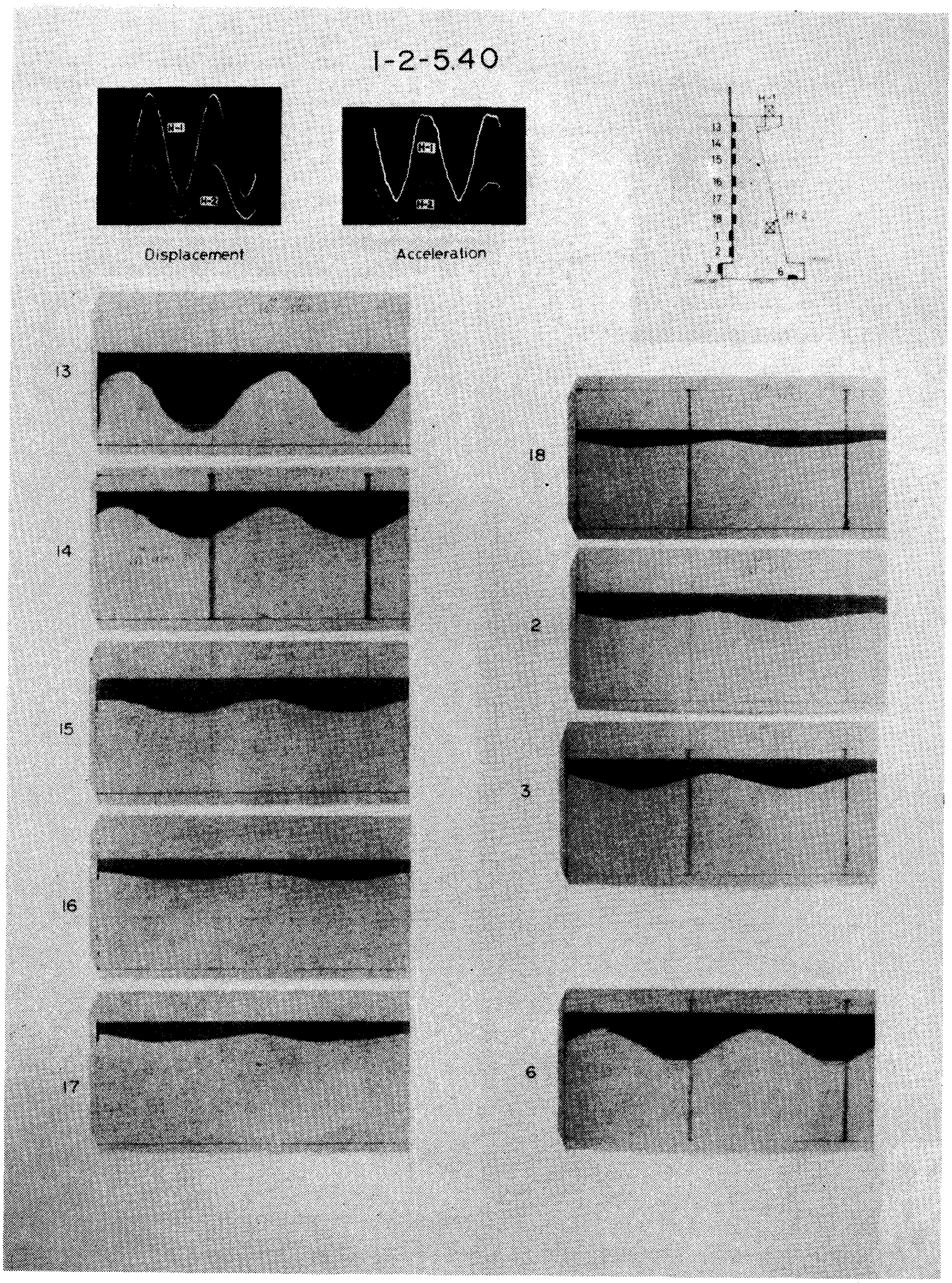
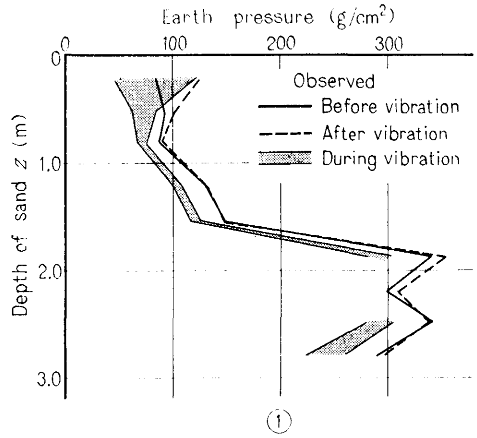


Photo 7 Oscillograms of vibration and records of oscillating earth pressure

I-2-5.40



z m	p g/cm²	γ deg
0.21	36.9	−147
0.51	9.4	−137
0.81	4.4	−122
1.21	4.1	−93
1.54	3.6	−69
1.89	8.4	−65
2.20		—

z m	p g/cm²	γ deg
2.49	12.0	−43
2.80	16.8	−55
Bottom (No.6)	107.9	−151
z m	D mm	λ deg
0	0.590	−113
2.16	0.323	−111
f = 5.40 Hz		

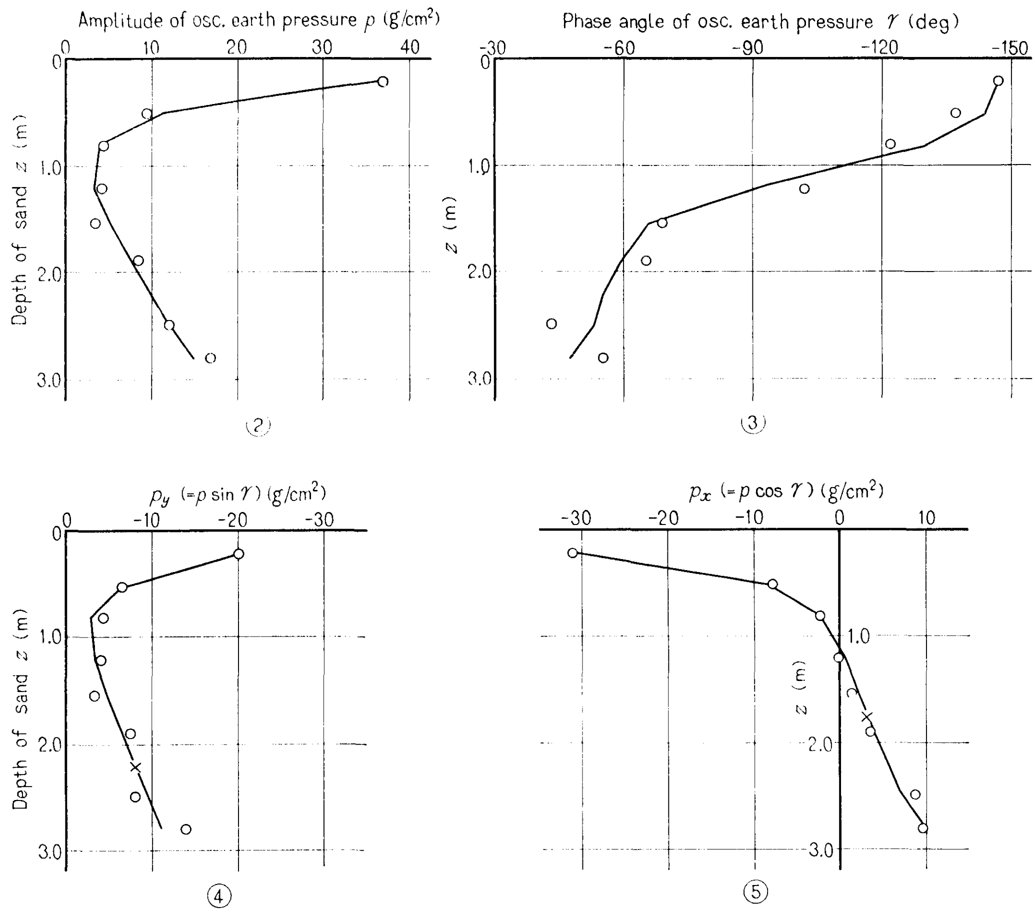


Fig. 6 Vertical distributions of earth pressures
○ : Observed values —: Empirical formula

本報告書では座標は右手系とし，z 軸を鉛直下向きにとることとする。また定常振動現象は変位であろうが力であろうが $a\cos(\omega t+\alpha)$ の形で表現し，位相角は"度"で表わすことに決めておく。位相角の負値は"遅れ"を意味し，位相角—振動数曲線を書くときは，遅れ角を縦軸の上向きにとることにする。

さて次に記録紙上にえがかれた振動土圧波形の1周期を12分割して波形分析を行い，基本波の振幅 p (g/cm²)，位相角 γ (deg) を求めてこれらを深さに対してプロットすればFig. 6 ②および③となる。さらに $p\sin\gamma$ および $p\cos\gamma$ を深さに対してプロットしたものが，④および⑤である。図中○印は実測値であり，実線は5.3で述べるようにこれらの値を実験式化した結果である。④および⑤については改めて次節で述べる。なお Fig. 6 の右肩に側方および底面（土圧計 No. 6）土圧の p と γ，および壁体の上下2ケ所（$z=0$ と $z=2.16$ m）で測定した変位の基本波振幅 D_1, D_2 (mm)，その位相角 λ_1, λ_2 (deg) を表示した。

Fig. 6 と全く同形式で表現した一連の実験結果を付録Aに Fig. 39-(1)～(65) として示す。これらの実験結果の中で振動数の低い実験に不完全なものが含まれているが，全体の傾向を見る上で有用であると考えたのであえて割愛しなかった。振動数の低い方で記録が不完全になる理由は，振動源の加振力が回転数の2乗に比例して大きくなるため，振動数の低い方では急激に加振力が小さくなる。そのため各部に作用する土圧も一般的に急激に小さくなり，記録が直線に近いカーブになる。したがって特に位相角の読み取りが困難になりそれだけ精度も悪くなるからである。

最後に波形分析の結果についてひとこと触れておこう。Photo 7 から明らかなように変位波形，土圧波形ともに，一見して正弦波形からのずれが余り大きくないことがわかる。事実，波形分析を行っても大半のものは基本波が卓越している。2次または3次調波の振幅が基本波振幅の 20% を超えるものは総数の約 1/5 程度である。特別の例として振動数の高い I-2 の実験において，載荷重の底面の砂の中に，受圧面を下にして置いた土圧計の記録の中には，2次調波成分が卓越しているものがある。すなわち，この部分の底面反力は加振振動数の2倍の振動数で変化していることになる。そのメカニズムは難かしいに違いないがはなはだ興味深い。

3.3 回転ベクトルを用いた実験結果の表示法——立体表示法

記録された一つの振動土圧波形は，i) 振幅，ii) 位相，iii) 時間，iv) 測定された位置，の四つの情報を持っている。この四つを1枚の紙の上に同時にアナログ量で表現するのは不可能であり，波形分析を行って基本波振動のみを問題としている今，いちいち正弦波形を書いて上記の i), ii), iii) を表わすのは大して意味がなく，また直観的に把握しにくい。壁体のどの部分に，どれだけの振幅の力が，どんな位相で，時間的に全体がどんな具合に変化して行くのか，と言うことを直視的に，かつすぐそのイメージが頭に浮かぶような表現法はないであろうか？ 著者はひとつひとつの振動を

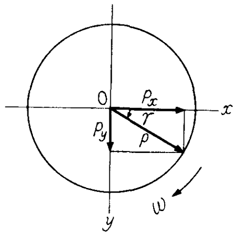


Fig. 7 Rotating vector

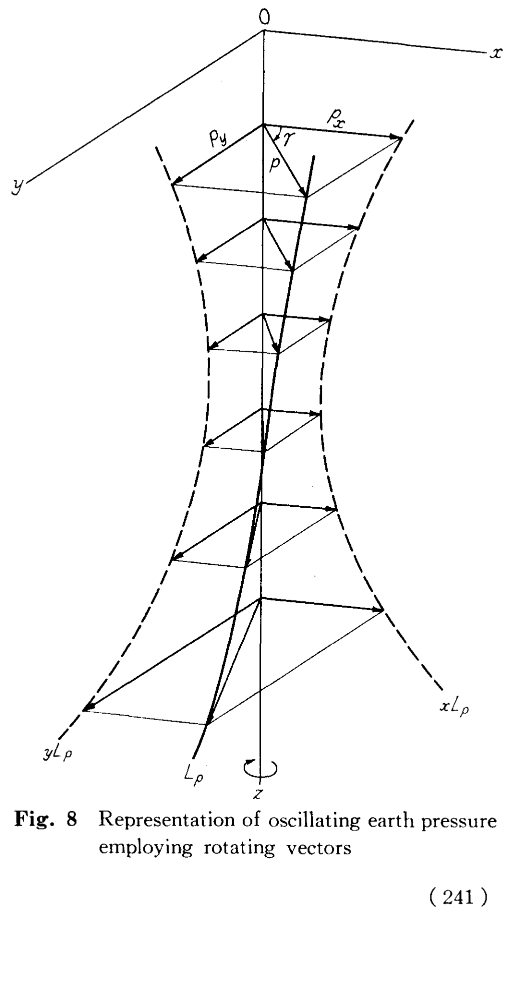
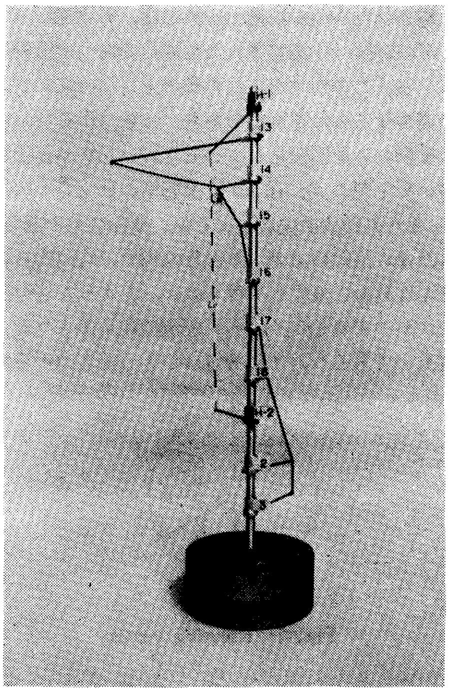
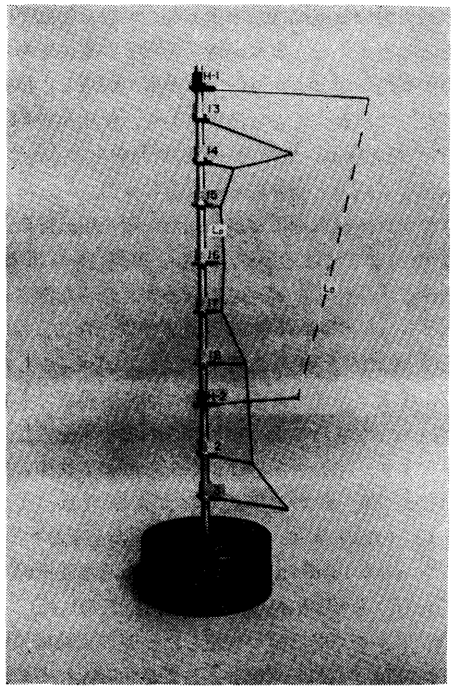


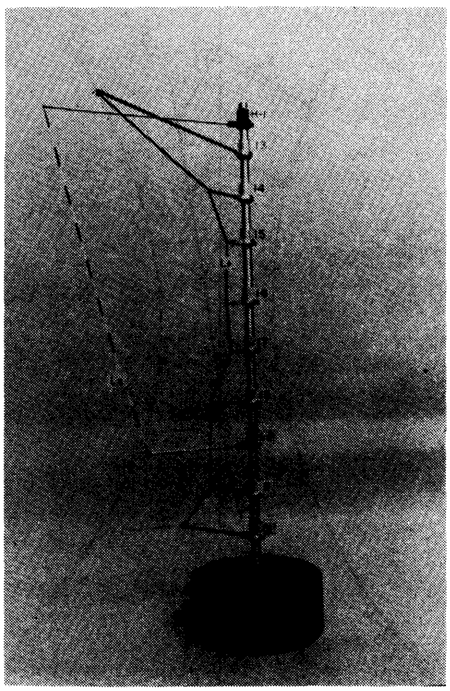
Fig. 8 Representation of oscillating earth pressure employing rotating vectors



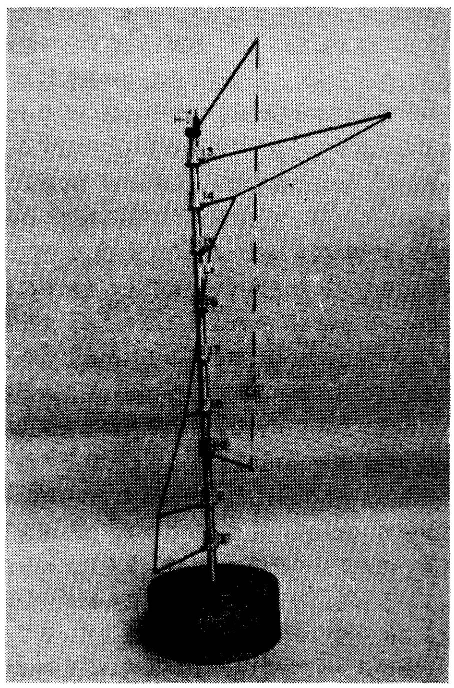
(1) $\omega t=0°$



(2) $\omega t=90°$



(4) $\omega t=270°$



(3) $\omega t=180°$

Photo 8 Representation of oscillating earth pressure employing rotating vectors
Data No. I-2-5.40, shown in Photo 7

回転ベクトルで表現し，これを立体的に配置した表現法を考えた。

いま壁面上のある1点に作用する振動土圧を $p\cos(\omega t+\gamma)$ で表わすと

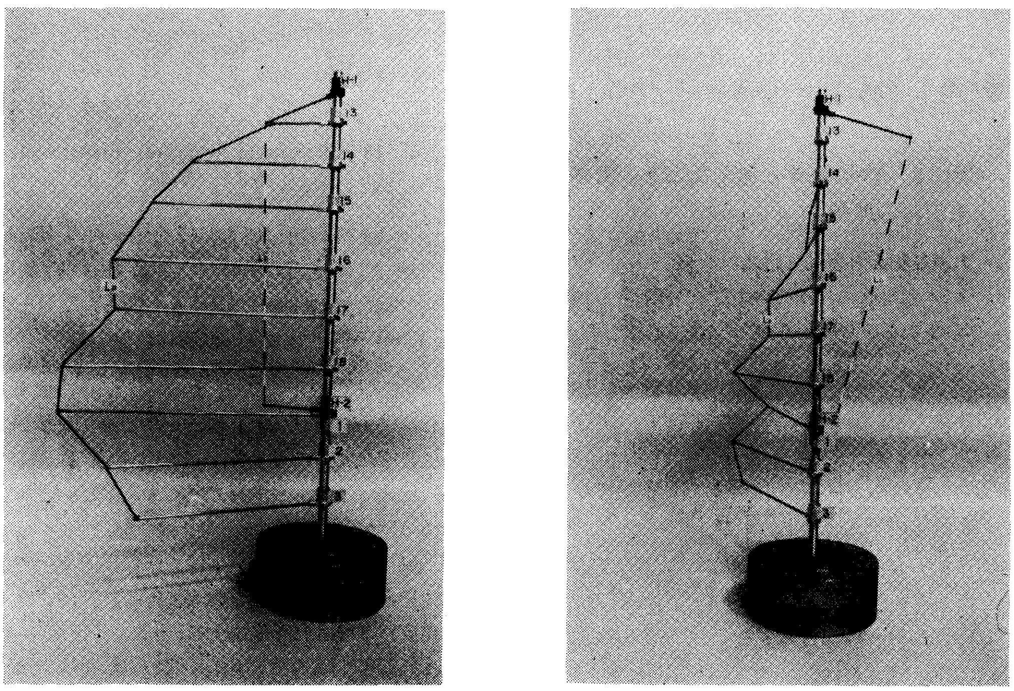
$$
\begin{aligned}
p\cos(\omega t+\gamma) &= p\cos\gamma\cdot\cos\omega t - p\sin\gamma\cdot\sin\omega t \\
&= p_x\cdot\cos\omega t - p_y\cdot\sin\omega t \\
&= \sqrt{p_x^2+p_y^2}\cdot\cos\left(\omega t+\tan^{-1}\frac{p_y}{p_x}\right)
\end{aligned}
$$

ここで

$$
\left.\begin{aligned}
p_x &= p\cos\gamma \\
p_y &= p\sin\gamma
\end{aligned}\right\} \qquad (1)
$$

であり，これは力のベクトル p が位相角 γ を持って，角速度 ω で回転している回転ベクトルで表わされることは周知のとおりである。ここで $\omega t=0$ の瞬間を考えると Fig. 7 のようになり（ベクトルの回転方向は x 軸の正方向が y 軸の正方向と一致する方向にとる），p_x および p_y はベクトルの絶対値（振幅）p の，x および y 軸上への投影となる。p と γ は深さ（測定点）z の関数であり，Fig. 7 の p と γ を，各実測値に置きかえつつ z 方向へ配置して行くと Fig. 8 のようになる。p の先端を結んでできる曲線を L_p, L_p の xz 平面への投影曲線を ${}_xL_p$, yz 平面への投影曲線を ${}_yL_p$ で表わすことにする。z 軸を回転軸として L_p が角速度 ω で回転するとき，${}_xL_p$ は時々刻々その形を変えて行くが，このときの ${}_xL_p$ の横座標の変化は，まさに Photo 7 にかかげた振動土圧記録そのものである。L_p は一般的に空間曲線であり，これが回転軸（z 軸）に剛結されて回転するとき，その投影曲線が各点に作用する土圧を表わすのである。したがって空間曲線 L_p を定めることができれば，振動土圧の性質をあます所なく知りえたことになる。

さきに例示した I-2-5.40 の実験結果をこの方法で表現したのが Photo 8 (1)～(4) である。(1) は $\omega t=0°$, (2) は $\omega t=90°$, (3) は $\omega t=180°$, (4) は $\omega t=270°$ の位置のものである。(1) と (3), (2) と (4) が z 軸に対して左右対称の関係にある。また写真中の白黒の線 L_D は，壁体の変位を同様の方法で表わしたものである。いま Fig. 8 において直線 oz に沿って切断し，z 軸を中心にして yz および xz 平面を左右に開くと，z 軸の左側に曲線 ${}_yL_p$, 右側に ${}_xL_p$ がえがかれた2枚のデータをえる。これがさきにかかげた Fig. 6 の④および⑤の意味である。すなわち Fig. 6 の④は曲線 L_p の yz 平面への投影曲線 ${}_yL_p$ を，⑤は同じく ${}_xL_p$ を表わしている。



(1) $\omega t=0°$　　(2) $\omega t=90°$

Photo 9 Representation of oscillating water pressure employing rotating vectors　Data No. II-5-12.1

裏込め砂の代りに水を満たしたときの動水圧の分布形状を示す1例として，Photo 9 に II-5-12.1 の実験結果を表示したものを示す。前掲のものとはベクトルの縮尺率は違うが，一見して非常に異なっている様子が良くわかると思う。

前述のように空間曲線 L_p を定めることが当面の目標となるが，数学的に空間曲線を表示するのに次の三つの方法が知られている。

1) xz, yz 平面への投影曲線に沿った筒面の交りとして表わすと

$$\left.\begin{array}{l}F_1(x,z)=0\\F_2(y,z)=0\end{array}\right\}\quad\text{または}\quad\left.\begin{array}{l}x=f_1(z)\\y=f_2(z)\end{array}\right\}\tag{2}$$

2) 2曲面の交りとして表わすと

$$\left.\begin{array}{l}G_1(x,y,z)=0\\G_2(x,y,z)=0\end{array}\right\}\tag{3}$$

3) 解析的表示。媒介変数を q として

$$\left.\begin{array}{l}x=g_1(q)\\y=g_2(q)\\z=g_3(q)\end{array}\right\}\tag{4}$$

次章では，重力式擁壁が地震を受けたときの最も基本的な力学モデルについて考え，その解から背後に作用する振動土圧を求める。これを立体表示して Eq. (2) および Eq. (3) の形式で表現し，L_p の持つ幾何学的な特性を調べ，実測データの表現と解析の準備としよう。

4. 媒体を Voigt 体と考えたときの力学モデルの解析

4.1 力学モデルと運動方程式

Fig. 9 に示すように，固体の力学的挙動がバネとダッシュポットの並列要素から成り立っていると考えるとき，この媒体を Voigt (フォークト) 体と名付けている。これは粘弾性体の最も基本的な力学モデルの一つで，Voigt 体が歪を受けたとき生じる力は，歪に比例する力と歪速度に比例する力の和から成ることは明らかである。土の力学的性質ははなはだ複雑で，とうていこのような簡単なモデルで表現することはできないが，これに関する定説がない今，簡単で最も基礎的なモデルを考え，これが現実とどう違うのかと言う点から出発することとした。

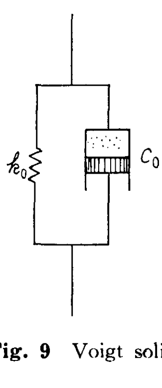


Fig. 9 Voigt solid

Fig. 10 に Voigt 体で囲まれた重力式擁壁の力学モデルを示す。このモデルが図のように水平強制変位 x_0(m) を受けたときの壁体の運動方程式を求めよう。

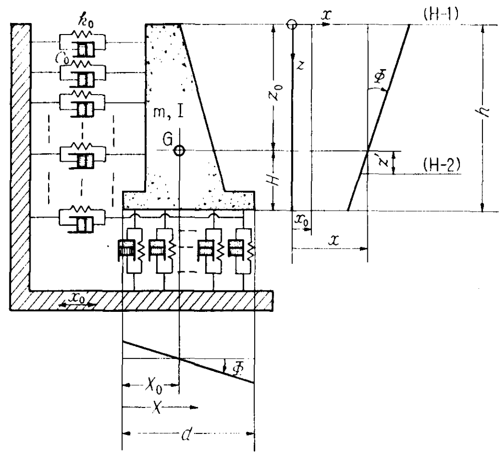


Fig. 10 Mechanical model of gravity wall surrounded by Voigt solid

壁体の x 軸方向の並進変位 (Translational displacement) を x(m), 重心まわりの回転変位 (Rotational displacement) を Φ(rad), Heel から測った底面上の距離を X(m), Voigt 体の分布減衰係数を $c_0\left(\left(\frac{\text{kg}\cdot\text{sec}}{\text{m}}\right)/\text{m}^2\right)$, 同じく分布バネ定数を $k_0\left(\left(\frac{\text{kg}}{\text{m}}\right)/\text{m}^2\right)$ とし，他の記号は図および Table 1 に示したとおりである。運動方程式をたてるに当って，次の三つの仮定を設けた。

i) 媒体は鉛直，水平両方向ともに等しい定数を持つ Voigt 体と考える。

ii) 壁体の転倒モーメントは，回転復元モーメントに比べて圧倒的に小さい (後述の計算例では 1% 程度) のでこれを無視する。

iii) 底面の水平拘束力も上と同じ定数を持つ Voigt 体として考える。

運動エネルギー　$2T=m\dot{x}^2+I\dot{\Phi}^2$

位置エネルギー
$$2V=k_0l\int_0^h\{x-x_0+(z_0-z)\Phi\}^2dz+k_0l\int_0^d\{(X-X_0)\Phi\}^2dX+k_0l\int_0^d(x-x_0-H\Phi)^2dX$$

散逸関数
$$2D=c_0l\int_0^h\{\dot{x}-\dot{x}_0+(z_0-z)\dot{\Phi}\}^2dz+c_0l\int_0^d\{(X-X_0)\dot{\Phi}\}^2dX+c_0l\int_0^d(\dot{x}-\dot{x}_0-H\dot{\Phi})^2dX$$

ここで

$$\left.\begin{aligned}&\text{鉛直壁面の1次モーメント}\\&\quad J_1=hl\left(z_0-\frac{h}{2}\right)\\&\text{鉛直壁面の2次モーメント}\\&\quad J_2=hl\left(z_0{}^2-z_0h+\frac{h^2}{3}\right)\\&\text{底面の2次モーメント}\\&\quad J_3=dl\left(X_0{}^2-X_0d+\frac{d^2}{3}\right)\end{aligned}\right\}\quad(5)$$

と置いて書きなおすと
$$2V=k_0(hl+dl)(x-x_0)^2+2k_0(J_1-dlH)(x-x_0)\Phi+k_0(J_2+J_3+dlH^2)\Phi^2$$

全く同様にして
$$2D=c_0(hl+dl)(\dot{x}-\dot{x}_0)^2+2c_0(J_1-dlH)(\dot{x}-\dot{x}_0)\dot{\Phi}+c_0(J_2+J_3+dlH^2)\dot{\Phi}^2$$

これらをラグランヂュの運動方程式（q_K を一般座標，Q_K を一般力とする）
$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_K}\right)-\frac{\partial T}{\partial q_K}+\frac{\partial D}{\partial \dot{q}_K}+\frac{\partial V}{\partial q_K}=Q_K$$
に代入すると求める運動方程式がえられる。すなわち，

$$\left.\begin{aligned}&m\ddot{x}+c_0(hl+dl)\dot{x}+c_0(J_1-dlH)\dot{\Phi}\\&\quad+k_0(hl+dl)x+k_0(J_1-dlH)\Phi\\&\quad=c_0(hl+dl)\dot{x}_0+k_0(hl+dl)x_0\\&I\ddot{\Phi}+c_0(J_1-dlH)\dot{x}+c_0(J_2+J_3+dlH^2)\dot{\Phi}\\&\quad+k_0(J_1-dlH)x+k_0(J_2+J_3+dlH^2)\Phi\\&\quad=c_0(J_1-dlH)\dot{x}_0+k_0(J_1-dlH)x_0\end{aligned}\right\}\quad(6)$$

ここで

$$\left.\begin{aligned}&\frac{c_0(hl+dl)}{m}=e\qquad \frac{c_0(J_1-dlH)}{m}=b\\&\frac{k_0(hl+dl)}{m}=k\qquad \frac{k_0(J_1-dlH)}{m}=i\\&\frac{c_0(J_2+J_3+dlH^2)}{m}=c\qquad \frac{k_0(J_2+J_3+dlH^2)}{m}=j\\&\frac{I}{m}=r^2\end{aligned}\right\}\quad(7)$$

と置くと運動方程式は次のように見易い形となる。

$$\left.\begin{aligned}&\ddot{x}+e\cdot\dot{x}+b\cdot\dot{\Phi}+k\cdot x+i\cdot\Phi=e\cdot\dot{x}_0+k\cdot x_0\\&r^2\ddot{\Phi}+b\cdot\dot{x}+c\cdot\dot{\Phi}+i\cdot x+j\cdot\Phi=b\cdot\dot{x}_0+i\cdot x_0\end{aligned}\right\}\quad(8)$$

4.2 運動方程式の解

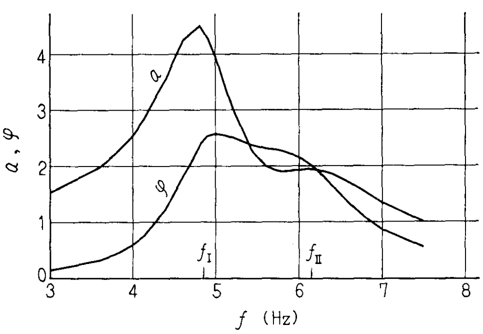
Eq. (8) を用いて，減衰のない場合の系の連成固有振動数 $f_{\mathrm{I}}, f_{\mathrm{II}}$ を求めると
$$(k-\omega^2)(j-r^2\omega^2)-i^2=0\qquad(\omega=2\pi f)\quad\text{を解いて}$$

$$\left.\begin{aligned}&\omega^2_{\mathrm{I}\cdot\mathrm{II}}=\frac{1}{2r^2}\{(kr^2+j)\mp\sqrt{(kr^2-j)^2+4r^2i^2}\}\\&f_{\mathrm{I}}=\frac{\omega_{\mathrm{I}}}{2\pi}\\&f_{\mathrm{II}}=\frac{\omega_{\mathrm{II}}}{2\pi}\end{aligned}\right\}\quad(9)$$

ここで $c_0=700$，$k_0=120000$ と定め，Table 1 の数値を用いて Eq. (5), (7) を計算すると，Eq. (8) の係数は次のように定まる。

$e=6.3\quad b=-1.4\quad c=7.0$

$k=1080\quad i=-240\quad j=1200\quad r^2=0.9$



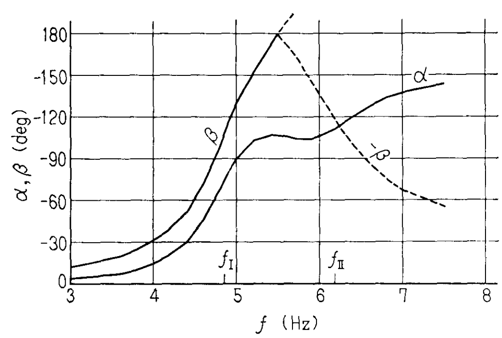


Fig. 11 Frequency responses of the motions of the model shown in Fig. 10

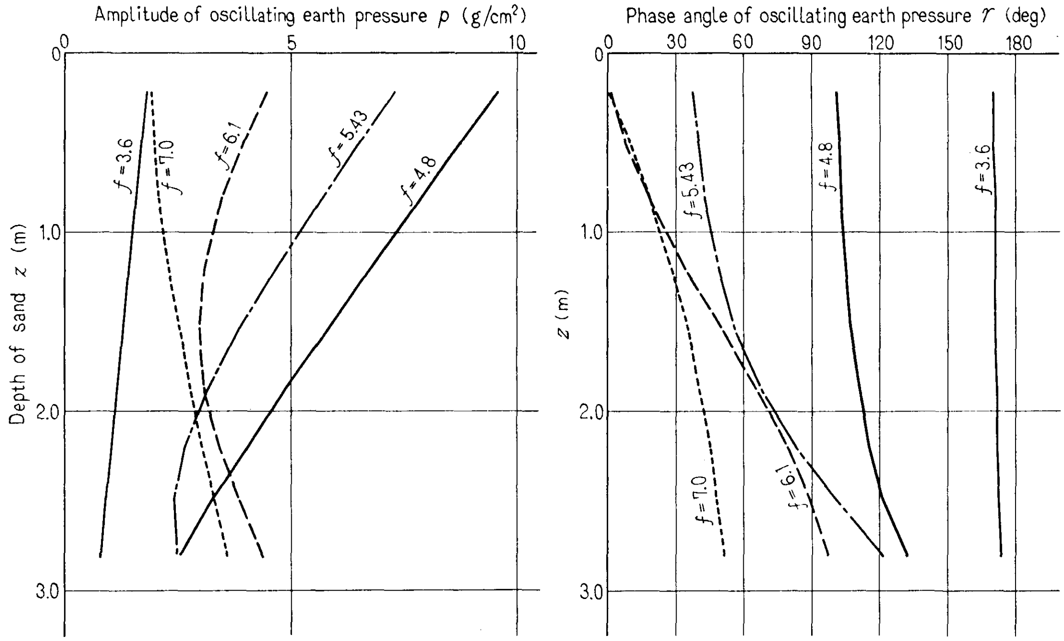


Fig. 12 Vertical distributions of oscillating earth pressure acting on the back surface of the model shown in Fig. 10

Eq. (9) を用いて第1次および第2次連成固有振動数を計算すると

$$f_{\mathrm{I}}=4.85\ \mathrm{Hz}$$
$$f_{\mathrm{II}}=6.15\ \mathrm{Hz}$$

となる。

Eq. (8) において

$$\left.\begin{aligned} x_0&=a_0\cos\omega t\\ x&=a\cos(\omega t+\alpha)\\ \Phi&=\varphi\cos(\omega t+\beta)\end{aligned}\right\}\quad(10)$$

と置き，さらに $a_0=1$ としてこれを解いた結果を Fig. 11 に示す。

次にこの解を使って鉛直壁面に作用する振動土圧を求めよう。これを $p\cos(\omega t+\gamma)$ で表わすと

$$\begin{aligned} p\cos(\omega t+\gamma)=&-k_0\{x-x_0+(z_0-z)\Phi\}\\ &-c_0\{\dot{x}-\dot{x}_0+(z_0-z)\dot{\Phi}\}\end{aligned}\quad(11)$$

Eq. (10) で $a_0=0.1$(mm) とし，Eq. (11) の z に各土圧計の取付位置 (Fig. 4 参照) の値を代入し，右辺のベクトルを合成すれば壁体背後の各点に作用する振動土圧をえる。これを Fig. 12 に示す。また壁頂 (H-1 の位置) における水平変位振幅を D_1(mm)，位相角を λ_1(deg) とし，H-2 の位置におけるそれを D_2(mm)，λ_2(deg) とすると

$$\left.\begin{aligned} D_1\cos(\omega t+\lambda_1)&=x+z_0\Phi\\ D_2\cos(\omega t+\lambda_2)&=x-z'\Phi\end{aligned}\right\}\quad(12)$$

から壁体の2点における水平変位が求められる。

4.3 解の立体表示とそれによる解析

Eq. (11) および (12) の結果を立体表示したものを Photo 10 に示す。いずれも $\omega t=90°$ における位置で，右は第1次連成固有振動数 f_{I} における結果を，左は第2次連成固有振動数 f_{II} における結果を示している。

L_p は一見して空間直線と見えるが，これが直線で

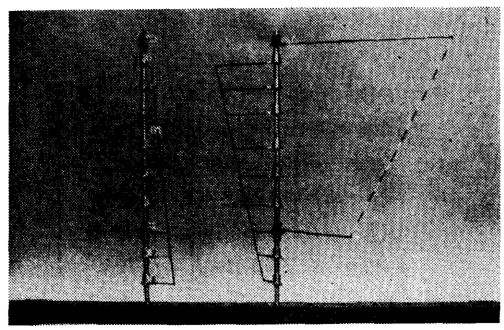


Photo 10 Representation of oscillating earth pressure acting on the back surface of the model shown in Fig. 10
The right is at $f=f_{\mathrm{I}}$, left $f=f_{\mathrm{II}}$

あることは次のようにして簡単に証明できる。いま Eq. (11) を書き改め，土圧の並進 (Translational) 成分と回転 (Rotational) 成分に分け，これをそれぞれ $R\cos(\omega t+\delta')$，および $Q\cos(\omega t+\delta)$ で表わすと

$$
\begin{aligned}
&p\cos(\omega t+\gamma)\\
&=\{-k_0(x-x_0)-c_0(\dot{x}-\dot{x}_0)\}+(z-z_0)(k_0\Phi+c_0\dot{\Phi})\\
&=R\cos(\omega t+\delta')+(z-z_0)Q\cos(\omega t+\delta)
\end{aligned}
$$

これと Eq. (1) を比較して次式をえる

$$
\begin{aligned}
p_x&=Q\cos\delta\cdot z+(R\cos\delta'-z_0Q\cos\delta)\\
p_y&=Q\sin\delta\cdot z+(R\sin\delta'-z_0Q\sin\delta)
\end{aligned}
$$

ここで

$$
\left.\begin{aligned}
q_x&=Q\cos\delta\\
q_y&=Q\sin\delta\\
b_x&=R\cos\delta'-z_0Q\cos\delta\\
b_y&=R\sin\delta'-z_0Q\sin\delta
\end{aligned}\right\}\tag{13}
$$

と置くと

$$
\left.\begin{aligned}
p_x&=q_x\cdot z+b_x\\
p_y&=q_y\cdot z+b_y
\end{aligned}\right\}\tag{14}
$$

となり，xz および yz 平面への投影が直線で表わされる。すなわち L_p は空間直線である。Fig. 13 に Eq. (14) の各係数の振動数特性を示す。Eq. (14) が Eq. (2) の形式で L_p を表現した結果である。以下 Eq. (14) を用いて考察を進めるが，導かれた結果に Eq. (13) を代入すれば，すべて土圧成分で表現される。

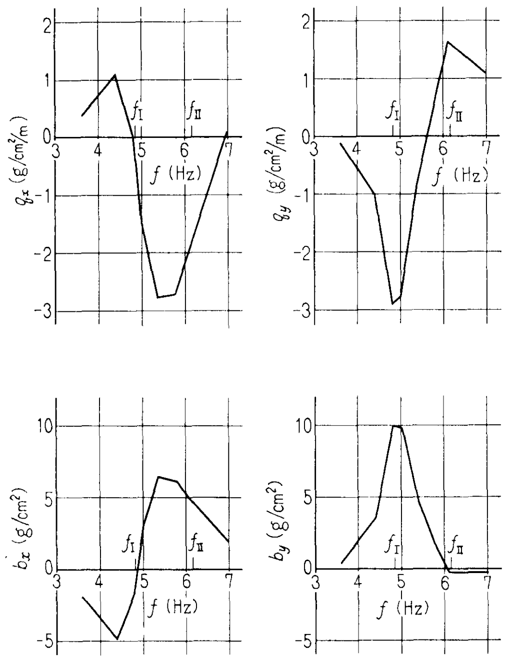


Fig. 13 Frequency responses of the coefficients in Eq. (14)

まず $p-z$ 曲線を求めると

$$p^2=p_x^2+p_y^2=(q_xz+b_x)^2+(q_yz+b_y)^2 \tag{15}$$

$$p^2-(q_x^2+q_y^2)z^2-2(b_xq_x+b_yq_y)z=(b_x^2+b_y^2)$$

ここで

$$
\left.\begin{aligned}
\bar{z}&=-\frac{b_xq_x+b_yq_y}{q_x^2+q_y^2}\\
u&=\frac{b_xq_y-b_yq_x}{\sqrt{q_x^2+q_y^2}}\\
v&=\frac{b_xq_y-b_yq_x}{q_x^2+q_y^2}
\end{aligned}\right\}\tag{16}
$$

と置き，$z=Z+\bar{z}$ として原点を $(0,\bar{z})$ に移すと

$$\frac{p^2}{u^2}-\frac{Z^2}{v^2}=1 \tag{17}$$

となる。すなわち，土圧ベクトルの位相角を無視して振幅を深さに対してプロットすれば，$(u,\bar{z})$ に頂点を持つ双曲線となり (Fig. 12 の $p-z$ 曲線)，位相角を考えて空間的にこのベクトルを配置すれば，Photo 10 に例を示したように，その先端を結んだ線は空間直線となるのである。z 軸に垂線をたて，これが L_p と交わる点までのベクトルの長さは Eq. (15) で表わされているから，$\dfrac{d(p^2)}{dz}=0$ から $z=\bar{z}$ が，そのときの極値として $p_{\min}=u$ がえられる。したがって Eq. (16) の u は z 軸と L_p の最短距離を，$\bar{z}$ は最短距離を与える z 軸上の位置（深さ）を表わしていることがわかる。

いま z 軸のまわりに L_p を1回転させると，これによって生じる曲面は Eq. (15) から

$$p_x^2+p_y^2=(q_xz+b_x)^2+(q_yz+b_y)^2 \tag{18}$$

原点を $(0,0,\bar{z})$ に移すと

$$\frac{p_x^2}{u^2}+\frac{p_y^2}{u^2}-\frac{Z^2}{v^2}=1$$

となり，これは Fig. 14 に示す一葉双曲面である。この曲面の xz 平面への投影曲線は Eq. (17) と同じものとなる。またこの曲面は Fig. 14 に示したように2群の母線を持ち，その中の特定の母線が元の空間直線と一致するのは当然である。

次に $\gamma-z$ 曲線について調べてみる。Eq. (1) および Eq. (14) から

$$\gamma=\tan^{-1}\frac{p_y}{p_x}=\tan^{-1}\frac{q_yz+b_y}{q_xz+b_x} \tag{19}$$

ここで

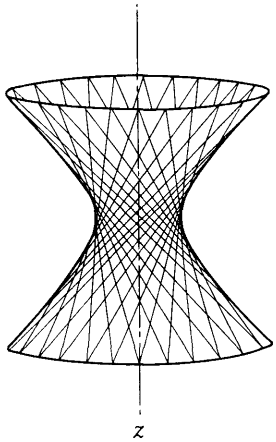


Fig. 14 Hyperboloid of one sheet and its generating lines of two systems

$$\left.\begin{aligned} \gamma &= \Gamma+\theta=\Gamma+\tan^{-1}\left(-\frac{q_x}{q_y}\right) \\ z &= Z+\bar{z} \end{aligned}\right\} \qquad (20)$$

と言う座標変換を施すと

$$\Gamma=\tan^{-1}\frac{Z}{v} \qquad (21)$$

となる。すなわち土圧ベクトルの位相角を深さに対してプロットすれば，$(\theta,\ \bar{z})$ を点対称位置とする $\tan^{-1}$ 曲線に似た曲線となる (Fig. 12 の $\gamma-z$ 曲線)。また Eq. (21) から $Z=0$ において $\left(\frac{d\Gamma}{dZ}\right)_{\text{極値}}=\frac{1}{v}$ となり，$v>0$ のときに最大，$v<0$ のときに最小値となることが容易にわかる。すなわち，最短距離を与える位置で $\gamma-z$ 曲線が最大勾配となる。z 軸と直線 L_p がつくる面（後述）は，前者の場合は深くなるほど角度が大きくなるから右ネジの方向に，後者の場合は左ネジの方向に捩れている。$v=1$ のときには $\gamma-z$ 曲線は普通の $\tan^{-1}$ 曲線となり，Fig. 15 のように $v<1$ のときには，それより変化が急になり，$v>1$ のときにはゆるやかになる。すなわち，v の正負（とりもなおさず $b_xq_y-b_yq_x$ の正負）によって捩れる向きが定まり，v の絶対値の大小によって捩りの度合が定まる。この捩りの度合については，Eq. (16) から

$$\frac{1}{v}=\frac{q_x^2+q_y^2}{b_xq_y-b_yq_x}=\frac{\sqrt{q_x^2+q_y^2}}{u}$$

となるから，L_p の傾きが大きいほど，最短距離が小さいほど捩りの度合が大きくなることがわかる。次に Eq. (20) の幾何学的な意味を考えてみよう。L_p を表わす Eq. (14) の座標を z 軸のまわりに θ だけ回転すると，L_p の xz 平面への投影が z 軸と平行になり，両者の距離が最短距離 u となる。このときの yz 平面への投影直線は，z 軸と $\bar{z}$ の点で交わるのでこの点へ原点を移せば，Eq. (19) は Eq. (21) のように変形され，点 $(\theta,\ \bar{z})$ に対して点対称になることを意味している。

最後に z 軸と空間直線 L_p がつくる面を考えよう。Fig. 16 のように z 軸と L_p を導線とし，1本の母線が xy 平面に平行に移動すると考えてこの面の方程式をつくると

$$\left.\begin{aligned} & p_y=\frac{q_yz+b_y}{q_xz+b_x}\cdot p_x \\ & \text{または} \\ & q_x\cdot p_yz-q_y\cdot p_xz-b_y\cdot p_x+b_x\cdot p_y=0 \end{aligned}\right\} \qquad (22)$$

これに

$$\left.\begin{aligned} p_x &= \frac{1}{\sqrt{2(q_x^2+q_y^2)}}(-\sqrt{2}q_x\xi-q_y\eta-q_y\zeta) \\ p_y &= \frac{1}{\sqrt{2(q_x^2+q_y^2)}}(-\sqrt{2}q_y\xi+q_x\eta+q_x\zeta) \\ z &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\eta-\zeta)+\bar{z} \end{aligned}\right\}$$

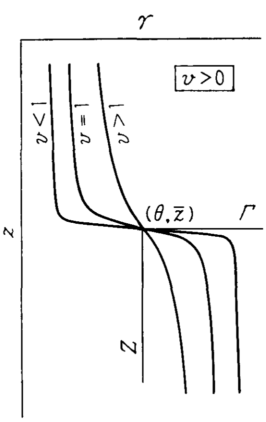


Fig. 15 Influence of the value of v on $\gamma-z$ curve

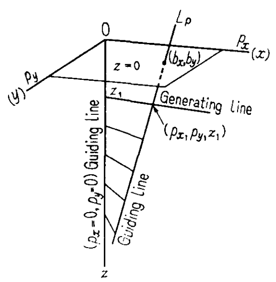


Fig. 16 Analysis of the surface involved z-axis and L_p