4.2　チャギングの数値シミュレーション[51]

前節では、供給蒸気によるベント管内の界面押し下げ効果が蒸気流束の増加とともに強くなることに着目した簡単なモデルによる解析から、蒸気流束が増すにつれてチャギング周期が次第に短くなり低周波振動成分の含まれていない気泡凝縮振動へと遷移していく様子を示すとともに、チャギング発生のための蒸気流束限界を導き、実験データとの比較検討を行った。その結果、チャギング振動による流体振動の振幅と周期、さらにはチャギング限界のプール水温依存性などについてかなりの部分に亘って定量的に説明することができた。

しかし、前節の解析では、界面がプール水中に出ている間の蒸気凝縮と界面がベント管内にある間の弱い蒸気凝縮(図2-2参照)を取扱わず、プール水の逆流の大きさを支配するマノメータ振幅Cをパラメータとして近似的に取扱っている。従って、界面変動や圧力振動波形を解析値と詳細に比較できず、また、低流束時に界面がベント管外へ出ないまま再上昇する双子や三つ子タイプ(3.2.1節及び図3-2参照)のような振動様式を再現できない。そこで、本節ではこれらの凝縮現象を取扱うため、界面の水側に温度境界層を設け、その境界層温度と蒸気温度間で定義された凝縮熱伝達率を使って凝縮量を数値的に計算し、前節の解析で十分でなかった点を補う。

4.2.1　現象のモデル化

チャギング現象は低周波振動の一種であり、それを支配しているコントロール容積はヘッダーを含む蒸気空間であるので、前節と同様、ベント管出口の蒸気泡をコントロール容積とする高周波成分は取扱わない。現象のモデル化に当って、以下の仮定を設けた。

(1) 典型的なチャギング時には、蒸気-水界面がベント管内外を大きく上下運動しているので、界面運動をベント管軸方向の1次元運動と見なす。そして、界面がプール水中へ出ている間の気泡形状も、統一的な取扱いを容易にするため円筒状と仮定する。

(2) 本実験では、チャギング周波数はおおむね2～8Hzの範囲に入っており、ヘッダー内の熱力学的状態は空間的に均一であると見なせる。チャギング振動はヘッダー内の圧力変動の低周波成分と一致していることになり、複数ベント管の場合、ベント管間で差異は全くない。

(3) 界面変動に伴い凝縮速度も大きく変動するのは、界面の水側温度の変化に依るものであり、この温度変動を模擬するために、水側に温度境界層を設ける。凝縮速度は蒸気温度と境界層温度の差で支配されるが、境界層温度は回りのプール水との混合効果と界面上への凝縮量により決定されると考える。その際、混合効果は界面変動速度の絶対値に比例するとし、境界層水の一部

がベント管内面への付着水として取り除かれることによる境界層温度の冷却効果も同様に扱う。

(4) 界面がベント管内を下降する際には、境界層水の一部がベント管内面への付着水として取り除かれ、それを補う冷水が混入して境界層温度を多少サブクール状態に保ち、弱い凝縮が生じる。この効果により、低流束時に双子タイプの圧力振動や、ベント管内のみの界面振動[11]が引き起こされるとする。

(5) 界面変動に伴うプール水の慣性力を模擬するため、1次元円筒水柱の下端に仮想円柱を考え、水柱の運動方程式に組み込む。

(6) 浮力や表面張力の変化はチャギング現象に余り影響しないと考え、これらを無視する。

4.2.2 基礎式

以上の仮定に基づき解析体系と主な記号を概念的に示したのが 図4-12である。

(1) ヘッダー内蒸気の状態

ヘッダー内蒸気の質量 m_D と内部エネルギー U_D の変化に関しては、次の方程式が成り立つ。

$$\frac{d\,m_D}{dt} = G_{IN} - G_{OUT} \tag{13}$$

$$\frac{d\,U_D}{dt} = i_{IN}G_{IN} - i_D G_{OUT} - Q_D \tag{14}$$

ここで、Q_D はヘッダーからの熱損失である。

実験条件に合わせて、オリフィスより上流側の圧力は一定に保たれ、流れはオリフィス中で臨界状態になっていると見なす。従って、流入蒸気流量 G_{IN} とその比エンタルピ i_{IN} は一定である。 ヘッダーから流出する蒸気流量 G_{OUT} は次式で表される。

$$G_{OUT} = n\frac{\pi}{4}d_V^2\,\rho_S u_S \tag{15}$$

(2) 界面上の蒸気圧力

チャギングは低周波振動の一種であるので、その振動周期は圧縮波がベント管内を通過する時間に比べて十分長い。従って、ベント管内の蒸気流量はヘッダーと界面上の蒸気圧力 $p_{SI}(t)$ によって定まる。逆に p_{SI} は、ベント管内を一様に流れる(圧縮波の影響を考慮していていないため)蒸気流速 $u_S(t)$ を使えば、管出入口の損失、摩擦損失および加速圧力降下を考慮して次式のように表される。

$$p_{SI} = p_D + \rho_S g(l_V - z) + \rho_S(l_V - z)\frac{du_S}{dt} - \rho_S\frac{u_S^2}{2} + \left(\xi_S + \lambda_S\frac{l_S}{d_V}\right)\rho_S\frac{u_S|u_S|}{2} \tag{16}$$

ここで、

$$l_S = \begin{cases} l_V - z & (z \geq 0) \\ l_V & (z < 0) \end{cases}$$

$$\xi_S = \begin{cases} \xi_{IN} & (u_S < 0 \text{ and } z \geq 0) \\ \xi_{OUT} & (u_S \geq 0 \text{ and } z \geq 0) \\ \xi_{IN} + \xi_{OUT} & (z < 0). \end{cases}$$

ベント管内の蒸気密度 ρ_S と蒸気温度 T_S はヘッダーからの蒸気がベント管内で「蒸気の絞り」時に見られる等エンタルピ変化を行うとして計算する。

(3) 水柱の運動方程式

プール水の慣性を模擬している仮想水柱も加えた全水柱に対する運動方程式は、出入口の損失や摩擦損失を考慮すると、以下のようになる。

$$l_{LM}\rho_L\frac{du_L}{dt} = -p_{SI} + p_B - \rho_L g l_{LM} - \left(\xi_L + \lambda_L\frac{l_L}{d_V}\right)\rho_L\frac{u_L|u_L|}{2} \tag{17}$$

ここで、

$$l_L = \begin{cases} z & (z \geq 0) \\ 0 & (z < 0), \end{cases} \qquad l_{LM} = \begin{cases} l_M + z & (z \geq 0) \\ l_M & (z < 0) \end{cases}$$

$$\xi_L = \begin{cases} \xi_{IN} & (u_L \geq 0 \text{ and } z \geq 0) \\ \xi_{OUT} & (u_L < 0 \text{ and } z \geq 0) \\ 0 & (z < 0). \end{cases}$$

水柱の底面に作用する圧力 p_B は、同じ深さの静水中の圧力に等しいとすると、

$$p_B = p_A + \rho_L g l_B \tag{18}$$

ここで、

$$l_B = \begin{cases} l_H + l_M - z & (z < 0) \\ l_H + l_M & (z \geq 0). \end{cases}$$

(4) 蒸気-水界面の凝縮熱伝達

気液界面上への蒸気凝縮による伝熱速度 Q_{CON} は、熱伝達率 h および蒸気と境界層の温度差により決定される。

$$Q_{CON}\,(=LG_{CON}) = S\,h\,(T_S - T_F) \tag{19}$$

ここで、

$$S = \begin{cases} n\frac{\pi}{4}d_V^2 & (z \geq 0) \\ n\frac{\pi}{4}d_V^2 - n\pi d_V z & (z < 0). \end{cases}$$

一方、蒸気凝縮に伴って水側境界層へ運ばれる全熱量 Q_F は、Q_{CON} の他に凝縮水の持つ顕熱も含まれる。

$$Q_F = Q_{CON} + c_{PL}\,G_{CON}\,(T_S - T_F). \tag{20}$$

(5) 境界層の温度

凝縮速度の変化が非常に大きなチャギング現象の数値解析では、境界層温度の決定が非常に重要となる。蒸気泡がプール水中を上下に運動する期間及び界面がベント管内を下降する際の混合効果は、現象のモデル化の仮定(3)より、界面変動速度の絶対値に比例する。従って、境界層内の平均温度 T_F の変化に関する方程式は、界面位置や変動方向によって次の３式のいずれかで表される。

$$r\frac{dT_F}{dt} = \frac{Q_F}{\rho_L c_{PL} S} \qquad (u_L \geq 0 \text{ and } z \geq 0) \tag{21-a}$$

$$r\frac{dT_F}{dt} = \frac{Q_F}{\rho_L c_{PL} S} - C_x(T_F - T_L)|u_L|$$

$$(u_L < 0 \text{ and } z \geq 0,\ u_L \geq 0 \text{ and } z < 0) \tag{21-b}$$

$$r\frac{dT_F}{dt} = \frac{Q_F}{\rho_L c_{PL} S} - C_x(T_F - T_L)|u_L| - \frac{r}{z + d_V/4}(T_F - T_L)|u_L|$$

$$(u_L < 0 \text{ and } z < 0) \tag{21-c}$$

式(21-c)の最後の項は、プール水中を界面が降下する際の界面面積の増加、即ち、境界層体積の増大に伴うプール水の混入を示している。

(6) 蒸気流速と水柱速度の関係

連続の式として、二つの流速 u_S と u_L の間には次の関係が成り立つ。

$$u_S - u_L = \frac{G_{CON}}{n\frac{\pi}{4}d_V^2\,\rho_S} \tag{22}$$

さらに、G_{OUT} と G_{CON} に関しては式(15)、(22)から次の関係が導かれる。

$$G_{OUT} - G_{CON} = n\frac{\pi}{4}d_V^2\,\rho_S\,u_L \tag{23}$$

4.2.3 計算方法

計算手法としては、時間ステップごとに逐次変数を求めていく陽解法を採用し、ヘッダー圧力や界面位置などの変動が計算される。まず、ヘッダーからの熱損失Q_Dをある一定値とし、式(13)、(14)で与えられるm_DとU_Dに一致するP_DとT_Dを蒸気表を使って繰り返し計算から求める。 このとき、ヘッダー内の蒸気が湿り状態であれば湿り度が、過熱状態であれば過熱度が得られる。このP_Dを基に、それぞれ式(16)、(17)を使ってP_{SI}とdu_L/dtが計算される。界面位置zは $z=\int u_L\,dt$ から求める。 次に、式(18)～(20)によりP_B、Q_{CON}およびQ_Fが求められ、最後に、T_F、u_SとG_{OUT}が式(21-a)～(23)を使って計算される。そして、次の時間ステップへ進み式(13)へ戻る。

なお、初期値としては、ヘッダー内を大気圧の飽和蒸気状態、界面位置をベント管出口より6cm上方、境界層温度を飽和水温とし、時刻零から、i_{IN}とG_{IN}が一定な蒸気がヘッダー内へ流入を開始するとした。計算は、安定した振動状態(ほぼ完全な周期運動)となるまで続けた。

4.2.4 インプットパラメータ

表4-1は、本節のチャギング数値解析で使用した全パラメータの値を示している。表の左欄は実験条件から定められるパラメータを示しており、その中の熱損失Q_Dは、界面がベント管内でほぼ停止している時のヘッダーへの流入蒸気量G_{IN}から求めた。

一方、右欄は解析において適当な値を選ぶことのできる解析パラメータである。これらの内、管入口と出口の圧力損失係数ξ_{IN}、ξ_{OUT}は日本機械学会編の「機械工学便覧」を参考にした。他のパラメータ、熱伝達率 h 、プール水の仮想慣性長さl_M、プール水の境界層内への混合係数 C_x や境界層厚さ r の値は、$T_L=20$ °C, $V_D=0.04\,m^3$, $n=5$ における解析圧力波形が実験データと最もよく一致する組合せであるが、これらの値の妥当性については次章で述べる。

気泡を円筒形でモデル化することに付随するパラメータ l_M の値としては、従来の研究の中に、Pitts[37]による$l_M=d_V$とLeeら[38]による $l_M=2/3\,d_V$ がある。 通常のチャギングではプール水がベント管内を運動している期間 τ は界面がプール水中にある期間 τ′ に比較して十分長いので、(図4-3参照)界面の運動を表す式(17)中の水柱の高さl_{LM}は大部分の時間に対して $l_{LM}\simeq z$ であり、チャギングの一周期に亘るl_Mの影響は小さい。 そこで、本解析ではl_Mに対する詳細な感度解析を行わず、従来の研究を参考にして $l_M=d_V$ とした。

チャギングは、短い期間 τ′ で行われる大量の蒸気凝縮と界面降下時τ_{DN}の弱い凝縮によりその特性がほぼ決定づけられるので、熱伝達率 h の評価は境界

層温度と共に重要である。 この h の値に対する感度解析の結果、現象の再現性の良い $h = 2.26 \times 10^6$ W/(m^2·K) を得た。 この値は、気泡凝縮振動状態におけるKozekiら[9]の実験データの数倍である。 表4-1の熱伝達率は境界層水のサブクール度 $T_S - T_F$ に対して定義されているのに対し、Kozekiらはプール水のサブクール度 $T_S - T_L$ に対して定義している。ところで、本解析では $T_S - T_F$ の平均値は $T_S - T_L$ の1/10程度である(図4-16、17参照)。従って、表4-1のhの値は実質的には Kozekiらのデータの約半分であると言える。 次節で述べる解析結果では、全ての様式のチャギングに対して上記の h の値を使用した。

4.2.5 解析結果

(1) 振動様式の蒸気流束依存性

図4-13は、典型的な実験条件 $d_V = 18$ mm, $l_H = 0.25$ m, $l_V = 0.5$ m, $n = 5$, $V_D = 0.04$ m^3, $T_L = 20$ °C において、蒸気流束を変えていった場合の解析結果を示している。 この条件は、ベント管浸水深さ(ヘッダー内の平均圧力にだけ影響し、チャギング特性にはほとんど影響しないパラメータ) とプール水温に多少の違いがある以外、図2-3の実験条件と同じである。図4-13に示されるように、蒸気流束がある値(約 1 kg/(m^2·s) 以下では、ベント管内のみの僅かな界面変動に同期した弱いヘッダー圧力の振動が見られる(図(a))。界面変動と圧力振動の振幅は共に蒸気流束の増加に従って徐々に大きくなる。しかし、蒸気流束がさらに増大すれば、それらの振幅は減少に転じ周波数は増加する。そして、遂にはヘッダーをコントロール容積とする振動は生じなくなる(図(j))。界面変動の振幅と周期の蒸気流束依存性は前節の解析結果と一致しており、また、図2-3の実験結果の傾向ともよく一致している。図2-3との対応の詳細は以下のようである。

図2-3(d)、(e)で現れるヘッダー圧力振動の双子波形は図4-13(d)、(e)でシミュレートされている。界面がベント管内を下降する際には、境界層内の水は、これまでに述べたように、下方の冷水との混合効果により冷却され、境界層のサブクール度に応じた蒸気凝縮が生じヘッダー圧力は大気圧以下の負圧となる。この負圧が水柱の下降運動を止めるのに十分な大きさであれば、ベント管内の界面はプール水中へ出ないまま再上昇する。これが、双子タイプの圧力波形の内の小さい方の圧力変動に当たる。しかし、この時の負圧は界面がプール水中へ出た時の負圧に比べれば小さいので、界面上昇は小さく、次の下降時に界面はプール水中に達しヘッダー内の大きな負圧によって高く吸い上げられる。

以上が、双子タイプの圧力振動波形が現れるメカニズムを解析結果から説明したものである。蒸気流束やプール水温によっては、ベント管内のみの振動回数が2回となる 三つ子タイプ や3回の 四つ子タイプ などの振動波形が現れる(図4-13(c)は五つ子タイプ)。 実験においても、図2-3(b)~(e)に示され

るように、1回から数回のベント管内の界面振動に相当する圧力振動波形が見られる。

既に述べたように、蒸気流束がある値を越えるとチャギングが生じなくなる。このとき実験では、界面は常にプール水中にあって、ヘッダー圧力は僅かに振動を続ける(図2-3(i))。これに対し、解析では、界面は小さな振動を伴うか、或いは単調にプール水中を降下する(図4-13(j))。これは、本節の解析では蒸気泡をコントロール容積とする気泡凝縮振動を扱っていないためで、実際にはチャギング限界以上の蒸気流束ではベント管内の圧力振動は気泡凝縮振動が支配的となり高周波振動が卓越し、その名残りとしてヘッダー圧力が僅かに振動する。チャギングの生じていない図4-13(j)の蒸気流束は $21.8\ \mathrm{kg/(m^2 \cdot s)}$ であるが、この値は図2-12の $T_L = 20\ ^\circ\mathrm{C}$ におけるチャギング限界にほぼ一致している。

(2) 実験パラメータの影響

表4-1の蒸気流束以外の主な実験パラメータの解析結果に及ぼす影響をまとめると以下のようになる。

図4-14はヘッダー容積が $0.04\ \mathrm{m^3}$ と $0.01\ \mathrm{m^3}$ の場合の比較である。ヘッダー容積が小さくなる程、ヘッダー圧力振動の振巾が大きくなるという傾向は図2-8と同一であるが、解析の方が V_D の影響が強く出る。

図4-15は、蒸気流束を一定にし、ベント管数を1、5、9と変えていったときの結果である。ベント管数が増えていくと、圧力振動の振幅も大きくなっている。これは、図2-7(a)、(b)の実験データの傾向と一致している。

実験では、ヘッダー内の圧力振動はプール水温が 70℃ を越えると水温の上昇とともに弱くなる(図2-14参照)。ところが、本節の解析では、圧力振動はプール水温の上昇とともに激しくなる。これは、高プール水温になる程気泡寸法が大きくなり浮力の影響が増すが、解析ではその効果が考慮されていないことによるものと思われる。従って、高プール水温時の気泡形状は円筒形とは限らず、Chanら(26)が観察したように球状に近い場合もあるであろう(図4-3参照)。

ベント管長 l_V とベント管浸水深さ l_H のヘッダー圧力振動に及ぼす影響は、第2章で述べた実験結果と同様、浸水深さの増大が水頭圧の差だけヘッダーの平均圧力を高くするという以外、ほとんどなかった。

(3) 境界層温度への影響

蒸気-水界面に接する水側境界層温度の評価は 本解析において重要な役割を演じているが、存在するであろう境界層の温度は本実験では測定されていない。そこで、チャギングの境界層温度の変化と代表的な実験パラメータとの係りを計算結果から調べることにする。

図4-16は、境界層温度の解析値 T_F へ及ぼす蒸気流束とプール水温の影響を

水のサブクール度ΔT)、ベント管内径 d_V や蒸気流束 j_S などにより変化し、一般にサブクール度の増大とともに、またベント管径の減少とともに増大する。そして、蒸気流束に対しては、条件によっては増大したり(図2 -24参照) 減少したり[53]するが、あまり大きな依存性を示さない。

図4 -19は、本実験のデータの蒸気流束の依存性を無視して、周波数と管径の積 $f \cdot d_V$ とプール水サブクール度ΔTの関係を示している。積 $f \cdot d_V$ はほぼΔTに比例するが、d_V=18 mmと 29 mm でデータが少し分かれており、管径の影響が僅かに残っている。そこで、$f \cdot d_V^{2/3}$ とΔTの関係を調べたのが図4 -20であり、実線はべき乗回帰によって求めた次式を表している。

$$f \cdot d_V^{2/3} = 0.953\,\Delta T^{0.68} \qquad (24)$$

これら二つの図から、振動周波数 f は d_V に対し－2/3～ −1 の間の指数で比例することが分かる。次に、これまでに公表されている小規模実験のデータについて同様の整理を行う。福田[42]は内径 8～27.6 mm のベント管を用い、プール水温と蒸気流束の広い範囲について振動周波数を得ている。班目[58]は内径25mmの水平ベント管について蒸気流束と水温を変えたデータを得た。横田[33]も同様に水平ベント管で内径 19～51 mm の範囲のデータを得ている。また、Sursockら[39]は、内径 1.2mm のオリフィスからの蒸気水中放出の Greef のデータ[59]を整理し直して示した。図4 -21は、各研究者のデータを全てカバーするように選んだ代表的なデータについて、図4 -20と同様に蒸気流束に無関係とし、$f \cdot d_V^{2/3}$ とΔTの関係として示したものである。図4 -21中には参考のため、式[24]も示されている。同様に4 -22は、同じデータを $f \cdot d_V$ と ΔT の関係として示したものである。図4 -21と図4 -22より、これらのデータは広いベント管径に対するものであるが、ΔTの上昇とともに、また d_V の減少とともに振動周波数が増加することを示している。データがばらつくのは、蒸気流束の影響が考慮されていないことの他に、各研究者によって水温の測定位置に違いがあることや、実験体系に違いがあることなどが原因と考えられる。

4.3.2 気泡形状のモデル化

従来の研究では、気泡凝縮振動時の圧力振動の振動周波数を、ベント管内の気柱共鳴 (Vent Acoustic Model)[25]や、ベント管出口の蒸気泡の固有振動数[23]で説明しようとした。また、福田[42]はベント管出口の気泡形状を球状と仮定し、その球状気泡の振動を記述する基礎式の線形化から振動数を求め、彼等の実験データとの比較を行っている。このように、気泡凝縮振動に限っても統一的な説明は行われていない。

そこで、本節では、高速写真を含む実験データを基に第3章で考察した気泡凝縮振動を支配している高周波振動成分の発生メカニズムから基礎式を導くこ

とにする。そのためには、ベント管出口に形成される蒸気泡への流入蒸気量と気泡界面上への凝縮量のバランス、および気泡の運動を解析的に扱わねばならないが、その前に、蒸気泡の形状をどのように仮定するかについて考えておく。

高速写真から、ベント管先端の蒸気泡は複雑な形状をしており、しかもその形状はプール水温や蒸気流束の影響も強く受ける[26]ことが明らかにされている。従って、気泡形状を正確にモデル化することは困難となる。そこで、解析的な取扱い可能な気泡形状を考えねばならないが、図4-23は3種類の典型的な気泡形状を示している。

最初は円筒蒸気泡であって、気泡及びプール水の慣性を模擬する仮想質量が円筒形状をしており、気泡振動は円柱気泡の高さの変化として与えられる。前節のチャギング振動の数値解析でこの形状のみを扱った理由は、大部分の時間がベント管内の水柱の1次元運動で占められるためである。この形状において必然的に出てくる仮想質量の高さl_Mは通常ベント管径d_Vに等しいとされる。他の二つの気泡形状に比べて、一般にl_Mをパラメータとしなければならないところが円筒モデルの欠点である。

次が、気泡を完全な球と見なす球状気泡モデルである。このモデルでは、気泡は無限遠まで広がったプール水中で膨張と収縮を繰り返すので、界面変動に対するプール水の慣性効果は簡単に定式化できる。しかし、気泡界面の面積は実際の気泡表面積よりも大きくなる。最後が、気泡をベント管出口に接した欠球と仮定するいわゆる半球モデルである。このモデルは、気泡運動を欠球の膨張、収縮として扱い前述のモデルより現実的な形状をしているが、界面変動を記述する運動方程式は複雑となる。

高速写真による観察から、気泡凝縮振動時の気泡膨張・収縮の振幅が小さいので、以上の3種の気泡形状モデルに対する界面変動を線形化して取扱うことが可能である。

4.3.3 基礎式

前節のチャギング数値解析では、界面近傍に温度境界層を設け、その境界層内の平均水温と蒸気温度に対して凝縮熱伝達率を定義した。これは、チャギング時の流体振動振幅と境界層温度の変動は非常に大きく(図4-16参照)、それにより蒸気凝縮速度も大きく変化していることに対応させるためであった。しかし、本節の対象である気泡凝縮振動では、界面変動振幅が小さいばかりでなく、その変動周期もチャギング現象に比較して非常に短いので、界面の水側に境界層が形成されているとしても境界層温度の変動幅も大きくはないと考えられる。従って、境界層温度の微少な変動による効果は無視できると考え、本節の熱伝達率をプール水温に対して定義することとする。

(1) 円筒蒸気泡モデル

蒸気泡へはベント管を通してほぼ一定と見なせる蒸気流束 j_S で蒸気が供給され、一方気泡界面では変動する凝縮速度に従い、界面及び圧力 p_S が変動する。座標系及び記号を図4-24のように設定すると、以下のような式が成り立つ。　蒸気泡容積 V_S は

$$V_S = \frac{\pi}{4} d_V^2 z \tag{25}$$

であり、蒸気泡へ流入する蒸気に対する連続の式は

$$\frac{d(V_S \rho_S)}{dt} = \frac{\pi}{4} d_V^2 j_S - \frac{h \Delta T}{L} \left(\frac{\pi}{4} d_V^2 + \pi d_V z \right) \tag{26}$$

となる。蒸気泡の蒸気は飽和状態をたどるとすると（図3-8、9のベント管出口近傍温度 T_3 参照)、式(26)は次のようになる。

$$\rho_S \frac{dV_S}{dt} + V_S \left(\frac{\partial \rho_S}{\partial p} \right) \frac{d p_S}{dt} = \frac{\pi}{4} d_V^2 j_S - \frac{h \Delta T}{L} \left(\frac{\pi}{4} d_V^2 + \pi d_V z \right) \tag{27}$$

—容積変動の小さい場合—

この場合 $dV_S/dt = 0$ とおけるので、式(27)は、

$$\frac{\pi}{4} d_V^2 z \left(\frac{\partial \rho_S}{\partial p} \right) \frac{dp_S}{dt} = \frac{\pi}{4} d_V^2 j_S - \frac{h \Delta T}{L} \left(\frac{\pi}{4} d_V^2 + \pi d_V z \right) \tag{28}$$

蒸気温度の変化を考慮しないと $\Delta T = \text{const.}$ となり、上式中の変動量は z と p_S となる。これらの1次の変動分をとり高次の変動を除くと次式が得られる。

$$\frac{\pi}{4} d_V^2 z_0 \left(\frac{\partial \rho_S}{\partial p} \right) \frac{d(\delta p_S)}{dt} + \frac{h \Delta T}{L} \pi d_V \delta z = 0 \tag{29}$$

一方、仮想水柱の運動方程式は

$$p_S - p_\infty = \rho_L l_M \frac{d^2 z}{dt^2} \tag{30}$$

となる。$d\delta z/dt = dz/dt$ であることを利用すると、式(29)、(30)より

$$\frac{d^3 \delta z}{dt^3} + \frac{4 h \Delta T}{\rho_L d_V z_0 l_M L} \left(\frac{\partial p}{\partial \rho_S} \right) \delta z = 0 \tag{31}$$

が得られる。この式の特性方程式は、式(31)の解 $\delta z = z_0 e^{st}$ を代入して、

$$\begin{cases} s^3 + B_3 = 0 & (32) \\ B_3 = \dfrac{4 h \Delta T}{\rho_L d_V z_0 l_M L} \left(\dfrac{\partial p}{\partial \rho_S} \right) & (33) \end{cases}$$

で表される。式(32)の角周波数 ω と振動周波数 f は次式で与えられる。

$$\omega = \frac{\sqrt{3}}{2} B_3^{1/3} \tag{34}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \left\{ \frac{h \Delta T}{2 \rho_L d_V z_0 l_M L} \left(\frac{\partial P}{\partial \rho_S} \right) \right\}^{1/3} \tag{35}$$

―容積変動を考慮する場合―

式(25)より、V_Sの変化は

$$\frac{dV_S}{dt} = \frac{\pi}{4} d_V^2 \frac{dz}{dt} \tag{36}$$

となる。これを式(27)に代入し、界面の変動分δzとP_Sの変動分δP_Sをとり、前項と同様、式(30)と組合わせて高次の変動分を除くと次式が得られる。

$$\frac{d^3 \delta z}{dt^3} + \frac{\rho_S}{\rho_M z_0 l_M} \left(\frac{\partial P}{\partial \rho_S} \right) \frac{d \delta z}{dt} + \frac{4 h \Delta T}{\rho_L d_V z_0 l_M L} \left(\frac{\partial P}{\partial \rho_S} \right) \delta z \tag{37}$$

式(37)の特性方程式は、

$$\begin{cases} s^3 + B_2 s + B_3 = 0 & (38) \\ B_2 = \dfrac{\rho_S}{\rho_L z_0 l_M} \left(\dfrac{\partial P}{\partial \rho_S} \right) & (39) \end{cases}$$

この場合の角周波数 ω は、次に示す無次元量 n の関数として与えられる。

$$n = \frac{B_3^{1/3}}{\sqrt{B_2}} \tag{40}$$

ωがnによっていかに変わるかについては4.3.4節で詳細を記すことにし、ここでは単にnがほぼ2より大であれば式(34)がωのよい近似値を与えることを述べるに留めておく。

―蒸気温度の変化を考慮する場合―

これまではプール水のサブクール度ΔTを一定として取扱ってきたが、界面近傍に温度境界層を考えない($T_L = \mathrm{const.}$)場合でも、厳密には圧力変動に伴う蒸気温度の変化がΔTに変動分$\delta(\Delta T)$を生じさせる。

$$\delta(\Delta T) = \left(\frac{\partial T_S}{\partial P} \right) \delta P_S \tag{41}$$

であることを考慮すると、式(37)の導出と同様な方法で式(27)のδzに関する線形方程式が得られる。

$$\frac{d^3 \delta z}{dt^3} + \frac{h}{L} \left(\frac{1}{z_0} + \frac{4}{d_V} \right) \left(\frac{\partial T_S}{\partial \rho_S} \right) \frac{d^2 \delta z}{dt^2} + \frac{\rho_S}{\rho_L z_0 l_M} \left(\frac{\partial P}{\partial \rho_S} \right) \frac{d \delta z}{dt}$$
$$+ \frac{4 h \Delta T}{\rho_L d_V z_0 l_M L} \left(\frac{\partial P}{\partial \rho_S} \right) \delta z = 0 \tag{42}$$

式(42)の特性方程式は、

$$\begin{cases} s^3 + B_1 s^2 + B_2 s + B_3 = 0 & (43) \\ B_1 = \frac{h}{L}\left(\frac{1}{z_0} + \frac{4}{d_V}\right)\left(\frac{\partial T_S}{\partial \rho_S}\right) & (44) \end{cases}$$

となる。この場合の角周波数 ω は、式(40)で定義される無次元量 n の他に、次に示す無次元量 m の関数として与えられる。

$$m = \frac{B_1}{\sqrt{B_2}} \qquad (45)$$

(2) 球状気泡モデル

界面変動は、図4-23で示されるように、気泡半径 r の変動として表される。r の変動分 δr に対して、式(42)に相当する線形微分方程式を導く。

蒸気の連続の式

$$\frac{d(\rho_S V_S)}{dt} = \frac{\pi}{4} d_V^2 j_S - h(4\pi r^2)\frac{\Delta T}{L} \qquad (46)$$

無限遠まで広がった水中の気泡の運動方程式

$$r\frac{d^2 r}{dt^2} + \frac{3}{2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = \frac{P_S - P_\infty}{\rho_L} \qquad (47)$$

式(46)の右辺は、$V_S = 4/3\pi r^3$ を利用すると、次のように書ける。

$$\frac{d(\rho_S V_S)}{dt} = 4\pi r^2 \rho_S \frac{dr}{dt} + \frac{4}{3}\pi r^3 \left(\frac{\partial \rho_S}{\partial P}\right)\frac{dP_S}{dt} \qquad (48)$$

圧力 P_S とサブクール度 ΔT の変動分を δr で表し、式(46)~(48)を線形化すると次式を得る。

$$\frac{d^3 \delta r}{dt^3} + \frac{12}{d_V}\left(\frac{h}{L}\right)^{3/2}\left(\frac{\Delta T}{j_S}\right)^{1/2}\left(\frac{\partial T_S}{\partial \rho_S}\right)\frac{d^2 \delta r}{dt^2} + \frac{48\rho_S h \Delta T}{d_V^2 \rho_L L j_S}\left(\frac{\partial P}{\partial \rho_S}\right)\frac{d\delta r}{dt}$$
$$+ \frac{384}{d_V^3 \rho_L j_S^{3/2}}\left(\frac{h\Delta T}{L}\right)^{5/2}\left(\frac{\partial P}{\partial \rho_S}\right)\delta r = 0 \qquad (49)$$

(3) 半球状気泡モデル

図4-23 の記号を用いると、半球状気泡モデルにおける蒸気泡の容積と界面積はそれぞれ次のようになる。

$$V_S = \frac{\pi}{6} y\left(y^2 + \frac{3}{4} d_V^2\right) \qquad (50)$$

$$A_S = \pi\left(y^2 + \frac{1}{4} d_V^2\right) \qquad (51)$$

蒸気の連続の式

$$\frac{d(\rho_S V_S)}{dt} = \frac{\pi}{4} d_V^2 j_S - \frac{h\Delta T}{L} A_S \tag{52}$$

気泡外部の無限遠まで延びた円錐内のプール水が界面運動に対する慣性効果を及ぼすと考えると、気泡の運動方程式は

$$(3y^2 - \frac{1}{4} d_V^2)\left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + 2y\,(y^2 + \frac{1}{4} d_V^2)\,\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{8}{\rho_L} y^2 (P_S - P_\infty) \tag{53}$$

界面変動量 $\delta y\ (= y - y_0)$ を使って、式(50～53)を線形化すると、

$$\frac{d^3 \delta y}{dt^3} + \frac{12h}{d_V L}\left(\frac{\partial T_S}{\partial \rho_S}\right) \frac{1}{1 + \frac{2h\Delta T}{Lj_S}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{L j_S}{h\,\Delta T} - 1}} \cdot \frac{d^2 \delta y}{dt^2} + \frac{48\rho_S}{\rho_L d_V^2 \left(\frac{Lj_S}{h\Delta T} + 2\right)}\left(\frac{\partial P}{\partial \rho_S}\right) \frac{d\delta y}{dt}$$

$$+ \frac{384\,(h\Delta T)^2}{\rho_L d_V^3 L^2 j_S} \frac{\sqrt{\frac{Lj_S}{h\Delta T} - 1}}{\frac{Lj_S}{h\Delta T} + 2}\left(\frac{\partial P}{\partial \rho_S}\right) \delta y = 0 \tag{54}$$

を得る。

4.3.4 線形振動論に基づく振動数

以上のように、圧力変動に伴う蒸気温度変化まで考慮した場合の微少界面変動を支配する方程式は、図4-23 で示した3種の蒸気泡の形状に依らず、いずれの形状についても3階の微分方程式で表せることが分かった。従って、それらの特性方程式は一般に式(43)で示される。

$$s^3 + B_1 s^2 + B_2 s + B_3 = 0 \tag{43}$$

但し、係数 $B_1 \sim B_3$ は形状によって異なり、円筒蒸気泡モデルの場合は、既に示したようにそれぞれ式(44)、(39)、(33)で表される。球状および半球状気泡モデルでは次のようになる。

球状蒸気泡モデル

$$B_1 = \frac{12}{d_V}\left(\frac{h}{L}\right)^{3/2}\left(\frac{\Delta T}{j_S}\right)^{1/2}\left(\frac{\partial T_S}{\partial \rho_S}\right) \tag{55}$$

$$B_2 = \frac{48\rho_S h\Delta T}{d_V^2 \rho_L L j_S}\left(\frac{\partial P}{\partial \rho_S}\right) \tag{56}$$

$$B_3 = \frac{384}{d_V^3 \rho_L j_S^{3/2}}\left(\frac{h\Delta T}{L}\right)^{5/2}\left(\frac{\partial P}{\partial \rho_S}\right) \tag{57}$$

半球状蒸気泡モデル

$$B_1 = \frac{12h}{d_V L} \frac{1}{1+\frac{2h\Delta T}{Lj_S}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{Lj_S}{h\Delta T} - 1}} \left(\frac{\partial T_S}{\partial \rho_S}\right) \tag{58}$$

$$B_2 = \frac{48\rho_S}{\rho_L d_V^2} \cdot \frac{1}{\frac{Lj_S}{h\Delta T} + 2} \left(\frac{\partial P}{\partial \rho_S}\right) \tag{59}$$

$$B_3 = \frac{384(h\Delta T)^2}{\rho_L d_V^3 L^2 j_S} \cdot \frac{\sqrt{\frac{Lj_S}{h\Delta T} - 1}}{\frac{Lj_S}{h\Delta T} + 2} \left(\frac{\partial P}{\partial \rho_S}\right) \tag{60}$$

界面の微少変動が発達して有限の振動になるのか、或いは減衰して安定界面となるかは、線形振動論によれば、特性方程式中の係数間の Routh-Hurwitz と呼ばれる関係式により定められる。

Routh-Hurwitz 関係式

$$\begin{cases} B_1 \cdot B_2 > B_3 & : \text{stable} \\ B_1 \cdot B_2 < B_3 & : \text{unstable} \end{cases} \tag{61}$$

ただし、B_1, B_2, B_3 は全て正。

系が不安定な時の角周波数 ω は、特性方程式の根の虚数部であるので、式(45)、(40)で示される無次元パラメータを使って次のように書ける。

$$\omega = \frac{\sqrt{3}}{2}\left\{\left(Q + \sqrt{Q^2 + R^3}\right)^{1/3} + \left(-Q + \sqrt{Q^2 + R^3}\right)^{1/3}\right\} \tag{62}$$

ただし、

$$R = \frac{B_2}{3}\left(1 - \frac{m^2}{3}\right) \tag{63}$$

$$Q = B_2^{3/2}\left(\frac{n^3}{2} - \frac{m}{6} + \frac{m^3}{27}\right) \tag{64}$$

式(62)において、蒸気温度変化を考慮しない場合は $B_1 = 0$、即ち $m = 0$ であるので、上述したように ω は n に支配される。また、m, n の極限状態として次の関係が得られる。

$$\omega = \frac{\sqrt{3}}{2} B_3^{1/3} \qquad (n \to \infty) \tag{65}$$

$$\omega = \sqrt{B_2} \qquad (n \to 0 \ \text{and} \ m \to 0) \tag{66}$$

式(65)で与えられる角周波数は、式(34)と同じであることから、界面変動による蒸気容積の変化と圧力変動に伴う蒸気温度の変化が蒸気凝縮の変化に比べて小さいとき、即ち、凝縮熱伝達率が支配的である場合であることが分かる。ま

た、式(66)は、角周波数が凝縮のない気泡の膨張・収縮の自由振動となる場合である。式(65)で示される振動は、式(61)から、不安定でよく発達する可能性があると言えるのに対し、式(66)では $s^2B_1, B_3 << sB_2$ であり、界面変動は単振動的で力学的には中立な振動となる。

このことから、n は気泡の自由振動による単振動角周波数 $\sqrt{B_2}$ に対する凝縮支配の程度を示す指標であることが分かる。また、m は $\sqrt{B_2}$ に対する蒸気温度変化による寄与の程度を表している。

図4-25 は、蒸気温度の変化が無視できる場合 (m＝0) における ω と n の関係を示す。縦軸は式(62)で求められる厳密解と近似値 ω* を $\sqrt{3}B_3^{1/3}/2$ 或いは $\sqrt{B_2}$ にとった場合の比を表している。図4-25に見るように、n が1より小さいときは、ω はほぼ $\sqrt{B_2}$ で表され、n が2より大きくなると ω はほぼ $\sqrt{3}B_3^{1/3}/2$ に等しくなることが分かる。そして、n が $2/\sqrt{3} \simeq 1.15$ 近傍では、ω* を $\sqrt{B_2}$ としても $\sqrt{3}B_3^{1/3}/2$ としても余り違わず、ω はそれらより数10％大きくなる。

無次元量 m, n のもう一つの性質は、前述の m, n の物理的意味付けから、m の増大は界面の安定化をもたらし、n の増大は不安定化を強める傾向にある。図4-26 は振動発生領域を m, n で表しているとともに、m, n と各近似角周波数の近似度の関係を示している。n が小さく、m の大きな斜線の部分は、$B_1 \cdot B_2 > B_3$ が成り立つ安定な領域である。安定領域に隣接して－10％の一点鎖線があるが、この曲線と安定限界とで囲まれた領域では、$\omega = \sqrt{B_2}$ は－10％以内の近似値を与えることを示す。 m が小さく n が大きい領域では、$\omega = \sqrt{3}B_3^{1/3}/2$ で近似でき、図中にそれぞれ±2％と±10％の近似範囲を示してある。ここで注目されることは、n＝1.15 で m＝1.5 近傍では、$\omega = \sqrt{B_2}$ としても、 $\omega = \sqrt{3}B_3^{1/3}/2$ としてもほぼ同じ値を与えるということであって、いずれの近似も成り立つ。

4.3.5 実験データとの比較

(1) 円筒状気泡モデルによる振動数

前項において、円筒蒸気泡モデルによる気泡の振動周波数を導き、界面変動が小さく蒸気温度変化が省略できる場合、即ち式(40)の n が2より大きく、式(45)の m が2より小さい場合(図4-26参照)には、周波数が式(35)で表されることを示した。式(35)には、モデル化による未知量 l_M と凝縮熱伝達率 h および気泡の長さ z_0 が含まれている。l_M として、4.2節の数値解析でチャギング特性を比較的よく再現でき、また、Pitts(37)の解析 においても採用されている次の関係を仮定する。

$$l_M = d_V \qquad (67)$$

次に、h としては、福田(42)が凝縮振動時の実験データを整理して求めた次式を用いることにする。

$$h = 43.78 \frac{\lambda_L}{d_V}\left(\frac{d_V j_S}{\rho_L \nu_L}\right)^{0.9} \frac{c_{PL}\Delta T}{L} \tag{68}$$

すると、振動数 f に対し次式が得られる。

$$f = \frac{\sqrt{3}}{2\pi}\left\{\frac{21.9\, c_{PL}\, \lambda_L}{\rho_L^{1.9}\ \nu_L^{0.9}\ L^2}\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s\right\}^{1/3} \frac{j^{0.3}\ \Delta T^{2/3}}{d_V^{0.7}\ z_0^{1/3}} \tag{69}$$

気泡底面の位置 z_0 が一定の場合には、f は $d_V^{0.7}$ に反比例し、$\Delta T^{2/3}$ に比例することになり、また、z_0 が d_V に比例する場合には、f は d_V にほぼ反比例することになる。これは、図4-19～22で 実験データを $f \cdot d_V^{2/3}$ または $f \cdot d_V$ で整理した際に f が $\Delta T^{0.68}$ に比例することを示す実験式(24)に対応している。

図4-27は、式(69)において $z_0 = 0.1 d_V$ とおき、従来の実験データのうち、d_V、j_S および ΔT のすべての値の分かっている3者について、実験データと計算値との比較を示したものである。z_0 を $0.1 d_V$ としたことが最大の原因と考えられ、ばらつきが大きいが、実験値と計算値にはほぼ相関のあることが分かる。

z_0 は気泡の大きさを代表しており、j_S と d_V が大きいほど、また ΔT が小さいほど大きくなると考えられ、正数 a, b, c を指数とし、定性的に次の関係がある。

$$z_0 \propto \frac{j_S^{\,a} d_V^{\,b}}{\Delta T^c} \tag{70}$$

すると、振動周波数 f と j_S、d_V、ΔT の関係は次で表される。

$$f \propto \frac{j_S^{0.3 - a/3}\ \Delta T^{2/3 + c/3}}{d_V^{0.7 + b/3}} \tag{71}$$

即ち、f は j_S の 0.3 以下の指数に比例し、ΔT の 2/3 より大きな指数に比例し、d_V の 0.7より大きな指数に反比例することになる。式(70)の a は、式(68)で示される熱伝達率 h が $j_S^{0.9}$ に比例するため、1よりかなり小さな正数と考えられ、結局、f は j_S に余り依存しないという実験事実を説明することができる。

(2) 球状蒸気泡モデルによる振動数

福田(42)は、ベント管出口の気液界面の運動を完全な球状蒸気泡と考えて基礎式を展開し、それを線形化して式(43)の形の特性方程式を得た。 彼の導いた

係数 B_1, B_2, B_3 を d_V と h を使って書き替え、h として式(68)を、物性値として大気圧下における飽和状態の値を入れると次式が得られる。

$$B_1 = 1.42 \times 10^{-4} \frac{j_S^{0.85} \Delta T^2}{d_V^{1.15}} \tag{72}$$

$$B_2 = 0.209 \frac{\Delta T^2}{d_V^{2.1} j_S^{0.1}} \tag{73}$$

$$B_3 = 6.67 \times 10^{-7} \frac{j_S^{0.75} \Delta T^5}{d_V^{3.25}} \tag{74}$$

また、式(45)、(46)の m, n は

$$m = 3.11 \times 10^{-4} \frac{j_S^{0.9} \Delta T}{d_V^{0.1}} \tag{75}$$

$$n = 1.91 \times 10^{-2} \frac{j_S^{0.3} \Delta T^{2/3}}{d_V^{1/30}} \tag{76}$$

式(72)～(76)の値を式(62)に用いて、図4-27 と同じ実験データについて計算値(f_{sphere})と比較したのが図4-28である。球状蒸気泡という単純なモデルにもかかわらず、実験データと計算値とは広い範囲でよく一致していることが分かる。

なお、この球状蒸気泡モデルにおいて、n が大きく凝縮支配の領域では近似的に次の関係が得られる。

$$\omega = \frac{\sqrt{3}}{2} B_3^{1/3} = 7.6 \times 10^{-3} \frac{j_S^{1/4} \Delta T^{5/3}}{d_V^{13/12}} \tag{77}$$

したがって、

$$f \cdot d_V = 1.20 \times 10^{-3} \frac{j_S^{1/4} \Delta T^{5/3}}{d_V^{1/12}} \tag{78}$$

また、気泡の固有振動支配の領域では次が得られる。

$$\omega = \sqrt{B_2} = 0.46 \frac{\Delta T}{d_V^{1.05} j_S^{0.05}} \tag{79}$$

$$f \cdot d_V = 7.13 \times 10^{-2} \frac{\Delta T}{(d_V j_S)^{1/20}} \tag{80}$$

式(79)、(80)から分かるように、球状蒸気泡モデルでは、凝縮支配でも気泡の固

有振動支配でも f が d_V にほぼ反比例することが分かる。

(3) 半球状蒸気泡モデルによる振動数

球状モデルと同様の方法で、半球状気泡モデルにおける振動周波数を求め、図4-27と同じ実験データと比較したのが図4-29である。解析値とデータとの対応は良く、しかもその対応の仕方が球状モデルの場合の図4-28と非常に似ている。これは、気泡凝縮振動領域では気泡寸法もかなり大きく、球状と半球状といった気泡形状の影響が余り出ないためであろうと考えられる。事実、高速度写真による観察[42]でも、気泡凝縮振動域の気泡寸法が d_V に比較してかなり大きいことが確かめられている。

この気泡形状では、凝縮支配あるいは気泡の固有振動支配の角周波数はそれぞれ式(60)、(59)を使って $\sqrt{3}\,B_3^{1/3}/2$ と $\sqrt{B_2}$ で表され、他の気泡形状と同様、$f \cdot d_V$ は d_V と j_S の影響をあまり受けないことが示される。

(4) 円筒蒸気泡モデルと球状蒸気泡モデルの関係

円筒蒸気泡モデルは、界面変動を一次元的に考えるため、l_M や z_0 のような未知量が含まれる。一方、球状蒸気泡モデルは、ベント管出口の蒸気を完全に球状と考えるため単純すぎるとも考えられるが、半球状蒸気泡モデルとの比較からも分かるように、気泡凝縮振動領域では気泡寸法が d_V に比べてかなり大きいため半球状蒸気泡モデルとの差異は余り見られない。そして、図4-28で示したようにかなり良く実験データを表している。そこで、半球状蒸気泡モデルを球状蒸気泡モデルに含ませて、円筒蒸気泡モデルとの関係を調べることにする。

図4-27に示す円筒蒸気泡モデルでは、z_0 を d_V の10%として計算したもので、式(70)で考察したように ΔT や j_S、特に ΔT によって変わると思われる。図4-30は、$d_V = 18$ mm、$j_S = 80$ kg/(m^2·s)の場合に、式(69)で z_0 が d_V の10、20、50、100%と変わった時の f と ΔT の関係、および、球状蒸気泡モデルによる f と ΔT の関係を示す。図4-30から分かるように、ΔT が大きいときは z_0 を小さくし、ΔT が小さい時に z_0 を大きくとれば、円筒蒸気泡モデルと球状蒸気泡モデルは同じ値を与えるが、これは、ΔT が大きいほど気泡が小さくなる効果によるものである。

第2章で述べたように、プール水中の蒸気-水界面の形状は非常に複雑で、厳密には球状でも円筒状でもないが、時には球状に近く、また時には円筒状に近い形状をしている。そこで、従来の球状気泡モデルに円筒状気泡モデル及び実際に最も近いと考えられる半球状蒸気泡モデルを加えて、振動周波数に及ぼす気泡形状の影響を調べた。その結果、図4-27～29から明らかなように、いずれの気泡形状モデルを用いても、周波数と管径やサブクール度との係りを説明することができるとともに、サブクール度の低下に伴い気泡寸法が大きくなるこ

とを考慮すれば、広い範囲にわたり実験データとほぼ一致することが判明した。

(5) 凝縮支配と気泡の固有振動支配の振動数

気泡凝縮振動の振動周波数は、従来、大規模実験を行っているグループによりベント管の気柱共鳴にもとずく振動モデルが提案されている[25][43][60]。一方、ベント管の径や長さ、プール水のサブクール度などを広範囲に変える小規模実験を行っているグループからは、気泡の固有振動モデル[41]や f と d_V の関係を示す実験式[33][42][61]などが提案されてきた。しかし、以上のように、少なくとも小規模実験データを扱うかぎり、気柱共鳴効果を考慮せず、ベント管出口の蒸気泡について扱えばよいことは明らかである。

それでは、小規模実験グループの間で気泡の固有振動モデルと凝縮支配振動モデルがあるのはどうしてであろうか。図4-26 に示すように、振動モードはパラメータ m, n によって変わる。そして、安定平衡領域のごく近くでは、気泡の固有振動数である $\omega=\sqrt{B_2}$ でほぼ近似できる。一方、凝縮支配の角周波数は n が大きい領域で生じ、$\omega=\sqrt{3}\,B_3^{1/3}/2$ で表される。ただ、4.3.4節でも記したように、m が1と2の間、n が1と2の間で凝縮支配の角周波数が気泡の固有角周波数領域へ入り込んでいることが特徴であって、この領域では、気泡の固有振動を考えても凝縮支配を考えてもほとんど同じ値として評価できることになる。

表4-3は、球状蒸気泡モデルを用いて、大気圧下の m, n の値[式(75)(76)]および式(62)の ω の値、そして、気泡の固有振動モデルと凝縮支配振動モデルで近似した時、式(62)の値との偏差がどの程度になるかを、蒸気流束を四とおり、水のサブクール度を三とおりに変えた場合について示したものである。表4-3では管径 d_V として実験条件に対応する18mm を採用したが、式(75)、(76)から分かるように、パラメータ m, n は d_V の影響をほとんど受けない。また、表4-3の ΔT は、振動が発生する条件 $B_1 \cdot B_2 < B_3$ から得られる $\Delta T > 43.3$ K を満足する値とした。各近似値覧には、この近似値が式(62)で求められる値の何倍になるかを示している。表4-3から、$j_S = 30$ kg/(m^2・s)では気泡の固有振動モデルの方が若干精度がよく、100 kg/(m^2・s)になると凝縮支配モデルの方が精度がよくなることが分かる。j_S=50 kg/(m^2・s)では両者は同程度の精度となるが、ΔT に対しては逆の傾向を持っている。すなわち、気泡の固有振動モデルは ΔT が小さいほど(振動発生の限界に近づくほど)精度がよくなるのに対し、凝縮支配近似は ΔT が大きくなるほど厳密解に対する比が大きくなる。このように、いずれの近似の精度が高いかは、条件によって定まるのであるが、しかし、表4-3の値より分かるように、凝縮支配近似と気泡の固有振動近似といった両極端なモデルを使っても、大部分の領域ではいずれも10～20%以内の

精度である。同様の評価は、円筒蒸気泡モデルを用いても行うことができるが、やはり同様の結果が得られた。

以上、気泡凝縮振動の角周波数は、一般に式(62)で表すことができるが、大気圧近傍の蒸気に対しては、凝縮支配の角周波数で近似しても、気泡の固有振動で近似してもほぼ近い値が得られ、このことが、従来、気泡の固有振動モデルとなったり、或いは凝縮支配振動となって提案された理由と考えられる。

このように高周波振動成分の振動周波数が気泡の固有振動と凝縮支配振動との兼合いによって定まること、言い換えればが、周波数を決定する式(43)の係数から得られる無次元数 m, n によって定まることが、高周波振動成分の卓越する振動様式を「気泡凝縮振動」と呼んできた理由である。

(6) 従来の相関式との比較

式(24)も気泡凝縮振動周波数に対する一つの相関式であるが、従来からもそれに関する相関式は幾つか報告されている。福田[42]は実験データの整理から次式を得ている。

$$f \cdot d_V = 0.06\,\Delta T \tag{81}$$

また、Arinobuら[41]は、凝縮振動現象が ヤコブ数にも影響を受けるとの考えに基づいて実験データを整理し、次式を得た。

$$f \cdot d_V = 0.8\,u_S \left(\frac{C_{PL}\,\Delta T}{L}\right)^{1.4} \tag{82}$$

福田の相関式、式(81)は図4-22との比較から、他の研究者によるデータともほぼ一致していることが分かる。また、式(81)の $f \cdot d_V$ は蒸気流束の影響を受けない。これは、式(78)と式(80)で示されるように、球状蒸気泡モデルにおいて $f \cdot d_V$ に与える蒸気流束の影響が少ないことに対応している。一方、Arinobuらの相関式は、$f \cdot d_V$ が蒸気流束、即ち u_S に比例しているという特徴があるが、これまでにも述べてきたように蒸気流束の振動数への影響はあっても小さいという実験データと傾向を異にしている。

相関式、式(81)、(82)はいずれも $f \cdot d_V$ と ΔT の関係として示されており、本解析も $f \cdot d_V$ は d_V の影響をほとんど受けないので比較する上で便利である。図4－31は、これら相関式と本解析の厳密解 式(62)とを比較したものである。厳密解の係数 B_1~B_3 は球状気泡モデルの式(72)～(74)を使っている。 厳密解と福田の相関式および $j_S = 60$ kg/(m^2・s)における Arinobuらの相関式はほぼ一致しており、図4-22のデータともよく対応している。 Arinobuらの相関式は蒸気流束の影響が強く出るため、$j_S = 30$ kg/(m^2・s) ではかなりデータと離れてくる傾向にある。