } \Phi''(R, E) &\equiv \Phi'(\tilde{X}, Y, \tilde{Z}, \omega, E), \\ G''(R, E) &\equiv G'(\tilde{X}, Y, \tilde{Z}, \omega, E), \\ \Sigma_t''(R, E) &\equiv \Sigma_t'(\tilde{X}, Y, \tilde{Z}, E). \end{aligned}$$

(7)式は簡単に積分して解くことができる。この積分を実行する時の条件は  $Y \equiv r \sin \varphi = \text{一定}$  である。 $R$  についての積分の結果は次の(8)式である。

$$\begin{aligned} \Phi''(R, E) &= \exp \left\{ - \int_0^R \Sigma_t''(\xi, E) d\xi \right\} \\ &\times \left[ \int_0^R G''(R, E) \exp \left\{ \int_0^R \Sigma_t''(\xi, E) d\xi \right\} \right. \\ &\left. \times dR + C \right] \quad \dots(8) \end{aligned}$$

計算機を使って(8)式を計算するにはメッシュ計算法で行なうのがよい。したがって  $R$  についてメッシュを定め、任意のメッシュ区間  $(R_{i-1}, R_i)$  に対し次に述べる仮定のもとで(8)式を積分する。すなわち、(1) 関数  $\Sigma_t''(R, E)$  は区間  $(R_{i-1}, R_i)$  で一定である。(2) 関数  $G''(R, E)$  は区間  $(R_{i-1}, R_i)$  で1次関数近似可能である。

上述の仮定のもとに区間  $(R_{i-1}, R_i)$  で  $R$  について(8)式を積分すると次式を得る。

$$\begin{aligned}
\Phi''(R_i, E) &= \Phi''(R_{i-1}, E) \exp\{-\Sigma_i''(R_{i-1}, E)(R_i - R_{i-1})\} \\
&+ G''(R_i, E) \frac{\Sigma_i''(R_{i-1}, E)(R_i - R_{i-1}) + \exp\{-\Sigma_i''(R_{i-1}, E)(R_i - R_{i-1})\} - 1}{\{\Sigma_i''(R_{i-1}, E)\}^2(R_i - R_{i-1})} \\
&+ G''(R_{i-1}, E) \frac{1 - \{1 + \Sigma_i''(R_{i-1}, E)(R_i - R_{i-1})\} \exp\{-\Sigma_i''(R_{i-1}, E)(R_i - R_{i-1})\}}{\{\Sigma_i''(R_{i-1}, E)\}^2(R_i - R_{i-1})} \quad \dots\dots(9)
\end{aligned}$$

ここでエネルギー  $E$  についてもエネルギーメッシュをとれば(9)式の関数の中の  $E$  は  $E_j$  ( $j=1, 2, \dots, J$ ) と書くことができる。したがって(9)式は次の(10)式のようなマトリックスの形に書き表わすことができる。

$$\Phi_i = \mathbf{E}_{i-1} \Phi_{i-1} + \mathbf{F}_i \mathbf{G}_i + \mathbf{H}_{i-1} \mathbf{G}_{i-1}. \quad \dots\dots(10)$$

ここで

$$\Phi_i = \begin{pmatrix} \Phi_{i1} \\ \Phi_{i2} \\ \vdots \\ \Phi_{iJ} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G}_i = \begin{pmatrix} G_{i1} \\ G_{i2} \\ \vdots \\ G_{iJ} \end{pmatrix},$$

また  $\mathbf{E}_i$ ,  $\mathbf{F}_i$ ,  $\mathbf{H}_i$  は各成分が  $E_{ij}''$ ,  $F_{ij}''$ ,  $H_{ij}''$  から成る対角線マトリックスである。成分を現わす  $ij$  は  $R$  と  $E$  のメッシュポイントの対  $(R_i, E_j)$  を意味する。さらに

$$\left. \begin{aligned}
E''(R_i, E_j) &= \exp\{-\Sigma_i''(R_i, E_j)(R_{i+1} - R_i)\}, \\
F''(R_i, E_j) &= \frac{\Sigma_i''(R_{i-1}, E_j)(R_i - R_{i-1}) + E''(R_{i-1}, E_j) - 1}{\{\Sigma_i''(R_{i-1}, E_j)\}^2(R_i - R_{i-1})}, \\
H''(R_i, E_j) &= \frac{1 - \{1 + \Sigma_i''(R_i, E_j)(R_{i+1} - R_i)\} E''(R_i, E_j)}{\{\Sigma_i''(R_{i-1}, E_j)\}^2(R_i - R_{i-1})}.
\end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(11)$$

(9)式あるいは(10), (11)式は計算機で計算するのに適した形であるので、これらの式によって実際の計算は実行される。以上で有限円柱形状における輸送方程式(1)式は計算できた。したがって次ぎは既知であると仮定した線源項  $G(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E)$  の計算法を記述する。

### 3. 線源項 $G(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E)$ の計算

線源項  $G(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E)$  は(1)式の右辺を代表するものであるから次式のように書ける。

$$\begin{aligned}
G(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E) &= \iint \Sigma_s(\mathbf{r}; \boldsymbol{\Omega}' \rightarrow \boldsymbol{\Omega}, E' \rightarrow E) \\
&\quad \times \Phi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}', E') d\boldsymbol{\Omega}' dE' \\
&\quad + S(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E). \quad \dots\dots(12)
\end{aligned}$$

(12)式の計算は散乱積分項の計算を首尾良く行なえば、後は純線源を加算してやればよい。散乱積分項の積分はガウス求積法やニュートンコーツの求積法などの適用により有限項数の和の形に近似することができる。この積分計算を実行する前に、散乱現象の取り扱いを述べておく。本解析法では弾性散乱と非弾性散乱の両現象を考慮に入れ、弾性散乱は非等方の扱いをし、非弾性散乱は実験室系で等方の扱いをする。微分散乱断面積は次式のように表わされる。

$$\Sigma_s(\mathbf{r}; \boldsymbol{\Omega}' \rightarrow \boldsymbol{\Omega}, E' \rightarrow E) = \Sigma_s(\mathbf{r}, E') f(\boldsymbol{\Omega}' \rightarrow \boldsymbol{\Omega}, E' \rightarrow E). \quad \dots\dots(13)$$

散乱分布関数  $f(\boldsymbol{\Omega}' \rightarrow \boldsymbol{\Omega}, E' \rightarrow E)$  は次のように規格化される。

$$\iint f(\boldsymbol{\Omega}' \rightarrow \boldsymbol{\Omega}, E' \rightarrow E) d\boldsymbol{\Omega}' dE' = 1.$$

散乱分布関数は弾性、非弾性散乱の各々に対し次式のように表わせる。

$$f(\boldsymbol{\Omega}' \rightarrow \boldsymbol{\Omega}, E' \rightarrow E) = \begin{cases} f^{el}(\boldsymbol{\Omega}' \cdot \boldsymbol{\Omega}, E') \frac{d(\boldsymbol{\Omega}' \cdot \boldsymbol{\Omega})}{dE}; & \text{弾性散乱} \\ \frac{1}{4\pi} f^{in}(E', E); & \text{非弾性散乱} \end{cases} \quad (14)$$

#### 3.1 弾性散乱積分項の計算

弾性散乱積分項を  $G_{el}^I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E)$  で現わせば、(13), (14)式を(12)式の積分項に代入して次式を得る。

$$\begin{aligned}
G_{el}^I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E) &= \int_0^{4\pi} d\boldsymbol{\Omega}' \int_E^\infty dE' \Sigma_s(\mathbf{r}, E') f^{el}(\boldsymbol{\Omega}' \cdot \boldsymbol{\Omega}, E') \\
&\quad \times \frac{d(\boldsymbol{\Omega}' \cdot \boldsymbol{\Omega})}{dE} \Phi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}', E'). \quad \dots\dots(15)
\end{aligned}$$

散乱分布関数  $f^{el}(\boldsymbol{\Omega}' \cdot \boldsymbol{\Omega}, E')$  を有限項のルジャンドル展開し、散乱角の余弦  $\boldsymbol{\Omega}' \cdot \boldsymbol{\Omega}$  を  $\mu$  で現わす。  $\mu$  を重心系での散乱角の余弦とすれば  $f^{el}(\boldsymbol{\Omega}', \boldsymbol{\Omega}, E')$  は次式のように展開近似できる。

$$f^{el}(\boldsymbol{\Omega}', \boldsymbol{\Omega}, E') = \sum_{l=0}^L \frac{2l+1}{4\pi} f_l^{el}(E') P_l(\mu). \quad \dots\dots(16)$$

(15)式における  $\boldsymbol{\Omega}'$ ,  $E'$  については積分は  $d\boldsymbol{\Omega}' = d\mu d\phi$ ,

$dE' = -E'du'$  の関係により  $\mu, \phi, u'$  についての積分に変える。 $\phi$  は  $(z, \Omega)$ —平面と  $(\Omega, \Omega')$ —平面とのなす角であり、エネルギーについての積分はレサジ  $u$  についての積分に変えた。また  $\mu$  と  $E$  との間には次の関係がある。

$$\mu = 1 - \frac{(M+1)^2}{2M} \left(1 - \frac{E}{E'}\right). \quad \dots\dots(17)$$

(17)式から  $du' = \frac{2M}{(M+1)^2} e^{u-u'} d\mu$  の関係を導出できるから、(15)式は次の(18)式のように書ける。

$$G_{el}^I(\mathbf{r}, \Omega, u) = \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-1}^1 d\mu \cdot \Sigma^{el}(\mathbf{r}, u') \\ \times \sum_{l=0}^L \frac{2l+1}{4\pi} f_l^{el}(u') P_l(\mu) e^{u-u'} \\ \times \Phi(\mathbf{r}, \Omega'(u', \phi), u'). \quad \dots\dots(18)$$

(18)式の積分計算を実行するためには、中性子の進行方向変数  $\Omega$  について Discrete Ordinate の  $\Omega_{pq}(\omega_p, \omega_q)$  を使用し、レサジについては等間隔  $h$  でレサジ  $u$  を分け各メッシュ点をレサジメッシュ  $u_j (j=1, 2, \dots, J)$  で表わす。

本解析法で(18)式の積分に使用する数値積分法は次の2つの仮定にもとずいている<sup>27)</sup>。

- (1) 中性子束  $\Phi(\mathbf{r}, \Omega(\omega, \varphi), u)$  は微小区間  $\Delta\omega, \Delta\varphi, \Delta u$  についてステップ関数で近似される。
- (2) 散乱断面積  $\Sigma^{el}(\mathbf{r}, u)$  および散乱分布関数  $f(\mu, u)$  は微小区間  $\Delta u$  についてステップ関数で近似される。

(18)式における  $\mu$  についての積分はニュートンコーツの求積法で行ない、 $\phi$  についての積分は簡単な機械的な求積法で行なう<sup>27)</sup>。このために  $\mu$  を区間  $(-1, 1)$  で等間隔な離散点  $\mu_m (m=1, 2, \dots, M)$  に分け、 $\phi$  についても区間  $(0, \pi)$  を  $\omega_p (p=1, 2, \dots, P)$  メッシュ点によって決められる離散点  $\phi_n (n=1, 2, \dots, P)$  に分ける。なお  $\omega_p$  はガウス求積法における離散点であり  $\lambda_p$  の重みをもつ。 $\phi_n$  の値は散乱前後の中性子の極角の余弦、 $\omega_p$  および  $\omega_n$ 、さらに  $\mu_m$  と実験室系での散乱角の余弦  $\alpha_m$  によって決められる。

実験室系の散乱角の余弦  $\alpha$  と重心系の散乱角の余弦  $\mu$  との間には次の関係がある。

$$\alpha_m(\mu_m, \rho) = \frac{\mu_m + \rho}{\sqrt{1 + 2\rho\mu_m + \rho^2}} \quad \dots\dots(19)$$

また散乱前後の中性子の極角の余弦の間には次の関係式がある。

$$\omega_n = \omega_p \alpha_m + \sqrt{(1 - \omega_p^2)(1 - \alpha_m^2)} \cos \phi_n. \quad \dots\dots(20)$$

いま  $\eta_n$  を次式で定義される量とする。

$$\eta_n \equiv \eta_n(\alpha_m, \omega_p, \omega_n) \\ = \frac{\omega_n - \omega_p \alpha_m}{\sqrt{(1 - \omega_p^2)(1 - \alpha_m^2)}}. \quad \dots\dots(21)$$

(21)式から計算される  $\eta_n$  によって  $\phi_n$  とその重み関数は以下のように求められる。

$\phi_n = 0, W_n^* = 0; \eta_n > 1$  の場合

$\phi_n = \cos^{-1} \eta_n, W_n^* = |\cos^{-1} \eta_{(n-1/2)} - \cos^{-1} \eta_{(n+1/2)}|;$   
 $-1 \leq \eta_n \leq 1$  の場合

$\phi_n = \pi, W_n^* = 0; \eta_n < -1$  の場合

ここで  $\cos^{-1} \eta_{(n-1/2)} \geq 0$  と  $\cos^{-1} \eta_{(n+1/2)} \leq \pi$  の仮定をし、 $W_n^*$  を  $\phi_n$  に対する重み関数とする。

次に散乱後の中性子の方位角を  $\varphi_q$  とした時散乱前の中性子の方位角  $\varphi'$  を決定する。いま  $\xi_n$  を次式で定義される量とする。

$$\xi_n \equiv \xi_n(\alpha_m, \omega_p, \omega_n) = \frac{\alpha_m - \omega_p \omega_n}{\sqrt{(1 - \omega_p^2)(1 - \omega_n^2)}}. \quad \dots\dots(22)$$

ここで  $\xi_n$  の値は次の範囲にあるものだけをとる。

$$1 \geq \xi_n \geq -1.$$

$\xi_n$  を計算できれば  $\varphi'$  は次式から求められる。

$$\varphi' = \varphi_q \pm \cos^{-1} \xi_n. \quad \dots\dots(23)$$

実際には  $\varphi'$  に対しても離散点をとる必要があるから、これを次式のように書き換える。

$$\left. \begin{aligned} \varphi_q' &= \varphi_q + \cos^{-1} \xi_n \\ \varphi_q'' &= \varphi_q - \cos^{-1} \xi_n \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(24)$$

最後にいま計算レサジメッシュを  $u = u_j$  とした場合、 $u'$  のレサジメッシュを決定しなければならない。 $u'$  は次式の関係からわかるように  $\rho$  と  $\mu$  の関数である。 $\mu$  について  $\mu = \mu_m$  の各  $m$  に対し  $u'$  は次式から計算される。

$$u' = u_j - \ln \frac{(1 + \rho)^2}{1 + 2\rho\mu_m + \rho^2}. \quad \dots\dots(25)$$

そこで  $u' = u_{g(m)}$  と置き、 $g(m)$  番目のレサジメッシュは次式から決める。

$$u_g \leq u_{g(m)} < u_{g+1}. \quad \dots\dots(26)$$

以上の計算から(18)式の積分計算は次式のように有限項のマトリックスの和の形に書くことができる。

$$G_{el}^I(\mathbf{r}, \Omega_{pq}, u_j) \\ = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^Q a_{mn} T_{g(m), m}(\mathbf{r}) \Phi_{g(m), n}(\mathbf{r}) \quad \dots\dots(27)$$

ここで重み係数  $a_{mn} = W_m W_n^*$  であり、 $W_m$  はニュートンコーツの求積法における重みである。またマトリックス  $T_{g(m), m}(\mathbf{r})$  は次のように求まる。

$$\left. \begin{aligned}
 T_{g(m),m}(\mathbf{r}) &= \sum_{l=0}^{e_l} \Sigma_{g(m)}^{el}(\mathbf{r}) \frac{f}{\sum_{l=0}^{e_l} \frac{2l+1}{4\pi}} f_{l,g(m)}^{el} P_{lm} R_m(\rho), \\
 \Sigma_{g(m)}^{el}(\mathbf{r}) &= n(\mathbf{r}) \sigma_{g(m)}^{el}, \\
 f_{l,g(m)}^{el} &= f_l^{el}(u_{g(m)}), \\
 P_{lm} &= P_l(\mu_m), \\
 R_m(\rho) &= \frac{(1+\rho)^2}{1+2\rho\mu_m+\rho^2}, \\
 \Phi_{g(m),n}(\mathbf{r}) &= \Phi(\mathbf{r}, \Omega_{nq'}(\omega_n, \varphi_{q'}), u_{g(m)}) \\
 &\quad + \Phi(\mathbf{r}, \Omega_{nq''}(\omega_n, \varphi_{q''}), u_{g(m)})
 \end{aligned} \right\} \dots\dots(28)$$

散乱体が水素原子の場合は散乱分布関数  $f(u, \mu)$  が重心系で等方散乱のため簡単に  $1/4\pi$  になる。したがって(28)式も簡単な形になりマトリックス  $T_{g(m),m}(\mathbf{r})$  は次のようになる。

$$T_{g(m),m}(\mathbf{r}) = \Sigma_{g(m)}^{el}(\mathbf{r}) \frac{R_m(\rho=1)}{4\pi} \dots\dots(29)$$

ここで  $R_m(\rho=1) = e^{k(m)h}$ , また  $k(m) = m-1$ . 重み  $W_m$  は次のように定義する<sup>7)</sup>。

$$W_m = \begin{cases} 2 \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{h}{4}\right) \right\}, & m=1 \\ 2 \exp\{-k(m)h\} \exp\left(-\frac{h}{4}\right) \{\exp(h)-1\}, & m>1 \end{cases} \dots\dots(30)$$

### 3.2 非弾性散乱積分項の計算

非弾性散乱積分計算は平板形状問題<sup>7)</sup>の場合とほとんど同じ数値解法で計算できる。すなわち散乱分布関数  $f^{in}(E', E)$  は核の励起準位のレベルに従って2通りに分類して取り扱う<sup>21)</sup>。核の励起準位の低い場合の離散スペクトル扱いと高い場合の連続スペクトル扱いである。積分計算における平板問題との違いは  $\omega'$  と  $\varphi'$  についての数値積分の方法にある。非弾性散乱積分項も弾性散乱積分項と同じく  $G_{in}^I(\mathbf{r}, \Omega, E)$  で表わせば,  $G_{in}^I(\mathbf{r}, \Omega, E)$  は次のように書ける。

$$G_{in}^I(\mathbf{r}, \Omega, E) = \int_E^\infty dE' \cdot \Sigma_{in}(\mathbf{r}, E') \frac{f^{in}(E', E)}{4\pi} \\
 \times \int_{-1}^1 d\omega' \int_0^{2\pi} d\varphi' \cdot \Phi(\mathbf{r}, \Omega'(\omega', \varphi'), E'). \dots\dots(31)$$

(31)式の数値積分法は平板問題の報告<sup>7)</sup>を参照し,  $\omega'$  についての積分はガウス求積法により,  $\varphi'$  についての積分は簡単な機械的な求積法による。エネルギーによる積分はレサジによる積分に変換して行なえば(31)式は次のマトリックスの和の形として書くことができる。

$$G_{in}^I(\mathbf{r}, \Omega_{pq}, u_j) = \sum_{g=1}^j \sum_{p'=1}^P \sum_{q'=1}^Q b_{p'} c_g^j(\mathbf{r}) \Phi_{jp'q'}(\mathbf{r}). \dots\dots(32)$$

ここでマトリックス  $c_g^j(\mathbf{r})$  は次のようである。

$$c_g^j(\mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{1}{4\pi} \Sigma_g^{in}(\mathbf{r}) \eta_g f_{g \rightarrow j}^{in} E_g, & 1 \leq g < B \\ \frac{1}{4\pi} \Sigma_g^{in}(\mathbf{r}) \eta_g f_{g \rightarrow j}^{in} E_g \\ \quad + \frac{1}{4\pi} \sum_{v \in S_g} \Sigma_g^{in}(\mathbf{r}) a_{vg}^j, & g=B \\ -\frac{1}{4\pi} \sum_{v \in S_g} \Sigma_g^{in}(\mathbf{r}) a_{vg}^j, & g>B. \end{cases} \dots\dots(33)$$

また

$$\left. \begin{aligned}
 \Sigma_g^{in}(\mathbf{r}) &= n(\mathbf{r}) \sigma_{in}(u_g), \\
 f_{g \rightarrow j}^{in} &= f^{in}(u_g, u_j), \\
 \eta_g &: \text{台形公式の重み}, \\
 a_{vg}^j &= a_{\nu}(E_g) \delta\{E_g - (E_j + E')\}.
 \end{aligned} \right\} \dots\dots(34)$$

ここで  $\nu$  は平板形状における非弾性散乱の取り扱いと全く同様に決められる。 $S_g$  は  $g$  グループに属する全ての  $\nu$  を含むことを意味する。 $B$  は散乱分布関数の取り扱いで,  $B$  エネルギーグループ以上は連続スペクトル扱いとし,  $B$  グループ未満のエネルギーに対しては離散スペクトル扱いとすることを意味する。

さらに

$$\Phi_{gp'q'}(\mathbf{r}) = \Phi(\mathbf{r}, \Omega_{p'q'}(\omega_{p'}, \varphi_{q'}), u_g), \dots\dots(35)$$

重み係数である  $b_{p'}$  は  $b_{p'} = \frac{2\pi}{Q} \lambda_{p'}$  として計算される。 $\lambda_{p'}$  はガウス求積法における重み関数である。

## 4. 実際の計算式

前節で散乱積分項の計算方法を示したが, 散乱積分項が計算によって求まれば, 輸送方程式の線源項は容易に計算できる。線源項が求まれば第2節で導出した(9)あるいは(10)式から輸送方程式は計算できる。(9)式の計算はエネルギーに関してはエネルギーの高い(したがってレサジの小さい)グループより計算を進めて, 順次エネルギーの低いグループの計算をして行く。各エネルギーグループにおける(9)式の計算は境界条件より出発して空間メッシュに関してメッシュ毎に計算を進める。この際外側境界条件として円柱遮蔽体の外側の面から内側に入射する中性子はないとするのが一般である。次に円柱座標の原点に対し中性子束密度は対称に分布すると仮定している。この仮定はこの解法に本質的なものではないが, 実際の計算をすすめる上で複雑な形状の取り扱いを簡単化できる点と計算時間の短縮化

ができるので重要である。通常の中性子遮蔽体透過計算は遮蔽体の内側に円柱の炉心を仮定するので、線源として体積線源を取り扱えればよい。しかしここではこの他に円板形状（ディスク）線源問題も計算できるように内側境界条件も加えることができる。以上のことを数式で書き現わすと以下ようになる。

1) 外側境界条件

$$\Phi(c_1, r, \omega, \varphi, E) = 0; \quad -1 \leq \omega < 0, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi, \\ 0 \leq r \leq c_2. \quad \text{各エネルギーメッシュに対してとる。}$$

$$\Phi(z, c_2, \omega, \varphi, E) = 0; \quad \frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{3}{2}\pi, \quad -1 \leq \omega \leq 1, \quad 0 \leq z \leq c_1. \quad \text{各エネルギーメッシュに対してとる。}$$

2) 内側境界条件

$$\Phi(c_3, r, \omega, \varphi, E) = \text{イップットデータ}; \\ 0 < \omega \leq 1, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi, \quad 0 \leq r \leq c_2. \quad \text{各エネルギーメッシュに対してとる。ここで } c_3 \text{ はディスク線源面を表わす。}$$

3) 純線源  $S(r, z, \omega, \varphi, E)$

通常核分裂線源の中性子放出は等方向度分布と仮定できるので、

$$S(r, z, \omega, \varphi, E) = \frac{1}{4\pi} S(r, z, E) \quad \dots\dots(36)$$

と置く。空間座標  $(r, z)$  に関しては任意の分布を仮定してもよく、あるいは次のように各変数の積として表わしてもよい。

$$S(r, z, E) = S(r)S(z)S(E). \quad \dots\dots(37)$$

残された最後の問題は(9)式の  $R$  変数を円柱座標  $(r, z, \omega, \varphi)$  変数に戻すことである。いま  $R_i$  メッシュに対応して  $(r_m, z_n, \omega_p, \varphi_q)$  メッシュを選ぶ。次いで  $R_{i-1}$  メッシュに対応して  $(r', z', \omega_p, \varphi')$  を仮定し、 $\Phi(r', z', \omega_p, \varphi', E)$  および  $G(r', z', \omega_p, \varphi', E)$  を  $(r', z')$  に関する 2 重補間法から値を求めればよい。 $\varphi'$  については次の関係式から  $\varphi, r, r'$  を知って計算することができる。

$$\varphi' = \sin^{-1} \left( \frac{r}{r'} \sin \varphi \right). \quad \dots\dots(38)$$

以上の計算から計算機で計算するための最終式は次のように書ける。

$$\Phi(r_m, z_n, \Omega_{pq}(\omega_p, \varphi_q), E_j) = E(r', z_n, z', \omega_p, E_j) \Phi(r', z', \Omega'(\omega_p, \varphi'), E_j) \\ + F(r', z_n, z', \omega_q, E_j) G(r_m, z_n, \Omega_{pq}(\omega_p, \varphi_q), E_j) \\ + H(r', z_n, z', \omega_q, E_j) G(r', z', \Omega'(\omega_p, \varphi'), E_j), \quad \dots\dots(39)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} E(r', z_n, z', \omega_p, E_j) &= \exp \left\{ -\Sigma(r', z', E_j) \frac{z_n - z'}{\omega_p} \right\}, \\ F(r', z_n, z', \omega_p, E_j) &= \frac{\Sigma(r', z', E_j) \frac{z_n - z'}{\omega_p} + E(r', z_n, z', \omega_p, E_j) - 1}{\Sigma(r', z', E_j)^2 \frac{z_n - z'}{\omega_p}}, \\ H(r', z_n, z', \omega_p, E_j) &= \frac{1 - \left\{ 1 + \Sigma(r', z', E_j) \frac{z_n - z'}{\omega_p} \right\} E(r', z_n, z', \omega_p, E_j)}{\Sigma(r', z', E_j)^2 \frac{z_n - z'}{\omega_p}}, \\ \Sigma(r', z', E_j) &= \Sigma_i(r', z', E_j) - \{ 2\pi W_1 T_{j1}(r', z') + 4\pi c_j^2(r', z') \}. \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(40)$$

上の計算式で全断面積  $\Sigma_i(r', z', E_j)$  が  $\Sigma(r', z', E_j)$  に変換された理由は  $j$ -エネルギーグループ内における散乱線を計算するのにくり返し収斂法を使用したくないためである。くり返し収斂法を使用すると計算時間増大をまねく。

本解法に基づく中性子遮蔽計算コード MENE-2<sup>11)</sup> が IBM 360-67 計算機に対して作られている。MENE-2 コードは Fortran IV で書かれた。次節に記述する

計算例は本計算コードによって計算されたものである。

## 5. 計算結果の比較

本数値解法および MENE-2 コードのテスト計算として、一定強度分布をもつ有限円柱形状線源に対する線束問題を選び、解析解と MENE-2 コードによる計算結果との比較を Figs. 3, 4 に示す。解析解は次式で

現わせる。

- 1) 円柱軸 (z-軸) 上における線束

$$\Phi = \frac{S_V}{2\Sigma_t} \{G(\Sigma_t h_1; \Sigma_t R_0) + G(\Sigma_t h_2; \Sigma_t R_0)\} \dots\dots(41)$$

- 2) 円柱面上 r-軸上における線束

この場合解析解は直接求まらないので上限と下限を求める式が得られている。

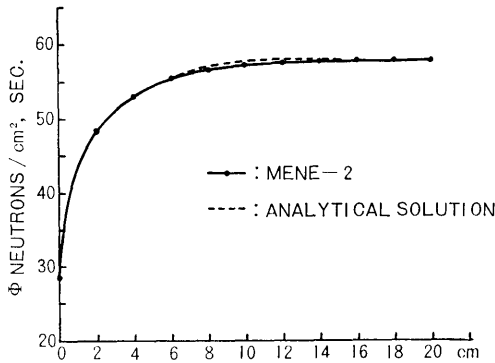


Fig. 3 Comparison of MENE-calculated flux with the analytical flux along the cylindrical axis.

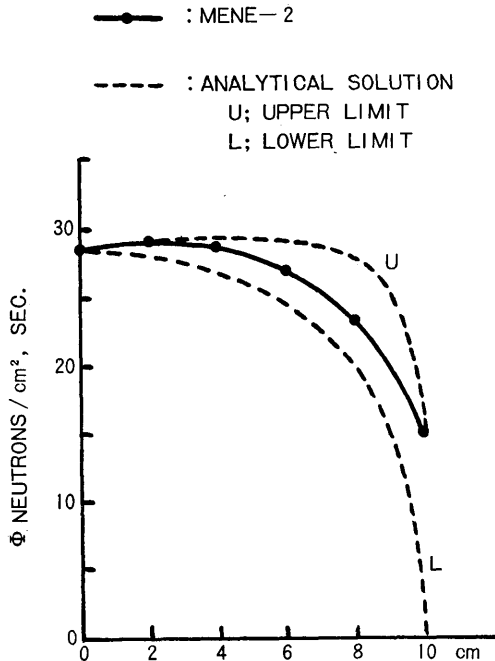


Fig. 4 Comparison of MENE-calculated flux with the analytical flux along radial axis on the cylinder surface.

上限;

$$\Phi = \frac{S_V}{4\Sigma_t} \{G(\Sigma_t h; b_5) + G(\Sigma_t h; b_6)\}, \dots\dots(42)$$

下限;

$$\Phi = \frac{S_V}{4\Sigma_t} \{G(\Sigma_t h; b_4) + G(\Sigma_t h; b_6)\}. \dots\dots(43)$$

上式で  $S_V$  は線源強度 (n/cm<sup>3</sup>),  $\Sigma_t$  は巨視的全断面積 (cm<sup>-1</sup>),  $h_1 + h_2 = h$  は円柱の軸上一方の面から測った長さ (cm),  $R_0$  は円柱の半径 (cm),  $b_4 = \Sigma_t(R_0 - r)$ ,  $b_5 = \Sigma_t(R_0 + r)$ ,  $b_6 = \Sigma_t \sqrt{R_0^2 - r^2}$  であり関数  $G$  は参考文献 22) に与えられている。ここでは各パラメーターは次のように選んだ。  $h = 40$  cm,  $R_0 = 10$  cm,  $\Sigma_t = 0.2$  cm<sup>-1</sup>,  $S_V = 4\pi$  cm<sup>3</sup>. Figs. 3, 4 からわかるように MENE 計算結果は解析解と極めてよい一致を示している。

Fig. 5 は BSR-1 の水中における速中性子透過エネルギースペクトルの計算値の比較を示す。MENE 計算における線源の強度分布は NIOBE 計算<sup>23)</sup>における強度分布に近ずけるため、MENE 計算では線源の z 軸方向の強度分布を NIOBE 計算における半径方向の強度分布に一致させた。NIOBE の強度分布は BSR-1 の炉心の強度分布から求めたものである。線源の幾何形状は NIOBE 計算が 26 cm の半径であるのに対し、MENE 計算は 20 cm の半径、52 cm の円柱の長さであり、両計算の線源出力を等しくした。Fig. 5 における MENE 計算の中性子スペクトルは円柱の中心軸 (z 軸) 上の位置における値である。図上 0 cm のスペ

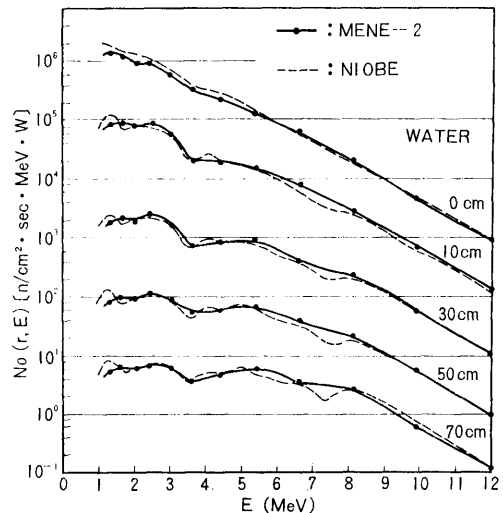


Fig. 5 Comparison of MENE-calculated neutron spectra with those<sup>23)</sup> from the NIOBE in water of the BSR-1.



クトルは炉心面における中性子スペクトルを現わす。両計算のスペクトルは各透過距離で良い一致を示している。7.5 MeV 付近で NIOBE 計算値は谷を示しているが、MENE 計算値は谷を示していない。これは MENE 計算に使用したエネルギーメッシュのとり方が粗く、7.5 MeV 付近のエネルギースペクトルの変化を良く現わせなかったためである。なお MENE 計算における線源面から測った水の厚さは 72 cm にとった。

Figs. 6, 7 は水中における速中性子角度スペクトルの実験値と計算値の比較を示している。Fig. 6 に図示されている実験値<sup>24)</sup>は BSR-1 とほとんど同型のミシガン大学の FNR 炉における測定から得られた。実験スペクトルは炉心面の中心軸上、中心軸に対し 0 度の方向成分をもつ中性子角度スペクトルを現わす。計算における線源の形状および線源の強度分布は Fig. 5 における計算と同じ形状、線源分布を仮定した。計算結果は計算に使用した線源の出力を実験の出力に一致させることにより換算した。両スペクトルは各透過距離で良い一致を示しているが、実験スペクトルは 8 MeV 付近で計算スペクトルに比べ減少の傾向を示している。この差の原因はもっと細かいエネルギーメッ

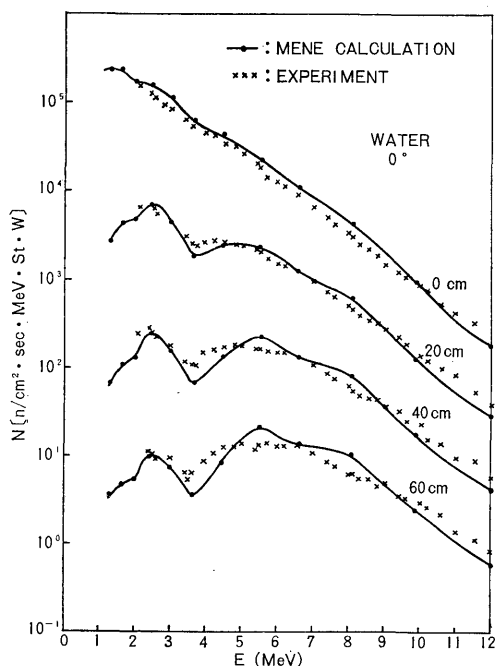


Fig. 6 Comparison of MENE-calculated angular spectra with the experimental spectra<sup>24)</sup> in water of the FNR at 0°.

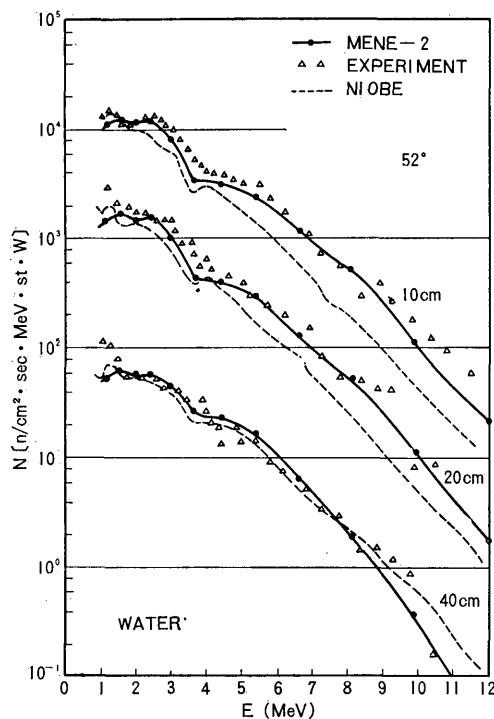


Fig. 7 Comparison of MENE-calculated angular spectra with the experimental spectra<sup>23)</sup> in water of the BSR-1 at 52°.

シュで計算を試みないと明らかにできない。なお測定はラジエーターとして薄いポリエチレン (CH<sub>2</sub>) フィルムをもつプロトンリコイル速中性子スペクトロメーターで行なわれた。Fig. 7 における実験<sup>23)</sup>は BSR-1 炉で行なわれ、実験スペクトルは炉心面の中心軸上、軸に対し 52 度の方向成分をもつ中性子角度スペクトルを現わす。計算スペクトルは NIOBE と MENE-2 の両コードによる計算結果である。NIOBE 計算における中性子の角度成分は 52 度 ( $\omega=0.617$ ) であるが、MENE 計算ではその角度成分の角度は 54 度 ( $\omega=0.587$ ) である。MENE 計算スペクトルは実験スペクトルと良い一致を示しているが、NIOBE 計算スペクトルは 10 cm, 20 cm の透過距離で実験スペクトルと差が出ている。これは NIOBE が球形状計算コードであるために実際の炉心形状と違うためであると思われる。MENE 計算における水遮蔽体の厚さは Figs. 6, 7 の両ケース共 72 cm としている。

Figs. 8, 9 はカーボン媒質透過速中性子スペクトルの実験値<sup>24)</sup>と MENE 計算値の比較を示す。Fig. 8 に示す実験スペクトルは Fig. 6 に示されている実験ス

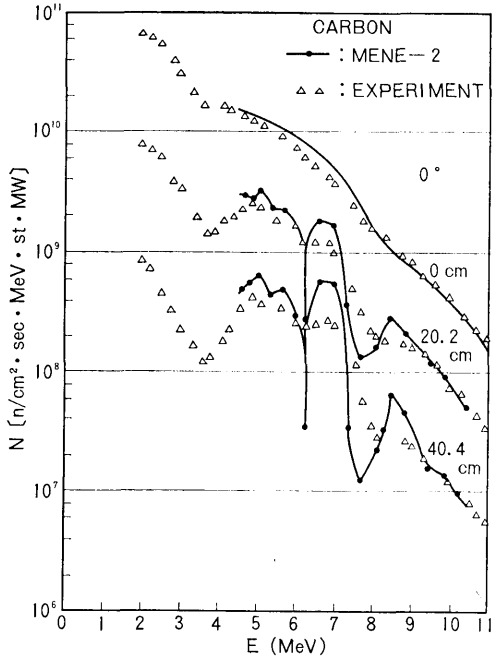


Fig. 8 Comparison of MENE-calculated angular spectra with the experimental spectra<sup>24)</sup> transmitted through carbon layers at FNR at 0°

ペクトルの測定と同じ FNR 炉を使用して行なわれた。測定は炉心面の中心軸上、軸に対し 0 度方向成分をもつ中性子の角度スペクトルを測ったものである。MENE 計算は Fig. 6 に図示されている計算と同じ線源の形状、強度分布でカーボン媒質の厚さを 42.42 cm と仮定して計算した。実験スペクトルは大きな変化を示しているが、計算スペクトルは透過距離とともにより大きな谷やピークを示している。なお計算におけるレサジメッシュ間隔は 0.05 である。カーボン透過中性子スペクトルはカーボンの共鳴吸収断面積に大きな影きょうを受けることが示されている。このため計算におけるレサジメッシュ間隔もできるだけ細かく選ぶ必要があり、また共鳴断面積の影きょうが大きい故に、使用する断面積によって透過中性子スペクトルの形が大きく変わることも予想される。本計算で使用した断面積は ENDF/B<sup>25)</sup> 核データファイルからとったものである。ENDF/B のカーボンの断面積が透過中性子スペクトルの形におよぼす影きょうを調べるため、また MENE-2 コードの非散乱線減衰計算のチェックのためにカーボン媒質中の非散乱中性子の減衰計算を試み、他の計算結果<sup>26)</sup>および解析解との比較を行

(112)

った。その結果を Fig. 9 に示す。入射中性子のエネルギースペクトルを図中 0 cm と記してある。黒丸印は手計算による解析解である。KFK-120 の計算スペクトルと MENE 計算スペクトルの差は明らかに計算に使用されたカーボンの断面積の相違によるものと思われる。なお Fig. 8 に示されている実験スペクトルは Fig. 6 に示されている実験スペクトルの場合と同じ測定器で測定された。

Figs. 10, 11, 12 はモンテカルロ計算結果<sup>27)</sup>と MENE 計算結果の比較を示す。モンテカルロ計算は有限円柱形状線源で炉心を表わし、その周囲に無限媒質の遮蔽体として水がある場合を計算し、計算結果を与える点として円柱線源の中心軸に垂直な線源表面上の点、および中心軸延長上線源表面から 3 cm, 6 cm, 10 cm の距離を選び中性子スペクトルを計算している。MENE 計算も同じ問題を仮定し、無限媒質に近似的に等しい有限円柱形状水遮蔽体で計算した。両計算の結果は絶対値でモンテカルロ計算値の方が約 50% 大きく出た。そのため Figs. 11, 12 におけるスペクトルはいずれも両計算値を規格して示してある。Fig. 10 における MENE 計算値はレサジメッシュ間隔を 0.3 にとった

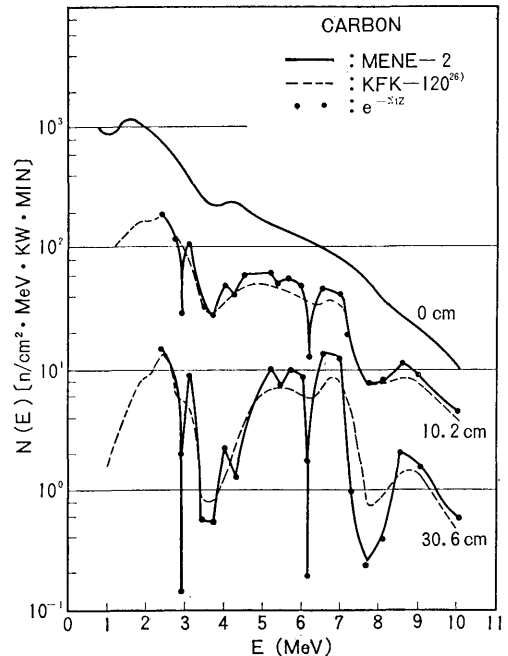


Fig. 9 Uncollided neutron spectra transmitted through carbon layers. Both the MENE and the analytical calculations are based on the cross section from ENDF/B<sup>25)</sup>.

場合であるのに対し、モンテカルロ計算値は1.0にとった場合である。したがってモンテカルロ計算によるスペクトルは十分にスペクトルの変化を表わしていない。Fig. 11 はレサジ単位で表わしたレサジスペクトルである。 $z$  軸に関しては炉心表面の位置で、 $r=0$  cm は円柱形状の中心軸上を意味し、 $r=17$  cm は炉心表面上中心軸から 17 cm 離れた点を意味する。MENE 計算はレサジ間隔を 0.5 として行ない、モンテカルロ計算は 1.0 で行なわれている。スペクトルは  $r=17$  cm で  $u=2$  の点で差が出ているが粗いレサジメッシュ間隔の計算としては良い一致を示している。Fig. 12 は角度分布の比較である。実線が MENE 計算による角度分布、棒グラフがモンテカルロ計算による角度分布である。両計算結果とも角度が前方方向 ( $\omega=1.0$ ) で 1.0 に規格化してある。計算点は円柱の中心軸上炉心面から 6 cm の距離のところである。両計算結果ともに中性子の角度分布は高エネルギー領域においては強度の前方方向分布を示しているが、エネルギーが低くなるにつれて一様な角度分布に近づいて行く傾向を示している。両計算における計算結果の絶対値の差はモンテカルロ計算の生データがないので十分な検討ができた

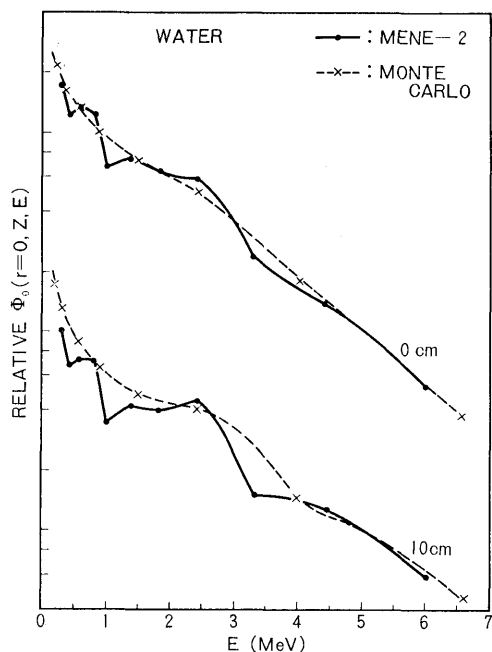


Fig. 10 Comparison of MENE-calculation with Monte Carlo-calculation<sup>27)</sup> based on cylindrical geometry. Normalized point is at  $Z=0$  cm at 6 MeV.

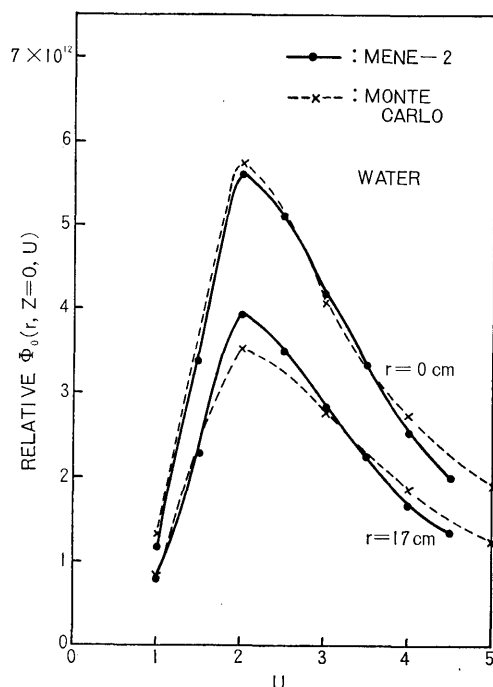


Fig. 11 Comparison of MENE-calculated fluxes with those<sup>27)</sup> from Monte Carlo at the cylindrical axis and at  $r=17$  cm on the cylindrical core surface. Normalized point is at  $r=0$  cm at  $U=2.5$ .

かった。

## 6. 考 察

本解析方法の正確さおよび遮蔽計算適用に対する妥当性を前節の計算結果の比較を参考にして検討する。しかし本解析法の特徴である 2 次元空間形状問題に対する計算結果の比較検討は前節において十分にされたとはいえない。これは 2 次元形状遮蔽体に対する解析研究が比較的最近になって始められたために、これまでに十分信頼できるデータが得られていないためである。このことを考慮して以下の検討を行なう。

### 6.1 有限円柱形状炉心・遮蔽体に対する中性子透過計算

従来一般に使用されている解析法および計算コードは形状的に簡単な平板形状が普通であった。今回開発した解析法および計算コードは実際の原子炉形状により近い有限円柱形状炉心および遮蔽体に対する中性子透過計算法およびコードであり、複雑な形状に対する

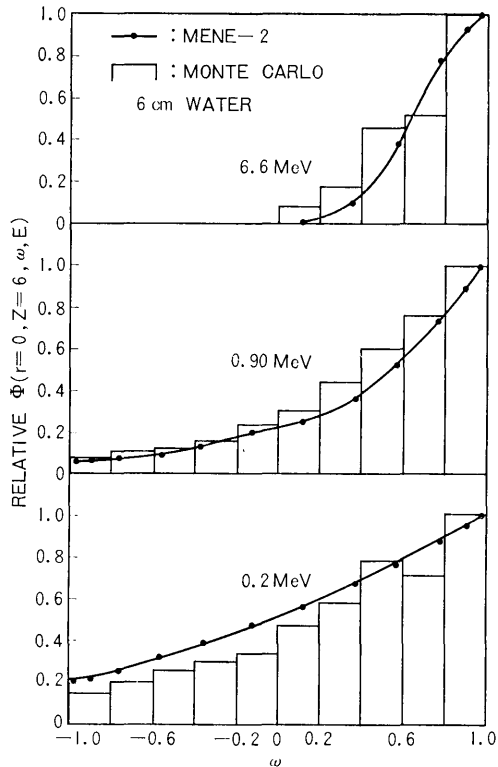


Fig. 12 Comparison of MENE-calculated neutron angular distributions with those<sup>27)</sup> from Monte Carlo at 6 cm measured from the cylindrical core surface. Both calculated data are normalized to 1.0 at  $\omega=1.0$ .

ボルツマン輸送方程式の数値解法の可能性が実証されたわけである。複雑な形状に対するこの種の数値解法にはこの他に  $S_n$  法がある。 $S_n$  法は角度分布の取り扱いに進歩がみられるが、空間についての微分積分解法は  $S_n$  法の特徴である差分方程式に近似して取り扱っている。したがって遮蔽計算に重要になってくる空間メッシュの選び方が本解析法に比べかなり厳しくなっている。

前節の比較計算の結果から有限円柱形状と仮定した炉心からの中性子透過計算は中性子エネルギースペクトル、角度スペクトルおよび角度分布に対しいずれも良い結果を与えることがわかった。このことは本解析法を実際の遮蔽計算に適用することが可能であることを示している。しかし  $S_n$  コードも含めて2次元形状に対するこの種の解法は大型計算機に対してのみ有効であり、また計算時間も1つの問題を計算するのに大量の計算時間を要するので、現在のところ本解析法で系

統的に実際の遮蔽計算をすすめることは無理であろう。この難点は計算機自体の急速な進歩発展によって解決され得る。なお解析法は有限円柱形状多重層遮蔽体を対象としていることは明らかであろう。

## 6.2 遮蔽体内部およびその背面における中性子角分布、中性子束密度の計算

本計算法は円柱形状の各空間メッシュ点における中性子角分布という微分量を計算しているので計算時間がかかる反面、このような基礎的な量を得ることができるので、これをいろいろの変量について積分することにより数多くの情報（例えば中性子角度スペクトル、エネルギースペクトル、全線束密度、中性子線量率、熱発生、補獲ガンマ線量等）が遮蔽体および背面の任意の位置で得られる。したがって1回あたりの計算でその問題に関して全ての情報を得ることができる。

## 6.3 散乱の取り扱い

本解析法では中性子の原子核による散乱の取り扱いとして、弾性散乱現象と非弾性散乱現象を考慮し、弾性散乱は非等方散乱扱いとし、非弾性散乱は実験室系で等方散乱扱いにしている。したがって遮蔽計算、特に重要な問題である中性子の深い透過計算問題を取り扱うのに適している。現在のところ非弾性散乱における等方散乱扱いは遮蔽計算として妥当であり、もし将来非等方散乱扱いの必要が生じるならば、その時点で非等方散乱扱いにすることは本解析法にとっては可能なことである。

## 6.4 線源の取り扱い

本解析法は純線源として炉心を円柱形状に近似した体積線源問題と近似的に境界値問題として扱うディスク線源問題を取り扱うことができる。体積線源における核分裂線源の角度分布は等方であると仮定しているが、空間分布と線源の強度分布については任意に与えることができるので、いろいろの中性子透過問題を対象にすることができる。ディスク線源については内側境界条件問題として、境界面上の空間分布および方向角度分布を任意に仮定することができる。本報告では円柱形状体積線源の計算精度を解析解の得られている簡単な問題につき比較計算をした。

## 6.5 本解析法の計算精度

一般にメッシュ計算法では任意に選ばれたメッシュのメッシュ間隔の細かさが計算精度に大きな影きょうを与えるが、本解析法においてもメッシュ間隔の選び方により計算精度が左右される。このメッシュ間隔の選び方も1次元形状問題におけるより2次元形状問題

における方がより厳しくなる。すなわち空間メッシュは1次元形状より2次元形状に対してより細かく選ばねばならない。これは空間メッシュに関して2次元形状では2重補間により $(r', z')$ 点における中性子角度分布あるいは線源項の角度分布を決めているからである。しかし $S_n$ 法の2次元形状計算に比較した場合、本解析法では空間についての積分は $S_n$ 法のように直接に差分方程式に変換するのではなく、線源項が空間について1次関数近似可能な限り大きく定められる空間メッシュ間で、直接積分して解いているのではるか粗くメッシュを定めることができる。

#### 6.6 中性子透過計算に使用される中性子核データについて

Figs. 8, 9 はカーボン媒質透過中性子角度スペクトルの実験あるいは他の計算値と本解析法による計算値との比較であるが、両図とも比較の結果に相違のあることを示している。Fig. 9 を比較計算に加えた理由は、まず Fig. 8 に示される比較計算を行ない実験値と比較した結果差が生じた。しかもこの差は透過距離に比例して大きくなる。この原因を解明するためFig. 9 に示される非散乱線の透過計算を試みた。その結果Fig. 8 の MENE 計算スペクトルの示す鋭い谷やピークはカーボンの全断面積によることがわかった。また高エネルギー領域では透過スペクトルに占める散乱線の割合が少ないことから、透過スペクトルがカーボンの全断面積に大きく影きょうされることがわかる。ところが Fig. 9 に示した KFK-120 の計算値と実験値との比較が試みられている文献(29)によると、カーボンの断面積はそのデータが精度良く求められており比較的問題点は少ないと結論してある。したがって Figs. 8, 9 の比較計算結果はこの結論と反対の問題提起をしたことになり今後の問題となろう。また酸素のような場合、酸素原子の断面積に多少の誤差があったとしても、酸素原子はそれ自身で遮蔽体になることはなく、水やコンクリートのように他の原子との化合物として存在するので酸素自身の断面積が透過中性子スペクトルに大きな影きょうを与えることはない。特に水遮蔽体のような場合、水素の断面積が比較的精度良く求められており、しかも酸素との存在比が 2:1 であるので一層酸素原子の断面積の誤差の影きょうは少なくなる。しかし本報告は中性子の断面積について比較検討するのが本筋ではないので、この問題は他にゆずる。

## 7. 結 論

2次元 $(r, z)$ 円柱座標形状に対する中性子のボルツマン輸送方程式を数値解法で解く解析法を開発し、この解析法にもとずいて計算コード MENE-2 を作製し、本解析法を遮蔽計算に適用するという観点に立って比較検討が行なわれた。その結果結論は以下のようになる。

- 1) 有限円柱形状遮蔽体に対する中性子透過計算に本解析法を適用できる。
- 2) したがって、炉心を考慮に入れた複雑形状遮蔽体に対する中性子透過計算に本解析法にもとずいて作られた計算コードを使用して、今後必要な情報を得ることができよう。
- 3) ただし、本解析法にもとずく計算コードは大型計算機に対してのみ作製することが可能である。しかも現時点では実際の遮蔽計算を行なうのに大量の計算時間を要する。

今後の問題点として

- 1) 形状に関しては、複雑形状に対するボルツマン輸送方程式をその形状毎に数学的に式を導出し、数値計算可能な式を得ることは容易ではない。そこで一般形状に対し数式を導出し、一回の数式計算で各種の形状に対し数値計算可能な式を得るようにする。
- 2) 散乱積分に対する数値積分方法は種々の方法が考えられるが、本解析法では比較的簡単な方法を選んだ。したがって各種の数値積分法に対する比較検討が残されている。
- 3) 本解析法では非弾性散乱の取り扱いが実験室系で等方の仮定をしているが、非等方の取り扱いをする数式の検討を将来のためにする。
- 4) 2次元 $S_n$ 遮蔽計算法と本解析法との比較検討を実際の問題を対象に行なう。

5) カーボン媒質透過中性子スペクトルはカーボンの断面積の検討も含めて検討し直す必要がある。終りに本解析法にもとずく計算コード MENE-2 作製にあたり、終始御援助下された米国ペンシルヴァニア州立大学の Foderaro 教授に深く感謝の意を現わす。

#### 〔記号の説明〕

$\Omega$  : 中性子の進行方向にとった単位ベクトル  
 $\Phi(\mathbf{r}, \Omega, E)$  : 中性子角度分布; 位置 $\mathbf{r}$ で単位エネルギー, 単位立体角あたりエネルギー $E$ をもつ中性子が $\Omega$ 方向へ進行し、 $\Omega$ 方向に垂

直な単位面積を単位時間に通過する数

$\Sigma_i(\mathbf{r}, E)$ : 位置  $\mathbf{r}$  でエネルギー  $E$  の中性子に対する物質の巨視的全断面積 ( $\text{cm}^{-1}$ )

$\Sigma_s(\mathbf{r}; \Omega' \rightarrow \Omega, E' \rightarrow E)$ : 巨視的微分散乱断面積; 位置  $\mathbf{r}$  でエネルギー  $E'$  で進行方向  $\Omega'$  の中性子が原子核に散乱されてエネルギーが  $E$  で方向が  $\Omega$  に単位エネルギー, 単位立体角あたりなる微分散乱面積

$S(\mathbf{r}, \Omega, E)$ : 純線源; 位置  $\mathbf{r}$  で単位エネルギー単位立体角あたり, エネルギー  $E$  をもち進行方向が  $\Omega$  である中性子が単位体積あたり単位時間に生まれる数

$u$ : 中性子レサジ;  $u = \ln \frac{E_{\max}}{E}$ , ここで  $E_{\max}$  は通常の遮蔽計算では 18 MeV とられる。

$\Sigma_s(\mathbf{r}, E')$ : 位置  $\mathbf{r}$  でエネルギー  $E'$  の中性子に対する物質の巨視的散乱断面積 ( $\text{cm}^{-1}$ )

$f^{el}$ : 散乱角度分布関数  $f^{el}(\Omega' \cdot \Omega, E)$  をルジャンドル展開した時の展開係数

$P_l(\mu)$ : 散乱角度分布関数をルジャンドル展開した時の  $\mu$  についての  $l$  度のルジャンドル多項式

$M$ : 核の質量

$h$ : レサジメッシュ幅

$Q$ : 方位角  $\varphi$  をメッシュに分けた時の全メッシュ数

$\rho$ : 核の質量の逆数,  $\rho = 1/M$

$n(\mathbf{r})$ : 位置  $\mathbf{r}$  における原子密度 ( $\text{n/cm}^3$ )

$\sigma_{(gm)}^{el}$ :  $g(m)$  グループにおける微視的弾性散乱断面積 (バースン/原子)

$\sigma_{in}(u_g)$ :  $g$  グループにおける微視的非弾性散乱断面積 (バースン/原子)

$A_\nu(E')\delta[E' - (E + E_\nu)]$ : エネルギー  $E'$  の中性子が非弾性散乱によりに減速される確率。  $E_\nu$  は核の  $\nu$  番目の励起エネルギー (MeV)

### 参 考 文 献

- 1) 片岡巖, 竹内清: 船研欧文報告 No. 6 (1965)
- 2) 片岡巖, 竹内清: J. Nucl. Sci. Technol. Vol. 2,

No. 1 (1965)

- 3) 片岡巖: 船研報告, 第3巻, 第4号 (1966); ORNL-tr-1671 (1967) (USAEC report)
- 4) 竹内清: 船研報告, 第4巻, 第3号 (1967)
- 5) 竹内清, 片岡巖: 船研報告, 第3巻, 第5号 (1966)
- 6) 竹内清, 片岡巖: J. Nucl. Sci. Technol. Vol. 3, No. 5 (1966)
- 7) 竹内清, 片岡巖: 船研報告, 第6巻, 第2号 (1969)
- 8) 竹内清, 片岡巖: J. Nucl. Sci. Technol. Vol. 5, No. 7 (1968)
- 9) 竹内清: 船研報告, 第3巻, 第2号 (1966)
- 10) 竹内清: 船研欧文報告, No. 29 (1968)
- 11) 竹内清: Rep. Penn. State Uni. Nuc. E 35 (1968)
- 12) Carlson, B. G.: LA-1891 (1955) (USAEC report)
- 13) Lee, C. E.: LA-2595 (1962) (USAEC report)
- 14) Lathrop, K. D.: LA-3373 (1965) (USAEC report)
- 15) Engle, W. W. Jr.: K-1693 (1967) (USAEC report)
- 16) Carlson, B. G., Lee, C. E. and Worlton, J.: LAMS-2346 (1960) (USAEC report)
- 17) Mynatt, F. R.: K-1694 (1969) (USAEC report)
- 18) Preiser, S., Rabinowitz, G., De Dofour, E.: ARL-tr-60-310 (1960) (USAEC report)
- 19) Mathews, D. R., Hansen, K. F. and Mason, E. A.: Nucl. Sci. Eng., 27, 263 (1967)
- 20) Richtmyer, R. D.: NYO-7696 (1957) (USAEC report)
- 21) Certaine, J., Brooks, J.: NDA-2015-92 (1956) (USAEC report)
- 22) Rockwell, T. III: Reactor Shielding Design Manual 365, (1956)
- 23) Verbinski, V. V., BoKhari, M. S., Courtney, J. C. and Whitesides, G. E.: Nucl. Sci. Eng., 27, 283 (1967)
- 24) Harris, L. Jr.: Ph.D. thesis, Uni. of Michigan (1967)
- 25) Honeck, H. C.: BNL 50066 (1966); ENDF/B データの使用マニュアル。
- 26) Schmitt, J. J.: KFK-120, Institute für Neutronenphysik und Reaktortechnik (1962)
- 27) Pu. Yun. Ma: Master thesis, Penn. State Uni. (1965)
- 28) Clifford, C. E. et al.: Nucl. Sci. Eng. 27, 299 (1967)