

多孔質~中空ゴムボール系による熱応力アナログについて

一色尚次** 高田良夫* 塚田悠治*
藤井石根** 天田重庚* 川俣善正*

Analogous Method of Steady and Unsteady Thermal Stress
Analysis with Porous Material and
Hollow Rubber Balls

By

Naotsugu Isshiki, Yoshio Takada, Yuji Tsukada, Iwane Fujii,
Shigeyasu Amada and Yoshimasa Kawamata

In many cases of machine design, such as of every kind of heat-engines and boilers, the problems of thermal stresses are going to have greater and greater practical importance, because their machine sizes, capacities, and heat-flux are getting bigger and bigger year by year. Although we can see many reports for analyzing thermal stress physically as by photo-thermo-elasticity methods, and by high temperature strain gauges etc., still they have not given enough reliability and accuracy.

This paper reports the principles and basic experiments of new physical analogous method analyzing steady and unsteady thermal stresses and strains by using a hollow rubber ball system.

In this method, pressure field, air capacity, flow permeabilities and pressure stress of the analogue system correspond to the temperature field, heat capacity, thermal conductivity and thermal stress of the original system respectively.

By basic experiments of this method, we have found the following results.

(1) As long as one-dimensional, the accuracy of this analogue method is within $\pm 15\%$ for the absolute values of maximum stress and strain, including steady and unsteady cases, though there are some time-delays in unsteady cases.

(2) The delays are thought to be caused by internal friction of rubber balls themselves. But it is also possible to eliminate the delays to a certain extent by making flow permeabilities and air capacity large.

1. まえがき

最近、ディーゼル機関などの船用機関の性能向上の要求により、機関各部の受ける熱応力は大幅に増大してきている。これに伴い、発生する熱応力の大きさも限界に達し、熱疲労やクリープが原因となった破損の例も、多く現われるようになってきた。また、船体構造においても、熱応力を無視できない場合も現われてきている。

このように、熱応力の問題は最近重要性が認められてきているが、実際にある部分の熱応力の値を求めよ

うとすると、理論的にも、実験的にも、非常に難かしい場合が多い。

理論的な、電子計算機による数値解析法は、どんな複雑な条件でも、必要な精度で結果が得られるわけであるが、このためには、きわめて大きな記憶容量と、ぼう大なプログラムの手数が必要である。

実験的な手法としては、高温ひずみゲージが多く利用されている。これは、実際の応力がそのまま測定できる大きな利点を持っているが、ゲージの特性のばらつきが大きく、測定値には相当の誤差を覚悟しなければならぬ。このほか、光弾性法、モアレ法なども熱

* 機関開発部第2部 ** 東京工業大学
原稿受付 昭和45年2月2日

応力の測定に用いられるが、応用例も多くなく、今の所、完成した手法とはいえない。

このように、熱応力の解析法は、いくつかあるが、どれも不十分で、決定的な方法は現われていないといえよう。

最近、われわれは、新しい熱応力の解析法として、多孔質アナログ法を開発し、精度を確かめるためのいくつかの実験を行なった。この方法は、まだ問題点も多いが、既存の方法と欠点を相補って行けば、役に立つものになると考えられるのでこの方法について述べて見たい。

2. 記号

- T ; 温度
- P ; 圧力
- r ; 半径
- t ; 時間
- a ; 温度伝導率
- a' ; 圧力伝導率
- β ; 熱膨張率
- β' ; 圧力膨張率
- q ; 熱量の流量
- g ; 流体の流量
- σ ; 応力
- E ; 縦弾性係数
- G ; 横弾性係数
- ν ; ポアソン比
- K_{th} ; 無次元熱応力
- F_r ; フーリエ数 (無次元時間)
- Re ; レイノルズ数
- C_p ; 空気容量
- A ; 多孔質材の断面積
- k ; " 透過率
- ξ ; " 抵抗係数
- n ; 多孔質モデルの圧縮比

添字

- 1; 円筒の内周
- 2; " 外周

3. アナログ法の原理

新しいアナログ法は、多孔質モデルの内部の流体の流れで、物体内部の熱の流れを相似することを、基本的な考え方として構成したものである。

多数の気泡が、小さい孔で連結されているような多孔質材の内部に、流体一たとえば、空気を流した場合を考えると、流れの方程式は、固体の熱伝導方程式と全く同じ形となる。したがって、物体と相似形の多孔質モデルに、温度境界条件と相似の圧力境界条件を与えれば、モデル内部の圧力分布で温度分布を相似することができる。また、多孔質の気泡の容積と熱容量を対応させることにより、非定常問題を扱うことができる。

次に、このような、温度分布に相似の圧力分布が多孔質モデル内部に存在する場合の熱応力の相似について考える。多孔質の個々の気泡は内圧により膨張するが、これは物体の熱膨張に対応させて考えることができ、モデルのひずみ、応力分布は、物体の熱ひずみ、熱応力の分布に相似となることがわかる。

以上の原理を総合したアナログ体系のブロック線図を図1に示す。ここでは実際の熱の流れと、空気流によるアナログとを対応させてある。

3.1 温度分布の相似

いま、図2のように、原物体と相似形の多孔質物体

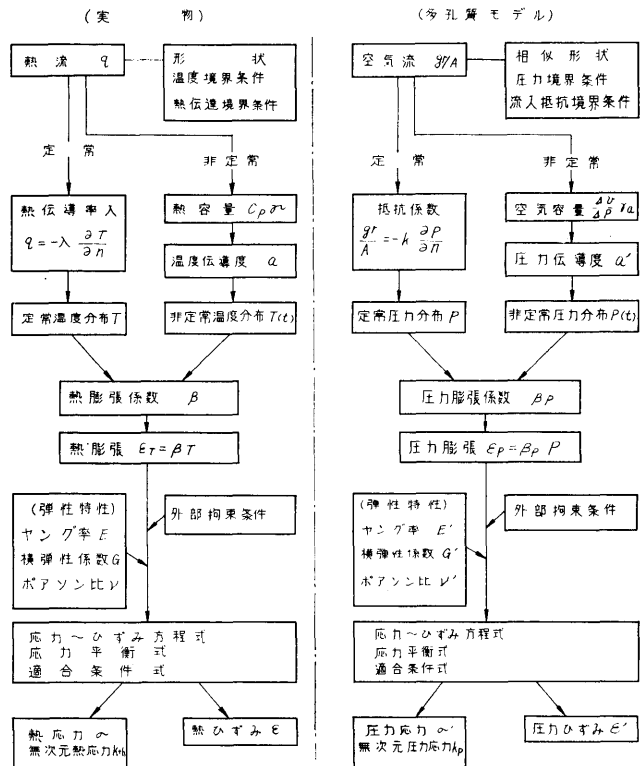


図1 多孔質アナログ体系のブロック線図

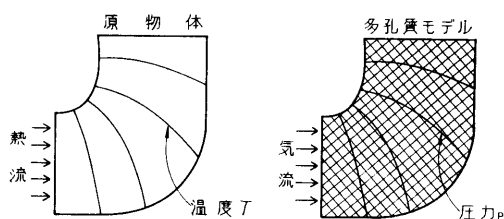


図 2 多孔質モデルによる温度場のアナログ

を作り、それに対して原物体に与えられている温度境界条件に相似の圧力境界条件を与えて、粘性流を形成することを考える。原物体内の温度分布の基礎式は、系内に発熱のない時は、

$$\nabla^2 T = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

となる。

一方、多孔質内の圧力分布は、流体の圧縮性を無視できるときは、

$$\nabla^2 P = \frac{1}{a'} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (2)$$

で与えられる。 a' は多孔質内の流れに対する圧力伝導率ともいべきもので、熱伝導における温度伝導率に相当するものである。

温度に関する方程式 (1) と、圧力に関する方程式 (2) とはまったく同じ形であるので、時間のスケールを a , a' に対応して適当に定めれば、温度 T の分布と全く相似の圧力 P の分布が得られるわけである。

3.2 応力、ひずみの相似

温度場の相似に用いた多孔質モデルの個々の気泡の、内圧による膨張を考える。あるいは、中空ゴムボールを連結して相似モデルを組立て、多孔質モデルの対応する位置から圧力を供給し、ボールの圧力による膨張を考える。

一般に、物体を構成する材料の熱膨張は、

$$\varepsilon_t = \beta T \quad (3)$$

で示される。一方、多孔質材、または中空ゴムボールの内圧による膨張は、近似的には圧力と直線関係にあると考えられるので、

$$\varepsilon_p = \beta' T \quad (4)$$

で表わされ、両者の形が全く同一であることから、熱膨張は圧力膨張で相似できることがわかる。

応力、ひずみの相似に関しては、多孔質材または連結した中空ゴムボール系は、内部に空間があるので、一般の連続体とは違った挙動を示すものと思われるが、もし、これらの弾性的性質が連続体の弾性的性質

と近似的に等しければ、応力、ひずみの相似も成立するわけである。

以上の考察を総合すると、温度分布と相似の圧力分布を、多孔質モデルまたは中空ゴムボールモデルに与えると、モデルには、原物体と相似の熱膨張が生じ、これにより、熱応力、熱ひずみと相似の応力、ひずみが発生することがわかる。

3.3 多孔質アナログ法の特長

以上述べたような熱応力アナログ法の構成は、このほかにもいろいろ考えられるが、本アナログ法の特長としては、次のようなものが挙げられる。

- (1) 物体内部の温度分布を知る必要がなく、熱的境界条件から、直接に熱応力をアナログすることができる。
- (2) 被測定物は複雑な形状でもよい。
- (3) 実験は温度差を与える必要がなく、室温のもとで行なうことができる。
- (4) 非定常熱応力の解析も可能である。この際、多孔質材の通気性と気泡容積の選び方により、時間軸を任意に変えることができるので、急激な熱衝撃も、ゆっくりした変化にして測定できる。

次に、このアナログ法の精度に影響を与える因子のおもなものをあげると、

- (1) 多孔質内の空気流量—圧力関係の非直線性。
- (2) 空気の圧縮性の影響。
- (3) モデル材料の非等方性。
- (4) 材料の応力—ひずみ関係の非直線性、ヒステリシス、時間遅れなど。
- (5) モデルの有限分割による誤差。

などが考えられ、実験の第 1 段階では、これらの影響を調べておく必要がある。

4. 多孔質モデルによる温度場の相似実験

流体の圧力を用いた温度場のアナログは、これまで述べたような多孔質材を用いるもののほかに、毛細管でネットワークを組立てたものを使っても可能である。このアナログ実験でも、一部に毛細管システムを採用しているが、毛細管内の流れについてはよく解明されており、これを組立てて任意の特性のネットワークを製作することは、組立の手数を除いては、容易である。

一方、多孔質材を用いるアナログ法は、モデルの製作が簡単で、実験も容易であると考えられるが、内部の流体の流れについては、よくわかっていないので、



図3 フォーム材の内部構造

アナログの精度が必要なだけ得られるかどうか疑問がある。そこで、多孔質材内部の流れについて詳しい実験、検討を行なった。

温度のアナログに用いた多孔質材は、軟質ウレタンフォーム材で、クッション材などに用いられるものである。この種のフォーム材の内部構造は、気泡の集りというよりは、むしろ、図3のように、細い骨格の集合体ともいべきものであって、温度のアナログの目的には、必ずしも最適とはいえない。しかし、このアナログの用途にちょうど適合する。気泡が小穴で連結されている構造の材料が得られなかったので、一応このフォーム材を用いて実験を行なった。

固体内の1次元熱伝導は次式で表わされる。

$$q = kA \frac{dT}{dx} \quad (3)$$

一方、管内を層流が流れる場合、流量 g は、

$$g = c_1 \frac{dP}{dx} \quad (4)$$

となり、熱伝導の式(3)と一致する。ところが乱流の場合は、流量は、

$$g^2 = c_2 \frac{dP}{dx} \quad (5)$$

となり、熱伝導の式とは違った形となる。

このように、流体の圧力で温度を相似するためには、多孔質内部の流れを層流に相当する状態しておく必要があることがわかった。

さきに述べたように、実験に使用したフォーム材は、非常に細い骨格で構成されており、流路の流路直径は大きいので、圧力勾配の比較的低い領域で、流れはすでに乱流の状態になってしまい、熱応力アナログを行なうに必要な、十分な圧力を得ることはできないと思われる。この点を改善し、大きな圧力差でも層流の状態を保つには、フォーム材を圧縮して流量面積を狭くすることが最も簡単である。定常状態の温度アナログ実験では、圧力勾配—流量関係の直線性の程度および

それに及ぼす材料の圧縮の影響を調べることに重点を置いた。

非定常アナログの場合は、現在の材料では熱容量に対応すべき気泡容量が不足し、現象の変化が速すぎるので、適当に空気容量を付加して、これを補った。

4.1 定常温度分布のアナログ実験

軟質ウレタンフォーム材で作ったモデルにより、長方形モデルの中の1次元流および中空円板モデル内の軸対称流の性質を調べた。

中空円板モデルは、図4のように、厚さ50mmのフォーム材から切り出したもので、上下に金属板を接着し、中央部に送風機よりの空気を供給した。供給空気圧力は150mmAq程度、モデル内の圧力分布は注射針を差込んで測定した。また、上下に接着した金属板により、モデルを圧縮して厚さを変え、圧縮比 $n =$

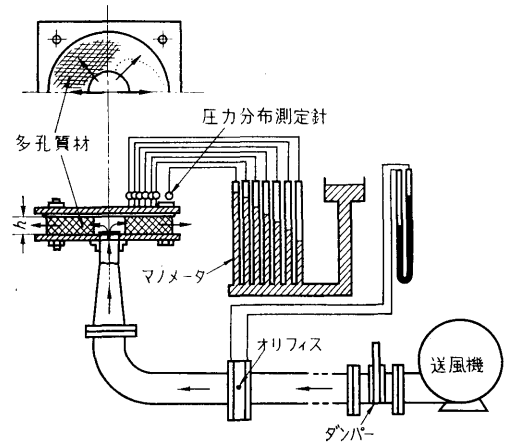


図4 中空円板の温度アナログシステム

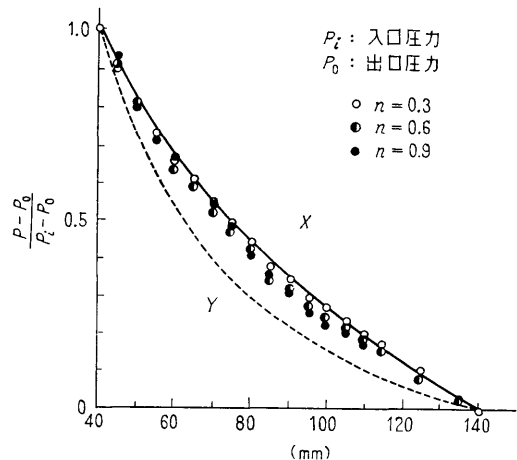


図5 中空円板モデルの圧力分布

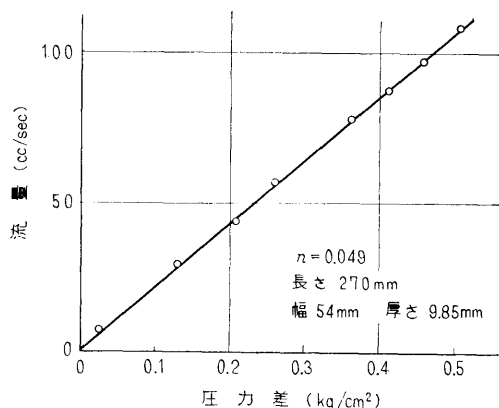


図 6 長方形モデルの圧力分布

h/h_0 の種々の値についての圧力分布を求めた。

代表的な圧力分布の測定例を示したものが図 5 である。図の曲線 X は層流粘性流の場合の理論圧力分布で、これはまた、同じ形状の物体内の温度分布を示すものである。また曲線 Y は、円筒内乱流に相当する流れ、つまり、圧力勾配が流量の 2 乗に比例する場合の圧力の理論曲線である。実験値は、曲線 X とほぼ一致し、この程度の条件では、温度分布のアナログに十分使用し得ることがわかる。また、モデルを圧縮すると、実験値はわずかではあるが理論値に近づく傾向が見られる。

次に、長方形モデルは、角柱状の素材の側面に金属板を接着し、一方の端面から圧力を加えるようにしたもので、比較的高い圧力で実験を行なった。圧力分布の測定例は図 6 のとおりで、モデルを十分に圧縮すれば、高い圧力でも良好な直線性が得られることがわかる。

これらの実験結果をさらに一般化し、フォーム材内の空気流が層流として適用し得る範囲、ならびに流動抵抗の大きさを知るために、中空円板モデルの実験結果につき、抵抗係数 ξ と、等価レイノルズ数 Re の関係を調べた。

レイノルズ数の代表長さには、多孔質の細胞によって形成される流路の水力直径を用いたが、これをどのように定めるかが問題となってくる。種々のモデルを想定して実験値をあてはめて見たが、次式により求めた平均水力直径 d_m が最も良い結果を与えた。

$$d_m = \sqrt{\frac{4}{\pi}(1-n_0)(n-n_0)L_0} \quad (6)$$

ただし、 L_0 は多孔質の細胞の大きさの平均値、 n_0

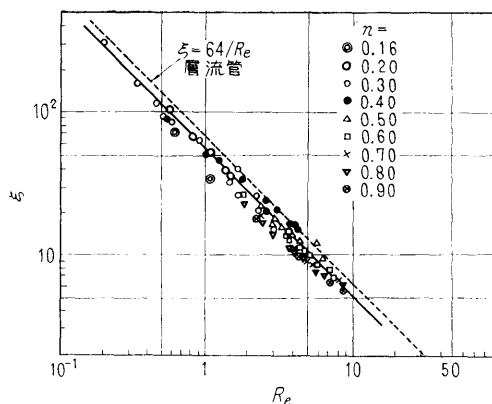


図 7 抵抗係数 ξ と等価レイノルズ数 Re との関係

は流路面積が 0 となる圧縮率で、いずれも実測によって求めた値である。

この d_m を用いて平均流速 U_m を計算し、等価レイノルズ数 Re を次式により求めた。

$$Re = d_m \cdot U_m / \nu \quad (7)$$

抵抗係数 ξ は、テストピース各点における圧力勾配より、次式により計算した。

$$\xi = \frac{d_m}{\rho U_m^2 / 2} \left(\frac{dP}{dr} \right)_{r_m} \quad (8)$$

以上の方式で求めた抵抗係数と等価レイノルズ数とをプロットしたものが図 7 である。その結果、円管内粘性流に対する理論曲線

$$\xi = 64 / Re \quad (9)$$

に対し、実験の範囲内 ($Re < 10$) では、かなりよく一致している。したがって、少なくともこの範囲内では、層流に属する流れとして扱って良いものと推定される。

次に、空気の圧縮性の影響について考える。もし空気が等温膨張をするならば、圧力分布の基礎式は

$$\nabla^2 P^2 = 0 \quad (10)$$

となる。この式は、温度分布のアナログに適当な形ではないが、空気流の場合、アナログの許容誤差を $\pm 5\%$ とすれば、最大圧力比は約 1.4 まではさしかえなく、実用上は大きな問題とはならないと思われる。

4.2 非定常温度分布のアナログ実験

非定常アナログ系として、図 8 のように、多孔質材に付加容量の組合わされたものを想定する。

多孔質内を流れる空気流量は次式で表わされる。

$$g = -Ak \left(\frac{dP}{dx} \right) \quad (11)$$

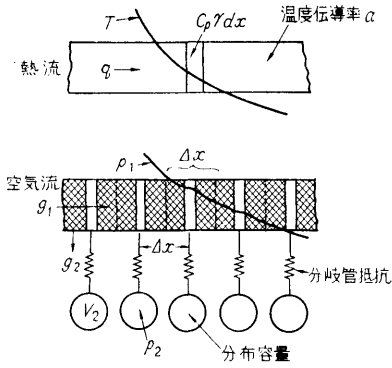


図 8 非定常温度アナログモデル

(A; 多孔質断面積, k; 多孔質抵抗係数)
次に流量の連続より

$$-\frac{\partial g}{\partial x} \Delta x = (C_{p1} + C_{p2}) \frac{\partial P}{\partial t} \quad (12)$$

(C_{p1} ; 多孔質 1 区画当りの空気容量, C_{p2} ; 付加空気容量, Δx ; 多孔質 1 区画の長さ)

式(11), (12) より P に関する微分方程式を得る。

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{C_{p1} + C_{p2}}{A k \Delta x} \left(\frac{\partial P}{\partial t} \right) \quad (13)$$

この式の形は、非定常熱伝導の方程式 (1) とまったく一致しており、温度伝導率に対応する圧力伝導率 a' は次式によって与えられる。

$$a' = \frac{A k \Delta x}{C_{p1} + C_{p2}} \quad (14)$$

実験は、1次元モデルについて行なった。実験装置の概略は、図9のとおりである。モデルは、圧縮したウレタンフォーム材を7区画に分割し、一定のすきまをへだてて並べたもので、各すきまには、付加容量として、内径 30 mm のゴムボール 40 個をゴム管で連結してある。ゴムボールは応力場のアナログに使用したものであるが、圧力により膨張するので、空気容量 C_{p2} はこの効果を含めて決定した。空気の供給には、

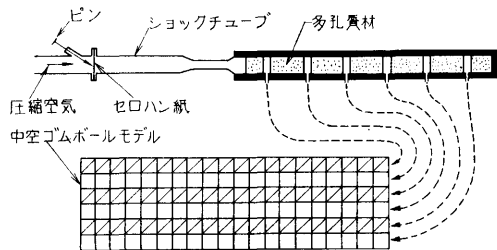


図 9 1次元非定常温度アナログシステム

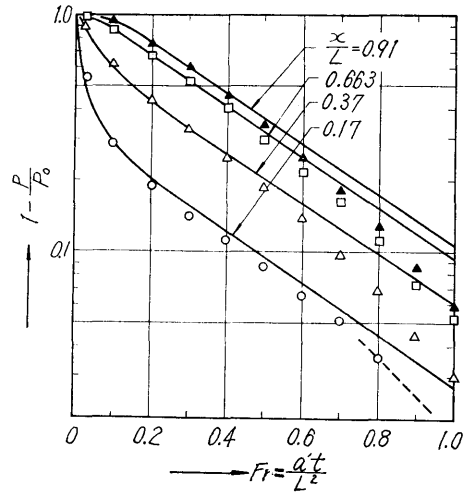


図 10 1次元モデルによる非定常温度分布の相似

図に示すようにショックチューブを使い、モデルの一端にステップ状の圧力変化を与えた。また、他の端は閉鎖して、断熱条件を相似した。各区画の圧力変化は、オシログラフに記録した。

実験結果と、それに対応する1次元熱伝導（一端ステップ状温度変化、他端断熱）の理論計算値との比較を図 10 に示す。横軸の F_r は非定常熱伝導の無次元時間を与えるフーリエ数である。

図からわかるように、実験値と理論値はよく一致している。特に、過渡熱応力の値が大きい比較的初期の段階 ($F_r < 0.5$) で、非常によい一致を示している、このようなアナログ系を用いて、非定常温度分布の相似を十分な精度で行ない得ることがわかった。

5. 熱応力アナログ用中空ゴムボール系の性質

5.1 ゴムボールの選択

熱応力のアナログに用いる中空ゴムボールに要求される性質は、応力~ひずみ特性が直線的であり、ヒステリシスも少なく、ポアソン比も金属などと同じ値であることなどである。また、内圧による膨張も直線的で、膨張係数は、弾性係数の値に対し、適当な大きさであることが要求される。このような、アナログの目的に適したボール素子を選ぶために、各種の材質（ゴム、ビニール等）、寸法（外径、肉厚）のボールの特性を調べた。

測定装置は図 11 の構成のもので、引張り、または

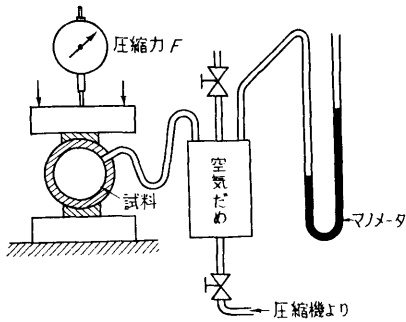


図 11 ゴムボール弾性特性実験装置

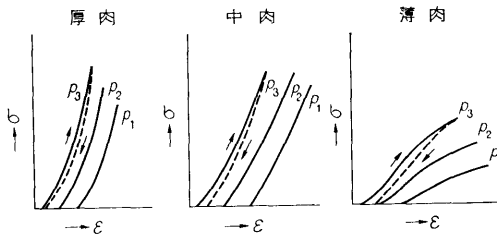


図 12 ゴムボールの肉厚による荷重～ひずみ曲線の違い

圧縮荷重は試験機により加え、ひずみ測定はダイヤルゲージを用いた。

ボール内圧を種々に変えて応力～ひずみ関係を測定した結果、ボール肉厚の弾性特性に及ぼす影響を整理すると、図 12 のような傾向となる。すなわち、厚肉のものは、荷重の増加とともに曲線が立ってきて、ひずみが増加しなくなる。薄肉のボールは、ある荷重以上ではひずみが急に増加し、降伏点のような現象を示す。また、圧力膨張についても、厚肉のものでは感度が鈍く不適当であり、アナログ用ボールとしては、この中間の厚さに最適のものがあることがわかった。

5.2 アナログ実験に使用した中空ゴムボールとその特性

前述の検討の結果、熱応力アナログモデルの製作には、下記の諸元の中空ゴムボールを用いることにした。

外径; 37.7 mm

肉厚; 4 mm

材質; 赤ゴム (JIS 硬度 45～50)

組立; ゴム製スペーサー (直径 19 mm, 中央部肉厚 0.6 mm) をはさみ接着。接着剤は常温硬化エポキシ系。

このゴムボールで種々の大きさのブロックを組立て、その特性を調べた。図 13 はブロックの 1 例であ

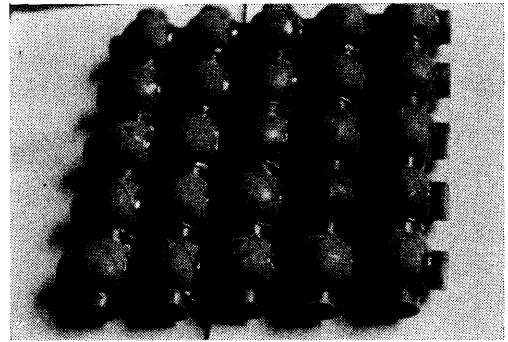


図 13 中空ゴムボールを組立てたブロック

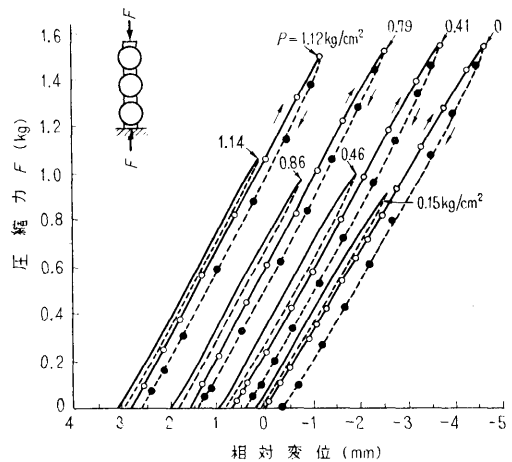


図 14 中空ゴムボールブロックの荷重～ひずみ曲線

る。

図 14 は、ボール 3 個を直列に組立てたブロックの測定例で、荷重～ひずみ曲線はほぼ直線的であり、ヒステリシスも少なかった。ボール内圧は、0～1.14 kg/cm² の範囲で変えたが、圧力膨張の特性も良好であり、内圧が変ることによる見掛上の剛性の変化も、ほとんど見られなかった。図 15 は、各種の形状のゴムボールブロックの、内圧による膨張を示したもので、ブロックの大きさにより、膨張係数の値はやや異なっているが、ブロックの大きさがある程度以上になると、違いは、わずかになるようである。

組立に用いる接着剤は、ゴム系、エポキシ系などを試みたが、接着剤の違いにより、弾性特性に明瞭な差が現われており、検定用ブロックの組立には、モデル組立と同じ接着剤と接着方法を用いる必要があることがわかった。このようにして求めた、中空ゴムボールブロックの見掛の弾性係数の値を表 1 に示す。ブロッ

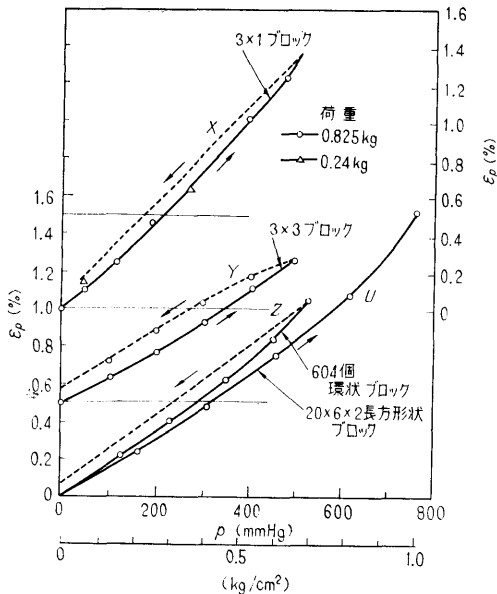


図 15 中空ゴムボールブロックの圧力膨張曲線

表 1 中空ゴムボールブロックの弾性的性質

格子構造	E kg/mm ²	G kg/mm ²	ν
2×2×6	4.2×10^{-2}	1.42×10^{-2}	0.34
2×2×1	4.2	1.42	0.34
3×3×1	4.8	1.70	0.36
平均	4.4	1.51	0.35

クの形は3種類で、それぞれにつき、縦弾性係数 E 、横弾性係数 G 、ポアソン比 ν を求めた。ポアソン比の値は約 0.35 で、金属材料とほぼ同じ値であり、内圧による変化は、わずかであることが確かめられた。

圧力膨張係数も、同様にいろいろな形状のモデルについて計測した結果、平均値として $1.20 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{kg}$ を得た。

6. 中空ゴムボールモデルによる熱応力の相似実験

6.1 長方形モデルによる熱応力の相似

長方形物体の一辺にステップ状の温度変化が与えられた際の、熱応力の相似実験を行なった。長方形モデルは、ゴムボール 240 個を用い、20 個×6 個×2 個の長方形に組立てたものである。モデルは水槽に浮かべて、支持物による変形の妨げを除いた。圧力の供給は、

$$(36)$$

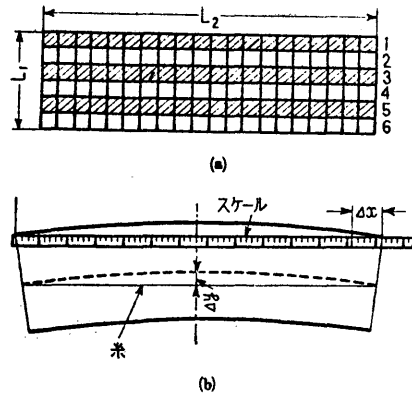


図 16 長方形モデルの区分ならびにたわみ測定

さきに温度分布の相似に用いた図 9 の装置を用い、各ゴムボールから引出したゴム管は、図 16 (a) のように、列ごとにまとめて、温度相似系の各区分に接続した。この場合、ゴムボールとゴム管の空気容量が、温度系の付加容量として働くわけであり、この系の精度は、すでに述べたとおり、十分に確かめられている。圧力によるモデルの変形の測定は図 16 (b) に示すように、スケールを取り付け、長手方向の伸び Δx 、直角方向のたわみ Δy を測定するようにした。モデルの写真図 17 に示す。

圧力の供給は、前と同様に破膜ピンでセロハン紙を破ることにより、入口圧力をステップ状に変化させ、ステップ状温度変化に相似させた。圧力変化は熱伝導と相似の条件で、区分 1, 2, 3, ……に順次及んで行き、モデルを変形させる。変形 $\Delta x, \Delta y$ は、適当な時間々隔で測定した。

測定したひずみ Δy の値を無次元時間 Ft に対してプロットしたものが、図 18 の曲線 X である。曲線 Y は、

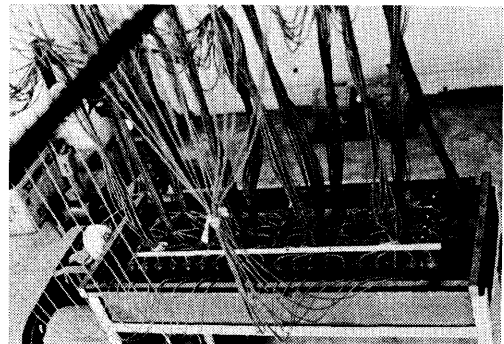


図 17 長方形モデル

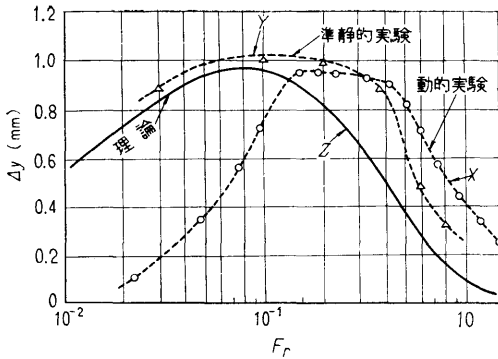


図 18 長方形モデルのたわみ

各瞬間における温度分布を理論的に求め、これに比例した圧力を各区分のゴムボールに独立して与えた、いわば準静的な実験の結果である。また、曲線 Z は、一辺ステップ状温度変化、他辺断熱の条件の理論曲線で、次式により求めたものである。

$$\frac{\Delta y L_1}{\beta T_0 L_2^2} = 3 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{m^3} \left(1 - \cos m - \frac{m}{2} \sin m \right) \exp(-m^2 F\tau) \quad (15)$$

(ただし、 $m = 0.5\pi(2n+1)$, L_1, L_2 ; 板の幅および長さ, β ; 熱膨張係数)

この図からわかるように、動的な実験値(曲線 X)は、理論値と比較して、最大値と曲線の形状はよく一致しているが、かなり大きな時間遅れがみられる。温度、圧力の相似系の精度は、すでに確かめられているので、ここに見られる時間遅れは、ボールの材料のゴムの、応力~ひずみ関係のヒステリシスおよび粘弾性的挙動に原因があるものと考えられる。準静的な実験(曲線 Y)は、理論値とかなり良く一致し、時間遅れも

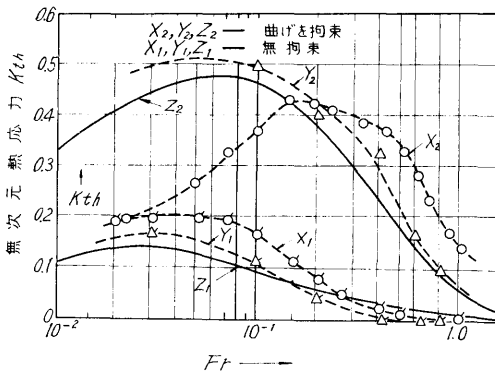


図 19 長方形モデルの非定常熱応力のアナログ

ほとんど見られないことも、このことを示している。

この実験では、変形の速さは、時定数 20 秒程度の、かなりゆっくりしたものであったが、なお遅い変形速度としなければならぬことがわかった。

次に、熱応力表示のために、次式で与えられる無次元応力 K_{th} を用いた。

$$K_{th} = \sigma_p / \beta_p \cdot P_0 \cdot E \quad (16)$$

図 19 は、最も外側の列のゴムボールの中心線的位置(モデル中心線から側面までの 5/6 の位置)における熱応力の相似実験値と理論値とを比較したもので、図中の X, Y, Z は図 18 と同じく、それぞれ動的、準静的実験値および理論値である。理論値は次式で計算されるが、 K_{th1} は無拘束、 K_{th2} は曲げを拘束した場合である。

$$K_{th1} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{m^2} \left\{ 2m \cos \frac{11}{12} m - 7 \sin m - \frac{m}{10} (\cos m - 1) \right\} \exp(-m^2 F\tau) \quad (17)$$

$$K_{th2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{m^2} \left\{ 2m \cos \frac{11}{12} m - 2 \sin m \right\} \exp(-m^2 F\tau) \quad (18)$$

この場合も、たわみと同様に、理論値と実験値には時間のずれが認められるが、曲線の形と大きさはよく一致している。

6.2 中空円板モデルによる熱応力の相似

基本的な実験の第 2 として、温度一様な中空円板の外周を加熱した場合の、軸対称定常および非定常熱応力の相似を行なった。

円板の内外径比は 1:2 とし、中空ゴムボール 604 個を使い、外径 1228、内径 614 の円板状モデルを組立

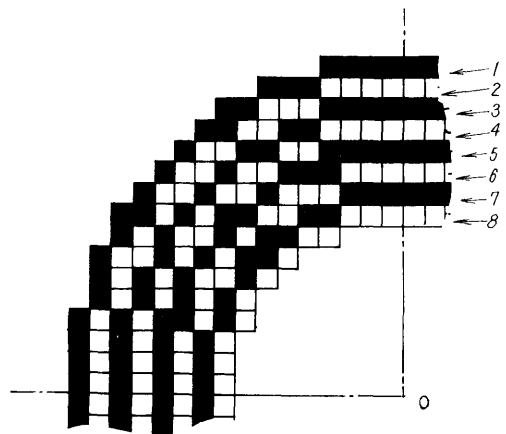


図 20 円板モデルの区分

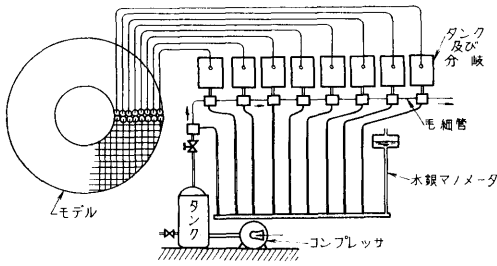


図 21 中空円板の熱応力アナログシステム

てた。モデルは前の実験と同じく水槽に浮かべ、自由な変形を妨げないようにした。軸対称の圧力分布を与えるためには、モデルを図 20 に示すように 8 個の同心円に区分し、各ボールより引出した圧力供給管をそれぞれの区分ごとにまとめ、各区分に任意の圧力を供給し得るようにした。各区分の内容積は、原物体の、相当する区分の熱容量に比例するよう調節してある。

温度アナログシステムは、図 21 に示すとおり、毛細管システムを採用した。毛細管内の流れに関しては、すでに十分な知識が得られていて、任意の特性が容易に得られるので、要素の数が少ない時には多孔質システムよりも有利な点が多い。

毛細管には、内径 0.4 mm のステンレス管を用い、管の長さを加減して、空気流に対する抵抗が、円板の各部分の熱伝導に相当するようにしてある。また、管内の流れを層流に保つため、レイノルズ数が限界値以下になるように管の長さを決めてあり、実測の結果も図 22 に示すように、圧力～流量関係に、十分な直線性が得られている。

供給空気圧は、最大 0.7 kg/cm²、各点の圧力の測定は、水銀柱の直読で行なった。

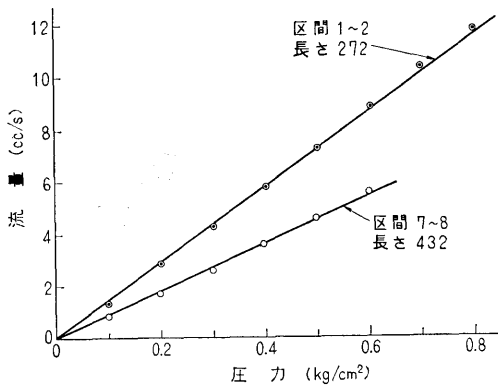


図 22 毛細管の圧力—流量特性の例

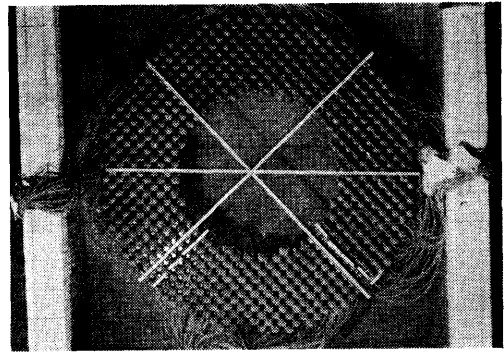


図 23 中空円板モデル

モデルの変形の測定は、物指 3 本を直径に沿って(直角および 45° 方向) 取り付け、一方、ボールには指標を取り付けて、各点の半径方向変位を測定した。読取りは、直読および写真撮影により 1/10 mm まで行なったが、最大変位は 10 mm 程度であるので、この程度の方法で十分であった。モデルの写真を図 23 に示す。(白い 3 本の線は物指である)。

円板を均一に加熱した場合の自然膨張に対応する実験として、モデルの内圧を一樣に上げる実験を行なった。その結果、円板はほぼ均等に膨張し、方向の違いによる変形の差も、ほとんど認められなかった。また、圧力と膨張の関係は、図 15 の曲線 Z に見られるように、ほぼ直線的な性質を示し、圧縮試験により求めた膨張係数とおおむね一致した。

次に外周を一樣に加熱し、内周を冷却した、軸対称定常熱応力のアナログを行なった。温度の相似には、毛細管系は用いず、理論計算で温度分布を求め、これに相当する圧力を、モデルの各区分に加えることにより行なった。

変位の測定結果は図 24 のとおりで、モデルの変形

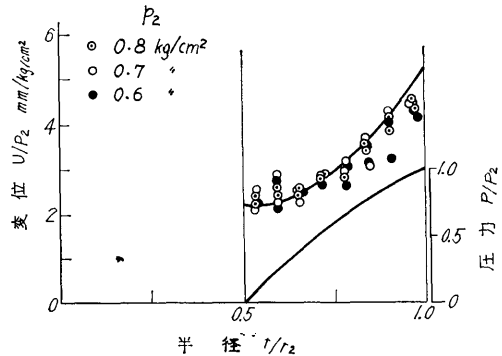


図 24 中空円板の定常熱応力による変形のアナログ

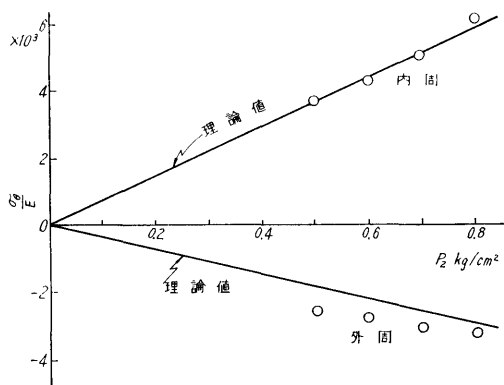
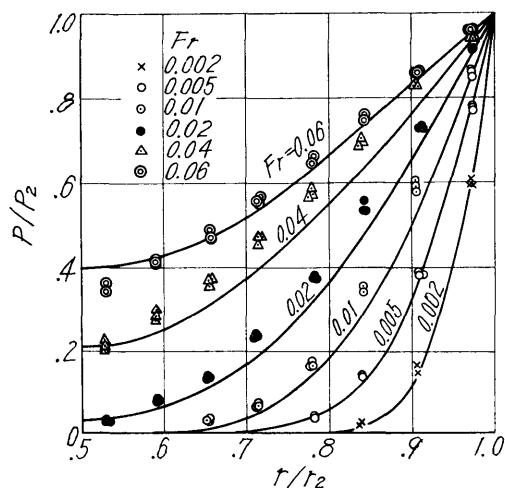
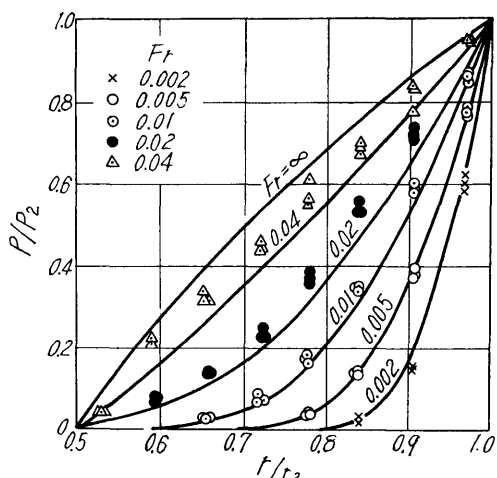


図 25 中空円板の定常熱応力のアナログ



(a) 内周断熱



(b) 内周温度一定

図 26 中空円板の非定常温度分布の相似

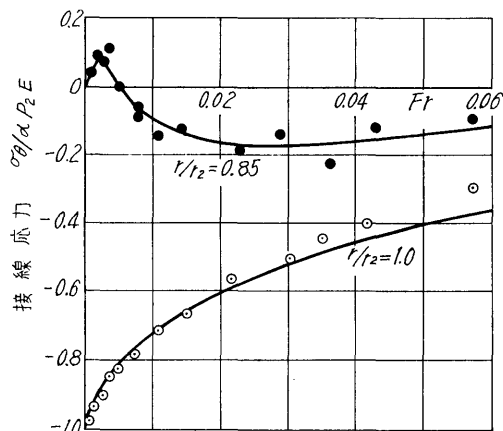
は、実線の理論計算値と比較的良好一致している。また、これから求めた内周および外周の接線応力も図 25 のように、かなり良い精度を示している。

中空円板モデルの非定常熱応力のアナログは、外周にステップ状の温度変化を与えた場合について行なった。内周の境界条件は、一定温度および断熱の 2 種類である。

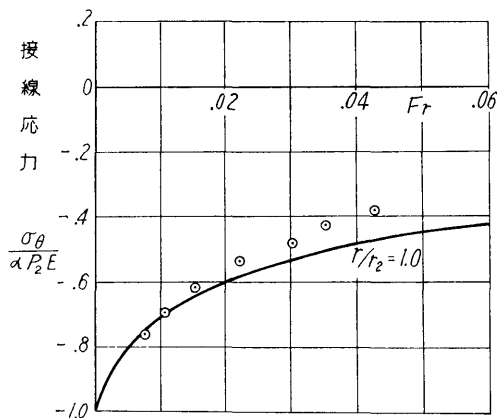
温度相似系で、外周にステップ状の圧力変化を与えるためには、空気供給バルブを急激に開く方法を用いたが、系全体の圧力変化が非常に遅いので、この方法で十分であった。

内周境界条件の与え方は、一定温度条件は毛細管を通して大気開放により、また、断熱条件は、空気出口を閉鎖する方法によった。

最大供給圧力は 0.7 kg/cm^2 、系の時定数は約 20 分



(a) 内周断熱



(b) 内周温度一定

図 27 中空円板の非定常熱応力の相似

で、変形速度を遅くして、ゴムボールの変形遅れによる誤差を防いだ。圧力、変位は 1~5 分間の間隔で測定した。

温度分布の時間的变化は図 26 に示すとおりである。図中の実線は理論値であるが、時間軸のわずかなずれを除いて、大変良い相似結果を示している。図 27 は、半径方向変位と圧力分布から求めた接線応力（外周および外周から 15% 内側の点）で、実線に示した理論値と、かなり良い精度で一致している。また、時間的な遅れも、ほとんど認められなかった。

6.3 中空円板の非定常熱応力の理論解析

中空円板、あるいは円筒の軸対称熱応力の理論解析は、すでにいくつか行なわれているがこの実験の条件とちょうど合致した解析例がなかったので、解析を行ない、実験値との比較、検討に用いた。解析は、一般的な方法で厳密解を求めると、相当な手数を要するので、差分法により、電子計算機を使って直接に数値解を求めた。

中空円板の軸対称温度分布は、次式により与えられる。

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (19)$$

境界条件

$$T_{t=0} = 0 \quad (20)$$

$$T_{r=r_2} = T_2 \quad (21)$$

$$T_{r=r_1} = 0 \text{ または } \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=r_1} = 0 \quad (22)$$

この円板を等間隔の N 個の同心円に区分し、(19) 式を差分化すると、

$$\begin{aligned} (\Delta T_n) = \frac{a \Delta t}{(\Delta r)^2} & \left(T_{n+1} - 2T_n + T_{n-1} \right. \\ & \left. + \frac{T_{n+1} - T_{n-1}}{2r_n} \Delta r \right) \quad (23) \end{aligned}$$

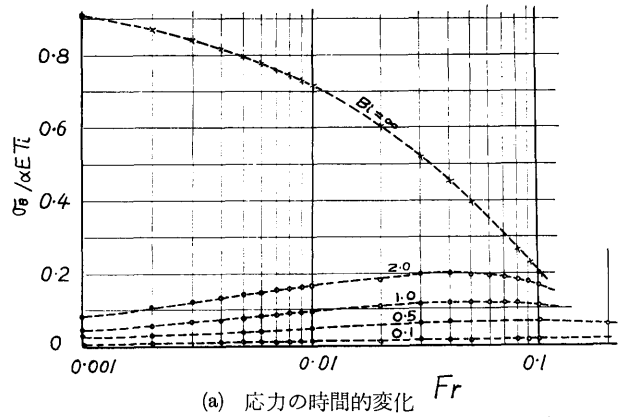
となる。これを用いて求めた温度分布を用い、次式により、数値積分で応力分布を求めた。

$$\sigma_r = \beta E \frac{1}{r^2} \left(\frac{r^2 - r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \int_{r_1}^{r_2} T r dr - \int_{r_1}^r T r dr \right) \quad (24)$$

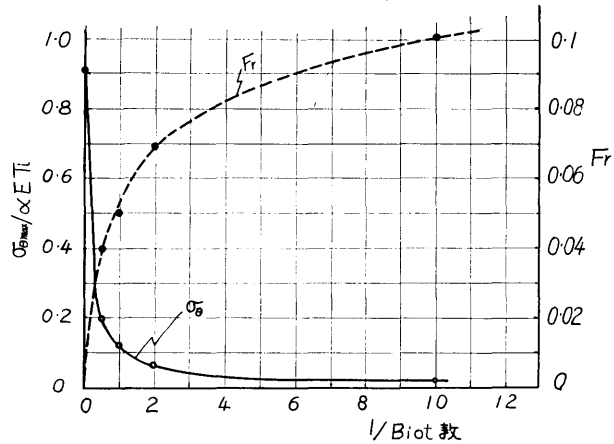
$$\sigma_\theta = \beta E \frac{1}{r^2} \left(\frac{r^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \int_{r_1}^{r_2} T r dr + \int_{r_1}^r T r dr - T r^2 \right) \quad (25)$$

計算は、当所、原子力船部所属の NEAC 2306 を用い、区分数 $N=20$ で行なった。

(40)



(a) 応力の時間的变化



(b) 最大応力の大きさとその発生時刻

図 28 中空円板の熱応力に及ぼす表面熱伝達率の影響 (Bi; ビオー数, 無次元熱伝達率)

また、同じ条件で、外周の熱伝達率を変化させた場合の計算例を図 28 に示す。これに見られるように、熱伝達率を変えることにより、最大熱応力の値と発生時刻をかなり変化させることができる。

6.4 この相似法の精度

これまで述べてきた実験結果の範囲内では、定常、非定常ともに、最大応力、最大ひずみに対して ±15% 程度の精度が得られている。特に、温度分布の相似は相当に良い精度を示しており、なお精度を良くすることも、比較的簡単に行なえると思われる。しかし、応力ひずみ分布の相似は、モデルが高分子材料で作られているので、特性のばらつきや非直線性などの原因により、精度はあまり良くなく、さらに精度を上げるには、かなりの努力が必要と思われる。

7. む す び

新しく開発した、多孔質～ゴムボール系による熱応力のアナログ法の原理と、その精度を確かめるための二、三の基礎的な実験結果について述べた。これらの実験を通じて、次の事が明らかになった。

- (1) 多孔質モデルまたは毛細管モデルにより、定常および非定常温度分布を、流体の圧力分布で、かなり良い精度で相似できた。
- (2) この際に必要な、圧力～流量の直線関係を保つための条件を求めることができた。
- (3) 中空ゴムボールモデルにより、弾性体の熱応力、熱変形を相似することができた。
- (4) ゴムボールの変形の遅れによる誤差は、実験の時定数を大きくすることにより、避けることができた。

以上述べたように、多孔質アナログ法による熱応力解析は、実用の可能性のあることがわかった。実際の解析に用いるには、モデルの製作が面倒であり、ひずみ、応力の測定精度向上など、解決すべき問題が、現在の所多く残っている。また、温度の相似と熱応力の相似の両方を、同じモデルで同時に行なうには、現在、適当な多孔質材が得られていないが、もし、適当な材料が見つければ、実験の手数と精度は大幅に改善されることが期待されるので、特にこの面での努力が必要である。

これらの点を含め、今後はさらに地道な研究改良に努め、広い範囲の応用が可能になるようにしたい。

参 考 文 献

- 1) 一色ほか、不定形部材熱応力の中空ゴムボールによるアナログ解法に関する考察、機械学会動力に関する講演会前刷、昭 42-3, pp. 25~28
- 2) 一色ほか、多孔質～中空ゴムボール系における熱伝導アナログについて、日本伝熱シンポジウム前刷、昭 42-5, pp. 13~16
- 3) 一色ほか、ゴムボールモデルによる中空円板の非定常熱応力の解析について、機械学会講演論文集、No. 173, 昭 43, pp 29~32
- 4) N. Isshiki, et. al., Analogous method of steady and unsteady thermal stress analysis with porous materials and hollow rubber balls, JSME Semi-International Symposium papers, heat and mass transfer, thermal stress Vol. II, pp. 257~266
- 5) 一色ほか、多孔質～中空ゴムボール系による熱応力アナログについて、機械学会誌, 71, 596, (昭 43-9) pp. 19~27
- 6) 一色ほか、新しい熱応力測定法について、高圧力, 7, 1, (昭 44) pp. 2~7
- 7) 一色ほか、板の両面に熱伝達がある場合の非定常熱応力アナログ実験、機械学会講演論文集, No. 204, (昭 44)
- 8) 小泉堯、流体によって加熱される中空円柱の熱応力、機械学会論文集, 28, 194, (昭 37), pp. 1314~1324.