

したがって (5-70) 式の計算は (5-64) 式で全断面積  $\Sigma_i(\bar{r}, E)$  の代わりに  $\Sigma_i'(\bar{r}, E)$  を, また線源項  $Q(\bar{r}, \bar{\Omega}, E)$  の代わりに  $Q'(\bar{r}, \bar{\Omega}, E)$  を置き換えればそのままの形でよい。

残された問題は (5-66) 式における係数  $A(\bar{r}, E)$  を求めることである。  $A(\bar{r}, E)$  を求めるために, まず次の 2 つの仮定を設ける。すなわち,

i) 弾性散乱の場合, 重心系における散乱角の余弦  $\mu = \mu_1$  (小角度散乱) メッシュが代表する範囲  $\Delta\mu_1$  内の  $\mu$  で散乱された中性子は, 自分の属する進行方向  $\bar{\Omega} = \bar{\Omega}_{pq}$  メッシュが代表する範囲  $\Delta\bar{\Omega}_{pq}$  内に留まる。

ii) 非弾性散乱の場合, 中性子は明らかに減速され, 通常自分自身のエネルギー群内に留まらない。しかし, エネルギーメッシュの幅 (レサジメッシュの幅) を大きく選ぶ場合には自分自身のエネルギー群内に留まる中性子も現われる。この自分自身のエネルギー群内に留まる中性子の計算は 5.3.2 の非弾性散乱積分の計算の項で (5-52) 式から求められるマトリックス  $c_g^j(\bar{r})$  において  $g=j$  と置いた  $c_j^j(\bar{r})$  を使用して行なうことにする。この場合, いま注目している中性子のレサジメッシュを  $u_j$  とすれば,  $u_j \geq u > u_j - \frac{h}{2}$  ( $h$  はレサジメッシュ幅, なおエネルギーで書くと (5-47) 式で  $g=j$  の場合であり厳密にはレサジ表示の区間と一致しないが近似的には一致する。) の範囲のレサジをもつ中性子が非弾性散乱され, 自分自身の位相空間  $(\bar{\Omega}_{pq}, u_j)$  に留まることを意味する。この仮定は粗い近似であるが, 自分自身のエネルギー群内に留まる中性子が現われる程度に粗くレサジメッシュ幅を選ぶ場合, 他の種々の条件から決まる近似の程度もこの程度の粗さになることが予想されるので, この仮定は認容されよう。

上の 2 つの仮定にもとづいて各エネルギーメッシュ  $E = E_j$  に対して  $A(\bar{r}, E_j)$  を計算すると次式のように求まる。

$$A(\bar{r}, E_j) = 2\pi W_1 T_{j,1}(\bar{r}) + 4\pi c_j^j(\bar{r}) \dots (5-71)$$

ここで  $W_1$  は  $\mu = \mu_1$  に対する重みであり,  $T_{j,1}(\bar{r})$  および  $c_j^j(\bar{r})$  と共に 5.3.1 および 5.3.2 に与えられている。なお (5-18) 式における微小レサジ  $\Delta u_{j(m=1)}$  は上の仮定 i) から次のように求められる。

$$\Delta u_{j(m=1)} = \ln \frac{(1+\rho)^2}{1+2\rho W_1 + \rho^2} \dots (5-72)$$

## 5.6 差分形の計算式

前節で自分自身のエネルギー群内での散乱中性子の評価が行なわれたので, 差分形の (5-64) 式は (5-68) および (5-69) の関係式を使って次式のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} \Phi(\bar{r}_i, \bar{\Omega}_{pq}, E_j) &= \Phi(\bar{r}_{i-1}, \bar{\Omega}_{pq}, E_j) \\ &\times \exp\{-\Sigma_i'(\bar{r}_{i-1}, E_j)R_0\} \\ &+ \frac{1}{\Sigma_i'(\bar{r}_{i-1}, E_j)^2 R_0} [Q'(\bar{r}_i, \bar{\Omega}_{pq}, E_j) \{\Sigma_i'(\bar{r}_{i-1}, E_j)R_0 \\ &+ \exp\{-\Sigma_i'(\bar{r}_{i-1}, E_j)R_0\} - 1\} \\ &+ Q'(\bar{r}_{i-1}, \bar{\Omega}_{pq}, E_j) \{1 - \{1 + \Sigma_i'(\bar{r}_{i-1}, E_j)R_0\} \\ &\times \exp\{-\Sigma_i'(\bar{r}_{i-1}, E_j)R_0\}\}] \dots (5-73) \end{aligned}$$

上式をマトリックスの形で書くと次式ようになる。

$$\Phi_i = E_{i-1}\Phi_{i-1} + F_i\Phi_i + H_{i-1}\Phi_{i-1} \dots (5-74)$$

あるいは

$$\Phi_i = A_0^{i-1}\Phi_0 + B_i^{i-1}, \quad i \geq 1 \dots (5-75)$$

ここで

$$A_l^{i-1} = \begin{cases} \prod_{k=l}^{i-1} E_k, & l \leq i-1 \\ I, & l = i \end{cases} \dots (5-76)$$

$$B_i^{i-1} = \sum_{l=1}^{i-1} A_l^{i-1} (F_l\Phi_l + H_{l-1}\Phi_{l-1}), \dots (5-77)$$

$$\Phi_i = \begin{pmatrix} \Phi_{i1} \\ \Phi_{i2} \\ \vdots \\ \Phi_{iJ} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Q}_i = \begin{pmatrix} Q_{i1} \\ Q_{i2} \\ \vdots \\ Q_{iJ} \end{pmatrix}, \dots (5-78)$$

また  $E_i, F_i, H_i$  は  $(J \times J)$  の対角線マトリックスであり,  $I$  は  $(J \times J)$  の単位マトリックスである。さらに,  $\Phi_0$  は境界条件に相当する。媒質は単層でも多重層でも (5-74) あるいは (5-75) 式の計算手順は全く同じであり, 多重層の外側境界から出発し内側へ計算をすすめ, 今計算している層の内側境界に達した場合, その内側境界の中性子束をさらに 1 つ内側の層の外側境界値として再び内側へ向って計算をすすめるればよい。また内側から外向きに計算をすすめる場合にも上述の逆を全く同様に行なえばよい。

(5-57) 式から (5-78) 式までの式に表われるマトリックスの各要素を以下に与える。まず  $E_i, F_i, H_i$  の各要素  $E_{ij}, F_{ij}, H_{ij}$  はそれぞれ

$$E_{ij} = \exp\{\Sigma_i'(\bar{r}_i, E_j)R_{i+1}\}, \dots (5-79)$$

$$F_{ij} = \frac{\Sigma_i'(\bar{r}_{i-1}, E_j)R_i + \exp\{-\Sigma_i'(\bar{r}_{i-1}, E_j)R_i\} - 1}{\Sigma_i'(\bar{r}_{i-1}, E_j)^2 R_i}, \dots (5-80)$$

$$H_{ij} = \frac{1 - [1 + \Sigma_i'(\bar{r}_i, E_j)R_{i+1}] \exp\{-\Sigma_i'(\bar{r}_i, E_j)R_{i+1}\}}{\Sigma_i'(\bar{r}_i, E_j)^2 R_{i+1}} \quad \dots\dots(5-81)$$

である。また  $\Phi_{ij}$  および  $Q_{ij}$  はそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{ij} &= \Phi(\bar{r}, \bar{\Omega}_{pq}, E_j) \\ Q_{ij} &= Q(\bar{r}_i, \bar{\Omega}_{pq}, E_j) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(5-82)$$

である。なお (5-79)~(5-81) 式における  $R_i$  は

$$R_i = |\bar{r}_i - \bar{r}_{i-1}| \quad \dots\dots(5-83)$$

である。

以上で中性子束  $\Phi(\bar{r}, \bar{\Omega}, E)$  は位相空間  $(\bar{r}, \bar{\Omega}, E)$  の各メッシュの組  $(\bar{r}_i, \bar{\Omega}_{pq}, E_j)$  に対して求めることができた。中性子スカラー束  $\Phi_0(\bar{r}, E)$  は  $(\bar{r}, E)$  の各メッシュの組  $(\bar{r}_i, E_j)$  に対して次のように計算される。

$$\Phi_0(\bar{r}_i, E_j) = \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^{Q_p} b_p \Phi(\bar{r}_i, \bar{\Omega}_{pq}, E_j) \quad (5-84)$$

上式で  $Q_p$  および  $b_p$  はそれぞれ (5-38) および (5-37) 式で与えられている。

以上の計算で定常の中性子輸送方程式は、任意の空間形状に対して中性子の進行方向にその飛程に沿って積分することにより解くことができた。その数値解は中性子角度束  $(\bar{r}, \bar{\Omega}, E)$  が位相空間上の各メッシュの組  $(\bar{r}_i, \bar{\Omega}_{pq}, E_j)$  について求められ、さらに中性子角度束を角度について数値積分することにより中性子スカラー束  $\Phi_0(\bar{r}, E)$  がメッシュの組  $(\bar{r}_i, E_j)$  に対して求められた。

本章で提案した直接積分法の特長の一つは輸送方程式 (5-1) 式から最終式 (5-73) 式を導出するのに、空間形状を固定しないで導出しているの、導出された最終式は任意の空間形状に対して適用できる点にある。したがって次章では本章で導出された最終式の実際の形状への適用を述べる。

### 第6章 実際の座標形状への適用

前章において輸送方程式を任意の空間変数  $\bar{r}$  について数値解法で解き解を導出した。本章では前章で導出した解  $\Phi(\bar{r}, \bar{\Omega}, E)$  を実際の各種の座標形状に対して書く。対象とする実際の座標形状としては遮蔽計算に利用される、平板形状、球対称形状、無限円柱および有限円柱形状、さらに直角座標形状である。以下にこの順序に従って各形状に対して中性子束  $\Phi(\bar{r}, \bar{\Omega}, E)$  を求める。

#### 6.1 一次元平板形状

一次元平板形状における空間変数を  $x$  とし、 $x$  軸と中性子の進行方向  $\bar{\Omega}$  とのなす角度を  $\theta$  とすれば、

(354)

(5-73) 式の  $R_0$  は容易に求まり次式で表わせる (Fig. 6.1)。

$$R_0 = \frac{x - x'}{\cos \theta} \quad \dots\dots(6-1)$$

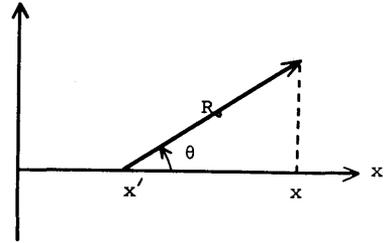


Fig. 6.1 Neutron flight path  $R_0$  in plane geometry

また空間メッシュで表わせれば次式のように表わせる。

$$R_i = \frac{x_i - x_{i-1}}{\omega_p} \quad \dots\dots(6-2)$$

(5-74) 式におけるマトリックスの要素である  $\Phi_{i,j}$ ,  $\Phi_{i-1,j}$  および  $Q_{ij}$ ,  $Q_{i-1,j}$  はそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{ij} &= \Phi(x_i, \omega_p, E_j), \\ \Phi_{i-1,j} &= \Phi(x_{i-1}, \omega_p, E_j), \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(6-3)$$

$$\left. \begin{aligned} Q_{i-1,j} &= Q'(x_{i-1}, \omega_p, E_j), \\ Q_{ij} &= Q'(x_i, \omega_p, E_j), \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(6-4)$$

であり、全断面積は  $\Sigma_i'(\bar{r}_i, E_j) = \Sigma_i'(x_i, E_j)$  であるから  $E_i, F_i, H_i$  の各要素  $E_{ij}, F_{ij}, H_{ij}$  は次のように書き表わせる。

$$\left. \begin{aligned} E_{ij} &= \exp\left\{-\Sigma_i'(x_i, E_j) \frac{x_{i+1} - x_i}{\omega_p}\right\}, \\ F_{ij} &= \frac{\Sigma_i'(x_{i-1}, E_j) \frac{x_i - x_{i-1}}{\omega_p} + E_{i-1,j} - 1}{\Sigma_i'(x_{i-1}, E_j)^2 \frac{x_i - x_{i-1}}{\omega_p}}, \\ H_{ij} &= \frac{1 - \left[1 + \Sigma_i'(x_i, E_j) \frac{x_{i+1} - x_i}{\omega_p}\right] E_{ij}}{\Sigma_i'(x_i, E_j)^2 \frac{x_{i+1} - x_i}{\omega_p}}. \end{aligned} \right\} \quad (6-5)$$

したがって中性子束  $\Phi(x_i, \omega_p, E_j)$  は (5-74) 式から求められる。

#### 6.2 一次元球対称形状

一次元球対称形状における空間変数を  $r$  とし、 $r$  軸と中性子の進行方向  $\bar{\Omega}$  とのなす角度を  $\theta$ 、さらに  $\cos \theta$  を  $\omega$  で表わせれば  $R_0$  は容易に求まり次式で表わせる (Fig. 6.2)。

$$R_0 = r \cos \theta - r' \cos \theta' \quad \dots\dots(6-6)$$

また  $R_i$  は次式のように表わせる。

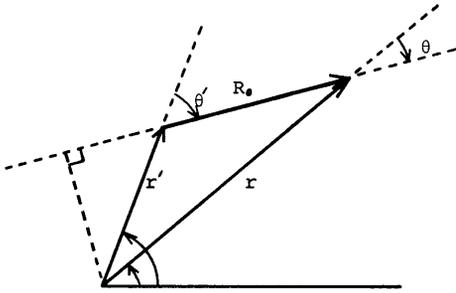


Fig. 6.2 Neutron flight path  $R_0$  in spherical geometry

$$R_i = r_i \omega_p - r' \omega' \quad \dots\dots(6-7)$$

上式の  $r'$  および  $\omega'$  は以下のように決められる。

i)  $0 < \omega_p < 1$  の場合

$$\left. \begin{aligned} r' &= r_{i-1} \quad \text{とおけば} \\ \omega' &= \frac{\sqrt{r_{i-1}^2 - r_i^2(1 - \omega_p^2)}}{r_{i-1}}, \end{aligned} \right\} \dots\dots(6-8)$$

ただし、 $r_i \sqrt{1 - \omega_p^2} \leq r_{i-1}$  の条件内で (6-8) 式は成立する。これに対し  $r_i \sqrt{1 - \omega_p^2} > r_{i-1}$  の場合は次式により決められる。

$$\left. \begin{aligned} \omega' &= \omega_{p+1} \\ r' &= \frac{r_i \sqrt{1 - \omega_p^2}}{\sqrt{1 - \omega_{p+1}^2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots(6-9)$$

ii)  $-1 < \omega_p < 0$  の場合

$$\left. \begin{aligned} r' &= r_{i+1} \quad \text{とおけば} \\ \omega' &= \frac{-\sqrt{r_{i+1}^2 - r_i^2(1 - \omega_p^2)}}{r_{i+1}} \end{aligned} \right\} \dots\dots(6-10)$$

また (5-74) 式の各マトリックスの要素はそれぞれ以下のように書ける。

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{ij} &= \Phi(r_i, \omega_p, E_j), \\ Q_{ij} &= Q(r_i, \omega_p, E_j), \\ \Phi_{i-1, j} &= \Phi(r', \omega', E_j), \\ Q_{i-1, j} &= Q(r', \omega', E_j), \\ E_{ij} &= \exp \{-\Sigma_i'(r_i, E_j) R_{i+1}\}, \\ F_{ij} &= \frac{\Sigma_i'(r_{i-1}, E_j) R_i + E_{i-1, j-1}}{\Sigma_i'(r_{i-1}, E_j)^2 R_i}, \\ H_{ij} &= \frac{1 - \{1 + \Sigma_i'(r_i, E_j) R_{i+1}\} E_{ij}}{\Sigma_i'(r_i, E_j)^2 R_{i+1}}. \end{aligned} \right\} (6-11)$$

なお上式で未決定の量は  $\Phi(r', \omega', E_j)$  および  $Q(r', \omega', E_j)$  である。 $(r', \omega')$  の組み合わせは (6-8)~(6-10) 式で決まるが、 $r'$  あるいは  $\omega'$  が  $r$  および  $\omega$  についてのメッシュ点に一致しない場合が問題となる。その場合は、一致しない  $r'$  あるいは  $\omega'$  について補間公

式を適用して  $\Phi(r', \omega', E_j)$  および  $Q(r', \omega', E_j)$  を計算する。

### 6.3 無限円柱形状

円柱の軸を  $z$  軸で表わし中性子の進行方向  $\bar{\Omega}$  と  $z$  軸とのなす角を  $\theta$  (極角) とし、これに対し方位角を  $\phi$  で表わせば、 $R_0$  は次式で表わせる (Fig. 6.3)。

$$R_0 = \frac{R_{xy}}{\sin \theta} = \frac{r \cos \phi - r' \cos \phi'}{\sqrt{1 - \omega^2}} \quad \dots\dots(6-12)$$

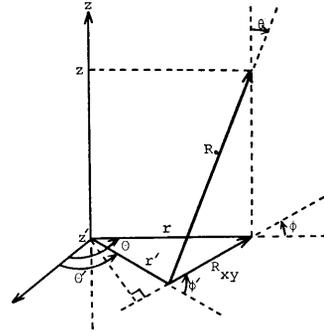


Fig. 6.3 Neutron flight path  $R_0$  in cylindrical geometry

したがって  $R_i$  は

$$R_i = \frac{r_i \cos \phi_{pq} - r' \cos \phi'}{\sqrt{1 - \omega_p^2}} \quad \dots\dots(6-13)$$

で表わされる。上式における  $r', \phi'$  は次のように決められる。

i)  $0 < \phi_{pq} < \frac{\pi}{2}$  の場合

$r_i \sin \phi_{pq} \leq r_{i-1}$  の成り立つ範囲では次式のようにである。

$$\left. \begin{aligned} r' &= r_{i-1}, \\ \phi' &= \sin^{-1} \left( \frac{r_i}{r_{i-1}} \sin \phi_{pq} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots(6-14)$$

一方、 $r_i \sin \phi_{pq} > r_{i-1}$  の場合には次式のようにである。

$$\left. \begin{aligned} \phi' &= \phi_{p, q+1} \\ r' &= \frac{r_i \sin \phi_{pq}}{\sin \phi_{p, q+1}} \end{aligned} \right\} \dots\dots(6-15)$$

ii)  $\frac{\pi}{2} < \phi_{pq} < \pi$  の場合

$$\left. \begin{aligned} r' &= r_{i+1}, \\ \phi' &= \pi - \sin^{-1} \left( \frac{r_i}{r_{i+1}} \sin \phi_{pq} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots(6-16)$$

また (5-74) 式の各マトリックスの要素はそれぞれ以下のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{ij} &= \Phi(r_i, \bar{\Omega}_{pq}(\omega_p, \phi_{pq}), E_j), \\ Q_{ij} &= Q'(r, \bar{\Omega}_{pq}(\omega_p, \phi_{pq}), E_j), \\ \Phi_{i-1,j} &= \Phi(r', \bar{\Omega}'(\omega_p, \phi'), E_j), \\ Q_{i-1,j} &= Q'(r', \bar{\Omega}'(\omega_p, \phi'), E_j), \\ E_{ij} &= \exp\{-\Sigma_i'(r_i, E_j)R_{i+1}\}, \\ F_{ij} &= \frac{\Sigma_i'(r_{i-1}, E_j)R_i + E_{i-1,j} - 1}{\Sigma_i'(r_{i-1}, E_j)^2 R_i}, \\ H_{ij} &= \frac{1 - \{1 + \Sigma_i'(r_i, E_j)R_{i+1}\} E_{ij}}{\Sigma_i'(r_i, E_j)^2 R_{i+1}}. \end{aligned} \right\} (6-17)$$

なお上式で未決定の量は  $\Phi'(r', \bar{\Omega}'(\omega_p, \phi'), E_i)$  および  $Q'(r', \bar{\Omega}'(\omega_p, \phi'), E_j)$  である。 $(r', \phi')$  の組は (6-14) ~ (6-16) 式から決められるが、問題は  $r'$  あるいは  $\phi'$  が  $r$  または  $\phi$  についてのメッシュ点に一致しない場合である。その場合は一致しない  $r'$  あるいは  $\phi'$  について補間公式を適用して  $\Phi$  および  $Q'$  を計算する。

#### 6.4 二次元 $(r, z)$ 円柱形状

空間座標  $(r, z)$  に対し  $z$  軸と中性子の進行方向  $\bar{\Omega}$  とのなす角を再び  $\theta$  (極角), 方位角を  $\phi$  とすれば,  $R_0$  は 6.3 と同様に次式で表わせる (Fig. 6.3).

$$R_0 = \frac{R_{XY}}{\sin \theta} = \frac{r \cos \phi - r' \cos \phi'}{\sqrt{1 - \omega_p^2}} \quad \dots(6-18)$$

さらに  $R_0$  を  $z$  軸に斜影して

$$R_0 = \frac{z - z'}{\cos \theta} = \frac{z - z'}{\omega} \quad \dots(6-19)$$

を得る。したがって  $R_i$  は次のように書き表わせる。

$$R_i = \left\{ \begin{array}{l} \frac{r_m \cos \phi_{pq} - r' \cos \phi'}{\sqrt{1 - \omega_p^2}} \\ \frac{z_n - z'}{\omega_p} \end{array} \right. \quad \dots(6-20)$$

(6-20) 式で  $r', z'$  および  $\phi'$  は以下のように決められる。

i)  $0 < \phi_{pq} < \frac{\pi}{2}$  の場合

$r_m \sin \phi_{pq} \leq r_{m-1}$  の成り立つ範囲では以下のように求まる。

$$\left. \begin{aligned} r' &= r_{m-1}, \\ \phi' &= \sin^{-1} \left( \frac{r_m}{r_{m-1}} \sin \phi_{pq} \right), \\ z' &= z_n - \frac{\omega_p}{\sqrt{1 - \omega_p^2}} (r_m \cos \phi_{pq} - r_{m-1} \cos \phi'). \end{aligned} \right\} \dots(6-21)$$

一方,  $r_m \sin \phi_{pq} > r_{m-1}$  となる場合には以下のように求まる。

$$\left. \begin{aligned} \phi' &= \phi_{p, q+1}, \\ r' &= \frac{r_i \sin \phi_{p, q}}{\sin \phi_{p, q+1}}, \end{aligned} \right\} (6-22)$$

(356)

$$z' = z_n - \frac{\omega_p}{\sqrt{1 - \omega_p^2}} (r_m \cos \phi_{pq} - r' \cos \phi').$$

ただし, (6-21), (6-22) の両式で計算された  $z'$  の値が次に示す範囲に入った場合, すなわち,

$$0 < \omega_p < 1 \text{ の } \omega_p \text{ に対し } z' < z_{n-1},$$

$$-1 < \omega_p < 0 \text{ の } \omega_p \text{ に対し } z' > z_{n+1},$$

の場合は (6-21) および (6-22) 式に代わり次式から求められる  $r', z', \phi'$  の値を採用する。

$$\left. \begin{aligned} z' &= z_{n \pm 1}, \\ r' &= \left\{ r_m^2 + \frac{1 - \omega_p^2}{\omega_p^2} (z_n - z_{n \pm 1})^2 \right. \\ &\quad \left. - 2r_m \cos \phi_{pq} \frac{\sqrt{1 - \omega_p^2}}{\omega_p} (z_n - z_{n \pm 1}) \right\}^{1/2}, \end{aligned} \right\} (6-23)$$

また  $\phi'$  については

$\frac{\sqrt{1 - \omega_p^2}}{\omega_p} (z_n - z_{n \pm 1}) < r_m \cos \phi_{pq}$  の場合には次のように求められる。

$$\phi' = \sin^{-1} \left( \frac{r_m}{r'} \sin \phi_{pq} \right), \quad \dots(6-24)$$

また  $\frac{\sqrt{1 - \omega_p^2}}{\omega_p} (z_n - z_{n \pm 1}) \geq r_m \cos \phi_{pq}$  の場合には

$$\phi' = \pi - \sin^{-1} \left( \frac{r_m}{r'} \sin \phi_{pq} \right). \quad \dots(6-25)$$

のように求められる。

ii)  $\frac{\pi}{2} < \phi_{pq} < \pi$  の場合

$$\left. \begin{aligned} r' &= r_{m+1}, \\ \phi' &= \pi - \sin^{-1} \left( \frac{r_m}{r_{m+1}} \sin \phi_{pq} \right), \\ z' &= z_n - \frac{\omega_p}{\sqrt{1 - \omega_p^2}} (r_m \cos \phi_{pq} - r_{m+1} \cos \phi'). \end{aligned} \right\} \dots(6-26)$$

ただし, (6-26) 式で求めた  $z'$  の値が次に示す範囲に入った場合, すなわち,

$$0 < \omega_p < 1 \text{ の } \omega_p \text{ に対し } z' < z_{n-1},$$

$$-1 < \omega_p < 0 \text{ の } \omega_p \text{ に対し } z' > z_{n+1}.$$

の場合は (6-26) 式に代わり次式から求められる  $r', z', \phi$  の値を採用する。

$$\left. \begin{aligned} z' &= z_{n \pm 1}, \\ r' &= \left\{ r_m^2 + \frac{1 - \omega_p^2}{\omega_p^2} (z_n - z_{n \pm 1})^2 \right. \\ &\quad \left. - 2r_m \cos \phi_{pq} \frac{\sqrt{1 - \omega_p^2}}{\omega_p} (z_n - z_{n \pm 1}) \right\}^{1/2}, \\ \phi' &= \pi - \sin^{-1} \left( \frac{r_m}{r'} \sin \phi_{pq} \right). \end{aligned} \right\} (6-27)$$

また (5-74) 式各マトリックスの要素はそれぞれ以下のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{ij} &= \Phi(r_m, z_n, \bar{\Omega}_{pq}(\omega_p, \phi_{pq}), E_j), \\ Q_{ij} &= Q'(r_m, z_n, \bar{\Omega}_{pq}(\omega_p, \phi_{pq}), E_j), \\ \Phi_{i-1,j} &= \Phi(r', z', \bar{\Omega}'(\omega_p, \phi'), E_j), \\ Q_{i-1,j} &= Q'(r', z', \bar{\Omega}'(\omega_p, \phi'), E_j), \\ E_{ij} &= \exp\{-\Sigma_i'(r_m, z_n, E_j)R_{i+1}\}, \\ F_{ij} &= \frac{\Sigma_i'(r', z', E_j)R_i + E_{i-1,j-1}}{\Sigma_i'(r', z', E_j)^2 R_i}, \\ H_{ij} &= \frac{1 - \{1 + \Sigma_i'(r_m, z_n, E_j)R_{i+1}\} E_{ij}}{\Sigma_i'(r_m, z_n, E_j)^2 R_{i+1}}. \end{aligned} \right\} (6-28)$$

上式における  $\Phi(r', z', \bar{\Omega}'(\omega_p, \phi'), E_j)$  および  $Q'(r', z', \bar{\Omega}'(\omega_p, \phi'), E_j)$  は (6-21) ~ (6-27) 式から  $(r', z')$  のどちらかが  $r$  あるいは  $z$  のメッシュで表わされるから、 $(r', z')$  のうちメッシュ点に一致しない方と  $\phi'$  に関して、すなわち  $(r', \phi')$  の組か  $(z', \phi')$  の組について二重補間公式を使用して求める。

### 6.5 三次元 $(x, y, z)$ 座標形状

$(x, y, z)$  直角座標において  $z$  軸と中性子の進行方向  $\bar{\Omega}$  とのなす角を  $\theta$ ,  $\bar{\Omega}$  の  $(x, y)$  平面への斜影  $\bar{\Omega}_{xy}$  と  $x$  軸とのなす角を  $\phi$  とすれば、 $R_0$  は次のように求められる (Fig. 6.4)。

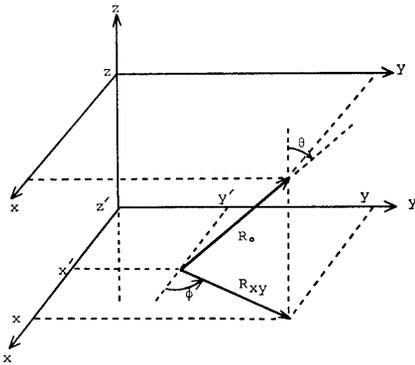


Fig. 6.4 Neutron flight path  $R_0$  in rectangular geometry

$$R_0 = \frac{R_{xy}}{\sin \theta} = \frac{x - x'}{\cos \phi \sin \theta}, \left. \begin{aligned} & \\ & = \frac{y - y'}{\sin \phi \sin \theta}. \end{aligned} \right\} \dots\dots(6-29)$$

さらに

$$R_0 = \frac{z - z'}{\cos \theta} \quad \dots\dots(6-30)$$

したがって  $R_i$  は次のように書き表わせる。

$$R_i = \left\{ \begin{aligned} & \frac{x_i - x'}{\cos \phi_{pq} \sqrt{1 - \omega_p^2}}, \\ & \frac{y_m - y'}{\sin \phi_{pq} \sqrt{1 - \omega_p^2}}, \\ & \frac{z_n - z'}{\omega_p}. \end{aligned} \right\} \dots\dots(6-31)$$

(6-31) 式における  $x', y', z'$  は次のように求められる。いま  $(x, y, z)$  に対するメッシュを  $(x_i, y_m, z_n)$  で表わす。

i)  $z' = z_{n+1}$  で、かつ  $x_{i-1} \leq x' \leq x_{i+1}$ ,  $y_{m-1} \leq y' \leq y_{m+1}$  の場合には  $x'$  および  $y'$  は以下のように決められる。

$$\left. \begin{aligned} x' &= x_i - (z_n - z_{n+1}) \frac{\cos \phi_{pq} \sqrt{1 - \omega_p^2}}{\omega_p}, \\ y' &= y_m - (z_n - z_{n+1}) \frac{\sin \phi_{pq} \sqrt{1 - \omega_p^2}}{\omega_p}. \end{aligned} \right\} (6-32)$$

ii)  $x' = x_{i+1}$  で、かつ  $y_{m-1} \leq y' \leq y_{m+1}$ ,  $z_{n-1} \leq z' \leq z_{n+1}$  の場合には  $y'$  および  $z'$  は以下のように決められる。

$$\left. \begin{aligned} y' &= y_m - (x_i - x_{i+1}) \tan \phi_{pq}, \\ z' &= z_n - (x_i - x_{i+1}) \frac{\omega_p}{\cos \phi_{pq} \sqrt{1 - \omega_p^2}}. \end{aligned} \right\} (6-33)$$

iii)  $y' = y_{m+1}$  で、かつ  $z_{n-1} \leq z' \leq z_{n+1}$ ,  $x_{i-1} \leq x' \leq x_{i+1}$  の場合には  $x'$  および  $z'$  は以下のように決められる。

$$\left. \begin{aligned} x' &= x_i - (y_m - y_{m+1}) \cot \phi_{pq}, \\ z' &= z_n - (y_m - y_{m+1}) \frac{\omega_p}{\sin \phi_{pq} \sqrt{1 - \omega_p^2}}. \end{aligned} \right\} (6-34)$$

また (5-74) 式各マトリックスの要素はそれぞれ以下のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{ij} &= \Phi(x_i, y_m, z_n, \bar{\Omega}_{pq}(\omega_p, \phi_{pq}), E_j), \\ Q_{ij} &= Q'(x_i, y_m, z_n, \bar{\Omega}_{pq}(\omega_p, \phi_{pq}), E_j), \\ \Phi_{i-1,j} &= \Phi(x', y', z', \bar{\Omega}'(\omega_p, \phi_{pq}), E_j), \\ Q_{i-1,j} &= Q'(x', y', z', \bar{\Omega}'(\omega_p, \phi_{pq}), E_j), \\ E_{ij} &= \exp\{-\Sigma_i'(x_i, y_m, z_n, E_j)R_{i+1}\}, \\ F_{ij} &= \frac{\Sigma_i'(x', y', z', E_j)R_i + E_{i-1,j-1}}{\Sigma_i'(x', y', z', E_j)^2 R_i}, \\ H_{ij} &= \frac{1 - \{1 + \Sigma_i'(x_i, y_m, z_n, E_j)R_{i+1}\} E_{ij}}{\Sigma_i'(x_i, y_m, z_n, E_j)^2 R_{i+1}}. \end{aligned} \right\} \dots\dots(6-35)$$

上式における  $\Phi(x', y', z', \bar{\Omega}'(\omega_p, \phi_{pq}), E_j)$  および  $Q'(x', y', z', \bar{\Omega}'(\omega_p, \phi_{pq}), E_j)$  は (6-32) ~ (6-34) から  $(x', y', z')$  のうち1つはメッシュ点に一致するから、他の2つの変数について二重補間公式を使用して求める。

以上 6.1 から 6.5 節までに記述した簡単な書き換えにより、前章で導出した最終式 (5-74) 式は一次元平板、球対称、無限円柱形状、さらに二次元円柱形状および三次元直角座標形状等に対する中性子透過計算を遂行するために適用できることが明らかとなった。

現在本解法にもとづく中性子透過計算用コードとして PALLAS コードが IBM 360-75 計算機に対して作製されている。PALLAS コードは一次元平板および球対称形状<sup>61)</sup>、さらに二次円柱形状<sup>60)</sup>に対する中性子透過計算用コードである。計算の対象となる線源の条件としては一次元平板形状については内側境界条件として線源を与える平面 (Plane) 線源、また有限厚さの平板体積線源 (Slab Source) がある。一方球対称形状については球体積線源および最も内側の半径メッシュに内側境界条件を与える球殻線源がある。さらに二次元円柱形状については円柱体積線源がある。二次元円柱形状についてはこの他にディスク線源が取り扱いは得るのであるが、現時点では PALLAS コードはディスク線源を計算する計算ルーチンは作られていない。もしその必要があれば極わめて容易に付け加えることが可能である。

次章および第 8 章で本解法を中性子透過計算に適用した場合の計算精度を解析解や信頼できる実験結果との比較の形で検討を加えるが、それらの計算結果は PALLAS コードで計算したものである。なお PALLAS 計算コードの前身に MENE 計算コードが作られている。MENE コードは 2 種類の形状に対する中性子透過計算用コードであり、その 1 は MENE-1<sup>62)</sup> で一次元平板形状用であり、この計算コードで計算した例が第 9 章における鉄-水、水-鉄、水-鉄-水の多重層透過速中性子スペクトルである。この MENE コードは NEAC 2206 計算機に対して Fortran II で書かれている。一方、もう一つの計算コードは二次元円柱形状用の MENE-2 であり、IBM 360-67 計算機に対して Fortran IV で書かれている。この MENE-2 コード<sup>63)</sup> による計算結果例は本論文には掲載していない。この理由は本コードを作製した時点での計算機システムの大きさの制限により実際の問題の計算を行なうのに十分なメッシュ点が取れなかったことと、本来の目的が中性子の散乱現象を正確に取り扱う二次元形状輸送コードの試験的作製にあったことによる。したがって、PALLAS コードは上述の MENE コードにより中性子透過問題を取り扱う際の問題点を明らかにし、さらにその問題点を処理する技法を見出した上

で作製された計算コードである。

## 第 7 章 非散乱線の計算結果と解析解との比較

### 7.1 平板体積線源

簡単のため線源の強さを一定の強度  $S_V(x)=c$  とする。その場合の平板体積線源の内では解析解<sup>64)</sup>は

$$\Phi(x) = \frac{S_V}{2\Sigma_1} \{2 - E_2(\Sigma_1 x) - E_2(\Sigma_1(d-x))\} \quad (7-1)$$

で与えられる。上式で  $x$  は平板の一方の端からの距離であり、 $d$  は線源の厚さ、 $\Sigma_1$  は線源内の吸収断面積 ( $\text{cm}^{-1}$ ) であり、 $E_2(t)$  は  $E_2$  関数である。一方遮蔽体内における解析解<sup>64)</sup>は次式で与えられる。

$$\Phi(x) = \frac{S_V}{2\Sigma_1} \{E_2(\Sigma_2 t) - E_2(\Sigma_1 d + \Sigma_2 t)\} \quad (7-2)$$

上式で  $t$  は遮蔽体内距離で

$$t = x - d$$

である。また  $\Sigma_2$  は遮蔽体における吸収断面積 ( $\text{cm}^{-1}$ )

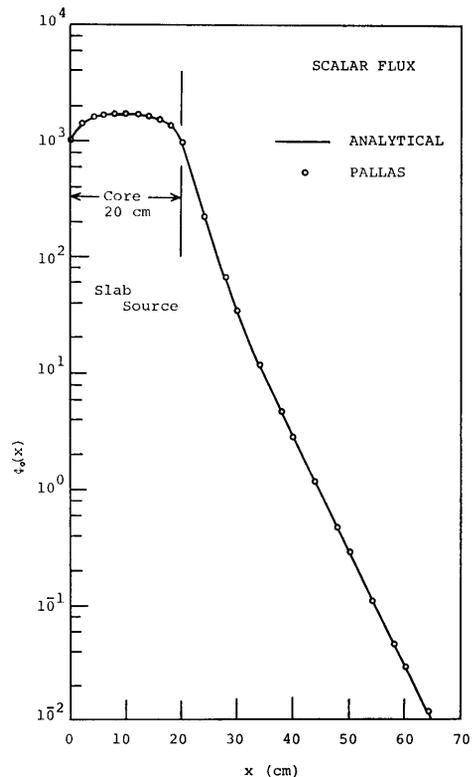


Fig. 7.1 Comparison between PALLAS and analytical calculated attenuation of unscattered flux from slab source of 20 cm thickness

**Table 2** Comparison between PALLAS-calculated and analytical unscattered angular fluxes in plane geometry

Thickness	3 mfp	6 mfp	9 mfp	12 mfp	18 mfp	30 mfp
$\omega$						
$\omega=0.9894$ Analytical	$4.831 \times 10^{-2}$	$2.325 \times 10^{-3}$	$1.121 \times 10^{-4}$	$5.402 \times 10^{-6}$	$1.256 \times 10^{-8}$	$6.784 \times 10^{-14}$
PALLAS	4.823	2.325	1.121	5.404	1.256	6.736
0.9446 Analytical	$4.175 \times 10^{-2}$	$1.743 \times 10^{-3}$	$7.279 \times 10^{-5}$	$3.039 \times 10^{-6}$	$5.298 \times 10^{-9}$	$1.610 \times 10^{-14}$
PALLAS	4.175	1.743	7.281	3.039	5.297	1.610
0.8656 Analytical	$3.124 \times 10^{-2}$	$9.765 \times 10^{-4}$	$3.052 \times 10^{-5}$	$9.534 \times 10^{-7}$	$9.317 \times 10^{-10}$	$8.885 \times 10^{-16}$
PALLAS	3.124	9.765	3.051	9.536	9.314	8.884
0.7554 Analytical	$1.886 \times 10^{-2}$	$3.551 \times 10^{-4}$	$6.695 \times 10^{-6}$	$1.261 \times 10^{-7}$	$4.484 \times 10^{-11}$	$5.655 \times 10^{-18}$
PALLAS	1.885	3.553	6.696	1.262	4.482	5.655
0.6179 Analytical	$7.789 \times 10^{-3}$	$6.062 \times 10^{-5}$	$4.722 \times 10^{-7}$	$3.677 \times 10^{-9}$	$2.229 \times 10^{-13}$	$8.199 \times 10^{-22}$
PALLAS	7.785	6.063	4.721	3.676	2.229	8.194
0.4580 Analytical	$1.430 \times 10^{-3}$	$2.045 \times 10^{-6}$	$2.922 \times 10^{-9}$	$4.122 \times 10^{-12}$	$8.555 \times 10^{-18}$	$3.572 \times 10^{-29}$
PALLAS	1.430	2.045	2.925	4.183	8.552	3.580
0.2816 Analytical	$2.361 \times 10^{-5}$	$5.578 \times 10^{-10}$	$1.318 \times 10^{-14}$	$3.112 \times 10^{-19}$	$1.737 \times 10^{-28}$	
PALLAS	2.361	5.578	1.317	3.112	1.737	
0.0950 Analytical	$1.929 \times 10^{-14}$	$3.723 \times 10^{-28}$	$7.182 \times 10^{-42}$			
PALLAS	1.936	3.748	7.255			

である。

PALLAS コードによる計算結果は解析解と比較の形で Fig. 7.1 に図示してある。この計算例におけるパラメタは  $S_V=2.0 \text{ n/cm}^3$ ,  $\Sigma_1=0.1 \text{ cm}^{-1}$ ,  $\Sigma_2=0.2 \text{ cm}^{-1}$ ,  $d=20 \text{ cm}$  である。計算結果はほとんど誤差なく解析解と一致した。

次いで平板線源に対する非散乱線の角度分布について PALLAS 計算の精度を調べるため上述の問題を角度分点 16 で計算した。解析解の計算を簡単に行なうため線源表面で中性子の角度分布は 1 とした。すなわち  $\Phi(x, \omega)=1.0$  である。PALLAS 計算値は解析解との比較の形で Table 2 に示されている。Table 2 からわかるように計算値は解析解とほとんど誤差なく一致した。なお、最大誤差は  $\omega=0.0950$  の角度分点で 9 mfp の距離点で 1% であるが、絶対値が  $10^{-42}$  と小さいのでスカラー束に対する影響は全くない。

## 7.2 球体積線源

球体積線源の半径を  $R$  とし簡単のため再び線源強

度を一定  $S_V=c$  とする。この場合の線源内のスカラー束の解析解<sup>64)</sup>は次式で与えられる。

$$\Phi(r) = \frac{S_V}{\Sigma_1} \left[ 1 - \frac{e^{-b_4}}{2} - \frac{e^{-b_5}}{2} - \frac{1}{4\Sigma_1 r} \{ e^{-b_4}(1+b_4) - e^{-b_5}(1+b_5) \} + \frac{b_4 b_5}{4\Sigma_1 r} \{ E_2(b_4) - E_2(b_5) \} \right] \quad \dots\dots(7-3)$$

上式で  $\Sigma_1$  は線源内における全断面積 ( $\text{cm}^{-1}$ ) であり、また  $b_4 \equiv \Sigma_1(R-r)$ ,  $b_5 \equiv \Sigma_1(R+r)$  である。一方、遮蔽体内におけるスカラー束の解析解<sup>65)</sup>は次式で与えられる。

$$\Phi(r) = \frac{S_V}{2\Sigma_1} S_2(t/R, \Sigma_2 t) (1 - e^{-m_s \Sigma_1 R}) \times \{ E_2(\Sigma_2 t) - \cos \phi_0 E_2(\Sigma_2 t \sec \phi_0) \} \quad \dots\dots(7-4)$$

上式で  $t=r-R$  であり、 $\Sigma_2$  は遮蔽体内における吸収断面積 ( $\text{cm}^{-1}$ ) である。関数  $S_2(t/R, \Sigma_2 t)$  は文献 (65) の Fig. 4 に求められている。また  $m_s$  および  $\phi_0$  も

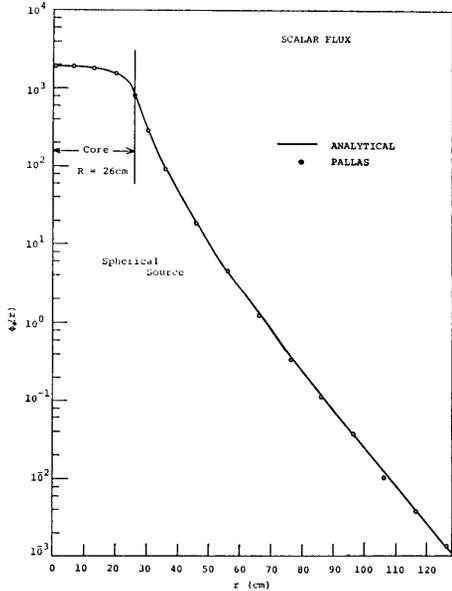


Fig. 7.2 Comparison between PALLAS and analytical calculated attenuation of unscattered flux from spherical source

文献 (65) に定義され求められている。

PALLAS 計算結果と解析解との比較は Fig. 7.2 に図示してある。この場合のパラメタは線源の半径  $R = 26$  cm であり、 $S_V = 200$  n/cm<sup>3</sup>,  $\Sigma_1 = \Sigma_2 = 0.0923$  cm<sup>-1</sup> である。PALLAS 計算値は Fig. 7.2 で 105 cm の距離で解析解に対し 12% 程小さな値を示したが、他は良い一致を示している。球形状の場合、線源の半径が 26 cm 程度の大きさの時には非散乱線の角度分布は遮蔽体内で直ちに鋭い前方ピークにはならないので比較的精度の良い計算結果が得られる。これに対し線源の半径が小さい場合には、非散乱線は遮蔽体に入ると直ちに鋭い前方ピークの角度分布になるので、この種の計算を精度良く行なうのはむずかしい。そこで次に線源の半径が 5 cm と小さい場合の非散乱線の角度分布およびスカラー束を PALLAS コードで計算し解析解と比較した。この計算に使用した線源の強さは半径方向については一定の  $S_V = 4\pi$  n/cm<sup>3</sup> とし、線源の吸収断面積を 0.1 cm<sup>-1</sup>, 遮蔽体の吸収断面積を 0.2 cm<sup>-1</sup> とした。非散乱線の角度分布についての解析解は次の式から求まる。

$r = R$  (線源表面上)

$$\Phi(r=R, \omega) = \frac{S_V}{4\pi} \int_0^{2R\omega} e^{-\Sigma_1 t} dt$$

(360)

$$= \frac{S_V}{4\pi\Sigma_1} \{1 - \exp(-2\Sigma_1 R\omega)\} \quad (7-5)$$

$r > R$

$$\Phi(r, \omega) = \frac{S_V}{4\pi\Sigma_1} e^{-\Sigma_2 l_2} \{1 - \exp(-\Sigma_1 l_1)\} \quad (7-6)$$

(7.6) 式で

$$l_1 = 2R\sqrt{1 - \left(1 + \frac{t}{R}\right)^2 (1 - \omega^2)}$$

$$l_2 = R \left\{ \left(1 + \frac{t}{R}\right)\omega - \sqrt{1 - \left(1 + \frac{t}{R}\right)^2 (1 - \omega^2)} \right\}$$

また  $t$  は  $t = r - R$  から求められる。なお  $\Sigma_1$  および  $\Sigma_2$  はそれぞれ線源内および遮蔽体内における吸収断面積 (cm<sup>-1</sup>) である。

Fig. 7.3 に距離が線源表面上  $r = R$  および線源半径の 3 倍 (15 cm), 7 倍 (35 cm) の距離における角度分布の PALLAS 計算値と解析解との比較を図示する。図の横軸は角度の余弦  $\omega$  を表す。PALLAS 計算値は 2 通り図示されており、一つは角度分点をガウス求積法の 20 点の積分点に一致させた場合であり、他は

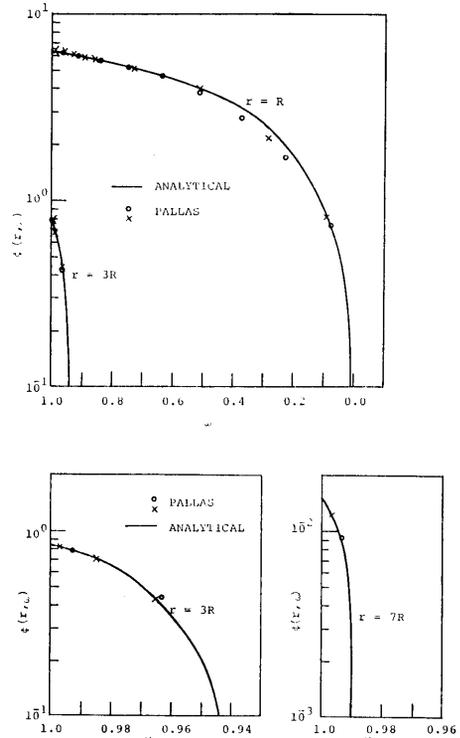


Fig. 7.3 Comparison between PALLAS and analytical angular distributions of unscattered flux from spherical source of 5 cm radius

前方方向を密に 90 度方向を粗に選んだ角度分点で全分点数はやはり 20 の場合である。非散乱線の角度分布は  $r=15\text{ cm}$  の距離で鋭い前方ピークを示すようになる。さらに離れると鋭い前方ピークはますます極端になり、距離が  $r=7R$  (35 cm) の距離では計算における前方方向の第 1 角度分点のみが値を持ち他の角度分点では全て零となる角度分布を示す。Fig. 7.3 からわかるように PALLAS 計算値はいずれの場合でも解析解と極めて良い一致を示した。

最後にこの問題に対する非散乱線のスカラー束の減衰を Fig. 7.4 に示す。PALLAS 計算値は点線で解析解は実線で図示してある。同図における横軸は  $r$  軸で、0 mfp は 5 cm 半径の線源表面の位置を示す。PALLAS 計算値は解析解に対し 7 mfp 以上では 10

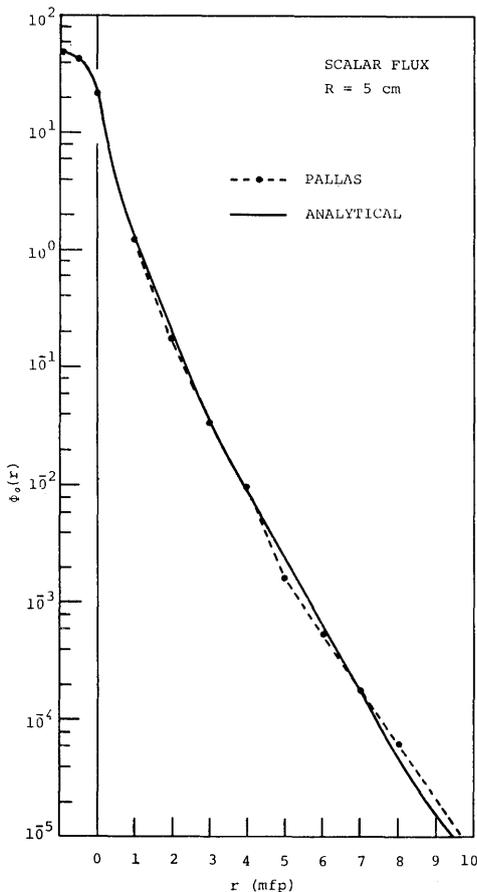


Fig. 7.4 Comparison between PALLAS- and analytical calculated attenuation of unscattered flux from spherical source of 5 cm radius

~20% 程度大きな値を示すが、5 桁以上の減衰に対するこの程度の差であれば良く一致しているといえる。

### 7.3 二次元円柱形状線源

ここでも簡単のために有限円柱線源内における線源の強さは一定  $S_V=c$  とする。まず円柱線源内における非散乱線の分布を計算し解析解と比較する。解析解は厳密には求まらない。したがって次に示す上限および下限の式<sup>(64)</sup>で代用する。すなわち、

上限;

$$\phi = \frac{S_V}{4\Sigma_1} \{G(\Sigma_1 h_1; b_5) + G(\Sigma_1 h_2; b_5) + G(\Sigma_1 h_1; b_6) + G(\Sigma_1 h_2; b_6)\} \quad (7-7)$$

下限;

$$\phi = \frac{S_V}{4\Sigma_1} \{G(\Sigma_1 h_1; b_4) + G(\Sigma_1 h_2; b_4)\} \quad (7-8)$$

ここで  $h$  は円柱の高さであり  $h=h_1+h_2$  の関係がある。また

$b_4 \equiv \Sigma_1(R_0-d)$ ,  $b_5 \equiv \Sigma_1(R_0+d)$ ,  $b_6 \equiv \Sigma_1 \sqrt{R_0^2-d^2}$  であり、 $R_0$  は円柱線源の半径で  $d$  は線源内の半径方向の位置を表わす。なお  $\Sigma_1$  は線源の吸収断面積 ( $\text{cm}^{-1}$ ) である。

PALLAS 計算における各パラメタの値は  $R_0=12\text{ cm}$   $h=24\text{ cm}$  で  $\Sigma_1=0.0923\text{ cm}^{-1}$  とした。Fig. 7.5 に幾つかの場合の PALLAS 計算値と解析解の上限および下限との比較を示す。同図で横軸を  $z$  軸にとった上から 3 つの場合は、円柱の中心を原点とし  $z$  方向距離はこの原点から測った距離である。最上段の図は  $r=9\text{ cm}$  および  $r=12\text{ cm}$  (円柱線源の表面) における非散乱線の  $z$  方向の分布であり、線源表面位置では解析解の下限は (7.8) 式で零となり求められない。一方、最下段の図は円柱の上部表面上で  $r$  軸に沿っての非散乱線の分布を示す。Fig. 7.5 からわかるように、いずれの場合にも計算値は解析解の上限と下限の間にその値をもっているため、円柱線源内では PALLAS 計算は正確に非散乱線を計算しているといえる。

次に遮蔽体内における非散乱線の減衰を計算し解析解と比較する。解析解は文献 (65) の近似解を使用して求めた。すなわち、

$$\begin{aligned} \Phi_0(r) = & \frac{S_V \phi_0}{2\pi \Sigma_1} L_2(t/R_0, \Sigma_2 t) \\ & \times \{G(\theta_0, \Sigma_2 t) - G(\theta_0, \Sigma_2 t + m_0 \Sigma_1 R_0)\} \\ & \dots\dots(7-9) \end{aligned}$$

上式で  $R_0$  は円柱線源の半径、 $t=r-R_0$ ,  $\Sigma_1$  および  $\Sigma_2$

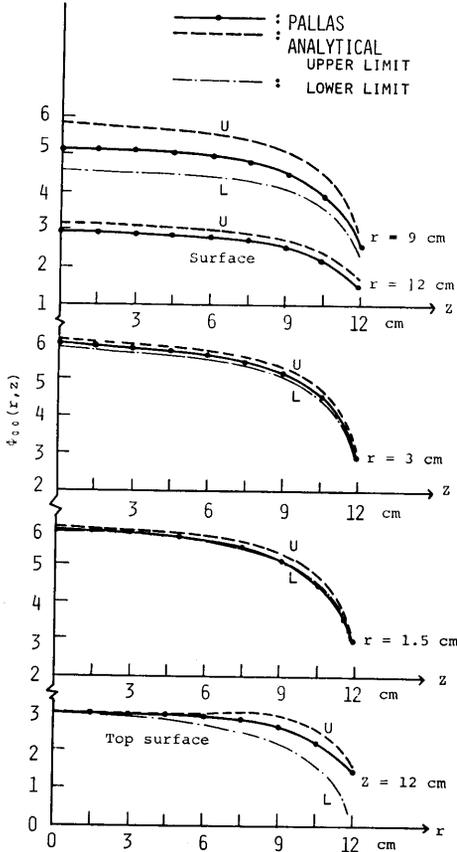


Fig. 7.5 Comparison between PALLAS- and analytical calculated unscattered flux within cylindrical source of 12cm radius x 24 cm length

は線源内および遮蔽体内における吸収断面積 (cm<sup>-1</sup>) である。また  $\Phi_0 = \sin^{-1}\left(\frac{R_0}{r}\right)$ ,  $m_c = \left\{ \left(\frac{t}{R_0}\right)^2 + \frac{\pi}{\Phi_0} \right\}^{1/2} - \left(\frac{t}{R_0}\right)$  である。  $L_2(t/R_0, \Sigma_2 t)$  関数は文献 (65) の Fig. 6 に与えられている。また  $G(\theta_0, \Sigma_2 t)$  関数は文献 (66) の Fig. 4 に求められている。

Fig. 7.6 の計算例で、まず上図の場合は 20 cm 半径 x 36 cm 高さの円柱線源で、線源内および遮蔽体内における吸収断面積はともに 0.0923 cm<sup>-1</sup> である。図示されている計算結果は円柱線源の中心および円柱線源の上部表面における  $r$  方向計算例である。PALLAS 計算値は解析解の近似解に対し、図示されている範囲では ±10% 程度の差で良く一致している。

一方 Fig. 7.6 の下図の場合は 20 cm 半径 x 52 cm 高さの円柱線源で線源内および遮蔽体内における吸収断面積は上図と同じ 0.0923 cm<sup>-1</sup> である。図示されて

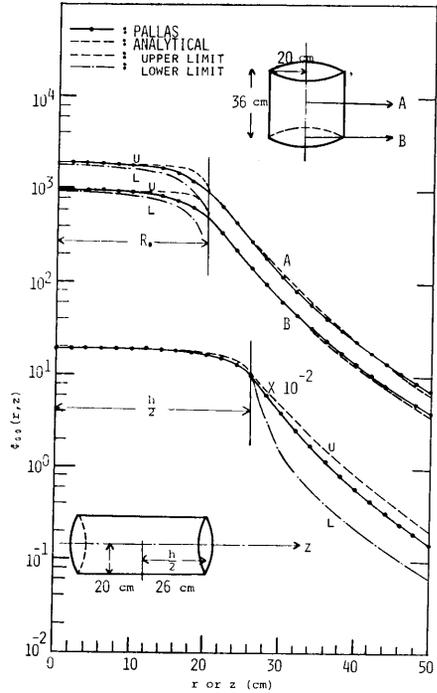


Fig. 7.6 Comparison between PALLAS- and analytical calculated attenuations of unscattered flux from cylindrical sources

いる計算結果は  $z$  方向に対する減衰計算例である。なお線源内での  $z$  軸上の解析解は (7-7) 式で求められる。また  $z$  軸の線源外における解析解は厳密には求まらないので、再び上限および下限を求める近似式<sup>64)</sup>を使用する。すなわち、

上限

$$\Phi_0(z) = \frac{S_V}{2\Sigma_1} \left[ E_2(b_1) - E_2(b_3) + \frac{E_2(b_3 \sec \theta_1)}{\sec \theta_1} - \frac{E_2(b_1 \sec \theta_1)}{\sec \theta_1} \right] \quad \dots(7-10)$$

下限

$$\Phi_0(z) = \frac{S_V}{2\Sigma_1} \left[ E_2(b_1) - E_2(b_3) + \frac{E_2(b_3 \sec \theta_2)}{\sec \theta_2} - \frac{E_2(b_1 \sec \theta_2)}{\sec \theta_2} \right] \quad \dots(7-11)$$

上式で  $\Sigma_1$  は円柱線源内における吸収断面積 (cm<sup>-1</sup>) であり、 $S_V$  は線源強度、 $b_1$  および  $b_3$  はそれぞれ

$$b_1 = \Sigma_2(z - h/2), \\ b_3 = b_1 + \Sigma_1 h$$

である。なお  $\Sigma_2$  は遮蔽体における吸収断面積 (cm<sup>-1</sup>) である。また  $\theta_1$  および  $\theta_2$  はそれぞれ

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left( \frac{R_0}{z - \frac{h}{2}} \right),$$

$$\theta_2 = \tan^{-1} \left( \frac{R_0}{z + \frac{h}{2}} \right)$$

である。さらに  $E_2(x)$  は  $E_2$  関数である。

PALLAS 計算では  $r=0$  の  $z$  軸上の値は求められないので、 $r=0$  に最も近い  $r$ -メッシュ (1.0 cm) 上の計算値を  $z$  軸上の値として使用した。Fig. 7.6 の下図からわかるよう計算値は円柱線源内で解析解と良い一致を示し、また遮蔽体中では解析解の近似式である上限と下限の間に値があるので正確に計算されているといえよう。

以上の非散乱線の計算と解析解との比較の結果、本計算法は一次元平板および球形状、さらに二次元円柱形状の諸形状線源に対し、非散乱線の計算を線源内および遮蔽体内の両面において正確に行なうことが確かめられた。

## 第 8 章 実験および他の計算方法による結果と本解法にもとづく計算結果との比較

本解法にもとづく計算の精度を調べるために、物質透過の中性の実験結果および他の計算方法による計算結果との比較を試みる。比較計算問題として望ましいのは、透過中性子のエネルギースペクトルおよび角度分布が絶対値で求められていることである。しかし、実験によりこれらの量を絶対値で測定することは極めて困難なことであり、大部分測定値が相対値で求められている。以下に採用した比較問題の BSR-1 原子炉および FNR 原子炉における水中透過中性子角度スペクトル、また線型加速器使用による飛行時間測定法で測定したグラフィット透過中性子の角度スペクトルは、ともに絶対値で測定値を求めた数少ない例である。

まず第一に BSR-1 および FNR 炉における水中透過中性子問題に対する比較計算を試みた。BSR-1 炉はオークリッジ研究所に設置されているスイミングプール型原子炉であり<sup>67)</sup>、また FNR<sup>68)</sup>炉はミシガン大学に設置されているスイミングプール型原子炉で BSR-1 炉と同型である。したがって計算は文献 (67) における BSR-1 の線源条件で行ない、比較は出力 1 W に計算結果も測定値も規格化して行なった。

比較計算は一次元球対称形状および二次元円柱形状の両形状で行なった。一次元球形状における中性子線源の大きさおよび強度は文献 (67) において NIOBE および Sn 計算コードの DTK の計算に使用したのと全く同じにした。すなわち、線源の半径を 26 cm とし、半径方向の線源の強さは文献 (67) の場合に一致させて出力を 1 W に規格した (Fig. 8.1)。また線源の

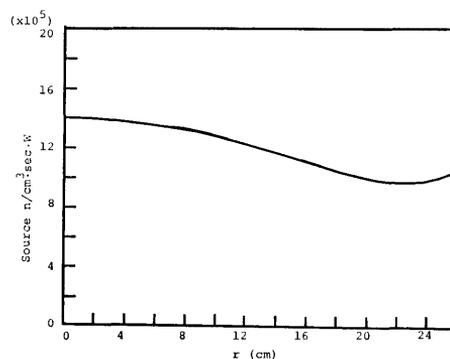


Fig. 8.1 Neutron source density<sup>67)</sup> for spherical reactor configuration used in the PALLAS calculation

エネルギースペクトルは核分裂スペクトルとし次式<sup>69)</sup>に示すワットの公式から求めた。すなわち

$$N(E) = \sqrt{2/\pi e} \cdot \sinh \sqrt{2E} \cdot e^{-E} \dots (8-1)$$

であり、上式で  $E$  は中性子のエネルギー (MeV) である。

線源内の各元素の原子密度は文献 (67) の BSR-1 の炉心 (FNR の炉心も同じ構成) の場合と同様に、水、アルミニウム、ウランがそれぞれ 0.0323, 0.0415, 0.00017 モル/cm<sup>3</sup> とした。

一方、二次元円柱形状における線源の大きさは、 $r \times z$  が 20.4 cm  $\times$  52.0 cm の円柱形とし、また線源の強さは  $r$  方向については一定の値の 1.0 と置く。これに対し、 $z$  方向は炉心の中心点で  $z$  軸に垂直な面に対し対称と仮定して計算を行なうので、52 cm の半分の 26 cm について球形状炉心の半径方向の線源の強さと一致させる。これで全線源体積につき 1 W の出力に規格化できる。なお線源内の各元素の原子密度は球炉心の場合と同じである。

一次元球形状に対する水層は 26 cm の炉心半径の外側に 74 cm 厚の水層を設けた。計算は角度分点数が 16, レサジ間隔が 0.1,  $r$  方向メッシュ間隔が 2 cm で行なった。一方、二次元円柱形状における計算は、炉心の外側に  $r$  方向につき 20.4 cm 厚、また  $z$  方向

については 64 cm 厚の水層を設けて、角度分点数が半球面上で 24 分点、レサジ間隔が 0.2、また空間メッシュ間隔が 2 cm で行なった。

両計算による水中透過中性子の角度スペクトルは測定値との比較の形で Figs. 8.2, 8.3, 8.4 に示してある。Fig. 8.2 に図示してある角度スペクトルは 0 度方

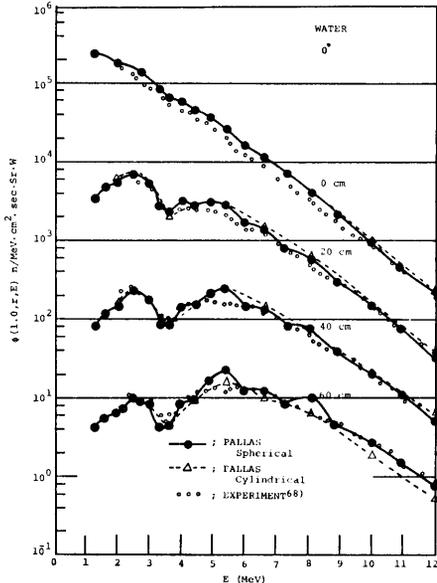


Fig. 8.2 Comparison between PALLAS-calculated and experimental neutron angular spectra in FNR<sup>68)</sup> water shield at 0°

向の中性子スペクトルで、測定値<sup>68)</sup>は FNR 炉における実験結果である。図中で 0 cm と記してあるのは炉心表面の位置を示す。したがって他の距離は炉心表面から測った時の値である。なお円柱形状の計算値は全て z 軸上の距離に対する値である。Fig. 8.2 で両計算値とも測定値と良い一致を示している。しかし 8 MeV および 5.5 MeV 近傍で一次元球形状における計算値は測定値に対し大きな値を示している。これは酸素の全断面積が 8.1 MeV および 5.43 MeV で鋭い谷を有しており、計算におけるエネルギーメッシュ点がこの谷のエネルギー点に一致したためと思われる。二次元計算で上述のエネルギーに対し 60 cm の距離で顕著な山を示さないのは、Fig. 8.7 を参照すればわかるように 5.43 MeV の 60 cm の距離で中性子角度分布は鋭い前方ピークを示す。この角度分布に対し一次元球形状の 0 度方向の値としては  $\omega=0.989$  に対する値を採用した。一方、二次元形状では  $\omega=0.950$  に対する値を採

(364)

用したので一次元形状の値より低い値になったわけである。なお BSR-1 炉における 0 度方向の測定中性子角度スペクトル<sup>67)</sup>は、3.5 MeV 近傍の大きな谷および 5~6 MeV の広い山が明らかに 0.5 MeV 程度高いエネルギーの方へずれているので、本計算結果との比較には使用しなかった。

次に 40 度方向に対する角度スペクトルの計算結果と BSR-1 における測定値<sup>67)</sup>との比較を Fig. 8.3 に

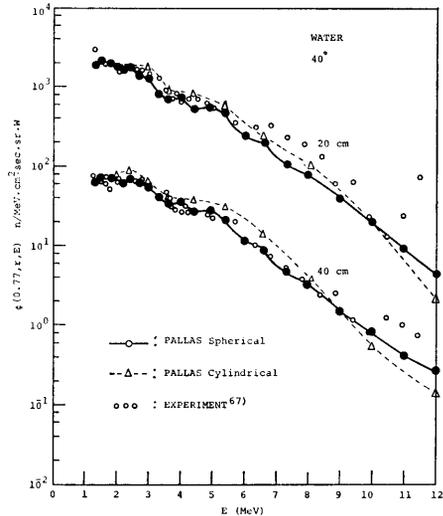


Fig. 8.3 Comparison between PALLAS-calculated and experimental<sup>67)</sup> neutron angular spectra in the BSR-1 water shield at 40°

示す。20 cm の距離で高エネルギー領域では測定値は計算値より 2 倍程度大きな値を示している。また、一次元および二次元形状における計算スペクトルはあまり顕著ではないが幾分二次元円柱形状における計算値の方が一次元球形状における計算値より大きい値を示している。

また、52 度方向に対する角度スペクトルの計算結果と BSR-1 における測定値<sup>67)</sup>との比較を Fig. 8.4 に示す。20 cm の距離で測定値は計算値よりも全エネルギー領域にわたって 30% から最大で 4 倍程度の大きな値を示す。一方 40 cm の距離では 6 MeV 以下で、両計算値とも測定値と極わめて良い一致を示すが、高エネルギー領域では測定値が最大で 3 倍程度の大きな値を示している。測定値が 40 度および 52 度方向で計算値よりも大きな値を示す傾向は、文献 (67) におけ

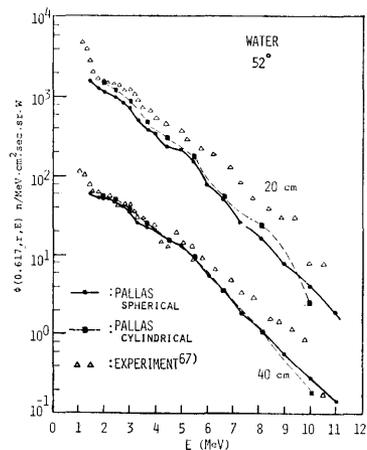


Fig. 8.4 Comparison of PALLAS-calculated with experimental<sup>67)</sup> neutron angular spectra in the BSR-1 water shield at 52°

る NIOBE および DTK による計算値に対する測定値も全く同じ傾向を示している。文献 (67) ではこの差の原因は実際の炉心の幾何学形状が直方体であり、そのために直方体の角からの非散乱線および小角度散乱線の寄与により測定は計算値より大きな値を示すと推論している。しかしそのことだけが原因の全てであるかどうかは明らかでない。

次に Fig. 8.5 に水中透過中性子のエネルギースペクトルを示す。これは計算値のみであり、計算は NIOBE<sup>67)</sup> および一次元球形状の PALLAS による。エネルギースペクトルは全体的に各透過距離で極めて良い一致を示している。細かい点での両計算値の差の原因は計算に使用した酸素の全断面積にあるのかどうかは明かではない。なお PALLAS 計算に使用した断面積は ENDF/B の断面積であり、酸素の断面積は Slaggie, Reynolds<sup>70)</sup> のデータである。一方、NIOBE 計算に使用された酸素の断面積は BNL-325<sup>71)</sup> の 1958 年度版である。この版の酸素の全断面積は Fossan 等の測定値<sup>72)</sup> より 5~7.5 MeV 領域で、より大きな値を示しているとの指摘が文献 (67) にある。

Fig. 8.6 に 0 度方向の水中における中性子スペクトルを PALLAS, NIOBE<sup>67)</sup>, DTK<sup>67)</sup> の 3 つの計算コードで計算した結果の比較を示す。DTK 計算値<sup>67)</sup> は Fossan 等の測定による酸素の全断面積を使用した時の値である。全体的に 3 つの計算結果は良い一致を示している。

Figs. 8.7 および 8.8 に、一次元球形状および二次

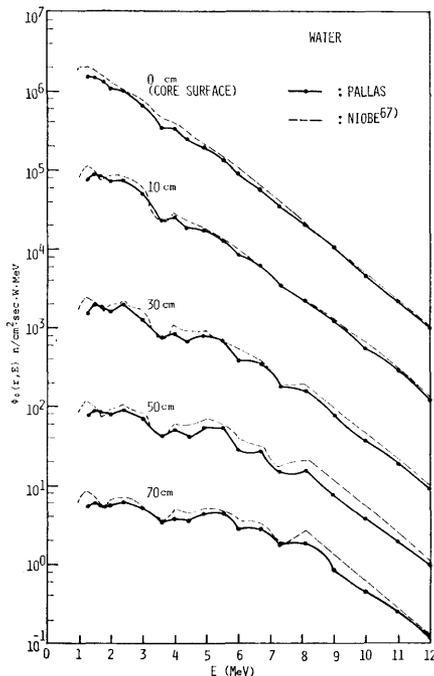


Fig. 8.5 Comparison of PALLAS- and NIOBE<sup>67)</sup> calculated neutron energy spectra in water

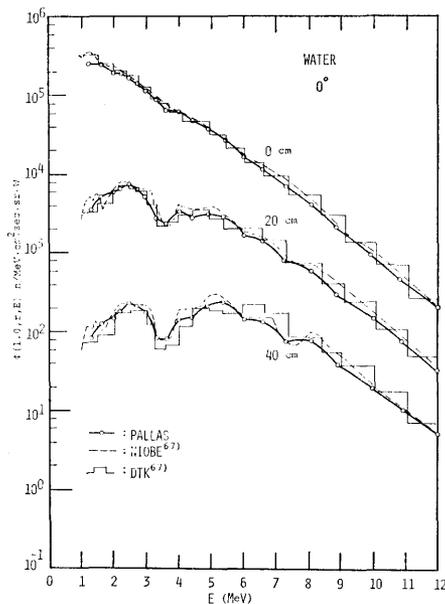


Fig. 8.6 Comparison of PALLAS-calculated with NIOBE<sup>67)</sup> and DTK<sup>67)</sup> calculated neutron spectra in water at 0°

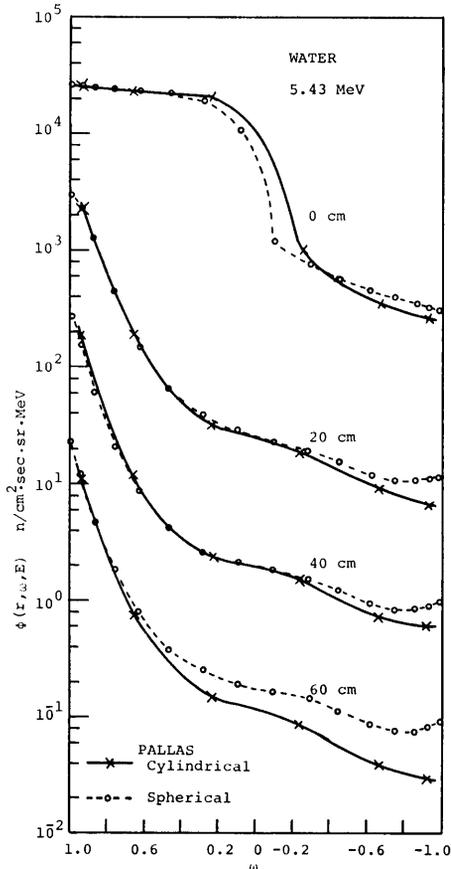


Fig. 8.7 Neutron angular distributions in water at 5.43 MeV

元円柱形状における PALLAS 計算による水中の中性子角度分布をエネルギーが 5.43 MeV および 2.0 MeV に対して示す。二次元円柱形状の場合、角度分点が極角の余弦  $\omega$  について 6 点と少ないにもかかわらず一次元球形状における角度分布に極めて良く一致している。ただし、60 cm の距離で角度が 90 度より大きい場合 ( $\omega$  が負の領域) には二次元形状における計算値が一次元球形状における値より小さく出ている。この原因は二次元形状における水層の厚さが 64 cm であるため、60 cm の距離での角度分布に外側境界の影響が現われて小さい値になったためである。

以上の比較検討の結果、線源の大きさが半径 26 cm 程度に大きな実際の原子炉の場合、線源さえ正確に評価すれば本計算法は遮蔽体透過中性子の角度分布およびエネルギースペクトルを絶対値で正確に計算することが確認された。

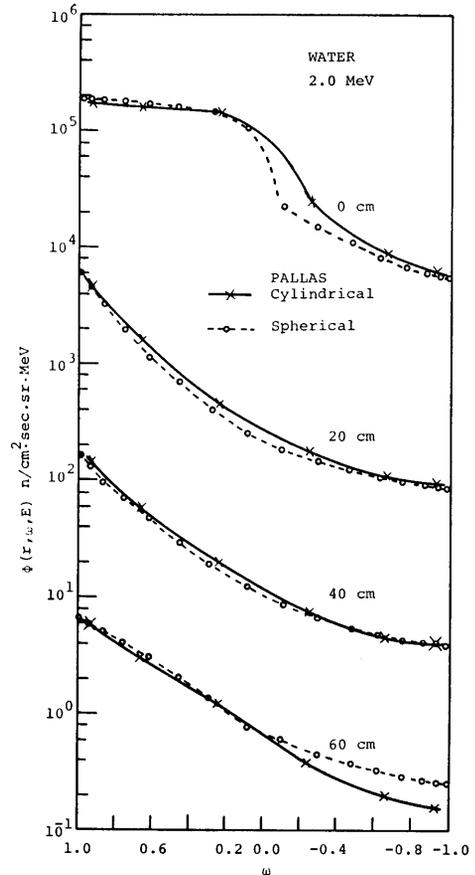


Fig. 8.8 Neutron angular distributions in water at 2.0 MeV

第二の比較計算問題としてグラファイト中の中性子の角度スペクトルを飛行時間法で測定し、中性子透過計算に対する比較のための標準となることを目的として行なわれた実験結果<sup>79)</sup>があるのでこの問題を選んだ。なおこの問題は米国における放射線遮蔽標準小委員会 (ANS-6) のうちの ANS-6.2 ベンチマーク問題で設定した 4 つのベンチマーク問題のうちの第 1 の問題である。

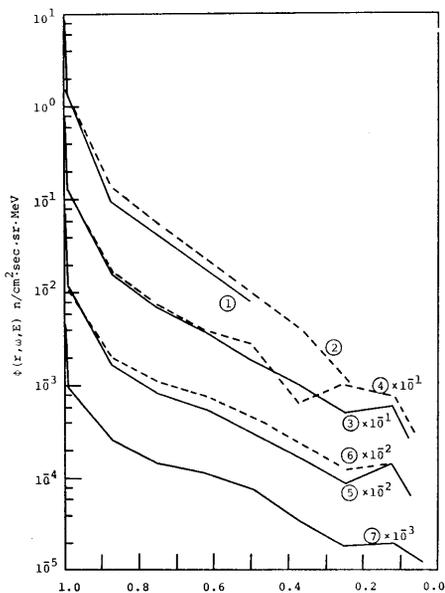
実際は 7.62 cm 直径の球形の減損ウランに 28 MeV の電子線を線型加速器で発生させてウランの中心に入射させ光中性子を発生させる。減損ウランの周囲は水の層がありウランを冷却している。グラファイトの層は 4.45 cm の内径で外側の形状は 132 cm 幅  $\times$  152 cm 長さ  $\times$  152 cm 高さの直方体である。またグラファイトの原子密度は  $0.0833 \times 10^{24}$  個/cm<sup>3</sup> である。

PALLAS 計算は一次元球形状で、半径 4.45 cm の

位置で各エネルギーメッシュごとに線源から放射される中性子のエネルギースペクトルおよび角度分布を境界条件として与えて計算した。計算におけるグラファイトの外層は半径 80 cm の球形状とし、原子密度は実験に用いられたグラファイトと同様に  $0.0833 \times 10^{24}$  個/cm<sup>3</sup> とした。減損ウラン球より放射される中性子エネルギースペクトルは文献 (73) の表 1 に与えられている値を

**Table 3** Normalized target leakage spectrum<sup>73)</sup>

Energy	$N(E)$	Energy	$N(E)$
10.93 MeV	$9.00 \times 10^{-10}$	2.44 MeV	$8.70 \times 10^{-8}$
9.89	$1.65 \times 10^{-9}$	2.21	$1.05 \times 10^{-7}$
8.95	2.90	1.99	1.22
8.10	4.70	1.81	1.47
7.32	7.00	1.63	1.75
6.62	$1.00 \times 10^{-8}$	1.48	2.05
6.00	1.45	1.34	2.40
5.43	1.80	1.21	2.85
4.91	2.30	1.10	3.45
4.44	2.80	0.99	4.10
4.02	3.50	0.897	5.05
3.64	4.30	0.812	6.30
3.29	5.00	0.734	6.30
2.98	6.10	0.665	7.00
2.69	7.50	0.601	7.80



**Fig. 8.9** Leakage neutron angular distributions from sphere of depleted U-238<sup>73)</sup>

PALLAS 計算の各エネルギー点で内挿して求めた。この放射中性子スペクトルは 0.22~15 MeV で放射中性子が 1 個であると規格化されている。また放射中性子の角度分布は同文献の表 2 に 0 度から 90 度までの角度に対し累積確率の形で与えられている。この表 2 の値を PALLAS 計算用に  $\omega=1.0 \rightarrow 0$  に対し単位立体角あたりの値に変換した。これらの PALLAS 計算に使用したグラファイト層入射中性子エネルギースペクトルおよび角度分布は Table 3 および Fig. 8.9 に示してある。なお Fig. 8.9 における丸印の中の数字については Table 4 にエネルギー範囲を示しておく<sup>73)</sup>。なお PALLAS 計算はレサジ間隔が 0.1,  $r$  方向メッシュ間隔が 1 cm, 角度分点数が 20 で行なった。

**Table 4** Energy range shown in Fig. 8.9<sup>73)</sup>

In Fig. 8.9	Energy range (MeV)
①	10.0 — 6.70
②	6.70 — 4.49
③	4.49 — 3.01
④	3.01 — 2.02
⑤	2.02 — 1.35
⑥	1.35 — 0.821
⑦	0.821 — 0.498

Figs. 8.10, 8.11 に  $r=20.3$  および 35.6 cm における角度スペクトルの計算と実験との比較を示す。 $r=20.3$  cm における 0 度方向および 30 度方向の計算スペクトルは測定スペクトルに極めて良い一致を示している。ただし、30 度方向のスペクトルで 0.7~2.0 MeV 領域で計算値は測定値より最大で 10% 低く出ている。一方  $r=35.6$  cm の距離では計算による角度スペクトルは全体的にみると測定による角度スペクトルに良い一致を示している。しかし 0 度方向の角度スペクトルの場合に 0.8~2.0 MeV で計算値の方が測定値より大きい値を示している。また 16.6 度および 60 度の角度スペクトルについても計算値の方が 1 MeV 以上で測定値よりも大きな値を示しており、最大で測定値よりも 60% 大きい。なお実験における測定角度の精度は文献 (73) によると、20.3 cm の距離で 0 度  $\pm 10.4$  度および 30 度  $\pm 10$  度であり、一方 35.6 cm の距離では 0 度  $\pm 5.9$  度、16.6 度  $\pm 6$  度、58.9 度  $\pm 12$  度 (-9 度) である。これに対し PALLAS 計算の方は 0 度方向については 6.7 度 ( $\omega=0.993$ ) の値であり、その他の図示されている角度については内挿によりその角度に対する値を求めた。

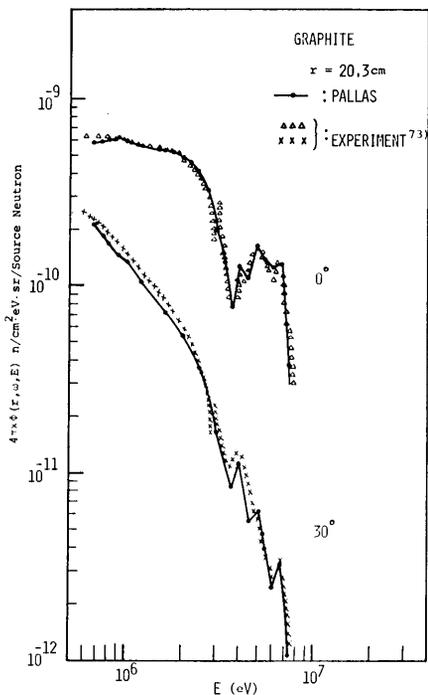


Fig. 8.10 Comparison of PALLAS-calculated with experimental<sup>73)</sup> neutron angular spectra at 20.3 cm in graphite

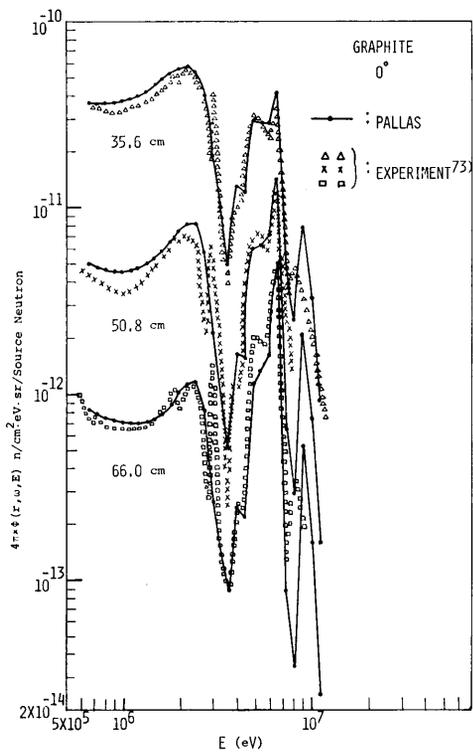


Fig. 8.12 Comparison of PALLAS-calculated with experimental<sup>76)</sup> 0° neutron spectra at 35.6, 50.8, and 66.0 cm

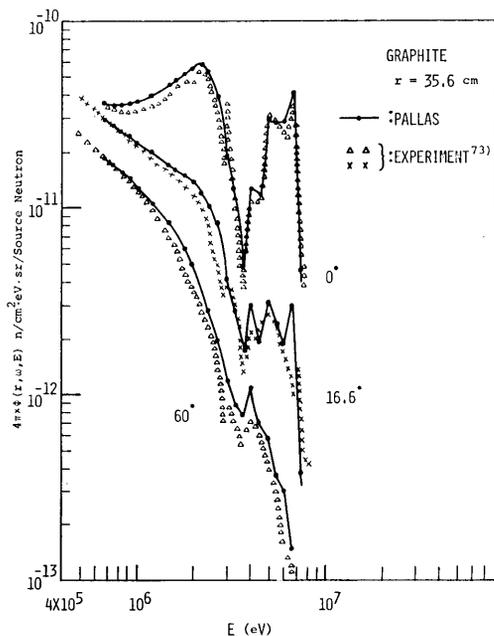


Fig. 8.11 Comparison of PALLAS-calculated with experimental<sup>73)</sup> neutron angular spectra at 35.6 cm in graphite

次に Fig. 8.12 に 0 度方向の進行方向を持つ中性子の減衰の精度を調べるため、35.6 cm, 50.8 cm, 66.0 cm の各距離における PALLAS 計算値と測定値との比較を示す。全体のスペクトルは極わめて良い一致を示しているが、詳細な点になるとあるエネルギーでは両者の間に多少の差がある。高エネルギー領域の 0 度方向の角度スペクトルは媒質の全断面積に強く依存するはずであるから、Fig. 8.13 にグラファイトの全断面積  $\sigma_t$  (バーン単位) を下部に図示し、上部に 35.6 cm の距離における 0 度方向角度スペクトルの PALLAS 計算値および測定値を図示した。図示したグラファイトの全断面積中の黒点のプロットは PALLAS 計算に使用したエネルギー点における断面積である。図示した 0 度方向中性子スペクトルにおける 7.5 MeV 以上で、測定値は計算値と異なったスペクトルを示し 8 MeV 付近で山を示しているが、下部に図示した断面積から 8 MeV 付近では逆に谷を示すべきである。これは測定スペクトルのエネルギーに対する位置が 0.5~1.0 MeV 程度このエネルギー領域では低い方へずれたものと思わ

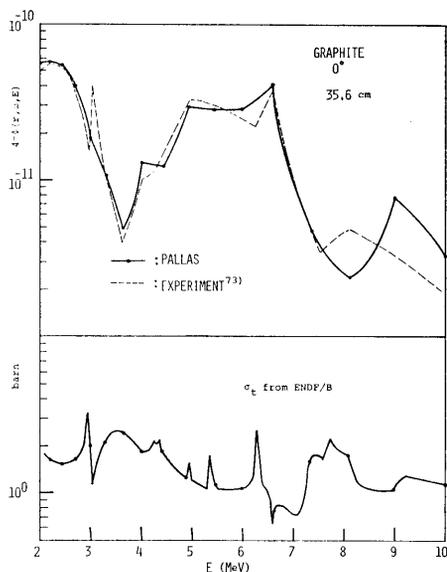


Fig. 8.13 Relation between  $0^\circ$  neutron spectrum and total cross section in graphite

れる。この 8 MeV における測定スペクトルのずれは Fig. 8.12 における 66.0 cm での測定スペクトルでも現われている。一方 3 MeV 前後に現われる測定スペクトルの鋭い山と谷は PALLAS 計算では現われなかった。この理由は PALLAS 計算では計算におけるエネルギーメッシュ点がちょうどその中間の 3 MeV 点での断面積を選んだためである。なおこの 3 MeV 前後の鋭い山と谷の位置は Fig. 8.12 からわかるように測定スペクトルでは深い透過になるのに従って低エネルギーの方へずれる傾向にある。

本計算に使用したグラファイトの断面積は ENDF/B の断面積であり、これは Slaggie, Reynolds<sup>74)</sup> のデータである。そして PALLAS 計算による 0 度方向中性子スペクトルが測定した中性子スペクトルと良い一致を示したことから、ENDF/B に収められているグラファイトの断面積は少なくともここに図示したエネルギー範囲については精度が良いように思われる。ただし、文献 (73) におけるモンテカルロコード 05R による計算結果では 3.5 MeV 近傍のすどい谷は現われていない。Profio はこの差の原因を ENDF/B のグラファイトの全断面積に帰している。一方 PALLAS 計算値は 3.5 MeV 近傍ですどい谷を示し測定値と良く一致している。さらに文献 (73) によると 3.5 MeV 近傍のエネルギー範囲で Yergin 等<sup>75)</sup> のグラファイトの全断面積の測定値は、ENDF/B における値よりも大き

な値を持つことが報告されている。文献 (75) の Yergin 等の測定値は確かに ENDF/B の値より 3.5 MeV 近傍でのみ数パーセントの大きな値を示している。したがってこの数パーセントの大きい断面積で 3.5 MeV 近傍の  $0^\circ$  スペクトルを計算すれば 20.3 cm で 18%, 35.6 cm の距離で 32%, 50.8 cm で 43%, 66.0 cm の位置で 53% 程度図示されている PALLAS 計算値より低い値になることが予想される。

最後に 20.3 cm および 35.6 cm の距離での中性子エネルギースペクトルの計算値を Fig. 8.14 に示す。なお中性子エネルギースペクトルの測定値はないので、モンテカルロコード 05R およびモーメント法による計算値<sup>73)</sup>と比較した。モーメント法の計算値は点線源であり、文献 (73) ではこのグラファイト問題に適用できるように計算値を換算している。Fig. 8.14 で PALLAS 計算のスペクトルは 20.3 cm の距離で 4 MeV~7 MeV のエネルギー領域で他の計算によるスペ

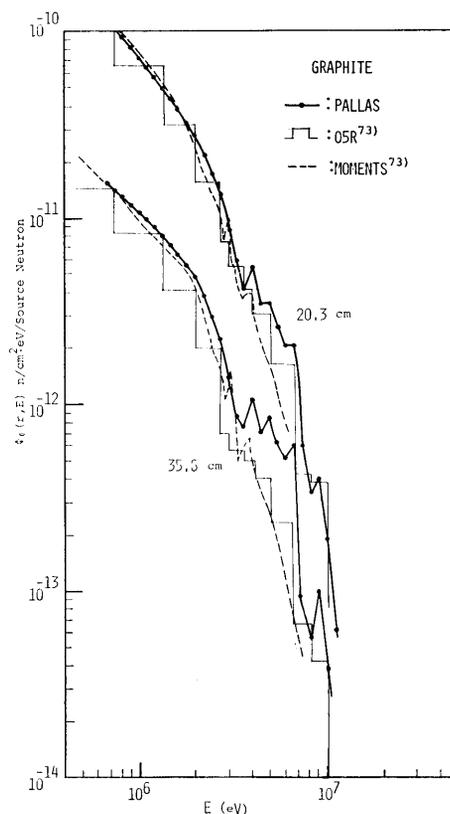


Fig. 8.14 Comparison of PALLAS-calculated with 05R-calculated<sup>73)</sup> spectra and measured spectra<sup>73)</sup> in graphite

クトルより大きな値を示している。この原因は0度方向および30度方向の測定によるスペクトルと PALLAS 計算による同方向のスペクトルは良く一致しているにもかかわらず、モンテカルロ計算による0度および30度方向の角度スペクトルは測定結果よりこのエネルギー領域では低い値を示すことにある。さらに35.6 cm の距離における PALLAS 計算のスペクトルは3 MeV~7 MeV のエネルギー領域で他の計算によるスペクトルより大きな値を示している。この原因は PALLAS 計算による16.6度および60度方向の角度スペクトルが Fig. 8.11 からわかるように測定によるスペクトルより大きな値を示すことにある。

一方モンテカルロ計算による0度方向以外の角度の角度スペクトルは、4 MeV 以上では測定による角度スペクトルより低い値を示す。したがって PALLAS 計算値とモンテカルロ計算値との差は4 MeV 以上では一層大きくなる。現在のところ PALLAS 計算値が0度方向以外の角度方向で測定値より大きな値を持つ理由はわからない。

以上の比較計算で、米国の遮蔽標準小委員会で設定した物質透過中性子問題では唯一のベンチマーク問題であるグラファイト透過中性子問題を極わめて良い精度で計算したことから、本解法は小さな線源に対する深い透過問題を正確に計算することが確かめられた。

第3の比較計算問題は測定値が絶対値で得られていないが、相対値でポリエチレン透過中性子の角度スペクトルが測定されている<sup>76)</sup>のでこの問題を本計算法で計算し実験との比較を試みた。実験はイギリスのハウエルで行なわれ、45 MeV の電子をウラン球に入射させ光中性子を発生させ、これを飛行時間法で測定した。実験の形状は3 cm 半径のウラン球を線源として使い、その周囲を2.08 cm 厚の空気の層があり、さらにその外側に5.08 cm 厚のポリエチレンの層を設けた。線源のエネルギースペクトルは周囲の物質層を除いて漏れ出る中性子のエネルギースペクトル<sup>77)</sup>を測定した (Fig. 8.15)。この実験で使用されたポリエチレンの比重は0.92 g/cm<sup>3</sup> である。

一方、PALLAS 計算は形状を実験の形状に一致させて、またポリエチレンの比重も実験の場合と同様に0.92 g/cm<sup>3</sup> とした。ただし、線源はこの問題に対する実験と NIOBE 計算との比較の形で報告されている文献 (76) で、NIOBE 計算に使用されたのと全く同様に3 cm 半径のウラン球の中に一様に線源が分布すると仮定した。また線源のエネルギースペクトルは上述の

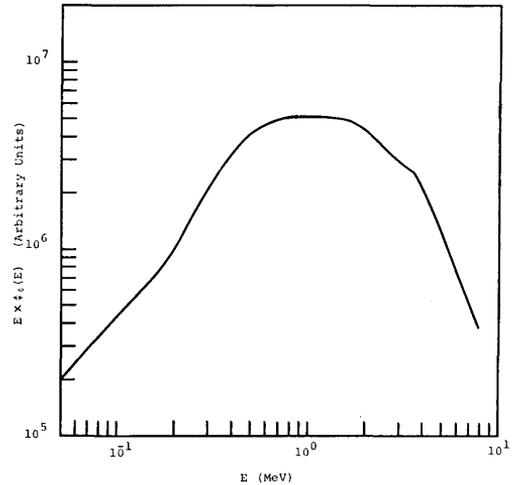


Fig. 8.15 Leakage neutron spectrum from a thin uranium disc source<sup>77)</sup>

ウラン球から漏れ出る中性子のスペクトル (Fig. 8.15) と一致させ、さらに線源の角度分布は等方と仮定した。本計算に使用した各パラメタの値はレザジ間隔が0.1、角度分点数が16、半径方向メッシュ間隔が約1 cm である。またグラファイトと水素の断面積は ENDF/B の断面積を使用し、ウラン 238 の断面積は UNC データ<sup>78)</sup>を使用した。

計算結果と実験結果の比較は Fig. 8.16 に示してある。図示されている角度スペクトルは5.08 cm 厚のポリエチレン層を透過した中性子の角度スペクトルで、計算値と測定値は0度方向スペクトルの  $1.2 \times 10^5$  eV の1点で規格化してある。なお、たて軸はレザジ単位の中性子角度束であり、単位は絶対値ではなく任意の単位である。また計算における0度方向は  $\cos \theta$  が0.9894, 0.9446, 0.8656 の時の値から  $\cos \theta = 1.0$  に対する値を3点外挿によって求めてある。以上述べた規格化の方法および3点外挿等は文献 (76) における NIOBE の計算結果の処理の仕方と同じ方法である。

Fig. 8.16 からわかるように45度方向の計算値は高エネルギー領域で測定値より大きな値を示している。最大の差は2 MeV のエネルギーで、計算値は測定より約1.4倍大きい値を示している。この差の原因は計算における線源の設定の方法にある。すなわち、実験における中性子の発生領域は238ウランの球の中心からおよそ半径が0.85 cm 程度である。これに対し計算では3 cm 半径の球全体で一様な強さの線源を持つと仮定した点にある。その上、線源のエネルギースペクトルを

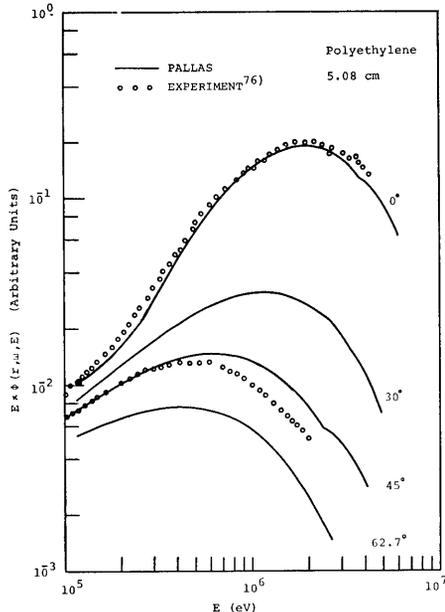


Fig. 8.16 Comparison between PALLAS-calculated and experimental angular spectra<sup>76)</sup> of neutron penetrated through 5.08 cm-thick polyethylene

ウランの 238 球から外へ漏れ出る中性子のスペクトルに一致させ、等方角度分布線源として計算したために、計算における 3 cm 半径のウラン 238 から漏れ出る中性子のエネルギースペクトルおよび角度分布が、実験における漏れ出る中性子のエネルギースペクトルおよび角度分布と異なってしまった点にある。このことは文献 (76) における NIOBE 計算による 45 度方向角度スペクトルが測定による 45 度スペクトルに一致しないことの原因でもある。

以上のことから計算と実験とを詳細なスペクトルの形で比較を試みる場合には両者の幾何形状や特に線源の条件を一致させることが肝要である。

### 第 9 章 JRR-4 号炉における鉄—水多重層透過中性子の計算

JRR-4 号炉は日本原子力研究所の第 4 号炉であり、スイミングプール型原子炉である。この炉の中に鉄層を 3 枚配置して原子炉の一次遮蔽体を模擬する (Fig. 9.1)。一方 PALLAS 計算の形状は球形状とし、その配置は Fig. 9.2 に示す。計算に使用した球形状炉心の大きさは半径が 24.78 cm であり、この値は 4 号炉の炉心体積である 62,985.6 cm<sup>3</sup> を球体積で置き換えて求

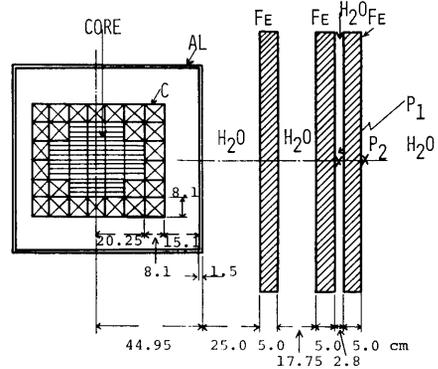


Fig. 9.1 Experimental geometry in the JRR-4 reactor

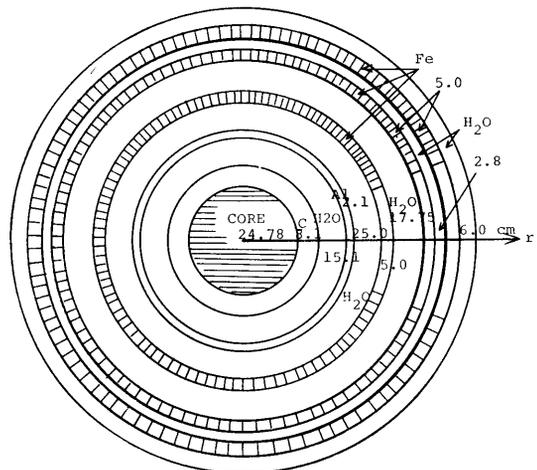


Fig. 9.2 Geometry used in PALLAS calculation

めた値である。計算における炉心内の線源の強度分布は一定強度分布を仮定し、球形状炉心全体で 1 W の出力を得ることができるよう線源強度は  $S_V = 1.276 \times 10^6 \text{ n/cm}^3$  に定めた。また線源の角度分布は等方分布であり、線源のエネルギースペクトルは核分裂スペクトルである。このスペクトルは第 8 章における BSR-1 炉の計算の際に使用したのと同じワットの公式<sup>67)</sup>から求めた。

さらに計算に使用した各物質中での原子の密度は、炉心では水素の原子密度が  $0.04549 \times 10^{24} \text{ n/cm}^3$ 、酸素の場合が  $0.02293 \times 10^{24} \text{ n/cm}^3$ 、アルミニウムの場合が  $0.01878 \times 10^{24} \text{ n/cm}^3$  であり、ウランの場合は値が桁違いに小さいので省略した。一方遮蔽体における各原子の密度は、水が水素の原子密度の  $0.0669 \times 10^{24} \text{ n/cm}^3$  および酸素の  $0.03345 \times 10^{24} \text{ n/cm}^3$  であり、アルミニ

ウムの場合が  $0.0602 \times 10^{24} \text{ n/cm}^3$ , グラファイトの場合が  $0.08884 \times 10^{24} \text{ n/cm}^3$ , それに鉄の場合が  $0.0847 \times 10^{24} \text{ n/cm}^3$  である。なお計算に使用した断面積は, 水素, 酸素, アルミニウム, グラファイトについては ENDF/B の断面積である。また鉄の場合は非弾性散乱による減速核  $f^{in}(E', E)$  のデータを文献(79)から求め, それ以外の断面積はモンテカルロコードの 05R<sup>17)</sup> の断面積を使用した。弾性散乱の非等方を扱うジャンドル多項式展開次数は, 酸素の場合が  $P_{11}$ , アルミニウムが  $P_{10}$ , グラファイトおよび鉄の場合が  $P_9$  である。PALLAS 計算は 13.35 MeV~1.21 MeV を 0.1 レザジ間隔の 25 群で行ない, 角度分点数は 16 である。

PALLAS 計算による速中性子エネルギースペクトルは Fig. 9.3 に示してある。図中 0 cm, CORE と記してあるのは炉心表面の位置を意味する。媒質が水のみにおける中性子のエネルギースペクトルは, Fig. 8.5 からわかるように 5 MeV 以下 1 MeV までは透過距離が深くなるのに従ってスペクトルの勾配が低くなって来る。一方鉄層が水の中に加わると鉄中における非弾性散乱減速中性子の影響で 1 MeV~3 MeV 付近でスペクトルは上って来ることが Fig. 9.3 からわかる。

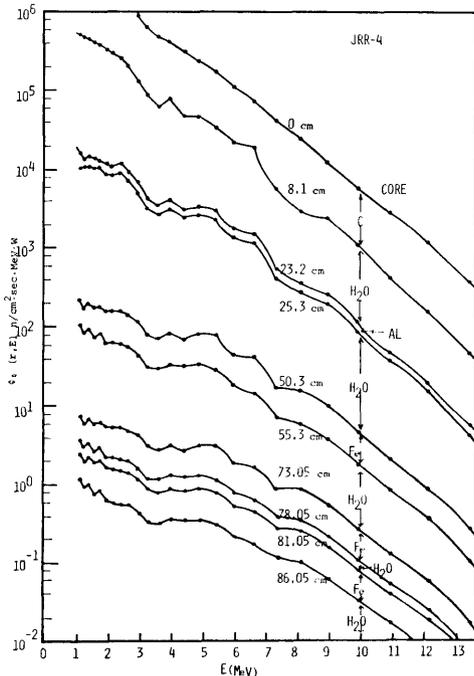


Fig. 9.3 PALLAS-calculated neutron energy spectra in stratified water-iron shields

(372)

Fig. 9.3 に示されているエネルギースペクトルには媒質の異なる境界での中性子の角度分布の激しい変化による影響が現われないが, 次に示す Figs. 9.4~9.6 ではこの変化が明瞭に現われている。Figs. 9.4~9.6 にはエネルギーが 8.95 MeV, 4.44 MeV, 1.34 MeV における遮蔽体中における中性子の角度分布を示す。横軸は角度の余弦  $\omega$  である。Fig. 9.4 から高いエネルギーでは中性子の角度分布は鋭い前方ピークを示すことがわかる。また媒質の異なる境界では角度分布が激しく変化することもよく図示されている。図中の距離は炉心表面から測った距離である。また図中の ④, ⑦, ⑨, ⑫ は境界でない位置での角度分布であるが, いずれも, 滑らかな角度分布を示している。これに対し, 他の数字で表わされる角度分布は全て境界における角度分布であり, 前方方向以外の角度で波型の角度分布を示している。興味深いのは水層の境界では  $\omega$  が 0.4~0 の範囲で角度分布に盛り上がりが見られ, 逆に 0~-0.4 の  $\omega$  の範囲で減衰が見られる (⑤, ⑧, ⑩)。これと対照的に, 鉄層-水層の境界では角度分布は逆に  $\omega$  が 0.4~0 の範囲で初め減衰を示し, 0~-0.4 の範囲で盛り上がりを示すようになる (⑥, ⑩, ⑬)。

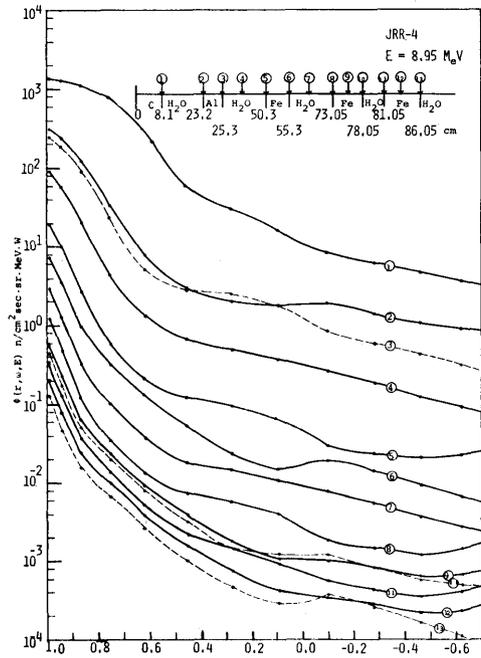


Fig. 9.4 PALLAS-calculated neutron angular distributions at 8.95 MeV in stratified water-iron shields

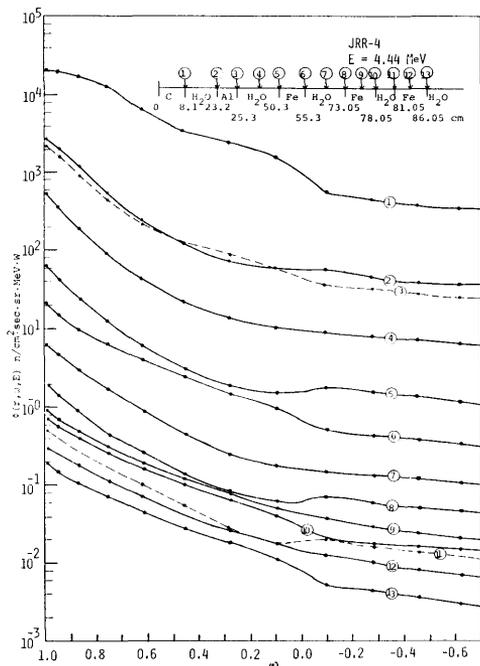


Fig. 9.5 PALLAS-calculated neutron angular distributions at 4.44 MeV in stratified water-iron shields

また Fig. 9.5 からは、エネルギーが低くなると極度の前方ピークから緩やかな前方ピークの角度分布になることがわかる。このエネルギーでの角度分布も上述の場合と同様に、境界でない位置 (④, ⑦, ⑨, ⑫) では滑らかな角度分布を示すのに対し、境界では変化のある角度分布を示している。しかも水層—鉄層の境界 (⑤, ⑧, ⑩) における角度分布と鉄層—水層の境界 (⑥, ⑩, ⑬) における角度分布は、上述の 8.95 MeV における角度分布の盛り上りと減衰の様子の正反対の変化を示している。

さらに低エネルギーになり、エネルギーが 1.34 MeV になると、Fig. 9.6 に示すような角度分布になる。角度分布の変化の様子は、この場合もやはり境界でない位置 (④, ⑦, ⑨, ⑫) での角度分布は、滑らかであるのに対し、境界での角度分布は大きな変化を示している。しかも水層—鉄層および鉄層—水層の境界における角度分布の変化の様子は、4.44 MeV におけるのと同様である。この程度の低いエネルギーになると透過中性子に散乱線の占める割合が大きくなり、また弾性散乱の角度分布は鋭い前方ピークから緩やかな前方ピークになって来るので媒質中の中性子角度分布は緩やかな前方ピ

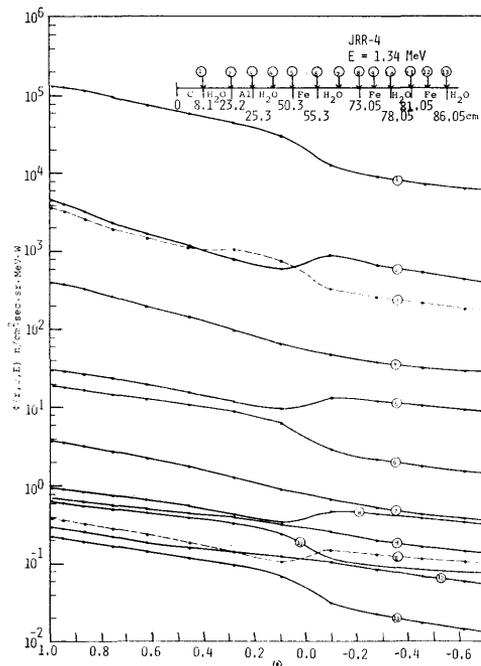


Fig. 9.6 PALLAS-calculated neutron angular distributions at 1.34 MeV in stratified water-iron shields

ークになる。

上述の水層—鉄層および鉄層—水層の境界における角度分布の変化の傾向が、8.95 MeV の場合と 4.44 MeV および 1.34 MeV の場合と異なる理由は次のようである。まず高エネルギー領域では鉄層内で中性子は非弾性散乱によりエネルギーを落とし除去される。また弾性散乱は鋭い前方ピークの散乱角度分布を示すことから、中性子はその進行方向の角度から他の角度へ散乱され難い。したがって Fig. 9.4 で ⑥, ⑩, ⑬ のように  $\omega$  が 0.4~0 の範囲で透過中性子は減少する。これとは逆に後方方向の角度分布で ⑥, ⑩, ⑬ が盛り上るのは、水中での後方散乱中性子が高エネルギー領域では鉄中での後方散乱中性子より多いからである。次に 4.44 MeV 程度のエネルギーになると、鉄層内で中性子が非弾性散乱されてエネルギーを落とし一方、より高いエネルギー領域から非弾性散乱された中性子が大量に加わって来る。また弾性散乱は依然前方ピークの角度分布を有するが、8.95 MeV のエネルギーの場合よりは緩やかな分布になる。したがって Fig. 9.5 における ⑤, ⑧, ⑩ のような鉄中での後方散乱中性子がふえることになり、角度分布が後方方向で盛り上ることにな

る。当然のことながら鉄層透過の中中性子の角度分布 (⑥, ⑩, ⑬) における正の  $\omega$  も同上の理由から盛り上ることになる。さらにエネルギーが低くなり 1.34 MeV 程度になると、鉄層内で、非弾性散乱減衰された中性子が増々この程度のエネルギー領域に蓄積される結果、Fig. 9.6 からわかるように 1.34 MeV での ⑤, ⑧, ⑪の後方方向角度分布は一層盛り上りを見せ、また、⑥, ⑩, ⑬の前方方向角度分布も同様に一層盛り上りを見せるようになる。

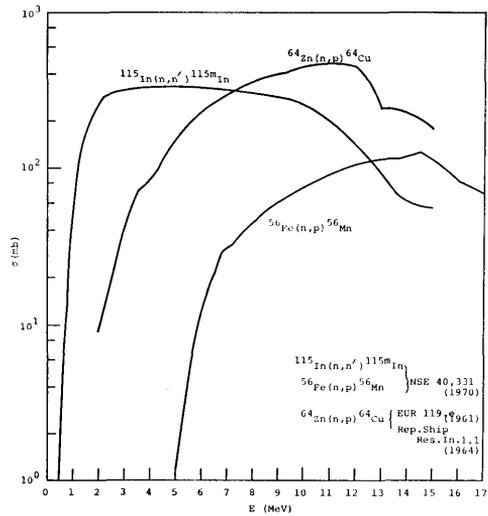
なお Fig. 9.1 の配置で点  $P_1$  および  $P_2$  の位置でしきい検出器により速中性子の反応率を測定したデータがある<sup>80)</sup>。そこで Fig. 9.3 に図示されているエネルギースペクトルで距離が 78.05 cm および 86.05 cm の位置における中性子スペクトルに反応断面積を掛けてエネルギーについて積分した反応率 ( $\int \sigma(E)\Phi_0(r, E)dE$  n/sec·W) を求めた。しきい検出器による積分値も反応率で求められている。計算値と測定値との比較は Table 5 に示す。Table 5 に比較のために使用された

**Table 5** Comparison between PALLAS-calculated and measured<sup>80)</sup> reaction rates

	Threshold Detector	Measurement*	PALLAS Calculation*	Measurement Calculation
$P_1$	In	3.38	2.68	1.26
	Zn	0.749	1.039	0.721
	Fe	0.0686	0.0719	0.958
$P_2$	In	0.845	0.741	1.14
	Zn	0.183	0.284	0.644
	Fe	0.0184	0.0202	0.911

$$* \int \sigma \Phi dE \text{ n/sec} \cdot \text{W}$$

しきい検出器はインジウム, 鉄, 亜鉛である。またこれらの検出器の反応はそれぞれ  $^{115}\text{In}(n, n')^{115\text{m}}\text{In}$ ,  $^{56}\text{Fe}(n, p)^{56}\text{Mn}$ ,  $^{64}\text{Zn}(n, p)^{64}\text{Cu}$  である。計算による中性子スペクトルに反応断面積  $\sigma$  を掛けて計算の反応率を求めているが、ここに使用した反応断面積  $\sigma$  の値を Fig. 9.7 に示しておく。これらの断面積は  $^{115}\text{In}(n, n')^{115\text{m}}\text{In}$  および  $^{56}\text{Fe}(n, p)^{56}\text{Mn}$  の場合は文献 (81) から、また  $^{64}\text{Zn}(n, p)^{64}\text{Cu}$  の場合は 5 MeV 以下および 12.5 MeV 以上については文献 (82) から、5 MeV ~ 12.5 MeV については文献 (83) からの値を使用した。



**Fig. 9.7** Reaction cross sections used in PALLAS calculation

Table 5 における測定値と計算値との比較から、両者は絶対値で  $\pm 30\%$  以内で良く一致していることがわかる。なお PALLAS 計算の中性子スペクトルはエネルギーの下限が 1.25 MeV であり、中性子スペクトルはこのエネルギー以下で急激な上昇を示すことが他の計算および実験結果から明らかなので、インジウムの反応断面積のエネルギーの下限と思われる 0.5 MeV まで積分計算を行なうとすれば、最大で数パーセント程度 Table 5 に示されている計算値より大きな値を持つことが予想される。

比較に使用した上記の 3 種類の反応率は中性子スペクトルにおける 1 MeV 以上の速中性子領域を広く網らしていることから、PALLAS 計算による水-鉄 3 重層における速中性子エネルギースペクトル (Fig. 9.3) は、絶対値で正確にその減衰が計算されていると推察される。したがって本計算法を実際の遮蔽問題へ適用した場合に精度の良い計算結果が得られることが確認された。特に Figs. 9.4~9.6 に図示されているような詳細な角度分布が実際に近い遮蔽問題を解析して求められた例はないようである。多重層遮蔽問題を理論的に解析して異物質から成る内側境界で中性子角度分布が大きく変化する様子や速中性子の透過に従って中性子角度分布が鋭い前方ピークになって行く様子、さらにエネルギーが低くなるのに従って角度分布が鋭い前方ピークから緩やかな前方ピークに次第に変化していく様子等の詳細な情報を得ることができる点が本解析法

の特色である。

また、Fig. 9.3 に図示してある中性子スペクトルから、鉄層透過後の中性子スペクトルは1MeV~3MeVで水層のみにおける中性子スペクトルに比べて増大する。したがって、速中性子を減少させるためにはなるべく鉄層を炉心に近づけて水層を鉄層の後に厚く設ける方がよいことがわかる。なお参考のためにこの現象をより明瞭に表わした計算結果<sup>59)</sup>があるので Figs. 9.8, 9.9, 9.10 に示す。この計算例は一次元平板形状において平板に入射する速中性子の鉄-水、水-鉄、水-鉄-水多重層における透過中性子スペクトルである。計算は MENE コード<sup>62)</sup>で行ない、計算における入射線源のエネルギースペクトルは図上①の記号で図示されている中性子スペクトルであり、また線源の角度分布は垂直入射の0度方向角度分布である。いずれの場合も鉄層の厚さは10cmであり、一方水層の厚さは50cmである。図示されている計算例から、鉄層の後に水層がある場合の方が水層の後に鉄層がある場合より低いエネルギー領域で透過速中性子スペクトルは低い値になっていることが明瞭に示されている。なお Fig. 9.9 で④記号の中性子スペクトルに低いエネルギー領域で点線が図示されているが、これは媒質が鉄層なしの水層のみの場合で距離が④記号で表わされて

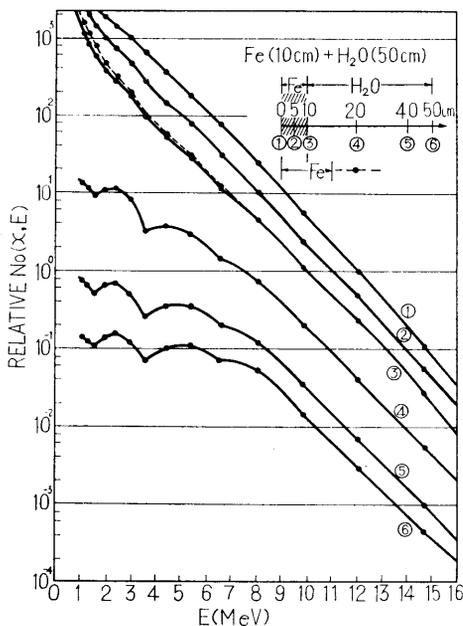


Fig. 9.8 MENE-calculated neutron energy spectra in iron-water layers

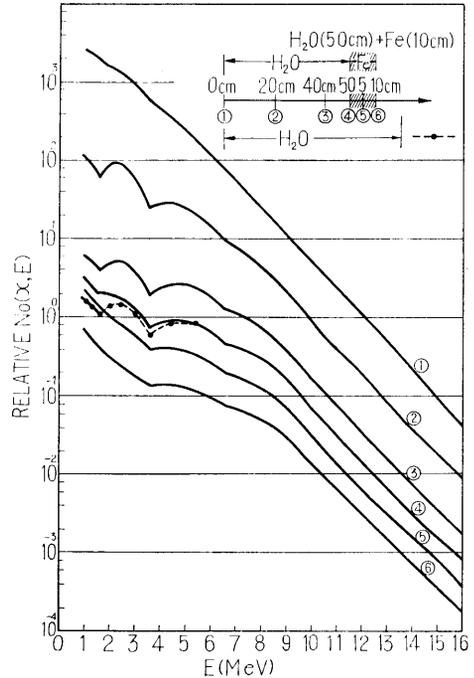


Fig. 9.9 MENE-calculated neutron energy spectra in water-iron layers

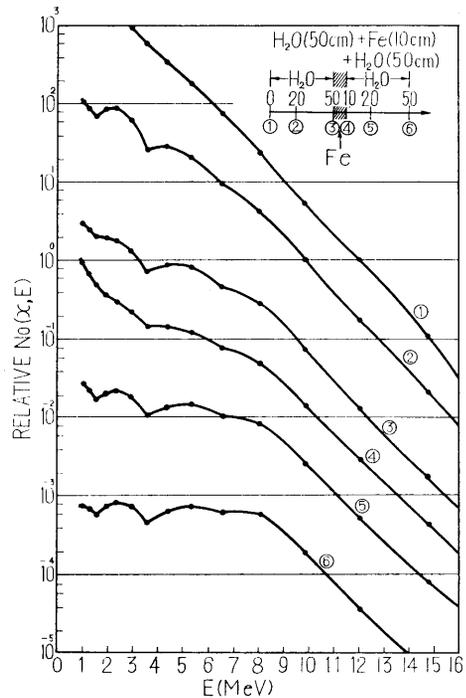


Fig. 9.10 MENE-calculated neutron energy spectra in water-iron-water layers

いる位置における中性子スペクトルを意味する。この点線と実線で表わされているスペクトルの差は、水層の後に鉄層がある場合には水層のみの場合に比べてその差だけ中性子が多くなることを示している。鉄層中で中性子が増加する理由は前述のように高エネルギーの中性子の非弾性散乱の結果、エネルギーを落した中性子が 3 MeV 以下の低エネルギー領域に蓄積されるからである。Fig. 9.10 に水-鉄の後にさらに水層を設ければ、鉄層中で増加した低エネルギーの中性子が再び水層中で減衰させられる様子が明瞭に図示されている。

## 第10章 検 討

第1章では在来の中性子遮蔽計算法に対し、各方法ごとに中性子遮蔽計算に適用する場合の限界や不利な点を明らかにした。第2章では遮蔽計算に重要な定常の場合のボルツマン輸送方程式をたてた。第3章では遮蔽の観点に立って、中性子と物質を構成する原子核との相互作用を論じ、中性子遮蔽の解析に重要な断面積を明らかにした。

現時点では、各原子核の断面積が全て精度良く求められているとはいえ、むしろ精度良く求められている断面積の方が少ないであろう。遮蔽計算では断面積のうちでも特に全断面積の精度が問題となる。その理由は中性子の減衰計算に全断面積の精度が直接に影きようを及ぼすからである。例えば、遮蔽計算では炉心から放射される中性子を遮蔽体内で十桁から十数桁減衰させる計算を行なうので、仮りに計算に使用する全断面積にわずか数パーセントの誤差があっても2倍から1桁もの誤差を生ずることになる。一般に、これまでに求められている全断面積は炉計算を対象にしているもので、全断面積のエネルギースペクトルのピークの値は比較的良好な精度で求められているが、一方谷の値はあまり精度良く求められているとはいえない。遮蔽計算ではこの谷の全断面積が透過中性子に最も影きようを及ぼすので、この谷の値も精度良く求められることが望まれる。

次に弾性散乱の断面積および微分散乱角度分布を表わすルジャンドル多項式展開係数の  $f_l(E)$  も精度良く求められていることが望ましい。その理由は速中性子領域でさえ、深い透過になると非散乱線に比べ散乱線の割合が増して来ること、さらにこの現象はエネルギーが低くなるほど顕著となり、低エネルギー領域における深い透過では中性子はほとんど散乱線になってしまうからである。

一方非弾性散乱断面積については鉄のように重要な遮蔽物質で、しかも非弾性散乱の割合が速中性子領域では非常に大きい場合には中性子減速計算に重要な役割を演ずるので、精度の良いデータが必要となる。しかし、現在のところは非弾性散乱断面積の精度よりもむしろ計算に必要なデータが十分に整備される方が急務である。特に非弾性散乱の減速核  $f^{in}(E', E)$  のデータは精度の良し悪しにかかわらず遮蔽計算に利用可能な形でデータが整備されていないのが現状である。

第4章では中性子遮蔽計算法としては、比較的厳密な方法であるボルツマン輸送方程式の Discrete Ordinates 法にもとづく数値解法に対し、遮蔽計算に特に適している理由を明らかにした。次いで Discrete Ordinates 法にもとづく数値解法としては最も広く知られている Discrete Sn 法につき、中性子透過問題に適用した場合の不利な点を明らかにした。さらに Discrete Ordinates 法にもとづく直接積分法である NIOBE および EOS に対して、対象とする問題によっては異常な値に収斂する不安のあることおよびその原因を明らかにした。その結果、速中性子の深い透過で問題となる極端な前方ピークの角度分布を有限項のルジャンドル多項式で展開近似するのは無理であることが明らかにされた。したがって、速中性子束の角度分布を正確に表わすには、何らの多項式展開近似法を用いない方がよいことがわかった。

第5章ではこれまでの章で述べた中性子遮蔽に対する各種の解析法のもつ制限や不利な点を取り除いて、より効果的な中性子遮蔽解析法の確立を目的として、新たに定常の中性子輸送方程式を Discrete Ordinates 解法にもとづいて直接積分法によって解く数値解法を提案した。本解法は、あくまで遮蔽における中性子の透過を最も積度良く、また効果的に計算することを第1の目的として確立したので、在来の輸送方程式の解法における数式の導出および仮定の設定の方法と異なる点が多い。これは全て媒質中における中性子の核との相互作用に起因する複雑な現象をできるだけ正確に取り扱いたためである。その結果、本解法は、これまで遮蔽の理論解析で最も困難であった速中性子の極端な前方ピークの角度分布を首尾良く取り扱うことができるようになった。以下に本解法の特長および弱点について検討する。まず特長としては次のようなものがある。

- 1) 輸送方程式からの数式の導出の過程で、空間形状を固定していないので、導出された最終式は任

意の形状の遮蔽問題に適用可能である（第5章および第6章）。したがって、

- 2) 種々の線源問題（各種形状の体積線源および平面線源や球殻線源等）で任意の線源強度分布の問題に適用可能である（第5章）。
- 3) 本解法は Discrete Ordinates 法にもとづいているので、Discrete Ordinates 法の利点である境界において大きな変化を示す中性子角度分布の取り扱いが比較的簡単に、しかも正確に行なえる。このことは一般に遮蔽体は多重層より成り、しかも多重層の異物質の境界で中性子の角度分布は大きく変化するから（第9章および Figs. 9.4~9.6）、変化する中性子角度分布を精度良く求めることができる点は遮蔽解析法として優れた特質である。
- 4) 速中性子の物質透過に対し理論解析上最もむずかしい中性子角度分布の極度の前方ピーク現象を、本解法は正確に解析することができるので（第8章 Figs. 8.11, 8.12）、速中性子の深い物質透過問題の解析に適している（第8章および第9章）。この前方ピークの角度分布を正確に扱える理由は Discrete Ordinate 角度分点で中性子の進行方向にその飛程に沿って方程式を直接積分して解く点にある。
- 5) 非等方散乱の弾性散乱および等方散乱仮定の非弾性散乱を取り扱えるので、中性子遮蔽計算に適している。特に弾性散乱の非等方扱いはルジャンドル多項式展開の次数に制限を設けていないため、任意の高次の非等方成分まで取り扱うことができる。したがって速中性子の弾性散乱を精度よく取り扱うことができる。
- 6) 繰返し収斂法の使用を回避したため、問題によっては収斂しないという不安や異常な値に収斂するという恐れがない。また繰返し回数だけ計算時間が短縮できることも利点である。
- 7) 本解法は中性子のエネルギー依存を計算するのに、一般に使用されている多群の組み分け法とその群定数（指数関数あるいは核分裂スペクトルで中性子のエネルギースペクトルを近似し、各群につき群内で断面積を平均化して求める）を用いない。その代わりにレザジ等間隔から決まる各エネルギーのメッシュにつき生のままの断面積を使用して計算を行なうので、断面積の評価のための計算にも適用できる。

また上述の多群の組み分けとその群定数を使用

する計算法では、組み分け数や各群の幅があらかじめ定められているのが普通である。これに対し、本計算は任意のレザジ間隔を選ぶことができるので詳細な透過中性子エネルギースペクトルおよび角度分布を決めるのに適している。

- 8) 本解法は空間積分を中性子の飛程に沿って直接積分によって行なうので、比較的粗い空間メッシュでも精度の良い計算結果を得ることができる。このことを調べるため、第8章における比較計算問題の1つである BSR-1 炉問題を空間メッシュをパラメタとして1次元球形状で計算した。計算結果は Fig. 10.1 に示す。これはエネルギーが  $E = 9.89 \text{ MeV}$  における水中での中性子角度分布であり、距離は 20 cm および 60 cm の位置である。半径方向メッシュ間隔を 2.0 cm, 2.5 cm, 4.0 cm に選んだ場合であるが計算した角度分布には明瞭な差は現われなかった。したがって角度について積分したスカラー束についても、上述の3つのメッシュ間隔による計算結果は最大 4.8% 以内の差で極めて良く一致している。この比較計算結果から水媒質および巨視的全断面積が水の場合に近い物質に対しては、4.0 cm 程度粗いメッシュ間隔をとっても差しつかえないといえる。ただし、この

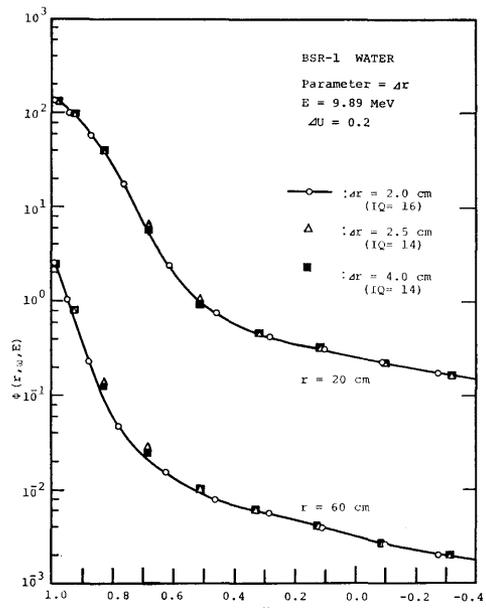


Fig. 10.1 PALLAS-calculated neutron angular distribution. Parameter used in the calculation is spatial mesh  $\Delta r$ .

結果は BSR-1 炉のように半径が 26 cm 程度の大きさの炉心を体積線源としている場合に限る。例えば、線型加速器使用の非常に小さい体積線源の場合は線源の近くを細かい空間メッシュ間隔で計算する必要がある。

9) 本解法は Discrete Ordinates 法にもとづき、各角度分点で中性子の進行方向に方程式を積分して中性子の角度分布を計算するので、比較的少ない角度分点で鋭い前方ピークの角度分布を精度良く計算することができる。このことを例証するために一般の原子炉を代表して BSR-1 炉の問題を再び取り上げた。パラメタとして角度分点数を選び、この分点数が 20, 16, 14 の場合を 1 次元球形状で計算した。その結果を Fig. 10.2 に図示する。これはエネルギーが 8.95 MeV における水中の中性子角度分布で、距離が 10 cm, 30 cm, 50 cm, 70 cm の場合である。なおレサジ間隔は 0.1 である。図示してある角度分布の比較の結果からは、角度分点数を変えても明瞭な差は現われていない。したがって角度で積分したスカラー束についても、3つの計算結果の間では最大 14% の差が 70 cm の透過距離で現われる程度である。このことから実際の原子炉の炉心程度の大きさの問題の場合

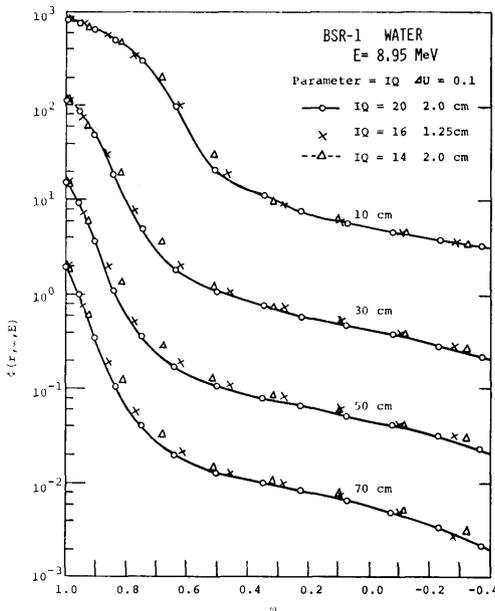


Fig. 10.2 PALLAS-calculated neutron angular distributions. Parameter is the number of angular mesh points.

は、角度分点数を 14 に選んでも大きな誤差は生じないと思われる。ただし、線型加速器を使用した中性子角度分布測定の問題を計算する場合は、角度分点数を 20 程度に選んだ方がよい (第 8 章および Figs. 8.10~8.12)。

以上の有利な点に対し本解法の不利な点は次のようである。

- 1) 空間、角度、エネルギーを全てメッシュ点表示するので全体としては大量のメッシュ点が輸送方程式を解くのに必要である。
- 2) 二次元形状以上では中性子の進行方向を表すのに極角と方位角が必要となり角度分点数が増加する。もし角度分点数が少ないと単位球面上に分布している中性子の進行方向を粗い角度分点で表わすことになる。したがって透過中性子の計算の精度が落ちる。
- 3) 一般に Discrete Ordinates 法では体積線源の大きさに比べ大きな距離のところでは、算出された中性子束に非常に大きな誤差が生ずることがある。すなわち、適当な数の角度分点数では大きな距離のところでは、全ての角度分点が線源を見ることができない事態が起り得るので、この位置では中性子束は非常に小さな値になるか振動する空間分布を示すようになる。この現象を Ray effect といい、本解法でも二次元形状以上の形状では Ray effect が問題となる。この現象を減ずるには数多くの角度分点数が必要となり、これは大量のメッシュ点数を必要とすることになる。したがって大型の計算機が必要となり、また長時間の計算時間が必要となる。
- 4) 本解法は散乱積分の計算をするのに、中性子束  $\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, u)$  およびルジャンドル多項式展開係数  $f_l(u)$  が微小区間  $\Delta u$  内でステップ関数で近似できるという仮定にもとづいている。したがって輸送方程式を計算するのにレサジ間隔をできるだけ細かく定める必要がある。さらに自分自身の群内での散乱中性子を評価するのに繰返し収束法の使用を回避するために、微小レサジ区間  $\Delta u_j$  を仮定し、このため 1 群上のエネルギー群が代表するレサジ区間が大きく仮定されることになる。この仮定からもレサジ間隔の大きさは計算結果に大きな影きようを及ぼすと思われる。この影きようを調べるために実際の原子炉の炉心の大きさを代表する意味から、再び BSR-1 炉の問題を選び、レサジ

間隔を 0.05, 0.1, 0.2, 0.3 に変えて水中の中性子エネルギースペクトルを 1 次元球形状で計算した。その結果を Fig. 10.3 に図示する。図示してあるエネルギースペクトルは距離が炉心表面, 20 cm, 40 cm, 60 cm, 70 cm の位置における値である。図上で実線に黒丸印がレサジ間隔が  $\Delta u = 0.05$  の場合で、点線に三角印はレサジ間隔が  $\Delta u = 0.1$ , 角度分点数が 14,  $\Delta r = 2.0$  cm の場合である。実線と点線のスペクトルが一致しているのは、レサジ間隔が 0.05 から 0.1 に粗くなると最大で 14% 低い値になる (図上で白丸印,  $\Delta u = 0.1$  および 20 角度分点数,  $\Delta r = 1.25$  cm) が, Fig. 10.2 から角度分点数を 14 に減ざると逆に最大で 14% 大きな値になるので、たまたま補償し合って 0.05 レサジ間隔の値に一致したわけである。 $\Delta u = 0.2$

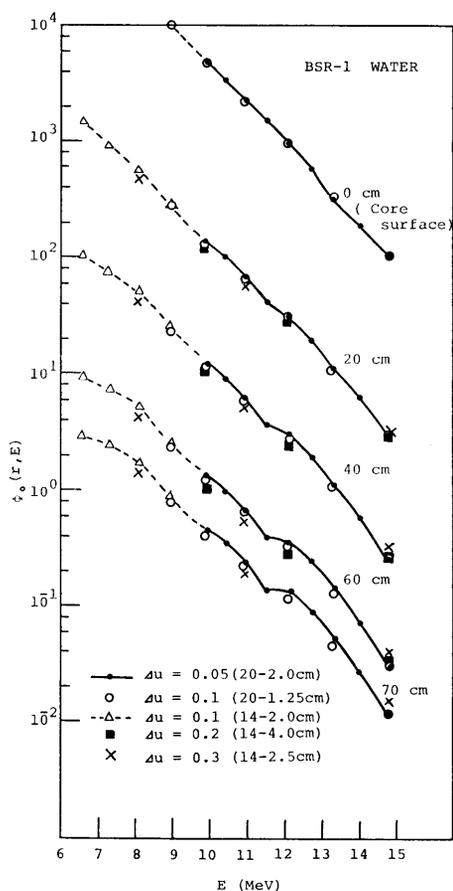


Fig. 10.3 PALLAS-calculated neutron energy spectra. Parameter is lethargy interval  $\Delta u$ .

の場合は 60 cm の距離で  $\Delta u = 0.05$  の場合の値の 22% 減になり、また  $\Delta u = 0.3$  の場合は 70 cm の距離で同じく  $\Delta u = 0.05$  の値に比べ 24% 減である。この  $\Delta u = 0.05$  の場合に対する差は透過距離に従ってわずかに増加する傾向にある。例えば、40 cm における差よりも 60 cm における差の方が 2~3% 大きい。この程度の差の増加では大きな透過距離に対しても大きな誤差をもたらすことにはならないと思われる。以上の比較検討の結果、レサジ間隔を 0.1 に選べば充分精度の高いエネルギースペクトルが求められることがわかった。またレサジ間隔をより粗く、0.2 あるいは 0.3 に選んだ場合でも、中性子の減衰の桁数に比べて認容できないほどの誤差は生じないことも明らかとなった。

上述の議論は中性子のエネルギースペクトルに対してであり、角度分布に対してそのまま当てはめるわけにはいかない。特に高いエネルギーにおける角度分布には明瞭な差が現われる。Fig. 10.4 に上述の問題で、パラメタとしてレサジ間隔を 0.05, 0.1, 0.2 に選んだ場合の水中における角度分布を示す。これはエネルギーが 9.89 MeV と高エネルギーの場合である。また透過距離は 10 cm, 40 cm,

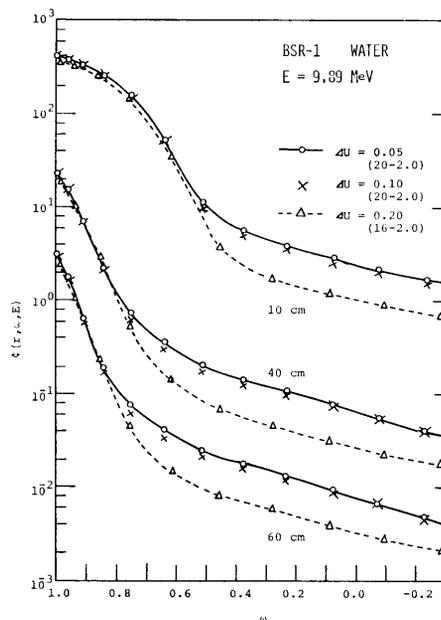


Fig. 10.4 PALLAS-calculated neutron angular distributions. Parameter is lethargy interval  $\Delta u$ .

60 cm である。Fig. 10.4 でレサジ間隔が 0.1 の場合の角度分布は 0.05 の場合と良い一致を示している。これに対し、レサジ間隔が 0.2 の場合は  $\omega$  が 0.8 程度までの前方方向角度分布については良い一致がみられるが、それ以外の角度分布では 60% 程度も低い値を示している。この原因はレサジメッシュ間隔が粗いために、より高いエネルギーからの散乱減速中性子を過少評価しているためである。したがって精度の高い角度分布を PALLAS 計算で求めるためには、レサジ間隔を 0.1 に選ばねばならない。

以上で本解法を中性子遮蔽解析に適用した場合の有利な点と不利な点を明らかにした。次に第 6 章では任意の空間形状に対して導出した最終式を幾種類かの実際の遮蔽形状に適用した。現在のところ本解法にもとづく計算コードとしては形状が 1 次元平板、1 次元球形状、それに二次元円柱形状の場合についてのみ作られている。必要があればそれ以外の形状についての計算コードを作ることは容易である。

第 7 章では解析的に求めることのできる非散乱線について、本解法により計算した結果と解析解との比較を試みた。1 次元平板形状における非散乱線の計算については、30 mfp の深い透過距離までほとんど誤差なく角度分布が計算される点は驚くべきことである。したがって当然角度について積分したスカラー束も解析解とほとんど誤差なく一致した。また 1 次元球形状の場合、大きな炉心 (Fig. 7.2) に対しては非散乱線は深い透過距離まで解析解と良く一致することが明らかにされた。一般に小さい炉心 (極端な場合は点線源) の場合には、深い透過距離では極度の前方ピークの角度分布となるので大きな誤差が生ずる。この問題に対し、本解法では前方方向角度分点の第 1 角度分点さえ  $\omega=1.0$  に近い値を持たせれば極めて良い精度で前方ピークの角度分布を計算することが Fig. 7.3 から明らかにされた。一方、二次元円柱線源の場合は円柱線源から Fig. 7.6 に図示されている程度の距離までは、計算値は解析解と良く一致するが、それ以上離れると誤差が生ずる。この原因は前述の本解法における不利な点の項目の 2) で述べた角度分点数が少ない (Fig. 5.1) ことにあり、また線源から遠く離れた位置では同じく項目の 3) で述べた Ray effect により値が異常に小さくなってしまふことにある。それにもかかわらず、第 8 章における BSR-1 炉問題に対する二次元形状による計算値は、深い距離まで 1 次元球形状による

計算値に良く一致している (Figs. 8.2, 8.3, 8.4, 8.7, 8.8) 事実は見逃すわけにはいかない。これは今後の研究課題の 1 つであろう。

第 8 章では実際の中性子遮蔽問題で信頼のおける実験結果との比較により本解法の精度を確めた。このうち、BSR-1 (および FNR 炉) 問題ならびにグラフィット透過中性子角度分布問題は測定値が絶対値で求められている点、非常に信頼のおける実験結果である。従来、数多くの実験結果および実験と計算との比較が報告されているが、詳細なエネルギースペクトルおよび角度分布についてはほとんどの場合相対値で比較されている。この相対値での比較ではある程度のこととはわかって、減衰の正確な評価にもとづいていないために、その結論の値は半減してしまう恐れがある。この絶対値の測定の困難さは、線源に対する各種の情報を正確に測定することがむずかしい点にある。したがって計算における線源に対する入力データが欠除するために計算が絶対値で求まらないことになる。

従来の比較計算結果とは対照的に、第 8 章では絶対値で計算結果は実験結果と比較し検討を加えている。その結果、本解法は高エネルギー領域における中性子の鋭い前方ピークの角度分布を絶対値で精度良く計算することが明らかにされた。特に前方方向の角度スペクトルが絶対値で正確に求められる (Figs. 8.2 および 8.12) ことは特記すべき事柄であり、これは本解法の特長である。

第 9 章では本解法による実際の中性子遮蔽の解析の例として日本原子力研究所の 4 号炉内に模擬した一次遮蔽問題を計算した。この問題を解析して、前述の本解法の長所の 3) における多重層の内側境界で大きな変化をする中性子角度分布を正確に取り扱い得ることが明らかにされた。またしきい検出器による測定値と PALLAS による計算値を比較することにより、中性子スペクトルの減衰が正確かどうかを検証された。これらの結果から本解法は中性子遮蔽の解析のみならず実際の中性子遮蔽の設計計算にも適用可能であることが確認された。

## 第 11 章 結言および今後の課題

### 11.1 結 言

本研究により提案された定常の中性子輸送方程式を Discrete Ordinates 法にもとづいて直接積分によって解く解法は、前章で検討したように中性子透過計算に対し次のような特長を持っている。

- 1) 遮蔽体の空間形状に対する制限を設けていないので、多種類の形状の遮蔽問題に適用できる。
- 2) 遮蔽体は多重層であるのが普通であり、したがって異物質より成る内側境界での中性子角度分布を正確に取り扱うことが必須条件となる。本解法はこの条件を満足する。
- 3) 特に速中性子の深い透過の計算に適している。その理由は極端な前方ピークの中性子角度分布を精度良く計算することができるからである。この条件は一般に中性子透過計算法にとっては厳しい条件であり、在来の厳密に近い計算法にとってもこの条件を満足することは困難であった。
- 4) 繰返し収斂法の使用を回避することにより、繰返し計算時間だけ計算時間の短縮を図った。その上、収斂値が異常になることもあるという不安を取り除いた。しかし、その反面精度の良い計算値を得るためには、できるだけレザジ間隔を密にすることが要請された。
- 5) 体積線源の内部から遮蔽体背面まで計算することができるので、線源の正確な情報さえ与えることができれば絶対値で遮蔽体の必要な箇所における中性子束を求めることが可能である。すなわち、空間形状のある位置で規格化する必要がないということである。
- 6) 計算結果としては、遮蔽体内およびその背面の任意の位置で最も基礎的な量である中性子角度分布  $\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E)$  が得られる。したがって、この基礎的な量から中性子遮蔽に関するあらゆる情報を得ることが可能である。例えば、角度で積分すれば中性子スカラー束、したがって中性子エネルギースペクトルが求められ、さらにエネルギーで積分すれば全線束  $\Phi_0(\vec{r})$  が求められ、これから中性子の遮蔽体中での減衰がわかる。また、吸収断面積をスカラー束に掛けてエネルギーで積分すれば吸収線量が求められる。その上、次節で述べる二次ガンマ線の計算の基になる遮蔽体内における中性子束分布をも与えることができる。

以上の特長から本解法は遮蔽の解析および設計計算に対し有効かつ精度の良い計算方法であると結論できる。

## 11.2 今後の課題

### 11.2.1 二次元形状における比較計算の必要性

本論文では中性子遮蔽計算に対し有効で精度の良い計算方法の確立とその計算精度の検討を行った。その

結果、本計算法の計算精度の良さに対し確証を得ることができた。しかし本論文で行なった比較計算のみであらゆる中性子透過計算に対し精度の良い計算結果を与えることができると断言することはできない。したがって今後の課題は各種の形状で多種類の中性子透過問題に対し比較計算を行ない、本計算法の精度を一層確かめることである。特に二次元形状に対する二次元的な中性子束の空間分布やエネルギースペクトルについて、非散乱線のみでなく実際の中性子透過問題に対して比較計算を行ない計算精度の検討を行なう必要がある。本論文で二次元形状に対しこのことを行なわなかった理由は計算で解析するのに適している、しかも精度の高い二次元的実験が行なわれていなかったからである。筆者等はこの二次元的実験を計画し、まずしきい検出器による水中における二次元空間での中性子束分布の測定を開始した。近い将来、計算と実験との比較が行なわれる予定である。

### 11.2.2 中性子透過計算に必要な核データの問題

遮蔽計算で計算方法と共に問題となるのは、計算に使用する核データの精度である。この問題は非常に大きな問題であるので一人で取り組むべき課題ではない。しかし、前章の検討の章でも触れたように全断面積の精度は深い透過の中性子の計算に大きな影きを及ぼす。したがって、信頼できる精度のよい実験結果に対する比較計算を行い、実験結果との比較により計算方法の精度を確かめるためには、まず計算に使う核データが精度のよいものであることが前提となる。また、逆に計算方法が一度精度のよい方法であることが確かめられたならば、その後はこの計算方法を用いて中性子透過計算を行なうことにより核データの精度の評価を行なうことができる。以上のような理由で、中性子透過計算は核データと密接な関係を持っている。したがって、少なくとも遮蔽計算に関係のある核種についての核データの補充整備の問題を軽視するわけにはいかない。

### 11.2.3 本計算法の拡充の第1として熱中性子透過計算問題

本論文で提案した中性子透過計算法は対象とする中性子を熱外中性子に限定した。しかし全ての中性子透過問題を取り扱うためには熱中性子の透過問題をも取り扱えるようにすべきである。熱中性子の透過計算は在来一般的に使われている拡散法で行なえばよい。したがって本計算法に熱中性子領域を1群で取り扱う拡散法を付け加えることが計画されている。

### 11.2.4 本計算法の拡充の第2としてガンマ線透過計算問題

遮蔽の評価を総合的な見地に立つて行なうには、中性子の計算のみならずガンマ線の計算も併せて行なう必要がある。しかも原子炉の遮蔽の場合は放射性同位元素のガンマ線の遮蔽と異なって、単独に一次ガンマ線だけを対象に計算することは無意味である。その理由は遮蔽体の外側に近いほど二次ガンマ線の方が一次ガンマ線より多量になって来るからである。この二次ガンマ線は熱中性子の補獲によって生ずる補獲ガンマ線や速中性子の非弾性散乱による非弾性散乱二次ガンマ線、その他に媒質を構成する原子核が中性子を補獲して放射性同位元素になって放出する二次ガンマ線等から成る。したがってこれらの二次ガンマ線はいずれも中性子に起因しているので、遮蔽体内の中性子空間分布が明らかでなければ算出することができない。このために原子炉に対するガンマ線遮蔽の計算は必然的に中性子透過計算と結び付いて来る。以上の理由で本計算法にもとづく計算コード PALLAS にガンマ線透過計算ルーチンを付加することは重要な意義を持つことになる。

ガンマ線の物質との相互作用は中性子の場合に比べて極めて簡単であり、すでに平板形状におけるガンマ線透過計算法は確立されている<sup>38)</sup>。これを拡大するために本計算法の空間形状を取り扱う技法を適用すれば、平板形状以外の任意の形状に対するガンマ線の透過問題を取り扱うことができるようになる。したがって近い将来この問題に取り組むつもりである。ただし、その際に問題になるのは計算技法ではなく、むしろ二次ガンマ線生成の核データの不備であろう。特に中性子の非弾性散乱に起因する二次ガンマ線生成の核データの不備が問題となろう。

### 11.2.5 本計算法の中性子ストリーミング計算への適用

現在、中性子のストリーミング計算法は比較的簡単なダクト形状に対してさえ、精度の良い信頼できる計算法は確立されていない。したがって現状では中性子の非散乱線のストリーミングのみを対象とする Ray-analysis 法による計算に頼る以外に方法がない。複雑な形状のダクトやボイドに対する中性子ストリーミングの計算はモンテカルロ法で行なえば良いが、原理的には良くても実際の計算となると問題が多い。そこで本解法の二次元、三次元形状の取り扱いを比較的簡単なダクトやボイド形状に対する中性子のストリーミン

グ計算へ適用することが考えられる。これまでに二次元円柱形状における直円筒ダクトに対する中性子の非散乱線のストリーミングを計算し、Ray-analysis 計算との比較<sup>84)</sup>を試みた。その結果、本計算法を各種の直円筒ダクトに対する中性子ストリーミング計算へ適用できることが明らかにされた。したがって最近この中性子ストリーミング計算への適用に着手している。

### 11.2.6 本計算法の遮蔽最適設計への適用

遮蔽最適設計の問題では一般に遮蔽重量の最小化が取り上げられる。その他に遮蔽体積の最小化や遮蔽体建設のコストの最小化等の問題もある。いずれにしても、遮蔽体の外側で規準線量以下ということが条件である。したがって遮蔽最適設計の計算には必然的に中性子およびガンマ線の遮蔽体透過計算が必要となる。在来の遮蔽最適設計の計算法では、この放射線の透過計算を精度の良くない比較的簡単な技法にもとづく計算法で行なっていた。最近、米国で Discrete Sn コードの ANISN を透過計算に使用する遮蔽最適設計コード ASOP<sup>85)</sup> が作製され、実際の遮蔽重量最小化の計算に適用された。我が国においても遮蔽最適設計の計算法の研究および計算コードの作製が最近行なわれ<sup>86), 87)</sup>、計算例も発表された。したがって、この最適化計算コードに本解法にもとづく透過計算コード PALLAS を結び付ければ、より精度の高い遮蔽最適設計計算コードが作られる筈である。近い将来 PALLAS コードで放射透過計算を行なう遮蔽最適設計コードが作られるであろう。

### 11.2.7 三次元形状に対する計算コードの作製

本解法のように中性子の散乱現象を忠実に取り扱う厳密に近い計算法による三次元形状計算コードは、モンテカルロコードを除いてまだ実現していない。理論の上では三次元形状の取り扱いはずでに可能であるが、計算機のコア記憶容量による制限や計算時間（したがって計算費用）の点で現状では無理であろう。また、一般に三次元形状になるとモンテカルロコードの方が輸送コードに比べて上記の理由で有利であると見なされている。しかしこの予想は将来計算機が大容量化し、その上一層高速化すれば覆るであろう。したがって、近い将来ではないが本解法にもとづく三次元形状中性子計算コードが将来必ず作られると思われる。そうなれば今まで取り扱われ得なかった数多くの遮蔽問題が、精度の高い計算コードによって計算されるようになるであろう。