気泡を含む多孔質媒体内の浸透水圧について

井　上　令　作*

Seepage Pressure in Porous Media Contained Air Bubbles in its Pores

By
Reisaku INOUE

Abstract

The motion of the seepage flow through the porous media which contains air bubbles in its pores is more complicated than that which does not contain air bubbles, because of the compressibility of air. This report describes the seepage pressure of one dimensional nonsteady confined flow through the porous media which contains air bubbles in its pores. The equation of the seepage pressure of this case is expressed by nonlinear functions, because the effective porosity and the coefficient of permeability of porous media are the function of pressures. The equations were linearized on the proper assumptions, and they were solved for two kinds of boundary conditions at the downstream end, when sinusoidal forced pressure acted at the upstream end, as shown in equations (12) and (14).

The experiments were carried out using sandgrains as porous media, specially improved permeameter and sinusoidal air pressure exciter. The seepage pressures were measured easily by a number of water pressure transducers with semi-conductor strain gages without an amplifier.

The solutions of the equations have been justified by the experimental results.

1. まえがき

複雑な流路をもつ多孔質媒体内を流体が流れる場合の運動は，水のように流体の圧縮性が非常に少さく，非圧縮性と考えてもさしつかえない場合には，その運動も比較的容易に解明することができる。しかし多孔質媒体中や流体自身が気泡を含んでいるような場合には気泡自体のもつ圧縮性により流体の運動も異なり複雑になってくる。本研究は，多孔質媒体の間ゲキ内に気泡が存在する場合の浸透水圧を究明するとともに，海浜に建造され，土という多孔質媒体中を流れる浸透水により影響を受けるドック等の構造物に対する浸透水圧の問題を考察する目的で行なった。

本報告では主として多孔質媒体がその間ゲキ内に均一に気泡を含む場合の自由水面を有しない一次元非定常流の浸透水圧について述べるが，定常流についてもふれた。非定常流の運動は，有効間ゲキ率や透水係数の変化など種々の非線型要素が入り複雑な非線型の式になるため，適宜線型化をほどこし，使用しやすい式として誘導した。この式の解は(12)(14)式で示すように，層の最上流端 $x=0$ の点に正弦変動圧力が作用する場合，最下流端 $x=l$ の点での境界条件が $\partial p/\partial x=0$ と $\partial p/\partial t=0$ について求めた。これらの式を確かめるために，多孔質媒体として砂を利用し，間ゲキの中に含まれる気泡はその量があまり多くない場合を対象（気泡量と間ゲキ量の比が13%のときが最大）として実験を行なった。実験装置として動的透水試験器と加圧装置を製作したが，この装置は変動圧力を水位を変えて加えるかわりに，空気圧で正弦的に加圧できるようにし，広い範囲の周波数で実験できるようにした。また浸透水圧は半導体ゲージを使用した微少水圧計で計測したが，この方式を採用することにより，増幅を

*　海洋開発工学部　原稿受付：昭和47年6月30日

行なう必要もなく，多点での微少水圧の計測を簡単に行なうことができた。この結果，計算値と実験値はよく一致した。

2. 気泡量と透水係数の関係

多孔質媒体中を水が流れる場合に，その間ゲキ内に気泡が含まれていると，水が自由に流れることのできる間ゲキ，すなわち有効間ゲキ率が小さくなり，透水係数が減少してくる。また気泡は圧縮性であるからそこに作用する圧力により気泡の容積は増減するため透水係数は圧力の関数となり変化する。

いま，**Fig. 1** に示すような多孔質媒体の構成模型図にしたがって気泡量，有効間ゲキ率等を表わすと次のようになる。

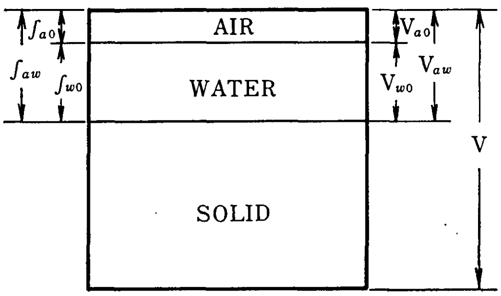


Fig. 1 Composition of Porous Media

$\lambda = V_{aw}/V$ （間ゲキ率）

$\lambda_{a0} = V_{a0}/V$ （全容積に対する気泡含有率）

$\lambda'_{a0} = V_{a0}/V_{aw} = \lambda_{a0}/\lambda$ （間ゲキ量に対する気泡含有率）

$\lambda_{w0} = V_{w0}/V = \lambda - \lambda_{a0}$ （有効間ゲキ率）

$\lambda'_{w0} = V_{w0}/V_{aw}$ （飽和度）

気泡の容積と圧力の関係は，気泡量があまり多くない場合や，後述の非定常流におけるようにその振動数が小さい場合には等温変化と考えることができるから，気泡を理想気体とすると，圧力 p_0 が作用したときの λ_{a0} は，

$$\lambda_{a0} = \frac{\bar{p}_0 \bar{\lambda}_{a0}}{(p_0 + \bar{p}_0)} \tag{1}$$

となる。ここで $\bar{p}_0$ は大気圧，$\bar{\lambda}_{a0}$ は大気圧下における気泡含有率である。

一方間ゲキ中に気泡を含まない時の砂の透水係数は間ゲキ率によって定まり $\lambda^3/(1-\lambda)^2$ にだいたい比例することが知られている。間ゲキ内に気泡を含む場合には，気泡のために水の流通容積が減少するために，λ のかわりに有効間ゲキ率 λ_{w0} を用い μ を比例定数として透水係数 k_0 を表わすと，

$$k_0 = \mu \frac{\lambda^3_{w0}}{(1-\lambda_{w0})^2} \tag{2}$$

Fig. 2 は(2)式の関係を見るために行なった実験であるが，後述する実験方法により，試料Ｉの砂を用いて，λ, λ_{a0} をかえて行なった透水試験の結果である。

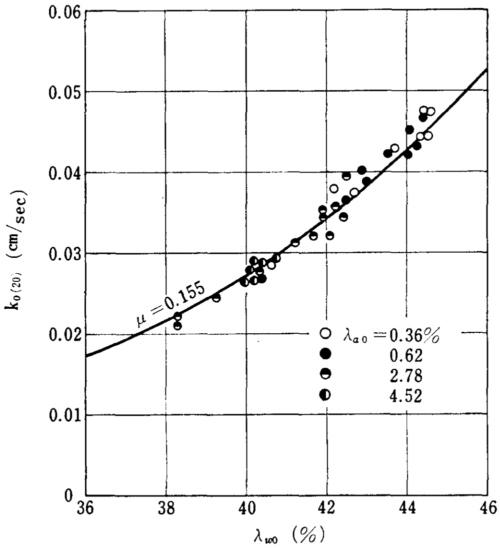


Fig. 2 Relationship between Permeability and Effective Porosity

横軸に有効間ギキ率 λ_{w0}，縦軸に温度20°Cに補正した透水係数 $k_{0(20)}$ をとりプロットすると，(2)式の関係を満足し，試料Ｉでは Fig. 2 の実線で示すように $\mu = 0.155$ ぐらいになる。(1), (2)式より k_0 を圧力 p_0 の関数として求めると，$\lambda_{w0} = \lambda - \lambda_{a0}$, $\bar{\lambda}_{w0} = \lambda - \bar{\lambda}_{a0}$ の関係より次のように書ける。

$$k_0 = \frac{\mu(p_0\lambda + \bar{p}_0\bar{\lambda}_{w0})^3}{(p_0+\bar{p}_0)\{p_0(1-\lambda)+\bar{p}_0(1-\bar{\lambda}_{w0})\}^2} \tag{3}$$

$\bar{\lambda}_{w0}$ は大気圧下での有効間ゲキ率で，この式より任意の圧力のもとでの k_0 を求めることができる。

3. 定常流における浸透水圧

流水断面積が一定で，透水係数も一定な均一層である多孔質媒体中を流れる自由水面を有しない流れの圧力勾配は，Darcy 流の範囲では直線であるが，しかし間ゲキ中に気泡を含む場合には気泡のもつ圧縮性により Darcy 流の範囲でも直線とはならない。この圧力の計算式を一次元流について考えてみると，連続の方程式は $du/dx = 0$, 運動方程式では k_0 は圧力 p_0 の関数で(3)式で表わされるものとして，Darcy の法則にしたがって書くと，

$$u=-\frac{k_0}{\rho_{w0}g}\ \frac{dp_0}{dx}$$

これらより，

$$\frac{dk_0}{dp_0}\left(\frac{dp_0}{dx}\right)^2+k_0\frac{d^2p_0}{dx^2}=0 \qquad (4)$$

ここで u は流量流速，ρ_{w0} は流体の密度，g は重力加速度である。(3)式と(4)式より圧力を計算できるがその解は次のようになる。

$$\frac{\lambda^2(1+\lambda)p_0}{1-\lambda^2}-\frac{(\lambda p_0+\bar{\lambda}_{w0}\bar{p}_0)^2}{(1-\lambda)\{(1-\lambda)p_0+(1-\bar{\lambda}_{w0})\bar{p}_0\}}$$
$$-(\lambda-\bar{\lambda}_{w0})\bar{p}_0\Big[\log(p_0+\bar{p}_0)-\frac{(1-3\lambda)}{(1-\lambda)^3}$$
$$\log\{(1-\lambda)p_0+(1-\bar{\lambda}_{w0})\bar{p}_0\}\Big]$$
$$=C_1x+C_2$$

ここで C_1，C_2 は積分定数で，$x=0$ と l の点での境界条件で定まる。Fig. 3 はこの計算式を $\lambda=40\%$ とし，上流側（A点）すなわち $x=0$ で $p_0=10$ および 20(t/m²)，下流側（B点）すなわち $x=l$ で $p_0=0$ の境界条件のもとに解き圧力曲線を書いたものである。しかしこの式をより簡明に表わすために，(3) 式を Fig. 4 のように，横軸に圧力 p_0 をとり，縦軸に k_0/μ をとって気泡量を変えてプロットすると（$\lambda=40\%$），圧力があまり大きくない範囲では，透水係数は圧力に応じてほとんど直線的に変化する。そのために(3)式を直線の式におきかえて，

$$k_0=\mu(\xi p_0+\eta) \qquad (5)$$

のように表わすと，ξ は $k_0/\mu-p_0$ 曲線の平均勾配となり，η は $p_0=0$ すなわち大気圧下での k_0/μ の値

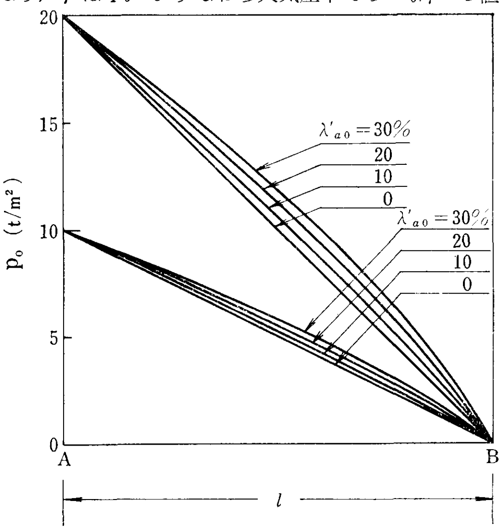


Fig. 3 Distribution of Seepage Pressure in Porous Media Contained Air Bubbles in Steady State ($\lambda=40\%$)

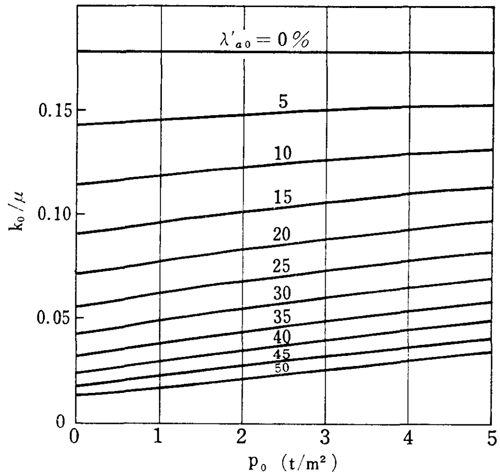


Fig. 4 Relationship between Pressure and Permeability by Eq. (3) ($\lambda=40\%$)

で，

$$\eta=\frac{\bar{\lambda}^3{}_{w0}}{(1-\bar{\lambda}_{w0})^2}$$

となる。(4)式と(5)式を解くと圧力曲線の近似解を求めることができる。いま $x=0$ で $p_0=p_1$，$x=l$ で $p_0=p_2$ の境界条件で解を求めると次のように簡単な式となる。

$$p_0=-\frac{\eta}{\xi}+\sqrt{\left(\frac{\eta}{\xi}\right)^2+p_1\left(p_1+\frac{2\eta}{\xi}\right)\left(1-\frac{x}{l}\right)+p_2\left(p_2+\frac{2\eta}{\xi}\right)\frac{x}{l}} \qquad (6)$$

4. 非定常流における浸透水圧

4.1 運動方程式

多孔質媒体中を流れる流体の運動は，定常流でしかも層流の範囲内では Darcy の法則によって表わすことができる。自由水面を有しない流れにおける非定常浸透流は流体や多孔質材料の圧縮性を考慮しなければ運動を論ずることはできない。実際，海岸付近の被圧地下水の場合も海面の変動に応じて波動の伝播が見られ，振幅の減衰，位相の遅れが起るが，これも弾性透水層の理論によりはじめて解決できる[5)6)]。 ここで述べる間ゲキの中に気泡を含む場合の運動は，もし気泡が含まれていないとすれば水の圧縮性が少さいので圧力は瞬時に伝播してしまうが，気泡の圧縮性により気泡を含まない場合の運動とは異なってくる。

気泡量と圧力の関係は等温変化とした場合(1)式のように示される。これを変動圧力について書くと，

$$\lambda_a = \frac{\bar{p}_0 \bar{\lambda}_{a0}}{\{p+(p_0+\bar{p}_0)\}}$$

のように書ける。この式で記号の上にーのついたものは大気圧下の値を示し，$\bar{p}_0$ は大気圧，$\bar{\lambda}_{a0}$ は大気圧下における気泡含有率である。また suffix に0のついたものは定常流における値で，p_0 は定常流での圧力，λ_{a0} は定常流における気泡含有率とする。suffix に0のつかないものは変動圧力によるもので p は変動圧力，λ_a は変動圧力 p によってかわる気泡含有率とする。以下他の値についてもこのように考え記号を統一する。多孔質媒体において単位体積要素を満たす流体の質量は，$M=\rho_w\lambda_w$ と書ける。流体の圧縮性を無視して時間 t で微分しMの変化を求めると，

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -\rho_w \frac{\partial \lambda_a}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} = \rho_w \frac{\bar{p}_0 \bar{\lambda}_{a0}}{\{p+(p_0+\bar{p}_0)\}^2} \frac{\partial p}{\partial t}$$

となるから連続の方程式は，x, y, z 方向の流量流速を u, v, w として，

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\bar{p}_0 \bar{\lambda}_{a0}}{\{p+(p_0+\bar{p}_0)\}^2} \frac{\partial p}{\partial t} \tag{8}$$

一方運動方程式は Navier-Stokes の式の中に定常流の場合に Darcy の法則の概念を導入して，間ゲキ率のかわりに有効間ゲキ率 λ_w を用いて導くと[7]，

$$\left\{\begin{aligned} \frac{1}{\lambda_w g} \frac{\partial u}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho_{w0} g} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{u}{k} \\ \frac{1}{\lambda_w g} \frac{\partial v}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho_{w0} g} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{v}{k} \\ \frac{1}{\lambda_w g} \frac{\partial w}{\partial t} &= -1 - \frac{1}{\rho_{w0} g} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{w}{k} \end{aligned}\right. \tag{9}$$

(8)式と(9)式より圧力の式を導くのであるが，p が $p_0+\bar{p}_0$ にくらべ小さい場合には $p/(p_0+\bar{p}_0)\ll 1$ として(8)式の右辺を書きかえ，また(9)式において p の関数である λ_w, k は気泡量が多くない場合にはその変化も少ないから λ_w, k のかわりに定常流における値 λ_{w0}, k_0 を用いて線型化し間ゲキ中に均一に気泡が含まれている場合の圧力の式を出すと，

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + 2\kappa \frac{\partial p}{\partial t} = C_1^2 \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) \tag{10}$$

ここで，

$$\kappa = \frac{\lambda_{w0} g}{2k_0}$$

$$C_1 = \sqrt{\frac{\lambda_{w0}}{\rho_{w0}\delta_{a0}\bar{\lambda}_{a0}}}$$

$$\delta_{a0} = \frac{\bar{p}_0}{(p_0+\bar{p}_0)^2}$$

上式において慣性の項に相当する左辺第一項は浸透流の場合には流速が遅いので大変に小さい。この報文の実験で取り扱かった変動圧力の最大振動数が 10c/s の場合でもその値は小さい。そのため左辺第一項をのぞいて(10)式を一次元流の場合で表わすと，

$$\frac{\partial p}{\partial t} = C_2^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \tag{11}$$

ここで，

$$C_2 = \sqrt{\frac{k_0}{\rho_{w0} g \delta_{a0} \bar{\lambda}_{a0}}}$$

$$\delta_{a0} = \frac{\bar{p}_0}{(p_0+\bar{p}_0)^2}$$

となり熱伝導方程式になる。このように線型化した式においては，変動圧力が非常に大きいときとか，気泡量が多い場合には問題があるが一般の現象では変動圧力が大気圧や定常流の場合の圧力にくらべそれほど大きくなることはない。また気泡量が非常に多くなった場合には別の観点から式を考えなければならないと思われる。以下**4.2**，**4.3**において(11)式を2種類の境界条件で解いた場合の解を出す。

4.2 $x=l$ において $\partial p/\partial x=0$ の場合

Fig. 5 に示すように多孔質媒体中を圧力が伝播する場合に下流側すなわち $x=l$ の点が閉鎖されている状態では流体の流れはないから圧力 p_0 は全断面を通

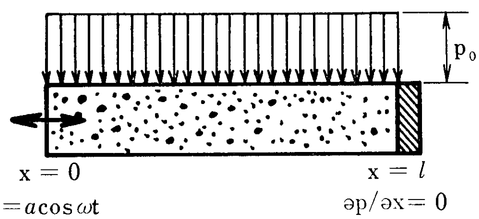


Fig. 5 Boundary Conditions and Diagram of Static Pressure Distribution

じて一定となる。そのために λ_{w0}, λ_{a0}, k_0 等はみな一定値となり圧力は均一層中を伝播する。$x=l$ において $\partial p/\partial x=0$, $x=0$ に $p=a\cos\omega t$ の加圧力がある場合の(11)式の解は4個の波を合成したものになるから複素関数を用い簡明に表わすと次のようになる。

$$p = A\cos(\omega t+\gamma) \tag{12}$$

ここで，

$$A = \frac{a\sqrt{|U^2|+|V^2|+2|UV|\cos(\arg V/U)}}{\cosh 2lm+\cos 2lm}$$

$$\gamma = \tan^{-1}\left\{\frac{|U|\sin(\arg U)+|V|\sin(\arg V)}{|U|\cos(\arg U)+|V|\cos(\arg V)}\right\}$$

$$U = \cos m\{x+i(2l-x)\}$$

$$V = \cos m\{(2l-x)+ix\}$$

$$m=\frac{1}{C_2}\sqrt{\frac{\omega}{2}}$$

4.3　$x=l$ において $\partial p/\partial t=0$ の場合

間ゲキ中を流体が流れている場合には，p_0 は Fig. 6に示すように各断面で一定ではなく，Fig. 3 のような分布をするものと考えられる。そのために p_0 の

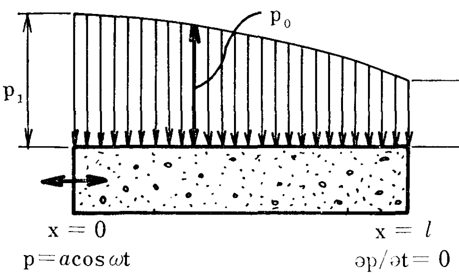


Fig. 6　Boundary Conditions and Diagram of Static Pressure Distribution in Steady State

関数である λ_{a0}, λ_{w0}, k_0 等も断面ごとに一定ではない。このように不均一層中の圧力伝播の様相は **4.2** の場合とは異なってくる。p_0 の分布は **3.** で述べたように複雑な形状であるし，また k_0 は(3)式で示すように p_0 の関数として表わされるから(11)式をこのままで解くことはできない。そのために次の仮定を用い(11)式を線型化する。先ず p_0 は上流側 $(x=0)$ の圧力 p_1 と下流側 $(x=l)$ の圧力 p_2 の間で直線分布であるとする。実際気泡量が多くない場合にはほとんど直線分布と見てもさしつかえないと思われる。次に k_0 は $x=0$ における圧力 p_1 のもとでの透水係数 k_1 と $x=l$ における圧力 p_2 のもとでの透水係数 k_2 の平均値 $k_0=(k_1+k_2)/2$ を用いることにする。この仮定にもとづき(10)式の δ_{a0} を書きかえると，

$$\delta_{a0}=\frac{\bar{p}_0}{(p_0+\bar{p}_0)^2}=\frac{\bar{p}_0}{(\alpha x+\beta)^2}$$

$$\alpha=(p_2-p_1)/l$$

$$\beta=p_1+\bar{p}_0$$

となるから(11)式を書きかえると，

$$\frac{\partial p}{\partial t}=C_3^2(\alpha x+\beta)^2\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \tag{13}$$

ここで，

$$C_3=\sqrt{\frac{k_0}{\rho_{w0}g\bar{p}_0\bar{\lambda}_{a0}}}$$

のように変形される。下流側すなわち $x=l$ の点で流体の流出がある場合の境界条件は $\partial p/\partial t=0$ となるから $x=0$ の点に $p=a\cos\omega t$ の加圧力がある場合の(13)式の解は次のようになる。

$$p=A\cos(\omega t+\gamma) \tag{14}$$

ここで，

$$A=\frac{a\sqrt{\alpha x+\beta}\sqrt{|U^2|+|V^2|-2|UV|\cos(\arg V/U)}}{\sqrt{\beta}\left\{\cosh\left(m\log\frac{\alpha l+\beta}{\beta}\right)-\cos\left(n\log\frac{\alpha l+\beta}{\beta}\right)\right\}}$$

$$\gamma=\tan^{-1}\left\{\frac{|U|\sin(\arg U)-|V|\sin(\arg V)}{|U|\cos(\arg U)-|V|\cos(\arg V)}\right\}$$

$$U=\cos\left\{n\log\sqrt{\frac{\alpha x+\beta}{\beta}}-im\log\frac{\sqrt{\beta(\alpha x+\beta)}}{\alpha l+\beta}\right\}$$

$$V=\cos\left\{n\log\frac{\sqrt{\beta(\alpha x+\beta)}}{\alpha l+\beta}-im\log\sqrt{\frac{\alpha x+\beta}{\beta}}\right\}$$

$$m=\sqrt{\frac{1+\sqrt{1+16\omega^2/\alpha^4C_3^4}}{2}}$$

$$n=\sqrt{\frac{-1+\sqrt{1+16\omega^2/\alpha^4C_3^4}}{2}}$$

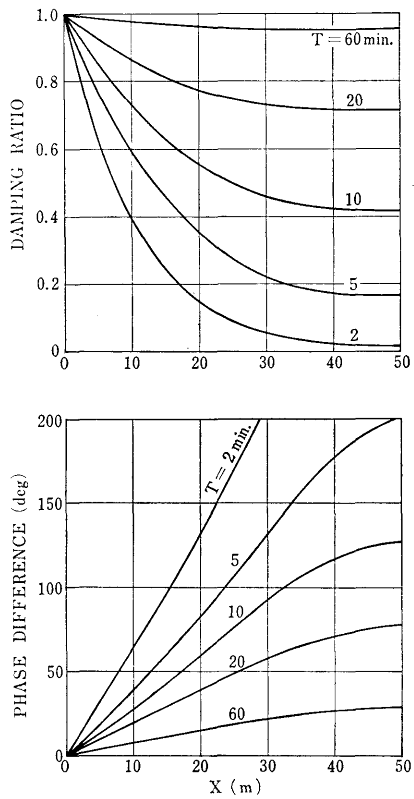


Fig. 7　Example of Damping Ratio and Phase Difference by Eq. (14)

Fig. 7 は例題として(14)式を用い，減衰率と位相の遅れを計算し，周期T（分）に応じて，上流点からの距離 x(m) に対して示したものである。砂層の長さ $l=50$m，上流側水圧 $p_1=10\mathrm{t/m^2}$，下流側水圧$p_2=$

2t/m² とし，砂層の間ゲキ率 $\lambda=40\%$，気泡含有率 $\bar{\lambda}'_{a0}=10\%$ とした。大気圧中の透水係数 $\bar{k}_0=0.2$cm/sec としたので，上流点の透水係数 (k_1) と下流点の透水係数 (k_2) は(3)式を用いてそれぞれ0.250cm/sec, 0.215cm/sec となるから平均透水係数 $k_0=(k_1+k_2)/2=0.233$cm/sec となる。減衰率の求め方は，全然減衰がなく圧力が変動した場合，各点に生じる圧力振幅と(14)式の A との比で表わし，$Al/(l-x)a$ で計算した。位相差は(14)式の γ の値である。

5. 実験装置

多孔質媒体の間ゲキ内に気泡を含む場合の圧力の挙動をしらべるために Fig. 9, Fig. 10 に示すような装置を製作しこれを動的透水試験器と名づけた。この装置は中央に試料の砂をつめ，上流側水深を変えて変動圧力を加えるかわりに，空気圧で加圧できるようになっている。このようにすることにより高い振動数であっても加圧できる。砂層の中の圧力は後述の微少水圧計を用いて計測しそれを電磁オシログラフに記録した。これらの一連の装置である加圧装置，動的透水試験器，微少水圧計の概要を以下に示す。

5.1 加圧装置と動的透水試験器

加圧装置は動的透水試験器の上流側に空気圧で正弦変動圧力を加えるためのもので Fig. 8 にその写真を示す。主要部分は無段変速機，変速ギヤー，スコッチヨーク，ベロフラム式シリンダーである。無段変速機は住友機械工業の広域型バイエル無段変速機（1—D型）で，これと変速ギヤーと組合せ 1/60〜10c/s の往復運動をとりだせるように設計してある。加圧波形を正確な正弦波形にするために，スコッチヨークを用いシリンダーを駆動するようにした。スコッチヨークの最大振幅は 120mm までとることができるが，あまり高い振動数で大振幅の駆動をすることは不可能である。シリンダーはベロフラム（藤倉ゴム工業）を採用した。ベロフラムシリンダーを使用した理由は，シリンダーの内面とピストンの間に有害な摩擦がないために取りだした波形がきれいであること，また空気の漏洩が皆無であること，シリンダー径の割合に大きなストロークでも使用できること，構造が簡単で保守がたやすくできる等である。しかしシリンダーの空気室の圧力が負圧になるとスムーズに作動しなくなるからいつも正圧になるようにして使用しなければならない。このシリンダーの内径は 160mm でこの実験だけに使用するのであればもっと小さなものでもよかったが，他の実験にも共用するために大きく製作してある。ベロフラムシリンダーで作った正弦波形は Fig. 17 において $x=0$ と記してある波形である（0.7c/s と 10 c/s のときの記録）。

動的透水試験器はその概観を Fig. 9 に，また詳細図を Fig. 10 に示す。管は内径100mm，肉厚6mm の透明アクリル管で製作し，砂をつめ易くするために，分割できるようになっている。Fig. 10 は砂層の長さが50cmで実験する場合の図であるが，中央の水平管をもう一個継ぎたすことにより，100cm の実験もできるようになっている（Fig. 9 は 100cm)。上流側には空気圧と水の取り入れ口があり，コックで空気量や水量を自由に調節できるようにしてある。管の側面には 10cm 間隔に径6mmの水圧取り出し孔があいてい

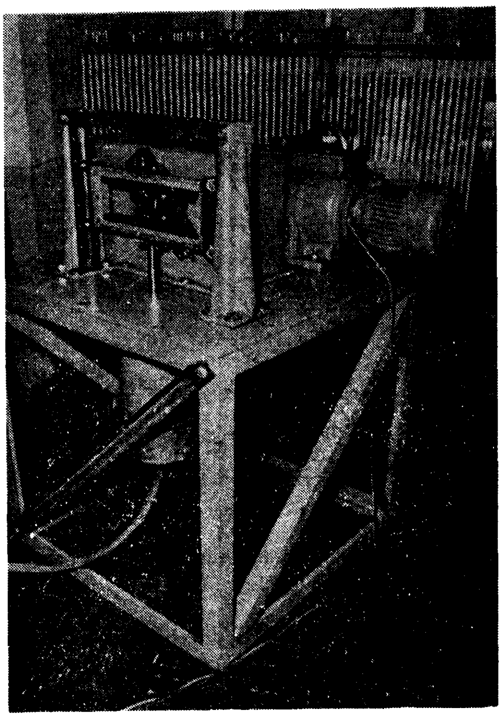


Fig. 8 Air Pressure Exciter

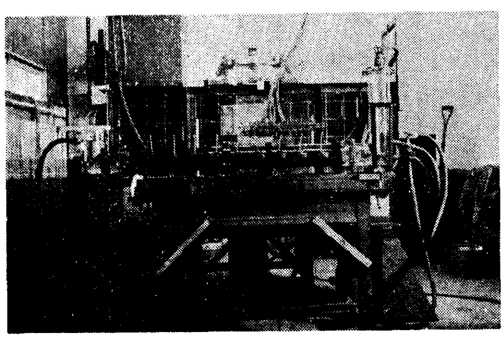


Fig. 9 Dynamic Permeameter

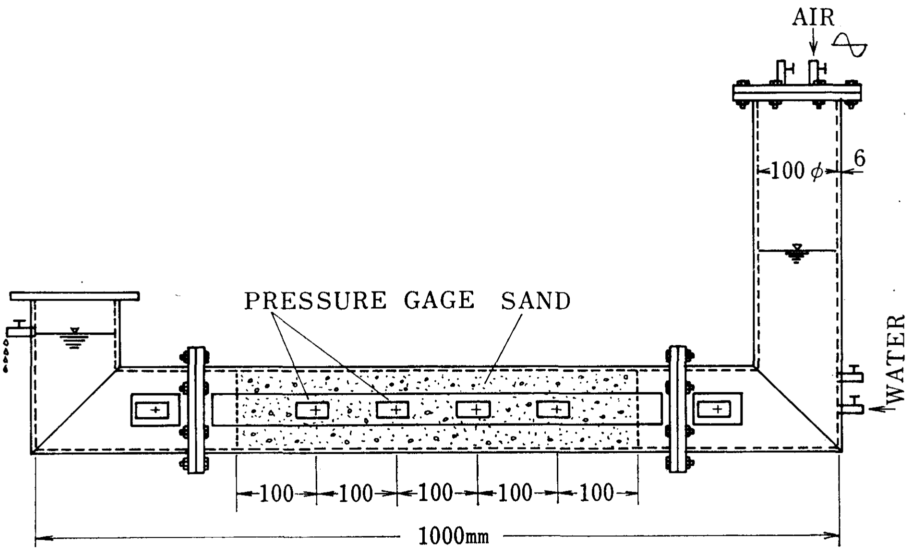


Fig. 10 Details of Dynamic Permeameter

て，その場所に微少水圧計を取り付け，水圧が計測できるようになっている。Fig. 10 は下流側すなわち $x=l$ の点の境界条件が $\partial p/\partial t=0$ のときの図であるが，$x=l$ で $\partial p/\partial x=0$ の境界条件のときは，下流側にふたをし密閉して実験する。実験するときにはこの本体を固定台に固定して行なう。

5.2 微少水圧計

物体に作用する水圧の分布力を計測するような場合には水圧計の数も多く使用しなければならず，それが模型実験のときのように微少圧力を計測するときには，高感度の水圧計が要求される。現在高感度の水圧計といわれるものはそのほとんどが取り出した圧力を電気的に増幅して記録さしている。このような方式を用いると，ピックアップ1個に1台の増幅器が必要であり，測点の数が多くなればなるほど費用も高くなり，また計測技術の面から考えても非常に煩雑になる。このような点を考慮して製作したのがここで述べる微少

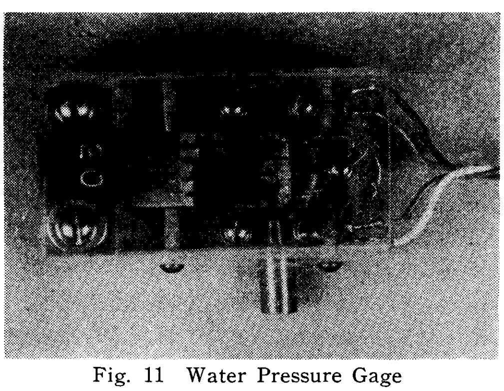


Fig. 11 Water Pressure Gage

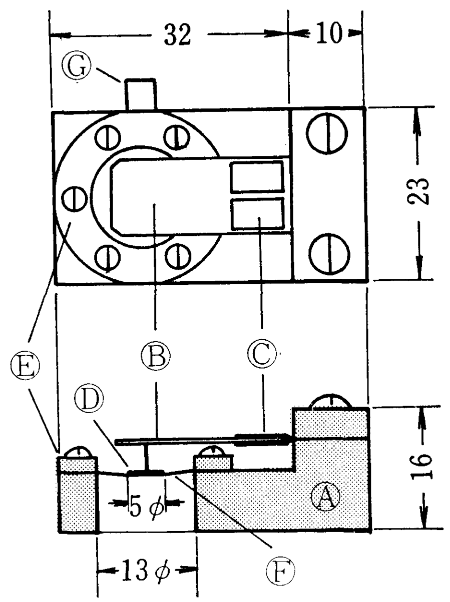


Fig. 12 Details of Water Pressure Gage

水圧計であるが，この外観と細部の構造を Fig. 11 と Fig. 12 に示す。

この微少水圧計の第一の特長は，取り出した水圧を増幅しないで直接に電磁オシログラフに書かすことができることである。そのために受圧部の板バネをカンチレバーⒷとしその先端に受圧板Ⓓをつけて，加わる力によって生じるたわみを半導体ストレーンゲージⒸで取り出す方式とした。ここで使用した板バネはバネ

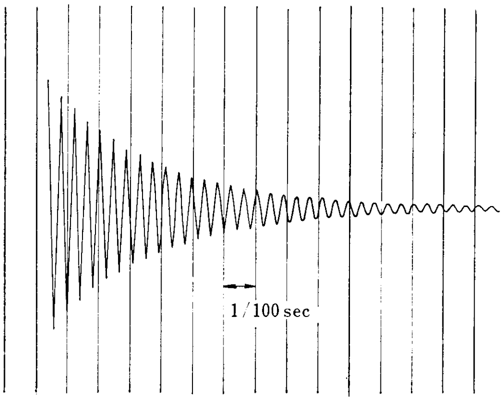


Fig. 13 Record of Free Vibration of Water Pressure Gage

用リン青銅板で，その寸法はこの実験に必要な感度や変動水圧の振動数などの関係から定めたが，できるだけ全体を小型にするために長さ 20mm，幅10mm，厚さ0.4mmのものを使用した。この板バネの固有振動数は 240c/s でその自由振動の記録を Fig. 13 に示す。半導体ゲージは共和電業の製品で，型式名はKSN—2—E4—16のものを用い板バネの表に2枚，裏に2枚の4ゲージ法を採用し，直流ブリッジを組み，その電源には菊水電子工業の直流安定化電源を用いた。

第二の特長は，受圧部の水密のために厚さ0.02mmのポリエチレン膜Ⓕを用い，受圧板の径 (d) と受圧孔の径(D)の比 D/d を大きくすることにより直線性のよい水圧計にしたことである。この種の水圧計の特性はこの部分の構造により大きく左右される。文献4)ではゴム膜を用い特性のよい水圧計を製作しているが，薄いゴム膜は耐久性がなくすぐに風化してしまい使用にたえなくなる。この欠点をおぎなうためにゴム膜のかわりに上記のポリエチレン薄膜をゆる目にはり D/d =13mm/5mm にし Fig. 14 に示すように特性のよい水圧計を製作した。Fig. 14 の検定値は実験時に動的透水試験器に取り付けた状態で行なったものでイニシャル水圧として 10g/cm² がかかっている。この水圧計の構造上0からの水圧で検定を行なうことはできないが，イニシャル水圧が 2～3 g/cm² 程度であれば十分にその特性を発揮できる。Fig. 12 でⒶはアクリルで作った本体で，Ⓔはポリエチレン膜をおさえ固定するためのリング，Ⓖは受圧孔の中の気泡をぬくための孔である。

この方式による水圧計の感度は半導体ゲージに流す電流を調節して定めるが，ゲージの許容電流がきまっているので（使用した半導体ゲージでは20mA）無制

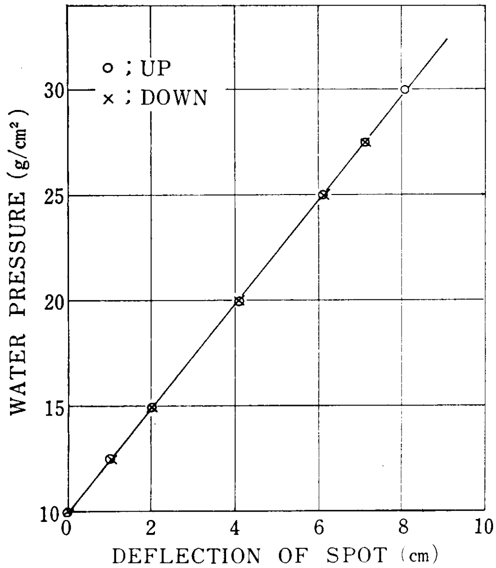


Fig. 14 Calibration of Water Pressure Gage

限に感度を高めることもできないし，また許容電流以内でも多くの電流を流すと半導体固有の性質のために記録が不安定になってくる。そのためにある限度以上に感度を上げることができない。記録に用いた電磁オシログラフ（三栄測器製，MR—102—A）のガルバノメーターの感度は500mm/1mA，固有振動数は100 c/s（三栄測器製，G—100C）で，このガルバノメーターを使用したときの感度は，水圧 2g/cm² に対しスポットの振れ幅が約1cmを標準として水圧計を製作した。このような理由で，より微少な水圧を計測する場合には水圧計の受圧部の板バネの厚さを薄くするか，より高感度のガルバノメーターを使用しなければならない。しかし板バネを薄くすることやガルバノメーターの感度を上げることはそれらの固有振動数を下げることになり，高い振動数の現象を計測する場合にはどうしても無理がでてくる。ここで使用した水圧計は変動水圧 15g/cm²，その最高振動数 10c/s で設計し上述の寸法を採用したが，この種の水圧計を設計する場合には計測しようとする水圧の最大値やその振動数をもとに許るされる限り高感度のガルバノメーターを用いることを前提にピックアップの寸法，特に板バネの寸法を定め最適なものとしなければならない。この微少水圧計で記録した正弦水圧は Fig. 17 に示してある。

水圧の測点が多くなってくると，記録器の素子数に限定があるので同時に多点の水圧を記録することはできなくなる。そのために本実験では，現象が定常運動であるから，この水圧計専用の切り換えボックスを製

作し1本のガルバノメーターで5カ所の水圧を記録できるようにした。

6. 実験方法

6.1 実験試料砂

実験に用いた砂は2種類でそれらを試料Ⅰと試料Ⅱとする。試料Ⅰは利根川砂で粒径2mm以上の粒子はふるいわけてのぞいた。試料Ⅱは多摩川砂で粒径3mm〜0.4mm のものを使用した。両者の物理量を Table 1 に，粒径加積曲線を Fig. 15 と Fig. 16 に示す。

Table 1 Characteristics of Experimental Sand-Grains

Speci-ments	Specific Gravity	Grain Size (mm)	Effective Size (mm)	Uniformity Coefficient
Ⅰ	2.77	2〜0.08	0.18	1.76
Ⅱ	2.67	3〜0.4	0.50	2.30

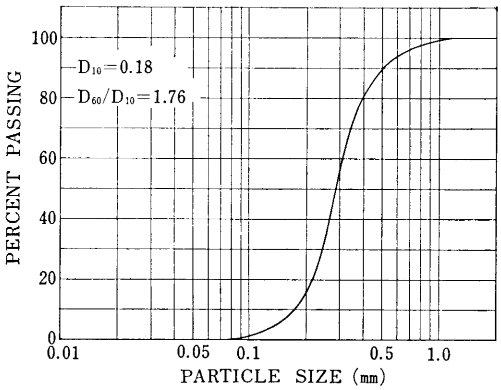


Fig. 15 Grain-Size-Accumulation Curve of Specimen Ⅰ

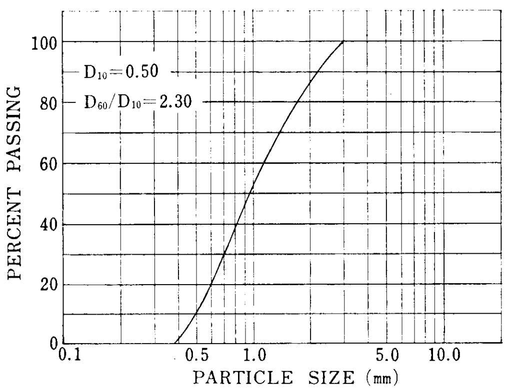


Fig. 16 Grain-Size-Accumulation Curve of Specimen Ⅱ

6.2 気泡の作り方とその計量方法

動的透水試験器に砂をつめその間ゲキ内に均一に気泡を作り実験を行なう場合，どのようにして気泡を作るかが問題で，またその量がいくらであるかを計量しなければならない。本実験では気泡量があまり多くない場合を対象としているので，砂のつめ方を変えることによって間ゲキの中にできる気泡量を変化さす方法を採用した。この方法によれば砂のつめ方さえ一定に行なえば，均等に間ゲキ内に気泡を作ることができるが，砂のつめ方が限定されるので広い範囲に気泡量を変化さすことができない。本実験では，以下に述べる方法で4種類の気泡量で実験した。

A 水中でかく拌し気泡を除去した砂を水と一緒に沈降させてつめる方法。

B 気泡を除去しない砂を水と一緒に沈降させてつめる方法。

C 乾燥砂を沈降させてつめる方法。

D 乾燥砂をさきにつめておいて，下より水を浸透させて気泡を作る方法。

これらの方法は，砂のつめ方を一定に行なわないと，一定量の気泡を作ることができない。そのために，つめ方はたえず同じ条件のもとで行なった。例えば，砂は室内で乾燥させたものを用いたり，砂のかく拌時間を一定にしたり，また沈降水深を一定に保つなどの注意をはらった。このように注意深く作業を行なうと，ほとんど正確な量で間ゲキ内に気泡を作ることができる。

このようにして間ゲキ内にできた気泡の計量は，動的透水試験器に砂をつめた状態ではむずかしくなり，特別な方法を用いなければならない。よく用いられる方法に，砂層の上端と下端の間の電気抵抗を計り，その抵抗値の変化より気泡量を計量する方法がある。本実験でもこの方法等を使用してみたが，正確に気泡量を計量することはできなかった。そのため本実験では，実験に先だって，前記の方法で砂をつめその時の気泡量を前もって求めておくことにした。実験の時に検定時と同じ方法で砂をつめれば，検定の時と同じ量の気泡を作ることができる。検定には，動的透水試験器（Fig. 9，10参照）の水平部分のアクリルパイプを用い，所定の方法で砂をつめ，その全体の重量を計量して気泡量をだした。ここでその手順はくわしく述べないが，要するに間ゲキ内に全然気泡を含まない場合の重量と，含む場合の重量の差から気泡量を算出するだけのことである。計量には感度のよい上皿天秤を用いて注意深く行なった。実験に用いた気泡量は，同じ

砂のつめ方で検定を数回行ない，その各々の気泡量の平均値を使用したが，数回行なった気泡量の間には，ほとんどばらつきはなく，一定の気泡量で砂をつめることができた。Table 2は，前述のA，B，C，Dの砂のつめ方に応じて3回同じ方法で検定を行なった時の気泡含有率 $\bar{\lambda}'_{a0}$，有効間ゲキ率 $\bar{\lambda}_{w0}$，および 20°C に補正した透水係数 $\bar{k}_{0(20)}$ の実測値とその平均値を示したものである。試料Ⅰは $\lambda=45\%$，試料Ⅱは $\lambda=38\%$ 程度につめた時の値である。

Table 2 Permeability for Quantity of Air Bubbles

Specimens	Method of Filling	λ (%)	$\bar{\lambda}'_{a0}$ (%)	$\bar{\lambda}_{w0}$ (%)	$\bar{k}_{0(20)}$ (cm/sec)
I	A	44.8	0.75	44.5	0.047
		44.9	0.75	44.6	0.044
		45.0	0.76	44.7	0.044
	Means	44.9	0.75	44.6	0.045
	B	43.6	1.35	43.0	0.039
		44.9	1.40	44.3	0.043
		44.7	1.41	44.1	0.042
	Means	4.44	1.39	43.8	0.041
	C	44.5	6.25	41.7	0.032
		44.9	6.30	42.1	0.032
		44.7	6.13	42.0	0.034
	Means	44.7	6.23	41.9	0.033
	D	45.0	10.6	40.2	0.027
		44.6	9.8	40.2	0.029
		44.9	10.0	40.4	0.028
	Means	44.8	10.1	40.3	0.028
Ⅱ	C	38.1	3.10	36.9	0.187
		37.5	3.49	36.2	0.216
		38.0	3.00	36.9	0.234
	Means	37.9	3.20	36.7	0.212
	D	37.9	12.6	33.1	0.173
		37.9	12.7	33.1	0.164
		37.5	13.0	32.6	0.146
	Means	37.8	12.8	32.9	0.161

6.3 実験方法

実験に先だち，動的透水試験器に検定の時と同じ方法で砂をつめ，一定の気泡を間ゲキ内に作らねばならない。この方法は，試験器の上流側（Fig. 10の右側）の鉛直分部のパイプを取りはずし，下流側（Fig. 10の左側）を下にして固定枠ごと鉛直に立て，所定の間ゲキ率になるように，試験器に振動をあたえながら漏斗状の器を試験器の上端に据え，そこから連続して砂を投入した。A，Bの方法は砂を外気にふれさせないように漏斗の先端は試験器内の水面に達しているようにした。Cの方法では，その先端と水面は一定の間隔をあけ，A，B，Cいずれの方法も沈降水深を一定に保った。またDの方法は，先に試験器内に乾燥砂を所定の間ゲキ率でつめておき，その後，一定の水圧で下方から水を浸透させた。これらの砂のつめ方は，検定時と同じように行ない，気泡量が検定時と異ならないようにした。このようにして，砂は試験器の上流側金網と下流側金網の間につめられたわけであるが，その後，試験器に上流側の鉛直パイプを取り付けて，砂が外気にふれないように水平に台上に固定し実験に入る。

一回の実験の手順は，水圧計の検定から始まり，静的浸透実験，下流側を閉じた場合，すなわち下流端の境界条件が $\partial p/\partial x=0$ の場合の実験，下流側を開け水を流した状態，すなわち $\partial p/\partial t=0$ の場合の実験で終る。

水圧計の検定は下流側のふたをしめ，上流側の水位を上下することにより全水圧計の検定を同時に行ない，実験前には必ず実行した。

静的浸透実験は上下流の水位差だけで水を流し，その時の浸透水圧と透水係数を計測した。これは動的実験と比較するために行なったものである。

動的浸透実験で下流側の境界条件が $\partial p/\partial x=0$ の場合は，試験器の下流側のふたを閉じ水で満し，上流側を空気圧で正弦的に加圧し，砂中に生じる圧力を計測した。加圧の周波数範囲は 0.1～10c/s で，加圧の全振幅は砂層の長さが50cmのときには，10g/cm^2，100cmのときには 15g/cm^2 とした。加圧装置と動的透水試験器の間はゴムホースで連結してあるため，空気がホースの中を通るとき，気中の振動現象のために，振動数により加圧力が大幅にかわる。そのために，空気の出口にコックを設け空気量を調節することにより振幅を一定に保った。

下流側の境界条件が $\partial p/\partial t=0$ の実験での加圧方法は上記の場合と同じであるが，加圧力の変動により上流側水位がかわらないように，電磁オシロ上で監視しながらコックを開閉し一定の流量が流れるようにした。この場合の水圧を微少水圧計で記録した一例をFig. 17 に示す。これは試料Ⅰの砂で，砂層の長さ50cm，間ゲキ率 $\lambda=45\%$，気泡含有率$\lambda'_{a0}=6.18\%$，上

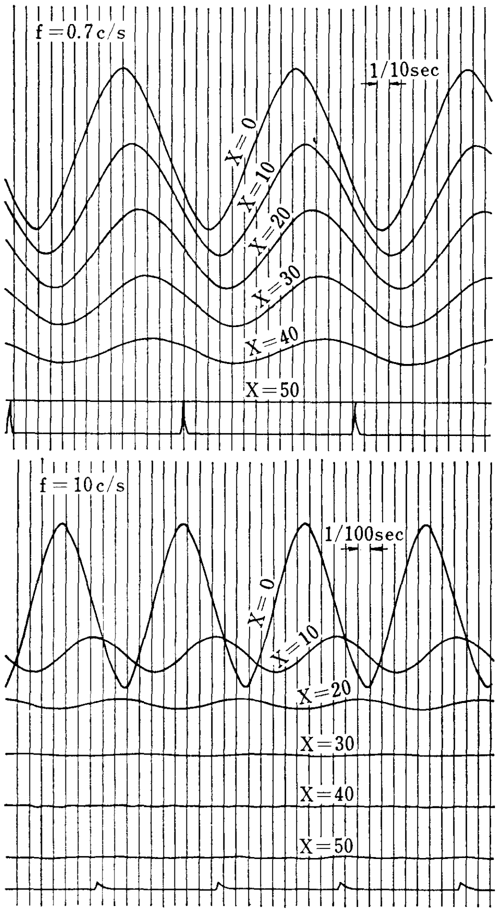


Fig. 17 An Example of Oscillograms of Seepage Pressure

の記録が周波数 $f=0.7\mathrm{c/s}$, 下が $f=10\mathrm{c/s}$ で加圧した場合のものである。$x=0$ は加圧力, $x=10\sim40$ は砂層中の水圧で砂層上流端からの距離を cm で示す。$x=50$ は下流端の水中の水圧であるが, この場所では, $\partial p/\partial t=0$ の境界条件であるから水圧の変動はない。一番下にある記録は加圧装置のシリンダーのフェイズマークである。これらの記録には振幅の減衰, 位相角のずれの様子がはっきりと現われている。また, 動的実験における流量は上流側の圧力の変動に応じて時々刻々かわるはずであるが, この実験ではその変動流量は計測できなかった。そのかわりとして各周波数における平均流量を測定した。Fig. 18 は平均流量と静的流量とを比較してその一例を示したものである。横軸の Δp は上流側の平均圧力と下流側の圧力との差であり, 縦軸は単位流量である。この図のように, 平均流量と静的流量はよく一致する。

以上のような方法で砂の種類, 砂層の長さ, 気泡量, 間ゲキ率等をかえた場合の実験を種々行なった。

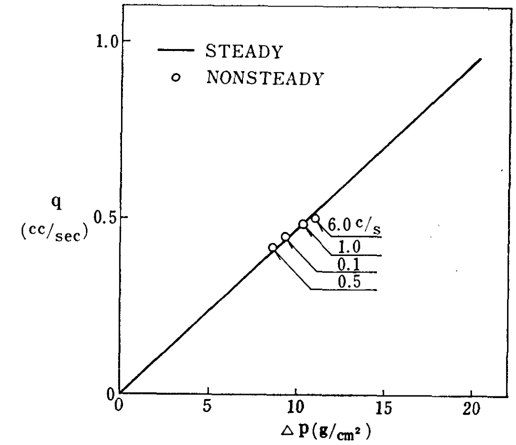


Fig. 18 Comparison between Quantity of Seepage in Steady State and Non-steady State

7. 計算値と実験値の比較

実験と計算は種々の状態について行なったが, Fig. 19〜Fig. 26 に計算値と実験値を比較してその数例を示した。図中, 実線, 点線, 一点鎖線などは計算値で, 丸印, 三角印, 四角印などは実験値を表わす。その中で Fig. 19〜Fig.22 には砂層内の各点における変動圧力の振幅減衰率と位相差を示した。減衰率の計算は, 砂層の下流端 ($x=l$) の境界条件が $\partial p/\partial x=0$ の場合には, (12)式の A/a の値 (A は各点の圧力振幅, a は加圧力の振幅) であり, 加圧力振幅と各点の圧力振幅の比で表わした。$x=l$ の境界条件が $\partial p/\partial t=0$ の場合の減衰率は, 全然減衰がなく圧力が変動した場合各点に生じる圧力振幅 a' (全然気泡を含まないとき砂層内の各点に圧力の減衰はなく振動数が増加しても各点の振幅は一定である) と(14)式の A の値との比 A/a' で求めた。位相差は各々(12)式の γ と(14)式の γ の値である。以下各図について説明する。Fig. 19 は試料Iの砂で $\lambda=44\%$, $\bar{\lambda}_{a0}=2.78\%$, $\bar{\lambda}'_{a0}=6.32\%$, 砂層長 $l=50\mathrm{cm}$, $x=l$ の境界条件が $\partial p/\partial t=0$ の場合で, 減衰率と位相差を振動数 (f) と加圧点からの距離 (x) に対して示したものである。Fig. 20 は, 試料IIの砂で $\lambda=37.6\%$, $\bar{\lambda}_{a0}=1.21\%$, $\bar{\lambda}'_{a0}=3.20\%$, $l=100\mathrm{cm}$, $x=l$ で $\partial p/\partial x=0$ の状態での減衰率と位相差である。Fig. 21 は気泡含有率 ($\bar{\lambda}_{a0}$) の変化に対して減衰率と位相差の変化を示したもので, 試料Iの砂を用い, $\lambda=45\%$, $l=50\mathrm{cm}$, 加圧点からの距離 $x=30\mathrm{cm}$ の点での値である。Fig. 22 は試料I

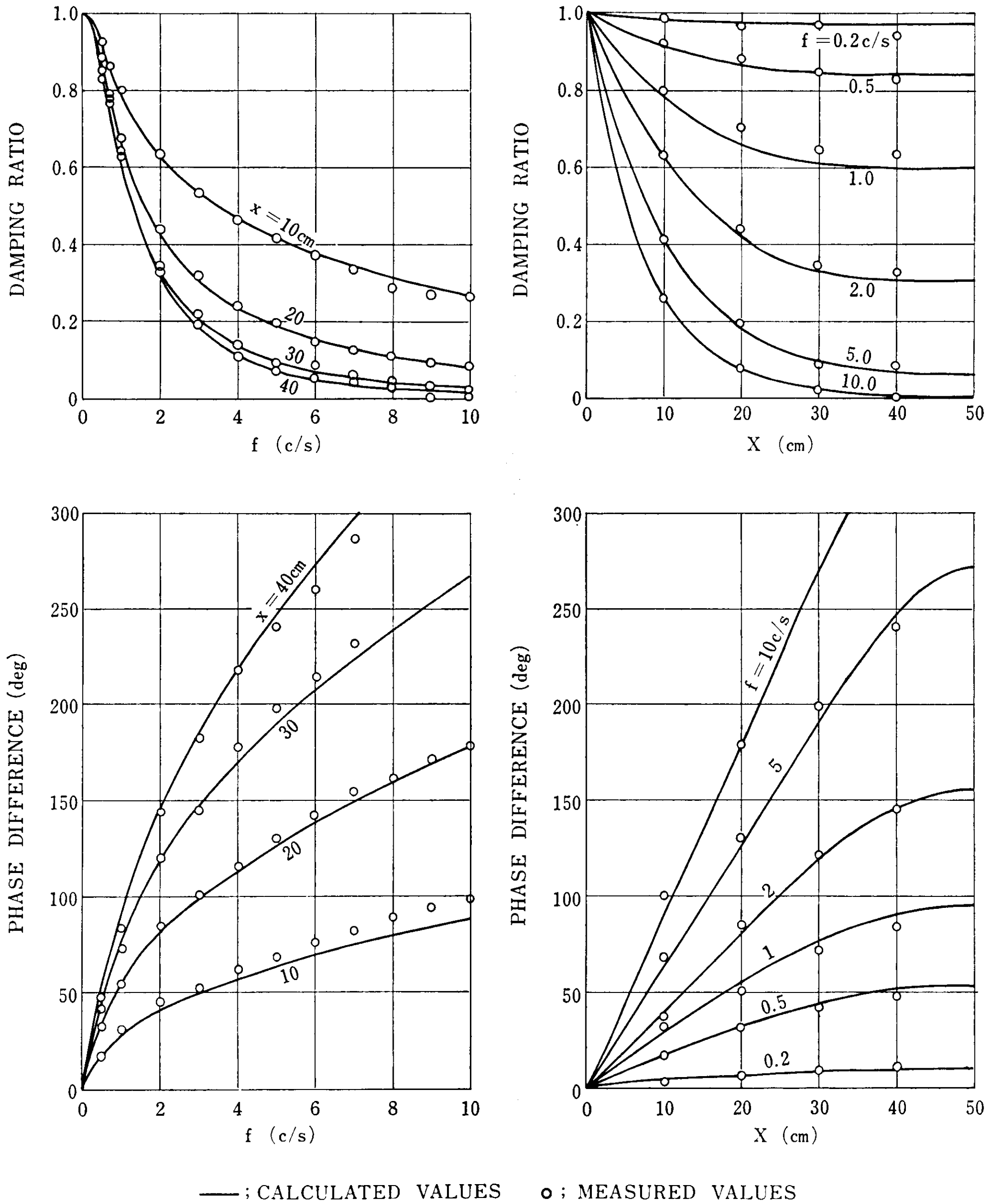
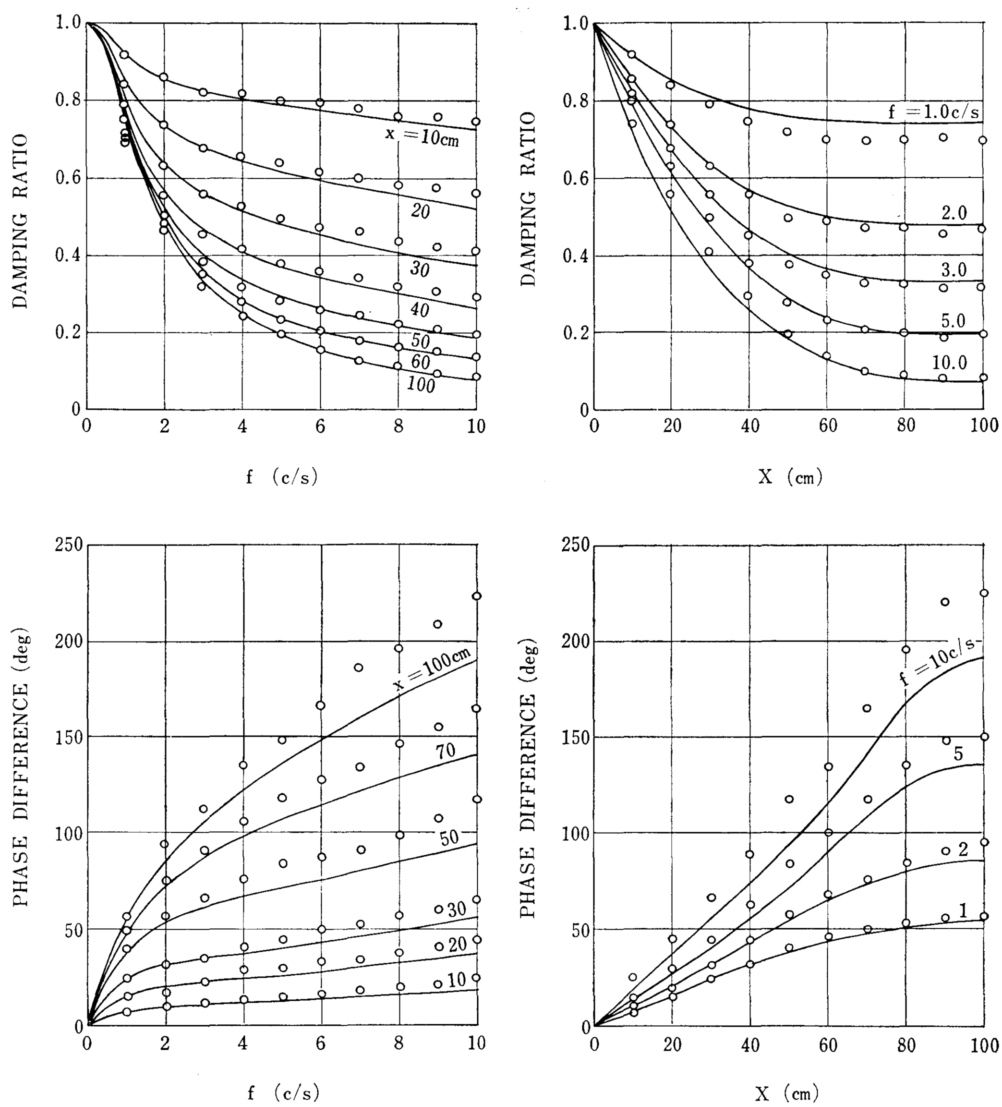


Fig. 19 An Example of Damping Ratio and Phase Difference of Seepage Pressure for f and x (Specimen I, $\lambda=44\%$, $\bar{\lambda}_{a0}=2.78\%$, $\bar{\lambda}'_{a0}=6.32\%$, $l=50$cm, $\partial p/\partial t=0$ at $x=l$)



—— ; CALCULATED VALUES   o ; MEASURED VALUES

Fig, 20 An Example of Damping Ratio and Phase Difference of Seepage Pressure for f and x (Specimen II, $\lambda=37.6\%$, $\bar{\lambda}_{a0}=1.21\%$, $\bar{\lambda}'_{a0}=3.20\%$, $l=100$cm, $\partial p/\partial x=0$ at $x=l$)

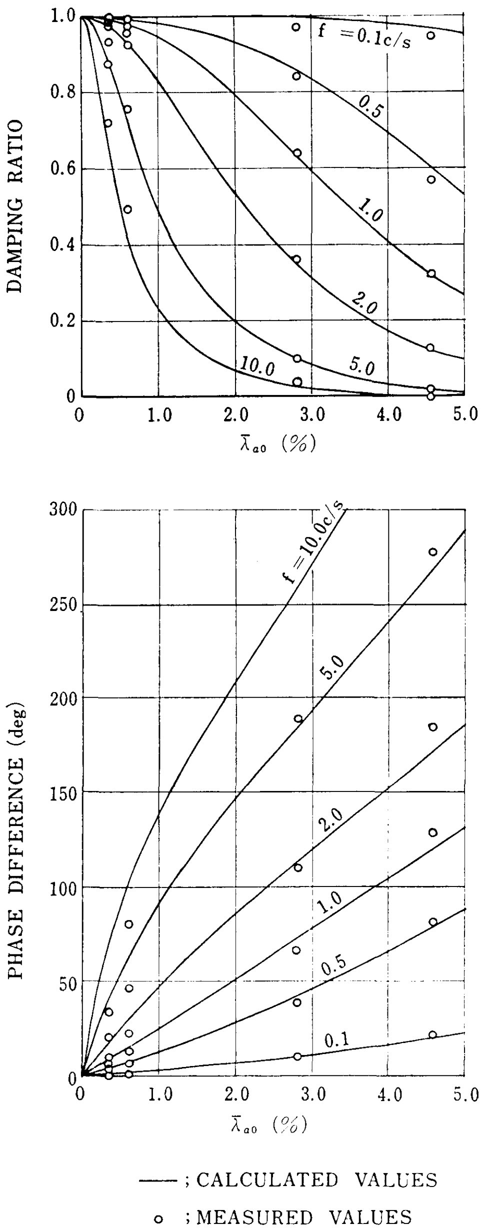


Fig. 21 An Example of Damping Ratio and Phase Difference of Seepage Pressure for $\bar{\lambda}_{a0}$ (Specimen I, $\lambda=45\%$, $l=50$cm, $x=30$cm, $\partial p/\partial t=0$ at $x=l$)

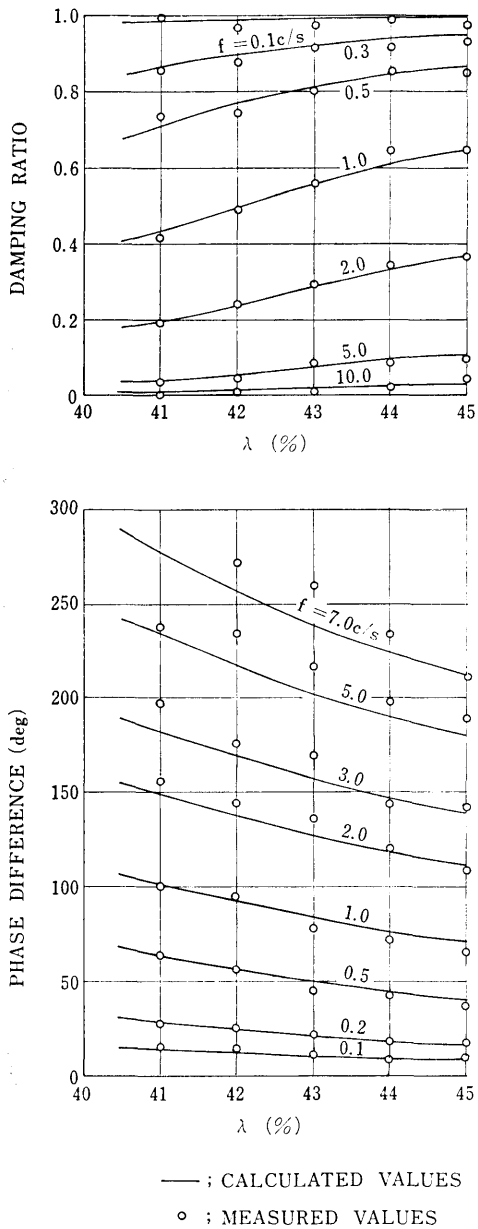


Fig. 22 An Example of Damping Ratio and Phase Difference of Seepage Pressure for λ (Specimen I, $\bar{\lambda}_{a0}=2.78\%$, $l=50$cm, $x=30$cm, $\partial p/\partial t=0$ at $x=l$)

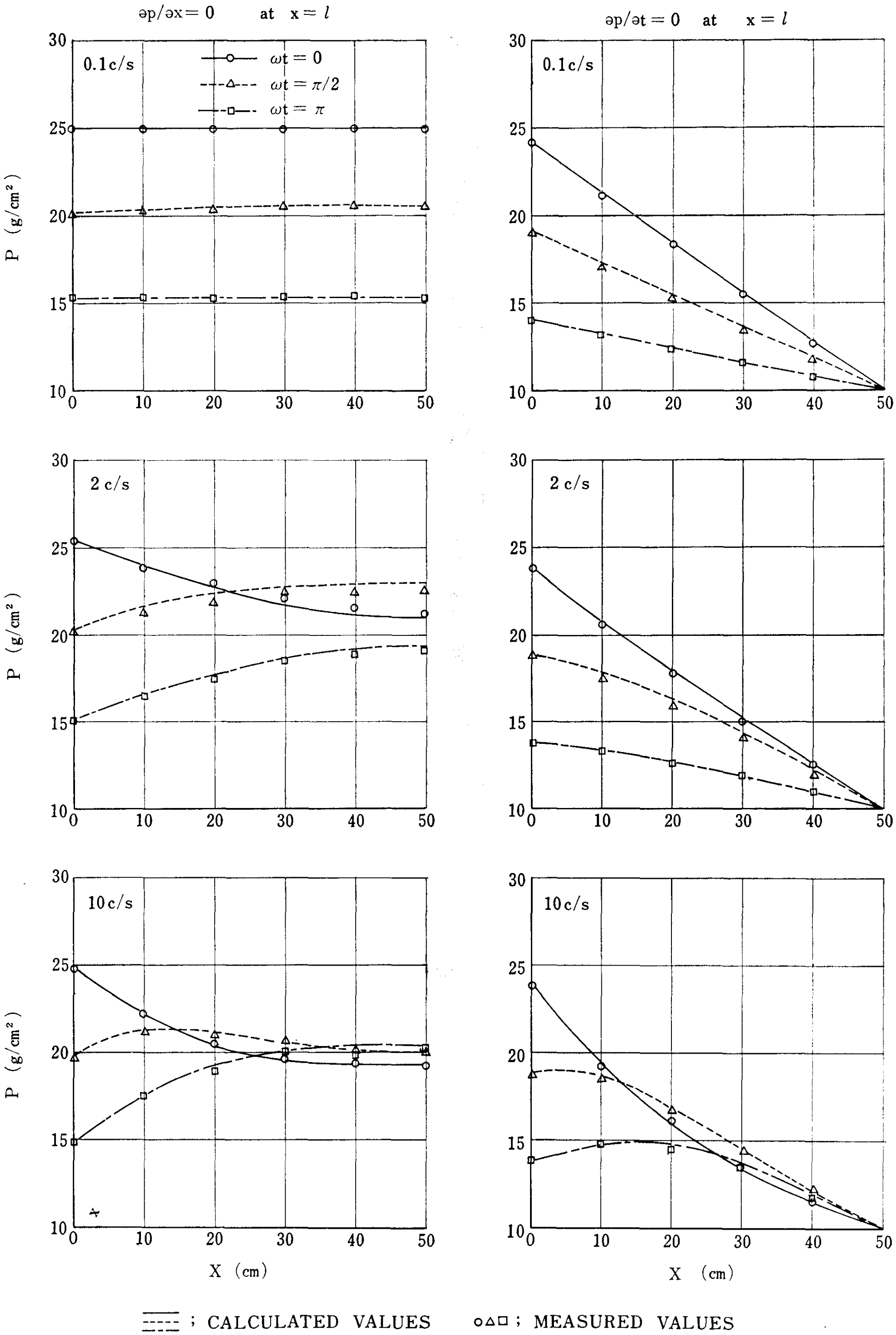


Fig. 23 Distributions of Seepage Pressure in Nonsteady State (Specimen I, $\lambda=45\%$, $\bar{\lambda}_{a0}=0.62\%$, $\bar{\lambda}'_{a0}=1.38\%$)

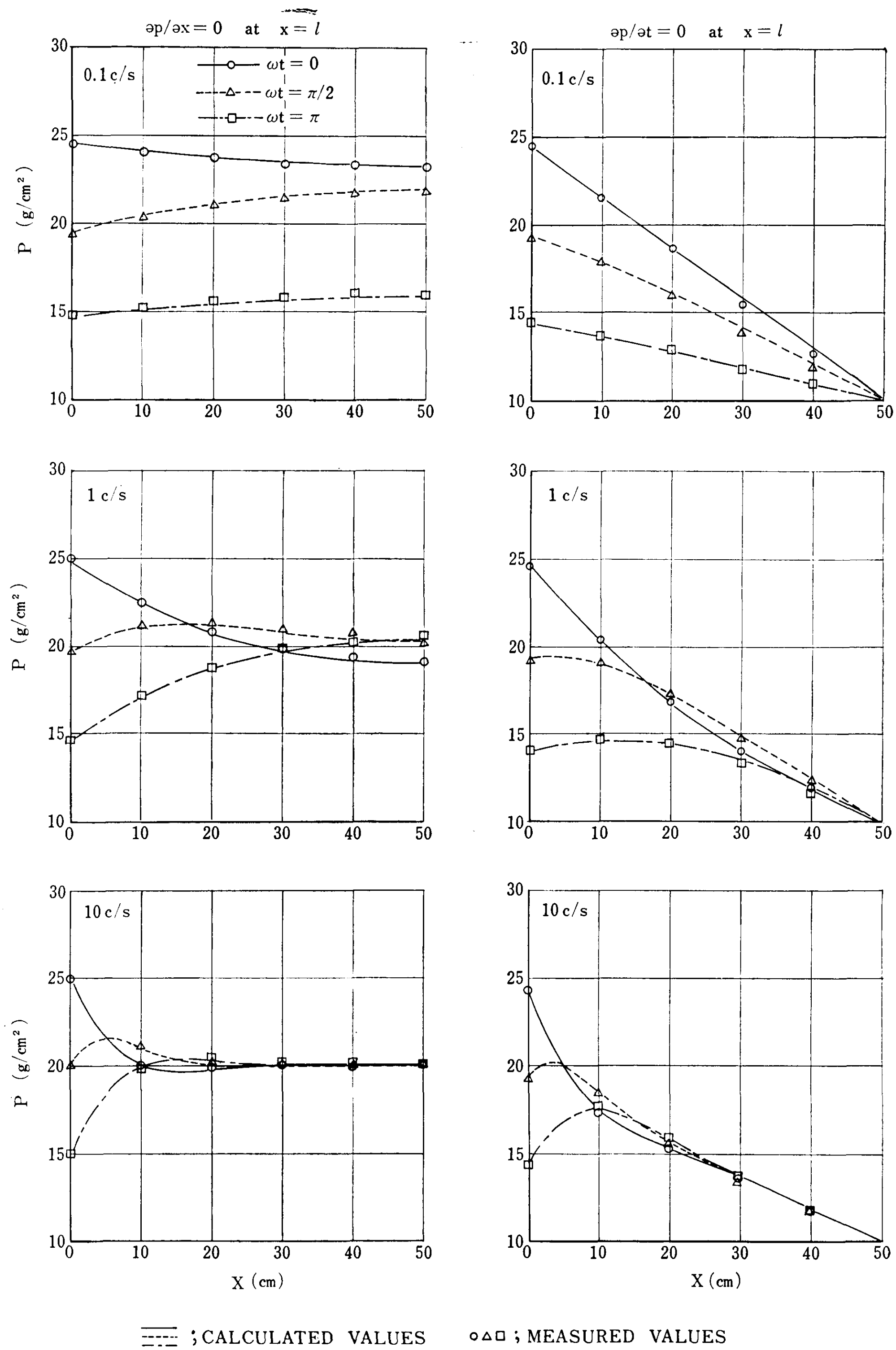


Fig. 24 Distributions of Seepage Pressure in Nonsteady State (Specimen I, $\lambda=44\%$, $\bar{\lambda}_{a0}=2.78\%$, $\bar{\lambda}'_{a0}=6.32\%$)

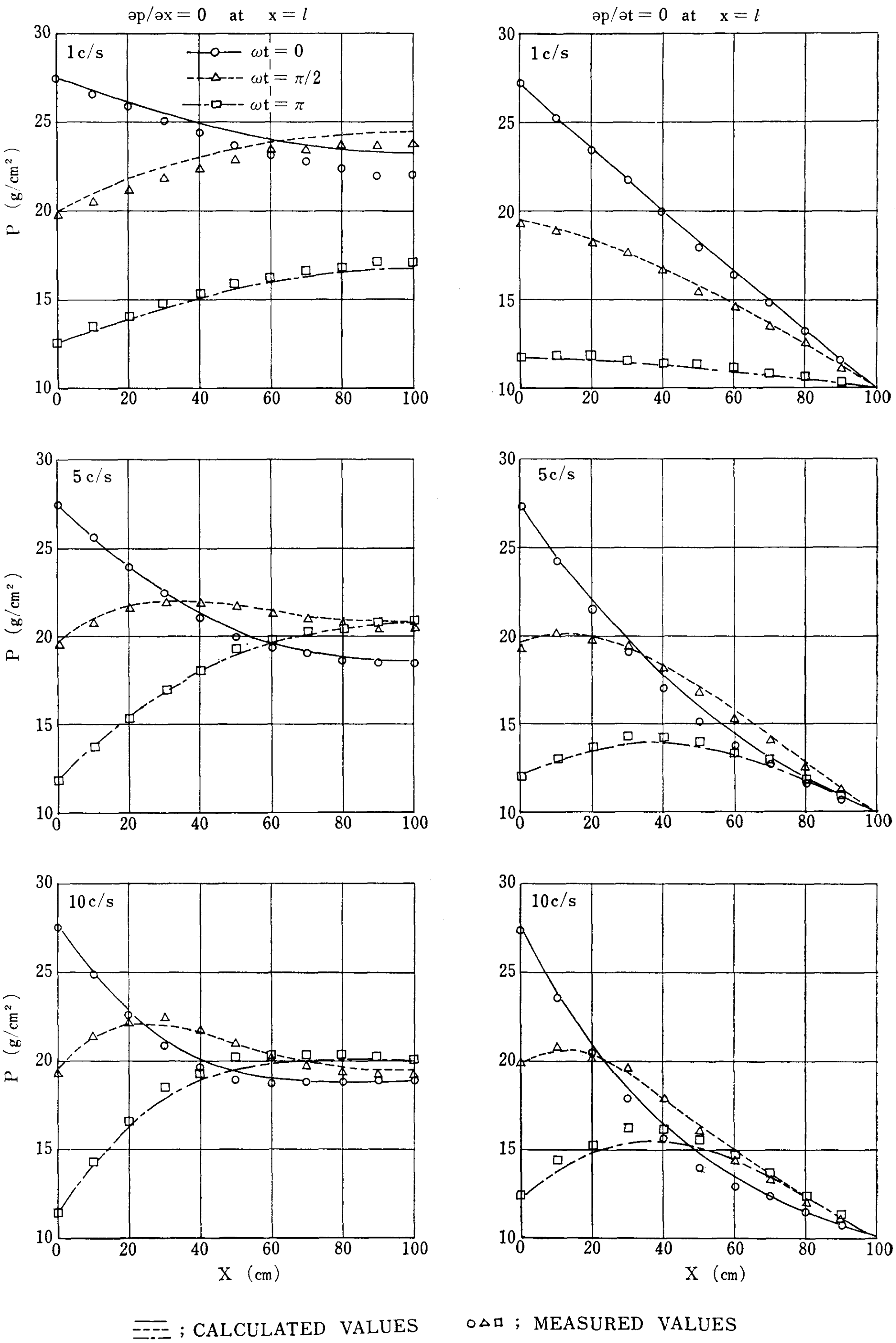


Fig. 25 Distributions of Seepage Pressure in Nonsteady State (Specimen II, $\lambda=37.6\%$, $\bar{\lambda}_{a0}=1.21\%$, $\bar{\lambda}'_{a0}=3.22\%$)

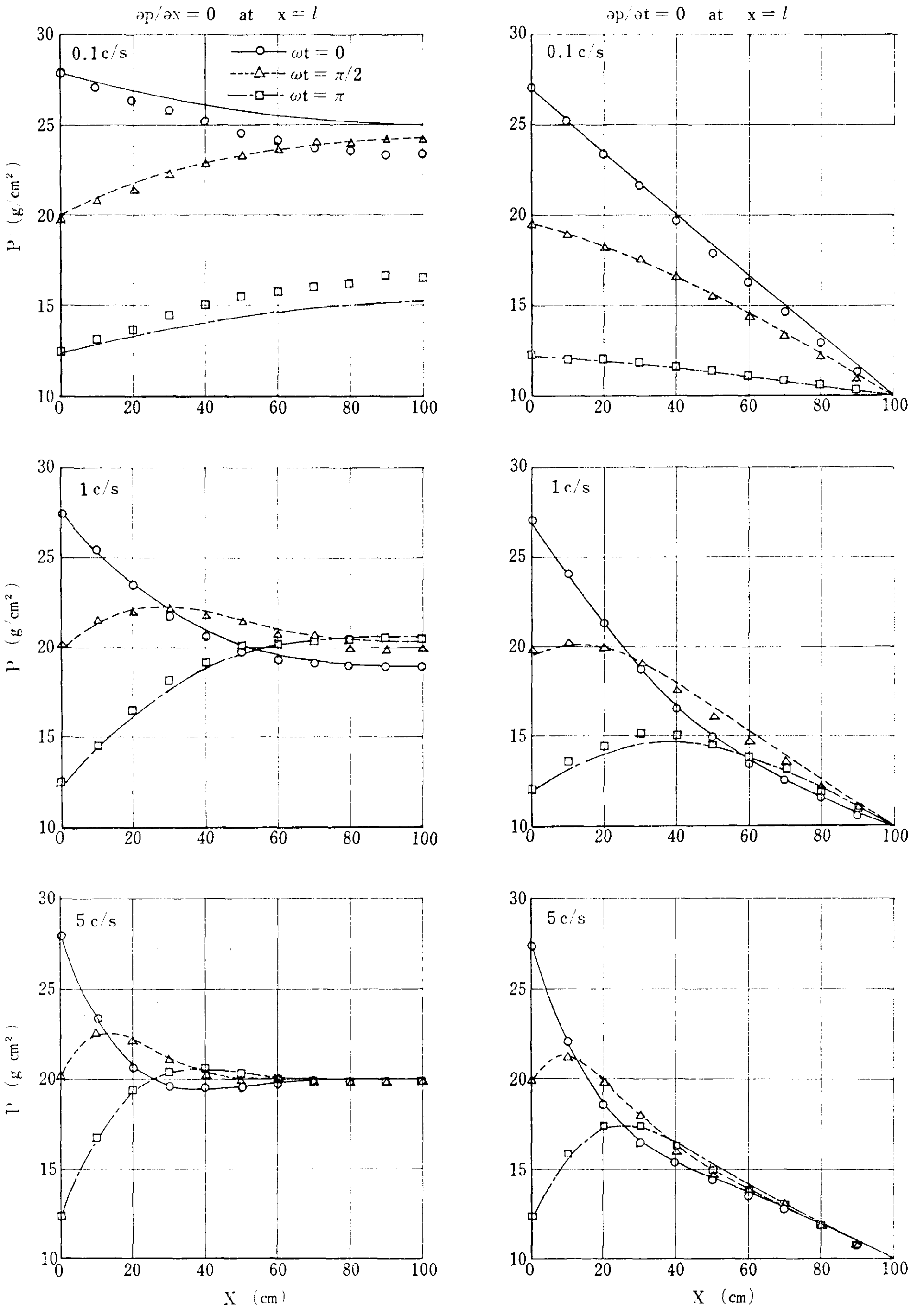


Fig. 26 Distributions of Seepage Pressure in Nonsteady State (Specimen II, $\lambda=37.8\%$, $\bar{\lambda}_{a0}=4.84\%$, $\bar{\lambda}'_{a0}=12.8\%$)

の砂で，$\overline{\lambda}_{a0}=2.78\%$，$l=50$cm，$x=l$ において $\partial p/\partial t=0$，$x=30$cm の点で，間ゲキ率（λ）と減衰率および位相差の関係を表わしたものである。Fig. 23 から Fig. 26 までは各場所における全圧力（P）を示したものであり，各図の左側は $x=l$ での境界条件が $\partial p/\partial x=0$，右側の図は $\partial p/\partial t=0$ の場合でこれらを左右対比して示した。全圧力 P は定常流の場合の状態における圧力 p_0 と変動圧力 p との和（$P=p_0+p$）である。$x=l$ で $\partial p/\partial x=0$ の場合の p_0 は，全砂層中一定値であるが，$x=l$ で $\partial p/\partial t=0$ の場合の p_0 は，(6)式を計算して定常流の状態における圧力を求め，それに変動圧力 p を加え P とした。また，実線と丸印で示される計算値と実測値は加圧力（$p=a\cos\omega t$）が最大値をとった場合（$\omega t=0$）のときの砂層内の各点における圧力の状態を表わし，点線と三角印および一点鎖線と四角印はそれぞれ $\omega t=\pi/2$，π（最小値）のときの圧力である。Fig. 23，Fig. 24 は試料Iの砂を用いて，$l=50$cm でそれぞれ気泡量が異なった場合の例で，Fig. 25 と Fig. 26 は試料IIの砂を用い $l=100$cm で，それぞれ気泡量が異なった場合の圧力を示している。

8. むすび

以上述べてきたように，この報告では，多孔質媒体がその間ゲキ内に均一に気泡を含み，自由水面を有しない場合の流れの浸透水圧について考察を行なってきた。定常流のときの浸透水圧に関しては，運動方程式の厳密解およびその略解を求めることができたが，その結果を確かめるための実験を行なうことはできなかった。この実験を行なうとすればある程度大型の装置を用い高い圧力差のもとで実験を行なわないと，気泡を含んだことによる圧力の変化を検出することはできない。しかしここで求めた理論式において透水係数 k_0 の値も圧力の関係として表わしたため式の中に大きな仮定は全然入っていないから，(4)式は現象を正確に表わしていると思われる。

一方非定常流における圧力に関しては，理論式と実験値はよく一致している。この理論式は現象と大きくかけ離れない範囲で線型化し簡明な解を誘導することを目的としたために，当然圧力の関数となって式に現われるべき気泡量，透水係数などは定数として取り扱かった。そのために，変動圧力が非常に大きい場合とか，気泡量が多い場合（ここでは気泡量がそれほど多くない場合を対象としている）には当然この式で求めた値との間にはある程度の差はでてくる。筆者もこの点を解消するために非線型の式から，より高精度の近似式を求めるように努めたが，実用に供するような式は誘導できなかった。しかし複雑な式で現象を表現しても，実際の地下水においては砂層の不均一性や透水係数のばらつきなどにより理論式や室内実験の結果とはなかなか一致しない。したがって，いたずらに複雑な式を求めるよりも，許される範囲の精度で簡明な式により現象を表わすようにすることが先決だと思われる。

最後にこれら一連の研究に対して，たえず指導し，はげまして下さった，いまはなき丹羽前室長に対して深く感謝するとともに，あわせて故人の御冥福を心より御祈りいたします。

なお，本報告における計算は当研究所共用電子計算機 FACOM 270—20 を用いて行なった。

参考文献

1) M. Muskat, The Flow of Homogeneous Fluids through Porous Media, Edwards, Inc., 1946

2) M. E. Harr, Groundwater and Seepage, Mc Graw-Hill Book Company, 1962

3) 山下敬治，数理音響学序説，山海堂，1950

4) 若桑訥，丹羽新，微少圧力用水圧計の試作について，船舶技術研究所報告　第8巻第2号資料

5) 石原藤次郎，本間仁編，応用水理学　II，丸善，1968

6) 大草重康，海岸における地下水運動の特異な例 第13回土質工学シンポジウム

7) 本間仁，安芸皎一編，水理学，岩波書店，1962