と言う座標変換を施すと[9]，次のように双曲放物面の方程式をえる。

$$\frac{\eta^2}{v}-\frac{\zeta^2}{v}=2\xi \tag{23}$$

Fig. 17 に双曲放物面を示す。図示のとおりこの曲面も２群の母線を持ち，一方は土圧のベクトルを表わし，他はベクトルの先端を結ぶ線を表わす。後者の特定の母線が元の空間直線 L_p と一致することは一葉双曲面の場合と同じである。Eq. (18) と Eq. (22) が Eq. (3) の形式によるもので，２曲面の交線として L_p を表わしている。

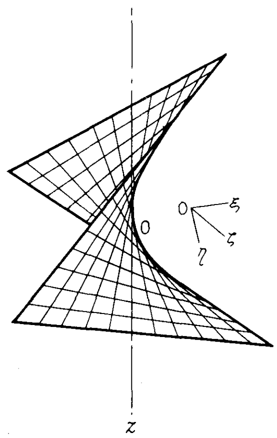

Fig. 17 Hyperbolic paraboloid and its generating lines of two systems

以上 Fig. 10 のように Voigt 体で囲まれた重力式擁壁の背後に作用する振動土圧を空間直線 L_p で表わし，L_p の幾何学的な性質について述べた。ここでえられた結果に Eq. (13) を代入して土圧成分で表わせば，これらの結果の物理的な表現となる。また重力式擁壁の振動問題を扱うとき，壁体は剛体と考えて処理するので，壁体の上下２点における変位の実測値からつくられる直線 L_D についても，以上の結果がそのまま当てはまる。

5. 振動土圧の分布形状の決定―実験式化

5.1 xz, yz 平面への投影曲線を放物線で表わした場合の L_p の特性

前章において L_p が空間直線で表わされる場合，L_p の幾何学的な特性について調べた。しかし付録Aから明らかなように，実測データはこのように簡単な直線形式では表わしえない。さらに進んで，xz および yz 平面への投影曲線の方程式を１次式から２次式，３次式……と次数を高めてゆくことによって，複雑な実測値に近ずきうると想像される。実際，付録 A の Fig. 39-(59)～(65) の④および⑤を見ると，実測値 (○印) は放物線分布にきわめて近いことがわかる（ちなみに実線は後述のようにして求めた放物線)。この実験は裏込めの代りに水を満たし，壁頂起振機で加振して動水圧を測定したものである。

この II-5 の実験結果を表現するために，xz および yz 平面への投影曲線を Eq. (24) のように放物線で表わし，そのときの L_p の幾何学的な性質を調べた結果を以下に示す。

$$\left.\begin{array}{l} p_x=C_x(z-z_x)^2+\bar{p}_x \\ p_y=C_y(z-z_y)^2+\bar{p}_y \end{array}\right\} \tag{24}$$

ここで，C_x, C_y は放物線の係数，z_x, z_y および $\bar{p}_x, \bar{p}_y$ は各投影面における放物線の頂点の縦および横座標である。

1) L_p は空間曲線であるか否か

II-5 の実験結果を立体表示し，これを回転しながらその投影を観察すると，ほぼ直線になる位置が存在する。そこで Eq. (24) の座標を z 軸のまわりに $\theta'=\tan^{-1}\left(-\frac{C_x}{C_y}\right)$ 回転すれば，xz 平面への投影は直線 $p_X=Kz+L$ となる。ここに $K=\frac{\pm 2C_xC_y(z_y-z_x)}{\sqrt{C_x^2+C_y^2}}$

$$L=\frac{\pm\{C_y(C_xz_x^2+\bar{p}_x)-C_x(C_yz_y^2+\bar{p}_y)\}}{\sqrt{C_x^2+C_y^2}}$$

である。この直線の z 軸との交点は $z=-\frac{L}{K}=\tilde{z}$ で与えられる。このことは Eq. (24) で示される曲線は xz 平面に垂直で直線 $p_X=Kz+L$ を含む平面内にあるわけで，本質的に平面曲線であることがわかる。この平面の方程式はやはり $p_X=Kz+L$ で表わされ，元の座標で表わすと

$$\begin{array}{l} C_yp_x-C_xp_y-2C_xC_y(z_y-z_x)z \\ \quad +C_x(C_yz_y^2+\bar{p}_y)-C_y(C_xz_x^2+\bar{p}_x)=0 \end{array}$$

となる。もし両放物線の頂点の縦座標が等しいならば $z_x=z_y$，ゆえに $K=0$ となる。したがって L_p の座標を θ' 回転したとき，xz 平面への投影は $p_X=L$，すなわち z 軸に平行となる場合に相当する。

2) $p-z$ 曲線

$$p=\sqrt{\{C_x(z-z_x)^2+\bar{p}_x\}^2+\{C_y(z-z_y)^2+\bar{p}_y\}^2} \tag{25}$$

$z_x=z_y$ のとき，その点を中心として曲線は上下対称の形を持つ。

3) $\gamma-z$ 曲線

$$\gamma=\tan^{-1}\frac{C_y(z-z_y)^2+\bar{p}_y}{C_x(z-z_x)^2+\bar{p}_x} \tag{26}$$

この曲線を追跡する参考として Eq. (24) において

$$C_x=\frac{1}{4} \qquad z_x=5 \qquad \bar{p}_x=3$$

$$C_y=\frac{1}{2} \qquad z_y=2 \qquad \bar{p}_y=2$$

と仮りに置いて Eq. (25) と Eq. (26) を計算した結果を Fig. 18 に示す。この図を参考にしながら追跡の結果を列挙する。

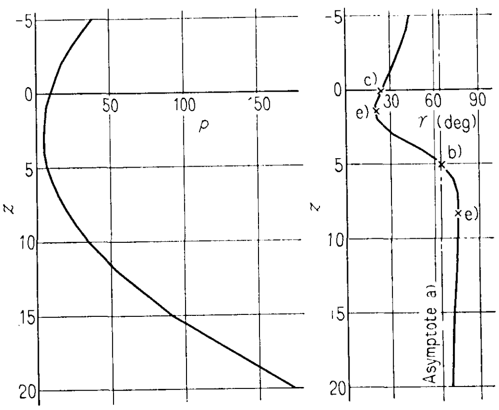

Fig. 18 General example of the curves by Eq. (25) and Eq. (26)

a) 漸近線； $\gamma=\tan^{-1}\dfrac{C_y}{C_x}$

b) 漸近線との交点； $z=\bar{z}$ となり交点は1点のみで，もし $z_x=z_y$ ならば曲線は漸近線と交わらぬ。

c) γ 軸との交点； $\gamma=\tan^{-1}\dfrac{C_yz_y^2+\bar{p}_y}{C_xz_x^2+\bar{p}_x}$

d) z 軸との交点； $C_y(z-z_y)^2+\bar{p}_y=0$ から，$C_y\bar{p}_y \gtreqless 0$ に応じて，2交点，1接点，虚点となる。

e) 変曲点； $\dfrac{d\gamma}{dz}=0$ から極値を与える z の値が求まり，これを原式に代入して γ の極値をえる。$z_x=z_y$ なるときにはその点で極値を持ち，極値は $\tan^{-1}\dfrac{\bar{p}_y}{\bar{p}_x}$ となる。

f) Eq. (26) を変形すること； 一般の場合にはあまり有用な形に変形できない。ただ $z_x=z_y$ の場合は座標変換 $\gamma=\Gamma+\tan^{-1}\left(-\dfrac{C_x}{C_y}\right)$, $z=Z+z_x$ を施すと

$$\Gamma=\tan^{-1}\frac{(C_x^2+C_y^2)Z^2+\{C_x(C_xz_x^2+\bar{p}_x)+C_y(C_yz_y^2+\bar{p}_y)-(C_x^2+C_y^2)z_x^2\}}{C_y(C_xz_x^2+\bar{p}_x)-C_x(C_yz_y^2+\bar{p}_y)}$$

となり z_x を中心として，$\gamma-z$ 曲線は上下対称の形となることがわかる。

以上 $\gamma-z$ 曲線について簡単に追跡を行ってみたが，Fig. 18 の中にこの結果を用いて計算した値が×印で，a)～e) の項目名とともに記入されている。

5.2 さらに高次にした場合

付録 A のうち，前節で述べた II-5 の実験を除いたものの，④および⑤を詳細に調べると次のことに気付く。

i) 図に表われている分布曲線上か，あるいはその延長上に曲線の対称点を求めることができる。

ii) この対称点を中心にして，程度の差はあるがほとんどすべてのものは奇関数の形をしている。すなわち z の奇数ベキの項を含んでいる。

iii) 曲線の対称点付近における接線が，z 軸と平行でないものがほとんどである。

実測データについての以上の性質をふまえて，実測値を表現する実験式はさらに，A) xz および yz 平面の曲線は同じ形の式で表わす。B) 実験式はなるべく簡単なものとする。C) 部分的に2次放物線に近い形をも含んだ式とする。などのことを考慮して種々検討の結果，次式が最も適したものであると言う結論に達した。すなわち

$$\left.\begin{aligned}p_x&=A_x(z-z_x)^n+B_x(z-z_x)+\bar{p}_x\\ p_y&=A_y(z-z_y)^n+B_y(z-z_y)+\bar{p}_y\end{aligned}\right\} \tag{27}$$

ここで，A_x, A_y は高次放物線の係数，B_x, B_y は曲線の対称点における接線勾配，z_x, z_y および $\bar{p}_x, \bar{p}_y$ は曲線の対称点の縦および横座標を表わし，$n=3, 5, 7$ とする。第1式の概形を Fig. 19 に示す。図からも明らかなように $B_x>0$ のときは極値を持たず，$B_x<0$ のときは二つの極値を持つ。Eq. (27) で表わされる空間

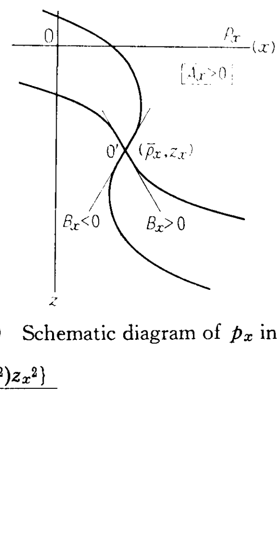

Fig. 19 Schematic diagram of p_x in Eq. (27)

曲線は，もし $z_x=z_y$ と言う条件があれば，平面曲線を表わすことは，前節と同様にして証明することができる。また $p-z$，および $\gamma-z$ 曲線の追跡も前節と同様の考えで行えばよい。

5.3 係数の決定

Eq. (27) に含まれる $A_x, B_x, \bar{p}_x, z_x$ などの値は最小自乗法を用いて決定した。いま Eq. (27) の第1式を観測方程式とすると，未知量は $A_x, B_x, \bar{p}_x, z_x$ で，これらの概略値をそれぞれ $A'_x, B'_x, \bar{p}'_x, z'_x$ とし，それに付加すべき改正量を $dA_x, dB_x, d\bar{p}_x, dz_x$ とすると

$$A_x=A'_x+dA_x \qquad B_x=B'_x+dB_x$$
$$\bar{p}_x=\bar{p}'_x+d\bar{p}_x \qquad z_x=z'_x+dz_x$$

となる。これらを観測方程式に代入し，Taylor 級数に展開して第1項のみをとれば次式をえる。

$$\begin{aligned}&(z-z'_x)^n\cdot dA_x+(z-z'_x)\cdot dB_x+d\bar{p}_x\\ &\quad-\{nA'_x(z-z'_x)^{n-1}+B'_x\}\cdot dz_x\\ &\quad=p_x-\{A'_x(z-z'_x)^n+B'_x(z-z'_x)+\bar{p}'_x\}\end{aligned}$$

この式に最小自乗法を適用して，$dA_x, dB_x, d\bar{p}_x, dz_x$ を求め第1次最確値 $A_x, B_x, \bar{p}_x, z_x$ を求める。この値を概略値として再び上の計算をくりかえし，dA_x などの値が，A_x などの有効数字4桁以下になるまでこの操作をくりかえす。p_y についても全く同じである。また Eq. (24) を観測方程式としたときも同じ手順で行えばよい。

このようにして最確値 $A_x, B_x, \bar{p}_x, z_x$ などの値を決定する。この値を用いて，z を所定の値（土圧計の位置）にかえて Eq. (27) から p_x と p_y を計算し，さらに

$$\left.\begin{aligned}p&=\sqrt{p_x^2+p_y^2}\\ \gamma&=\tan^{-1}\frac{p_y}{p_x}\end{aligned}\right\} \tag{28}$$

を求める。p_x, p_y, p, γ を求めるとき，z の各点における残差の自乗和を計算しておく。Eq. (24) を適用するのは II-5 の実験のみで，他は Eq. (27) を用いるのであるが，このときは $n=3, 5, 7$ の3とおりについて計算し，残差の自乗和が最小となる n の値を選ぶ。

実測点の不足している場合や，そのばらつき具合から $A_x, B_x, \bar{p}_x, z_x$ などが一定値に収束しない場合もかなりある。その場合はすでに収束したものの中から，未収束のものの振動数をはさんでこれに最も近い振動数に対する値を二つずつ選び，これから A_x，B_x…… などの値を推定し，これをもとにして試行錯誤によって計算を進めた。

Table 3 Values of n

Conditions of backfilling \ Source of vibration	I	II
1	3	7
2	7	7
3	3	7
4	3	7
5	3	2 [Eq. (24)]

以上のようにして求めた n の値を Table 3 に，A_x，$B_x, \bar{p}_x, z_x$ などの振動数特性を付録 B に Fig. 40-(1)～(10) として示す。またこれらの値を用いて計算した p_x, p_y, p, γ の値を，前掲の Fig. 6 および付録 A の Fig. 39-(1)～(65) の中の⑤，④，②，③に実線で示した。⑤および④の中の×印は曲線の対称点の位置である。全体からみて，II群の実験はI群より実測値のばらつきが大きい。I群の中では I-1 は他より実測点のばらつきが大きいが，これは裏込め投入後初めての振動実験であるため，振動によって裏込めが“落ちつく”過程の現象ではないかと考えている。一般的に土圧実験は実測値のばらつきが大きいものであるが，付録Aの実測値（○印）と実験式による値（実線）はなかなか良い一致を示しているといえよう。

付録Aの Fig. 39-(39)，すなわち I-5-5.85 の実験は前日からの漏水が激しく，壁底部も浸水した状態で行った結果である。他のものと実験条件が異なると思われるので，付録Bの Fig. 40-(5) からはこの振動数における値を除いた。付録Bを全般的にながめると，振動数に対する実験式の係数は急激な変化をするものが多く，しかもばらつきが大きい。各係数の決定にあたっては，前述のようにこの振動数特性を参考にしながら計算を進めたにもかかわらず，えられた結果はこの程度のばらつきを示し，土圧実験のむずかしさを如実に物語っているといえよう。

6. 分布土圧の積分

6.1 側方分布土圧の積分

前章で重力式擁壁の背後（側方）に作用する振動土圧の分布を決定した。すなわち，Eq. (24) あるいは Eq. (27) と Eq. (28) によって，背後の各点に作用する振動土圧の振幅と位相角を知ることができる。壁面上の任意の1点に作用する振動土圧は

$$\boldsymbol{p}=p\cos(\omega t+\gamma)=p_x\cos\omega t-p_y\sin\omega t \tag{29}$$

で表わされている。いま側方振動土圧の合力を $\boldsymbol{P}$, 壁体の重心に関する合モーメントを $\boldsymbol{M}$ として，これを次のように置く。

$$\boldsymbol{P}=P\cos(\omega t+\Theta_P)=P_x\cos\omega t-P_y\sin\omega t \tag{30}$$

$$\left.\begin{aligned}P_x&=P\cos\Theta_P\\P_y&=P\sin\Theta_P\end{aligned}\right\}\ \text{から}\ \left.\begin{aligned}P&=\sqrt{P_x^2+P_y^2}\ \text{(kg)}\\\Theta_P&=\tan^{-1}\frac{P_y}{P_x}\quad\text{(deg)}\end{aligned}\right\} \tag{31}$$

同様にして

$$\boldsymbol{M}=M\cos(\omega t+\Theta_M)=M_x\cos\omega t-M_y\sin\omega t \tag{32}$$

$$\left.\begin{aligned}M_x&=M\cos\Theta_M\\M_y&=M\sin\Theta_M\end{aligned}\right\}\ \text{から}\ \left.\begin{aligned}M&=\sqrt{M_x^2+M_y^2}\ \text{(kg·m)}\\\Theta_M&=\tan^{-1}\frac{M_y}{M_x}\quad\text{(deg)}\end{aligned}\right\} \tag{33}$$

いっぽう，土圧分布を2次元分布と仮定すると，$\boldsymbol{P}$ は Eq. (29) を積分して（Fig. 20 参照）

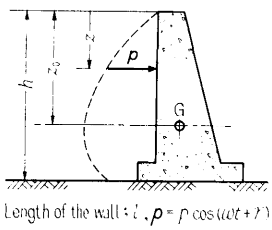

Fig. 20 Integration of distributed pressures

$$\begin{aligned}\boldsymbol{P}&=l\int_0^h(p_x\cos\omega t-p_y\sin\omega t)dz\\&=\cos\omega t\cdot l\int_0^h p_x dz-\sin\omega t\cdot l\int_0^h p_y dz\end{aligned} \tag{34}$$

Eq. (34) を Eq. (30) と等置して

$$\left.\begin{aligned}P_x&=l\int_0^h p_x dz\\P_y&=l\int_0^h p_y dz\end{aligned}\right\} \tag{35}$$

をえる。土圧の合モーメントも同様にして

$$\begin{aligned}\boldsymbol{M}&=l\int_0^h(z_0-z)(p_x\cos\omega t-p_y\sin\omega t)dz\\&=\cos\omega t\cdot l\int_0^h(z_0-z)p_x dz-\sin\omega t\cdot l\int_0^h(z_0-z)p_y dz\end{aligned} \tag{36}$$

Eq. (36) を Eq. (32) と等置して

$$\left.\begin{aligned}M_x&=l\int_0^h(z_0-z)p_x dz\\M_y&=l\int_0^h(z_0-z)p_y dz\end{aligned}\right\} \tag{37}$$

をえる。

Eq. (35) と Eq. (37) に，Eq. (24) あるいは Eq. (27) を代入して積分を実行し，この結果を Eq. (31) と Eq. (33) に代入すると合力の振幅と位相角，および合モーメントの振幅と位相角を求めることができる。

I 群の実験について，以上の計算結果を図示すると Fig. 21 のようになる。この図では計算結果を滑らかな曲線に引きなおして示してあり，I-4 の実験は異なった振動数の実験が三つしかないのでここでは省略した。I-1 の実験は 5.3 で述べた理由によって，やや実測点のばらつきが大きいが，その他のものはこの図の曲線によくのっている。一見して Θ_M の曲線が異常であるが，I-2 および I-3 の曲線の，振動数の小さい方ではやや疑問がある。

6.2 底面に作用する振動土圧

振動中における力の釣合いを考える第1の準備として，振動中の底面反力の実測値を調べよう。Fig. 4 に示したように，底面には3個の土圧計が取り付けてあるが，この内中央の No. 5 はほとんど機能を失っており，Heel 側の No. 4 も完全ではない。壁体の構造上，あまり沢山の土圧計を底面に取り付けることもできず，今の場合，1個の土圧計が故障すると，底面反力の分布形状を正確に決定するのが困難になる。またたとえ土圧計が完全であっても，実測値のばらつきは側方土圧より大きく，実測値から底面反力の分布形状を決定するのは容易なことではない。一般的に言って底面反力の測定は，静的な場合でも側方土圧よりはるかに難かしく，それだけ精度も落ちるものなのである。土圧計 No. 4 の記録は完全なものではないが，Fig. 22 に，I-6（裏込なし）の実測値を示す。図中○印が実測値で，カッコ内の数字は位相角を表わす。直線は Toe 側および Heel 側の実測値と壁体重心直下の点 G' を結んだものである。この図だけについて言えば，i) 振動数の低い方では，振幅は直線分布になるが位相角は Toe と Heel で必ずしも逆相になっていない。ii) 振動数の高い方では，振幅は直線分布になっていないが位相角は完全に逆相になっている。

壁体背後に側方土圧が作用している場合の底面反力は，Heel 側の記録で解析に耐えるものが少なく，いきおい，Toe 側の実測値にたよらざるをえない。Fig. 23 に側方土圧が作用したときの土圧計 No. 6 の実測値を示す。Fig. 21 と同様，実測値をスムーズ化し，I-4 のものは除いてある。今後，Toe 側の底面反力の実測値を $\boldsymbol{p}_T=p_T\cos(\omega t+\gamma_T)$ で表わすこととする。

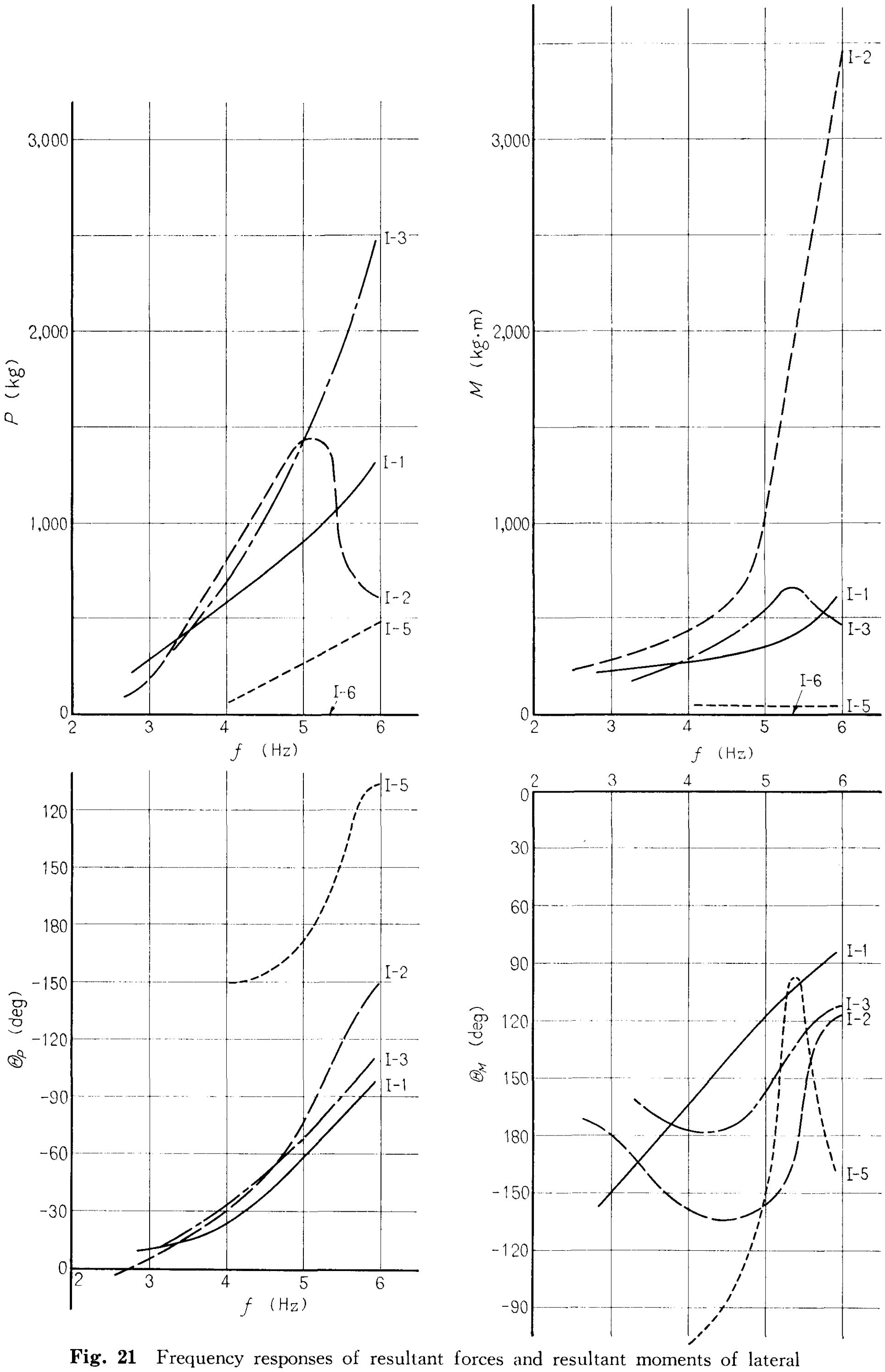

Fig. 21 Frequency responses of resultant forces and resultant moments of lateral oscillating earth pressure

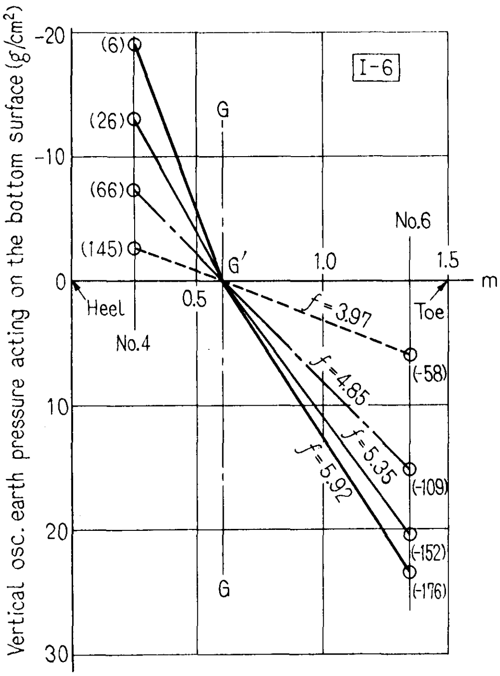

Fig. 22 Distributions of vertical oscillating earth pressure acting on the bottom surface. Numbers in brackets show the phase angle

7. 力の釣合い

7.1 変位の分解

振動中における力の釣合いを考える第2の準備として，実測によってえられた壁体の変位を，並進成分 x と回転成分 Φ に分解しよう。ここで壁体の上下動に関してであるが，この実験に用いた振動測定器の倍率（スポットのふれ／地動=130倍程度）では，上下動は観測にかからなかったので以後これを無視することとする。

x と Φ を求めるには Fig. 10 を参照して，Eq. (12) に Eq. (10) の x と Φ を代入し，D_1, λ_1, D_2, λ_2, z_0, z' を既知としてこれを解き，$a, \alpha, \varphi, \beta$ を求めればよい。このようにして求めた結果を Fig. 24 に示す。I-2 の実験は a, φ ともに 5.3 Hz でピークを持つが，これは裏込め上に置かれた載荷重の共振を示している。

7.2 力と変位に関する定性的考察

力の釣合いを論ずる前に，ここで Fig. 21, Fig. 23, Fig. 24 を包括的に眺めてえられる，力と変位についての定性的な特性を列記してみる。

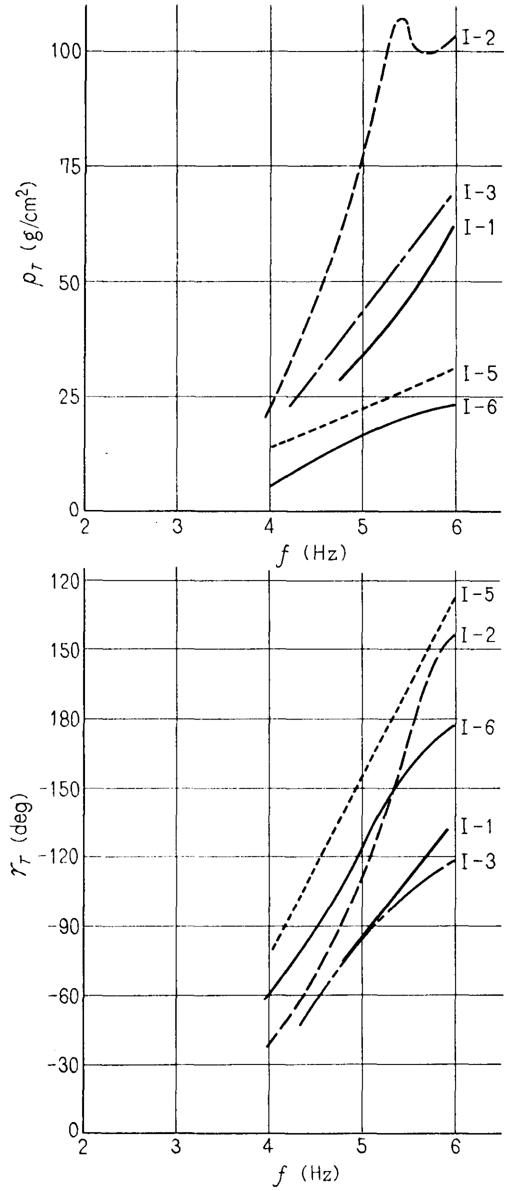

Fig. 23 Frequency responses of vertical oscillating earth pressure observed by the cell No. 6

1) 並進変位の振幅 a は，水平合力 P の有無，大小にかかわらず1本の振動数特性で表わしうるとみなされる。I-5 を除いた位相角も力と変位とでは比較的近い値をとる。

2) 回転変位の振幅 φ は，合モーメント M の有

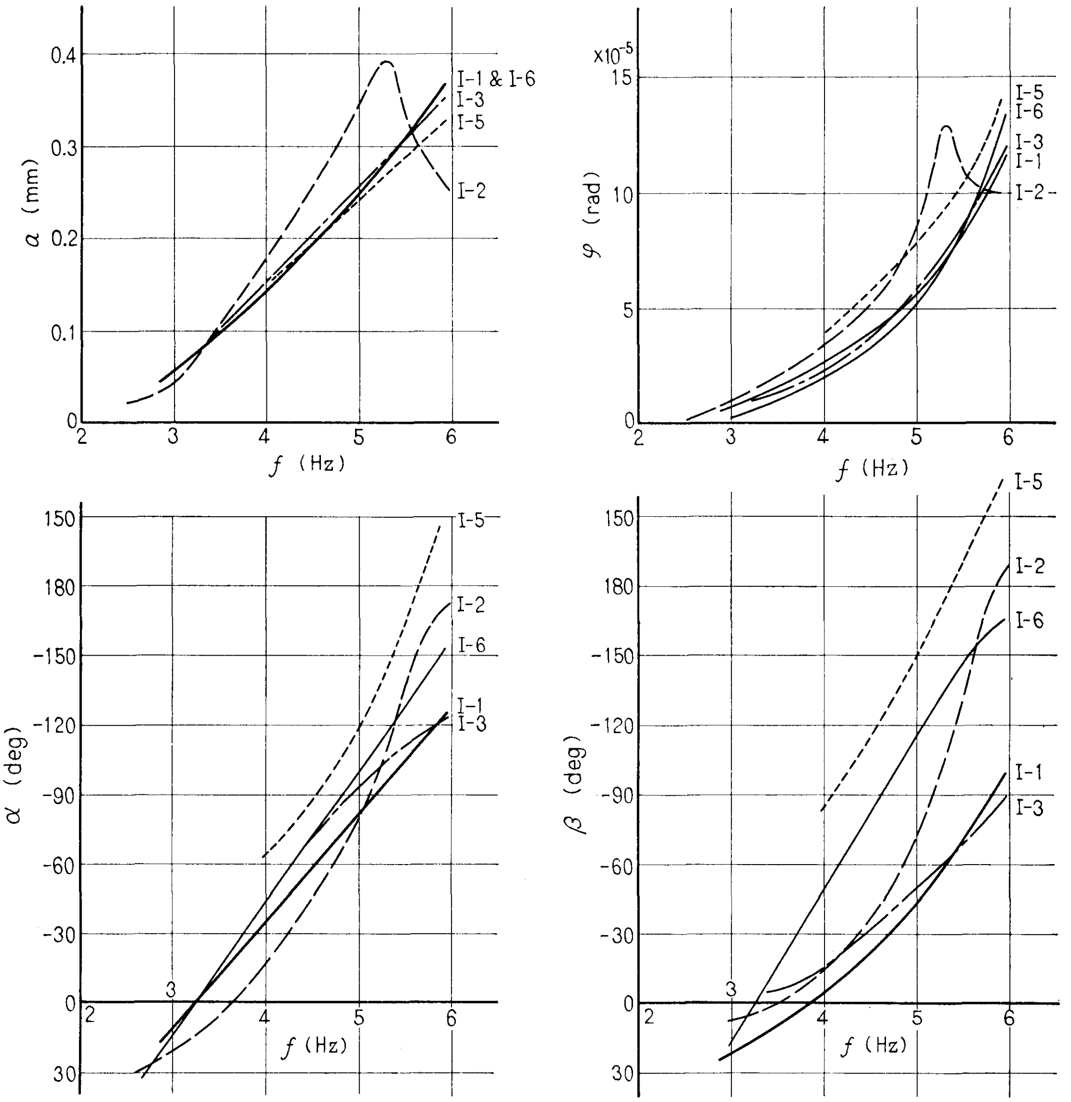

Fig. 24 Frequency responses of translational and rotational displacements of the wall

無，大小，および Toe 側の底面反力 p_T の大小にかかわらず1本の振動数特性で表わしうるとみなされる。しかし I-2 および I-3 のように φ にピークがあっても，それに対応する M の位置にピークがないもの，あるいはその逆の場合などが含まれている。位相角は β と γ_T は似た傾向を示すが，Θ_M のみは他と非常に異なった傾向を示している。

3) 以上の2点を要約すると，外力およびそのモーメント P, p_T, M は実験の種類（I-1, I-2, I-3……など）によって極端に異なった値をとるが，それらが原因で起こる変位 a, φ は常に同じ値を示し，1本の振動数特性で表わされ，かつ a, φ ともに裏込めがない場合のもので代表される。すなわち，振幅だけを見ていると，あたかも力と変位の間には直接的な関係が無いかのように見える。

4) 並進および回転変位の位相角 α と β は，互に平行移動すれば大体一致する。全体として $\alpha, \beta, \Theta_P, \gamma_T$ が同じ傾向で，Θ_M のみがいちじるしく異なった傾向を示す。ただし I-1 の実験のみは，Θ_P と Θ_M は振動数のいかんにかかわらずほぼ正確に逆相関係であ

る。

5) 裏込め部分に水を満たした実験 (I-5) では，位相遅れが一番大きく，この場合を除くと，α, β, γ_T ともにI-6 の実験が最も遅れが大きい。すなわち，並進および回転変位，Toe 側の底面反力の位相は，裏込めがない場合が一番遅れ，裏込めがある場合の方が遅れが小さい。

6) いま，簡単な底面基礎の力学モデルとして Fig. 25 を考え，Toe 側の底面反力 $\boldsymbol{p_T}$ を求める。$\boldsymbol{p_T}$ は上向きを正とすると

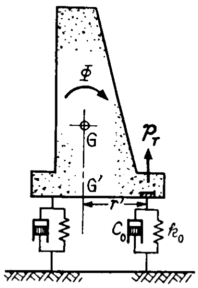

Fig. 25 Simple model of foundation of the wall

$$\boldsymbol{p_T} = p_T \cos(\omega t + \gamma_T) = r'(k_0\Phi + c_0\dot{\Phi})$$

となる。この式から明らかなように，γ_T は Φ の位相角 β よりも必然的に進まねばならない。しかるに実測値では γ_T が β より逆に遅れている。両者の位相角は，この振動数の範囲内では平行移動すれば一致し，その量は実験の種類によって異なるが，0°～40° の範囲である。

以上はⅠ群の実験結果を定性的にとらえたものである。Ⅱ群の実験は振動数の範囲も広く，実測点のばらつきもやや大きく包括的にとらえるのは難かしいが，部分的には以上に述べた事柄が当てはまるものもある。例えば，Ⅱ-6 は上記 6) があてはまり，Ⅱ-5 では $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\Phi}$ に明瞭な共振特性が表われても，その振動数に相当する $\boldsymbol{P}, \boldsymbol{M}$ の位置に何の変化も認められない。すなわち，ここでも力と変位との間の関係が薄い様子が見られる。

7.3 力の釣合い

剛体としての壁体に作用する力とモーメント，および壁体の変位が明らかになったので，振動中にこれらがどのようにして運動方程式を満足するかを調べよう。すでに 6.2 で述べたように底面に作用する力で解析に耐えるのは Toe 側のデータのみであり，Heel 側

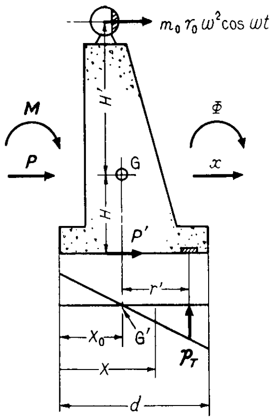

Fig. 26 Equilibrium of forces and moments

の力はこれから推定せざるをえない。振動中に底面反力を生じさせる原因は，壁体の回転変位と上下動であると考えられるが，実験で上下動は観測されなかった。このことを考慮して底面反力の分布を Fig. 26 に示すように，Toe 側の実測値 p_T と，壁重心直下の G' 点を結ぶ直線分布とし，Toe 側と Heel 側とでは逆位相であると仮定する。底面分布土圧によって生じる壁体の重心に関するモーメントを $\boldsymbol{M_b}$ とすると，$\boldsymbol{M_b}$ は Fig. 26 を参照して次のように求められる。

$$\boldsymbol{M_b} = -l\int_0^d \frac{\boldsymbol{p_T}}{r'}(X - X_0)^2 dX = -\frac{J_3}{r'}\boldsymbol{p_T}$$

ここで J_3 は壁底面の 2 次モーメントである。

壁体に作用する力とモーメント，および壁体の変位は Fig. 26 に示したようになり，壁体の運動方程式は次のように表わされる。

$$\left.\begin{aligned} m\ddot{\boldsymbol{x}} &= \boldsymbol{P} + \boldsymbol{P'} + m_0 r_0 \omega^2 \cos \omega t \\ I\ddot{\boldsymbol{\Phi}} &= \boldsymbol{M} - H\boldsymbol{P'} - \frac{J_3}{r'}\boldsymbol{p_T} + H' m_0 r_0 \omega^2 \cos \omega t \end{aligned}\right\} \quad (38)$$

ここで $\boldsymbol{P'}$ は壁体の底面に作用する水平力の合力を表わし，$\boldsymbol{P'} = P'\cos(\omega t + \Theta'_P)$ とする。Eq. (38) でⅠ群の実験では $m_0 = 0$ と置く。

壁体の底面に作用する水平方向の分布力は実測することがほとんど不可能である。したがって実験によって直接 $\boldsymbol{P'}$ を求めることができないので，Eq. (38) の第 1 式から逆算せざるをえない。Ⅰ群の実験について求めた P' と Θ'_P の値を Fig. 27 に示す。Θ'_P は α, Θ_P, γ_T と逆相に近い関係にある。また実験 I-6 の P' 曲線は，$m_0 = 0$ でかつ，裏込めのない実験であるから $\boldsymbol{P} = 0$ の場合で，Eq. (38) から $m\ddot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{P'}$ としたときのものである。いっぽう $\boldsymbol{x}$ の振幅 a は 7.2, 1) で述

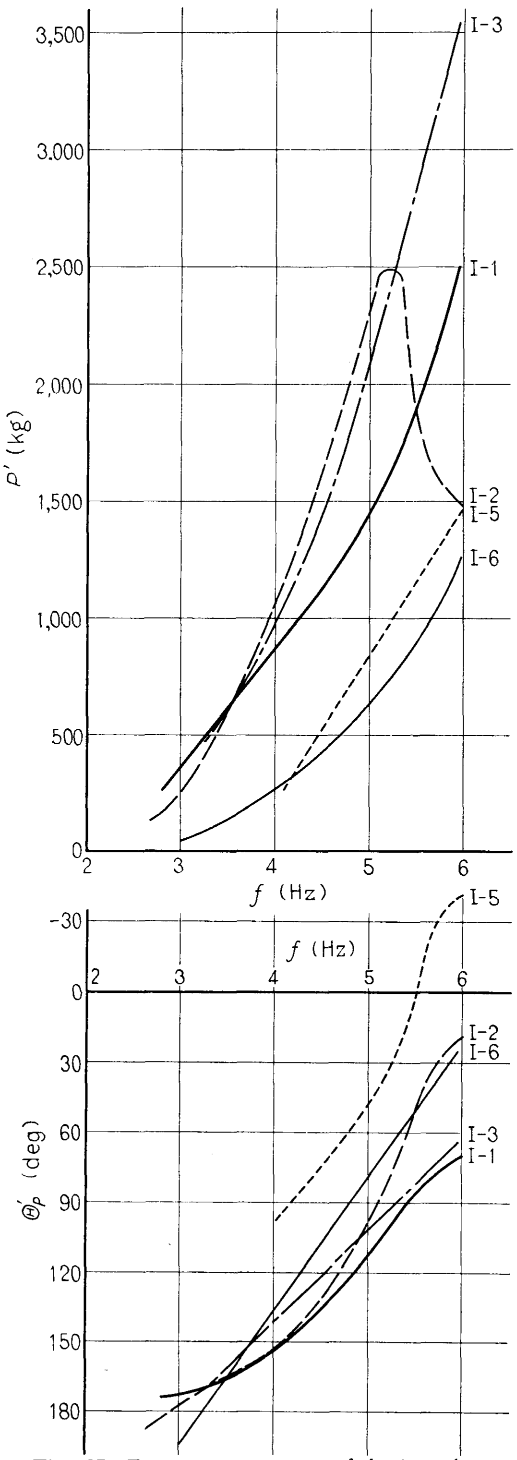

Fig. 27 Frequency responses of horizontal resultant forces acting on the bottom surface

べたようにすべての実験に共通と考えられるので，この曲線はすべての実験を通じて壁体に作用する慣性力を表わしていることになる。

$\boldsymbol{P}'$ が求まるとこの値を Eq. (38) の第２式に代入して左右辺がベクトルとして一致すれば，すべての実測値が運動方程式を満足したことになる。しかしこれは成功しなかった。そこで $\boldsymbol{p}_T$ の代りに $\boldsymbol{p}'_T\{=p'_T\cos(\omega t+\gamma'_T)\}$ とおきかえて，運動方程式を満足する $\boldsymbol{p}'_T$ を逆算し $\boldsymbol{p}_T$ と $\boldsymbol{p}'_T$ を比較して見ることとした。すなわち，運動方程式は

$$\left.\begin{aligned} m\ddot{x} &= \boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}'+m_0r_0\omega^2\cos\omega t \\ I\ddot{\Phi} &= \boldsymbol{M}-H\boldsymbol{P}'-\frac{J_3}{r'}\boldsymbol{p}'_T+H'm_0r_0\omega^2\cos\omega t \end{aligned}\right\} \quad (39)$$

と書き改められる。Eq. (39) から求めた p'_T と γ'_T を Fig. 28 に示す。Fig. 28 と Fig. 23 を比較してみると次に列記する事柄に気付く。ここで Fig. 28 の縦軸は Fig. 23 の半分に縮めてあることに注意されたい。

1) 振動数の低い所では実測値がないので両者を比較することはできないが，振幅においても，位相角においても両者の間に強い近親性のあることが認められる。$\boldsymbol{p}'_T$ の計算には，$x, \Phi, \boldsymbol{p}$ の実測値に伴う誤差とばらつきが含まれていることを考えると，この計算結果のばらつきは非常に小さく，良好な結果であると言える。

2) まず振幅についてであるが，p_T と p'_T の傾向は良く一致し，振動数に対する分布形状も両者で大体一致する。$p'_T/p_T=\nu$ は大半のものは 1.6～2.7 の範囲内にあり，全部の平均は 2.1 である。

3) 両位相角の差 $\gamma'_T-\gamma_T=\varepsilon$ は，I-1 および I-6 では振動数のいかんにかかわらず約20°であり，他は10°以下であって誤差の範囲内で両者は一致するとみなされる。ただ I-1 と I-2 で 4 Hz 以下の γ'_T の値が急激に変化する。この点に対応する実測値がないので比べられないが，$\boldsymbol{M}$ の位相角 (Fig. 21 参照) がきいているようで，前述のようにやや疑問が残る。γ_T と γ'_T を全般的に比べると，γ'_T の方が進んでいる場合がほとんどである。また壁体の回転変位 Φ の位相角 β (Fig. 24 参照) とここでえた力の位相角 γ'_T を比べると，I-6 の場合だけ γ'_T が β より進んでいて，他は一致するか，あるいは 20°～30° 程度 γ'_T が遅れている。ここでも 7.2, 6) で述べた疑問がなお残っている。

以上はⅠ群の実験についてであるが，Ⅱ群の実験については

4) Ⅰ群の場合と比べて点のばらつきがやや大き

く，ν, ε ともに振動数に対して平坦になる場合は少なく，一般的にゆるやかな直線変化をする。その絶対値もI群の場合より大きく，$\nu=2\sim4$, $\varepsilon=\pm40°$ の範囲内に分布している。

5) II-5 は γ'_T が γ_T より遅れるが，他はすべて γ'_T が進んでいる。γ'_T と β を比べるとほとんどのものは力の位相角の方が進んでいて，この場合は常識的に理解しやすい形となっている。

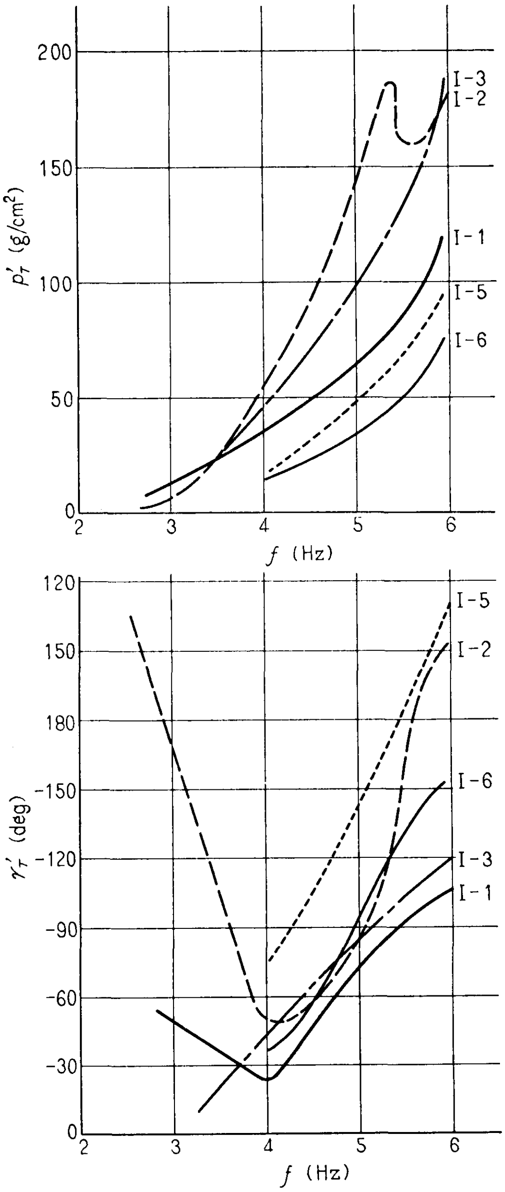

Fig. 28 Frequency responses of vertical oscillating earth pressure at the position of the cell No. 6, calculated by Eq. (39)

本節では運動方程式 Eq. (38) を満足させるためには，実測値 p_T の代りに p'_T を用いねばならず，p'_T は p_T と強い近親関係にあることがわかった。しからば p'_T と p_T は力学的にどのような関係にあるのであろうか？ 次節で両者の相互関係について考えてみよう。

7.4 底面に作用する振動土圧分布の決定

前節で底面の鉛直分布土圧を積分してそれによるモーメントを求めるとき，暗黙のうちに底面の2次元分布（壁体の長さ l の方向に）を仮定していた。いま土圧計 No. 6 の位置を通り壁体の l 方向の断面を考えると，Fig. 29 に示すように $p'_T>p_T$ と言う関係はすべての実験結果について成立するから，図示のように l の方向に上に凸の分布曲線を考えれば，実測値 p_T は分布力の最小値を測っていたことになり，p_T と p'_T との関係が無理なく理解される。すなわち，壁体の長さ方向に3次元分布を考え，この分布曲線によって囲まれる面積が，$p'_T\times l$（p'_T は長さ方向の各断面で異なっている）になるように曲線を定めれば，各断面における分布曲線の集まりが運動方程式を満足することになる。実際には振幅と同時に位相角の分布も考慮に入れなければならない。

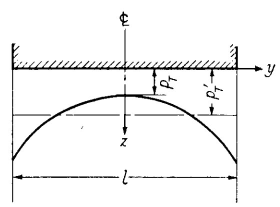

Fig. 29 Horizontal distribution of vertical oscillating earth pressure at the longitudinal section passing through the cell No. 6

Fig. 30 に示すように座標を定め，壁体の幅方向の断面における底面振動土圧の分布を前節と同様に直線分布とし，その中央断面における分布を $(X-X_0)\dfrac{p_T}{\gamma'}$ とする。また y 軸方向の分布形状については，すでに 5.1 で論じた方法の応用として二つの放物筒面の交線として表わすこととする。この場合ベクトルの回転軸は y 軸であり，任意の点における底面振動土圧を p_b とすると p_b は次式で表わされる。

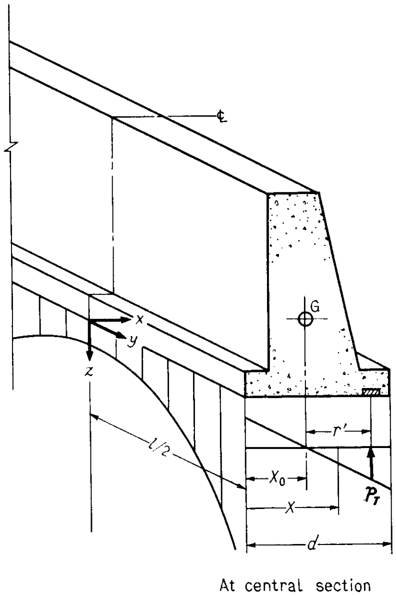

Fig. 30 Three dimentional distribution of vertical oscillating earth pressure acting on the bottom surface

$$\boldsymbol{p}_b=(X-X_0)\{(E_xy^2+N_x)\cos\omega t-(E_zy^2+N_z)\sin\omega t\}$$
$$=(X-X_0)\sqrt{(E_xy^2+N_x)^2+(E_zy^2+N_z)^2}\cos\left(\omega t+\tan^{-1}\frac{E_zy^2+N_z}{E_xy^2+N_x}\right) \tag{40}$$

この式に含まれる係数を中央断面における実測値で表わしてみる。Eq. (40) に $y=0$, $X=X_0+r'$ で $\boldsymbol{p}_b=p_T\cos(\omega t+\gamma_T)$ と言う条件を入れると

$$\left.\begin{aligned}N_x&=\frac{p_T}{r'}\cos\gamma_T\\N_z&=\frac{p_T}{r'}\sin\gamma_T\end{aligned}\right\} \tag{41}$$

底面分布土圧による合モーメント $\boldsymbol{M}_b$ は

$$-\boldsymbol{M}_b=\int_{-l/2}^{l/2}\int_0^d(X-X_0)\boldsymbol{p}_b dXdy$$
$$=\int_{-l/2}^{l/2}\int_0^d(X-X_0)^2(E_xy^2+N_x)\cos\omega t dXdy$$
$$-\int_{-l/2}^{l/2}\int_0^d(X-X_0)^2(E_zy^2+N_z)\sin\omega t dXdy$$
$$=J_3\left\{\left(\frac{E_xl^2}{12}+N_x\right)\cos\omega t-\left(\frac{E_zl^2}{12}+N_z\right)\sin\omega t\right\}$$

これが Eq. (39) を満足させるためには次式が成立しなければならない。

$$J_3\left\{\left(\frac{E_xl^2}{12}+N_x\right)\cos\omega t-\left(\frac{E_zl^2}{12}+N_z\right)\sin\omega t\right\}$$
$$=\frac{J_3}{r'}\boldsymbol{p}'_T=\frac{J_3}{r'}\nu p_T\cos(\omega t+\gamma_T+\varepsilon)$$

この式から

$$\left.\begin{aligned}E_x&=\frac{12}{l^2}\frac{p_T}{r'}\{\nu\cos(\gamma_T+\varepsilon)-\cos\gamma_T\}\\E_z&=\frac{12}{l^2}\frac{p_T}{r'}\{\nu\sin(\gamma_T+\varepsilon)-\sin\gamma_T\}\end{aligned}\right\} \tag{42}$$

をえる。したがって実測値を満足する運動方程式は Eq. (39) の代りに次式となる。

$$\left.\begin{aligned}&m\ddot{x}=\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}'+m_0r_0\omega^2\cos\omega t\\&I\ddot{\Phi}=\boldsymbol{M}-H\boldsymbol{P}'\\&\qquad-\int_{-l/2}^{l/2}\int_0^d(X-X_0)\boldsymbol{p}_b dXdy\\&\qquad+H'm_0r_0\omega^2\cos\omega t\\&\boldsymbol{p}_b=(X-X_0)\{(E_xy^2+N_x)\cos\omega t\\&\qquad-(E_zy^2+N_z)\sin\omega t\}\end{aligned}\right\} \tag{43}$$

ここで N_x, N_z は Eq. (41) で，E_x, E_z は Eq. (42) で与えられ，I 群の実験では $m_0=0$ とおく。

次に Eq. (41) と Eq. (42) を Eq. (40) に代入して変形すると

$$\boldsymbol{p}_b=(X-X_0)\frac{p_T}{r'}\sqrt{1+\frac{24}{l^2}(\nu\cos\varepsilon-1)y^2+\left(\frac{12}{l^2}\right)^2(\nu^2+1-2\nu\cos\varepsilon)y^4}$$
$$\times\cos\left\{\omega t+\gamma_T+\tan^{-1}\frac{\frac{12}{l^2}\nu\sin\varepsilon\cdot y^2}{1+\frac{12}{l^2}(\nu\cos\varepsilon-1)y^2}\right\} \tag{44}$$

をえる。この式は p_T, γ_T がくくり出されているので，ε=const., ν=const. の場合の計算に適している。この場合は振動数のいかんにかかわらず同一種類の実験（実験番号 1, 2, 3……など）に対しては，p_T と γ_T が振動数に