船舶技術研究所報告　第9巻　第2号　研究報告

開孔を有する板の座屈に関する研究（第1報）

—— モアレ法の座屈波形観察への応用 ——

有 田 喜 久 雄*・藤 原 幸 雄*

Instability of Plates with Circular Holes (1st Report)

——The Moiré Method for Studying Buckling of Plates——

By

Kikuo ARITA and Yukio FUJIWARA

Abstract

In the paper tests were carried out to examine the instability of perforated webs of plate girders. The results are compared with numerical ones obtained for critical shearing stress of a square plate with a central circular hole. The results show that a circular hole causes a great reduction in buckling load.

Moiré method was applied to the observation of the deflection surface of the buckled plates. As the contour lines of the deflection surface are able to be obtained easily by the use of Moiré, the method seems to be useful for the estimation of buckling load.

1. ま え が き

船体損傷のうちで，桁のウエブに設けられた開孔部の付近が座屈したと思われる変形がかなりみられる。開孔周囲の応力集中の問題はかなり研究がおこなわれているが，有孔板の座屈の研究は比較的新らしく，実験的に十分な資料が得られているとは云い難い。有孔板の座屈の問題を取り扱うときに，荷重条件として曲げ，圧縮および剪断が考えられるが，一般的に云って曲げおよび圧縮の場合には，開孔による座屈値の低下率はそれほど大きくはない[1]。そこで，本研究は剪断が作用する有孔板の座屈値の低下率を実験的に求め，計算値と比較したものである。

座屈の実験において，板の面外変位の測定は従来ダイアルゲージにより測定されていた。この方法によると，測定の精度はよいが，変形の様子を全体的にとらえるのには不適当であった。そこで，本研究における実験においては，ダイアルゲージによる測定とあわせて，モアレ法を用いて座屈波形を観察し，この方法の座屈実験への適用性を検討した。

2. 開孔を有するウエブ板の座屈計算

2.1 計 算 方 法

開孔を有するウエブ板の剪断座屈を調べるために，Fig. 1 に示すようなスパンの短い桁を両端単純支持で，中央に集中荷重をかけた場合を考える。この場合，ウエブ板を周辺単純支持の正方形板で，これに一様な剪断力がはたらいていると近似的に考えて，ウエブ板の剪断座屈応力値をエネルギー法によって求める。数値計算法には，いろいろな方法が考えられるが，ここでは Gauss の数値積分法[2]によって座屈値を求める。

ウエブ板に作用する一様な剪断力を単位面積あたり

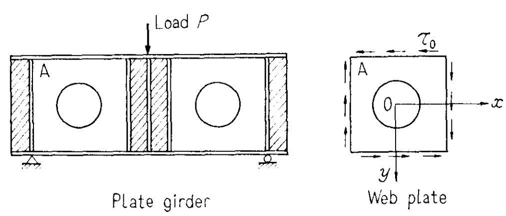


Fig. 1　Test layout of plate girder

* 船体構造部　原稿受付　昭和47年1月4日

τ_0 として，有孔板の弾性座屈値を計算する。

エネルギー法によると，板が座屈するときは

$$\frac{D}{2}\iint\left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)^2-2(1-\nu)\times\left\{\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}-\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\right)^2\right\}\right]dx\,dy$$
$$=-\frac{\tau_0}{2}\iint t\left[\frac{\sigma_x}{\tau_0}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2+\frac{\sigma_y}{\tau_0}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2+2\frac{\tau_{xy}}{\tau_0}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)\right]dx\,dy \qquad (1)$$

ただし　w: 板の面外方向の撓み

$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$: x 軸，y 軸方向の応力と剪断応力

D: 曲げ剛性$=\dfrac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$

E: ヤング率

t: 板厚

ν: ポアソン比

を満足しなければならない。

(1)式より

$$\tau_0=\frac{D\iint\left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)^2-2(1-\nu)\left\{\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}-\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\right)^2\right\}\right]dx\,dy}{-\iint t\left[\frac{\sigma_x}{\tau_0}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2+\frac{\sigma_y}{\tau_0}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2+2\frac{\tau_{xy}}{\tau_0}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)\right]dx\,dy} \qquad (2)$$

が得られる。

いま，(2)式を

$$\tau_0=\frac{I_1}{I_2} \qquad (3)$$

とおく。

(3)式において τ_0 を最小にするには，(3)式の変分をとって，その式を0と置いて得られる。すなわち

$$\delta\tau_0=\frac{I_2\delta I_1-I_1\delta I_2}{I_2{}^2}=0$$
$$\frac{1}{I_2}(\delta I_1-\tau_0\delta I_2)=0 \qquad (4)$$

(4)式から剪断座屈応力 τ_{cr} を求める手順としては，先ず，撓みを周辺条件および実際の撓み形を考慮して(5)式のように仮定する。

$$w=a_1f_1(x,y)+a_2f_2(x,y)+\cdots \qquad (5)$$

τ_0 を最小にするように級数の係数 $a_1, a_2, \cdots$ をきめるには，(4)式を導いたときと同様にして

$$\left\{\begin{array}{l}\dfrac{\partial I_1}{\partial a_1}-\tau_0\dfrac{\partial I_2}{\partial a_1}=0\\ \dfrac{\partial I_1}{\partial a_2}-\tau_0\dfrac{\partial I_2}{\partial a_2}=0\\ \quad\cdots\cdots\end{array}\right. \qquad (6)$$

(6)式は $a_1, a_2, \cdots$ についての連立同次一次方程式になるから(7)式のようにあらわすことができる。

$$\left\{\begin{array}{l}c_{11}a_1+c_{12}a_2+\cdots=0\\ c_{21}a_1+c_{22}a_2+\cdots=0\\ \quad\cdots\cdots\end{array}\right. \qquad (7)$$

したがって，$a_1, a_2, \cdots$ が同時に0にならない根をもつには，(7)式の係数の行列式を0とおいて

$$\begin{vmatrix}c_{11} & c_{12} & \cdots\\ c_{21} & c_{22} & \cdots\\ & \cdots\cdots & \end{vmatrix}=0 \qquad (8)$$

(8)式を満足するような τ_0 の根の最小値が剪断座屈応力 τ_{cr} になる。

さて，ここで正方形板の中心に円孔を有する場合の剪断座屈応力を求める。(2)式を実際に計算するには応力分布を知る必要があるが，有限板に対する応力分布は複雑になるので，無限板に対する応力の解を用いることにする。Fig. 2 のような周辺単純支持の正方形板（孔の径 $d=2a$，一辺長$=b$）において，単位面積あたりの剪断力 τ_0 が一様に作用する無限板の応力分布（極座標表示）は(9)式によりあたえられる。

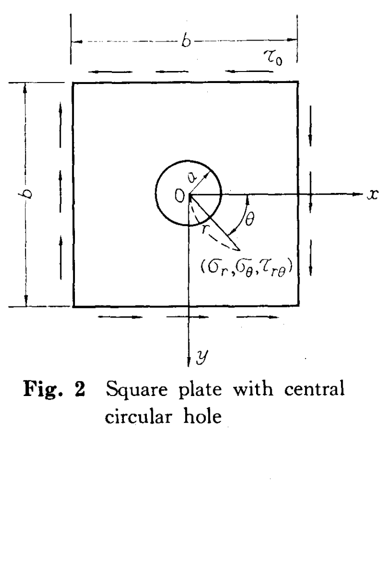


Fig. 2 Square plate with central circular hole

$$
\left\{
\begin{aligned}
\sigma_r &= \tau_0\left(1-\frac{4a^2}{r^2}+\frac{3a^4}{r^4}\right)\sin 2\theta \\
\sigma_\theta &= -\tau_0\left(1+\frac{3a^4}{r^4}\right)\sin 2\theta \\
\tau_{r\theta} &= \tau_0\left(1+\frac{2a^2}{r^2}-\frac{3a^4}{r^4}\right)\cos 2\theta
\end{aligned}
\right. \tag{9}
$$

(9)式を直交座標表示の応力分布になおすために

$$
\left\{
\begin{aligned}
\sigma_x &= \sigma_r\cos^2\theta+\sigma_\theta\sin^2\theta-\tau_{r\theta}\sin 2\theta \\
\sigma_y &= \sigma_r\sin^2\theta+\sigma_\theta\cos^2\theta+\tau_{r\theta}\sin 2\theta \\
\tau_{xy} &= \frac{1}{2}(\sigma_r-\sigma_\theta)\sin 2\theta+\tau_{r\theta}\cos 2\theta
\end{aligned}
\right. \tag{10}
$$

の変換をおこなう。

撓み形としては，円孔周囲および周辺支持の境界条件を同時に満足するような形を求めるのが困難なので，周辺単純支持の条件のみを満足するような形を仮定する。すなわち，撓みの式を3角級数でおいて

$$
\begin{aligned}
w = &\left\{\left(a_{11}\cos\frac{\pi x}{b}\cos\frac{\pi y}{b}+a_{13}\cos\frac{\pi x}{b}\cos\frac{3\pi y}{b}\right.\right. \\
&\left.+a_{31}\cos\frac{3\pi x}{b}\cos\frac{\pi y}{b}\right) \\
&+\left(a_{33}\cos\frac{3\pi x}{b}\cos\frac{3\pi y}{b}+a_{35}\cos\frac{3\pi x}{b}\cos\frac{5\pi y}{b}\right. \\
&\left.\left.+a_{53}\cos\frac{5\pi x}{b}\cos\frac{3\pi y}{b}\right)+\cdots\right\} \\
&+\left\{\left(a_{22}\sin\frac{2\pi x}{b}\sin\frac{2\pi y}{b}+a_{24}\sin\frac{2\pi x}{b}\sin\frac{4\pi y}{b}\right.\right. \\
&\left.+a_{42}\sin\frac{4\pi x}{b}\sin\frac{2\pi y}{b}\right) \\
&+\left(a_{44}\sin\frac{4\pi x}{b}\sin\frac{4\pi y}{b}+a_{46}\sin\frac{4\pi x}{b}\sin\frac{6\pi y}{b}\right. \\
&\left.\left.+a_{64}\sin\frac{6\pi x}{b}\sin\frac{4\pi y}{b}\right)+\cdots\right\}
\end{aligned} \tag{11}
$$

とする。

2.2 計算結果

円孔の直径と板幅の比 d/b が0.5のときに，(11)式の撓み形の最初の数項をとって計算した結果，Table 1のように剪断座屈応力が得られた。これからみると，(11)式において最初の a_{11} および a_{22} の項に a_{13}, a_{24} あるいは a_{31}, a_{42} の項を加えれば τ_{cr} の値はかなり下がるが，a_{33} あるいは a_{44} の項を加えてもそれほど低くはならない。すなわち，a_{11}, a_{22} の項をとったときに比べて a_{33}, a_{44} 以上の項はあまり影響はないと考えられるので，w の式において最初の6項をとることにした。したがって，w の式は

Table 1 Convergence of deflection function

Terms in deflection function	Critical shearing stress τ_{cr}
a_{11}, a_{22}	$5.15\ \dfrac{\pi^2 D}{b^2 t}$
a_{11}, a_{13}, a_{22}, a_{24} or a_{11}, a_{31}, a_{22}, a_{42}	5.11 〃
a_{11}, a_{33}, a_{22}, a_{44}	5.14 〃

$$
\begin{aligned}
w = &\left(a_{11}\cos\frac{\pi x}{b}\cos\frac{\pi y}{b}+a_{13}\cos\frac{\pi x}{b}\cos\frac{3\pi y}{b}\right. \\
&\left.+a_{31}\cos\frac{3\pi x}{b}\cos\frac{\pi y}{b}\right)+\left(a_{22}\sin\frac{2\pi x}{b}\sin\frac{2\pi y}{b}\right. \\
&\left.+a_{24}\sin\frac{2\pi x}{b}\sin\frac{4\pi y}{b}+a_{42}\sin\frac{4\pi x}{b}\sin\frac{2\pi y}{b}\right)
\end{aligned} \tag{12}
$$

とする。

この撓みの式および応力の式から(3)式における I_1, I_2 を求めるのにGaussの数値積分法を使った。Gaussの点は第1象限に対して，$d/b=0.25$ のとき31点，$d/b=0.5$ のとき24点をとった。例として，$d/b=0.25$ のときの第1象限の点の位置をFig. 3に示す。Fig. 3において，面積 A_1 についてのある関数 F の積分は(13)式で求められる。

$$
\begin{aligned}
&\iint F\,dA_1 \\
&=0.0224b^2[0.418F_4+0.382(F_3+F_5) \\
&\quad+0.280(F_2+F_6)+0.129(F_1+F_7)]\times 0.348 \\
&\quad+0.0368b^2[0.418F_{11}+0.382(F_{10}+F_{12}) \\
&\quad+0.280(F_9+F_{13})+0.129(F_8+F_{14})]\times 0.652
\end{aligned} \tag{13}
$$

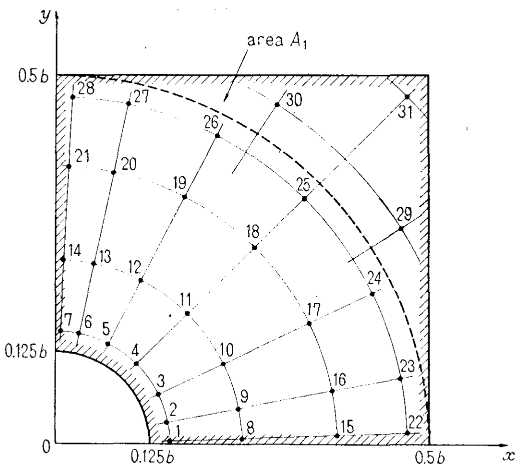


Fig. 3 Distribution of Gauss points

$$+0.0553b^2[0.418F_{18}+0.382(F_{17}+F_{19})$$
$$+0.280(F_{16}+F_{20})+0.129(F_{15}+F_{21})]\times 0.652$$
$$+0.0698b^2[0.418F_{25}+0.382(F_{24}+F_{26})$$
$$+0.280(F_{23}+F_{27})+0.129(F_{22}+F_{28})]\times 0.348$$
$$+0.0212b^2[F_{29}+F_{30}]\times 1$$
$$+0.00470b^2[2F_{31}]\times 1 \qquad (13)$$

ただし F_j, $j=1,2,\cdots,31$ は j 点の関数 F の値

他の象限についても同様な計算をおこなって，板全体としての I_1, I_2 の値が得られる。(8)式によって実際に計算すると，

$$剪断座屈応力 \quad \tau_{cr}=k\frac{\pi^2E}{12(1-\nu^2)}\left(\frac{t}{b}\right)^2 \qquad (14)$$

における係数 k の値が Table 2 のように求まる。

Table 2 Values of the factor k in eq. (14)

Diameter of hole d	Buckling coefficient k	Buckling coefficient from ref. (3) k_0	Ratio of k to k_0 $\eta=k/k_0$
0	9.66	9.35	1.03
$0.25b$	7.42	—	0.79
$0.5b$	5.00	—	0.53

円孔による剪断座屈応力の低下率 η を Fig. 14 に示す。ただし，円孔のない場合には厳密な k の値を使用した。

3. モアレ法による板の変位測定

座屈実験によってウエブ板が如何に変形するかを調べるためにダイアルゲージとあわせてモアレ法を使用した。ダイアルゲージは板の面外変位の測定に従来から広く使用されている。しかし，その精度はきわめてよいという利点（普通は 0.01 mm まで読みとれる）はあるが，板全体の変形を観察するには不適当である。面外変形の観察は，モアレ法によって簡単にできるので，この方法を座屈実験に使用した。

モアレ法は2つのスクリーン格子のずれによって生じる干渉縞によって歪，撓み等を測定する方法である。この方法は面内歪の測定には広く使用されているが，面外変位を測定した例はそれほど多くない。面外変位を測定する方法は原理的に2通り考えられる。第1は Ligtenberg[4] がとった方法で，Fig. 4 に示すようにモアレ格子を供試体を鏡面としてこれに写し，変形前と変形後をカメラに2重露光させることによってモアレ干渉縞をつくる方法である。すなわち，Fig. 4 において，荷重作用前の試験片の任意の点 P が変形後

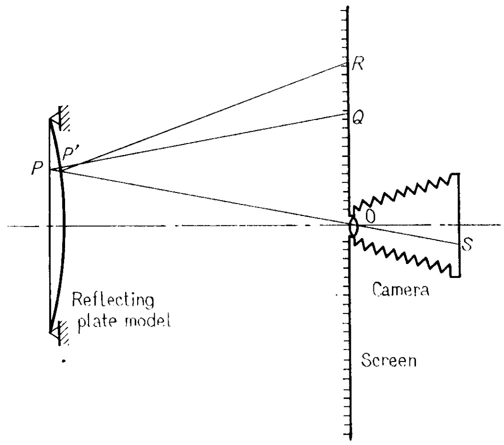


Fig. 4 Principle of Ligtenberg's method

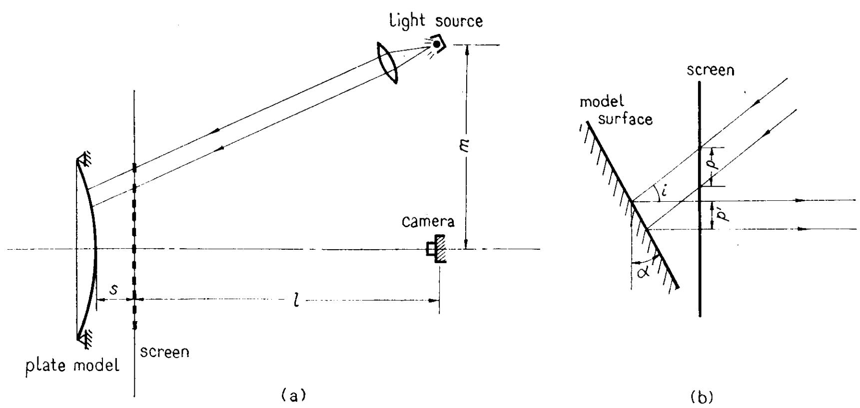


Fig. 5 Schematic representation of moiré method

P′ に移動したとする。P 点は最初 Q を写していたが，変形後は R を写すことになる。この格子のずれをカメラに 2 重露光させることによりモアレ縞が生じる。第 2 の方法は Fig. 5 (a) に示すように供試体の前面にモアレ格子を置き，これに光を照して格子の影を供試体に写し，その影をスクリーンを通してみることにより，モアレの干渉縞をつくる方法である。この方法によると，きわめて簡単に供試体の変形の様子を観察することができる。

本研究においては，第 2 の方法を座屈実験に応用した。この方法の詳細は高崎[5] によって述べられているが，ここでは本実験に使用した方法とあわせて，モアレ法による変位測定の概略を説明することにする。Fig. 5 (a) に示すように試験片の前にモアレ格子を置きそれから十分離して光源とカメラをスクリーンと平行におく。格子とカメラの距離 l および光源とカメラの距離 m を格子と試験片の距離 s に比べて十分大きいとする。いま，Fig. 5 (b) において，モアレ格子のピッチを p，試験片に写された格子のピッチを p' とすると

$$p = p'(1 + \tan\alpha \tan i) \tag{15}$$

干渉縞 1 本あたりの幅 Δd は

$$\Delta d = \frac{pp'}{p - p'} = \frac{p}{\tan\alpha \tan i} \tag{16}$$

したがって，干渉縞 1 本あたりの深さ Δw は

$$\Delta w = \Delta d \tan\alpha = p \cot i \tag{17}$$

であらわされる。なお，この式の厳密な導入方法は文献(5)によってあたえられている。

本実験の場合には光源は平行光線が好ましいが，後に述べるようなモアレ縞検定装置によって，s に比べ光源が十分離れていれば点光源によっても十分精度が得られることがわかったので，光源として 100V, 300W の電球を使用した。モアレ格子はガラス板にモアレ格子のフィルムを焼きつけたもので，モアレ格子のピッチは 1 mm とした。また，試験片の観察する部分は白色塗料(カシュコート)につや消し剤としてフラットベースを混入したもので塗装した。(17)式はモアレ較正装置により検定した。モアレ較正装置は Fig. 6 に示すような木製の円錐形をしたもので，表面は上仕上げをし，試験片と同じようにして白色塗料で塗装したものである。これに深さ 1 cm 毎に円形の等高線を描いてある。この前面 1 cm にモアレ格子を置いて，カメラと格子との距離 $l=2.5$ M，カメラと光源との距離 $m=1$ M および 2 M として撮ったモアレ縞を Photo 1 (a), (b) にそれぞれ示す。等高線の深さを(17)式により計算すると，Photo 1 の (a), (b) についてそれぞれ

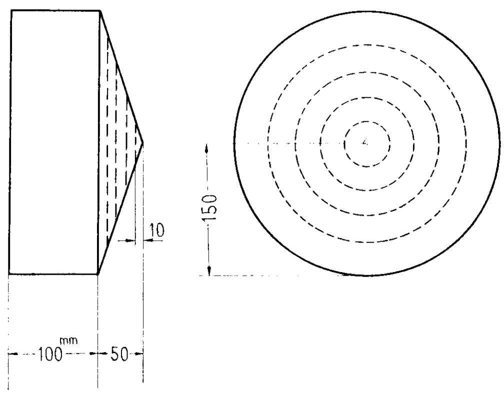
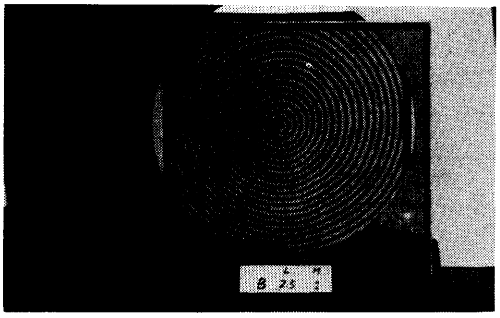
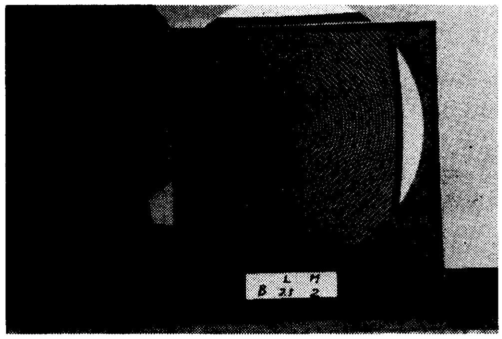


Fig. 6 Cone model for calibrating moiré pattern



(a) $l=2.5$ M, $m=1$ M, $\Delta w=2.5$ mm



(b) $l=2.5$ M, $m=2$ M, $\Delta w=1.25$ mm

Photo 1 Cone model for calibrating moiré pattern

2.5 mm および 1.25 mm になる。一方，モアレ縞を観察すると等高線の間にそれぞれ4本および8本のモアレ縞がでているので，等高線の深さは 2.5 mm および 1.25 mm になり計算結果とよく一致している。なお，モアレ格子の位置を $s=0\sim20$ mm に変えたが，縞の数の出方には影響なかった。

実験に使用したスクリーン，光源およびカメラの配置は

$$s=10\ \mathrm{mm}$$
$$l=2.75\ \mathrm{M}$$
$$m=2.35\ \mathrm{M}$$

とした。したがって，縞1つに対して等高線の深さ $\Delta w=1.2$ mm になる。

4. 実験の概要

4.1 試験片

比較的桁高の大きい対称I型断面の桁を用いてウエブ板の剪断座屈を調べる。ウエブ板に主として剪断力を作用させるために桁のスパンを短くし，ウエブ板の形状は正方形とした。ウエブ板の深さと板厚との比は無孔板が弾性座屈をおこすような値にした。試験片の種類は Table 3 に示すように深さと板厚の比が4種類，その各々に対して開孔がない場合および開孔の大きさがウエブの深さの約 1/4 および 1/2 のものを主なものとした。開孔の形状は円孔とし，ウエブ板の中心に設けた。試験片は鋼材 SS 41 を使用し，溶接により組み立てられたものである。溶接による残留応力は焼鈍により除去した。

試験片記号が例えば SI 350=3.2- 175ϕ とあるのは，Sは荷重条件としての剪断 (shear) を，IはI型断面の桁を意味し，350はウエブの深さ (mm) を，3.2 はウエブの板厚 (mm) を，そして 175ϕ は円孔の直径 (mm) をあらわしたものである。

ウエブ板には薄板を使用しているので，初期撓みをできるだけ少なくするように慎重に製作をおこなった。ウエブ板の初期撓みの最大値は 2.1 mm であっ

Table 3 Dimensions of test girders

Specimen	Diameter of hole	Flange		Web		Opening ratio
		Breadth	Thickness	Depth	Thickness	
	d	b	t_f	h	t	d/h
SI 350=2.3-	0ϕ	150	12	350	2.3	0
	90	150	12	350	2.3	0.257
	175	150	12	350	2.3	0.5
SI 500=2.3-	0	150	12	500	2.3	0
	125	150	12	500	2.3	0.25
	250	150	12	500	2.3	0.5
SI 350=3.2-	0	200	15	350	3.2	0
	90	200	15	350	3.2	0.257
	125	200	15	350	3.2	0.357
	175	200	15	350	3.2	0.5
	250	200	15	350	3.2	0.714
SI 500=3.2-	0	200	15	500	3.2	0
	125	200	15	500	3.2	0.25
	250	200	15	500	3.2	0.5

(in mm)

た。桁は両端を単純支持し，中央に集中荷重をかけることによりウエブ板に剪断力を作用させるのであるが，集中荷重のかかる中央部および支持台の近くの両端部は厚板 (12 mm, 15 mm) および防撓材により補強し，またフランジにも厚板を使用した。

4.2 実験方法

実験には船体構造部のアムスラー型構造物試験機を使用した。実験方法は Photo 2 および Fig. 7 に示すように試験片の両端の垂直防撓材の下部を支持し，中央の垂直防撓材の上部に垂直方向に荷重をくわえる。荷重は段階的にくわえていき，ウエブ板の座屈が生じ，横撓みがかなり大きくなった時点で実験を終了した。実際は，桁はウエブ板が座屈した後も枠組とウエブ板の張力場の作用で荷重を支えるが，本実験の目的はウエブ板の座屈値を求めることにあるので，桁の崩壊に到るまでは荷重をくわえなかった。試験片のウエブ板の表裏には，Fig. 8 に示すように，無孔板に対しては剪断力を求めるために3軸ゲージを，有孔板に対して

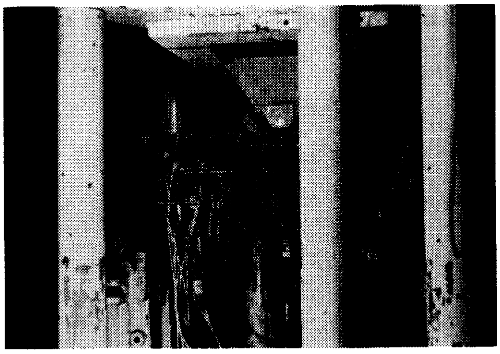


Photo 2 Test setup

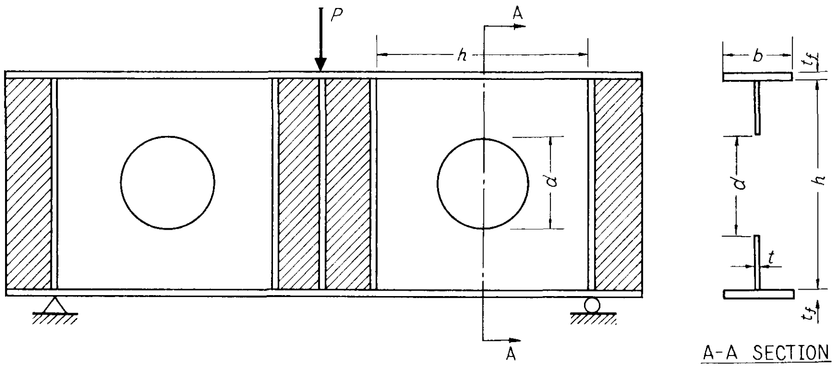


Fig. 7 Test setup

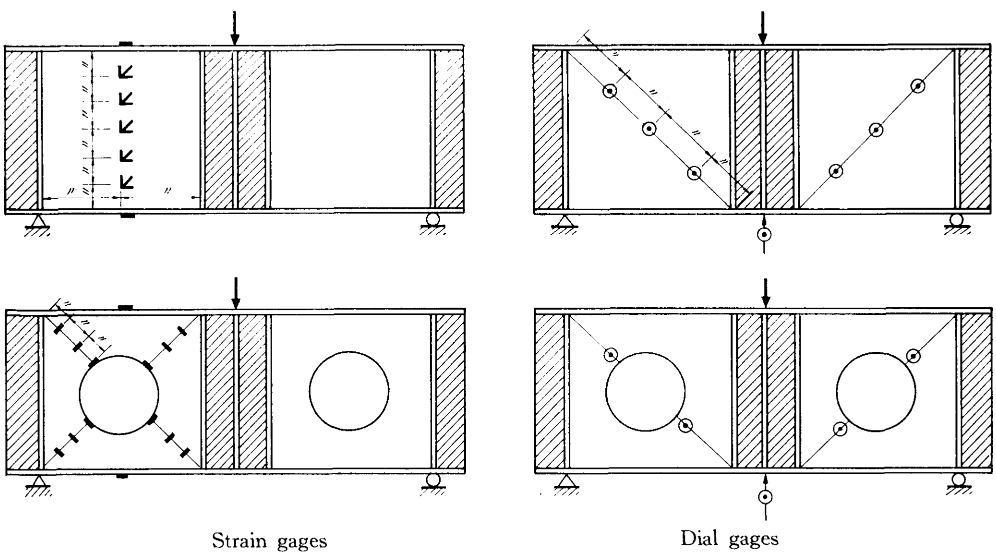


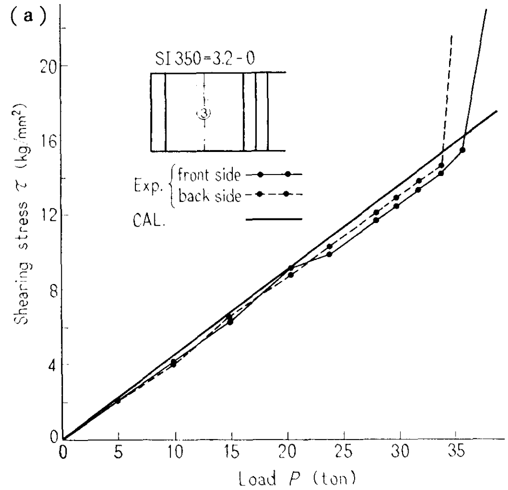
Fig. 8 Strain gage and dial gage locations on plate girders

は応力集中をみるために円孔周囲および対角線上に歪ゲージを貼布した。また，座屈波形はほぼ対角線に沿って生じることを考慮して，ダイアルゲージをウエブ板の対角線に沿って取り付けて，ウエブ板の横撓みを測定した。また，前項で説明したモアレ法によってウエブ板の座屈波形の様子を観察した。

5. 実験結果および考察

5.1 荷重―ウエブ板の剪断応力(歪)の関係

Fig. 9 (a)~(c) に，1例として試験片 SI 350=3.2-0 についての荷重-ウエブ板の剪断応力の関係を示す。太い実線はウエブ板に一様に剪断力が作用するとしたときの計算値である。すなわち，剪断力をウエブ板の



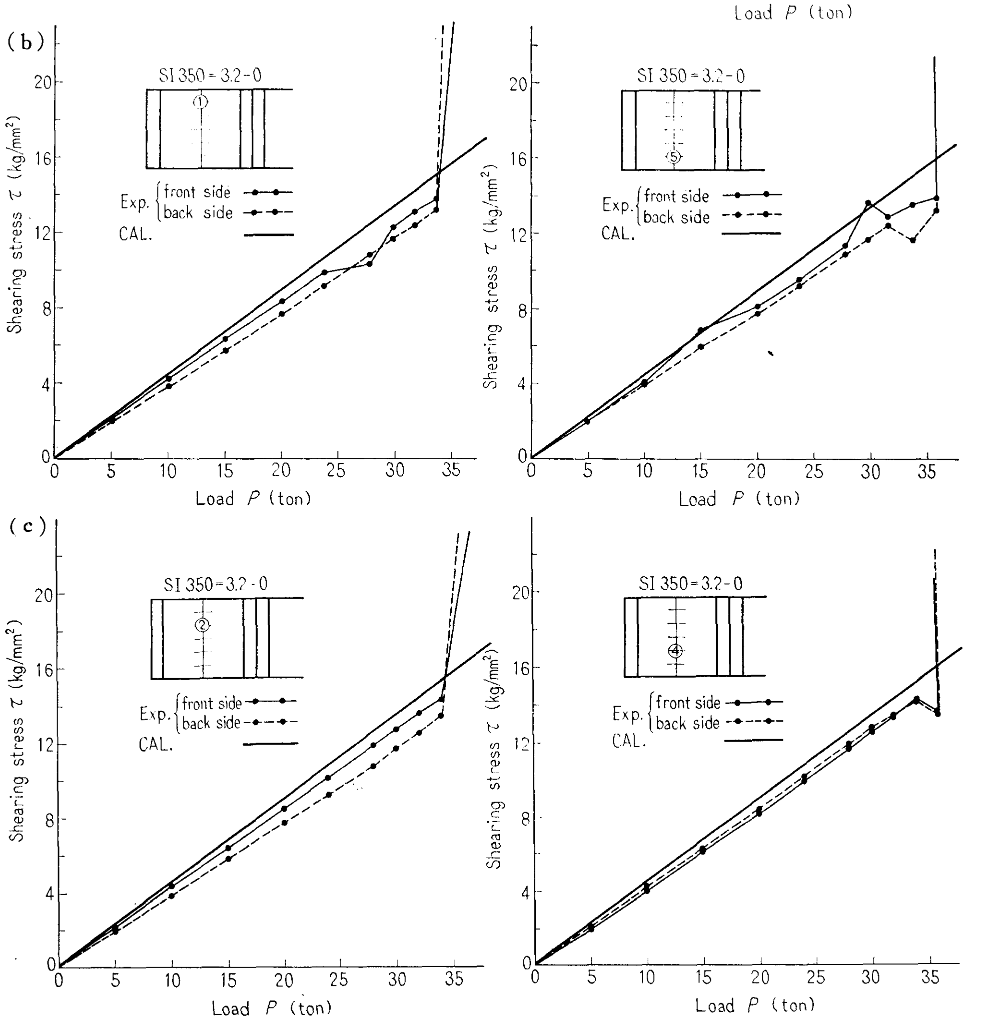


Fig. 9 Load versus shearing stress in web

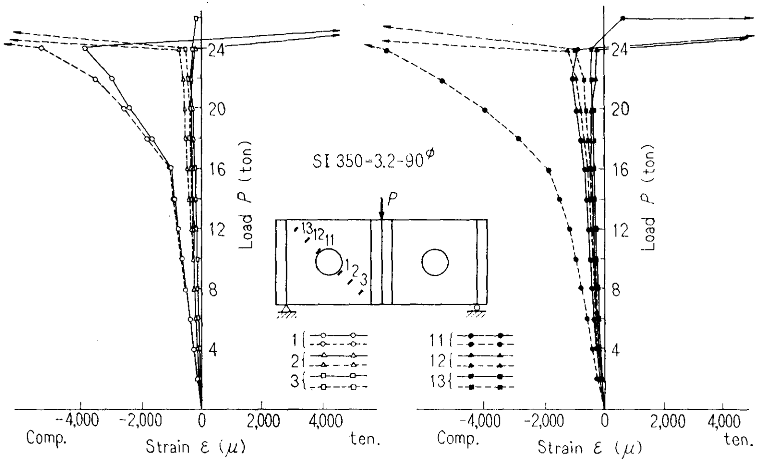


Fig. 10 (a) Load-strain curves

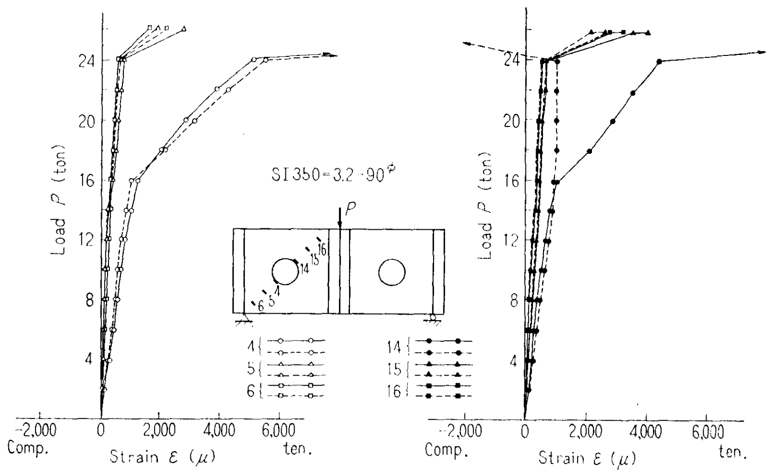


Fig. 10 (b) Load-strain curves

断面積で割った式

$$\tau=\frac{P}{2ht} \tag{18}$$

で計算したものである。ウエブ板が座屈する前は計算値と実験値とは比較的よく合っている。したがって，剪断応力はウエブ板に一様に分布していると考えてよいことがわかる。

Fig. 10(a), (b) は試験片 SI 350=3.2- 90ϕ の荷重-歪の関係を示したものである。これから，円孔周囲の歪が特別大きく円孔からはなれると急激に減っていることがわかる。

Fig. 11(a), (b) は SI 350=3.2−90ϕ, −175ϕ の円孔周囲の応力を示したものである。縦軸は剪断力を断面積でわった値，横軸は円孔周囲の接線応力をとっている。太い実線は無限板に対する円孔周囲の応力を表わす(9)式において，$\theta=\pm 45°$ を代入して得られた接線応力の値 $\sigma_\theta=\pm 4\tau_0$ を示したものである。計算値は，座屈値以下では大体実験値とあっている。すなわち，円孔周囲の接線応力の最大値は単位面積あたりの剪断力のほぼ4倍と考えてよいことがわかる。

5.2 荷重-ウエブ板の横撓み (Δ) の関係

Fig. 12(a)~(c) は，SI 350=3.2- 0, −90ϕ, −175ϕ についての荷重と撓みとの関係を示したものである。剪断座屈の場合には，座屈波形が対角線に沿って生じるところからダイアルゲージは対角線に沿って配置してあり，このダイアルゲージの読みから得られた撓み

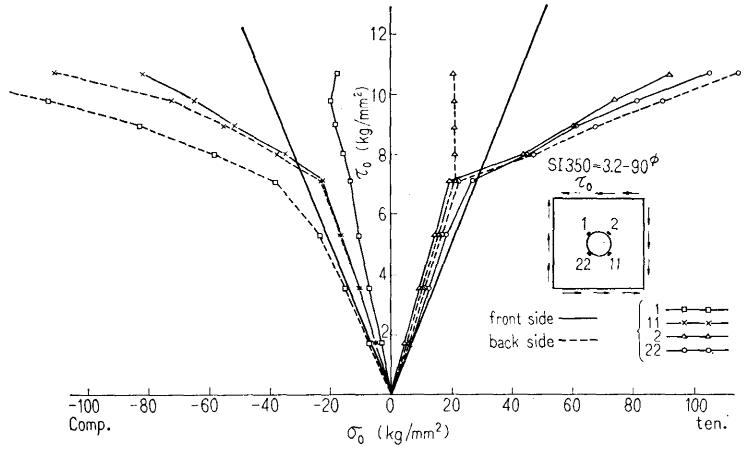


Fig. 11 (a) Shearing stress versus tangential stress around hole

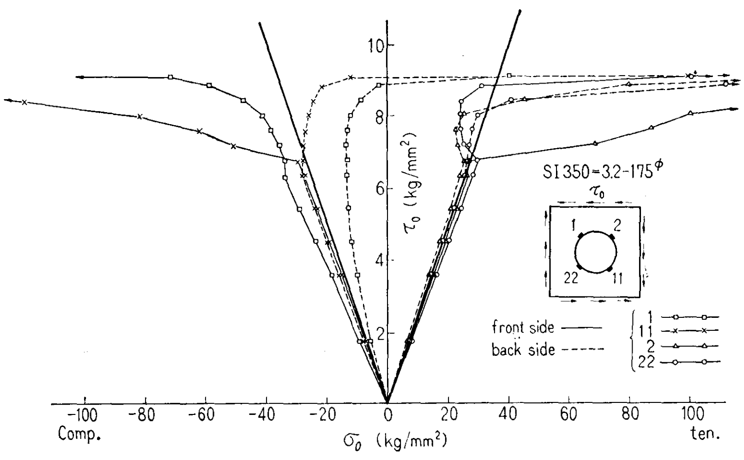


Fig. 11 (b) Shearing stress versus tangential stress around hole

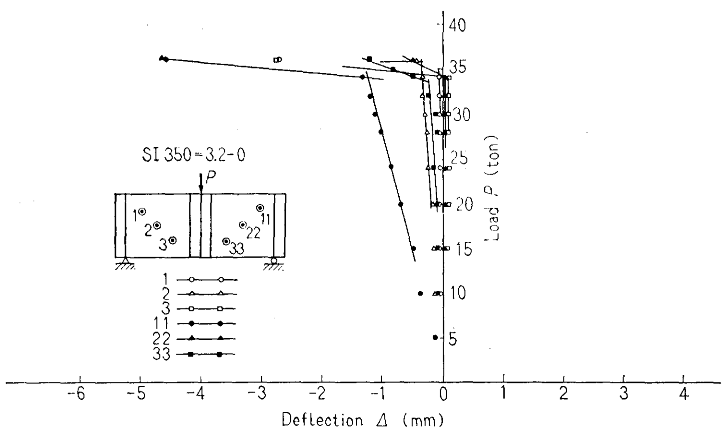


Fig. 12 (a) Load-deflection curves

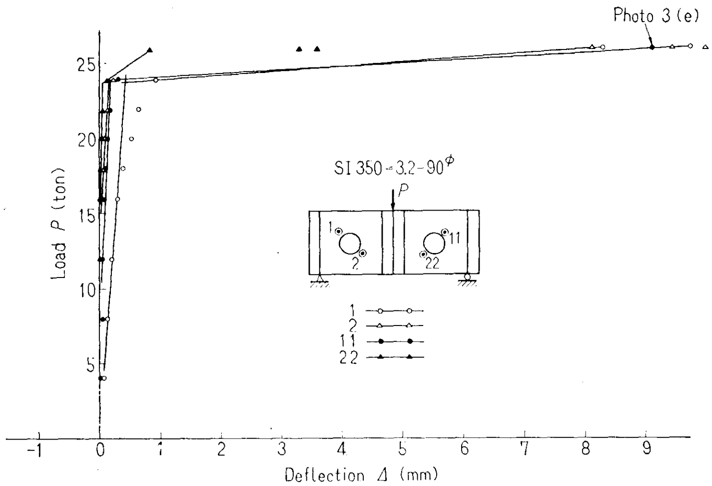


Fig. 12 (b) Load-deflection curves

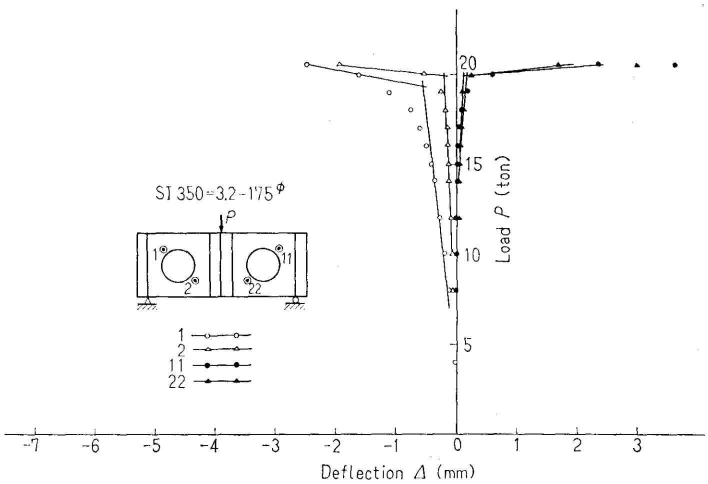


Fig. 12 (c) Load-deflection curves

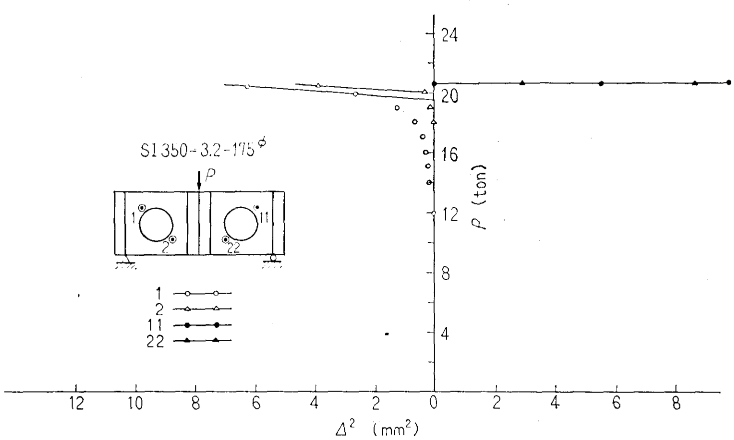


Fig. 13 $P-\Delta^2$ curves

Table 4 Experimental results

Specimen	Diameter of hole d (mm)	Ratio of hole dia. to web depth	Buckling load			
			Calculated		Experimental	
			Simply supported (ton)	Fixed (ton)	Knuckle point (ton)	Δ^2 method (ton)
SI 350=2.3	0	0	12.4	19.4	18.8	19.5
	90	0.257	9.7	—	17.4	18.0
	175	0.5	6.7	—	11.3	12.3
SI 500=2.3	0	0	8.6	13.5	20.7	20.0
	125	0.25	6.7	—	17.8	17.9
	250	0.5	4.6	—	11.4	9.3
SI 350=3.2	0	0	33.1	51.9*	33.3	34.2
	90	0.257	25.8	—	23.9	24.0
	125	0.357	22.5	—	22.7	23.2
	175	0.5	17.9	—	19.7	20.1
	250	0.714	11.3	—	13.1	13.4
SI 500=3.2	0	0	22.8	35.7	36.8	40.8
	125	0.25	17.8	—	33.0	34.1
	250	0.5	12.3	—	19.2	19.7

(* in plastic region)

と荷重との関係を示している。一般に座屈実験においては，座屈値ははっきりした点を示さないのが普通であるが，本実験では荷重 - ウエブ板の撓み曲線における折れ曲り点を各撓み点について平均したものを実験的に得られた座屈値とする。Fig. 13 は SI 350=3.2-175ϕ についての荷重 (P) と撓みの２乗 (Δ^2) との関係を示したものである。この曲線に撓みがかなり大きくなった点で接線を引き，その接線が荷重軸をきる点が Δ^2 法によって実験的に得られた座屈荷重値である。Table 4 は実験結果をまとめて示したものであるが，比較のために Δ^2 法で得られた座屈値もあわせて示してある。折れ曲り点によって得られた座屈値と Δ^2 法によって得られた座屈値との間にそれほど差はない。

5.3 座屈波形

Photo 3(a)〜(e) は SI 350=3.2-90ϕ の座屈波形をモアレ法によって観察したものである。Fig. 12(b) において，座屈が生じてから最終撓みまでの過程を写真に撮ったものである。座屈が生じるまでは Photo 3(a) の状態であったのが，座屈が生じ始めると等高線の縞が徐々に対角線方向に出ることがわかる。Photo 3 は Fig. 12(b) におけるダイアルゲージ(11)の付近の撓み形の写真であるが，Photo 3(e) の撓み量をダイアルゲージの測定結果と比較してみる。Fig. 12(b) におけるダイアルゲージ(11)の最終撓み量は 9.1 mm である。一方，実験終了時における座屈波形は Photo 3(e) によって示されているが，その縞の数９から初期撓みの縞の数２を引くと７になる。したがって，撓み量は $w=7\times1.2=8.4$ mm になり，ダイアルゲージの測定値と比較的よく合っていることがわかる。

Photo 4 は実験終了後の座屈波形を示したものであるが，モアレ法によって座屈波形を明瞭にみることができることがわかるであろう。なお，円孔を有する板の座屈波形は無孔板の座屈波形と同じような形をして

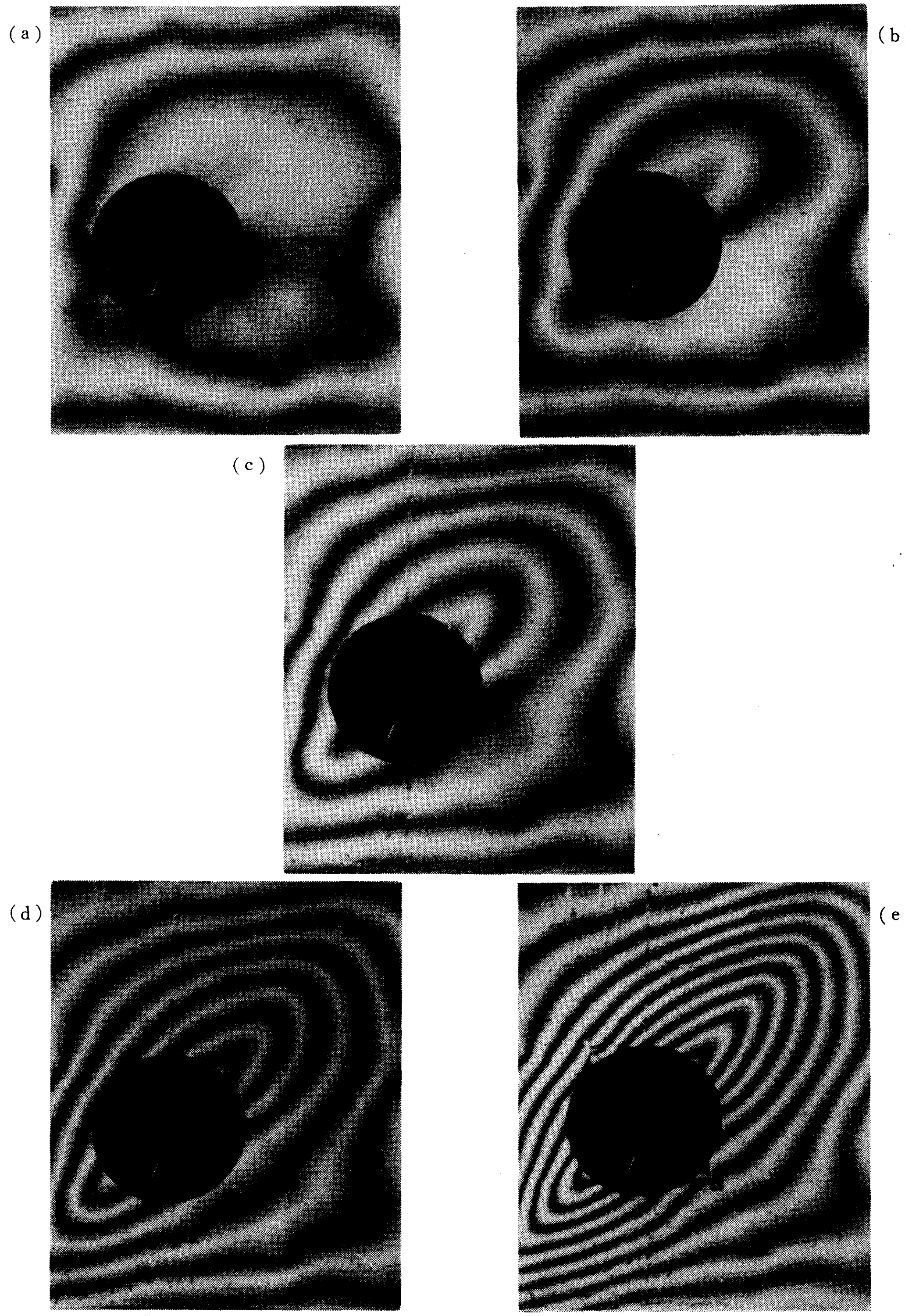
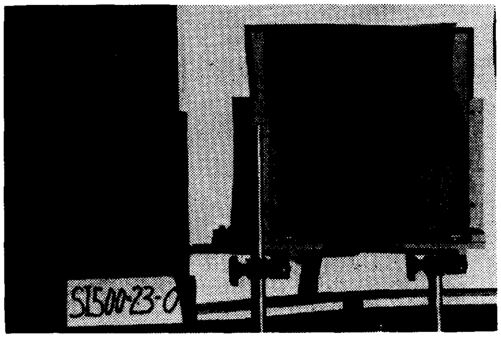
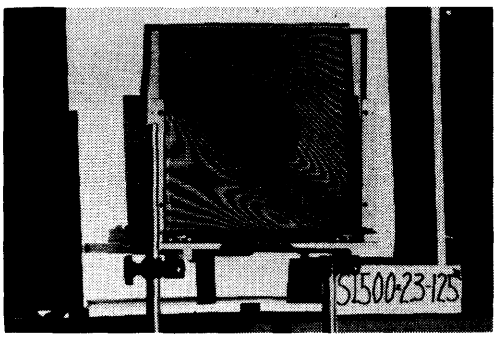


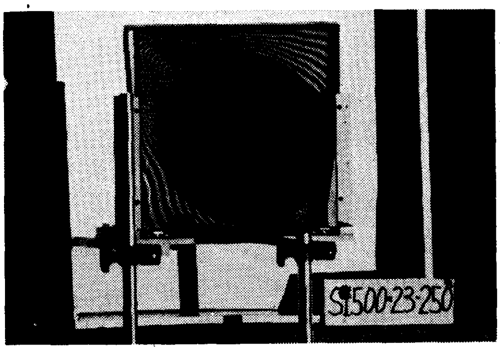
Photo 3 Contour line system of the deflection surface (SI 350=3.2-90ϕ)



(a) right panel



(b) left panel



(c) left panel

Photo 4 Contour line system of the deflection surface (SI 500=2.3)

おり，座屈計算における座屈波形の仮定はほぼ正しいと考えられる。

5.4 円孔による剪断座屈応力の低下率

Table 4 には，各試験片に対する計算値と実験値とを比較して示してある。剪断座屈応力の計算値は周辺単純支持の場合および無孔板に対しては周辺固定の場合も示してある。実験値は，SI 500=2.3 の試験片を除いては，周辺単純支持の計算値に近い場合と周辺固定の計算値に近い場合とがある。これはウエブとフランジの相対的な強さ（例えば，板幅と板厚との比の関数によって表わされる）によって，周辺条件が変わるためであると考えられる。SI 500=2.3 における計算値と実験値との差異については明らかでない。計算値は弾性座屈値に対するものであるが，実験においては円孔周囲は部分的に塑性域に入っていると考えられ，その点を考慮する必要があろう。

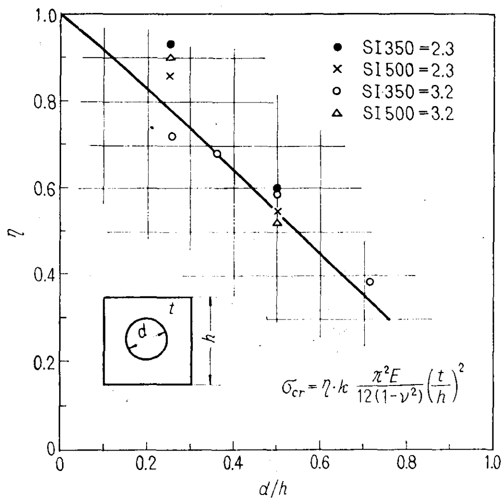


Fig. 14 Critical shearing stress versus opening ratio

Fig. 14 は剪断座屈応力と円孔の径との関係を示したものである。実験値として，無孔板の実験値で有孔板の実験値を割ったものをとっている。剪断座屈応力の低下率に関しては，実験値と計算値とはよく合っており，開孔によって剪断座屈応力がかなり低下することがわかる。

6. 結　言

本研究は，大型船で特に問題になるような開孔付近の剪断座屈応力の検討を計算および実験によりおこなったものである。開孔による板の剪断座屈応力の低下に関する計算結果は実験的にほぼ確かめられた。剪断座屈応力の低下率は，曲げあるいは圧縮の座屈応力の低下率に比べかなり大きいので，剪断力が作用する個所では特に，開孔周囲の座屈を考慮する必要がある。

本実験において，従来からおこなわれているダイアルゲージによる撓みの測定と同時にモアレ法による測定をおこなった。この結果，モアレ法によってきわめて簡単に座屈波形の様子が，その撓みの絶対値もあわ

せて観察できることがわかったので，この方法は座屈実験に適用できるばかりでなく，変形の様子を広範囲に知るための方法となり得るであろう。

なお，開孔周囲の補強方法およびその強度に関する研究は今後に残された問題である。

本研究における実験に協力された船体構造部北村茂技官ならびに安藤哲夫君に感謝の意を表します。

参 考 文 献

1) 日本溶接協会編: 平板および補強板の座屈強度計算図表 (1971)

2) Levy, S., Wooley, R. M. and Kroll, W. D.: Instability of Simply Supported Square Plate with Reinforced Circular Hole in Edge Compression, Jnl. Res. Nat. Bur. Std. 39, (1947)

3) Timoshenko, S. and Gere, J.: Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill Co., (1961)

4) Ligtenberg: The Moiré Method—A New Experimental Method for the Determination of Moments in Small Slab Models, Proc. Soc. Exp. Stress Analysis, Vol. 12 (1955)

5) Takasaki, H.: Moiré Topography, Applied Optics, Vol. 9, (1970)