

モンテカルロ法による大型遮蔽体系の 中性子ストリーミング解析法の研究

植木 紘太郎*

A Study on Analytical Method for a Large Shielding System with Neutron Streaming by the Monte Carlo

By
Kohtaro UEKI

Abstract

The Monte Carlo method is a very useful tool for solving a large class of radiation transport problem. In contrast with a deterministic method, geometric complexity is much less significant problem in Monte Carlo calculations. However, the accuracy of Monte Carlo calculations is of course limited by statistical error of quantities to be estimated.

In the present study, we pointed out typical problems in a large shielding system with neutron streaming. Then, the Monte Carlo coupling technique of which the Monte Carlo calculation was divided two steps, lying the pseudo-detector of the coupling surface between the first step and the second, was proposed to analyze neutron streaming in a large shielding system. The coupling technique was applied to large shielding systems with neutron streaming : the first was the neutron slit-streaming problem, the second the two-legged cylindrical-annular-duct neutron streaming, and the third the 14-MeV neutron streaming through a narrow hole-duct of a fusion reactor. Those shielding systems had large total flux attenuation of more than ten orders of magnitude between neutron sources and detectors. Statistical error propagation in the Monte Carlo coupling calculation was estimated by the newly introduced equation of error propagation.

As a result of the practical application to those problems, the Monte Carlo coupling technique was demonstrated that the technique could produce the results of good FSD's (fractional standard deviation) in a practical computation time, of neutron flux distributions in the large shielding system.

目 次

記号の説明	3
略語の説明	3
第1章 序論	4
第2章 モンテカルロ法による従来の中性子およびガンマ線輸送計算	5
2.1 モンテカルロ法の歴史	5
2.2 モンテカルロ法とダクトを含む大型遮蔽体系への適用上の問題点	5

*原子力船部

原稿受付：昭和60年2月21日

2.2.1	過去における中性子およびガンマ線輸送計算	5
2.2.2	大型遮蔽体系に対するモンテカルロ法の適用例	8
第3章	アジョイントモンテカルロ法を利用したダクトストリーミング計算	12
3.1	緒言	12
3.2	多群ボルツマン輸送方程式	12
3.2.1	フォワードモンテカルロ法に対する多群輸送方程式	12
3.2.2	アジョイントモンテカルロ法に対する多群輸送方程式	12
3.3	計算体系とバイアスの採用	13
3.3.1	計算体系	13
3.3.2	線源バイアス	13
3.3.3	角度確率バイアス	13
3.3.4	飛程長バイアス	14
3.4	計算の実行, 結果および考察	14
3.4.1	イベントバリュー飛程長バイアスとポイントバリュー角度バイアスの適用	14
3.4.2	フォワードアジョイント反復モンテカルロ計算と線源バイアスの有効性	15
3.5	結論	16
第4章	中性子輸送計算のための分割結合モンテカルロ計算法	18
4.1	緒言	18
4.2	モンテカルロ分割結合計算法	19
4.3	モンテカルロ分割結合計算による求める量の表示と統計誤差の伝播	25
4.4	結論	27
第5章	ダクトを含む大型遮蔽体系へのモンテカルロ分割結合計算法の適用	28
5.1	緒言	28
5.2	JRR-4における中性子ストリーミング実験の解析	30
5.2.1	JRR-4における中性子ストリーミング実験と計算モデル	30
5.2.2	仮想検出器における中性子フルエンス計算	31
5.2.3	スリットストリーミング実験の解析	32
5.2.4	二重円環円筒屈曲ダクトストリーミング実験の解析	34
5.2.5	統計誤差伝播の計算例	40
5.3	R-Tokamakの14MeV中性子ストリーミング解析	40
5.3.1	R-Tokamak中性子ストリーミングの遮蔽体系	40
5.3.2	仮想検出器における中性子フルエンス計算	41
5.3.3	新しい群定数ライブラリーの作成	42
5.4	計算結果および考察	45
5.4.1	プラズマ計測室における中性子線量率分布およびエネルギースペクトル	45
5.4.2	統計誤差の伝播を考慮したFSD	47
5.5	結論	48
第6章	結言および今後の課題	49
6.1	結言	49
6.2	今後の課題	50
	参考文献	

Appendix A	54
Appendix B	55
Appendix C	55
Appendix D	55

〔記号の説明〕

ξ = 乱数, $0 \leq \xi \leq 1$

E = 粒子の運動エネルギー, ($M_e V$)

\vec{r} = 位置の変数

R = 距離, (cm)

\vec{Q} = 粒子の単位方向ベクトル,

$\vec{Q} = -\vec{Q}$

g = g 番目のエネルギー群

$\Sigma_i^g(\vec{r})$ = \vec{r} における g 群のエネルギー平均全断面積, 単に Σ_i と書くこともある, (cm⁻¹)

$\Sigma_S^g(\vec{r})$ = \vec{r} における g 群のエネルギー平均全散乱断面積, 単に Σ_S と書くこともある, (cm⁻¹)

$\Sigma_S^{g' \rightarrow g}(\vec{r}, \vec{Q}' \rightarrow \vec{Q})$ = $g' \rightarrow g$ 群に散乱する微分散乱断面積, (cm⁻¹ · sr⁻¹)

$\phi_g(\vec{r}, \vec{Q})$ = g 群の角度束,
(粒子数 · cm⁻² · s⁻¹ · sr⁻¹ · ΔE_g⁻¹)

$\chi_g(\vec{r}, \vec{Q})$ = 位相空間 (g, \vec{r}, \vec{Q}) において, 線源あるいは実際の衝突によって現われた粒子密度, (粒子数 · cm⁻³ · s⁻¹ · sr⁻¹ · ΔE_g⁻¹)

$\psi_g(\vec{r}, \vec{Q})$ = 位相空間 (g, \vec{r}, \vec{Q}) における粒子の衝突数,
 $\psi_g(\vec{r}, \vec{Q}) \equiv \Sigma_i^g(\vec{r}) \phi_g(\vec{r}, \vec{Q})$ の関係がある。

$P_g^e(\vec{r}, \vec{Q}), P_g^v(\vec{r}, \vec{Q}), P_g^z(\vec{r}, \vec{Q}), P_g^o(\vec{r}, \vec{Q})$

= それぞれの関係式中において, 単位角度エネルギーグループ線束当りのレスポンス関数, 単に $P_g(\vec{r}, \vec{Q})$ と書くことがある。

$\phi_g(\vec{r}) = \int \phi_g(\vec{r}, \vec{Q}) d\vec{Q}$, g 群のエネルギー束,
(粒子数 · cm⁻² · s⁻¹ · ΔE_g⁻¹)

$\phi(\vec{r}) = \sum_g \phi_g(\vec{r}) \Delta E_g$, 全粒子束 (全中性子束あるいは全ガンマ線束), (粒子数 · cm⁻² · s⁻¹)

$P_g(\vec{r}) = \int P_g(\vec{r}, \vec{Q}) d\vec{Q}$, エネルギーグループ線束当りのレスポンス関数,

$S_g(\vec{r}, \vec{Q})$ = g 群に対する線源分布, (線源粒子数 ·

cm⁻³ · s⁻¹ · sr⁻¹ · ΔE_g⁻¹), 単に線源強度を表わすには S_0 と書く。

λ = 求める量 (effect of interest), 例えば, 全中性子束, 線量率等。

$\chi_g^*(\vec{r}, \vec{Q})$ = ポイントバリュウ (アジョイント角度束), 位相空間 (g, \vec{r}, \vec{Q}) において, 衝突あるいは線源から現出する仮想粒子の求める量への寄与。

$W_g(\vec{r}, \vec{Q})$ = イベントバリュウ, 位相空間 (g, \vec{r}, \vec{Q}) において衝突する仮想粒子の求める量への現在および将来の寄与。現在の寄与はレスポンス関数であり, 将来の寄与は粒子が衝突して生き残り, g' 群で \vec{Q} 方向に現出する確率の期待値に $\chi_{g'}^*(\vec{r}, \vec{Q}')$ を乗じたものである。

\bar{P} = 全位相空間 (g, \vec{r}, \vec{Q})

$I(\bar{P})$ = \bar{P} におけるインポートランス関数

W_i' = 衝突前の粒子の重み

W_i = 衝突後の粒子の重み

C_w = 重み w の粒子からの寄与

W_c = 粒子の重みの補正係数

σ = 分散 (variance)

FSD = 相対誤差, FSD = σ/λ

R_h = h 群に対する反応断面積,
(反応数 · cm⁻² · 単位原子数⁻¹)

θ = 極角 (polar angle)

ϕ = 方位角 (azimuthal angle)

μ = 散乱角 (scattering angle),

$\mu = \vec{Q} \cdot \vec{Q}'$

η = 平均自由行程 (mean free path)

C/E = 計算値と実験値との比, C = 計算値,
E = 実験値

〔略語の説明〕

mfp	(mean free path : 平均自由行程)
FSD	(fractional standard deviation : 相対標準偏差)
pdf	(probability density function : 確率密度関数)

cdf	(cumulative distribution function: 累積分布関数)
CDE	(collision density estimator: 衝突密度評価法)
TLE	(track length estimator: 飛程長評価法)
SXE	(surface crossing estimator: 面交差評価法)
NESX E	(next event surface crossing estimator: 次期面交差評価法)
PDE	(point detector estimator: 点検出器評価法)
JRR-4	(Japan Research Reactor)

第1章 序 論

現在、放射線遮蔽を必要とする対象は軽水炉、高速増殖炉、加速器、使用済核燃料再処理施設、キャスク、廃棄物貯蔵施設、放射性同位元素利用施設等である。さらに、最近世界各国で研究開発が進められている核融合炉にあつては、プラズマ領域における中性子密度が原子炉の炉心よりも何桁も高いことから、新たな遮蔽問題を提起している。

遮蔽設計あるいは解析をするための計算コードの変遷を調べると、遮蔽形状との間に深い関係があることが分る。特に、ボルツマン輸送方程式を決定論的に解くディスクリート・オーディネイト法では、一次元、二次元あるいは三次元輸送コードのように区別されて呼ばれている。近年二次元ディスクリート・オーディネイトコードの実用化によって、遮蔽設計に対しより精度の良い設計手段が備わり、今日では遮蔽設計計算の中核になっている。しかし、さらに複雑な形状や多段屈曲ダクト等を取り扱うためには三次元計算が必要になる。

輸送計算法とは別に、現在でも良く利用されている遮蔽計算法に点減衰核法がある。この方法は原理的には三次元形状が取り扱える。しかし、遮蔽体系中にダクトやボイドがあり、放射線ストリーミングがある場合には適用できない。また、エネルギースペクトルや角度束を求めることができない。また、点減衰核法で中性子束の減衰計算に用いられる除去断面積は、中性子のエネルギー、物質、それに物質の配列に依存して変化するが、これらをパラメータにして整理した除去断面積セットがないので、中性子の遮蔽計算には点減衰核法はあまり使用されていない。

三次元形状が自由に扱え、ストリーミング計算も容易に実行可能な計算法にモンテカルロ法がある。モンテカルロ法はボルツマン輸送方程式を確率論的に

数値解析し、その計算誤差が統計論に基づいて評価できる。モンテカルロ法が遮蔽計算に用いられるようになった初期の頃は、粒子（中性子やガンマ線）を1個ずつ忠実に追跡するアナログモンテカルロ法であった。また、当時は電子計算機の能力も今日と比べものにならない程低かったので、モンテカルロ計算は極く限られた小型で簡単な体系あるいは平板からの後方散乱を解析する程度であった。その後、種々のサンプリング法の提案、統計誤差（分散）低減法の進歩、さらに、モンテカルロ計算に欠かせない電子計算機の高速化によって、次第に実際の体系が取り扱えるようになってきた。そしてエネルギー連続の汎用モンテカルロコード05R¹⁾が作成され、次いで多群のMORSE²⁾コードが発表された。その後、放射線遮蔽の分野で中性子のストリーミング計算が重要になると、三次元形状が容易に取り扱えるモンテカルロ法による計算が行われるようになった。最近、ロスアラモス国立研究所でエネルギー連続モンテカルロコードMCNP³⁾が開発され、米国で現在各種の遮蔽問題に対して適用され、評価されている。

しかし、大型遮蔽体系になると線源と検出器との距離が長く、その間に厚い遮蔽体があつて中性子束の減衰が大きくなり、線源バイアス (source biasing) やインポートランスサンプリング (importance sampling) 等の分散低減法を採用しても遠方にある検出器周囲の衝突密度を十分確保することが難しくなる。また、ダクトやボイド等が線源から離れた位置にある場合、その線源側入口に達する粒子数が少なくなり、その結果ストリーミングする量を過少評価することになる。さらに、ダクトが何回も屈曲している場合には、第2脚以後のダクトの中に入射する中性子数がますます少なくなるので、過少評価になるばかりでなく、計算値の分散も大きくなる。以上のことから、遮蔽体系が大きくなり、かつダクトを含むような体系に対しては、従来のモンテカルロ法による計算では分散が大きく、しかも長い計算時間を要することが予想された。

本研究では、従来のモンテカルロ計算法では計算時間の点で解決できなかった深層透過、ストリーミング、それに室内散乱がある大型遮蔽体系の中性子束分布計算を小さな分散で、しかも短い計算時間で行えるようなモンテカルロ計算法を提案する。この計算法はモンテカルロ計算を2段に分割して行い、両者を結合して最終的に求める量を得るので、モンテカルロ分割結合計算法と言う。モンテカルロ分割結合計算法を実際の

大型遮蔽体系に適用した計算例についても本研究で検討した。

本研究において、大型遮蔽体系とは中性子源から検出器が置かれた位置の間で高速中性子束がおおよそ10桁ないしはそれ以上の減衰があり、さらに中空ダクトやスリットがあって、中性子ストリーミングが生ずる体系を言う。また、ダクトやスリットの周囲は気体ではなく、固体あるいは液体で満たされているものとする。

第2章 モンテカルロ法による従来の中性子およびガンマ線輸送計算

2.1 モンテカルロ法の歴史

モンテカルロ法とは乱数 (random number) を取り扱う計算法の総称である。この呼称はとばくで有名な地名“モンテカルロ”から由来している¹⁰⁾。

モンテカルロ法に関する初期の頃 (1945年頃) の文献は、Von Neumann と Ulam の考えにしたがって、決定論的な数学の問題を無作為抽出法を用いて解く方法が多かった。例えば、針をランダムに落して π の値を推定したのもその1つである¹¹⁾。第2次世界大戦末期になると、Von Neumann や Ulam は米国ロス・アラモス国立研究所で、核分裂にともなう中性子のランダムな拡散現象を電子計算機で模擬して調べている¹⁰⁾。

モンテカルロ法がいつ誰の手によって中性子やガンマ線の輸送計算に応用されるようになったかは明らかでないが、1954年にはすでに Herman Kahn によって“Application of Monte Carlo”という文献¹²⁾が米国原子力委員会から発刊されている。上記の文献中には、排他法 (rejection technique) による Klein - Nishina の式からの光子のサンプリング、中性子の弾性散乱および非弾性散乱のサンプリングについて述べられている。その他、アジョイント関数を使ったインポートランスサンプリング法、期待値法 (use of expected value)、ルシアンルーレット、スプリッティング (splitting) についても論じられている。しかし、具体的な適用例については記載されていない。その後、1959年になって Cashwell と Everett がモンテカルロ法の教科書¹³⁾を書いている。この教科書にはインポートランスサンプリング法などの計算法については触れられていないが、アナログモンテカルロ法による中性子とガンマ線の追跡の仕方について計算手順にしたがって具体的に書かれている。そのため、モンテカルロコードを作成する際には必ず引用される文献の1つになっている。1960年代に入るとモンテカルロ法によって盛んに

遮蔽問題の解析が行われるようになった。このころの計算の対象はガンマ線のビルドアップ係数 (buildup factor) の計算、中性子やガンマ線のアルベドデータを求める計算がほとんどであった。1969年には Jerome Spanier と Ely M. Gelbard がボルツマン輸送方程式を衝突密度方程式にし、フォワードモードおよびアジョイントモードで解くための関係式を整理している¹⁴⁾。彼らの教科書は現在でも世界的に広く利用されている MORSE コード^{2,9)} や MCNP コード⁹⁾ の作成の根幹になっている。1970年代になると電子計算機の急速な発達によって、モンテカルロ法による遮蔽計算がより現実的なものになった。そのための努力は特に深層透過計算と放射線ストリーミング計算に向けられた。1970年代の後半からは各種計算コードの精度を検証するため、信頼できる実験を選んでベンチマーク問題を作成し、同一問題をいくつかのコードで計算した。モンテカルロコードも参加している。またその頃から、核融合炉の遮蔽問題も遮蔽の分野で重要な位置を占めるようになってきており、この傾向は今後増々強くなって行くものと思われる。

以上述べてきたように、モンテカルロ法は遮蔽計算に頻繁に適用されてきたが、未だ研究すべき課題が多く残されている。その中で、特に重要で、しかも早急に解決すべき課題が深層透過、ストリーミング、および室内散乱問題を包含した大型遮蔽体系の中性子束空間分布計算を、いかに効率よく短い計算時間で行い、しかも分散が小さい結果を出すかであると考えられる。

2.2 モンテカルロ法とダクトを含む大型遮蔽体系への適用上の問題点

2.2.1 過去における中性子およびガンマ線輸送計算

まず、モンテカルロ法が実際に遮蔽計算に適用された頃の例と、そのときの計算法について述べる。ガンマ線の透過問題に対しては、1963年に Raso¹⁵⁾ がコンクリート平板のビルドアップ係数を計算している。この計算はコンクリートの厚さが 4 mfp (1 MeV のガンマ線に対しおおよそ27cm) までのビルドアップ係数を求めているが、分散を低減させるような方法は採用していない。その後、Chilton¹⁶⁾ が1966年に鋼板のビルドアップ係数を計算しているが、このときは指数変換 (exponential transform) を採用し、17mfp (1 MeV のガンマ線に対し鋼板の厚さおおよそ40cm) まで計算している。Chilton のモンテカルロ計算が Raso の 4 mfp から17mfp までに拡大できた要因は、指数変換という

インポートランスサンプリング法を採用したことによる。さらに、Armstrongら¹⁷⁾はインポートランス関数を使ったモンテカルロ計算を行い、鉛および水の25mfp (1 MeVのガンマ線に対し、鉛で31cm, 水で343cmに相当する)までのビルドアップ係数を求めている。その結果、インポートランスサンプリングを実行することによって、かなりの深層透過計算ができるようになったことが分る。指数変換法は現在でもガンマ線のみならず中性子の透過計算にも広く利用されている。

中性子輸送に対するモンテカルロ法の適用研究も、ガンマ線に対する適用と同じ頃から始まっている。Allenら¹⁸⁾は1963年の論文で、60cm厚の水中に2 MeVの中性子が45°で入射した場合の中性子束分布を計算している。その際、10eV~2 MeVの範囲を積分した中性子束は60cm近くまで求められているが、2 MeV, すなわち入射エネルギーに対する中性子束については20cmまでに終わっている。これは、指数変換のようなサンプリング法が採用されていなかったためである。その後、1967年になって、Clarkら¹⁹⁾は幾種類かの単色中性子がコンクリート平板に入射した場合の線量率の減衰を計算している。コンクリート平板の厚さは120cmに達しており、3 MeVの中性子に対しおよそ7桁の線量率の減衰になっている。Clarkらが採用したサンプリング法も前記の指数変換法であり、Clark自身の論文²⁰⁾の中で指数変換法を詳しく論じている。

モンテカルロ法が実際の遮蔽体系の計算に適用されるようになった当初は、先に述べた中性子やガンマ線の透過計算よりも、むしろ反射計算が盛んに行われ、アルベド (albedo) データが集積された。このアルベドデータは、放射線ストリーミング計算を効率良く解くアルベドモンテカルロ法に使用された。

中性子のアルベドについては、MaerkerとMuckenthaler²¹⁾がコンクリートに対する高速中性子の二重微分アルベド (double differential albedo) を広範囲の中性子エネルギーと入射角について計算している。同じ頃、Allenら²²⁾も多くの物質について中性子のアルベドをモンテカルロ法で求めている。

ガンマ線のアルベド計算は、すでに1956年にBergerとDoggett²³⁾が鉄、錫、鉛、水の線量アルベドを求めている。その後ガンマ線のアルベド計算も盛んに行なわれ、Raso¹⁵⁾やWells²⁴⁾の文献にはコンクリートに対する微分アルベドが求められている。さらに二次ガンマ線 (secondary gamma ray) のアルベド計算もモンテカルロ法で行われている²⁵⁾。ガンマ線に対するアルベ

ドも中性子の場合と同じように、ストリーミングを計算するための基本的な量として用いられた。

モンテカルロ法によるストリーミング計算は1960年代に入ってからであるが、初期の頃はアナログモンテカルロ法 (analog Monte Carlo method) で計算した。そのため、中性子束あるいはガンマ線束の減衰は極く限られた範囲である。

Fig. 1はCollinsとMcCleary²⁶⁾が高速中性子のストリーミングを計算したもので、線源はPo-Beで、直径7.6cmおよび15.2cmの直円筒ダクトが水中に設置された体系になっており、計算はダクトの入口から30cmまで行っている。ガンマ線のダクトストリーミングに関しては、Shindoら²⁷⁾がやはりアナログモンテカルロ法で計算し、実験値と比較している。Fig. 2は⁶⁰Co線源について線量率の変化をL/Ro (L:ダクトの長さ, Ro:ダクトの半径)について求め、実験値と比較した例である。計算結果は実験と良い一致を示しているが、線量率の変化は2~3桁程度である。

次に、屈曲ダクトストリーミング問題が提起される

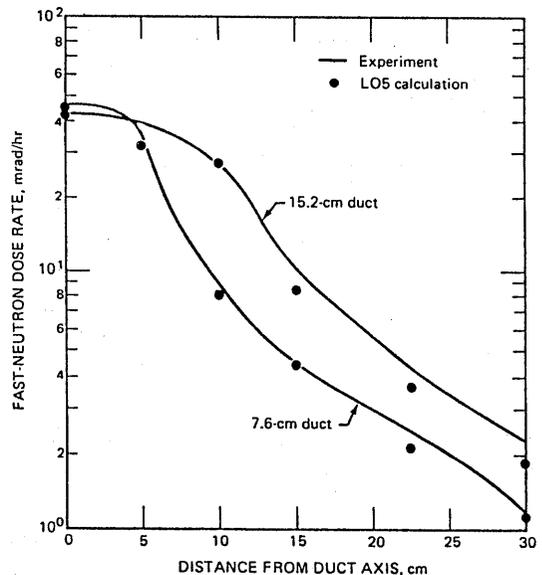


Fig. 1 Comparison of LO5 analog Monte Carlo calculations with measurements of fast-neutron dose rates along the axes of 30-cm-long, 7.6- and 15.2-cm-diameter straight cylindrical ducts in water; Po-Be neutron source. (From Collins and McCleary,²⁶⁾

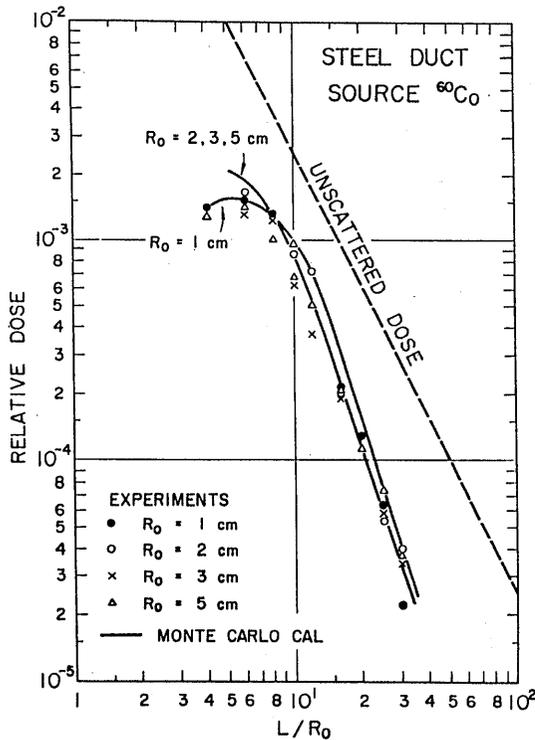


Fig. 2 Comparison of theoretical and experimental albedo dose through a steel duct; source ^{60}Co .²⁷⁾

と、アナログモンテカルロ法による膨大な計算時間を短縮するために、1964年にアルベドモンテカルロ法が Cain²⁸⁾によって発表された。アルベドモンテカルロ法はダクトやスリットの境界面のアルベドデータを前もって用意しておき、境界面の内側では輸送計算を行って粒子を追跡するが、境界面に達した粒子はその位置におけるアルベドデータに従って全て反射させる、という手順を繰り返す手法である。境界面に入射する粒子と反射する粒子との間にはアルベド量に比例した重みの補正が必要になる。

アルベドモンテカルロ法の出現によって、ストリーミング計算が比較的容易に行えるようになった。Maerker と Muckenthaler²⁹⁾はアルベドモンテカルロコード AMC³⁰⁾の精度を検証するため、コンクリート中に作られた一脚および二脚の 3 ft × 3 ft 矩形ダクト中の中性子ストリーミング線量率を計算し、実験との比較をしている。Fig. 3 に両者の比較を示す。両者の一

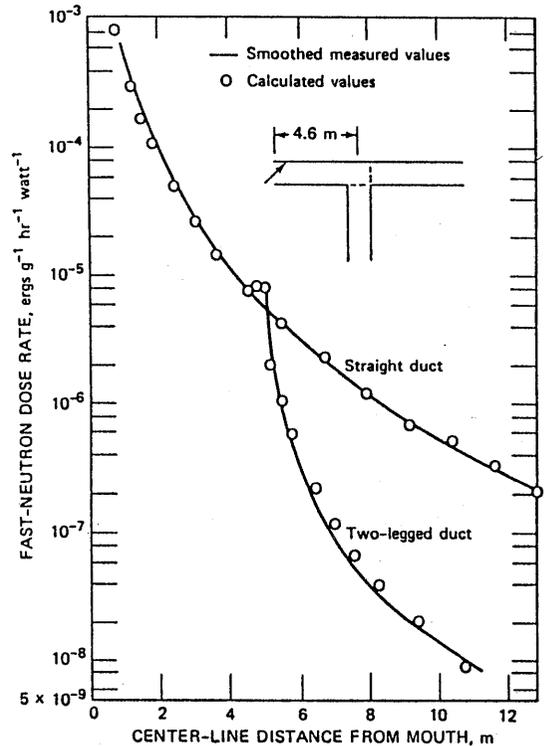


Fig. 3 Comparison of AMC albedo calculations with measurements of fast-neutron dose rates in one- and two-legged 0.91-m-square concrete ducts. (From Maerker and Muckenthaler.²⁹⁾)

致はダクトの入口に対しおよそ5桁の線量率の減衰がある12m離れた検出点まで±20%以内であり、十分精度の良い結果が得られている。他にも、Maerker と Muckenthaler³¹⁾は三脚矩形ダクトの計算と実験とを比較し、アルベドモンテカルロ法の有効性を実証している。しかし、ダクトの口径が 3 ft × 3 ft と大きいので、線量率にして5桁の減衰程度であることから、モンテカルロ法の適用としてはあまり難しい問題を含んでいない。

多くの物質に対し、広範囲の中性子エネルギーのアルベドデータが蓄積され、評価も進んでおり、現在でも多くの遮蔽分野でアルベドモンテカルロ計算が実施されている。また、最近の Shin と Hyodo³²⁾の研究は、細管ダクトおよび細いスリットの中性子ストリーミング計算に対するアルベドモンテカルロ法の適用性を実

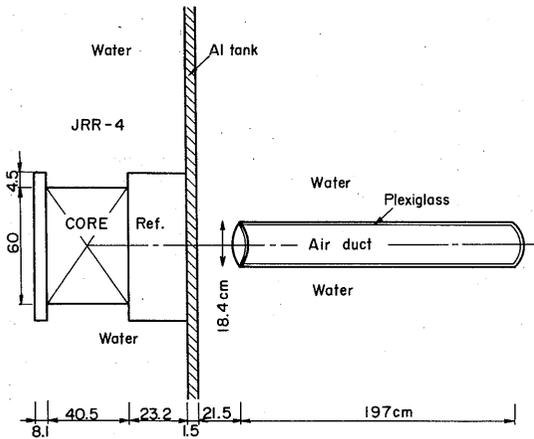


Fig. 4 Experimental configuration for the cylindrical-air-duct problem of the N-II-1.³³⁾

験と比較しながら詳細に検討している。

以上のように、単にストリーミング計算に対してはアルベドモンテカルロ法は有力な方法であるが、本研究の目的とする大型遮蔽体系にあっては、深層透過計算が含まれ、アルベドモンテカルロ法が直接適用できない。また、中性子はエネルギーが高くなるにつれて一般に透過能力が強くなるので、アルベド境界面の設定に関する問題も発生する³²⁾。

2.2.2 大型遮蔽体系に対するモンテカルロ法の適用例

ダクトを含む大型遮蔽体系中の中性子輸送計算に対し、従来のモンテカルロ計算の不十分な点や不合理な点を定性的に指摘することは容易であるが、定量的な評価は一般的に難しい。

二次元の中性子遮蔽ベンチマーク実験を設定し、これをディスクリート・オーディネイトコードとモンテカルロコードで解析し、計算コードの適用性や計算精度を比較検討した文献がある³³⁾。その中に、モンテカルロ計算結果が実験値をかなり過少評価した例がある。文献³³⁾でモンテカルロ法を適用した実験体系とその計算モデルを示す。Fig. 4はN-II-1(N:中性子, II:二次元形状)と称する直円筒ダクト中性子ストリーミング実験の配置図であり、Fig. 5にその計算モデルを示す。この実験では、JRR-4号炉の炉心と直円筒ダクトの中心軸が一致している。測定には放射化箔検出器が使われ、ダクト中の反応率分布が求められている。³⁴⁾

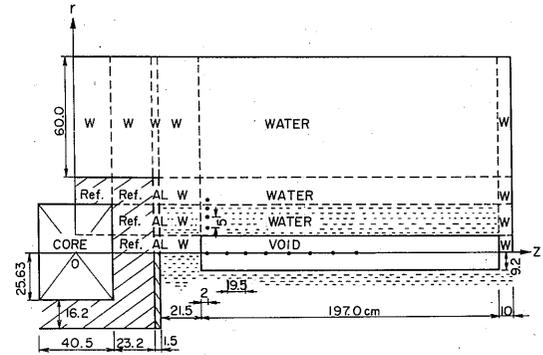


Fig. 5 Calculational model for the N-II-1 problem.³³⁾

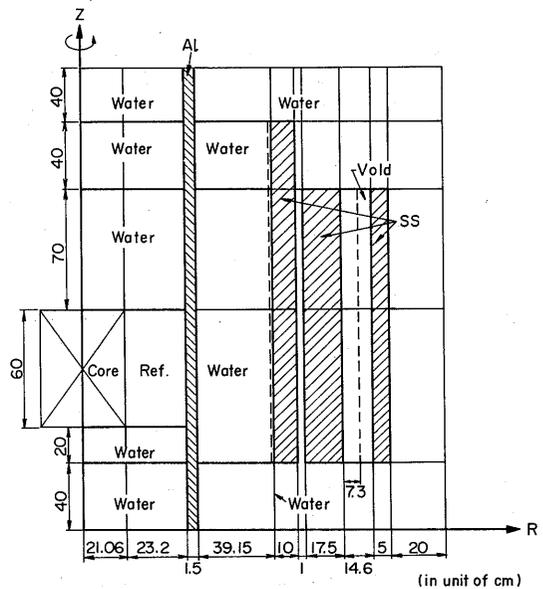


Fig. 6 Calculational model for the N-II-2 problem.³³⁾

次に、N-II-2と称する円環空隙中性子ダクトストリーミング実験³⁵⁾の計算モデルをFig. 6に示す。この実験もJRR-4号炉のスイミングプール中で実施されたもので、原子炉压力容器と一次遮蔽体との間の円環状の空隙をストリーミングする中性子束分布を調べることを目的にしている。測定にはN-II-1と同じような放射化箔検出器が使用されている。

モンテカルロコードMORSEで解析した結果を例示する。Fig. 7はN-II-1の直円筒ダクト中の反応率

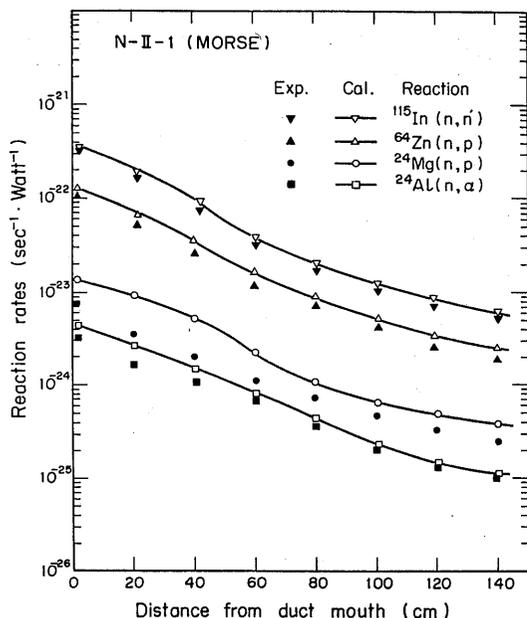


Fig. 7 Comparison of MORSE reaction rates with measured values along duct axis of N-II-1³³⁾

分布を実験と比較したものであり、Fig. 8はダクト外側の水中での反応率分布を実験と比較してある。Fig. 7では、直円筒ダクト中の反応率はモンテカルロ計算と実験とはかなり良い一致を示している。しかし、ダクトの中心軸から離れた位置の反応率を比較したFig. 8を見ると、ダクトから少し離れても1~2桁程度計算値が過少評価になっていることが分る。この原因は、中性子の衝突が炉心側のアルミタンクとダクトとの間の水層までで終わっており、計算上はダクトの周囲まで中性子が達していないことによる。したがって、ダクト周囲の水中では、検出器への寄与を計算するために必要な衝突密度が小さすぎるので、過少評価になるものと考えてよい。

N-II-2のベンチマーク実験について、炉心寄の鉄層前面における反応率の実験とモンテカルロ計算との比較をFig. 9に、またポイド中の反応率の比較をFig. 10に示す。この実験解析もN-II-1と同じ計算法が使われているので、計算上中性子は炉側のアルミタンク後方の水層までしか到達していない。その結果、ポイド中に置かれた検出器に寄与する中性子がほとんどなくなって、Fig. 10に示すような2~4桁もの過少評価

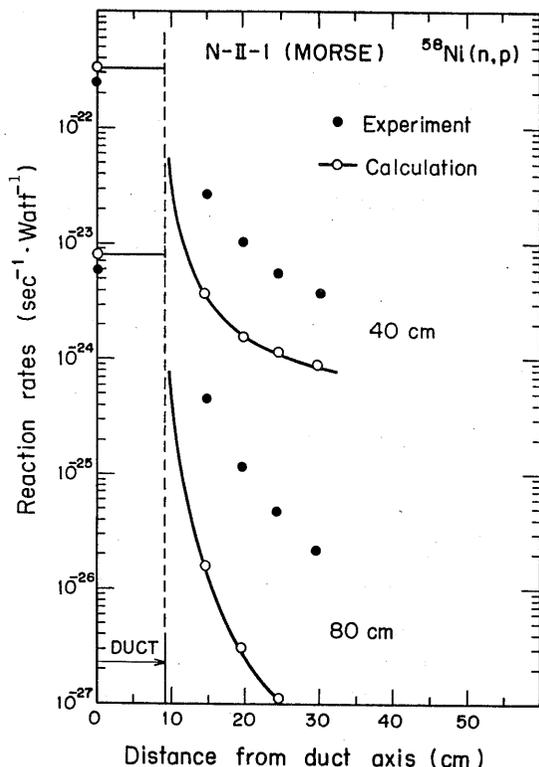


Fig. 8 Comparison of MORSE reaction rates of ^{58}Ni (n,p) with measured values at radial distances of 41 and 81 cm from duct mouth of N-II-1³³⁾

になったものと考えられる³³⁾。

核融合炉で課題になる14MeV中性子のストリーミング実験をモンテカルロ法で解析した報告がある。Seki³⁶⁾らは日本原子力研究所のFNS (Fusion Neutronics Source Facility) で通路に沿った14MeV中性子ストリーミングの線量率およびエネルギースペクトルを計算し、実験結果と比較している。Fig. 11にFNSにおけるストリーミング実験体系を、またFig. 12にダクトに沿った線量率分布、Fig. 13にはエネルギースペクトルの比較を示す。Fig. 12の線量率分布の比較では実験と良い一致を見ている。しかし、測定値がダクト(通路)の入口から6 mまで詳細に得られているが、モンテカルロ計算結果は4.65 mまでに終わっている。また、Fig. 13のエネルギースペクトルに関しては、ダクトの入口から2.55 mまでの3点においてはNE213による

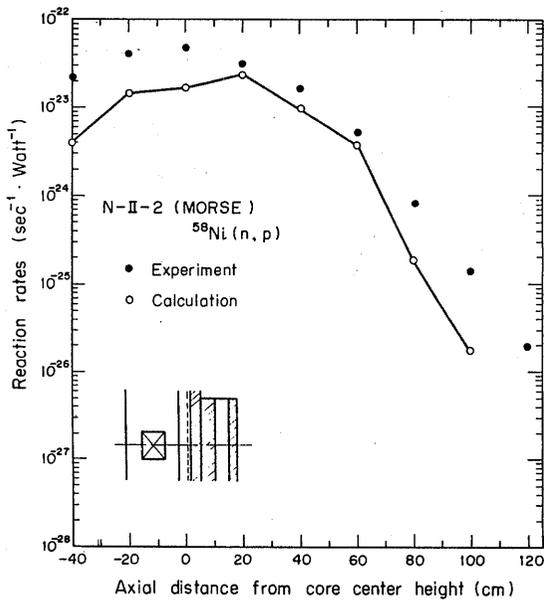


Fig. 9 Comparison of MORSE reaction rates of ⁵⁸Ni (n,p) with measured values along the dotted line given in Fig. 6 of N-II-2³³⁾

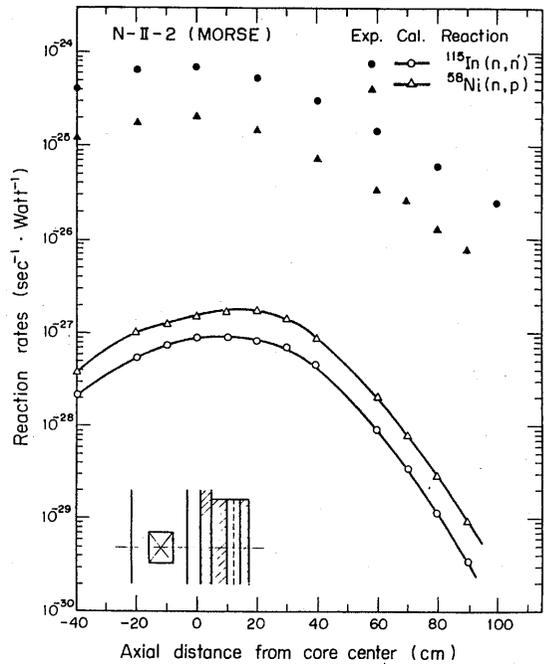


Fig. 10 Comparison of MORSE reaction rates with measured values along the dotted line in Fig. 6 of N-II-2³³⁾

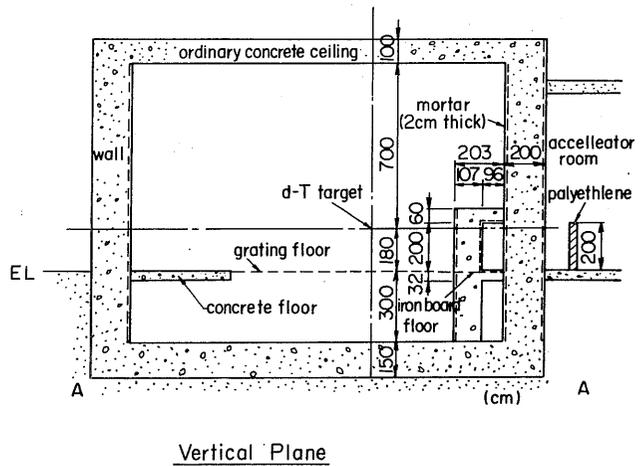
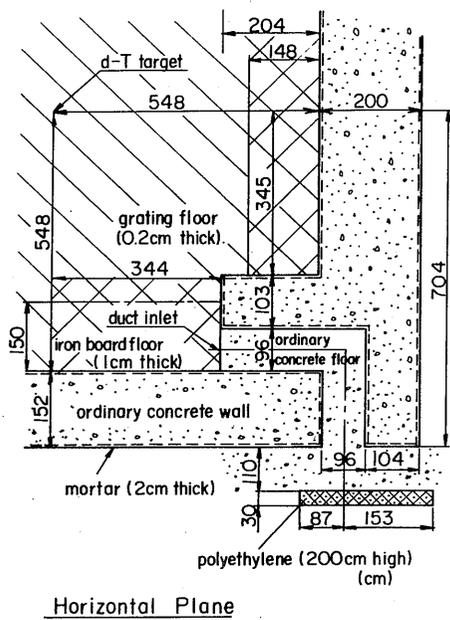


Fig. 11 Layout of the streaming duct (personal access way).³⁶⁾

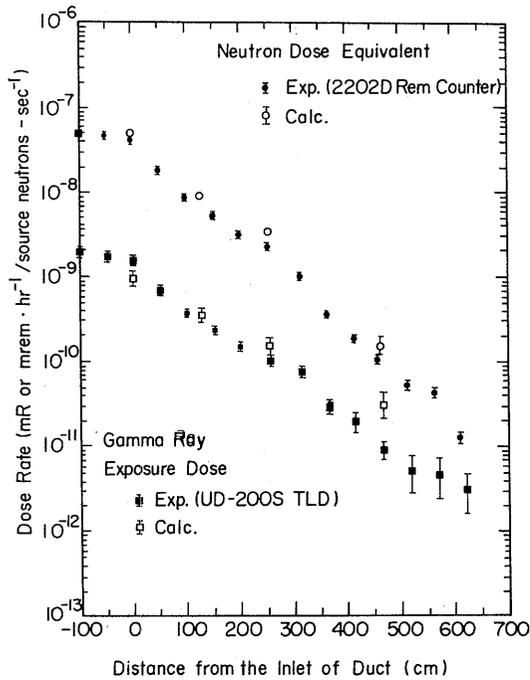


Fig. 12 Distribution of the total neutron dose equivalent and gamma ray exposure dose along the duct.³⁶⁾

スペクトルと良好な一致になっているが、4.65mの検出点では特に14MeV付近で明らかな過少評価が見られる。

Sekiらの計算は実験と計算できた範囲では良い一致を示したが、従来の方法を用いたモンテカルロ計算のため、50万ヒストリーという膨大な数の粒子を追跡している。このことは、計算時間が長くなり、遮蔽設計段階で必要になるパラメトリックな計算には従来のモンテカルロ法の適用は難しいことを裏付けている。

アルベドモンテカルロ法を大型遮蔽体系の中性子束分布計算に適用した論文もKawai³⁷⁾らによって発表されている。文献³⁸⁾ではEURACOSの遮蔽実験装置に行われたナトリウムダクト周りの中性子ストリーミング実験を解析している。測定値との比較では概ねファクター3程度で一致しているが、計算結果は線源から遠くなるにつれて過少評価の傾向がある。また、アルベドデータは半無限平板に対するものを採用しているので、円筒ダクトに対しては適切ではないと考察している。

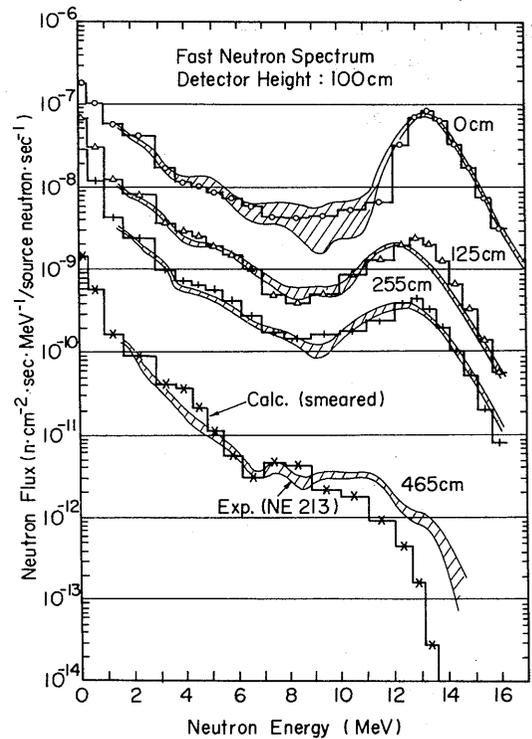


Fig. 13 Fast-neutron spectra (calculation smeared) at 4 locations in the duct.³⁶⁾

アルベドモンテカルロ法はストリーミング計算を効率良く解く手法として利用されてきているが、深層透過計算を別に行う必要がある点や、精度の高いアルベド計算を行うためには幾種類もの曲率をパラメータにしたアルベドデータが必要になったり、先のShinとHyodoの論文³²⁾にあるように、アルベド境界面の設定の問題もあり、大型遮蔽体系の中性子束設計には一般的でないと考えられる。

以上述べてきたように、これまでに行われてきたモンテカルロ法による大型遮蔽体系における中性子束分布計算を考察すると、大型遮蔽体系に対し線源から検出点まで1回で計算を行うモンテカルロ法の適用では、分散の大きさから、計算時間の点からも満足できるような結果が得られないであろうと考えられる。

第3章 アジョイントモンテカルロ法を利用したダクトストリーミング計算

3.1 緒言

本章は大型遮蔽体系を貫通する直円筒ダクトの出口における中性子束計算に適用したモンテカルロ計算法について述べる。

本研究で適用したモンテカルロ計算法の1つは、アジョイントモンテカルロ計算でインポートランス関数(イベントバリュー (event value) およびポイントバリュー (point value)) を求めておき、イベントバリューを飛程長バイアス、ポイントバリューを散乱角バイアスを行うためのインポートランス関数として、フォワードモンテカルロ計算を行って中性子束を求める方法である。他の方法は、Byrn⁶⁾が提案したフォワードアジョイント反復モンテカルロ法である。Coveyou³⁸⁾によれば、アジョイントモードの解が分散の低減に重要な役割を果たす、と指摘している。

3.2 多群ボルツマン輸送方程式

3.2.1 フォワードモンテカルロ法に対する多群輸送方程式

ボルツマン輸送方程式を多群にした定常状態の積分型現出粒子密度方程式 (integral emergent particle density equation) は次式のように表わされる²⁾。

$$\begin{aligned} \chi_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) = & S_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) + \\ & \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega'} d\bar{\Omega}' \frac{\sum_s^{g' \rightarrow g}(\bar{r}, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega})}{\sum_t^{g'}(\bar{r})} \int_0^\infty dR \sum_t^{g'}(\bar{r}) e^{-\beta_{g'}(\bar{r}, R, \bar{\Omega})} \\ & \chi_{g'}(\bar{r}, \bar{\Omega}') \end{aligned} \quad (3.1)$$

(3.1) 式を積分核の形で書き表わすため、輸送核 (transport kernel) と衝突核 (collision kernel) を導入する。

輸送核:

$$T_g(\bar{r}' \rightarrow \bar{r}, \bar{\Omega}) = \int_0^\infty dR \sum_t^{g'}(\bar{r}') e^{-\beta_{g'}(\bar{r}, R, \bar{\Omega})} \quad (3.2)$$

衝突核:

$$C_{g' \rightarrow g}(\bar{r}, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}) = \frac{1}{\sum_s^{g'}(\bar{r})} \int d\bar{\Omega} \frac{\sum_s^{g' \rightarrow g}(\bar{r}, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega})}{\sum_s^{g'}(\bar{r})} \quad (3.3)$$

$$= \frac{1}{\sum_s^{g'}(\bar{r})} \int d\bar{\Omega} \frac{\sum_s^{g'}(\bar{r})}{\sum_t^{g'}(\bar{r})} \cdot \frac{\sum_s^{g' \rightarrow g}(\bar{r}, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega})}{\sum_s^{g'}(\bar{r})} \quad (3.4)$$

ここで、

$$\sum_s^{g'}(\bar{r}) = \sum_g \int_{4\pi} d\bar{\Omega} \sum_s^{g' \rightarrow g}(\bar{r}, \bar{\Omega} \rightarrow \bar{\Omega})$$

$$\sum_s^{g' \rightarrow g}(\bar{r}, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \sum_{l=0}^n f_l^{g' \rightarrow g}(\bar{r}) P_l(\mu)$$

$$f_l^{g' \rightarrow g}(\bar{r}) = g' \rightarrow g \text{ に移る粒子の } l \text{ 次のルジャンドル展開係数}$$

n = ルジャンドル展開係数の最大次数

$$\beta_g(\bar{r}, R, \bar{\Omega}) = \int_0^R \sum_t(\bar{r} - R'\bar{\Omega}) dR'$$

輸送核と衝突核を用いると、積分型現出粒子密度方程式は次式のように簡略になる。

$$\chi_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) = S_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) + C_{g' \rightarrow g}(\bar{r}, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}) T_g(\bar{r}' \rightarrow \bar{r}, \bar{\Omega}') \chi_{g'}(\bar{r}, \bar{\Omega}') \quad (3.5)$$

(3.5) 式が実際のフォワードモンテカルロ法でボルツマン輸送方程式を解く式である。

フォワードモードで最終的に求める量 (effect of interest あるいは quantity of interest) λ は次のように表わされる。

$$\lambda = \sum_g \iint P_g^o(\bar{r}, \bar{\Omega}) \phi_o(\bar{r}, \bar{\Omega}) d\bar{r} d\bar{\Omega} \quad (3.6)$$

$$= \sum_g \iint P_g^x(\bar{r}, \bar{\Omega}) \chi_o(\bar{r}, \bar{\Omega}) d\bar{r} d\bar{\Omega} \quad (3.7)$$

フォワードモンテカルロ計算を具体的に実行する手順については第4章で述べる。

3.2.2 アジョイントモンテカルロ法に対する多群輸送方程式

文献(2)で与えられている積分型ポイントバリュー方程式は、 $\bar{\Omega} = -\bar{\Omega}'$ の方向に関する定義とそれに伴った位相空間の反転を考慮し、次のように書き表わされる。

$$\begin{aligned} \chi_g^*(\bar{r}, \bar{\Omega}) = & P_g^x(\bar{r}, \bar{\Omega}) + \\ & \int dR \sum_t^{g'}(\bar{r}) e^{-\beta_{g'}(\bar{r}, R, \bar{\Omega})} \left[\frac{\sum_t^{g'}(\bar{r}')}{\sum_t^{g'}(\bar{r})} \right] \times \\ & \left[\sum_{g'} \int d\bar{\Omega}' \frac{\sum_s^{g' \rightarrow g}(\bar{r}', \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega})}{\sum_t^{g'}(\bar{r}')} \right] \chi_{g'}^*(\bar{r}, \bar{\Omega}') \end{aligned} \quad (3.8)$$

この(3.8)式は仮想粒子 (adjuncton) というアジョイント粒子が、 $\bar{\Omega}$ 方向に $\bar{r}' \rightarrow \bar{r}$ に輸送する飛跡を記述している。(3.8)式を見ると解るように、アジョイントランダムウォークには特別な重み補正 $\sum_t^{g'}(\bar{r}') / \sum_t^{g'}(\bar{r})$ が必要である。この補正計算を行うには現在の衝突点と次の衝突点の全断面積が必要であり、フォワード計算と同一の論理による計算ができなくなる。

この特別な重み補正を避けるためにいくつかの量を定義し、式を変形する必要があるが、これについては Appendix A で詳しく述べるが、これは MORSE コードの論文²⁾に基づいている。

アジョイントモンテカルロ法による積分型現出仮想

粒子密度方程式の最終式は Appendix A から次のようになる。

$$G_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = P_g^o(\vec{r}, \vec{\Omega}) + C_{g \rightarrow g}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) T_{g'}(\vec{r}' \rightarrow \vec{r}, \vec{\Omega}') G_{g'}(\vec{r}, \vec{\Omega}) \quad (3.9)$$

(3.9) 式と (3.7) 式と比較すると、この2つの式がモンテカルロ計算を実行する上で全く同じ論理で解けることが分る。

アジョイントモンテカルロ計算によって求められる量 λ は以下のように書かれる。

$$\lambda = \sum_g \iint S_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \chi_g^*(\vec{r}, \vec{\Omega}) d\vec{r} d\vec{\Omega} \quad (3.10)$$

$$\lambda = \sum_g \iint S_c^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) W_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) d\vec{r} d\vec{\Omega} \quad (3.11)$$

ここで、

$$S_c^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = T_g(\vec{r}' \rightarrow \vec{r}, \vec{\Omega}) S_g(\vec{r}, \vec{\Omega})$$

= 初期衝突線源 (first collision source)

アジョイント計算の特徴は (3.10) 式から分るように、実際の線源分布をレスポンス関数として採用する点である。また、(3.11) 式の $W_g(\vec{r}, \vec{\Omega})$ はイベントバリュウーと称される関数であるが、アジョイントモンテカルロ法で計算するための式の導入については Appendix B で記述する。これは著者が式を導出したものである。

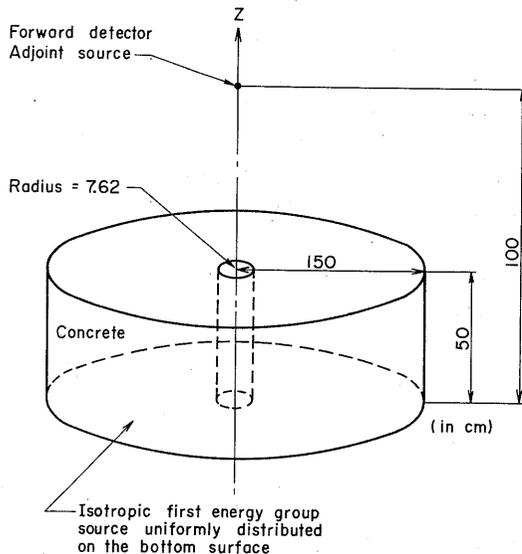


Fig. 14 Geometry of concrete cylinder with axial duct, source, detector, and adjoint source. Dimensions are in centimetres.

アジョイントモンテカルロ法の基本式 (3.9) を具体的に実行する手順については Appendix C に詳しく記載してある。

3.3 計算体系とバイアスの採用

3.3.1 計算体系

ここで設定する計算体系は Fig. 14 に示すような直円筒コンクリートで、中心に直円筒ダクトがある。この問題は Tang³⁹⁻⁴¹⁾ らが計算したものと高さが 150 cm が 50 cm になっただけで、半径 150 cm、ダクトの半径 7.62 cm は同一である。線源は 14 MeV 中性子が円筒底面に一様分布している。検出器は円筒中心軸上の円筒頂面から 50 cm 上に置かれている。モンテカルロコードは MORSE-CG⁹⁾ を使用し、使用した群定数は Tang らが使ったデータを直接複製したものである。エネルギー群は DLC-23 ライブラリー⁴⁴⁾ と同じ 22 群構造であるが、モンテカルロ計算は 14 群 (3.35×10^3 eV) までの中性子束を求めた。ルジャンドルの展開係数は P₃ までである。

3.3.2 線源バイアス

種々のバイアスがあるが、適切なインポートランス関数を採用した線源バイアスは、一般に最も容易に分散を低減する手法である。線源バイアスの関係式については Appendix D で説明する。

本研究では線源位置バイアスおよび線源方向バイアスを採用している。

3.3.3 角度確率バイアス

MORSE コードでは衝突後のエネルギー群と方向とを決定するために、各衝突点においてサブルーチン COLISN が呼ばれる。そこで、角度確率バイアス (angular probability biasing) を実行するために、遮蔽体系の各領域毎に用意したポイントバリュウーを使ってフォワード計算ができるように、サブルーチン COLISN を修正した。修正した COLISN ルーチンでは散乱後のエネルギー群は従来の散乱マトリックスから選択されるが、散乱されるが、散乱角は新たに入力したポイントバリュウーを基にしたバイアス角度分布を使って選定する。バイアス角度分布は次のように定義される^{39,41)}

$$\gamma^{g \rightarrow g'}(\vec{r}, \vec{\Omega} \rightarrow \vec{\Omega}') = \frac{F_i \chi_{g'}^*(\vec{r}, \vec{\Omega}'_i)}{\sum_{i=1}^N F_i \chi_{g'}^*(\vec{r}, \vec{\Omega}'_i)}, \quad i = 1, \dots, N \quad (3.12)$$

$$= \frac{\sum_s^{g \rightarrow g'}(\bar{r}, \bar{\Omega} \rightarrow \bar{\Omega}')}{\sum_s^{g \rightarrow g'}(\bar{r})} \quad (3.13)$$

$$= \frac{\int_{4\pi} \sum_s^{g \rightarrow g'}(\bar{r}, \bar{\Omega} \rightarrow \bar{\Omega}') \chi_{g'}^*(\bar{r}, \bar{\Omega}') d\bar{\Omega}'}{\sum_s^{g \rightarrow g'}(\bar{r})}$$

ここで、

F_i = 散乱角 μ_i が選択される確率

$N = \mu$ についての分割数

散乱後の粒子の重み補正は次式によって行う。

$$W_c = \sum_{i=1}^N F_i \cdot \chi_{g'}^*(\bar{r}, \bar{\Omega}'_i) / \chi_g^*(\bar{r}, \bar{\Omega}_i) \quad (3.14)$$

ここで、

$j = (3.12)$ 式のバイアス分布関数から選択された j 方向

Tang^{39,41)}らはポイントバリュー $\chi_g^*(\bar{r}, \bar{\Omega})$ をディスクリート・オーディネイトコード DOT⁴²⁾のアジョイントモードで求めた値を採用し、モンテカルロコード MORSE-CG⁹⁾でフォワード計算を行った。本研究では MORSE-CG コードのアジョイントモードで計算したポイントバリューを用い、同じ MORSE-CG コードでフォワード計算を行った。

3.3.4 飛程長バイアス

飛程長バイアス (path-length biasing) は粒子の飛行距離 (即ち、衝突点) を選定するために、イベントバリューをインポートランス関数に採用する技法である。バイアス飛程長分布関数は次のように定義される^{39,40)}

$$T_g^*(\bar{r} \rightarrow \bar{r} - R\bar{\Omega}) dR = (e^{-\eta} w_1 / N_f) d\eta, 0 \leq \eta < \eta_1$$

$$= (e^{-\eta} w_2 / N_f) d\eta, \eta_1 \leq \eta < \eta_2$$

$$\dots\dots\dots$$

$$= e^{-\eta} d\eta, \eta_n \leq \eta < \infty \quad (3.15)$$

バイアスされた粒子の重みは次式によって補正する。

$$W_c = T_g / T_g^*$$

$$= \frac{\int_{\eta_{i-1}}^{\eta_i} e^{-\eta} d\eta}{\frac{1}{N_f} \int_{\eta_{i-1}}^{\eta_i} e^{-\eta} W_i d\eta}$$

$$= N_f / W_i \quad (3.16)$$

ここで、

N_f = 規格化定数

$$= \frac{1}{1 - e^{-\eta_n}} \left[\int_0^{\eta_1} e^{-\eta} \cdot W_1 d\eta + \dots\dots \right. \\ \left. \dots\dots + \int_{\eta_{n-1}}^{\eta_n} e^{-\eta} \cdot W_n d\eta \right] \quad (3.17)$$

W_i = 領域 i におけるイベントバリュー

η_n = 全平均自由行程、

$$= \sum_{i=1}^n \eta_i$$

Tang^{39,40)}らはイベントバリュー $W_g^*(\bar{r}, \bar{\Omega})$ を DOT コード⁴²⁾のアジョイントモードで計算した値を使い、MORSE-CG コード⁹⁾でフォワード計算を行った。本研究では、MORSE-CG コードのアジョイントモードで計算したイベントバリューを採用し、同じ MORSE-CG コードでフォワード計算を行った。

3.4 計算の実行、結果および考察

3.4.1 イベントバリュー飛程長バイアスとポイントバリュー角度バイアスの適用

イベントバリューとポイントバリューは Appendix C で述べたアジョイントモンテカルロ法の計算手順にしたがって求めた。

アジョイントモンテカルロ計算で得られるイベントバリューとポイントバリューの実際の形は次のように書かれる^{39~41)}

$$W_{g,I}^{J,K} = \frac{1}{V(I)} \cdot \frac{1}{\Delta\mu(J)} \cdot \frac{1}{\Delta\phi(K)} \cdot \frac{1}{\sum_{t,I}^g} G_{g,I}^{J,K} \quad (3.18)$$

$$\chi_{g,I}^{J,K} = \frac{1}{V(I)} \cdot \frac{1}{\Delta\mu(J)} \cdot \frac{1}{\Delta\phi(K)} \cdot \frac{1}{\sum_{t,I}^g} H_{g,I}^{J,K} \quad (3.19)$$

ここで、

$V(I)$ = 領域 I の体積

$\Delta\mu(J)$ = 極角の J 番目のメッシュ間隔

$\Delta\phi(K)$ = 方位角の K 番目のメッシュ間隔、実際には等方分布を仮定している。

Fig. 14 のコンクリート円筒は12領域に分割され、極角は10等分 (即ち、 $\Delta\mu = 0.2$) された。一方、方位角については等方分布であると仮定した。この仮定は線源が広範囲に一様等方分布しており、各領域が同一物質で構成された二次元形状であれば概ね成り立つ。

幾つかのバイアス計算結果の比較を Table 1 に示す。最初は指数変換のみ、次はポイントバリュー角度バイアス、線源位置バイアス、および指数変換を採用したもの、最後はイベントバリュー飛程長バイアスおよび線源位置バイアスを採用した計算結果である。Table 1 で重要な点は、角度バイアスあるいは飛程長バイアスを採用した全中性子束 (ただし、単位は (neutrons · cm⁻² · source neutron⁻¹) で、フルーエンスの単位になっている) に対し、指数変換のみの結果に比べ、FSD が15%程小さくなっているところにある。しかも、非衝突中性子束に対してはファクター6.5も改善されて

Table 1 Fast-neutron flux⁺ of forward Monte Carlo calculations with event value and point value of duct problem

Biasing schemes	Detector		
	Uncollided flux	Total flux	$\sigma^2T^{(b)}$
Exponential transform with PATH=0.5	1.0365-8 (0.59317) ^(a)	1.6800-7 (0.16669)	0.2058
Point-value angular biasing, source location biasing and PATH=0.5	2.3299-8 (0.09016)	2.3793-7 (0.14121)	0.1672
Event-value path-length biasing and source location biasing	2.5880-8 (0.09091)	2.4082-7 (0.13810)	0.2033

+ Unit=n/cm² per source neutron.

(a) Read as 1.0365x10⁻⁸, with fractional standard deviation of 0.59317.

(b) σ^2T : Efficiency (σ : Fractional standard deviation in percents, T: Total computation time in minutes)

For each calculation, 1,000 source particles were generated.

いる。

Table 1の σ^2T はモンテカルロ効率 (Monte Carlo efficiency⁴⁵⁾) と呼ばれ、モンテカルロ計算の効率についての目安になる。

3.4.2 フォワードアジョイント反復モンテカルロ計算

フォワードアジョイント反復モンテカルロ計算の有効性を調べる前に、フォワード反復およびアジョイント反復モンテカルロ計算を実施した。次の流れ図はそれぞれの反復計算を表わしたものである。

$$\begin{aligned} & \xi_0 \rightarrow F^1 \xrightarrow{\xi_1} F^2 \xrightarrow{\xi_2} F^3 \xrightarrow{\xi_3} \dots \xrightarrow{\xi_{n-1}} F^n \\ & \xi_0 \rightarrow A^1 \xrightarrow{\xi_1} A^2 \xrightarrow{\xi_2} A^3 \xrightarrow{\xi_3} \dots \xrightarrow{\xi_{n-1}} A^n \end{aligned}$$

ここで、

$F^i = i$ 番目のフォワード計算

$A^i = i$ 番目のアジョイント計算

一方フォワードアジョイント反復モンテカルロ計算の流れは次のように書かれる。

$$\begin{aligned} & \xi_0 \rightarrow 1F \xrightarrow{\xi'_0} 1A \xrightarrow{\xi_1} 2F \xrightarrow{\xi'_1} 2A \xrightarrow{\xi_2} \dots \\ & \xi_{n-1} \rightarrow nF \xrightarrow{\xi'_{n-1}} nA \end{aligned}$$

1Fフォワード計算で得られたエネルギーフルーエンスは1Aアジョイント計算の線源エネルギー分布関数として用いられる。1A計算の検出器位置に依存したアジョイントフルーエンスは同じように2F計算の線源位置分布関数として採用される。この手順を反復するわけであるが、この過程にはバイアスが入っていないので、重みの補正が全く不用である。そのため、線源粒子が全て単位重み (通常1.0) で発生するので、分散の

低減に結びつく。本研究では5A計算まで継続した。全ての計算で指数変換が行われ、MORSEコードのPATHは0.5とした。

Table 2はフォワード反復およびアジョイント反復モンテカルロ計算で得られた非衝突および全中性子束を示したものである。Table 3はフォワードアジョイント反復モンテカルロ計算による中性子束をまとめたものである。本研究の計算体系においては、アジョイント計算はフォワード計算に比べ、同じ計算時間でおおよそ2倍の線源中性子数を追跡することができた。これは、フォワードモンテカルロ計算では点検出器評価法を用いたのに対し、アジョイント計算ではAppendix Dの(D.6)式で表わした次期面交差評価法 (NES X E) を適用したことによると考えられる。Table 2および3のフォワードモード計算は1,000ヒストリー追跡し、一方、同じ計算時間でアジョイントモード計算は2,000ヒストリー追跡できた。ルシアンルーレットおよびスプリッティングは全計算で採用している。

Table 2を調べると、単にフォワード反復計算あるいはアジョイント反復計算では、いくら継続しても、収束する傾向も、FSDが低減する傾向もないことが明白である。一方、フォワードアジョイント反復モンテカルロ法で計算したTable 3では全中性子束が収束し、FSDも低減している。すなわち、Table 3では、5FのFSDは1FのFSDよりもファクター2.8、5AのFSDは1Aよりファクター1.7だけそれぞれ低減している。それに加え、モンテカルロ効率 σ^2T は、5Fの結果は1Fよりおおよそファクター7、5Aの結果は1Aよりファクター3だけ改善されている。Table 3では反復数5

Table 2 Fast-neutron flux⁺ of iterative forward and iterative adjoint calculations⁺⁺ of duct problem

Iterative mode	Biasing schemes	Detector		
		Uncollided flux	Total flux	$\sigma^2T^{(b)}$
(A) Forward Mode				
F ¹	Exponential transform with PATH=0.5	2.4597-8 (0.49450) ^(a)	1.9689-7 (0.15075)	0.1733
F ²	PATH=0.5	1.0365-8 (0.59317)	1.6800-7 (0.16669)	0.2058
F ³	PATH=0.5	1.4473-8 (0.58664)	1.8296-7 (0.19548)	0.3040
F ⁴	PATH=0.5	1.9215-8 (0.58758)	2.4976-7 (0.18057)	0.2426
F ⁵	PATH=0.5	3.1603-9 (0.29185)	1.8227-7 (0.13603)	0.1387
(B) Adjoint Mode				
A ¹	Source direction biasing and exponential transform with PATH=0.5	2.0900-8 (0.34383)	2.4866-7 (0.18376)	0.2423
A ²	Source direction biasing and PATH=0.5	2.8741-8 (0.28104)	2.1762-7 (0.10686)	0.0775
A ³	Source direction biasing and PATH=0.5	3.1540-8 (0.29678)	2.1495-7 (0.12970)	0.1132
A ⁴	Source direction biasing and PATH=0.5	1.4459-8 (0.41557)	2.7367-7 (0.15794)	0.1775
A ⁵	Source direction biasing and PATH=0.5	1.9876-8 (0.40639)	1.8572-7 (0.16070)	0.1657

+ Unit=n/cm² per source neutron.

++ $\xi^0 \rightarrow F^1 \rightarrow F^2 \rightarrow F^3 \rightarrow F^4 \rightarrow F^5, \xi^0 \rightarrow A^1 \rightarrow A^2 \rightarrow A^3 \rightarrow A^4 \rightarrow A^5$ (ξ : Random number).

(a) Read as 2.4597×10^{-8} , with fractional standard deviation of 0.49450.

(b) σ^2T : Efficiency (σ : Fractional standard deviation in percents, T: Total computation time in minutes).

For each calculation, 1,000 source particles were generated for forward mode and 2,000 source particles were generated for adjoint mode.

まで計算しているが、詳しく調べると、反復数3（即ち、3Fあるいは3A）まで計算すれば、十分改善された分布関数が得られることが分り、さらに継続計算を進めても取り立ててFSDが低減していない。

モンテカルロ計算結果に対するFSDの良否の判定にはStevensの文献(46)を引用したTable 4に依った。以後、各章とも同じである。

3.5 結論

アジョイントモンテカルロ計算で求めたインポートランス関数（イベントバリューおよびポイントバリュー）を飛程長バイアスおよび角度バイアスに採用し、直円筒ダクトストリーミング計算をフォワードモンテカルロ法によって行った結果、ダクト出口における高束中性子束（ $3.3 \times 10^3 \text{eV}$ 以上）のFSDは計算結果の信頼性が十分高いとされる0.1以下を達成することができた。

また、直円筒ダクトストリーミング計算をフォワードアジョイント反復モンテカルロ法を適用して行った結果、反復数3でもってダクト出口における高速中性子束のFSDを0.1程度に低減することができた。

アジョイント計算を利用して大型遮蔽体系中に存在

するダクトやスリットの形状や位置についてパラメトリックに計算しようとするれば、改めてインポートランス関数を作成するためのアジョイント計算を行う必要があり、そのための計算時間が必要になる。そこで、第4章以後に述べるようなモンテカルロ分割結合計算法が、ダクトを含む大型遮蔽体系の中性子束分布をパラメトリック計算が必要になる遮蔽設計法としてはより有利になる。

Table 3 Fast-neutron flux⁺ of iterative forward-adjoint Monte Carlo calculations with adjoint flux and energy spectrum for source biasing of duct problem

Iterative mode	Biasing schemes	Detector		$\sigma^2 T^{(b)}$
		Uncollided flux	Total flux	
1F	Source location biasing with the Tang's ^(c) step function and exponential transform with PATH=0.5	2.5985-8 (0.03381) ^(a)	2.2546-7 (0.27271)	0.5662
1A	Source direction biasing, source energy biasing with energy spectrum of the 1F and PATH=0.5	2.1975-8 (0.17160)	2.3484-7 (0.18345)	0.2379
2F	Source location biasing with adjoint flux of the 1A and PATH=0.5	2.7038-8 (0.08945)	2.5014-7 (0.14960)	0.1829
2A	Source direction biasing, source energy biasing with energy spectrum of the 2F and PATH=0.5	2.8258-8 (0.16878)	1.9338-7 (0.12900)	0.1116
3F	Source location biasing with adjoint flux of the 2A and PATH=0.5	2.6684-8 (0.06751)	2.1498-7 (0.12716)	0.1274
3A	Source direction biasing, source energy biasing with energy spectrum of the 3F and PATH=0.5	2.5760-8 (0.12619)	2.4839-7 (0.11139)	0.0884
4F	Source location biasing with adjoint flux of the 3A and PATH=0.5	2.7737-8 (0.08407)	1.9947-7 (0.13785)	0.15504
4A	Source direction biasing, source energy biasing with energy spectrum of the 4F and PATH=0.5	2.7559-8 (0.13601)	2.4153-7 (0.11490)	0.0891
5F	Source location biasing with adjoint flux of the 4A and PATH=0.5	2.5591-8 (0.08577)	2.1499-7 (0.09640)	0.0788
5A	Source direction biasing, source energy biasing with energy spectrum of the 5F and PATH=0.5	2.2911-8 (0.18650)	2.3047-7 (0.12792)	0.1214

F: Forward mode, A: Adjoint mode

+ Unit=n/cm² per source neutron

(a) Read as 2.5985 X 10⁻⁸, with fractional standard deviation of 0.03381.

(b) $\sigma^2 T$: Efficiency (σ : Fractional standard deviation in percents, T: Total computation time in minutes)

(c) ORNL-TM-5414.

1,000 source particles were generated for forward mode and 2,000 source particles were generated for adjoint mode.

Table 4 Fractional Standard Deviation for Monte Carlo Calculations

Fractional standard deviation (f.s.d.)	Descriptions
f.s.d. ≥ 0.50	The Monte Carlo calculated result is meaningless for design.
0.50 > f.s.d. ≥ 0.20	These results have some significant but are not generally regarded as good design data. Monte Carlo calculations performed at the present time fall into this category.
f.s.d. ≤ 0.10	A good calculation.
f.s.d. ≥ 0.01	Usually too expensive to achieve if the problem is deep penetration and geometric complexity. However, this value is sometimes required for a benchmark problem or for comparison of the Monte Carlo results with the experiment.

第4章 中性子輸送計算のための分割結合モンテカルロ計算法

4.1 緒言

JRR-4号炉において、多くの中性子ストリーミング実験が実施されてきた。その中で、実験体系が二次元近似できるものについてはディスクリート・オーディネイトコードで解析された。また、2章で述べたように、実験値をかなり過少評価したが、モンテカルロ法でも計算している。しかし、どうしても三次元計算を必要とする実験体系についてはこれまで解析されてなく、早急な解析が要望された。

R-Tokamak核融合実験装置の設計段階で、プラズマ中で発生する14MeV中性子が、イグルー床にプラズマ計測用に設けられた細いダクトを通してプラズマ計測室にストリーミングする量を三次元計算する必要がでてきた。

第3章で提案したアジョイント関数を使ったモンテカルロ計算法は、ダクトやスリットの形状や位置についてのパラメトリック計算、あるいは計算を必要とする検出点が多数ある場合には計算時間の点で不利であった。

中性子やガンマ線の輸送計算を2段に分割して計算する方法がある。DOT-DOMINO-MORSEコードシステム⁴⁾がそれである。これは二次元ディスクリート・オーディネイトコードDOTとモンテカルロコードMORSEとをDOMINOコードで結合したものである。このシステムは線源側の計算をDOTコードで行い、その結果からpdfを作ってMORSEコードの線源条件にし、実際の検出点における求める量を計算する。したがって、MORSEコードの線源条件を作る際に、かなり複雑な座標変換が必要になり、それに伴った近似も入る。また、線源条件を作るために必要な結合面における粒子の角度分布に、ディスクリート・オーディネイト法固有のレイイフェクト(ray effect)の発生が予想される。しかし、DOT-DOMINO-MORSEコードシステムは、大型遮蔽体系が取り扱えるという点ではそれまでにないコードシステムであり、今日でも利用されている。

著者は、分割計算法をさらに発展させ、線源側の計算も三次元計算ができる方法が必要であると考えた。そのために、線源側の計算にもモンテカルロ法を適用することが良いと考えた。そうすることによってDOT-DOMINO-MORSEコードシステムの適用によって

考えられる座標変換に伴う近似、レイイフェクトの発生がなくなり、しかも、線源が複雑な三次元形状をしていても、ほとんど近似せずに計算に取り入れられる。JRR-4号炉の炉心は立方体であり、またR-Tokamakのプラズマ領域はトロイダル形状をしており、どちらも三次元計算をすべき体系である。

JRR-4号炉の中性子ストリーミング実験体系およびR-Tokamak核融合実験装置の14MeV中性子ストリーミング計算体系はまた大型遮蔽体系であり、ダクトやスリットが中性子発生源からかなり離れた位置にあること、および計算を必要とする検出点が多数あるという共通の特徴がある。その他、実際のプラントの遮蔽設計を行う場合、ダクトやスリットの出口(一般に、線源側を入口、線源と反対側を出口と言う)における線量率に対しては規制値がある場合が多く、設計に際してはダクトやスリットの形状や位置等についてパラメトリック計算を行い、規制値以下にする必要がある。このような条件の下に、大型遮蔽体系を実際の線源からランダムウォークを開始して検出器に寄与する粒子を記録するという方法では、計算手続き上は簡単であるが、線源から離れた位置に置かれたダクトやスリットの中に入射する中性子数を十分確保できず、その結果、実験値を過少評価したり、膨大なヒストリー数を追跡する必要から、計算時間も非常に長くなることが予想される。

ダクトやスリットを含む体系をモンテカルロ法で解く場合、それらに入射する中性子数を十分供給できることが、中性子のストリーミングを過少評価することなく求めるために必要な条件になる。そこで、著者は実際の線源とダクトあるいはスリットの入口の少し線源寄りに仮の円板検出器を設け、モンテカルロ計算を2段に分割することを考えた。この考え方は、仮想検出器の大きさや位置が適切であれば、この検出器が2段目の計算との結合面になって線源条件を与えるので、ダクトやスリットの入口に入射する中性子数を十分供給できる、ということに基づいている。この本算法をモンテカルロ分割計算法(Monte Carlo coupling technique)と称する。

モンテカルロ分割結合計算法では、1段目の計算で仮想検出器における中性子角度束等を求める。2段目の計算は1段目の計算で得られた仮想検出器における角度束等についてのpdfに従って中性子を発生させ、実際の検出器に対する寄与を求める。この計算手続きの中にはpdfが入ってくるので、このpdfにエネルギー

バイアスのようなサンプリング法を適用させ、求める量に寄与するようなエネルギー群からより多くの中性子を発生させることができる。その結果、モンテカルロ分割結合計算法は従来の計算法よりも計算結果の分散を低減することが期待できる。また、ダクトやスリットの形状や位置についてパラメトリックな計算が必要になったり、計算を必要とする検出点の数が多くなっても、仮想検出器の大きさや位置を適切に設定することにより2段階目の計算だけで求める量が得られるので、計算時間も大幅に短縮できる。さらに、体系全体を通し三次元計算ができる。

モンテカルロ分割結合計算法では2段階の計算が共にモンテカルロ計算であるため、各々の計算結果に統計誤差(分散)がある。したがって、最終的に求める量の誤差には2段階に分割した各々の計算値の持つ誤差の伝播(propagation of statistical error)があると考えられる。

モンテカルロ分割結合計算に類似した計算法に回帰モンテカルロ法(Recursive Monte Carlo Method⁵⁾)や先に述べたフォワード-アジョイント反復モンテカルロ法⁶⁾がある。いずれも統計誤差の伝播が考えられる計算法であるが、どちらも統計誤差の伝播を考慮した誤差評価は行っていない。

本研究では、モンテカルロ法を適用した計算結果の信頼性を評価する目安は統計誤差の大小にあるとの考えから、モンテカルロ分割結合計算法を適用した場合の誤差伝播を評価するための計算式を導出した。そして、第5章で実際の計算に適用し、誤差の伝播の効果を評価した。

統計誤差の伝播を計算するための式を導出するに当たっては、1段階目のモンテカルロ計算で得られた諸量(角度フルーエンス、エネルギーフルーエンスおよび全フルーエンス)と2段階目の計算で得られた諸量との間には相関(correlation)がなく、互に独立であると仮定した。

4.2 モンテカルロ分割結合計算法

本研究の主幹となるモンテカルロ分割結合計算法(Monte Carlo coupling technique)について論ずる。本計算法の概念をFig. 15に示す。線源領域と検出器との間に仮想検出器を設定し、1段階目のモンテカルロ計算は線源領域から開始して仮想検出器における中性子の角度、エネルギー、および全フルーエンスを求める。2段階目の計算は仮想検出器を境界面線源にし、1段階目

の計算から得られた諸量に対する確率分布関数(pdf: probability density function)を線源条件としてモンテカルロ計算を実行し、実際の検出器における中性子の応答を求める。最終的に求める量は、線源強度および仮想検出器の面積を考慮し、2段階に分割して得られたそれぞれの結果を結合する。

モンテカルロ分割結合計算法の利点を十分に引き出すためには、仮想検出器の設定位置や形状の選定が重要である。まず仮想検出器の形状であるが、2段階目の線源条件の1つに中性子の角度フルーエンスを与える必要があるため、角度フルーエンスが計算できる評価法、すなわち、NESXE(next event surface crossing estimator)が、点検出器評価法(point detector)が採用できる面検出器(一般には円板や矩形にとられない)が望ましい。モンテカルロ評価法についてはAppendix Dで詳細に解説してある。次に仮想検出器の大きさであるが、仮想検出器の設定には実際の検出器に寄与する中性子を効果的に発生させる目的があるので、適切な大きさに限定する必要がある。そのためには、例えば円板面検出器であれば、この円板をさらに同心円で細分割し、各円環における全中性子フルーエンスを計算し、全フルーエンスと円環の面積を乗じた量を円板の半径に対して目盛り、最大値を示した円環の半径よりも十分大きく取れば良い。また、全フルーエンスが各円環でほぼ一樣な場合でも、円板検出器を円筒ダクト入口の少し前に設定すれば、経験的に、ダクトの半径の5倍で良い。検出点の数が極く限られていれば、アジョイント計算を行い、求める量に対しどの位置からどの程度寄与するかを調べ、半径を決定する方法も可能である。最後に、仮想検出器の位置であるが、

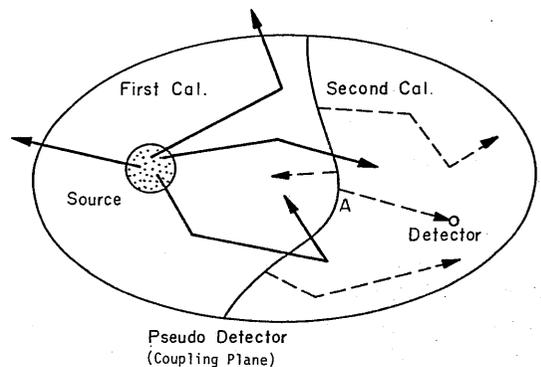


Fig. 15 Schematic description on the Monte Carlo coupling calculation.

2段目の計算でダクトやスリットに入射する中性子数を効率良く制御するために、ダクトやスリットにできるだけ接近させ、かつ、ダクトやスリットの形状を変えてパラメトリックサーベイをしても、1段目のpdfが修正なしに使えるように、入口から少し離れた線源寄りに設けると良い。

今、簡単のために、線源領域が半径 R_0 の球、仮想検出器は半径 L_0 の円板、実際の検出器に対しては点検出器評価法を採用したモンテカルロ結合計算法の手順を具体的に例示する。

A. 1段目のモンテカルロ計算

Step 1

まず、線源項を決定するが、これは、(3.1) 式のボルツマン輸送方程式の線源項 $S_g(\vec{r}, \vec{\Omega})$ の決定である。

(1) 線源中性子の発生位置 r の決定

$$\xi = \frac{\int_0^r 4\pi r'^2 dr'}{\frac{4}{3}\pi R_0^3}$$

よって、

$$r = R_0 \sqrt[3]{\xi} \quad (4.1)$$

(2) 線源中性子のエネルギー群 g の決定

$$\sum_{k=1}^{g-1} P_k < \xi \leq \sum_{k=1}^g P_k \quad (4.2)$$

ここで、

$P_k = k$ 群に対する線源強度確率、

$$\sum_{k=1}^g P_k = 1.0$$

(3) 線源中性子の方向の決定

$$\xi_1 = \frac{1}{2}(\mu - 1)$$

$$\xi_2 = \frac{1}{2\pi} \phi$$

とすれば、

$$\begin{cases} u = \cos \phi \sin \theta \\ v = \sin \phi \sin \theta \\ w = \cos \theta \end{cases} \quad (4.3)$$

$\mu = \cos \theta$, から等方線源分布が得られる。

Step 2

Step 2 では中性子は次の衝突点に輸送されるが、その前に、仮想検出器に寄与するかどうかを判定し、寄与する場合にはその重みを割り当てる。統計的重みの割り当て方はモンテカルロ評価法によって異なるが、詳細については Appendix D に記述してある。

評価法として円板検出器に対し NESXE を採用すれ

ば、線源中性子 1 個当りの角度フルーエンスは面積 $\Delta A(I)$, 極角 $\Delta\mu(J)$, 方位角 $\Delta\phi(K)$ について平均化された量になる。すなわち、

$${}_1\Phi_{g,I}^{J,K} = \frac{1}{\Delta A(I)} \cdot \frac{1}{\Delta\mu(J)} \cdot \frac{1}{\Delta\phi(K)} \cdot W_{g,I}^{J,K} \quad (4.4)$$

ここで、

${}_1\Phi_{g,I}^{J,K}$ = 1 段目の計算で得られる g 群の角度フルーエンス (中性子数 $\cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s} \cdot \text{r}^{-1}$ 、単位線源中性子数 $^{-1}$)

I = 面積 A の円板を I' 個円環に分割したうちの I 番目

J = 極角 μ を J' に分割したうちの J 番目

K = 方位角 ϕ を K' に分割したうちの K 番目

$$W = \sum_i \sum_j w_{i,j} e^{-\tau_{i,j}} / |\vec{n} \cdot \vec{\Omega}_{i,j}| \quad (4.5)$$

i 番目の中性子の j 回目の衝突点から円板検出器に寄与する重み

$w_{i,j} = i$ 番目の中性子の j 回目の衝突点における統計的重み, $j = 0$ の衝突点が線源を意味する。

また、点検出器評価法に対しては次のように表わされる。

$${}_1\Phi_g^{J,K} = \frac{1}{\Delta\mu(J)} \cdot \frac{1}{\Delta\phi(K)} \cdot W_g^{J,K} \quad (4.6)$$

ここで、

$$W = \sum_i \sum_j w_{i,j} e^{-\tau_{i,j}} \cdot f_{i,j} / T_{i,j} \quad (4.7)$$

$f_{i,j} = i$ 番目の粒子の j 回目の衝突点から点検出器に向って散乱されるステラジアン当りの確率、等方散乱であれば $1/4\pi$ である。

$T_{i,j} = i$ 番目の粒子の j 回目の衝突点から点検出器までの距離 (cm)

中性子の輸送距離 R は次のような輸送核, (3.2) 式に対する分布関数から決定される。

$$\sum_t^{g'}(\vec{r} + R\vec{\Omega}') \exp\left[-\int_0^R \sum_t^{g'}(\vec{r}' + R'\vec{\Omega}') dR'\right] \quad (4.8)$$

(4.8) 式を簡略化し、 $\sum_t e^{-\Sigma_t \cdot R}$ のように表わせば、 R は以下のようにして決定される。

$$\xi = \frac{\int_0^R \sum_t e^{-\Sigma_t \cdot R'} dR'}{\int_0^\infty \sum_t e^{-\Sigma_t \cdot R'} dR'}$$

$$= 1 - e^{-\Sigma_t \cdot R}$$

$$\ln(1 - \xi) = -\sum_t R$$

よって、

$$R = -\frac{1}{\sum_i} \ell_n \xi \quad (4.9)$$

R が(4.9)式で決定されると、次の衝突点 \bar{r} は次のようになる。

$$\bar{r} = \bar{r}' + R\bar{Q} \quad (4.10)$$

輸送距離 R と、 \bar{r}' および \bar{r} との関係をFig. 16に示す。

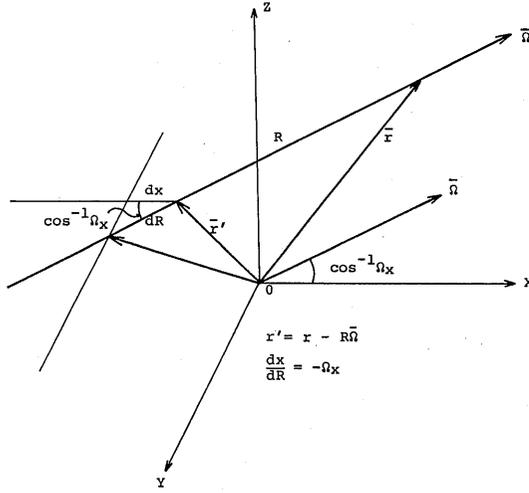


Fig. 16 Transform of a particle by R which relates a fixed point in space (\bar{r}') to an arbitrary point (\bar{r}).

(4.10)式で、もし \bar{r} が遮蔽体系の外であれば中性子は体系を脱出したことになり、履歴の追跡が終了する。

Step 3

新しい衝突点 \bar{r} において、中性子の統計的重みを吸収される分だけ調整する。

$$W_{i,n+1} = W_{i,n} \frac{\sum_s^{g'}(\bar{r})}{\sum_i^{g'}(\bar{r})} \quad (4.11)$$

(4.1)式の $\sum_s^{g'}(\bar{r})/\sum_i^{g'}(\bar{r})$ は衝突核を表わした(3.4)式中に表われている。

Step 4

最後に新しいエネルギー群 g と方向 \bar{Q} を選定する。エネルギー群 g は、

$$\frac{\sum_s^{g'-g}(\bar{r})}{\sum_s^g(\bar{r})} \quad (4.12)$$

から決定する。MORSEコードでは、(4.12)式は各エネルギー群 g' ごとに減速散乱マトリックスdownscatter

probability matrix)として、ランダムウォークに入る前に与えられる。

また、極角 $\mu (= \cos \theta)$ は一般化したガウス分点法 (generalized Gaussian quadrature scheme²⁾)から決定される。

衝突核、(3.4)式の散乱項は、

$$\begin{aligned} \frac{\sum_s^{g'-g}(\bar{r}, \bar{Q} \rightarrow \bar{Q})}{\sum_s^{g'-g}(\bar{r})} &= h(\phi) \omega(\mu) \\ &= \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^N P_i \delta(\mu - \mu_i) \end{aligned} \quad (4.13)$$

のように書かれる。

ここで、

P_i = 極角 μ_i が選定される確率密度関数

$N = (n+1)/2$, n はルジャンドル展開係数の最大次数, P_5 , すなわち $n=5$ ならば、極角は各群につき3方向が与えられ、そのうち1方向が決定される。

もともと、衝突核は、

$$\int_{4\pi} \frac{\sum_s^{g'-g}(\bar{r}, \bar{Q}' \rightarrow \bar{Q})}{\sum_s^{g'-g}(\bar{r})} = 1 \quad (4.14)$$

であるので、 P_i に関しては次のような規格化が必要である。

$$\int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^N P_i \delta(\mu - \mu_i) d\mu d\phi = 1 \quad (4.15)$$

および

$$\sum_{i=1}^N P_i = 1 \quad (4.16)$$

MORSEコードでは(4.16)式を満足するような P_i が各エネルギー群の μ_i に対しランダムウォークに入る前に用意され、必要に応じ印字出力できる。

Step 5

もしエネルギー群 g が設定したエネルギー範囲以下であれば履歴の追跡は終了し、そうでなければ $\bar{r} = \bar{r}$, $g' = g$, $\bar{Q}' = \bar{Q}$ にして、Step 2にもどる。

上記Step 1から5の手続きは結局ボルツマン輸送方程式をVon Neumannシリーズによる推定計算により解くことに相当する⁴⁾

以上で1段目のモンテカルロ計算について一通り述べた。そして、(4.4)式および(4.6)式では中性子の角度フルエンスについて、方位角方向についても一般論として K 分割している。しかし、位相空間の分割数が増せば増す程各分割間に刻まれる中性子数が少なくなり、その結果FSDの悪化を招く。したがって、仮想検出器を次のように設定することにより方位角については円板仮想検出器の円環上で等分布を仮定し、

円環上では方位角について分割せずに角度フルーエンスを計算するようにした。すなわち、円板仮想検出器の中心が線源領域の中心とダクトあるいはスリットの中心とを結ぶ直線上に乗るようにする。そして、この仮想検出器を直線に対して垂直に設け、さらに、仮想検出器を同一媒質中に置き、円環の間隔を粗過ぎないように取る。以上のような条件を満たせば方位角に対する角度フルーエンスの変化はこの円環仮想検出器中では小さく、等方分布が仮定できる。すなわち、(4.4) および (4.6) 式において、

$$\frac{1}{\Delta\phi(K)} = \frac{1}{2\pi} \quad (4.17)$$

が成立つ。

一方、極角方向については、 $-1 \leq \mu (= \cos \theta) \leq 1$ 、を n 等分すれば $\Delta\mu = 2/n$ になる。

2 段目の計算に対する線源強度 \bar{S} は、各円環における全フルーエンス ${}_1\Phi_{g,I}$ に各円環面積 ${}_1A_I$ および実際の線源強度 S_0 を乗ずる。

$$\bar{S} = S_0 \sum_I \sum_g {}_1A_I \cdot {}_1\Phi_{g,I} \quad (4.18)$$

ここで、

$${}_1A_I = \Delta A(I) = \pi (L_{I+1}^2 - L_I^2) \quad (4.19)$$

$${}_1A = \sum_I {}_1A_I = \pi L_0^2, \quad (4.20)$$

1 は 1 段目の計算、 I は I 番目の円環を意味する。

$${}_1\Phi_{g,I} = \sum_J {}_1\Phi_{g,I}^{J,K} \cdot \Delta\mu(J') \cdot 2\pi \quad (4.21)$$

B. 2 段目の計算のための準備

1 段目の計算で得られた仮想検出器における角度フルーエンス等諸量の pdf を作り、2 段目の計算の線源条件を用意する必要がある。そのため、MORSE コードのサブルーチン SOURCE を 1 段目の諸量を読み込んで pdf を作成できるように改訂した。

SOURCE ルーチンで作られる pdf は次のようなものである。

- (1) 円板仮想検出器の各円環における全中性子フルーエンスに対する pdf :

$$P(I') = \frac{\Delta A(I') \cdot {}_1\Phi_{g,I'}^{J,K}}{\sum_{g,I',K} \Delta A(I') \cdot {}_1\Phi_{g,I'}^{J,K}} \quad (4.22)$$

- (2) エネルギーフルーエンスに対する pdf :

$$P(I; g') = \frac{{}_1\Phi_{g',I}^{J,K}}{\sum_{g',I,K} {}_1\Phi_{g',I}^{J,K}} \quad (4.23)$$

(4.23) 式は各円環に対し pdf を計算するようになって

いるが、仮想検出器全体のエネルギーベクトルに大きな変化がなければ、全体の面積で平均化したエネルギーフルーエンスに対する pdf を作り、2 段目の線源条件にしてもよい。

- (3) 角度フルーエンスに対する pdf :

方位角については等方分布を仮定しているので、極角に対する pdf を作る。

$$P(I, g; J') = \frac{{}_1\Phi_{g,I}^{J',K} \cdot \Delta\mu(J')}{\sum_J {}_1\Phi_{g,I}^{J,K} \cdot \Delta\mu(J)} \quad (4.24)$$

角度フルーエンスについても各円環に対して pdf を求めるようになってきているが、エネルギーフルーエンスの場合と同様に全体の角度フルーエンスに大きな変化がなければ、全体で平均化したフルーエンスの pdf が 2 段目の線源条件に採用できる。

モンテカルロ計算ではしばしばフルーエンス (fluence) という量が使われる。これは、モンテカルロ計算が単位線源粒子数当りの量を求めるのに都合が良いからであり、例えば、全フルーエンス (粒子数 $\cdot \text{cm}^{-2}$ 、単位線源粒子数⁻¹) に実際の線源強度 S_0 (線源粒子数 $\cdot \text{s}^{-1}$) を乗ずれば線束 (フラックス : flux) の単位 (粒子数 $\cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$) になる。したがって、フルーエンスとフラックスとの間には本質的な違いはない。

C. 2 段目の計算

2 段目の計算もモンテカルロ法によるものであり、本質的には 1 段目と同様にボルツマン輸送方程式を解くわけである。しかし、2 段目の計算は仮想検出器を境界面線源にし、そこから輸送計算が開始される。1 段目の計算と同じように各ステップごとに手順を説明する。この中にはサブルーチンの改訂も含んでいる。

Step 1

まず、改訂した SOURCE ルーチンによって、(4.22) 式 ~ (4.24) 式を用い、仮想検出器から線源粒子を発生させる。このとき、線源粒子の統計的重みは線源バイアスをしない限り 1.0 である。

- (1) 線源粒子の円環上の発生位置の決定

円環上の位置 I は (4.22) 式の pdf から次のように選択される。

$$\sum_{I'=1}^{I-1} P(I') < \xi \leq \sum_{I'=1}^I P(I') \quad (4.25)$$

- (2) エネルギー群 g の決定

$$\sum_{g'=1}^{g-1} P(I; g') < \xi \leq \sum_{g'=1}^g P(I; g') \quad (4.26)$$

- (3) 極角方向 J の決定

$$\sum_{j=1}^{J-1} P(I, g; J') < \xi \leq \sum_{j=1}^J P(I, g; J') \quad (4.27)$$

方位角方向については等分布とする。

Step 2

Step 2 では仮想検出器からの非散乱線が検出器に寄与する重みを計算する SDATA ルーチンを改訂する必要がある。MORSE コードに組み込まれている SDATA は、線源で発生する粒子を等分布と仮定しているのので、点検出器への寄与は次式のように書くことができる。

$$C_w = W_i e^{-\eta} / 4\pi R^2 \quad (4.28)$$

次に、非等分布を考慮して改訂した SDATA では線源粒子の寄与は次のように表わされる。

$$\begin{aligned} C_w &= \frac{W_i e^{-\eta}}{4\pi R^2} \cdot \frac{f_s(\Delta\mu_i)}{\frac{\Delta\mu_i}{2}} \\ &= \frac{W_i e^{-\eta} \cdot f_s(\Delta\mu_i)}{2\pi R^2 \cdot \Delta\mu_i} \end{aligned} \quad (4.29)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \Delta\mu_i &= |\mu_i - \mu_{i-1}| \\ f_s(\Delta\mu_i) &= \text{極角方向に対する角度フルーエンスの pdf,} \\ &\quad (4.24) \text{ 式で得られる。} \\ \sum_i f_s(\Delta\mu_i) &= 1.0 \end{aligned}$$

点検出器に対する散乱線の寄与の計算はサブルーチン RELCOL で行うが、このルーチンは特に修正する必要はない。

以上述べてきたように、モンテカルロ分割結合計算法では、2段目の線条件案を決定する際に1段目の計算で求めた各円環の全フルーエンス、エネルギーフルーエンスおよび角度フルーエンスについての pdf を用いる。したがって、例えば $I_n(n, n')$ 反応検出器の反応率を効率良く求めようとするれば、 $I_n(n, n')$ のしきいエネルギーは 1.4 MeV なので、2段目の計算では 1.4 MeV 以上のエネルギーを持った中性子をより多く発生させることになって $I_n(n, n')$ 反応検出器の反応率に対する分散の低減が期待できる。

円板仮想検出器の i 番目の円環におけるエネルギーフルーエンスに対する pdf は (4.23) 式で表わされる。

$$P(I; g') = \frac{{}_1\Phi_{g',i}^{J,K}}{\sum_{g',I,J,K} {}_1\Phi_{g',i}^{J,K}}$$

今、 $I_{s'}^{g'}$ を g' 群に対する線源エネルギーバイアス関数とすれば、バイアスした線源エネルギー分布関数は次式のように書かれ、この $P^*(I; g')$ にしたがって2段目の線源粒子のエネルギー群が選定される。

$$P^*(I; g') = \frac{{}_1\Phi_{g',I}^{J,K} \cdot I_{s'}^{g'}}{\sum_{g',I,J,K} {}_1\Phi_{g',I}^{J,K} \cdot I_{s'}^{g'}}$$

そして、バイアスに伴う粒子の重み補正は次のようにする。

$$W_c = P(I; g') / P^*(I; g')$$

以上のように、モンテカルロ分割結合計算法では、2段目の計算で目的とする検出器に寄与するエネルギー領域からより多くの粒子をインポート関数を与えることによって発生できる。その結果、求める結果の分散の低減が期待できる。また、2段目の計算において検出器の置かれた位置や方向が特定されても、線源エネルギーバイアスと同じように、線源方向バイアスを行うことによって特定の方向により多くの粒子を発生できるので、その方向に置かれた検出器の求める量に対する分散の低減が期待できる。

モンテカルロ分割結合計算法は線源エネルギーバイアス、線源方向バイアス等の線源バイアスが2段目の計算にも容易に適用できるので、特に高速中性子の輸送計算に有利な計算法であると言える。

その他、Step 2 ~ Step 5 まで1段目の計算と同様にして実行する。しかし、2段目の計算は実際の検出点における応答を求めなければならないので、例えば検出点が多段屈曲ダクト中にある場合には、著者⁴⁸⁾らが二回屈曲ダクトストリーミング実験を解析するとき採用したような指数変換法の応用なども利用できる。Fig. 17 に二回屈曲ダクトストリーミング問題の計算体系を、また Table 5 に計算結果を示す。本計算は中性子源がダクトの線源側入口の直ぐ前面にあり、しかも線源とダクトの入口との間は空気、ダクトの口径も比較的大きいので、従来のモンテカルロ計算で十分良好な結果が得られている。

指数変換法の原理については Appendix D に述べられている。

最後に、A. の1段目の計算、B. の2段目の計算への準備、および C. の2段目の計算を実際に行った MORSE-to-MORSE 分割計算システムの計算の流れを Fig. 18 に示す。

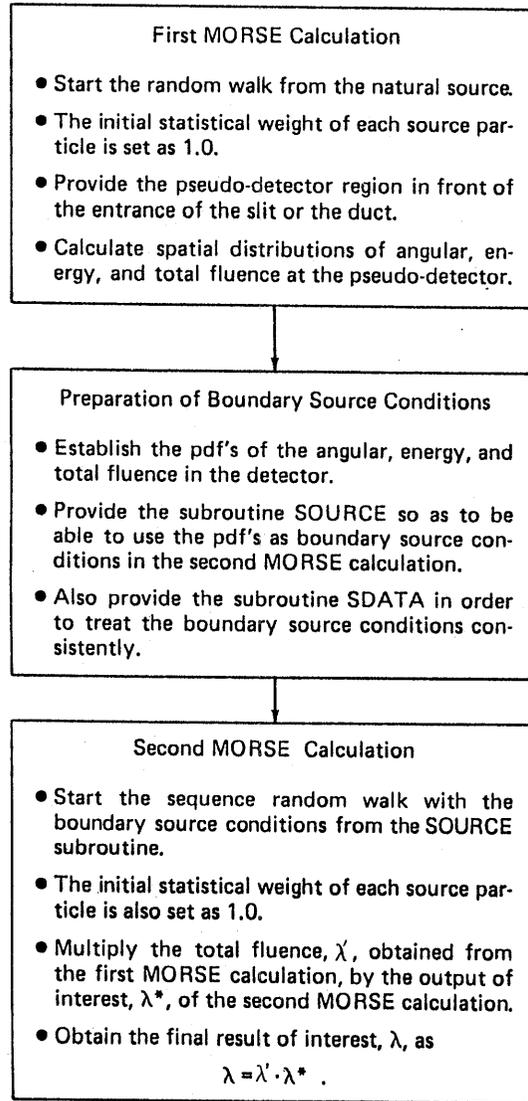


Fig. 18 Calculation sequences of the Monte Carlo coupling technique (MORSE-to-MORSE coupling code system).

4.3 モンテカルロ分割結合計算による求める量の表示と統計誤差の伝播

まず、分割結合計算に入る前に、線源から検出点までを分割せずに解く従来のモンテカルロ計算に対する統計誤差を考える。

求める量 λ は(3.6)式で与えられているが、重要な式であるので、再び記す。

$$\lambda_g = \iint P_g^o(\bar{r}, \bar{\Omega}) \Phi_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) d\bar{r} d\bar{\Omega} \quad (4.30)$$

$$\lambda = \sum_g \lambda_g \quad (4.31)$$

記号の意味は第2章と全く同一である。

(4.30)式のレスポンス関数が線量率変換係数、反応断面積、エネルギースペクトルを得るための係数(全群に対し1.0)であれば、それらの関数は角度に依存しな

量である。したがって、角度に依存しないレスポンス関数に対する λ_g は次式ようになる。

$$\lambda_g = \int P_g^{\phi}(\bar{r}) \Phi_g(\bar{r}) d\bar{r} \quad (4.32)$$

ここで、

$\Phi_g(\bar{r}) = g$ 群のエネルギーフルーエンス

$$= \int \Phi_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) d\bar{\Omega}$$

$P_g^{\phi}(\bar{r}) = g$ 群の角度に依存しないレスポンス関数

$$= \int P_g^{\phi}(\bar{r}, \bar{\Omega}) d\bar{\Omega}$$

多くの場合、モンテカルロ計算で得られるエネルギーフルーエンス $\Phi_g(\bar{r})$ は線源粒子1個当りの量である。したがって、最終的に求める量を得るためには線源強度 S_0 を乗ずる必要がある。そして、点検出器に対する求める量を $\Lambda(\bar{r}_i)$ とすれば、(4.32)式の位置ベクトルに対する積分は必要なくなる。

$$\Lambda(\bar{r}_i) = S_0 \sum_g P_g^{\phi}(\bar{r}_i) \Phi_g(\bar{r}_i) \quad (4.33)$$

(4.33)式で、レスポンス関数 $P_g^{\phi}(\bar{r})$ には誤差の和の公式⁴⁹⁾が適用でき、次式によって求められる。

$$\begin{aligned} F(\Lambda(\bar{r}_i)) &= \frac{S_0}{\Lambda(\bar{r}_i)} \left[(P_1^{\phi}(\bar{r}_i) \Phi_1(\bar{r}_i) F_1)^2 + \dots \right. \\ &\quad \left. \dots + (P_G^{\phi}(\bar{r}_i) \Phi_G(\bar{r}_i) F_G)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{1}{\sum_g P_g^{\phi}(\bar{r}_i) \Phi_g(\bar{r}_i)} \left[\sum_g (P_g^{\phi}(\bar{r}_i) \Phi_g(\bar{r}_i) F_g)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (4.34)$$

ここで、

$F(\Lambda(\bar{r}_i)) =$ 求める量 $\Lambda(\bar{r}_i)$ に対するFSD

$F_g = g$ 群のエネルギーフルーエンスのFSD

例えばMORSEコードを例にとると、 F_g および $F(\Lambda(\bar{r}_i))$ がそれぞれ計算出力として表示されるので、それらの値を用い、(4.34)式は容易に検証できる。

モンテカルロ結合計算に対する最終的に求める量は(4.33)式の S_0 の代わりに(4.18)式の \bar{S} を用いる。

$$\Lambda(\bar{r}_i) = S_0 \left\{ \sum_I \sum_g A_{I,1} \Phi_{g,I} \cdot \left[\sum_h \Phi_h(\bar{r}_i) P_h^{\phi}(\bar{r}_i) \right] \right\} \quad (4.35)$$

ここで、

$g = 1$ 段目の計算のエネルギー群

$h = 2$ 段目の計算のエネルギー群、(2段目の最高エネルギーは常に1段目に等しいか、それ以下とする)

$\Phi_{g,I} = 1$ 段目の計算の I 番目の円環上の g 群のエネ

ルギーフルーエンス

${}_2\Phi_h(\bar{r}_i) = 2$ 段目の計算の \bar{r}_i における h 群のエネルギーフルーエンス

今、(4.35)式の物理的見通しを良くするため、レスポンス関数として反応断面積 R_h を採用する。そして、この R_h には誤差が含まれないものとする。このとき、(4.35)式は次のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} \Lambda(\bar{r}_i) &= S_0 \left\{ \sum_I \sum_g A_{I,1} \Phi_{g,I} \cdot \left[\sum_h \Phi_h(\bar{r}_i) R_h \right] \right\} \\ &= S_0 \cdot {}_1A \left[\sum_g \bar{\Phi}_g \cdot \sum_h {}_2\Phi_h(\bar{r}_i) R_h \right] \\ &= S_0 \cdot {}_1A \left[\sum_g \bar{\Phi}_g \cdot \left[\sum_h {}_2\Phi_h(\bar{r}_i) R_h \right] \right] \end{aligned} \quad (4.36)$$

ここで、

$$\begin{aligned} {}_1A &= \sum_I A_I \\ {}_1\bar{\Phi}_g &= \sum_I A_{I,1} \Phi_{g,I} / {}_1A \end{aligned} \quad (4.37)$$

(4.36)式において、 $\sum_g {}_1\bar{\Phi}_g$ は1段目の仮想検出器に対する全フルーエンスであり、 $\sum_h {}_2\Phi_h(\bar{r}_i) R_h$ は2段目の検出器に対する全フルーエンスである。したがって、各段の全フルーエンスに対するFSDが与えられれば(4.36)式の $\Lambda(\bar{r}_i)$ のFSDは誤差の積の公式が適用できる。

$$F(\Lambda(\bar{r}_i)) = [F^2({}_1A) + F^2({}_2\Lambda(\bar{r}_i))]^{\frac{1}{2}} \quad (4.38)$$

ここで、

$$\begin{aligned} {}_1A &= \sum_g \bar{\Phi}_g \\ {}_2\Lambda(\bar{r}_i) &= \sum_h {}_2\Phi_h(\bar{r}_i) R_h \end{aligned}$$

$F({}_1A) = {}_1A$ に対するFSD

(4.38)式は各段の全フルーエンスに対するFSDが与えられた場合の統計誤差伝播の評価式である。しかし、一般には、各段においてエネルギーフルーエンス ${}_1\bar{\Phi}_g$ 、 ${}_2\Phi_h$ は計算するが、レスポンス関数については新たに付加される場合や変更になる場合がある。さらに、1段目のエネルギーフルーエンスのどの領域が最終的に求める量にどの程度寄与するか、というような問題に対しては(4.38)式は適用できない。そのような場合には(4.36)式の各群のエネルギーフルーエンスのFSDを使って最終的な応答に対するFSDを計算しなければならない。

今、 $Z = X \cdot Y$ のような関数を考えると、 Z に対する分散 σ_Z は次のように表わされる⁴⁹⁾

$$\sigma_Z = \left[\left(\frac{\partial Z}{\partial X} \right)^2 \sigma_X^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial Y} \right)^2 \sigma_Y^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.39)$$

ここで、 X, Y は互に独立であり、相関はないものとする。

モンテカルロ結合計算法に求める量は (4.36) 式で計算されるので、同式に (4.39) 式を適用して統計誤差の伝播を評価する。

(4.36) 式において、

$$Z = \Lambda(\bar{r}_i)$$

$$X = \sum_g {}_1\bar{\Phi}_g$$

$$Y = \sum_h {}_2\Phi_h(\bar{r}_i)R_h$$

とおけば、 $\sigma(\Lambda(\bar{r}_i))$ は以下のようにして計算できる。

$$\sigma(\Lambda(\bar{r}_i)) = S_0 \cdot {}_1A$$

$$\begin{aligned} \sigma(\Lambda(\bar{r})) &= S_0 \cdot {}_1A \left\{ \left\{ ({}_2\Phi_I(\bar{r}_i)R_I + \dots + {}_2\Phi_H(\bar{r}_i)R_H) \cdot \sigma({}_1\bar{\Phi}_I) \right\}^2 \right. \\ &\quad \left. + \left\{ ({}_1\bar{\Phi}_I + \dots + {}_1\bar{\Phi}_C)R_I \cdot \sigma({}_2\Phi_I(\bar{r}_i)) \right\}^2 + \right. \\ &\quad \left. \dots + \left\{ ({}_1\bar{\Phi}_I + \dots + {}_1\bar{\Phi}_C)R_H \cdot \sigma({}_2\Phi_H(\bar{r}_i)) \right\}^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \\ &= \left\{ \left\{ \sum_{h=1}^H {}_2\Phi_h(\bar{r}_i)R_h \right\}^2 \left\{ \sum_{g=1}^G \sigma^2({}_1\bar{\Phi}_g) \right\} \right. \\ &\quad \left. + \left\{ \sum_{g=1}^G {}_1\bar{\Phi}_g \right\}^2 \left\{ \sum_{h=1}^H R_h^2 \cdot \sigma^2({}_2\Phi_h(\bar{r}_i)) \right\} \right\}^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (4.40)$$

(4.40) 式を FSD を使って表わすと以下のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} F(\Lambda(\bar{r}_i)) &= \frac{1}{\sum_g {}_1\bar{\Phi}_g \cdot \sum_h {}_2\Phi_h(\bar{r}_i)R_h} \left\{ \left(\sum_h {}_2\Phi_h(\bar{r}_i)R_h \right)^2 \times \right. \\ &\quad \left\{ ({}_1\bar{\Phi}_I \cdot F({}_1\bar{\Phi}_I))^2 + \dots + ({}_1\bar{\Phi}_C \cdot F({}_1\bar{\Phi}_C))^2 \right\} + \\ &\quad \left(\sum_g {}_1\bar{\Phi}_g \right)^2 \times \left\{ ({}_2\Phi_I(\bar{r}_i) \cdot R_I \cdot F({}_2\Phi_I(\bar{r}_i)))^2 + \dots \right. \\ &\quad \left. + ({}_2\Phi_H(\bar{r}_i) \cdot R_H \cdot F({}_2\Phi_H(\bar{r}_i)))^2 \right\} \left. \right\}^{\frac{1}{2}} \\ &= \left[\frac{1}{\left(\sum_g {}_1\bar{\Phi}_g \right)^2} \cdot \sum_g ({}_1\Gamma_g)^2 + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{\left(\sum_h {}_2\Phi_h(\bar{r}_i)R_h \right)^2} \cdot \sum_h ({}_2\Gamma_h)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (4.41)$$

ここで、

$${}_1\Gamma_g = {}_1\bar{\Phi}_g \cdot F({}_1\bar{\Phi}_g)$$

$${}_2\Gamma_h = {}_2\Phi_h(\bar{r}_i) \cdot R_h \cdot F({}_2\Phi_h(\bar{r}_i))$$

$$F({}_1\bar{\Phi}_g) = {}_1\bar{\Phi}_g \text{ に対する FSD}$$

$$F({}_2\Phi_h(\bar{r})) = {}_2\Phi_h(\bar{r}_i) \text{ に対する FSD}$$

(4.41) 式がモンテカルロ分割結合計算法における誤差伝播に関する一般式である。

また、モンテカルロ分割結合計算におけるエネルギーフルーエンスに対する統計誤差伝播は (4.41) 式から以下のように表わされる。

$$F(\Lambda_h(\bar{r}_i)) = \left[\frac{1}{\left(\sum_g {}_1\bar{\Phi}_g \right)^2} \sum_g ({}_1\Gamma_g)^2 + F^2({}_2\Phi_h(\bar{r}_i)) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.42)$$

(4.41) 式および (4.42) 式から分るように、1 段目の計算結果の誤差は 2 段目の境界線源の持つ誤差として、最終的に求める量の統計誤差として合成されるものと理解できる。したがって、(4.41) 式は先に述べたフォワードアジョイント反復モンテカルロ法や回帰モンテカルロ法にも適用できるものと考えられる。

(4.41) 式を基に、モンテカルロ分割結合計算における統計誤差伝播計算コード ORION が作成された。

4.4 結 論

本研究によって、ダクトを含む大型遮蔽体系の中性子束分布計算法として、モンテカルロ計算を 2 段に分割し結合するモンテカルロ分割結合計算法を提案する。

1. モンテカルロ計算を仮想検出器を介在させ、2 段に分割計算を行い、各段の結果を結合して求める量を得る計算法をモンテカルロ分割結合計算法と名付ける。このモンテカルロ分割結合計算法は、特に、従来のモンテカルロ法では最も難かしいとされてきたダクトを含む大型遮蔽体系の中性子束分布計算に対し、分散の低減と計算時間の短縮が期待できる。

2. モンテカルロ分割結合計算法において、2 段に分割して計算した結果を結合する際に生ずる統計誤差の伝播を評価する関係式を導出した。その結果、モンテカルロ分割結合計算法が単に計算方法として評価できるばかりでなく、統計論的に裏付けされた誤差評価ができる手段を備えたことになる。したがって、モンテカルロ分割結合計算法が新たな計算法として位置づけられ、利用されることが期待できる。

3. 本章ではモンテカルロ分割結合計算法において重要な役割を果す仮想検出器について、形や大きさ、設定の位置、角度フルーエンス等諸量の求め方、2 段目の計算に対する線源条件の作成法等詳細に記述し、仮想検出器の位置づけを明確にした。

4. モンテカルロ分割結合計算を実行するために必要なサブルーチンの改訂については MORSE コードを対象にしたが、モンテカルロコードであれば必ず同じ

ような機能を持ったルーチンがあるので、本計算と同じように改訂すれば、分割結合計算ができる。

5. 今後は ORION コードを用い、モンテカルロ分割結合計算における FSD が統計誤差の伝播を考慮して求められる。

第 5 章 ダクトを含む大型遮蔽体系の中性子束分布計算へのモンテカルロ分割統合計算法の適用

5.1 緒言

4 章で提案したモンテカルロ分割統合計算法をダクトを含む大型遮蔽体系の中性子束分布計算に適用し、本計算法が分散の低減と計算時間の短縮に有効であるかどうか検討する。

JRR-4 号炉を使った精力的な実験が続けられており、2.4 節で触れた N-II-1, N-II-2 の問題³³⁾に対する実験もその中に含まれている。JRR-4 号炉はスイミングプール型原子炉であるため、水中での実験がほとんどであるが、プール中に大きな黒鉛ブロックを沈め、その中に細いスリットを設けて中性子ストリーミングを測定した実験がある。⁵⁰⁾ この実験体系はスリットの入口と炉心が 105cm 程離れており、その間には黒鉛、水、鉄等の物質があり、中性子束の減衰が大きいと予想される。さらに、スリットの幅が僅か 1 cm と 2 cm であり、モンテカルロ計算には難しい条件を含むことから、この体系を分割結合計算の対象に採用することにした。

中性子ストリーミング問題の代表的形状はダクトの組み合わせである。その中でも屈曲ダクト中のストリーミング計算は三次元解析が必要であり、モンテカルロ計算が有効になる条件を備えている。屈曲ダクト中性子ストリーミング実験もいくつかあるが、Miura が JRR-4 号炉で行った二重円環円筒屈曲ダクト中性子ストリーミング実験は^{51,52)}、分割結合計算の対象に好都合である。すなわち、炉心とダクトの間が離れており、その間は物質で満たされている点、ダクトが二重円環で内径が 10cm、外径が 20cm で、内側の円筒中は水が入っており、複雑な形状をしている点、測定点がダクト中に全体にくまなく配置されているので、実験との対応が容易である点が挙げられる。そこで本実験を採用することにした。以上 2 つの体系はいずれも線源領域が JRR-4 号炉であり、さらにダクトやスリットとの間に共通の領域があるので、適当な仮想検出器を設定することによって、2 段目の計算だけで両方の問

題が解決できることになる。

中性子屈曲ダクトストリーミング実験は他にもいくつかある^{29,53,54)}。この中で Chinaglia⁵⁴⁾らは二回屈曲ダクトストリーミング実験を精力的に行い、円筒ダクトの直径、長さ、屈曲角についてパラメータ実験をしている。この体系はダクトの直径が 28.7cm の場合ダクトの延長は 330cm 以上あり、ダクトを持った大型遮蔽体系に分類できる。しかし、測定に用いられた放射化箔検出器、例えば In (n, n') (しきいエネルギー 1.4 MeV) 放射化箔検出器のデータは二脚目の中程までしかなく、三脚目のダクト中では放射化検出器 Dy (n, r) だけのデータになっている。Dy (n, γ) 反応は全く熱中性子だけの反応であり、モンテカルロ計算には不向きな対象であり、ダクトの入口から 23cm 離れているがそのほとんどは空気、高速中性子に対する有効な遮蔽体はない。植木⁴⁸⁾は従来のモンテカルロ計算法でストリーミング計算を行い、In (n, n') 検出器反応率に対し十分満足する結果を得た。Fig. 17 は二回屈曲ダクトの計算モデルを、また Table 5 は In (n, n') の反応率の実験とモンテカルロ計算との比較を示したものである。この結果から、従来のモンテカルロ法であっても、適切なサンプリング法を用いれば、実験値と十分良い一致が得られるので、必ずしも分割結合計算を行う必要はない。

現在、名古屋大学プラズマ研究所で進められているプラズマ実験装置 (R-Tokamak) はいくつかの遮蔽工学的課題を含んでいる⁵⁵⁾。その 1 つに、プラズマ計測用にイグルー床に設けられた細管を通しての中性子ストリーミングである。この細管ダクトストリーミングを含む R-Tokamak の遮蔽体系は以下のような特徴があり、モンテカルロ分割結合計算法による三次元解析を必要とする。

1. 14MeV 中性子源はトロイダル形状をしたプラズマ領域である。
2. ダクトの半径が 5 cm に対し、ダクトが貫通するイグルー床は厚さ 250cm と非常に厚いコンクリートである。ダクトの出口はプラズマ計測室に通じている。
3. D-T 反応が進行中にプラズマ計測室のどこにどれだけの時間滞在できるかを知るために、計測室内のダクト中心軸方向ばかりでなく、中心軸と垂直に交わる水平方向に沿った線量率分布およびエネルギースペクトルを知る必要がある。

14MeV に関係した中性子ストリーミングの実験や解析はこれまで数多く^{36,39,56-65)}発表されてきたが、本

研究で取り上げた R-Tokamak の細管ダクトを通しての中性子ストリーミング計算のように中性子束分布が大きく変化する体系は見当たらない。

Santoro⁵⁶⁻⁵⁹は14MeV 中性子の透過およびストリーミング実験を精力的に行っており、解析も DOT, MORSE, それに MCNP コードで実施している。この実験体系の1つを Fig.19に示し、実験を計算とのエネルギースペクトルの比較を Fig.20に示す。本体系は直径およそ40cm, 長さおよそ100cm の直円筒

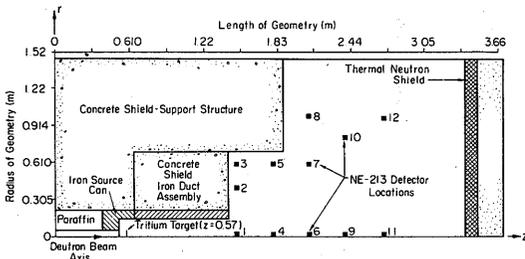


Fig. 19 Two-dimensional calculational model of the experimental configuration.⁵⁹⁾

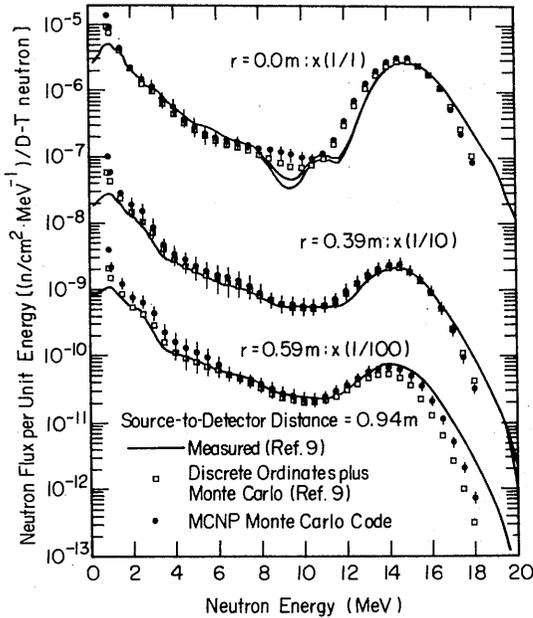


Fig. 20 Neutron flux per unit energy versus neutron energy for the detector at a distance along the z axis of 0.94 m from the axis.⁵⁸⁾

ダクト中に D-T 中性子源があるので、R-Tokamak のようなモンテカルロ計算に対する難しさはない。Seki⁶⁰らは INTOR-J の NBI (neutral beam injector) ポートの中性子ストリーミングを DOT-DOMINO-MORSE コードシステムで解析している。この NBI の開口部およそ 15cm×60cm あり、厚さ 170 cm のコンクリート壁を貫通している。したがって、R-Tokamak のような極端な細管ストリーミング計算ではない。Carter⁶¹は 14MeV 中性子二回屈曲円筒ダクトストリーミングに対する計算モデルを提案しており、MCNP コードで計算しているが、散乱角バイアスが有効であると述べるにとどまっており、ダクト中の中性子線量率分布等についての計算結果がない。Kuら⁶²は本研究と同じように、イグルー床を貫通しプラズマ計測室に通ずる細管ダクトの中性子ストリーミングを DOT-DOMINO-MORSE コードシステムで解析している。DOT が二次元コードであるため、トロイダル形状を円筒に近似している。ダクトの直径は最小 7.6 cm で、12本貫通している。イグルー床のコンクリート

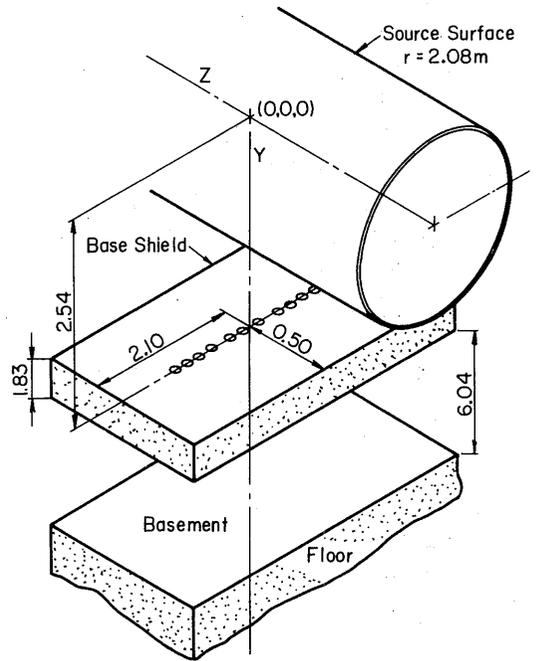


Fig. 21 Schematic representation of the three-dimensional mode for the Monte Carlo diagnostic basement penetration calculation.⁶²⁾

は183cmでかなり厚い。この計算ではプラズマ計測室のフラックス分布を求めているが、直線上に並んだ12本のダクトの真下をこの直線に沿って計算しており、この直線に垂直に交わる水平方向の中性子束分布は計算されていない。三次元的な計測室ダクトストリーミングのモンテカルロの計算モデルの概念図を Fig.21 に示す。また、プラズマ計測室内の12本のダクトを結ぶ直線上のフラックス分布の計算例を Fig.22 に示す。その他^{36,39,63-65}の文献にもKuら以上に計算が難しい体系は見当たらない。

以上のようなこれまでの研究を背景に、モンテカルロ分割結合計算法の適用性を評価するために適当と考えられる遮蔽体系を選んだ。改めて整理すると次のようになる。

- I. JRR-4号炉の屈曲ダクト中性子ストリーミング計算
- II. JRR-4号炉の屈曲ダクト中性子ストリーミング計算
- III. R-Tokamakの細管ダクト14MeV中性子ストリーミング計算

I, II, III, の課題は全てモンテカルロ分割結合計算法によって解析したが、Iの問題に対しては従来のモンテカルロ計算と比較し、結合計算法の優位さを明らかにすることを狙ったので、統計誤差の伝播は評価していない。IIの問題では実験と絶対値で比較することを目的に、全測定点に対して分割結合計算を実施したが、誤差の伝播は一部の結果のFSDについて評価した。しかし、IIIの問題では統計誤差伝播計算コードORIONによって、全計算結果のFSDの誤差伝播を評価している。

I, IIの計算結果は文献(7)、統計誤差伝播の評価式の導出とIIの一部の結果のFSDへの適用は文献(66)、さらに、IIIの解析結果は文献(8)ですでに発表している。

5.2 JRR-4における中性子ストリーミング実験の解析

5.2.1 JRR-4における中性子ストリーミング実験と計算モデル

先に、2.2節で取り上げたJRR-4号炉における中性子ストリーミング実験体系は、二次元的に形状を近似しても計算できる体系である。

JRR-4号炉スイミングプール中で行われたいくつかの実験体系は三次元計算でなくては解けないものや、三次元計算のために用意された実験もある。宮坂ら⁵⁰

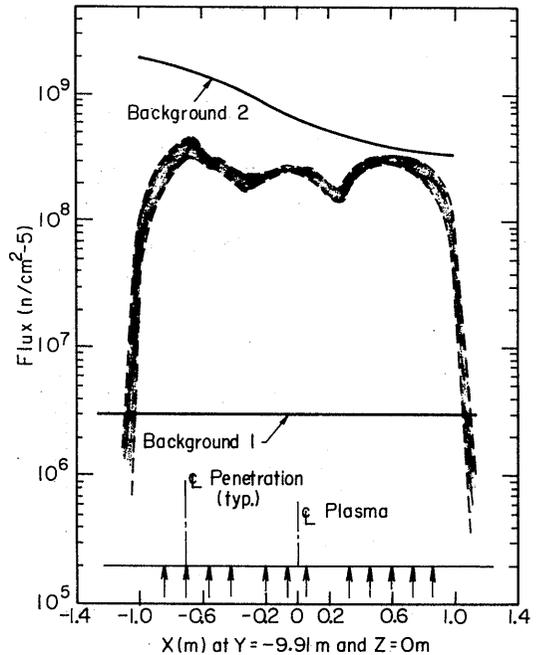


Fig. 22 The streaming pattern of the total neutron flux through 12 coplanar diagnostic penetrations in the substructure. The curve labeled "Background 1" is the flux level with all penetrations shielded; the curve labeled "Background 2" is the flux level with center column unshielded.⁵²⁾

は幅1~2cmと非常に狭いストリット中の中性子ストリーミングを放射化箔検出器によって測定している。Miura³⁵)はJRR-4号炉を使って数多くの中性子ストリーミング実験を行っている。2.2節で取り上げた2つの実験もそうであるが、その他に、Off-Center-Line直円筒ダクト中性子ストリーミング実験や二重円環円筒屈曲ダクト中性子ストリーミング実験がある。Miuraの実験も各種の放射化箔検出器を使って、ダクト中の中性子ストリーミングによる反応率を測定している。

上記のような実験があること、およびモンテカルロ分割結合計算法が従来の計算法よりも分散の低減や計算時間の点で有利であることを明確にするには、ダクトやストリットがあり、より中性子束の減衰が大きい体系を計算する方が良いと考えた。そして、宮坂らの

スリットストリーミング実験と Miura の二重円環円筒屈曲ダクトストリーミング実験を計算対象にした。

中性子スリットストリーミング実験の計算モデルは Fig.23 のようなものである。JRR-4 の炉心の中心から黒鉛ブロック中のスリットの入口までの距離は 104.5cm ある。その内訳は、炉心の部分が 20cm、反射体の厚さが 25cm、アルミ板の厚さが 1.5cm、水層が 26 cm、そして鋼板の厚さが 32cm になっている。スリットの大きさは 80×80 cm で、幅が W cm である。実験は W の幅が 2 通りについて実施されているが、 W が 1 cm についてのみに解析した。この理由は、モンテカルロ分割結合計算法の有効性は、スリットのより細かい方を解析することによりはっきりすると考えられたからである。スリット中の 5 箇所にかドミカバーした金箔とカバーのない金箔の放射化検出器、マグネシウム、インジウム、それに硫黄の放射化検出器が使用された。

もう一つの、二脚の二重円環円筒ダクト中性子スト

リーミング実験の計算モデルは Fig.24 のようなものである。炉心の中心からダクトの入口までの距離は 69 cm である。その内訳は、炉心が 20cm、反射体の厚さが、25cm、アルミ板の厚さが 1.5cm、それに水遮蔽体の厚さが 22.5cm である。ダクトは JRR-4 の水プール中に設置された。ダクトの外径は 20cm で、内径は 10 cm である。二重円環円筒ダクトの中心部は実験ケース I は空気であり、実験ケース II では水であった。本研究のモンテカルロ計算は全て実験ケース II の形状である。計算で求めた反応率はカドミウムカバーをした金箔の放射化検出器、それにインジウム、ニッケルおよびアルミニウムの各放射化検出器についてである。

5.2.2 仮想検出器における中性子

フルーエンス計算

モンテカルロ分割結合計算の 1 段目の計算で、Fig. 23 および Fig.24 に示す仮想検出器（全く同一のもの）における角度、エネルギーおよび全フルーエンス分布を求めた。仮想検出器の半径は 50cm であるが、これを

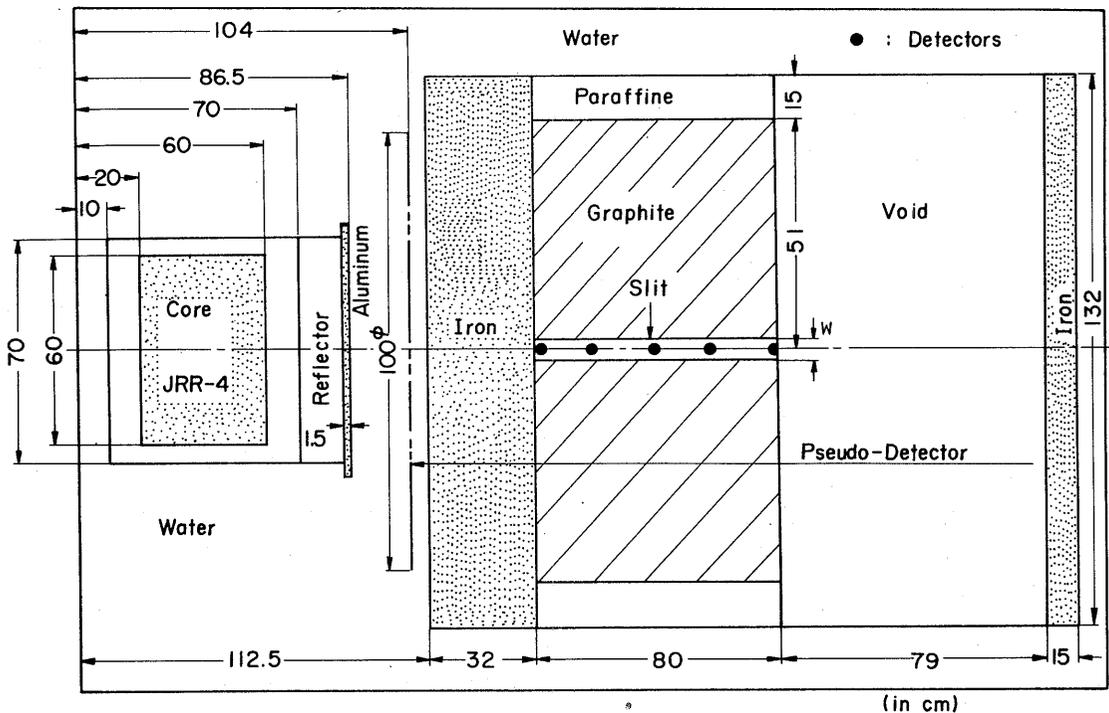


Fig. 23 Calculational model for the JRR-4 slit-streaming experiment. Detector locations shown by solid circles. Dimensions are in centimetres.

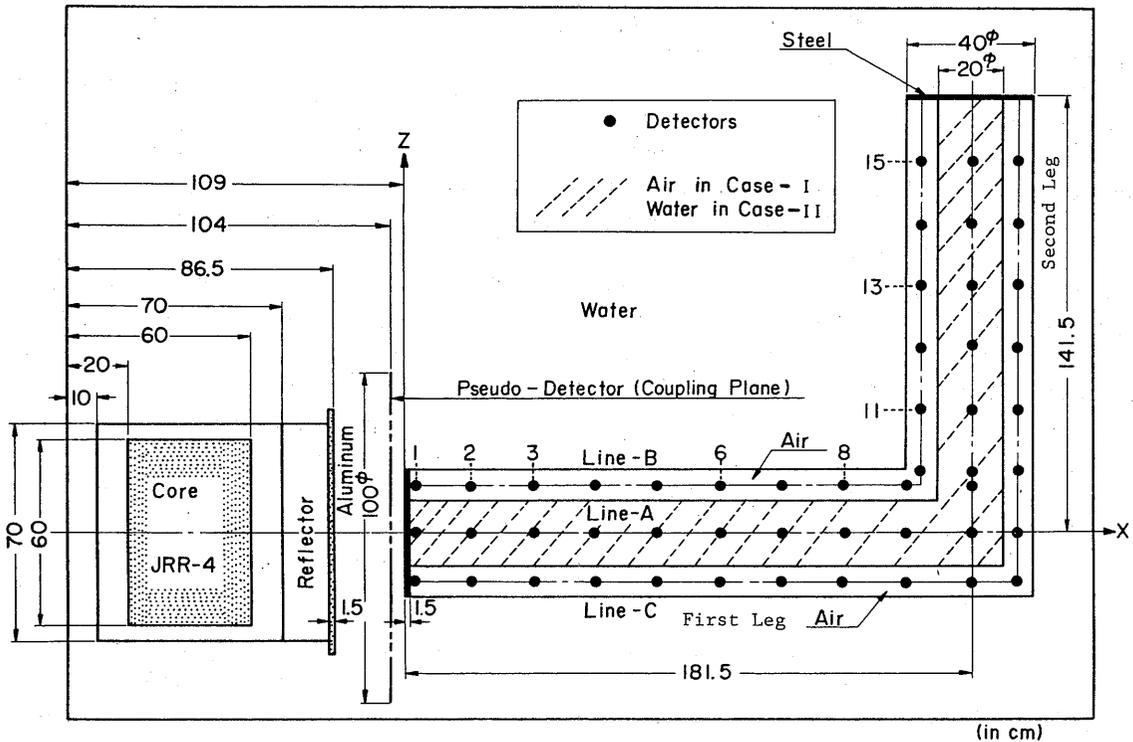


Fig. 24 Calculational model of the JRR-4 two-legged cylindrical-annular-duct streaming experiment. Dimensions are in centimetres.

さらに5個の等間隔の円環に分割し、各円環ごとに中性子フルーエンスを計算している。各円環当りの半径方向の全フルーエンス分布（ここでは各円環における全フルーエンスに円環の面積を乗じた値）をFig.25に示す。Fig.25から分るように、全フルーエンスの最大値は半径20~30cmの第3円環上に表われており、その後半径が大きくなるにしたがって減少している。したがって、分割結合の2段目の線源条件を与える結合面としては、半径50cmの円板仮想検出器で十分である。

1段目のモンテカルロ評価法は角度フルーエンスが計算できるNESXE(次期面交差法)を採用した。そして、10,000ヒストリーの中性子を追跡し、次のような仮想検出器に対する平均的中性子フルーエンスを得た。

$$\text{全フルーエンス} = 5.592 \times 10^{-4} \quad (\text{FSD} : 0.108) \\ (\text{n} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{source neutron}^{-1})$$

仮想検出器の位置は炉心から54cmの位置で水層の中にあり、Fig.23ではスリットの入口から40.5cm、Fig.24ではダクトの入口から5cmそれぞれ炉心寄りであ

る。したがって、仮想検出器における中性子束分布は検出器後方の形状にほとんど影響されないと考えられるので、この検出器を両実験体系に対する共通の境界線源条件として、2段目の計算に採用することができる。

本研究に用いた群定数はENDF/B-IV⁶⁷⁾を基本ライブラリーにして作成した100群のデータ⁶⁸⁾を一次元ANDSNコードを組み入れたRADHEAT-V3コードシステム⁶⁹⁾を使って15群に縮約したものである。したがって、本計算で用いた放射化箱検出器の反応断面積も15群になっている。本計算はこのうち14群までであり最後の15群目(熱中性子に対するエネルギー群)はエネルギーカットオフしてある。

5.2.3 スリットストリーミング実験の解析

中性子スリットストリーミング問題の反応率の計算と測定値との対応をTable 6に示す。スリットの幅は全ての計算で1cmである。しかし、スリットの入口に最も近いカドミカバーの金箔検出器はスリットの幅が

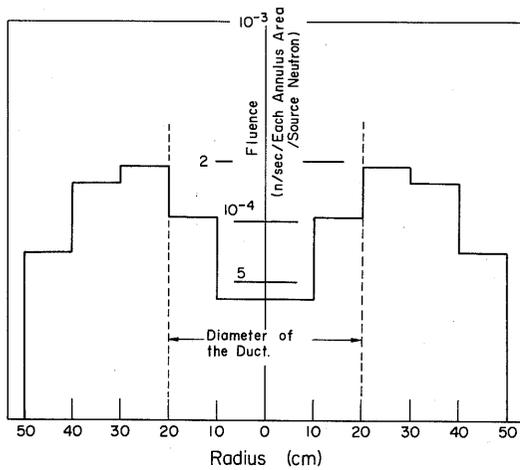


Fig. 25 Radial distribution of total fluence for each annulus of the disk source located at $z=104$ cm in Fig. 23 or 24.

ゼロの状態であった。スリットストリーミング計算では前述したように直接1回のMORSE計算も実施され、Table 6に分割結合計算結果と対比して表示してある。直接1回の計算は5,000ヒストリーの中性子を追跡している。

ここで述べるモンテカルロ分割結合計算結果のFSDは2段目の計算によるFSDの値であり、誤差の伝播は考慮されていない。

まず、Table 6の金箔検出器反応率について述べる。カドミカバーをした金箔検出器は熱外中性子に対して大きい反応断面積を持っているが、高速中性子に対しては実質的にゼロである。MORSE-to-MORSE分割結合計算結果は従来の単独のMORSE計算と比較し、はるかに測定値との一致が良くなっている。従来の計算では全ての検出器位置で測定値のおよそ1/1000になっている。一方、分割結合計算結果は実験値に対しファクター2以内で一致し、非常に良く対応していることが分る。また、FSDについても分割計算をすることによって従来の計算よりも十分改善されている。在来の計算ではカドミカバー金箔検出器の全ての位置でFSD>0.6であったが、カップリング計算ではFSDが0.32~0.65になった。しかし、この金箔検出器反応率のFSDは、Table 4を参照すれば分るように、まだ十分小さい値ではない。この理由は、カドミカバー金箔検出器に大きなレスポンスを有する熱外中性子

は、仮想検出器を線源にしても、Fig.23の黒鉛中で多重散乱を経験する。その結果、小数回散乱の高速中性子よりも統計的重みのばらつきが大きくなると考えられる。

インジウム検出器反応率について調べる。In (n, \bar{n}) In反応のしきいエネルギーは1.4MeVであり、他のニッケルおよびマグネシウム検出器よりもずっと低い。分割結合計算結果はスリットの入口から最も離れた80cmの位置を除いて、ファクター3以内で測定値と一致する。検出器が80cmの位置ではファクター5だけ測定値を過大評価した。一方、在来の1回計算では、スリットの入口でファクター8だけ測定値を過少評価しているが、入口から80cmの位置では逆に20倍も過大評価になっている。FSDについても、分割結合計算では0.19~0.44であり、特に最初の2箇所検出器位置で~0.2でかなり良い値になった。しかし、従来の計算ではFSDが0.60~0.84であり、統計的に見ても信頼性のない結果に終わっている。

次に硫黄検出器反応率について調べる。S (n, p) P反応のしきいエネルギーは2.7MeVである。硫黄検出器反応率については分割結合計算結果も従来の1回計算も実験と比較し、全ての検出器位置でファクター2以内で良く一致している。FSDについては、分割結合計算では0.32~0.36で一応評価できるが、従来の計算は0.56~0.76であり、統計的には信頼性のない結果になっている。

最後に、しきいエネルギーが7 MeVのマグネシウム検出器反応率について調べる。ウラン-235の核分裂で7 MeV以上のエネルギーを持った中性子の発生確率は非常に少ない。したがって、線源エネルギーバイアスを実施しても、マグネシウム検出器反応率に対するFSDはあまり改善されない。測定した反応率と比較し、従来の計算結果は最大で1/100、最小でも1/2の過少評価になっている。しかし、分割結合計算では測定値に対し全ての検出器位置でファクター2以内で一致しており、十分満足すべき値が得られた。一方、FSDは分割結合計算法の採用によって低減したものの、まだ全ての計算結果がFSD>0.5であり、統計的には不十分である。

以上述べてきたことから次のように考察できる。

(1) モンテカルロ分割結合計算法の適用で得られた反応率と測定値との対応は、全検出器の反応率についてスリット全体にわたって妥当なものである。

(2) 分割結合計算によってFSDも明らかに改善さ

Table 6 Comparison of reaction rates between measured, single MORSE, and MORSE-to-MORSE coupling calculations in the slit problem.

(Rates are expressed in reaction/W.s. Slit width is 1 cm except as noted.)

Distance from the Slit Entrance (cm)	Measured	Single MORSE (5000 Histories)		MORSE-to-MORSE Coupling (8000 Histories)	
Cadmium-Covered Gold Detector					
0	1.25 ^a -20 ^b	1.444-22	0.653 ^c	2.354-20	0.551 ^c
20	8.50 ^a -21	3.565-22	0.820	2.491-20	0.658
40	1.55-21	1.143-23	0.646	2.002-21	0.467
60	1.80-22	1.853-24	0.663	1.540-22	0.333
80	1.60-23	6.204-25	0.790	3.154-23	0.323
Sulfur Detector					
0	5.30-25	4.861-25	0.707	1.027-24	0.333
20	1.15-25	1.427-25	0.679	1.797-25	0.355
40	2.60-26	1.588-26	0.560	1.874-26	0.350
60	7.20-27	2.905-27	0.651	4.570-27	0.331
80	2.70-27	2.147-27	0.758	1.830-27	0.322
Indium Detector					
0	1.15-24	1.501-23	0.811	3.793-24	0.189
20	3.05-25	4.569-24	0.583	4.851-25	0.227
40	5.40-26	2.754-25	0.634	7.254-26	0.334
60	1.10-26	6.210-26	0.597	2.910-26	0.417
80	3.20-27	6.333-26	0.841	1.623-26	0.444
Magnesium Detector					
0	1.35-26	1.459-28	0.229	1.372-26	0.579
20	4.00-27	2.264-27	0.984	1.087-26	0.567
40	8.50-28	3.664-28	0.972	2.104-27	0.623
60	2.50-28	4.452-29	0.953	4.781-28	0.634
80	1.30-28	6.988-30	0.900	1.475-28	0.600

^aSlit with zero.

^bRead as 1.25×10^{-20} .

^cFractional standard deviation.

れた。

(3) 計算が実験に対し十分良い一致を見たことは、分割結合計算法の適用によってスリット周囲の中性子衝突密度が実質的增加を示し、妥当な衝突密度が得られたものと推定できる。

(4) したがって、FSD>0.5になった放射化箱検出器反応率に対しても、2段目の計算で追跡するヒストリー数を増加すれば、FSDを0.2程度に、また、インジウムや硫黄放射化箱検出器の反応率のFSDは容易に0.1程度に改善できると考えられる。

5.2.4 二重円環円筒屈曲ダクトストリーミング実験の解析

二脚の円環円筒ダクトストリーミング実験に使用された4種の放射化箱検出器に対してモンテカルロ法で計算した反応率と測定値との比較をTable 7, 8, 9に示す。すでにスリットストリーミング計算で分割結合計算法が分散の低減に有効であることが分っているので、このダクト体系では従来のモンテカルロ計算は実施せず、全てMORSE-to-MORSEコードシステムで計算した。

まず、Table 7 のしきいエネルギーが2.8MeV のニッケル検出器反応率について調べる。検出器は Fig.24 のライン A、即ち水中に置かれており。表中の X、Z は検出器の位置を表わしており、X 軸は第1脚中心軸で、Z 軸は X 軸と直角に交わっている。原点はダクトの線源側入口の中心である。MORSE-to-MORSE コードシステムで得られた反応率は、Table 7 から分るように、全てのニッケル検出器位置で測定値に対し50%以内で一致している。注目すべき結果は、ダクトの入口から最も離れた A-14 における C/E と、入口に最も近い A-1 の C/E が同程度で、しかも 1 に近いことである。両位置間で反応率には 5 桁程度の減衰がある。

Ni (n, p) Co 放射化検出器 (反応率の C/E :

$$A-1 \text{ の } C/E = 0.79$$

$$A-14 \text{ の } C/E = 1.33$$

(5.1)

(5.1) 式の結果からダクト中およびその周囲で、高速中性子に対し適当な衝突密度が得られたものと考えられる。FSD については第1脚の線源側入口から60cm までに置かれた4つの検出器位置に対しては FSD ~0.2 で良い値であるが、その他の位置では0.3~0.5 で、0.64 の位置もある。

Table 8 は Fig.24 のライン B 上に置かれた、カドミカバ一金箔検出器、インジウム、ニッケル、アルミニウムのしきい検出器に対する反応率を集約したものである。カドミカバ一金箔検出器反応率に対して分割結合計算は、第1脚ではファクター3以内、第2脚でファクター2以内で実験と対応しており、かなり良い一

Table 7 Comparison of Reaction Rates Between Measured and MORSE-to-MORSE Coupling Calculations in the Two-Legged Cylindrical-Annular-Duct Problem

Detector Location ^a (cm)			Nickel Detector Reaction Rate (reaction/W.s)		
Line A (in water)	x	z	Measured	MORSE-to-MORSE Coupling (10000 Histories)	
A-1	3	0	2.47-22	1.939-22	0.179 ^b
2	20	---	2.59-23	2.782-23	0.209
3	40	---	4.53-24	5.737-24	0.240
4	60	---	1.36-24	1.295-24	0.199
5	80	---	5.88-25		
6	100	---	3.39-25	4.221-25	0.430
7	120	---	2.13-25		
8	140	---	1.46-25	9.836-26	0.457
9	160	---	1.18-25	9.639-26	0.508
10	180	---	1.25-25	9.030-26	0.643
11	---	15	3.78-25		
12	---	20	3.76-25	4.227-25	0.270
13	---	40	8.93-27	1.624-26	0.276
14	---	60	1.13-27	1.498-27	0.454

^aAll detector locations were in the plane of Fig.2.

^bFractional standard deviation.

Table 8 Comparison of Reaction Rates Between Measured and MORSE-to-MORSE Coupling Calculations in the Two-Legged Cylindrical-Annular-Duct Problem, Line B.

Detector Location ^a (cm)			Reaction Rate (reaction/W.s)	
Line B (in air)	x	z	Measured	MORSE-to-MORSE Coupling (10000 Histories)

Cadmium-Covered Gold Detector

B- 1	1	15	4.05-20	1.382-19	0.383 ^b
3	40	---	8.07-21	2.333-20	0.254
5	80	---	1.95-21	4.794-21	0.275
7	120	---	6.25-22	1.994-21	0.275
9	160	---	2.55-22	6.163-22	0.324
10	165	20	1.36-22	3.226-22	0.572
11	---	40	2.62-23	4.469-23	0.650
12	---	60	9.50-24	1.786-23	0.546
13	---	80	4.23-24	2.449-24	0.529

Nickel Detector

B- 1	1	15	1.74-22	1.648-22	0.112
3	40	---	2.75-23	4.407-23	0.095
5	80	---	9.06-24	1.400-23	0.146
7	120	---	4.21-24	5.992-24	0.091
9	160	---	2.03-24	3.505-24	0.123
10	165	20	1.69-24	3.621-24	0.167
11	---	40	1.98-26	2.243-26	0.403
12	---	60	4.17-27	1.188-26	0.513
13	---	80	2.07-27	1.934-27	0.546

^aAll detector locations were in the plane of Fig.2.

^bFractional standard deviation.

致を見ている。FSDも、第1脚で0.25~0.38であり、熱外中性子のFSDとしてはかなり良いが、第2脚になると0.53~0.65になり、良くない。インジウム検出器反応率に対しては全ての検出器位置でファクター2以内で測定値と一致しており、十分満足できる結果が得られた。ダクトの入口と出口のC/Eについては以

下のような値が得られた。この間の反応率の減衰は4桁程度である。

In (n, n') In 放射化検出器反応率のC/E:

B-1のC/E=1.01

B-12のC/E=0.62

(5.2)

第1脚中のFSDは0.08~0.15であり信頼性の高い結

(continued)

Detector Location ^a (cm)			Reaction Rate (reaction/W.s)		
Line B (in air)	x	z	Measured	MORSE-to-MORSE Coupling (10000 Histories)	

Indium Detector

B- 1	1	15	2.46-22	2.328-22	0.099 ^b
3	40	---	3.54-23	5.153-23	0.083
5	80	---	1.10-23	1.566-23	0.132
7	120	---	4.49-24	6.805-24	0.079
9	160	---	2.24-24	4.233-24	0.107
10	165	20	1.93-24	4.451-24	0.166
11	---	40	5.46-26	3.269-26	0.402
12	---	60	1.92-26	1.183-26	0.576
13	---	80		2.050-27	0.541

Aluminum Detector

B- 1	1	15	2.30-24	2.631-24	0.208
3	40	---	3.72-25	9.416-25	0.160
5	80	---	1.31-25	2.859-25	0.209
7	120	---	6.77-26	1.189-25	0.159
9	160	---	3.52-26	6.020-25	0.162
10	165	20	2.81-26	7.790-25	0.294
11	---	40	2.03-28	8.314-28	0.821
12	---	60	3.61-29	2.061-28	0.794
13	---	80	8.90-30	3.158-29	0.719

果が得られたことを統計的にも裏付けている。しかし、第2脚になると0.6近くになり、信頼性に欠ける結果になっている。FSDが第1脚中では小さいにもかかわらず、第2脚に入ると急に悪くなる原因は次のようなことが挙げられる。ただし、Table 7, 8, 9のFSDは2段目のモンテカルロ計算の値である。

(1) 第1脚中では仮想検出器から発生した線源中性子の非散乱線の寄与が相対的に大きい。

(2) 第1脚中あるいはその近房に存在する高速中性子は衝突回数が少ない。したがって統計的重みのばらつきも小さい。

(3) 第2脚中に置かれた放射化箔検出器のしきいエ

ネルギーは最小の $\text{In}(n, n')$ In 反応でも1.4MeVであり、第1脚と第2脚の継ぎ手付近の水中で散乱して第2脚に入射した高速中性子のうち、1.4MeV以上の中性子に対してのみ有効である。第2脚中に入射する中性子は継ぎ手付近の水中で衝突し、比較的大きな散乱角で現出しなければならない。このような中性子は統計的に少ないし、第2脚中に入っても各中性子の重みのばらつきが大きくなる。以上のような諸条件がFSDを悪くする要因になっているものと考えられる。

次にニッケル検出器とアルミニウム検出器の反応率について調べる。Al(n, α) Na 反応のしきいエネルギーは7.7MeVと非常に高い。ニッケル検出器に対する結

Table 9 Comparison of reaction rates between measured and MORSE-to-MORSE coupling calculations in the two-legged cylindrical-annular-duct problem, Line C.

Detector Location ^a (cm)			Reaction Rate (reaction/W.s)	
Line C (in air)	x	z	Measured	MORSE-to-MORSE Coupling (10000 Histories)

Cadmium-Covered Gold Detector

C- 1	1	-15	6.83-20	4.246-19	0.576 ^b
3	40	---	1.02-20	1.755-20	0.260
5	80	---	2.26-21	1.245-20	0.407
7	120	---	7.35-22	3.463-21	0.456
9	160	---	3.09-22	1.241-21	0.440
10	180	---	2.40-22	2.782-22	0.611
11	196	---	2.30-22	1.810-22	0.466
12	---	0	1.09-22	2.144-22	0.590
13	---	20	5.92-23	9.630-23	0.666
14	---	40	2.28-23	2.244-23	0.759
15	---	60	9.12-24	2.076-23	0.526
16	---	80	4.21-24	1.700-23	0.608
17	---	100	2.33-24		
18	---	120	1.38-24	1.547-24	0.659

Nickel Detector

C- 1	1	-15	3.25-22	2.491-22	0.149
3	40	---	5.18-23	5.564-23	0.100
5	80	---	1.56-23	1.310-23	0.097
7	120	---	6.68-24	5.307-24	0.083
9	160	---	3.50-24	3.082-24	0.145
10	180	---	2.37-24	2.813-24	0.109
11	195	---	1.90-24	1.883-24	0.138
12	---	0	1.17-25	1.982-25	0.492
13	---	20	1.46-25	5.937-25	0.414
14	---	40	1.84-26	6.212-26	0.361
15	---	60		2.290-27	0.671

^aAll detector locations were in the plane of Fig.2.

^bFractional standard deviation.

(continued)

Detector Location ^a (cm)			Reaction Rate (reaction/W.s)		
Line C (in air)	x	z	Measured	MORSE-to-MORSE Coupling (10000 Histories)	

Indium Detector

C- 1	1	-15	4.64-22	3.534-22	0.164 ^b
3	40	---	6.07-23	6.078-23	0.106
5	80	---	1.75-23	1.549-23	0.090
7	120	---	7.08-24	6.035-24	0.070
9	160	---	3.66-24	3.612-24	0.134
10	180	---	2.68-24	3.196-24	0.103
11	195	---	2.26-24	2.889-24	0.152
12	---	0	2.19-25	2.906-25	0.391
13	---	20	2.05-25	4.245-25	0.326
14	---	40	3.86-26	9.835-26	0.427
15	---	60	1.48-26	2.323-26	0.401
16	---	80	7.63-27	7.016-27	0.444
17	---	100	4.42-27		
18	---	120	2.86-27	3.236-27	0.520

Aluminum Detector

C- 1	1	-15	3.74-24	3.672-24	0.259
3	40	---	7.31-25	1.313-24	0.140
5	80	---	2.46-25	3.206-25	0.226
7	120	---	1.14-25	1.207-25	0.207
9	160	---	6.31-26	6.506-26	0.217
10	180	---	4.66-26	6.311-26	0.167
11	195	---	3.78-26	2.080-26	0.326
12	---	0	1.01-27	2.286-27	0.653
13	---	20	3.06-27	1.760-27	0.529
14	---	40		3.834-28	0.694

果は非常に良く、全ての検出器位置で測定値と比較し、ファクタ2以内で一致している。ダクトの入口と出口のC/Eは次のようになっている。両位置間の反応率には5桁程度の減衰がある。

Ni (n, p) Co 放射化検出器反応率の C/E :

B-1 の C/E=0.95

B-13 の C/E=0.93 (5.3)

FSD も第1脚中では0.09~0.15で十分小さいが、第2脚になるとインジウム検出器反応率と同じ理由から0.6程度で、不十分な値になっている。

アルミニウム検出器反応率は第1脚の測定値との対応はファクター2以内で評価できるが、第2脚になるとC/Eが1/6になる結果もある。FSDも第1脚では0.66~0.21におさまっているが、第2脚になると0.29~0.89になっている。この理由はアルミニウム検出器のしきいエネルギーが前記のように高く、線源エネルギーバイアスをしてこの検出器に寄与する中性子が本質的に少ないからである。

Table 9 は Fig.24のラインC上に置かれたカドミカバー-金箔検出器、インジウム、ニッケル、アルミニウム検出器の反応率を集約したものである。分割結合計算結果と測定値との一致の程度やFSDについては前述のラインB上の結果と概ね同じである。金箔検出器反応率では第1脚で最大でファクター6、第2脚では最大でファクター2だけそれぞれ実験を上回っている。FSDも全体に大きく、0.26~0.78である。インジウム検出器の反応率は全ての検出器位置でファクター2以内で一致しており、十分満足する結果が得られた。FSDも第1脚中では0.07~0.16におさまっている。しかし、第2脚になると0.33~0.52になっている。ニッケル検出器反応率に対する計算結果も、第1脚中では測定値に対し50%以内で一致し、FSDも0.08~0.15であり、統計的にも信頼性の十分ある結果になっている。第2脚に入ると、実験との対応はファクター3であるが、FSDは0.36~0.49でありあまり満足したものではない。アルミニウム検出器反応率については第1脚ではファクタ2以内で測定値に対応するが、第2脚に入ると最大でファクター6の差異が生じる。FSDも第1脚中は0.14~0.33におさまっているが、接合部では0.7近くまで大きくなっている。

計算時間は、熱中性子を計算に含めていないので、FACOM M-200で1段目の計算に10,000ヒストリーで10分、2段目の計算では2,000~10,000ヒストリーで1検出点当り5~10分であった。

5.2.5 統計誤差伝播の計算例

モンテカルロ分割結合計算結果の1部のFSDに(4.41)式を適用して統計誤差の伝播を評価した。

Table 10はTable 8のアルミニウム検出器反応率FSDを(4.41)式を用い、誤差伝播を考慮して再評価してある。前述したように、Al (n, α) Na 反応のしきいエネルギーが7.7MeVと高いため、FSDは他の検出器より大きい。1段目のモンテカルロ計算でも、全フルエンスのFSDは0.108であったが、アルミ検出器反応率に対しては0.165と大きい値であった。Table 10から、ダクトの第1脚では2回目のモンテカルロ計算だけのFSDが0.16~0.21に対し、誤差の伝播を考慮すると0.19~0.24、第2脚では0.70~0.79に対し誤差伝播を考慮したFSDは0.71~0.80になっている。先に述べたように、1段目の計算のFSDが0.108で、2段目の第1脚中のFSDのほぼ半分くらいの大きさであるため、1段目のFSDが誤差伝播にかなり寄与していると考えられる。一方、第2脚になると、2段目の計算のFSDが1段目のFSDよりもずっと大きいので、誤差伝播を考慮しても2段目の計算のFSDとあまり変らない。即ち、このような場合はみかけ上1段目のFSDの誤差はほとんど伝播していないように見える。

統計誤差伝播の評価式を用いて計算すると、場合によってかなり大きな誤差の伝播があることが分かった。モンテカルロ計算が信頼性が高いと判断するためには、誤差の伝播を考慮してもFSD \leq 0.2に押えることが必要である。そのためには、各検出器の反応率に対し、1段目の計でFSD<0.1に押え、2段目のFSDも0.2を越えないようにする必要がある。屈曲ダクトの場合、1脚中に置かれた検出器の反応率に対しては誤差の伝播を考慮しても比較的容易にFSD \leq 0.2が達成でき得るが、2脚以後になるとFSD \leq 0.5も難かしくなる。先に述べたように2脚中においても測定値との比較は十分良い一致を見ている。しかしモンテカルロ計算の信頼性は統計誤差の大小によって評価されるので、多段屈曲ダクト計算については、さらにFSDを低減するサンプリング法の研究が必要である。

5.3 R-Tokamak の14MeV中性子ストリーミング解析

5.3.1 R-Tokamak 中性子ストリーミングの遮蔽体系

本研究で対象としたD-T核融合実験装置(R-Tokamak)の遮蔽体系はFig. 26に示すように非常に大型であるばかりでなく、細くかつ長い円筒ダクトを通して14MeV中性子ストリーミングが含まれている。

R-Tokamakの遮蔽体系は次のようなものである。

1. D-T反応による14MeV中性子源はトロイダル形状をしたプラズマ領域である。
2. 中性子強度は 1.6×10^{18} (neutrons/shot)であり、D-T反応の持続時間は1ショット当り1秒間を計画している。また線源からは14MeV中性子が等方放出されるものとした。
3. 細くて長い円筒ダクトがイグラーの床に設けられた。これはプラズマ計測室に通じていて、プラズマ診断用のダクトであり、ここを中性子がストリーミングする。
4. ダクトの形状は半径5 cm、長さ250cm、厚さ250 cmのコンクリート床を垂直に貫通している。
5. プラズマ診断室のどこにどれだけの間滞在でき、また診断室中の機材の放射化量を推定するためにも、ダクトの中心軸ばかりでなく水平方向の中性子線量率分布およびエネルギースペクトルが必要になる。
6. Fig. 26から分るように、遮蔽体系は周囲を厚い

コンクリート壁で囲まれているので室内散乱が無視できない体系である。したがって遮蔽計算には全体系を考慮しなければならない。

5.3.2 仮想検出器における中性子フルーエンス計算

まず1段目のモンテカルロ計算ではサブルーチンSOURCEを改訂し、トロイダル形状のプラズマ領域から14MeV中性子が発生するようにした。線源中性子は等方分布とした。一般に、プラズマの周囲にはトロイダルコイル等各種の構造物があるが、現在は概念設計の段階であるため、これらの構造物は計算から除外した。一方、イグラーの壁やプラズマ計測室の壁および床は全て計算に取り入れた。

1段目の仮想検出器はダクトのプラズマに面した入口から10cm上った所に設定した。仮想検出器は半径25cmの円板とし、さらに5 cmずつ5個の円環に分割した。

1段目のモンテカルロ計算では円筒ダクトの入口ばかりでなく、Fig.26のイグラー床面の何箇所かの中性子フルーエンス分布を知るために、点検出器評価法を使った。その結果、プラズマ領域が大きな体積線源になっているので、イグラー床面は全フルーエンスはほぼ同じであり、角度分布についてもほとんど違いがな

Table 10 FSDs of the second Monte Carlo and those of statistical error propagation.

Detector Location (cm)			Reaction Rate (reaction/(w.s))		
Line B (in Air)	X	Z	Measured	Nucl. Sci. Eng. 79, 253 (1981)	Re-evaluation of FDS by Eq.
Aluminum Detector					
8-1	1	15	2.30-24 ^a	2.631-24 0.208 ^b	2.631-24 0.292 ^b
3	40	---	3.72-25	9.416-25 0.160	9.416-25 0.271
5	80	---	1.31-25	2.859-25 0.209	2.859-25 0.293
7	120	---	6.77-26	1.189-25 0.159	1.189-25 0.270
9	160	---	3.52-26	6.020-26 0.162	6.020-26 0.273
10	165	20	2.81-26	7.790-26 0.294 (Z=15cm)	7.790-26 0.377
11	---	40	2.03-28	1.556-28 0.701	1.556-28 0.734
12	---	60	3.61-29	2.061-28 0.794	2.061-28 0.847
13	---	80	8.90-30	3.158-29 0.719	3.158-29 0.796

a Read as 2.30×10^{-24}

b Fractional standard deviation

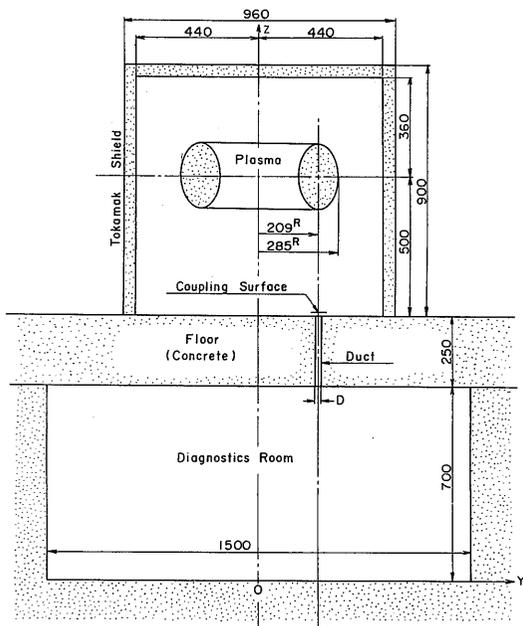


Fig. 26 Calculational model for the D-T Experimental Device (R-Tokamak). Dimensions are in centimetres.

い結果が得られた。そこで、半径25cmの仮想検出器の各円環に対する角度フルエンス等諸量は、ダクトの入口から10cm上った点における値を採用した。また、半径25cmは、14MeV中性子はコンクリートの厚さ25cmを透過するとおよそ1桁線量率が減衰するので⁵⁵⁾、厚さ250cmのイグルー床を透過すると10桁の減衰が予測されること、また、ストリーミングを考慮してもダクトの半径が5cmと細いので、半径25cmまでの線源領域を取れば2段目の線源強度は十分確保できるものと考えてその大きさに決めた。

1段目の計算は40,000個の線源中性子を発生させてランダムウォークさせた結果、仮想検出器に対し次のような値を得た。

$$\text{全フルエンス} = 1.262 \times 10^{-6} \quad (\text{FSD} : 0.030) \\ (\text{n} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{source neutron}^{-1})$$

このFSD=0.030、即ち3%という値は非常に小さい値であり、Table 4から信頼性の高いことが分る。

次に、2段目のモンテカルロ計算を境界面(仮想検出器)を線源条件にして開始できるようにサブルーチンSOURCEを修正した。また、サブルーチンSDATAも線源条件に合った非散乱線のフルエンスが計算で

きるように改訂したが、この内容は先に述べたMORSE-to-MORSEコードシステムと同じものである。

2段目の計算はプラズマ計測中で、円筒ダクトの中心軸上ばかりでなく、中心軸に垂直に交わる水平方向についても計算を実施した。線源粒子は25,000~50,000ヒストリー追跡した。

最終的に求める量は(4.36)式で求められるが、レスポンス関数Rhは線量率換算系数である。そして、本研究では全ての結果のFSDをORIONコードで計算し、統計誤差を考慮したFSDと2段目の計算だけのFSDと比較検討し、誤差の伝播を詳しく評価した。

5.3.3 新しい群定数ライブラリーの作成

14MeV中性子の散乱角は前方に非常に大きい確率を持った非等方分布をする。そこで、この非等方分布をMORSEコードでできるだけ忠実に再現し、シミュレートできるように、新しい微視的断面積ライブラリーNGCP9-70をAMPEXコードシステム⁷⁰⁾を用いて作成した。NGCP9-70は以下のような仕様である。

1. 基本となる断面積データはENDF/B-IV⁶⁷⁾である。

2. エネルギー群構造は中性子50群、ガンマ線20群であり、中性子とガンマ線の結合群定数である。また、ルジャンドル展開係数は P_9 まで取っているので、極角については各エネルギー群に対し5方向選定できる。さらに、14MeV付近のエネルギー間隔はこの付近のエネルギースペクトルが詳しく見えるようになり細かに分割した。Table 11に中性子、Table 12にガンマ線のエネルギー群構造を示す。

3. 微視的群定数ライブラリーNGCP9-70はMORSEコードばかりでなく、ANISN⁷¹⁾およびDOTコードで何ら修正することなく利用できる。Table 13に本研究で使用したコンクリートの原子密度を示すが、コンクリートの組成が変わったり、他の物質が使用されても、NGCP9-70が微視的ライブラリーであるので、MORSEコード等の断面積の読取りと処理に関する入力データを修正するだけで容易に対応できる。

4. NGCP9-70は中性子とガンマ線の結合群定数になっているので、二次ガンマ線の解析にも何ら修正なしに利用できる。

Table 11 Energy group structures for neutron of the NGCP9-70

(continued)

Group	Upper Energy eV	Lower Energy eV	Average Energy eV	Lethargy, Δu	Group	Upper Energy eV	Lower Energy eV	Average Energy eV	Lethargy, Δu
1	1.7333+7*	1.5683+7	1.6508+7	0.1	26	6.0810+5	4.9787+5	5.5299+5	0.2
2	1.5683+7	1.4918+7	1.5301+7	0.05	27	4.9787+5	3.6883+5	4.3335+5	0.3
3	1.4918+7	1.4550+7	1.4550+7	0.025	28	3.6883+5	2.9720+5	3.3302+5	0.216
4	1.4550+7	1.4191+7	1.4371+7	0.025	29	2.9720+5	1.8316+5	2.4018+5	0.484
5	1.4191+7	1.3840+7	1.4016+7	0.025	30	1.8316+5	1.1109+5	1.4713+5	0.5
6	1.3840+7	1.3499+7	1.3970+7	0.025	31	1.1109+5	6.7379+4	8.9235+4	0.5
7	1.3499+7	1.2840+7	1.3170+7	0.05	32	6.7379+4	4.0868+4	5.4124+4	0.5
8	1.2840+7	1.2214+7	1.2527+7	0.05	33	4.0868+4	2.4788+4	3.2828+4	0.5
9	1.2214+7	1.1052+7	1.1633+7	0.1	34	2.4788+4	2.3579+4	2.4184+4	0.05
10	1.1052+7	1.0000+7	1.0526+7	0.1	35	2.3579+4	1.5034+4	1.9307+4	0.45
11	1.0000+7	9.0484+6	9.5242+6	0.1	36	1.5034+4	9.1188+3	1.2076+4	0.5
12	9.0484+6	8.1873+6	8.6179+6	0.1	37	9.1188+3	5.5308+3	7.3248+3	0.5
13	8.1873+6	7.4082+6	7.7978+6	0.1	38	5.5308+3	3.3546+3	4.4427+3	0.5
14	7.4082+6	6.0653+6	6.7368+6	0.2	39	3.3546+3	2.0347+3	2.6947+3	0.5
15	6.0653+6	4.9659+6	5.5156+6	0.2	40	2.0347+3	1.2341+3	1.6344+3	0.5
16	4.9659+6	4.0657+6	4.5158+6	0.2	41	1.2341+3	7.4852+2	9.9131+2	0.5
17	4.0657+6	3.6788+6	3.8723+6	0.1	42	7.4852+2	4.5400+2	6.0126+2	0.5
18	3.6788+6	2.7253+6	3.2021+6	0.3	43	4.5400+2	2.7536+2	3.6468+2	0.5
19	2.7253+6	2.2313+6	2.4783+6	0.2	44	2.7536+2	1.6702+2	2.2119+2	0.5
20	2.2313+6	1.6530+6	1.9422+6	0.3	45	1.6702+2	1.0130+2	1.3416+2	0.5
21	1.6530+6	1.3534+6	1.5032+6	0.2	46	1.0130+2	6.1442+1	8.1371+1	0.5
22	1.3534+6	8.6294+5	1.1102+6	0.45	47	6.1442+1	3.7267+1	4.9355+1	0.5
23	8.6294+5	8.2085+5	8.4190+5	0.05	48	3.7267+1	1.0677+1	2.3972+1	1.25
24	8.2085+5	7.4274+5	7.8180+5	0.1	49	1.0677+1	4.1399-1	5.5455+0	3.25
25	7.4274+5	6.0810+5	6.7542+5	0.2	50	4.1399-1	1.0000-3	2.0750-1	6.026

* Read as 1.7333×10^7 eV.

5.4 計算結果および考察

5.4.1 プラズマ計測室における中性子線量率分布およびエネルギースペクトル

プラズマ計測室において円筒ダクトの中心軸方向ばかりでなく、水平方向についても線量率分布およびエネルギースペクトルを計算した。Fig. 27はそのうち円筒ダクトの中心軸に沿った中性子線量率分布を集約したものである。Fig. 27の横軸の原点はダクトの出口、即ち $X=0$, $Y=209\text{cm}$, $Z=700\text{cm}$ の点である。FSDは全て統計誤差の伝播を考慮しているが、それでも0.06以内であり、モンテカルロ分割結合計算結果は十分信頼性があると考えられる。

ダクトストリーミングを扱った本体系はこれまで解析されていないが、ANISN⁷¹⁾コードによる一次元計算がすでに実施されており⁵⁵⁾、イグルー中やプラズマ計測室の線量率を推定することができる。そこで、Fig. 26に示すダクトの入口とプラズマ計測室のダクト中心軸上の点における線量率についてMORSEの結果と、ANISNの計算から推定した値とを比較した。Fig. 26でダクトの直径Dは10cmである。

(1) 円筒ダクトの入口：

MORSE = 6×10^7 (mrem/shot)

ANISN = 5×10^7 (mrem/shot)

(2) 円筒ダクトの出口から250下った点、即ち、P(0, 209, 450)

MORSE = 3.6×10^3 (mrem/shot)

ANISN = 1.1×10^{-1} (mrem/shot)

このMORSEによる 3.6×10^3 mrem/shotとANISNの 1.1×10^{-1} mrem/shotの差が正にこのダクトを通しての中性子ストリーミングである。したがって、もし一次元計算のみであれば、およそ 3×10^4 の過少評価になると予想される。

次に、上記(2)と同じ点におけるエネルギースペクトルをFig. 28に示す。本計算では線量率を得るために14 MeVから熱中性子までのエネルギーフルレンジを求めているが、特に、14 MeV付近のエネルギー間隔が狭いため対数目盛では表示しても見ずらいため、Fig. 28のように線形目盛で表わした。その結果、1 MeVまでしか示していないが、データとしては熱中性子まで計算してある。

Fig. 28から分るように14 MeVに顕著なピークがあり、1 MeVまで他のエネルギー群の値より2桁かそれ以上大きい。なお、14 MeVはNGCP9-70ライブラ

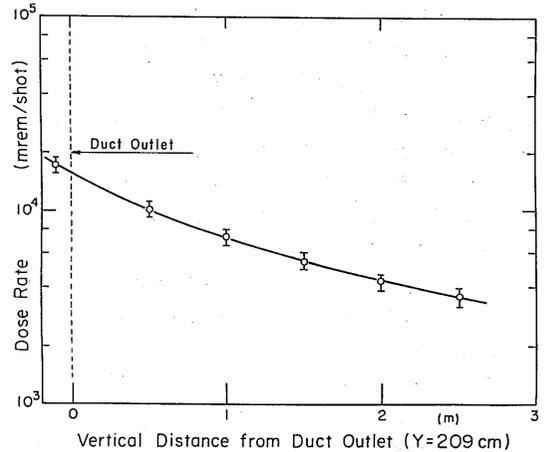


Fig. 27 Neutron dose rate distribution in the axial direction along the hole-duct.

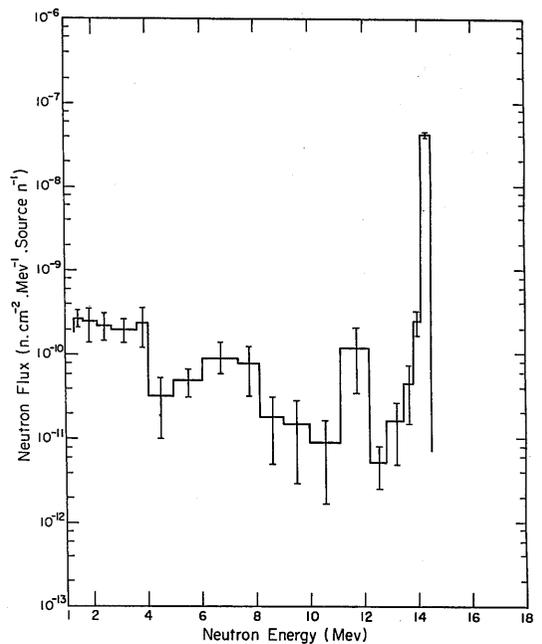


Fig. 28 Neutron energy flux at p(0, 209, 450) in Fig. 26.

リーで5群(14.19 MeV ~ 13.84 MeV)に当る。この原因は検出器位置がダクトの真下にあるため、ストリーミング効果によってほとんど散乱の経験のない14 MeV中性子の寄与によると考えられる。

円筒ダクトの中心軸に対し水平方向における中性子

線量率分布を集約したものを Fig. 29 に示す。Fig. 29 の原点は Fig.26 の P (0 , 209 , 450) の点であり、プラズマ計測室の床上450cm である。水平方向の計算には50,000個の線源中性子のヒストリーを追跡した。その結果、円筒ダクトの中心軸から15cm 以上離れた水下方向のFSDは誤差の伝播を考慮した値は0.25~0.47である。FSDが0.2以上になっているのでダクトの中心軸方向の線量率に対するFSDの0.06に比べればかなり大きく、十分良好なFSDとは言い難いが、0.5以内であり、Table 4 を参照すれば一応評価できる値である。

円筒ダクト中心軸方向と同じように、ANISN コードでは中性子のストリーミングは考慮されていないが、MORSEの結果と比較し、その差からダクトの中性子ストリーミング効果が推定できる。

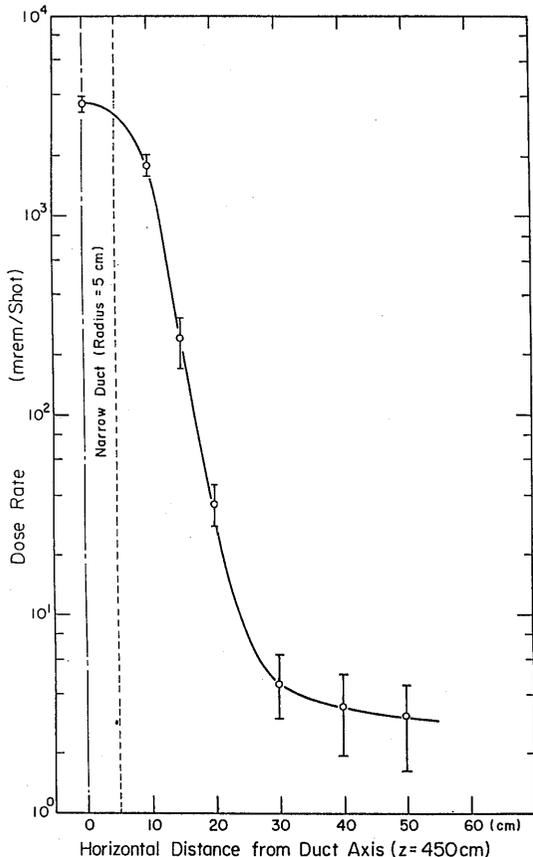


Fig. 29 Neutron dose rate distribution in the horizontal direction toward the duct axis.

(1) 水平方向50cm の位置、即ち P (0 , 259 , 450)

$$\text{MORSE}=3.2 \times 10^0 \text{ (mrem/shot)}$$

$$\text{ANISN}=1.1 \times 10^{-1} \text{ (mrem/shot)}$$

水平方向50cm における MORSE による 3.2 mrem/shot と ANISN による $1.1 \times 10^{-1} \text{ mrem/shot}$ の差違はダクトのストリーミング効果である。半径 5 cm と非常に細い円筒ダクトが厚さ 250cm という非常に厚いコンクリート層を貫通しているにもかかわらず、ダクトの直下 250cm で 50cm 離れても ANISN の値に比べ 30 倍も高い線量率を示した。したがってこのような細管円筒ダクトであっても、その出口周囲のかなり広い範囲にストリーミング効果があることが本解析によって明らかになった。

ここで、円筒ダクト出口における線量率を Simon - Clifford の簡易計算式⁷⁸⁾で求め、モンテカルロ分割結合計算法による結果と比較し、中性子ストリーミング計算に対する分割結合計算法の妥当性を検討する。

(1) 円筒ダクト出口、即ち、Fig.27で P (0 , 209 , 700) の位置

Simon - Clifford の計算式

$$\text{出口線量率} = \text{入口線量率} \times \frac{r_0^2}{2l^2}$$

$$= 6 \times 10^7 \times \frac{5^2}{2(250)^2}$$

$$= 1.2 \times 10^4 \text{ (mrem/shot)}$$

$$\text{MORSE}=1.7 \times 10^4 \text{ (mrem/shot)}$$

ここで

r_0 = 円筒ダクトの半径

l = 円筒ダクトの長さ

MORSE - to - MORSE コードシステムによる分割結合計算結果は Simon - Clifford の計算式による値よりもおよそ 40% 高い線量率になった。この要因は円筒ダクト周囲のコンクリート中で散乱した中性子がダクト中をストリーミングしてきたものによる寄与であると考えられる。したがって、モンテカルロ分割結合計算結果は妥当な値を示しているものと考えられる。

ダクトの中心軸上の線量率分布は予想したようにゆるやかな減衰曲線を描いた。すなわち、Fig.27で示すように、ダクトの出口から 250cm 離れた位置の線量率は入口の値のおよそ $1/5$ にとどまっている。ところが、水平方向の線量率分布は Fig.29で示したように、中心軸方向に比べはるかに急激に減衰している。すなわち、水平方向に 30cm 離れた P (0 , 239 , 450) における線量率は同筒ダクトの中心軸上の水平方向の原点 P (0 ,

209, 450) に対し $1/10^3$ 程度になっている。また Fig. 29 から分るように、水平方向では僅か 5 cm 離れると 1 桁近く線量率が減衰する所もある。特に、このように短い距離間隔で非常に大きい中性子束の変化を正確に解きうる実用的方法として本研究で提案するモンテカルロ分割結合計算法が適していることが実証できた。

本遮蔽体原における全中性子束の減衰は、円筒ダクトの入口とプラズマ計測室のダクト中心軸上でおよそ 9 桁、水平方向ではおよそ 12 桁もあり、プラズマ領域からの全中性子束の減衰を入れるとさらに大きな減衰になる。したがって、この点からも従来のモンテカルロ計算でこの体系を解くことは難しいものと考えられる。

計算時間は、14MeV から熱中性子まで計算に含めているので、FACOM SP-100 で 1 段目の計算に 40,000 ヒストリーで 30 分、2 段目の計算では 25,000~50,000 ヒストリー追跡し、円筒ダクトの中心軸上では 1 検出点当り 10 分、水平方向では 1 検出点当り 20~50 分であった。本計算は熱中性子まで中性子を追跡しているので、計算時間が多少長くなっているが、十分現実的な計算時間に収まっているものと考えられ

る。

5.4.2 統計誤差伝播を考慮した FSD

本計算で得られたプラズマ計測室中の中性子線量率と、それに対応した 2 段目のモンテカルロ計算の FSD および統計誤差伝播を考慮した FSD を Table 14 に集約する。誤差の伝播を考慮した FSD は (4.41) 式を基にした ORION コードで計算した。

円筒ダクトの中心軸上においては 2 段目のモンテカルロ計算の FSD も小さいので、1 段目の FSD が 0.030 であるにもかかわらず、例えば、P(0, 209, 600) 点における FSD は 0.056 が誤差の伝播を考慮すると 0.064 になるように、やや大きくなる。しかし、水平方向、例えば、P(0, 249, 450) 点においては 2 段目の FSD が 0.439 と 1 段目に比べ 1 桁以上大きいので、誤差の伝播を考慮しても 2 段目とほとんど同じ 0.440 である。

水平方向の FSD は 1 段目の FSD が小さかったので統計誤差の伝播を考慮してもどうにか 0.5 以内に収まった。しかし、ダクトをストリーミングする中性子に直接さらされない領域における FSD の低減の研究は今後も進めなければならないと考える。

Table 14 Neutron Dose Rate in the Diagnostics Room and the FSDs.

Detector Location ^a (cm)			Dose Rate (mrem/shot)	FSD	
x	y	z		Second Calculation	Using Error-Propagation Equation
0	209	710	1.679+4 ^b	0.055	0.063
---	---	650	1.029+4	0.055	0.063
---	---	600	7.340+3	0.056	0.064
---	---	550	5.579+3	0.056	0.064
---	---	500	4.343+3	0.056	0.064
---	---	450	3.631+3	0.048	0.057
0	219	---	1.828+3	0.095	0.100
---	224	---	2.410+2	0.271	0.273
---	229	---	3.748+1	0.248	0.250
---	239	---	4.549+0	0.354	0.355
---	249	---	3.440+0	0.439	0.440
---	259	---	3.157+0	0.467	0.468

^aAll detector locations were in the plane of Fig. 28.

^bRead as 1.679×10^4 .

5.5 結論

本章ではダクトを含む大型遮蔽体系の中性子束分布の遮蔽計算法として前章で提案したモンテカルロ分割結合計算法を3つの体系に適用し、分散の低減と計算時間の短縮を試みた。また、統計誤差伝播の評価コードORIONでFSDを求め、誤差伝播の評価と検討を行った。

その結果、次に示すような、従来のモンテカルロ計算では得られないような幾つかの成果があり、モンテカルロ分割結合計算法が分散の低減と計算時間の短縮の両面から優れた計算法であることが分かった。

1. スリット中性子ストリーミング計算では、特に硫黄放射化箔検出器反応率 ($S(n, p)P$ 反応, しきいエネルギー 2.7MeV) に対し良好な結果が得られた。スリット中の全ての検出器位置の反応率に対しファクター2以内で一致しており、2段目のFSDも $0.32\sim 0.36$ であった。

2. 1.の計算で、カドミカバー金箔放射化検出器反応率に対しては2段目のFSDは $0.32\sim 0.65$ で、 0.5 を超えるところもあるが、実験値との比較ではファクター2以内で良好な一致を示した。これに対し、従来のモンテカルロ計算ではスリット中の全ての検出器位置でおよそ2桁も過少評価になっており、熱中子に対しては妥当な結果が得られないと判断できる。FSDも >0.6 であった。

3. 屈曲ダクト中性子ストリーミング計算では線源とダクトの出口付近の間で中性子束の減衰がおよそ12桁あったが、特にインジウム放射化箔検出器反応率 ($In(n, n')In$, しきいエネルギー 1.4MeV) およびニッケル放射化箔検出器反応率 ($Ni(n, p)Co$, しきいエネルギー 2.8MeV) に対し良好な結果が得られた。いずれの検出器の反応率も屈曲ダクト中の全ての検出器位置でファクター2以内で実験値と一致している。インジウム放射化箔検出器のC/Eはダクトの入口で 1.01 、出口近くで 0.62 であった。ニッケル放射化箔検出器のC/Eはダクトの入口で 0.95 、出口近くでも 0.93 であった。

4. 3.の屈曲ダクト計算では1脚中の2段目の計算値のFSDは 0.1 前後で良好な値であるが、インジウムやニッケル放射化箔検出器反応率でも2脚中になると、絶対値の比較では良い一致を示しているもののFSDは $0.2\sim 0.6$ になり、 0.5 を超える所もかなりある。この傾向はダクトの屈曲数が増えればさらに強くなると予

想される。2脚あるいは3脚中のFSDを小さく押えるには線源粒子数を増やすだけでは解決されず、2脚あるいは3脚中に入射する粒子数を本質的に増加させることが不可欠であると考えられる。そのためには、ダクトの屈曲部付近の衝突数および次の脚に向かって進行する粒子数を確実に増加させるようなサンプリング法が必要である。しかし、従来の方向バイアスやスプリッティングではさらに重みのばらつきを助長したり、不要な方向に進む粒子をも多数発生させることになるので、新たな方法を考える必要があろう。

5. 細管円筒ダクト 14MeV 中性子ストリーミング計算ではプラズマ計測室においてダクトの中心軸方向ばかりでなく、水平方向の中性子線量率分布を計算した。その結果、円筒ダクトの中心軸方向の線量率分布は緩かであるが、水平方向には中心軸から僅か 30cm 離れると3桁もの減衰があることが明らかになった。しかも、半径 5cm 、長さ 250cm のダクトが厚さ 250cm のコンクリートを貫通しているにもかかわらず、ダクトの真下 250cm では水平方向 50cm 離れても、ダクトが無いとして一次元計算した線量率よりも30倍高く、さらに遠方まで中性子ストリーミング効果が及んでいることが分かった。水平方向 50cm の位置の線量率は $3.2\text{mrem}/\text{shot}$ であった。

6. 5.の細管円筒ダクト計算は全ての計算結果のFSDについて統計誤差の伝播を考慮してある。同ダクトの中心軸上の線量率に対する誤差伝播を考慮したFSDは 0.06 以内であり、統計誤差として十分小さい値である。水平方向のFSDは 15cm 以上離れた位置で $0.25\sim 0.47$ になり、円筒ダクトの中心軸方向に比べるとかなり大きくなっているが、一応、 $FSD < 0.5$ に収まっている。

7. 統計誤差伝播を考慮したFSDと2段目の計算結果のFSDとを比較すると、誤差伝播評価式から容易に分るように、本計算の場合は1段目の全フルエンスに対するFSDが 0.03 と非常に小さいため、誤差の伝播がほとんどない。

8. プラズマ計測室ではもう1つの課題として計測器や実験器材の放射化があるが、その量は物質の放射化断面積が分れば再度計算することなく、本研究で得られた各位置におけるエネルギーフルエンスを使って求められ、そのときの誤差の伝播を考慮したFSDも、各群のエネルギーフルエンスに対する誤差伝播式を使って計算できる。

9. 本研究で新たに作成したNGCP 9-70ライブラ

リーは14MeV中性子の輸送計算に対し、十分妥当な断面積ライブラリーとして利用できることが実証された。

第6章 結言および今後の課題

6.1 結言

モンテカルロ法を適用したダクトを含む大型遮蔽体系の中性子束分布解析法について検討してきた結果、以下のような結論を得た。

1. 従来のモンテカルロ計算法を適用した計算例を調べた結果、大型遮蔽体系を1回の計算で解こうとすると、過少評価になることが第2章で明らかになった。

2. 第3章は、大型遮蔽体系を貫通する直円筒ダクトの出口における高速中性子計算にアジョイントモンテカルロ法を利用した計算を行った。1つの方法は、アジョイントモンテカルロ計算でイベントバリューおよびポイントバリューを求め、それぞれ飛程長および角度バイアスをするためのインポートランス関数としてフォワードモンテカルロ計算を行うもので、もう1つは、フォワードアジョイント反復計算法である。ダクトの出口における高速中性子束に対してはFSDが0.1以下に低減することができた。しかし、これらの方法ではダクトの形状や位置についてパラメトリックに計算する場合や検出点が多数ある場合には、計算時間の点で不利である。

3. 第4章では、大型遮蔽体系の中性子束分計算法の1つとして、線源領域も含め三次元計算ができるモンテカルロ分割結合計算法を提案した。モンテカルロ分割結合計算法は実際の線源と検出器との間に新たに仮想検出器を設定し、1段目の計算で仮想検出器の角度フルーエンス等の諸量を求める。2段目の計算は1段目の計算で得られた諸量から作ったpdfを基に、仮想検出器を結合面にし、そこから中性子を発生させて実際の検出器に対する中性子の寄与を求める。最終的に求める量は実際の線源強度や仮想検出器の面積を考慮し、2段の結果を結合することによって計算できる。

4. モンテカルロ分割結合計算法の利点は、モンテカルロ計算を2段に分割して計算できるので、1段目の計算で得られた中性子フルーエンス等を基にしたpdfを2段目の計算の中性子発生分布関数として用いるので、中性子を発生させるときにエネルギーバイアスのようなインポートランスサンプリング法が適用でき

る。その結果、求める量に寄与するエネルギー群からより多くの中性子発生することになり、従来のモンテカルロ計算よりも分散が小さくなることが期待できる。

5. さらに、線源が同じであれば、ダクトやスリットは形状や位置が変わっても、適切な位置に仮想検出器を設定することによって、2段目の計算だけで求める量が計算できる。したがって、遮蔽設計で必ず必要になるパラメトリック計算には都合の良い計算法である。

6. また、第4章では、モンテカルロ分割結合計算法を適用する場合の統計誤差の伝播を考慮したFSDを計算するための計算式を導出した。この計算式を基にORIONコードを作成した。

7. モンテカルロ分割結合計算法が実際にダクトを含む大型遮蔽体系の中性子束分布を短い計算時間で、しかも分散を低減できることを確かめるために、絶対値で反応率が得られている実験体系2例と、核融合炉実験装置1例を対象に第5章で解析した。またORIONコードで誤差伝播を考慮したFSDも計算した。

(1) JRR-4号炉における中性子スリットストリーミング計算では、従来のモンテカルロ法による計算結果と比較し、著しい改善が見られた。特に硫黄放射化箱検出器の反応率では、全ての検出器位置でファクター2以内で測定値と一致した。

(2) JRR-4号炉における二重環円筒屈曲ダクト中性子ストリーミング計算では、特にインジウムおよびニッケル放射化箱検出器反応率に対し良好な結果が得られ、ダクト全体にわたってファクター2以内で実験値と一致した。また、屈曲ダクトの入口と出口付近の間では上記の検出器の反応率には5桁程度の減衰があったが、入口および出口のC/Eは両検出器の反応率が1に近い値であった。本遮蔽体系全体の中性子束の減衰はおよそ8~12桁である。ESDは第1脚中の反応率では0.1程度に低減できた。しかし、第2脚に入ると0.5を超えるところもあった。計算時間は、熱中性子を計算に含めていないので、FACOM M-200で1段目の計算に10,000ヒストリーで10分、2段目の計算は2,000~10,000ヒストリーで1検出点当り5~10分であった。

(3) R-Tokamakの14-MeV中性子細管ストリーミング計算ではプラズマ計測室中で、円筒ダクトの中心軸上ばかりでなく、水平方向に沿った中性子線量率分布も計算し、細管ダクトのストリーミング効果を明らかにした。その結果、1次元輸送計算と比較し、円

筒ダクト中心軸上で4桁以上、中心軸から水平方向に50cm離れても30倍程度高い値を示した。その結果、半径5cmの細管が厚さ2.5mのコンクリートを貫通しているにもかかわらず、ダクトの中心軸からかなり離れたところまで、ストリーミング効果が及ぶことが明らかになった。さらに、水平方向ではダクト中心軸から僅か30cm離れて3桁、5cmの間隔で1桁もの線量率の変化が見られた。このように激しい線量率分布の変化を確実に計算できる実用的手法として、本分割結合計算法が優れていることが明らかになった。誤差伝播を考慮したFSDも円筒ダクトの中心軸上の中性子線量率では0.06以下であり、非常に小さいFSDであった。また、中心軸から水平方向に離れた検出点でもFSDは0.10~0.47であり、0.5以下になっている。計算時間は、14MeVから熱中性子まで計算に含めているが、それでもFACOM SP-100で1段目の計算が40,000ヒストリーで30分、2段目の計算では25,000~50,000ヒストリーを追跡し、円筒ダクト中心軸上で1検出点当り10分、水平方向では20~50分である。これは、現実的な計算時間である。

8. 本研究を総括すると、まず、本研究で提案したモンテカルロ分割結合計算法を適用することによってダクトを含む大型遮蔽体系の中性子束分布計算が短い計算時間で、しかも分散の小さい結果が得られることが明らかになった。また、遮蔽設計に必要なダクトやスリットの形状や位置を変えてパラメトリック計算する場合にも都合の良い計算法であることも明らかになった。さらに、細管円筒ダクトによる中性子ストリーミング効果も、分割結合計算によって過少評価することなく計算できることも分った。そして、モンテカルロ分割結合計算法を適用した場合の計算結果の統計誤差を評価する統計誤差の伝播計算式も導出し、誤差伝播を考慮したFSDを計算するためORIONコードが作成された。

6.2 今後の課題

本研究によって提案されたモンテカルロ分割結合計算法は、ダクトを含む大型遮蔽体系の遮蔽計算を短い計算で効率良く、しかも分散の小さな結果をもたらすことが期待できるが、さらに本計算法を進歩発展させるためには、次に掲げるような課題が残されている。

1. 径の細い屈曲ダクトストリーミング計算において、第2脚以後のダクト中における計算結果のFSDをさらに低減させるサンプリング法の工案が第1であ

る。第2脚中に入射する中性子の確率を単に大きくするためには、従来の角度バイアスやスプリットングを採用すれば良いが、この方法では入射する中性子の重みのばらつきはかえって大きくなり、分散を大きくしたり、不必要な粒子の追跡に多くの計算時間を費し、計算効率が低下することになる。したがって、計算効率を低下させずに分散を低減させるためには、第2脚以後のダクト中に重みのできるだけ揃った中性子をより多く入射できるような方法であることが要求される。

2. 今までの遮蔽計算では普通線源領域が1つの場合を扱ってきたが、一般には線源領域が多数ある場合もある。そのような体系を従来の計算法で扱おうとすれば、1つの線源領域に対し1回の計算を実施し、その結果を重畳しなければ求める量が得られないので計算効率が非常に悪い。そこで、複数個の線源領域がある体系を計算する場合、モンテカルロ分割結合計算の成功のキポイントになった仮想検出器の設定法が適用でき、各線源に対し1つの仮想検出器を設定し、2段目の計算の結合面にすれば、2段目の計算だけで複数個の線源があっても求める量が得られることになる。この場合、仮想検出器も複数個になるので、検出点により寄与する仮想検出器からより多くの中性子を発生できるような方法を工夫することも考えなければならぬ。そうすれば、モンテカルロ分割結合計算法の新たな応用分野になるであろう。

謝 辞

本研究は、船舶技術研究所において、使用済核燃料の船舶輸送における放射線遮蔽の研究の一部として行ったものである。研究遂行に当たり、ご助言、ご激励をいただいた布施卓嘉原子力船部長、山越寿夫室長ならびに中田正也前原子力船部長に篤い感謝致します。また、本研究の内容についてご指導いただいた竹内清東海支所室長に深く謝意を表します。

本研究のまとめに際し、懇篤なご助言とご指導をいただいた京都大学兵藤知典教授ならびに東京大学原子核研究中村尚司助教授に篤い感謝の意を表します。

Sci. Eng., 27,423 (1967)

30) R; E. Maerker and V. R. Cain; AMC: A Monte Carlo code Utilizing the Albedo Approach for Calculating Neutron and Capture Gamma-Ray Distributions in Rectangular Concrete Ducts, ORNL - 3964 (1967)

31) R. E. Maerker and F. J. Muckenthaler; Monte Carlo Calculations Using the Albedo Concept of Fast-Neutron Dose Rates Along the Center Lines of One- and Two-Legged Square Concrete Open Ducts and Comparison with Experiment, ORNL - TM - 1557 (1966)

32) K. Shin and T. Hyodo; Application of Albedo Concept to Neutron Streaming Through Small Ducts and Slits, Proc. Sixth Int. Confer. on Radiation Shielding, Vol.2, Tokyo (1983)

33) 日本原子力研究所東海研究所, 炉物理委員会・遮蔽専門部会; ディスクリット・オーディネイトコードおよびモンテカルロコードによる二次元遮蔽ベンチマーク計算 (No.1), JAERI - M7799 (1978)

34) T. Miura, et al; Fast Neutron Streaming Through a Cylindrical Air Duct in Water, Papers of Ship Res. Inst., No.49 (1975)

35) T. Miura, et al; J. Nucl. Sci. Technol., 18., 369 (1981)

36) Y. Seki, et al., Monte Carlo Analysis of a Streaming Experiment of D-T Neutrons and Gamma Rays Through a Concrete Bent Duct, Proc. of the Sixth Int. Confer. on Radiation Shielding, Vol. 2, Tokyo (1983)

37) Kawai, et al.; Application of Albedo Monte Carlo Method to FBR Neutron Streaming Analysis, Proc. of the Sixth Int. Confer. on Radiation Shielding, Vol.2, Tokyo(1983)

38) R. R. Coveyou, et al.; Nucl. Sci. Eng., 27, 219 (1967)

39) J. S. Tang, P. N. Stevens, and T. J. Hoffman; Method of Monte Carlo Biasing Using Two-Dimensional Discrete Ordinates Adjoint Flux, ORNL - 5414 (1976)

40) J. S. Tang, T. J. Hoffman, and P. N. Stevens; Nucl. Sci. Eng., 62, 617 (1977)

41) J. S. Tang, T. J. Hoffman, and P. N. Stevens; Nucl. Sci. Eng., 64, 837 (1977)

42) F. R. Mynatt, F. J. Muckenthaler, and P. N. Stevens; Development of Two-Dimensional Discrete Ordinates Transport Theory for Radiation Shielding, CTC - INF - 752, (1969), see also, DOT - 3.5, Two-Dimensional Discrete Ordinates Radiation Transport Code, RSIC Computer Code Collection, CCC - 276 (1975)

43) K. Ueki; J. Nucl. Sci. Technol.; 16, 117 (1979)

44) R. W. Roussin; 40 Group Coupled Neutron and Gamma-Ray Cross Section Data, DLC - 23, RSIC Data Library Collection (1972)

45) M. H. Kalos; Nucl. Sci. Eng., 16, 227 (1963)

46) P. N. Stevens; Theory of Adjoint Monte Carlo and Its Application, Tennessee Industries Week, University of Tennessee, Knoxville (1977)

47) D. C. Irving; The Adjoint Boltzmann Equation and Its Simulation by Monte Carlo, ORNL - TM - 2879 (1970)

48) 植木紘太郎, 他; モンテカルロコード MORSE-CGによるベンチマーク実験の解析, JAERI - M83 - 142 (1983)

49) 菫西峯夫, 他; 一般過程実験マニュアル (前期), 原子炉研究所テキスト, JAERI6018, (1968)

50) 宮坂駿一, 他; 黒鉛スロットからの中性子の漏洩, JAERI - M8686, 97 (1980)

51) 三浦俊正, 竹内清, 布施卓嘉; 円環ダクト漏洩放射線の測定と計算, 船舶技研報告, 16, 329 (1979)

52) T. Miura and N. Sasamoto; Nucl. Sci. Eng., 83, 333 (1983)

53) Y. T. Song, et al.; Nucl. Sci. Eng., 44, 252 (1971)

54) B. Chinaglia, et al.; Study of the Neutron Streaming Through Cylindrical Ducts with Two Bends in Water; Experiments, EUR 4498e (1970)

55) Y. Ogawa, et al.; Nuclear Radiation Analysis in Reaction Plasma Facility, Proceedings of the Sixth International Conference on Radiation Shielding, Vol.2, Tokyo, (1983)

56) R. T. Santoro, et al.; Nucl. Sci. Eng., 78, 259 (1981)

58) R. T. Santoro, et al.; Nucl. Sci. Eng., 84, 260 (1983)

59) R. T. Santoro, et al.; Calculated Neutron and Gamma Ray Energy Spectra from 14-Mev Neutron Streaming Through an Iron Duct: Comparison

with Experiment, ORNL - 7878 (1981)

60) Y. Seki, et al.; Nucl. Tech./Fusion, 2, 272 (1982)

61) L. L. Carter; Nucl. Tech./Fusion, 2, 286 (1982)

62) Long - Poe Ku and Joseph G. Kolibal; Nucl. Tech./Fusion, 2, 313 (1982)

63) H. Hashikura, et al.; Nucl. Sci. Eng., 84, 337 (1983)

64) W. T. Urban, T. J. Seed, and D. J. Dudziak; Nucl. Tech./Fusion, 2, 261 (1982)

65) R. A. Lillie, et. al.; Nucl. Tech./Fusion, 2, 325 (1982)

66) 植木紘太郎; 日本原子力学会誌, 26, 883 (1984)

67) "ENDF/B Summary Documentation, " BNLNCS - 17541 (ENDF - 201), 2nd ed. (ENDF/B IV), D. Garber, Ed., available from the National Nuclear Data Center, Brookhaven National Laboratory, Upton, New York (Oct.1975)

68) 小山謹二, 他; 遮蔽材料の群定数—中性子100群・ガンマ線20群・P_s近以一, JAERI - M6928 (1977)

69) K. Koyama, et al.; RADHAT - V3, A Code System for Generating Coupled Neutron and Gamma - Ray Group Constants and Analyzing Radiation Transport, JAERI - M7155 (1977)

70) N. M. Greene, et al.; A Modular Code System for Generation Coupled Multi - Group Neutron - Gamma Libraries from ENDF/B, ORNL/TM - 3706 (1976), (Revised 1978)

71) W. W. Engle, Jr; A Users Manual for ANISN, A One Dimensional Discrete Ordinates Transport Code, K 1693 (1967)

72) U. Fano, L. V. Spencer, and M. J. Berger; Penetration and Diffusion of X Ray, Handbuch der Physik, Vol. XXXVIII/2, p660, S. Flugge (Ed.), Springer - Verlag, (1969)

73) 植木紘太郎; モンテカルロ法による遮蔽問題の解析 (総説), 日本原子力学会誌, 22, 535 (1980)

74) H. A. Steinberg and M. H. Kalos; Nucl. Sci. Eng., 44,406 (1971)

75) A. Dubi and Y. S. Horowitz; Nucl. Sci. Eng., 71, 29 (1979)

76) S. K. Fraley and J. J. Hoffman; Nucl. Sci. Eng., 70, 14 (1979)

77) N. M. Schaeffer (Ed.); Radiation Shielding for Nuclear Enginners, U. S. ATOMIC ENERGY

COMMISSON, (1973)

78) A. Simon and C. E. Clifford; Nucl. Sci. Eng., 1, 156 (1956)

Appendix A

(3.8) 式を基に, MORSE コードの文献(2)に沿って, アジョイントモードに対する積分型現出仮想粒子密度方程式を導出する。

(3.8) 式を最終的には輸送核と衝突核を用いて書き表わすために, まず次のように変形した輸送核を導入する。

$$T_g(\bar{r} \rightarrow \bar{r}', \bar{\Omega}) = T_g(\bar{r}' \rightarrow \bar{r}, \bar{\Omega}) \frac{\sum_i^g(\bar{r}')}{\sum_i^g(\bar{r})} \quad (\text{A.1})$$

この新しい輸送核 $T_g(\bar{r}' \rightarrow \bar{r}, \bar{\Omega})$ はフォワードモードで用いた輸送核 $T_g(\bar{r} \rightarrow \bar{r}', \bar{\Omega})$ に対応する。また, (3.8) 式における,

$$\sum_{g'} \int d\bar{\Omega}' \frac{\sum_s^{g-g'}(\bar{r}', \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}')}{\sum_i^g(\bar{r}')} \quad (\text{A.2})$$

は仮想粒子が引き起す位相変化 ($g \rightarrow g', \bar{\Omega} \rightarrow \bar{\Omega}'$) を表わしている。したがって, (A-2) 式は新しい衝突核 $\bar{C}_{g'-g}(\bar{r}, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega})$ になり, フォワード積分方程式で用いられた衝突核と全く同じである。

$$\begin{aligned} \bar{C}_{g'-g}(\bar{r}, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}) &= \sum_{g'} \int d\bar{\Omega}' \frac{\sum_s^{g-g'}(\bar{r}, \bar{\Omega} \rightarrow \bar{\Omega}')}{\sum_i^g(\bar{r})} \\ &= C_{g'-g}(\bar{r}, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}) \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

(A.1) および (A.3) 式を用いると, 仮想粒子に対するモンテカルロ解析のポイントバリュウ定義式は次式のようになる。

$$\begin{aligned} \chi_g^*(\bar{r}, \bar{\Omega}) &= P_g^*(\bar{r}, \bar{\Omega}) + \\ T_g(\bar{r}' \rightarrow \bar{r}, \bar{\Omega}) &\frac{\sum_i^g(\bar{r}')}{\sum_i^g(\bar{r})} \bar{C}_{g'-g}(\bar{r}', \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}) \\ &\cdot \chi_{g'}^*(\bar{r}', \bar{\Omega}') \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

(A.4) 式はモンテカルロ解析のアジョイントモードに対し, 基本的には正確な関係式である。しかし, このまま解こうとすると, 特別な重み補正 $\sum_i^g(\bar{r}')/\sum_i^g(\bar{r})$ が必要であり, そのためには次の衝突点を選定した後に重みの計算をしなければならない。

この特別な重み補正を避けるために, 次のような量を新たに定義する。

$$H_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) \equiv \sum_i^g(\bar{r}) \chi_g^*(\bar{r}, \bar{\Omega}) \quad (\text{A.5})$$

$$H_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) \equiv T_g(\bar{r}' \rightarrow \bar{r}, \bar{\Omega}) G_g(\bar{r}', \bar{\Omega}) \quad (\text{A.6})$$

また, イベントバリュウとポイントバリュウとの間には次のような関係式がある。

$$\chi_g^*(\bar{r}, \bar{\Omega}) = T_g(\bar{r}' \rightarrow \bar{r}, \bar{\Omega}) W_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) \quad (\text{A.7})$$

(A.5) 式で, $\chi_g^*(\bar{r}, \bar{\Omega})$ は線変に似た変数であるので, 新しい変数 $H_g(\bar{r}, \bar{\Omega})$ は事象密度 (event density) であり, (A.6) 式の $G_g(\bar{r}, \bar{\Omega})$ は現出粒子密度 (emergent

particle density) に似た量であると思わせる。したがって, アジョイント事象密度 $H(\bar{r}, \bar{\Omega})$ に対する基本式は積分型ポイントバリュウ方程式²⁾を基にし, 以下のようにして導びかれる。

$$\begin{aligned} \chi_g^*(\bar{r}, \bar{\Omega}) &= T_g(\bar{r}' \rightarrow \bar{r}, \bar{\Omega}) \left\{ P_g^*(\bar{r}, \bar{\Omega}) + \right. \\ &\quad \left. \bar{C}_{g'-g}(\bar{r}', \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}) \chi_{g'}^*(\bar{r}', \bar{\Omega}') \right\} \\ &= \int_0^\infty dR \sum_i^g(\bar{r}') e^{-\beta_g(\bar{r}, R, \bar{\Omega})} \left[P_g^*(\bar{r}, \bar{\Omega}) \right. \\ &\quad \left. + \bar{C}_{g'-g}(\bar{r}', \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}) \chi_{g'}^*(\bar{r}', \bar{\Omega}') \right] \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

ここで,

ここで,

$$P_g^*(\bar{r}, \bar{\Omega}) = P_g^*(\bar{r}, \bar{\Omega}) / \sum_i^g(\bar{r})$$

(A.8) 式の両辺に $\sum_i^g(\bar{r})$ を乗じ, 次のように整理する。

$$\begin{aligned} \sum_i^g(\bar{r}) \chi_g^*(\bar{r}, \bar{\Omega}) &= \int dR \sum_i^g(\bar{r}') e^{-\beta_g(\bar{r}, R, \bar{\Omega})} \\ &\cdot \left[\sum_i^g(\bar{r}') P_g^*(\bar{r}', \bar{\Omega}) \right. \\ &\quad \left. + \bar{C}_{g'-g}(\bar{r}', \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}) \frac{\sum_i^g(\bar{r}')}{\sum_i^g(\bar{r}')} \sum_i^{g'}(\bar{r}') \chi_{g'}^*(\bar{r}', \bar{\Omega}') \right] \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

ここで, $H \equiv \sum_i \chi^*$ および $P^* \equiv \sum_i P^*$ の関係式を使えば, (A.9) 式は次のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} H_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) &= T_g(\bar{r}' \rightarrow \bar{r}, \bar{\Omega}) [P_g^*(\bar{r}, \bar{\Omega}) \\ &\quad + C_{g'-g}(\bar{r}, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}) H_{g'}(\bar{r}', \bar{\Omega}')] \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

ここで,

$$\begin{aligned} C_{g'-g}(\bar{r}, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}) &= \bar{C}_{g'-g}(\bar{r}, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}) \frac{\sum_i^g(\bar{r}')}{\sum_i^{g'}(\bar{r}')} \\ &= \sum_{g'} \int d\bar{\Omega}' \frac{\sum_s^{g-g'}(\bar{r}, \bar{\Omega} \rightarrow \bar{\Omega}')}{\sum_i^g(\bar{r})} \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

(A.10) 式と (A.6) 式とを比較すると次のような関係式が見い出される。

$$G_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) = P_g^*(\bar{r}, \bar{\Omega}) + C_{g'-g}(\bar{r}, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}) H_{g'}(\bar{r}, \bar{\Omega}') \quad (\text{A.13})$$

(A.13) 式と (3.5) 式とを比較すると,

$$\begin{aligned} \chi_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) &= S_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) + \\ C_{g'-g}(\bar{r}, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}) T_{g'}(\bar{r}' \rightarrow \bar{r}, \bar{\Omega}') \chi_{g'}(\bar{r}', \bar{\Omega}') \end{aligned} \quad (\text{3.5})$$

これら二つの式はモンテカルロ計算を実行する上で全く同じ論理で解くことができることが分る。この両式が MORSE コードで実際に採用されている式である。

Appendix B イベントバリュウ関数の導出

アジョイントモンテカルロ計算の過程でイベントバリュウ $W_g(\bar{r}, \bar{\Omega})$ を計算する関係式を導出する⁴³⁾

Appendix A の (A. 12) 式の両辺を $\Sigma_t^g(\bar{r})$ で割る。

$$\frac{G_g(\bar{r}, \bar{\Omega})}{\Sigma_t^g(\bar{r})} = \frac{P_g^g(\bar{r}, \bar{\Omega})}{\Sigma_t^g(\bar{r})} + \frac{C_{g'-g}(\bar{r}, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega})}{\Sigma_t^g(\bar{r})} \cdot H_{g'}(\bar{r}, \bar{\Omega}') \quad (\text{B. 1})$$

(B. 1) 式は Appendix A の (A. 5) 式および (A. 11) 式、さらに、

$$P_g^g(\bar{r}, \bar{\Omega}) = \Sigma_t^g(\bar{r}) P_g^g(\bar{r}, \bar{\Omega})$$

という関係式を用い、次のように変形できる。

$$\begin{aligned} \frac{G_g(\bar{r}, \bar{\Omega})}{\Sigma_t^g(\bar{r})} &= P_g^g(\bar{r}, \bar{\Omega}) + \\ &\frac{\Sigma_t^{g'}(\bar{r})}{\Sigma_t^g(\bar{r})} C_{g'-g}(\bar{r}, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}) \chi_{g'}^*(\bar{r}, \bar{\Omega}') \\ &= P_g^g(\bar{r}, \bar{\Omega}) + \bar{C}_{g'-g}(\bar{r}, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}) \chi_{g'}^*(\bar{r}, \bar{\Omega}') \end{aligned} \quad (\text{B. 2})$$

(B. 2) 式をイベントバリュウの定義式²⁾と比較する。

$$W_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) = P_g^g(\bar{r}, \bar{\Omega}) + C_{g'-g}(\bar{r}, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}) \chi_{g'}^*(\bar{r}, \bar{\Omega}') \quad (\text{B. 3})$$

ここで、

$$\bar{C}_{g'-g}(\bar{r}, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}) \equiv C_{g'-g}(\bar{r}, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}) \quad (\text{B. 4})$$

の定義がある²⁾

したがって、(B. 2) 式と (B. 3) 式から次の関係式が得られる。

$$W_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) = G_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) / \Sigma_t^g(\bar{r}) \quad (\text{B. 5})$$

あるいは、

$$G_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) = W_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) \Sigma_t^g(\bar{r}) \quad (\text{B. 6})$$

MORSE コードでは (B. 5) 式の $G_g(\bar{r}, \bar{\Omega})$ を計算しているため、イベントバリュウ $W_g(\bar{r}, \bar{\Omega})$ を求めるにはサブルーチン MORSE を改訂し、 $W_g(\bar{r}, \bar{\Omega})$ を記録するためのディメンション (dimension) を設け、さらにサブルーチン NSIGTA を呼んで $\Sigma_t^g(\bar{r})$ を用意する。(B. 5) 式はモンテカルロ計算でイベントバリュウが求められるように本研究で導出した計算式である。

Appendix C

アジョイントモンテカルロ法で (3.9) 式を解く手順を次に説明する⁴⁷⁾

Step 1

線源項は物理的線源分布 $S_g(\bar{r}, \bar{\Omega})$ ではなく、レスポ

ンス関数 $P_g^g(\bar{r}, \bar{\Omega})$ (例えば、線量率換数係数、反応断面積、全フルーエンスに対する係数 ($\equiv 1.0$)) である。

Step 2

輸送距離 R を以下のような分布関数から選定する。

$$\Sigma_t^{g'}(\bar{r}' + R\bar{\Omega}') \exp \left[- \int_0^R \Sigma_t^{g'}(\bar{r}' + R'\bar{\Omega}') dR' \right]$$

R が得られたら、

$\bar{r} = \bar{r}' + R\bar{\Omega}'$ とする。

もし、 \bar{r} が体系外であれば、仮想粒子は体系を脱出したことにより、ヒストリーは終了する。

Step 3

重みの調整をする。

$$W_t = W_t \cdot \frac{\Sigma_t^{g'}(\bar{r})}{\Sigma_t^g(\bar{r})}$$

Step 4

新しいエネルギー群 g と方向 $\bar{\Omega}$ を決定する。

手続きについてはフォワードモードの Step 4 と全く同じである。

Step 5

エネルギー群 g が制限内であれば Step 2 にもどる。

そうでなければヒストリーは終了する。

ポイントバリュウ $\chi_{g'}^*(\bar{r}, \bar{\Omega})$ は Step 2 の開始時点の仮想粒子の重みを集計して得られ、イベントバリュウ $W_g(\bar{r}, \bar{\Omega})$ は Step 3 の開始時点の重みを合計して求められる。その結果、一般に、

$$W_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) < \chi_{g'}^*(\bar{r}, \bar{\Omega}) \quad (\text{C. 1})$$

になる。

Appendix D 従来のサンプリング法とバイアス

ここで述べるサンプリング法およびバイアスはモンテカルロ法でボルツマン輸送方程式を解き、その結果の分散を低減する手法である。

1. Rejection Technique

Rejection Technique の応用例としてはガンマ線の輸送計算をエネルギー連続モデルで解く場合、Klein-Nishina の式から衝突後の波長の変化 (エネルギー変化) を求める方法が良く知られている^{12, 13, 72)} この流れ図を Fig. 30 に示す。

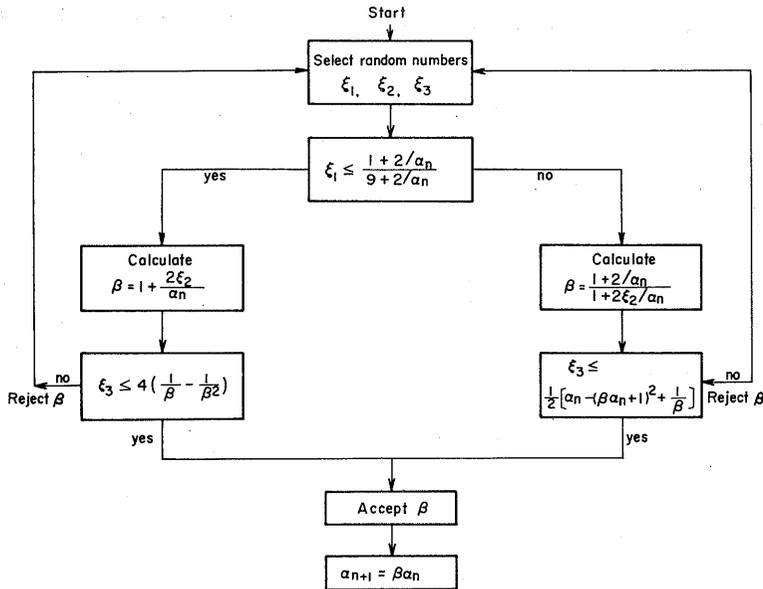


Fig. 30 Flow diagram of the procedure for sampling wavelength changes from the Klein-Nishina distribution.⁷²⁾

Fig. 30を構成する基礎式は、Klein-Nishinaの式を次のように変形したものである。⁷²⁾

$$K(\beta, a_n) = \frac{a_n + 2}{9a_n + 2} g_1(\beta) h_1(\beta) + \frac{8a_n}{9a_n + 2} g_2(\beta) h_2(\beta) \quad (D.1)$$

ここで、

$$\beta = a_{n+1}/a_n$$

$$g_1 = a_n/2$$

$$h_1 = 4 \left(\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\beta^2} \right)$$

$$g_2 = (a_n + 2)/2\beta^2$$

$$h_2 = \frac{1}{2} \left[(1 - a_n\beta + a_n)^2 + \frac{1}{\beta} \right]$$

Fig. 30から分るように、3個の乱数を使い、最終的に乱数が受け入れられるか、それとも拒否されるかを判定し、受け入れられるまで乱数を新しくして計算を続行する。受け入れられると、 $a_{n+1} = \beta a_n$ によって衝突後の波長（エネルギー）が決定される。

2. 期待値法

期待値法 (Expected Value Method) はランダムウォークする過程で評価法 (estimator) を使って粒子の検出器への寄与を計算する手法である¹⁴⁾したがって期

待値法はランダムサンプリング法と決定的手法の結合であると考えてよい。

いくつかの評価法と粒子の寄与 C_w を求める計算式について述べる。^{2, 14, 73)}

(1) 衝突密度評価法 (collision density estimator)

遮蔽体中の小体積を δV 、衝突前の粒子の重みを W_i とすれば、フルーエンスに対する衝突当りの寄与は次のように書かれる。

$$C_w = W_i / \delta V / \Sigma_t \quad (D.2)$$

このフルーエンスの推定は体積 δV の平均である。

(2) 飛程長評価法 (tracklength estimator)

飛程長評価法は小体積 δV 中の粒子の飛程長を計算し、体積 δV で割って寄与を求める。

$$C_w = L / \delta V \quad (D.3)$$

ここで、

$$L = \sum_i W_i \cdot \ell_i$$

$\ell_i = \delta V$ 中における i 番目の飛程長

この評価法は体積 δV をボイド (真空) 中に設けることができる。

(3) 表面交差評価法 (surface crossing estimator)

フルーエンスを求めようとする面積を A とすれば、面積で平均化したフルーエンスが得られる。1回の粒子の交差当りの寄与は次のようになる。

$$C_w = \frac{W_i}{A \cdot |\bar{n} \cdot \bar{Q}|} \quad (\text{D. 4})$$

この評価法では, grazing angle, $\bar{n} \cdot \bar{Q} \rightarrow 0.0$ に近づくとき, $C_w \rightarrow \infty$ になるという問題がある。このときは,

$$|\bar{n} \cdot \bar{Q}| \leq 0.01, \quad |\bar{n} \cdot \bar{Q}| = 0.005 \quad (\text{D. 5})$$

のようにして, 問題を解決する方法がある。

(4) NESXE (next event surface crossing estimator) (次期面交差評価法)

先に述べた面交差評価法は粒子が実際に面を交差したとき初めて寄与が計算できた。しかし, 粒子が次の衝突する以前に面をよぎる確率を使っても寄与を推定することができる。

$$C_w = \frac{W_i \cdot e^{-\tau}}{A \cdot |\bar{n} \cdot \bar{Q}|} \quad (\text{D. 6})$$

衝突から現出した粒子が与えられた面方向を向いていなければ C_w はゼロになる。もし, 衝突点が閉じた面の中にあれば, 必ず1つの寄与がある。また, もし衝突が閉じた面の外であれば, 寄与の数は(ゼロ, 1あるいは2)粒子の方向ベクトル \bar{Q} に依存する。

(5) 点検出器評価法 (point detector estimator)

この評価法は正にその点 \bar{r} における粒子の寄与を推定する。

$$C_w = W_i \cdot e^{-\tau} \cdot f_{g'}(\bar{r}, \bar{Q}' \rightarrow \bar{Q}) / R^2 \quad (\text{D. 7})$$

ここで,

$f_{g'}(\bar{r}, \bar{Q}' \rightarrow \bar{Q}) = g'$ 群の粒子が \bar{r} で衝突し, \bar{Q}' から \bar{Q} のまわりの単位立体角の中に散乱される確立。等方線源の場合 $f_{g'} = 1/4\pi$ になる。MORSEコードでは, $f_{g'}$ を求めるためにルジャンドルの展開係数を用いるので, 離散的散乱角 (discrete scattering angle) を計算した後も, 展開係数を保存しておく必要がある。

R = 衝突点と検出器間の距離

この評価法では $R \rightarrow 0$ のとき, $C_w \rightarrow \infty$ になり, 非常に大きな分散が発生する。この問題を解決するためこれまでいくつかの方法が提案されているが,^{74, 76)} 著者は衝突点が半径1cmの小球中に入ったときは, NESXEによって C_w を計算するという方法を取った。

以上5つの評価法を紹介したが, 問題に応じ適切な評価法を採用することによって, 分散の低減と効率的な計算が可能になる。

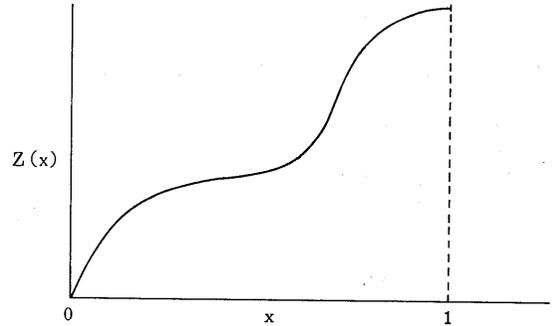
3. インポートランスサンプリング

インポートランスサンプリングという言葉は分散の低減のために不可欠である, とされている。それでは,

なぜ分散の低減に役立つかを説明する。

次のような積分を考える。

$$J = \int_0^1 Z(x) dx \quad (\text{D. 8})$$



インポートランスサンプリングはまずインポートランス関数 $f(x)$ を導入することから始まる。すなわち,

$$\begin{aligned} J &= \int_0^1 \frac{Z(x)}{f(x)} f(x) dx = \int_0^1 g(x) f(x) dx \\ &= \int_0^1 g(x) dF(x) \end{aligned} \quad (\text{D. 9})$$

ここで,

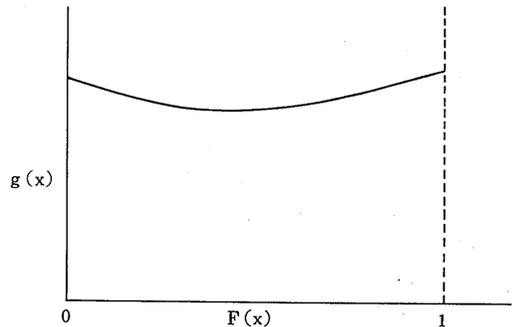
$$dF(x) = f(x) dx$$

$$F(x) = \int_0^x f(x') dx'$$

インポートランスサンプリングの手順;

- 1) 乱数 ξ_j を $\{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N\}$ から選定する。
- 2) $\xi_j \equiv F(x_j) = \int_0^{x_j} f(x') dx'$, のようにする。
- 3) $g(x_j) = \frac{Z(x_j)}{f(x_j)} \equiv g_j$, を求める。
- 4) g_j を $\sum_{i=1}^N g_i$ に加える。
- 5) 1)~4) を N 回繰り返すと次のようになる。

$$\bar{g} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g_i \quad (\text{D. 10})$$



したがって、 g_i の分散は次式によって計算される。

$$\sigma_{g_i}^2 = \int_0^1 [g(x) - \bar{g}]^2 f(x) dx$$

あるいは、

$$\sigma_{g_i}^2 \cong \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [g(x_i) - \bar{g}]^2 \quad (\text{D. 11})$$

また、平均値に対する分散は次のようになる。

$$\sigma_{\bar{g}}^2 = \frac{1}{N} \sigma_{g_i}^2 \quad (\text{D. 12})$$

(D. 11) 式から分るように、インポートランスサンプリングの分散は、 $Z(x)/f(x) = g(x)$ が一定に近ければ近い程小さくなる。もし、完全に一定であれば分散はゼロになる。すなわち、 $g(x)$ を矩形分布 (rectangular distribution) になるようにすべきである。

以上によって、適切な $f(x)$ を選定すれば分散が低減する、ということが理論的に分ったので、次に、ボルツマン輸送方程式に対してインポートランスサンプリングを適用する。

ボルツマン輸送方程式は次のように書くことができる。

$$\chi(\bar{P}) = S(\bar{P}) + \int K(\bar{P}' \rightarrow \bar{P}) \chi(\bar{P}') d\bar{P}' \quad (\text{D. 13})$$

(D. 13) 式の両辺にインポートランス関数 $I(\bar{P})$ を乗ずる。

$$\begin{aligned} \chi(\bar{P}) I(\bar{P}) &= S(\bar{P}) I(\bar{P}) + I(\bar{P}) \int \chi(\bar{P}') K(\bar{P}' \rightarrow \bar{P}) d\bar{P}' \\ &= S(\bar{P}) I(\bar{P}) + \int \chi(\bar{P}') I(\bar{P}') K(\bar{P}' \rightarrow \bar{P}) \\ &\quad \frac{I(\bar{P})}{I(\bar{P}')} d\bar{P}' \end{aligned} \quad (\text{D. 14})$$

(D. 14) 式を次のように書き換える。

$$\tilde{\chi}(\bar{P}) = \tilde{S}(\bar{P}) + \int \tilde{\chi}(\bar{P}') \tilde{K}(\bar{P}' \rightarrow \bar{P}) d\bar{P}' \quad (\text{D. 15})$$

ここで、

$$\tilde{\chi}(\bar{P}) = \chi(\bar{P}) I(\bar{P})$$

$$\tilde{S}(\bar{P}) = S(\bar{P}) I(\bar{P})$$

$$\tilde{K}(\bar{P}' \rightarrow \bar{P}) = K(\bar{P}' \rightarrow \bar{P}) \frac{I(\bar{P})}{I(\bar{P}')}$$

(D. 15) は修正された粒子密度 $\tilde{\chi}(\bar{P})$ および輸送核 $\tilde{K}(\bar{P}' \rightarrow \bar{P})$ を用い輸送方程式を表わしたものであると見なせる。

$\tilde{\chi}(\bar{P})$ の定義式 (D. 15) 式は最初の $\chi(\bar{P})$ の定義式 (D. 13) と同等であるので、 $\tilde{\chi}(\bar{P})$ を計算するためには

統計的加重の修正は不要である。しかし、実際に必要な量 $\chi(\bar{P})$ は、

$$\chi(\bar{P}) = \tilde{\chi}(\bar{P}) / I(\bar{P}) \quad (\text{D. 16})$$

のようにして求める。

最終的に求める量は次のように与えられる。

$$\lambda = \int \chi(\bar{P}) P^x(\bar{P}) d\bar{P} \quad (\text{D. 17})$$

あるいは、

$$\lambda = \int \tilde{\chi}(\bar{P}) P^{\tilde{x}}(\bar{P}) d\bar{P} \quad (\text{D. 18})$$

ここで、

$P^x(\bar{P})$, $P^{\tilde{x}}(\bar{P})$ は共にレスポンス関数であり、

$$P^{\tilde{x}}(\bar{P}) = P^x(\bar{P}) / I(\bar{P})$$

である。

$\chi(\bar{P})$ よりも $\tilde{\chi}(\bar{P})$ を採用した計算が優れているかどうかということ、一に、 $I(\bar{P})$ の選択にかかっており、それによって $\tilde{\chi}(\bar{P})$ がより容易に計算でき、深層透過において分散の低減になるかどうかである。

一般には、 $I(\bar{P})$ としてアジョイントフラックス $\chi^*(\bar{P})$ が良いとされている⁴⁵⁾

もう1つの方法はインポートランス関数を $\chi(\bar{P})$ の定義式中に導入する。

$$\begin{aligned} \chi(\bar{P}) &= \frac{1}{I(\bar{P})} S(\bar{P}) I(\bar{P}) + \int \chi(\bar{P}') \frac{1}{I(\bar{P}')} \\ &\quad K(\bar{P}' \rightarrow \bar{P}) I(\bar{P}') d\bar{P}' \end{aligned} \quad (\text{D. 19})$$

(D. 19) 式は次のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} \chi(\bar{P}) &= \frac{1}{I(\bar{P})} \tilde{S}(\bar{P}) + \int \chi(\bar{P}') \frac{1}{I(\bar{P}')} \\ &\quad \tilde{K}(\bar{P}' \rightarrow \bar{P}) d\bar{P}' \end{aligned} \quad (\text{D. 20})$$

ここで、 $\tilde{S}(\bar{P}) = S(\bar{P}) I(\bar{P})$

$$\tilde{K}(\bar{P}' \rightarrow \bar{P}) = K(\bar{P}' \rightarrow \bar{P}) I(\bar{P}') / I(\bar{P})$$

(D. 20) 式では $\chi(\bar{P})$ は不変である。線源粒子は $\tilde{S}(\bar{P})$ にしたがって選定され、その重みは $1/I(\bar{P})$ だけ補正される。粒子が $\tilde{K}(\bar{P}' \rightarrow \bar{P})$ にしたがって $\bar{P}' \rightarrow \bar{P}$ に輸送された場合、その重みは再び $1/I(\bar{P})$ だけ補正される。最終的に求める量 λ は次のようになる。

$$\lambda = \int \chi(\bar{P}) P^x(\bar{P}) d\bar{P}$$

4. バイアス (biasing)

バイアスとは適当なインポートランス関数を用いて、より関心のある位相空間でより多くのランダムウォークを行い、意味のある答が得られるように人工的に促

進する方法である。バイアスには必ず重みの補正が伴う。次に、従来の簡単なバイアスを紹介する^{2,73,77)}

(1) 線源バイアス

最も手近で簡単なバイアスは線源バイアスである。

円板線源を例にとり、 $I_s(R)$ を線源位置バイアス関数とすれば、バイアスした線源分布関数は、

$$\tilde{S}(R) = 2\pi R I_s(R) / \int_0^{R_0} 2\pi R I_s(R) dR \quad (D. 21)$$

のようになり、一方、バイアスをしない物理的線源分布関数は次のように表わされる。

$$S(R) = 2\pi R \int_0^{R_0} 2\pi R dR \quad (D. 22)$$

ここで、 R_0 は円板線源の半径である。

線源粒子の発生位置は (D. 21) 式によって選定し、粒子の重み補正は次式で行う。

$$W_c = S(R) / \tilde{S}(R) \quad (D. 23)$$

次に点等方線源を仮定し、ある特定の立体角方向に放出される粒子の確立を増大させてやりたいとする。点等方線源のバイアスのない物理的線源方向分布は次のように書かれる。

$$S(\bar{\Omega}) = d\bar{\Omega} / \int d\bar{\Omega} \quad (D. 24)$$

$I_s(\bar{\Omega})$ を線源方向バイアス関数とすれば、バイアスした線源方向分布関数は次式のようになる。

$$\tilde{S}(\bar{\Omega}) = I_s(\bar{\Omega}) d\bar{\Omega} / \int I_s(\bar{\Omega}) d\bar{\Omega} \quad (D. 25)$$

線源粒子の発生方向は (D. 25) 式にしたがい、粒子の重み補正は次のようにする。

$$W_c = S(\bar{\Omega}) / \tilde{S}(\bar{\Omega}) \quad (D. 26)$$

最後にエネルギーバイアスを調べる。この手法は、ある特定なエネルギー領域に放出される粒子の確率を増大させるために使用する。バイアスのない物理的エネルギー分布は次のように表わされる。

$$S_g = Q_g / \sum_{k=1}^G Q_k \quad (D. 27)$$

ここで、 Q_g は g 群に対する線源発生確率。

I_s^g を線源エネルギーバイアス関数とすれば、バイアスした線源エネルギー分布関数は次式のように書かれる。

$$\tilde{S}_g = Q_g I_s^g / \sum_{k=1}^G Q_k I_s^k \quad (D. 28)$$

線源粒子の発生エネルギーは (D. 28) 式にしたがって選定し、粒子の重み補正は以下のようにする。

$$W_c = S_g / \tilde{S}_g \quad (D. 29)$$

(2) 散乱角確率バイアス

このバイアスは衝突点から検出器方向に向かって現出する粒子の確率を増大させる手法である。散乱角確率バイアス (probability angular biasing) にはポイントバリューがインポートランス関数として適切であるとされているが、詳細については第3章で論ずる。

(3) 飛程長バイアス

飛程長バイアス (pathlength biasing) は衝突点から検出器に向かって進行する粒子の飛程を伸長する手法であり、インポートランス関数としてイベントバリューが適しているとされているが、これも第3章で論じる。

(4) 生き残りバイアス

ボルツマン輸送方程式を積分形にした積分形現出粒子密度方程式には \sum_s / \sum_t という項がある。すなわち、粒子は衝突のたびに \sum_s / \sum_t だけ重みの変化がある。

$$W_{i,n+1} = W_{i,n} \cdot \frac{\sum_s}{\sum_t} \quad (D. 30)$$

(D. 30) 式にしたがって粒子を追跡する手法を生き残りバイアス (survival biasing) というが、現在のモンテカルロコードにはどれでもこの方法が採用されていると見て良い。

5. ルシアンルーレットとスプリッティング

ルシアンルーレットとスプリッティングを実行するには、領域ごとに粒子の平均重み $W_{i,ave}$ 、下限重み $W_{i,low}$ 、および上限重み $W_{i,high}$ を設定する必要がある。これらの量は正確さはあまり要求されないので、ルシアンルーレットやスプリッティングを行わない計算をまず実施し、各領域における全粒子の衝突総数と、それに対応した重みから、各値が計算できる。

ルシアンルーレットは粒子の重みが $W_{i,low}$ より小さくなった場合に実行される。

1) 粒子は乱数 ξ が $\xi > \zeta$ であれば死ぬ。ここで、 ζ は生き残り確率である。

2) もし、 $\xi \leq \zeta$ であれば粒子は生き残り、重みは $1/\xi$ になる。

3) MORSE コードでは次のようにしている。

$$\xi \leq \zeta \left(= \frac{W_i}{W_{i,ave}} \right) \quad (D. 31)$$

をテストし、Yes なら生き残り、No なら死である。生き残った場合の重みは次のように補正する。

$$W_i = W_i / \zeta = W_{i,ave} \quad (D. 32)$$

スプリットティングは粒子の重みが $W_i > W_{i,high}$ になったとき実行される。スプリットティングが実行されると、1個の粒子が N 個になり、重みは W_i/N に分配される。MORSEコードでは次のような手順になっている。

1) 粒子の発生数 N は、

$$N = \frac{W_i}{W_{i,ave}} \Rightarrow \begin{cases} N' \text{ 個の粒子} \\ \text{端数 } (N - N') \end{cases} \quad (D. 33)$$

端数 $(N - N')$ を生き残り確立として再びルシアンルーレットを行う。

$$\begin{cases} \xi > (N - N') & \text{この場合、端数粒子は死に、} N' \text{ 粒子} \\ & \text{が } W_{i,ave} \text{ の重みで発生する。} \\ \xi \leq (N - N') & \text{この場合、} (N' + 1) \text{ 個の粒子が} \\ & W_{i,ave} \text{ の重みで発生する。} \end{cases}$$

6. 指数変換 (exponential transform)

指数変換は衝突点において与えられた方向 \vec{Q}_0 に向う粒子の飛程が最も伸長される技法である。

物理的飛程分布は次式で表わされる。

$$f(\eta) d\eta = e^{-\eta} d\eta \quad (D. 35)$$

ここで、

$$\eta = \sum_t t \cdot R$$

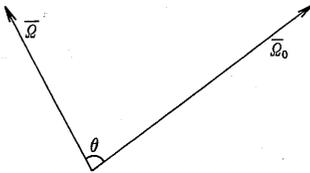
粒子の飛程分布のインポートランス関数が、

$$I(\eta) = e^{\eta\tau\omega} \quad (D. 36)$$

ここで、

$$\tau = \text{定数}$$

$$\omega = \vec{Q}_0 \cdot \vec{Q}_0 = \cos \theta$$



で表わすことができるものとする、

$$f(\eta) I(\eta) / I(\eta) \equiv \tilde{f}(\eta) / I(\eta) \quad (D. 37)$$

のようになる。(E. 37) 式は次のように変形できる。

$$\frac{B}{I(\eta)} \cdot \frac{\tilde{f}(\eta)}{B} = [B e^{-\eta\tau\omega}] \cdot [e^{-\eta/B} / B] \quad (D. 38)$$

ここで、

$$B \equiv 1 / (1 - \tau\omega)$$

したがって、バイアスをした飛程は次式から選定される。

$$\tilde{F}(\eta) = \int_0^\eta \tilde{f}(\eta) = e^{-\eta} / B \quad (D. 39)$$

このときの重み補正は以下のようになる。

$$W_c = \frac{1}{1 - \tau\omega} e^{-\eta\tau\omega} \quad (D. 40)$$

今、 $\omega > 0$ のとき

- 1) $\tau = 0$ であれば $B = 1$ になり、飛程の変化はない。
- 2) $0 < \tau < 1$ であれば $B > 1$ になり、飛程が伸長する。
- 3) $0 < \tau < 1$ であれば $B < 1$ になり、飛程が短縮する。

MORSEコードでは $B \equiv \text{BIAS}$, $\tau = \text{PATH}$, $\omega = \text{DIREC}$ が対応する。