

“摩擦振動の一解析”^{*} に対する討論

杉本隆尚^{**} 田中健一^{***}

Discussion to “Analysis of Frictional Vibrations”

By

Takanao Sugimoto and Ken'ichi Tanaka

Abstract

This discussion is composed of questions to the paper published in Report of Ship Research Institute, Vol. 7, No. 6 (1970) and replies by the author.

The applicability of this analytic method in the non-autonomous system is mainly discussed and it is shown that the method can be successfully applied to the system under a wide range of conditions.

杉本隆尚

巧妙な特性曲線の近似方法を採用し、その結果、摩擦抵抗の向きが1サイクルの途中で変わることを考えずに積分してもかなりよく現象と一致した結果の得られることに驚きました。そして、私の多自由度系の計算に適用しようと試みましたが、これは途中で積分計算が解析的に容易にできない形になることがわり中止しました。以下に少し質問したいと思います。

(1) 本文5ページ図3に摩擦特性曲線とリミット・サイクルの振幅がかかれています。摩擦力が $v=0$ で0となるように目盛りが入れているのはどういふわけですか。

(2) 非自律系への適用は1サイクルの間に相対速度(すべり速度)が0になることはないかと仮定しているの、適用範囲がせまいように思われますが、いかがですか。

田中健一

本報告を詳細に検討して下さいことに感謝します。以下に回答します。

(1) ご指摘の点に関しては、 $f(v)$ の値が v の小さいときに0に近くなるが0に一致せず $v=0$ で $-\infty$ と

なるので拙著の講演概要〔本報告参考文献5〕の図1のようにするのが正しいと思います。本報告図3(a)は印刷上の手違いがありましたので図1のように訂正します。(b)も同様です。

(2) この解析法(以下、本法と略記)は1サイクル中の付着時間がかなり存在すると考えられる場合でも、相対速度が0とならないとして調和振動を仮定し

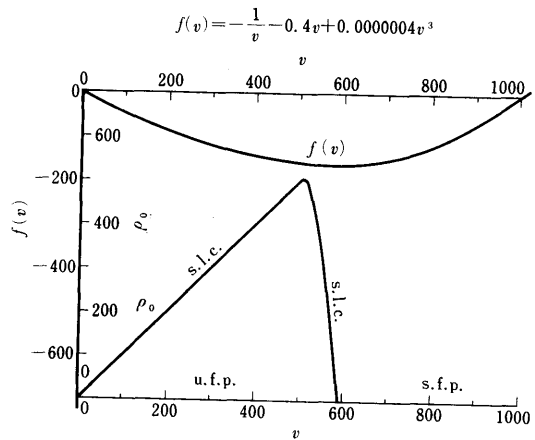


図1 自律系における $f(v)-v, \rho_0-v$ の関係(訂正図)

* 船舶技術研究所報告第7巻第6号所載

** 千葉工業大学

*** 共通工学部

原稿受付 昭和46年7月2日

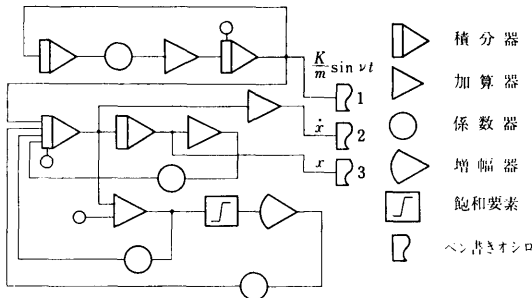
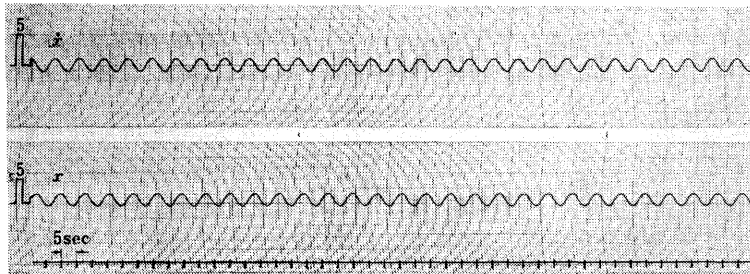


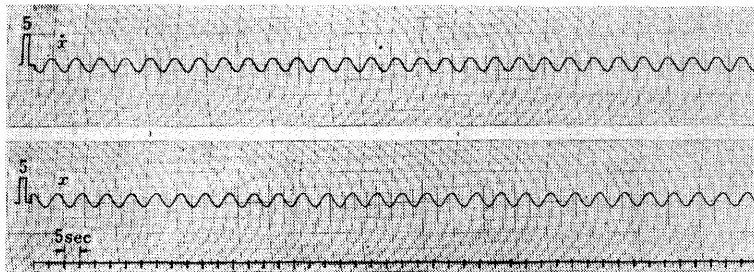
図2 アナログ計算機用ブロック図

た平均法を採用して解析を行なっていますので定量的には本法がこのまま一般に適用できるとは考えません

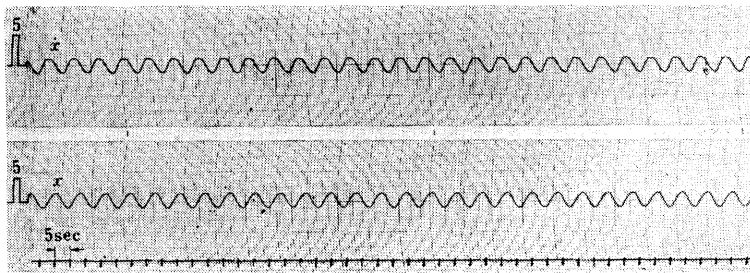
でした。そこで、本報告のむすびの項で、定性的な吟味を行なうに止まるものとして、本法提示の意義を明示したつもりです。すなわち、本法の特長は非自律系の場合、引込み共振、概周期振動発生に関する判別やこれに対応する自律系への変換（本報告(2.5)式)における位相面上のつりあい点やリミット・サイクルの安定性、軌道の状態などが、定性的に本質をそこなくことなく一貫してみとおしのよい形で説明できるところにあると考えました。しかし、工学的には、実用上機械の設計・製作・運用に際してその適用の範囲もある程度広くなければ、新方法開発の意義もかなり薄らぐことになるというのはいうまでもありません。この



$C_1/m = 0.0005$



$C_1/m = 0.005$



$C_1/m = 0.01$

図3 自律系の振動波形

点に関する考察をおし進めるため、本来なら実機による実験を行なって結果を比較検討し、本法の評価を行なうべきですが、便宜的にアナログ計算機によるシミュレーションのある特定の条件のもとに行なってその結果の考察を試みました。以下にその概要を紹介します。

アナログ計算には静摩擦力と動摩擦力は連続するものとして非線型の飽和要素を含む系を考え図2に示されるブロック図のものを採用しました。これは、本報告(2・1)式に類似の振動方程式

$$m\ddot{x} + kx = -\frac{C_{-1}}{v - \dot{x}} + C_0 + C_1\dot{x} + K \sin vt \quad (\text{R-1})$$

に対応するものとしてさしつかえないと思います。また、ここで本報告(2・1)式にあった \dot{x}^3 の項は省略しましたが、当面の問題検討上、この項の有無は本質にかかわりないものと考えたからです。

アナログ計算では

$$k/m = 0.64 \quad v = 1$$

を固定し、

$$C_1/m = 0.0005, 0.005, 0.01$$

$$K/m = 0.05 \sim 0.20$$

の条件のもとに、調和振動の外力による引込み共振と概周期振動発生境界での σ (外力の振動数と系の固有振動数のずれ)の値を求めました。さて(R-1)式の第4項の強制外力の項を除外した場合に当るいわゆる自励振動(自律系)のアナログ計算における $C_1/m = 0.0005, 0.005, 0.01$ の3種の場合の振動波形を図3に示します。それぞれ上段が \dot{x} 、下段が x の波形です。 \dot{x} の波形は上方 $+1(=v)$ の位置でほぼ水平となり飽和に達していますが、この領域が当然付着領域に当たるわけです。 C_1/m の値が大きい(系の負の減衰が大きい)とこの領域の時間(付着時間)が長くなり、 x は当然のこぎり刃状の傾向が著しくなります。したがって、ここで $C_1/m = 0.01$ の場合においてこの傾向が一番強くなります。次に図4は $C_1/m = 0.005$ で、強制外力に関する係数 $K/m = 0.2$ の場合、振動数のずれ σ を適当にかえた場合の振動波形を示しております。(a)が $\sigma > 0$ の場合で、 $\sigma = +0.11$ は引込み共振、 $\sigma = +0.17$ は強制振動と自励振動が共存して概周期振動となっていることを示します。この異種の振動型の分かれる境界の σ の値は必ず求まるわけです。また、 $\sigma > 0$ で外力($\frac{K}{m} \sin vt$ が相当する)と x との位相がほぼ逆位相になっていることもわかります。次に、 $\sigma < 0$ の場合については、他は(a)と同じ条件

で $\sigma = -0.08, -0.13$ の場合の振動波形を(b)に示します。前者が引込み共振、後者が概周期振動ですが、ここでは前述の位相の関係がほぼ同位相になっています。この σ の符号と位相の関係は、当然のことながら本報告(2・5)式と定性的に一致します。

このように振動型の分かれる境界の σ の値を前述の条件で求め図示したものが図5(a),(b)です。同図には、これらの条件で本法による数値計算を行なった結果も同時に示してあります。これらの図ではそれぞれ縦軸に K/m 、横軸に σ を示し、 C_1/m をパラメータとして表わしています。(a)は $\sigma > 0$ 、(b)は $\sigma < 0$ の場合を示します。アナログ計算値は実線で、本法による計算値は破線で示してありますが、この両者は同じように右上がり直線に近い曲線を現わしており、この斜めの線分の左上の範囲では引込み共振が生じ、右下の範囲では概周期振動が生じることを示します。本法では、本報告の(2・6)式を用いて ρ の根 ρ_r を求め、これを(2・8)式および(2・9)式に代入して ρ_r の安定性を確かめています。したがって、これらの式では σ の符号の変化は直接にきかないので(a),(b)とも同一の曲線が図示されています。 C_1/m の前述の範囲の変化に対してこの図では表現できる程度に幅がないので、1本の曲線で代表しております。また、ここで示した本法の計算では、静摩擦力と動摩擦力を結びつける本法の特長である連続関数の係数 C_{-1} に関しては $C_{-1}/m = 0.0000001$ を採用しました。この値は小さいことが望ましいのですが小さいとそれだけ計算が煩雑になります。

次に、本法とアナログ計算との定量的な比較になりますが、(a)図の場合自励振動の付着時間の最も短い $C_1/m = 0.0005$ のとき本法の値が総じて10%ぐらい小さめにでてくることがわかります。アナログ計算の値は C_1/m の値の増加に従って、内側に入ってくる傾向があり本法との開きは少なくなってくるのですがこれは自励振動(自律系)の周期が付着時間の増大によって大きくなり実際には外力の周期との比が大きくなったとみなせるから当然概周期振動発生傾向が強くなりこのような結果が招来されると考えられます。本法では C_1/m の増大によって固有振動の周期の増大はないのですが、微小ながら、内側へ入ってくる傾向が認められ、傾向的にはアナログ計算と同じになるようです。これは負の減衰の傾向の強い場合に、自励振動が外力に同期しがたくなり概周期振動が生じやすいという解釈が成立ついてもよいと思われれます。さ

(200)

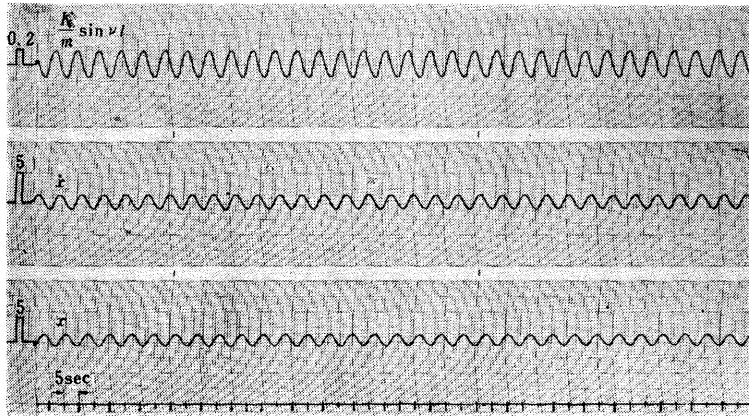
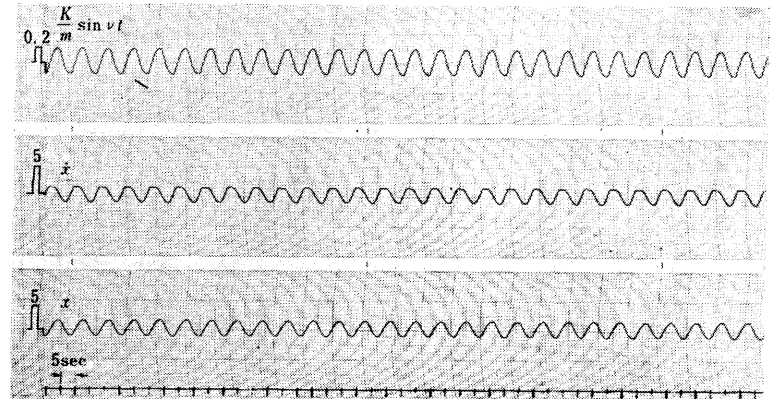
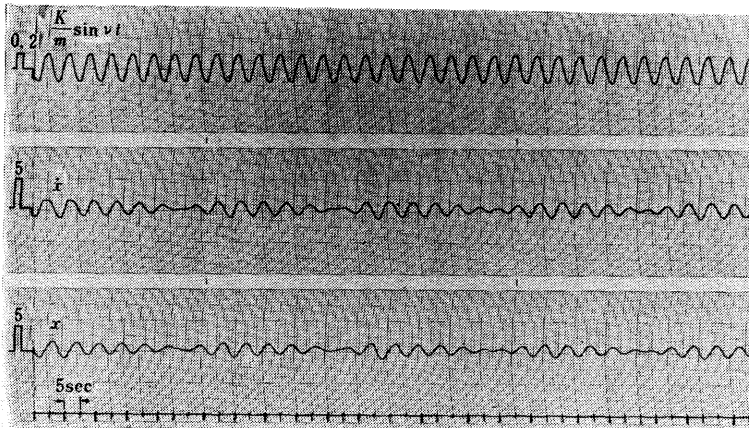
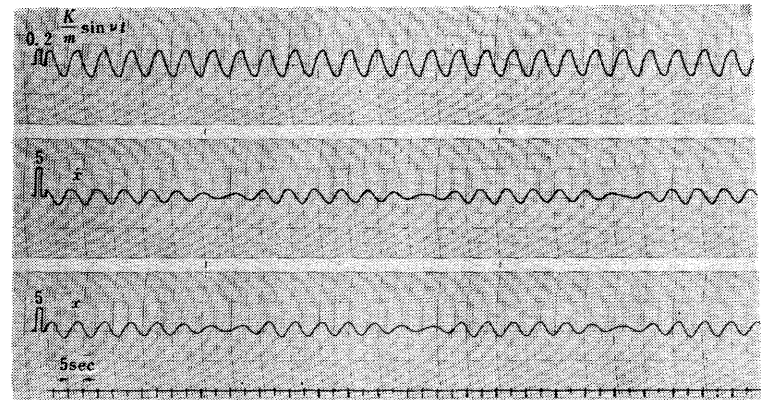
 $\sigma = +0.11$  $\sigma = -0.08$  $\sigma = 0.7$  $\sigma = -0.13$

図 4(a) 非自律系の振動波形 ($C_1/m=0.005$, $\sigma > 0$)

図 4(b) 非自律系の振動波形 ($C/m=0.005$, $\sigma < 0$)

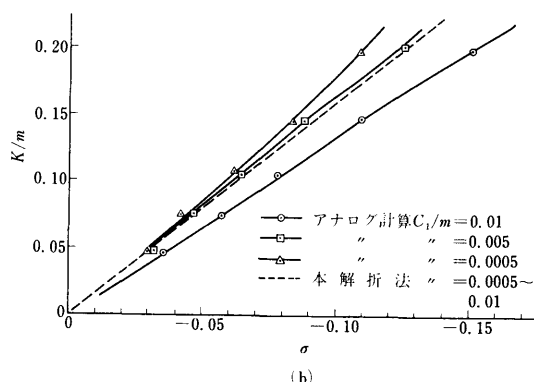
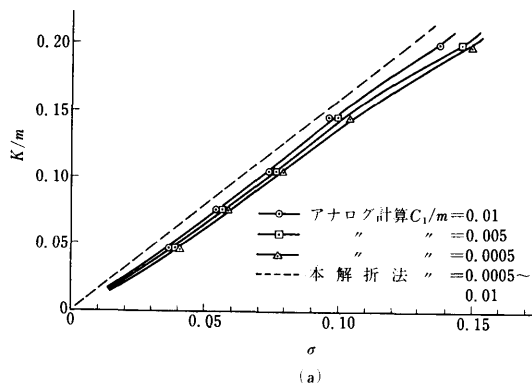


図5 アナログ計算と本解析法計算の結果の比較

て、アナログ計算での C_1/m の増大による影響は後述の (b) に較べるとそれほど大きくはなく、 $C_1/m=0.01$ 以上でも、本法との開きはそう大きくならないようです。次に (b) 図の場合ですが C_1/m の最も小さいと

き、本法の σ の値がほぼ 10% ぐらい大きめにでていて、この点も (a) の場合と反対の傾向となります。(a) の場合と一緒に考えて、この程度の誤差が本質的にこの条件での本法のもつ精度と考えるとよからうと思います。アナログ計算の値が C_1/m の増大に従って外側に出ていく傾向も反対であり、この増大に伴う本法の値とのずれの増大が (a) の場合よりはるかに著しいようです。この傾向は $C_1/m=0.01$ 以上になると一層著しくなります。したがって結論的にいえば本法の適用の範囲はこの場合 $C_1/m=0.01$ ぐらいが限度であるようにも考えられます。しかし、この程度の C_1/m の値でも図 3 に示されるようにその自励振動の付着・すべりの様相がかなりはっきりしていることから、実機の場合に起こりうる状態をかなり網羅していると考えられます。

さらに、振動波形に関していえば、本法は平均法採用の性格上調和振動波形を仮定しているなのでその非自律系における波形の計算結果が付着・すべりをくりかえすいわゆる緩和振動の傾向をもつ波形を示すアナログ・シミュレーションの結果とかなり異なります。本法による振動数、振幅、位相の計算結果を便宜的にアナログ計算機に与えて波形として現わした 1 例を図 6 に示します。この例は図 4 (b) の $\sigma=-0.08$ と同一の条件のもので引込み共振の場合です。また、概周期振動の場合、本報告 (2・15) 式の $\rho_s(\tau)$ の値が精密に計算してみても τ によって微小に変化するので図示の上ではほとんど一定となり、概周期振動波形の表現が困難となります。したがって波形に関する限りでは、本法はあまり有効でないといえましょう。

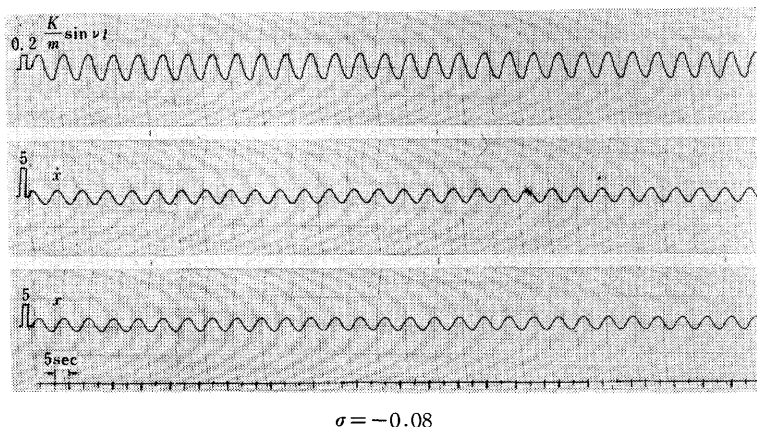


図6 本解析法による振動波形

以上を総合して、本法は非自律系における発生振動の判別を行なう上で、定性的にはもちろん定量的にも諸条件のかなりの範囲まで有効に適用され得るものと考えられます。

最後に、本アナログ計算は原子力船部所属の計算機を用いて行なわれたことを付記して同部に対し謝意を表する次第です。

本報告正誤表

ページ	欄	行	誤	正
2	左	2	a_{-1}/k_w	$a_{-1}/k \cdot \omega$
"	"	"	$+2 v^2 b_3$	$+3 v^2 b_3$
3	"	4	Non-	non-
4	欄外	下 8	$+\frac{F_0}{2} \sin \beta$	$-\frac{F_0}{2} \sin \beta$
"	"	下 5	$-\frac{F_0}{2} \sin \beta$	$+\frac{F_0}{2} \sin \beta$
5	図 4		他律系	非自律系
"	図 5		"	"