船用原子炉燃料束の熱水力動特性のサブチャネル解析

奥 村 幸 輝*

Transient Thermal-Hydraulic Subchannel Analysis of the Fuel Rod Bundle of a Marine Nuclear Reactor

By
Koki OKUMURA

This report describes steady state and transient thermal-hydraulic analysis of the rod bundle nuclear elements of a marine reactor. The conservation laws have been applied to the channel and the fuel rods by finite difference techniques. In the analysis, the cross-section of the bundle has been divided into subsections as each of them has one subchannel and a part of its adjoining fuel rods. The aim of the analysis is to modify the steady state thermal-hydraulic subchannel analysis of COBRA-I computer code to be able to apply it to the transient analysis of the rod bundles of a marine reactor undergoing the following disturbances:

1. sinusoidal rolling and heaving motion.
2. sinusoidal change of coolant flow rate at the bundle inlet.
3. system pressure change.

From the analysis, the following prediction has been derieved:

1. In the case 1, under the sinusoidal rolling motion at period of 5 sec and inclination of 30 deg., the deviation of the subchannel enthalpy from its steady state value to its steady state increment in its subchannel (normalized deviation of subchannel enthalpy) and the deviation of the subchannel flow rate from its steady state value to its steady state value (normalized deviation of subchannel flow rate) at the bundle outlet are less than 0.4% and 1.0% respectively, and under the heaving motion at period of 5 sec and maximum gravity acceleration of 2g, the former is negligibly small and the latter is less than 0.3%.
2. In the case 2, under the sinusoidal change of flow rate at the bundle inlet at period of 5 sec and amplitude of 10% to the steady state value, each of the normalized maximum deviations of the subchannel enthalpy and the subchannel flow rate at the bundle outlet almost equals to that of the coolant at the outlet of a uniformly heated single channel which has the same volume of the coolant as that in the bundle.
3. In case of 10% depressurization from 110 kg/cm² in 0.1 sec, it occurs flow burst at 0.1 sec, when the normalized deviation of the subchannel flow rate comes to even 100%, but that of the subchannel enthalpy only to minus 10%.

1. まえがき

船用原子炉は一般に，熱交換器や循環ポンプなどと直列に接続されている原子炉一次系閉ループの一構成要素であるため，過渡状態においては，その冷却材流量，温度，炉心内ボイド率などが，その閉ループの固

* 原子力船部 原稿受付：昭和49年1月11日

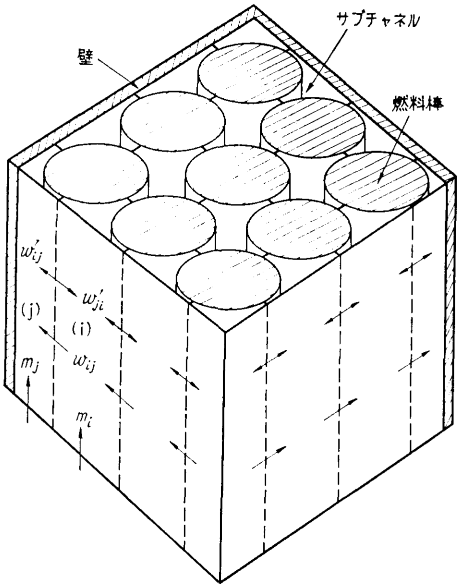

図 1 燃 料 束

有振動特性や加速度外乱などによって規定される複雑な変動をする。そして，それらの変動は燃料棒のバーンアウト熱流束を低下させるという理由から，この閉ループの動特性は舶用炉の振動動揺対策の研究の重要な部分を占めている。

この動特性に関するこれまでの研究のうち，理論解析に関するものの多くは，この閉ループ内の炉心を一次元モデルであらわし，その他の要素は一括して取扱っている。

船体のローリング，傾斜時および炉心冷却材が沸騰しているときの解析には，冷却材の熱，質量および運動量の横方向移動は無視できない。そこで，本研究では，炉心の燃料束を **図 1** に示すような三次元モデルであらわし，過渡時におけるエンタルピ，蒸気含有率および流量などの燃料束断面分布を時間的に予測する。それによって，燃料棒のバーンアウト余裕を求めることもできる。具体的には，次の各外乱が燃料束単体に加わるときの各サブチャネルの熱水力動特性を解析，検討する。

① ローリングおよびヒービングによる重力と船体運動の各加速度変動

② 燃料束入口流量の正弦波状変動

③ 炉心圧力のステップ状変動

解析方法は定常状態の熱水力サブチャネル解析計算コード COBRA-I[1] を舶用炉の非定常状態に適用できるように拡張した。燃料棒間隙を流れる横向流については，摩擦損失の他に，空間，時間の各加速損失および横方向加速度による水頭差を考慮した。横向流の駆動力は隣接サブチャネル間の横方向圧力差である。

最近，COBRA-I および COBRA-II[2] (非公開) の両コードを改良した非定常解析用の COBRA-III コード[3] が開発された。その中で用いられている基本式のうち，エネルギ，軸方向運動量および質量保存の各式は本報告のものと基本的には同じであるが，エネルギ式については，一部異なった表現が用いられている。また，横方向運動量平衡における損失としては，燃料棒間隙の摩擦損失だけを含んでいる。本報告では時間加速損失も含ませてある。

本解析に用いた計算コードにおいては，その入力として，軸，横両方向加速度，燃料束入口における全流量とエンタルピ，燃料束平均発熱量および炉心圧力の各々の変動を独立に与えなければならない。

船用炉一次系閉ループに加わる加速度，負荷などの外乱と，それによって生ずる流量，エンタルピなどの変動との間には，核的，熱水力的保存則によって決まる関数関係があるので，本計算コードの使用に先立ってそれを知る必要はありうるが，それは線型計算によって求めることができる。

次に，今日までに各方面で行われた舶用炉の核的，熱水力的動特性に関する研究の概略を述べる。

まず，実験に関しては，一色等は[4]，大気圧における単管ループおよび燃料束模型を用いて，動揺時の熱流束を測定し，実用炉の設計条件を求めている。E. Kjelland-Fosterud 等[5] は，単管ループを用いて，ヒービング加速度変動に対する蒸気体積率と循環流量の応答を 10～50 ata の範囲で測定し，その結果から，ヒービング加速度変動が水一蒸気のスリップ比に与える影響は設計上無視できることを導いた。また，高田等[6] は，単管ループを用いて，その固有共振特性にヒービング加速度変動が重畳したときの燃料棒バーンアウト熱流束の測定を行っている。

次に，解析研究では，上記の一色等[4] は，その実験結果と併せて理論解析を行い，舶用炉心における設計上の問題点とその対策を検討している。 G.L. West 等[7] は，炉心ループの熱水力特性と炉心核特性を結合して，ヒービング時の炉出力変動を検討している。黒沢[8] は，単管ループの舶用炉モデルを用いて，そのループの固有周期と船体運動の周期が接近していることが設計に及ぼす問題を解明する立場から，ヒービング

表 1　動揺時の解析研究

事項 ＼ 文献		一色等[4]	黒沢[8]	G.L. West 等[7]	本報告
対称		水冷却原子炉一次系閉ループ(自然，強制循環)	水冷却原子炉一次系閉ループ	水冷却原子炉一次系閉ループ（自然循環)	水冷却原子炉炉心燃料束のみ
炉心モデル		一次元	一次元	一次元	三次元（サブチャネル解析)
核的動特性		含まず	含まず	一点近似	含まず
熱的動特性 計算の特徴	サブクール沸騰	含む	含む	含まず	含まず
	予熱部冷却材熱膨張	含む	含まず	含まず	含む
	系の圧力	一定	一定	変動	一定
	二次系プラント負荷	一定	一定	一定	対称外
熱的動特性 計算の仮定	水と蒸気のすべり比	1.0	Bankoff の式	位置に関し一定	Armand の式
	二相流圧力損失	二相流摩擦抵抗倍率を用いる	実験式	二相流摩擦抵抗倍率を用いる	二相流摩擦抵抗倍率を用いる
	ライザ圧力損失	流速およびボイド率は長さ方向について一定	左に同じ	左に同じ	対称外
外乱		軸方向加速度（炉出力一定)	軸方向加速度，炉熱出力	軸方向加速度	軸方向加速度 横方向加速度 燃料束入口における全流量およびエンタルピ 燃料束平均発熱量
計算出力		炉心ボイド率，流速	炉心冷却材温度，ボイド率，すべり比，流速，ループ固有周期	炉出力	燃料棒温度，冷却材の圧損，流量，エンタルピおよびボイド率

加速度および発熱量が変動するときのループの固有周期や熱水力状態量の応答を非線型，線型の両モデルを用いて解析し，舶用炉の循環系の設計における船体運動の影響の計算法を確立した。

以上の解析研究については，それらの概略を **表 1** にまとめてある。

2. 解析方法

本解析は計算コードを作成し，それを用いて行う。その計算コードは，入力として軸方向および横方向の加速度，燃料束入口の全流量およびエンタルピ，燃料束平均発熱量および系の圧力のそれぞれを時間的に与えるときの各サブチャネル冷却材の軸方向，横方向の各流量，横向乱流，エンタルピ，圧力損失および燃料棒内の温度などの空間，時間分布を求めるためのものである。その計算方法は，燃料棒の熱伝導の式と冷却材のエネルギ，運動量および質量保存の各式の差分近似式を **図 2** の流れ図に沿って解く。

2.1 解析上の仮定

① 燃料棒の配列は正方格子状とする。

② 各サブチャネルは燃料棒と隣り合う燃料棒（または壁）を結ぶ直線によって仕切られ，かつ，各燃料棒の 1/4 円周がその各々に含まれるものとする。

③ 燃料棒内の発生熱は半径方向にのみ流れる。

④ 冷却材のエネルギは内部エネルギに等しいと見做す。

⑤ 燃料棒間隙を流れる横向流は，軸方向各メッシュ点における $\pm \Delta x/2$ の範囲内で軸方向一定とし，横向流量は横方向一定とする。

2.2 燃料棒熱平衡の式

燃料棒の燃料部分の断面を解析上，適当な個数，M 個の同心円状の等面積の要素に分けて，それぞれにつ

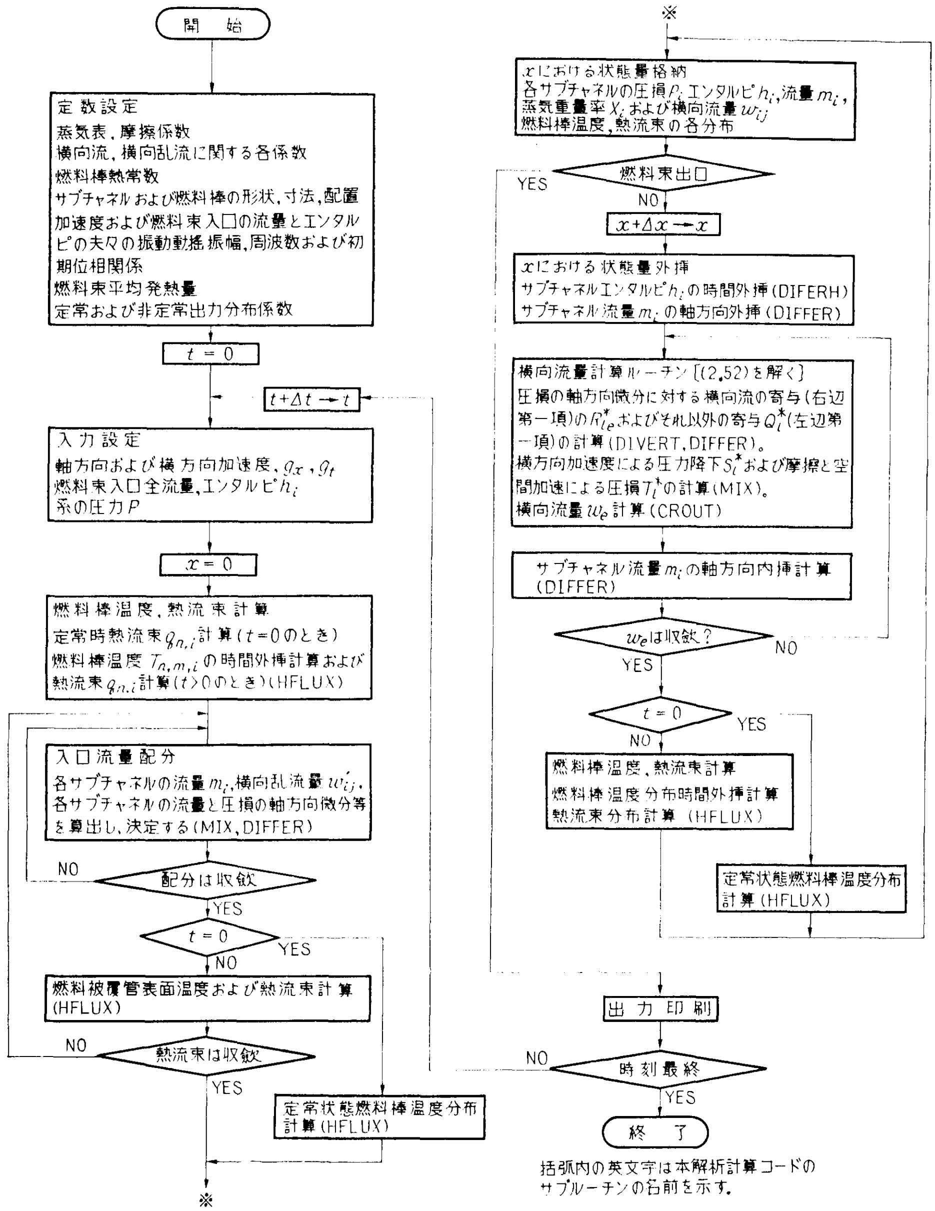

図 2　計算流れ図

いて，発生熱は半径方向にのみ流れると仮定して，各サブチャネルに対応する燃料棒の部分の熱平衡式をたてる。1本の燃料棒は4個のサブチャネルに接している。添字 n および i はそれぞれ，燃料棒およびそれに接するサブチャネルの番号を示す。

① 定常状態の式

燃料被覆管表面温度は一般的な次式を用いる。

$$T_{CA_{n,i}}=T_f+\frac{1}{K_B}\left(\frac{Q_{n,i}}{A_S}\right)^{0.25}\quad(\text{沸騰時})\tag{2.1}$$

$$T_{CA_{n,i}}=T_i+\frac{1}{K_{NB_i}}\left(\frac{Q_{n,i}}{A_S}\right)\quad(\text{未沸騰時})\tag{2.2}$$

ただし，T_i および T_f はそれぞれ，サブチャネル (i)

の冷却材温度および冷却材飽和温度である。$Q_{n,i}$ は燃料棒 (n) の単位長さ，1/4 円周当たりの要素の伝熱面からサブチャネル (i) への伝熱量で，A_S はその伝熱面積である。すなわち

$$Q_{n,i}=\frac{\Phi\xi_x\xi_y(1-\delta)}{4N_r} \tag{2.3}$$

$$A_S=\frac{1}{4}\pi D_r \tag{2.4}$$

ここで，Φ_0 は燃料束の単位長さ当たりの定常時平均発熱量で，δ は冷却材発熱割合である。ξ_x および ξ_y は燃料束の軸方向および横方向の出力分布係数である。N_r は燃料束内の燃料棒実効本数で，D_r は燃料棒直径である。

K_B および K_{NB} はそれぞれ，沸騰時および未沸騰時の燃料被覆管表面の熱伝達率で，一般的な次式を用いる。

$$K_B=2.57e^{0.0158P} \tag{2.5}$$

$$K_{NB_i}=0.023\frac{\lambda_i}{D_i}(\vec{Re}_i)^{0.8}(Pr_i)^{0.4} \tag{2.6}$$

ただし，P は系の圧力である。(2.5)の K_B および P の単位はそれぞれ kcal/m²h°C および kg/cm² である。λ_i, $\vec{Re}_i$ および Pr_i はそれぞれ，サブチャネル (i) の冷却材の未沸騰熱伝導率，レイノルズ数およびプラントル数である。D_i は (i) の等価直径である。

燃料の表面温度は熱伝達の式から

$$T_{FS_{n,i}}=T_{CA_{n,i}}+\frac{Q_{n,i}}{A_SK_{G+CA}} \tag{2.7}$$

ここで，K_{G+CA} は燃料被覆管とその間隙の合成熱通過率である。

燃料の外縁部の平均温度は，燃料表面近傍の半径方向温度分布の直線性を仮定すれば，付録の (A・4)，(A・12) および (A・13) から導かれるように

$$T_{n,M,i}=T_{FS_{n,i}}+\frac{\sqrt{M}-\sqrt{M-1}}{\sqrt{M+1}-\sqrt{M-1}}\frac{Q_{n,i}}{B_M\lambda_M} \tag{2.8}$$

ただし

$$B_M=\frac{\sqrt{M}\pi}{\sqrt{M+1}-\sqrt{M-1}} \tag{2.9}$$

λ_m は燃料内要素 m の熱伝導率である。

燃料内のその他の要素の温度は，熱伝導の式の差分近似式を用いれば，付録の (A・1)～(A・6) に導かれるように

$$T_{n,m,i}=\sqrt{m}\,(\sqrt{m+1}-\sqrt{m-1})\frac{Q_{n,i}}{\pi M\lambda_m}+T_{n,m+1,i} \tag{2.10}$$

$$\begin{pmatrix} n=1,2,\cdots Nr \\ m=1,2,\cdots M-1 \\ i=1,2,\cdots N \end{pmatrix}$$

冷却材への熱流束は

$$q_{n,i}=\frac{Q_{n,i}}{A_S} \tag{2.11}$$

② 非定常状態の式

各燃料棒の燃料内各要素の温度の時間微分は，付録の (A・15) に示す熱平衡式から

$$\begin{aligned}\frac{dT_{n,m,i}}{dt}=\frac{1}{H_{FU}}\{&\Phi(t)\xi_x\xi_y(1-\delta)\\&+A_M[\lambda_{m-1}b_{m-1}(T_{n,m-1,i}-T_{n,m,i})\\&-\lambda_m b_m(T_{n,m,i}-T_{n,m+1,i})]\}\end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} n=1,2,\cdots Nr \\ m=1,2,\cdots M \\ i=1,2,\cdots N \end{pmatrix} \tag{2.12}$$

ただし

$$H_{FU}=\pi R_{FU}^2N_rC_{FU}\rho_{FU} \tag{2.13}$$

ここで，R_{FU}, C_{FU} および ρ_{FU} はそれぞれ，燃料の半径，比熱および密度である。そして，

$$A_M=4\pi MN_r \tag{2.14}$$

$$b_m=\frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m+1}-\sqrt{m-1}} \tag{2.15}$$

$\Phi(t)$ は燃料束の単位長さ当たりの平均発熱量である。

燃料被覆管表面温度は，(2.1) と (2.2) の $Q_{n,i}$ を熱伝導の式の差分近似式から導いた (A・13) で置き換えれば

$$T_{CA_{n,i}}=T_f+\frac{1}{K_B}\left[\frac{\lambda_MB_M(T_{n,M,i}-T_{n,M+1,i})}{A_S}\right]^{0.25}$$

(沸騰時) (2.16)

$$T_{CA_{n,i}}=T_i+\frac{1}{K_{NB_i}}\frac{\lambda_MB_M(T_{n,M,i}-T_{n,M+1,i})}{A_S}$$

(未沸騰時) (2.17)

ここで，K_B および K_{NB_i} にはそれぞれ，定常状態の (2.5) および (2.6) が適用できるものとする。

燃料被覆管表面温度を求めるために必要な仮想被覆管（燃料内の M 個の各要素と同一断面積の被覆管を想定する）の温度は，燃料表面における熱流束を熱伝達と熱伝導の両式の差分近似式であらわせば，(A・23)～(A・26) に示すように

$$T_{n,M+1,i}=\Big\{T_{n,M,i}\Big[B_M\lambda_M-A_SK_{G+CA}\times\Big(1-\frac{\sqrt{M}-\sqrt{M-1}}{\sqrt{M+1}+\sqrt{M-1}}\Big)\Big]$$

$$+A_S K_{G+CA} T_{CA_{n,i}} \Big\}\Big(\lambda_M B_M + A_S K_{G+CA} \times \frac{\sqrt{M}-\sqrt{M-1}}{\sqrt{M+1}-\sqrt{M-1}}\Big)^{-1} \quad (2.18)$$

ただし，この式を導くために，$T_{FS_{n,i}}$ は $T_{n,M,i}$ と $T_{n,M+1,i}$ を結ぶ直線上にあると仮定してある。そして，その仮定から同時に次式をうる。

$$T_{FS_{n,i}} = T_{n,M,i} - \frac{\sqrt{M}-\sqrt{M-1}}{\sqrt{M+1}-\sqrt{M-1}} \times (T_{n,M,i} - T_{n,M+1,i}) \quad (2.19)$$

冷却材への熱流束は

$$q_{n,i} = K_{G+CA}(T_{FS_{n,i}} - T_{CA_{n,i}}) \quad (2.20)$$

図 3 に燃料棒熱特性計算流れ図を示す。

2.3 冷却材の式

① 連続の式

サブチャネル (i) の微小長さの要素についての質量平衡は付録 A·2 において導くように

$$\frac{\partial m_i}{\partial x} = -\sum_{j=1}^{N} w_{ij} - A_i \frac{\partial \rho_i}{\partial t} \quad (i=1,\ 2,\ \cdots N) \quad (2.21)$$

ただし，m_i および ρ_i はそれぞれ，サブチャネル(i)の冷却材の流量および密度で，A_i は (i) の断面積である。N はサブチャネルの総数である。w_{ij} は (i) から (j) に向かう軸方向単位長さ当たりの横向流量である。この式は文献 3) のそれと同じである。

② エネルギ式

サブチャネル (i) の微小長さの要素についてのエネルギ平衡は，付録 A·3 において導くように，次式であらわすことができる。

$$A_i \rho_i'' \frac{\partial h_i}{\partial t} = Q_i' - m_i \frac{\partial h_i}{\partial x} - \sum_{j=1}^{N} \begin{bmatrix} 0 & ;\ w_{ij} \geq 0 \text{ のとき} \\ w_{ij}(h_j - h_i); & w_{ij} < 0 \text{ のとき} \end{bmatrix}$$

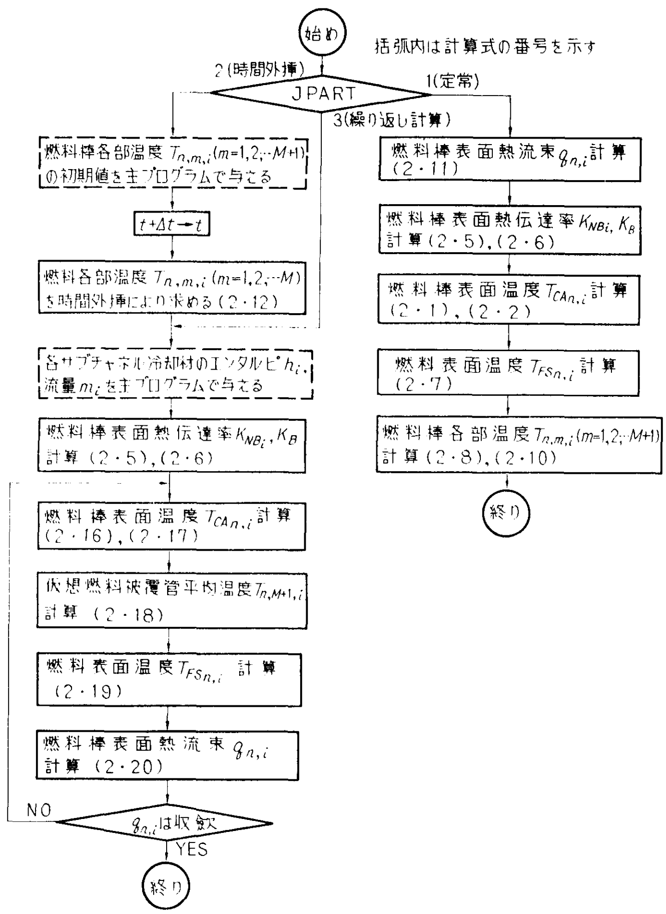

図 3 燃料棒熱特性計算流れ図

$$+\sum_{j=1}^{N} w'_{ij}(h_j-h_i) \quad (i=1,\ 2,\ \cdots N) \tag{2.22}$$

ただし

$$\rho_i''=\frac{\partial \alpha_i}{\partial X_i}\left(\frac{v_f+X_i v_{fg}}{v_f v_g}\right) \tag{2.23}$$

h_i および Q_i' はそれぞれ，サブチャネル (i) の冷却材のエンタルピおよび (i) に加わる軸方向単位長さ，単位時間当たりの熱量である。w'_{ij} は (i) と (j) の境界間隙に存在する横向乱流の大きさをあらわす。そして

$$w'_{ij}=w'_{ji}>0 \tag{2.24}$$

とする。

③ 軸方向運動量の式

サブチャネル (i) の微小長さの要素についての運動量平衡から，付録 A.4 に示すように次式が得られる。

$$-\frac{\partial P_i}{\partial x}=\left(\frac{f_i\phi_i}{2\rho_f D_i}+\frac{\partial v_i'}{\partial x}\right)\left(\frac{m_i}{A_i}\right)^2+\rho_i g_x$$
$$+\sum_{j=1}^{N}\left\{\begin{array}{ll}\dfrac{u_i}{A_i}(f_D-2) & ;\ w_{ij}\geq 0 \text{ のとき}\\ \dfrac{1}{A_i}(f_D u_i-2u_j); & w_{ij}<0 \text{ のとき}\end{array}\right\} w_{ij}$$
$$+\frac{f_T}{A_i}\sum_{j=1}^{N} w'_{ij}(u_i-u_j)+\frac{1}{A_i}\frac{\partial m_i}{\partial t}-2u_i\frac{\partial \rho_i}{\partial t}$$
$$(i=1,\ 2,\ \cdots N) \tag{2.25}$$

ただし，P_i，v_i'，u_i および ϕ_i はそれぞれ，サブチャネル (i) の冷却材の圧力，空間加速実効比体積，速度および二相流摩擦抵抗倍率である。f_i は (i) の摩擦係数であり，f_D および f_T はそれぞれ，横向流および横向乱流の軸方向運動量補正係数である。g_x は軸方向加速度である。

この式は基本的には文献 3) に用いられているものと一致する。

軸方向 $x+\Delta x$ 点におけるサブチャネル (i) の圧力損失は台形法を用いて次式で求める。

$$p_{i,\,x+\Delta x}=p_{i,\,x}-\frac{\Delta x}{2}\left[\left(\frac{\partial P_i}{\partial x}\right)_x+\left(\frac{\partial P_i}{\partial x}\right)_{x+\Delta x}\right]$$
$$=Q_i+\sum_{e=1}^{K} R_{ie}w_e \quad (i=1,\ 2,\ \cdots N) \tag{2.26}$$

ただし

$$Q_i=p_{i,\,x+\Delta x/2}+\frac{\Delta x}{2}\left[\left(\frac{f_i\phi_i}{2\rho_f D_i}+\frac{\partial v_i'}{\partial x}\right)\left(\frac{m_i}{A_i}\right)^2\right.$$
$$+\rho_i g_x+\frac{f_T}{A_i}\sum_{j=1}^{N} w'_{ij}(u_i-u_j)$$
$$\left.+\frac{1}{A_i}\frac{\partial m_i}{\partial t}-2u_i\frac{\partial \rho_i}{\partial t}\right] \tag{2.27}$$

$$p_{i,\,x+\Delta x/2}=p_{i,\,x}-\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{\partial P_i}{\partial x}\right)_x \tag{2.28}$$

$$R_{ie}=\left\{\begin{array}{ll}\dfrac{\Delta x}{2}\dfrac{u_i}{A_i}(f_D-2) & ;\ w_e\geq 0 \text{ のとき}\\ \dfrac{\Delta x}{2}\dfrac{1}{A_i}(f_D u_j-2u_i); & w_e<0 \text{ のとき}\end{array}\right\} \tag{2.29}$$

添字 e は隣接するサブチャネル (i) と (j) の2個1組の組合わせをあらわす。w_e の方向は (i) から (j) に向かうとする。

$x+\Delta x$ 点における (i) と (j) の圧力損失差は(2.26)から

$$p_{i,\,x+\Delta x}-p_{j,\,x+\Delta x}=Q_l-\sum_{e=1}^{K} R_{le}w_e$$
$$(l=1,\ 2,\ \cdots K) \tag{2.30}$$

ただし

$$Q_l=Q_i-Q_j \tag{2.31}$$
$$R_{le}=R_{ie}-R_{je} \tag{2.32}$$

K は e の総数である。

④ 横方向運動量の式

各燃料棒間隙における隣接サブチャネル間の同一断面上の圧力差は付録 A･5 において導くように次式であらわすことができる。

$$p_{i,\,x+\Delta x}-p_{j,\,x+\Delta x}=-\left(S_l+T_l w_l+C_l\frac{\partial w_e}{\partial t}\right)$$
$$(l=1,\ 2,\ \cdots K) \tag{2.33}$$

ただし

$$S_l=[Y_i(\rho_{in,\,i}-\rho_i)+Y_j(\rho_{in,\,j}-\rho_j)]g_t \tag{2.34}$$
$$T_l=\frac{f_{ij}y_{ij}}{4g_{ij}^3\rho_{ij}}|w_e|+\frac{1}{L_{ij}^2}(v_j'-v_i')w_e$$
$$+\left(\frac{C_i}{A_i}v_i'\frac{\partial m_i}{\partial x}+\frac{C_j}{A_j}v_j'\frac{\partial m_j}{\partial x}\right) \tag{2.35}$$

ここで，$\rho_{in,\,i}$ は (i) の入口における冷却材密度。ρ_{ij} は w_e が正のとき ρ_i，負のときは ρ_j とする。Y_i は (i) と (j) の中心間距離が (i) に占める長さ。L_{ij} は (i) と (j) の境界間隙の形成する燃料棒と燃料棒（または壁）のピッチ。C_i，C_j および C_l はそれぞれ (A･63)，(A･64) および (A･65) であらわされる (i) と (j) の形状係数。y_{ij} は (i) と (j) の境界間隙を間隔 g_{ij} のスロットと見做すときの幅。f_{ij} は間隙の摩擦係数。g_t は横方向加速度で，その方向は燃料束を下流から見て，燃料棒の行(列)に平行右向きとする。

(2.33)の右辺第一項は慣性項，第二項は摩擦損失と空間加速損失であり，第三項は時間加速損失である。

⑤ 横向乱流の相関式

各燃料棒間隙における横向乱流の相関式は文献 1)

において用いられる式を用いる。すなわち

$$w'_l=\frac{1}{2}\beta g_{ij}\left(\frac{m_i}{A_i}+\frac{m_j}{A_j}\right) \quad (2.36)$$

ここで β は Turbulent Mixing Parameter (乱流混合係数) と呼ばれる無次元常数である。

⑥ 横向流を求める式

(2.30) と (2.33) から次式を得る。

$$\sum_{e=1}^{K} R_{le}w_e+T_l w_l+C_l\frac{\partial w_l}{\partial t}=-(Q_l+S_l)$$

$$(l=1,\ 2,\ \cdots K) \quad (2.37)$$

数値計算では，この式に含まれる微分項はすべて後退差分近似を行い，得られる w_e $(e=1, 2, \cdots K)$ に関する連立非線型一次方程式を CROUT の方法で解く。

⑦ 蒸気体積率 α と蒸気重量率 X の相関式

ここでは文献 1) において用いられる式を用いる。すなわち

$$\alpha=0 \quad ;\ h\leq h_f \text{ のとき} \quad (2.38)$$

$$\alpha=\frac{(0.833+0.167X)Xv_g}{(1-X)v_f+Xv_g};\ h>h_f \text{ のとき} \quad (2.39)$$

⑧ Moody の摩擦係数 f

一般的な次の相関式を用いる。

$$f=a(R_e)^b+c \quad (2.40)$$

ここで，a, b, c は常数である。

⑨ 二相流摩擦抵抗倍率 ϕ

これは文献 1) において用いられる Armand の式を用いる。すなわち

$$\phi=1.0 \qquad h\leq h_f \quad (2.41)$$

$$\phi=\frac{(1-X)^2}{(1-\alpha)^{1.42}} \qquad 0.39<(1-\alpha)\leq 1.0 \quad (2.42)$$

$$\phi=0.478\frac{(1-X)^2}{(1-\alpha)^{2.2}} \qquad 0.1<(1-\alpha)\leq 0.39 \quad (2.43)$$

$$\phi=1.730\frac{(1-X)^2}{(1-\alpha)^{1.64}} \qquad 0.\ <(1-\alpha)\leq 0.1 \quad (2.44)$$

⑩ 燃料束に加わる加速度

燃料束に加わる加速度は重力と船体運動のそれぞれによるものの和である。船体が正弦波状に動揺する場合には，軸方向加速度 g_x は次式であらわされる。

$$g_x=g_{x1}+\left(\frac{2\pi}{T_x}\right)^2 x \quad (2.45)$$

ただし，g_{x1} は軸方向重力加速度，T_x はヒービング周期，x は軸方向偏位をあらわす。同様に，横方向加速度 g_t は次式であらわされる。

$$g_t=g_{t1}-\left(\frac{2\pi}{T_t}\right)^2 r\theta \quad (2.46)$$

ただし，g_{t1} は横方向重力加速度，T_t はローリング周期，r は船体重心基準の軸方向位置，θ は船体傾斜角をあらわす。g_{t1} は右向きを正とする。

(2.45) と (2.46) は定常正弦波状動揺の場合に適用できる。

2.4 差分近似式

燃料部分の各要素の温度は (2.12) の前進差分近似式から求める。すなわち

$$(T_{n,m,i})_{x+h,t+k}=(T_{n,m,i})_{x+h,t}+k\left(\frac{dT_{n,m,i}}{dt}\right)_{x+h,t}$$

$$\begin{pmatrix} n=1,\ 2,\ \cdots N_r \\ m=1,\ 2,\ \cdots M \\ i=1,\ 2,\ \cdots N \end{pmatrix} \quad (2.47)$$

この式の右辺第二項は (2.12) の右辺で与えられる。

冷却材への熱流束は燃料被覆管表面の熱伝達率が与えられれば，(2.16)～(2.18)を用いて繰返し計算によって仮想被覆管温度が求まり，それを(2.19)と(2.20)に順次代入すれば得られる。

次に，冷却材の連続の式 (2.21) の差分近似式は，軸方向微分については改良オイラ法，時間微分には後退差分近似式を用いる。すなわち

$$\frac{m_{i,x+h,t+k}-m_{i,x+h/2,t+k}}{h/2}=-\sum_{j=1}^{N} w_{ij,x+h,t+k}-A_i\frac{\rho_{i,x+h,t+k}-\rho_{i,x+h,t}}{k} \quad (i=1,\ 2,\ \cdots N) \quad (2.48)$$

ただし

$$m_{i,x+h/2,t+k}=m_{i,x,t+k}+\frac{h}{2}\left(\frac{\partial m_i}{\partial x}\right)_{x,t+k} \quad (2.49)$$

この式の右辺第二項は(2.21)の右辺によって与えられる。(2.48)はサブチャネル流量の計算に用いられる。なお，(2.48) の軸方向微分については，COBRA-I コード[1] (定常問題)では改良オイラ法を用いているが，COBRA-II[2] (定常問題) および COBRA-III コード[3] (非定常問題)では後退差分近似式を用いて簡単化してある。

冷却材のエネルギ式 (2.22) の差分近似式については，時間微分は後退差分近似式を用い，軸方向微分は前進差分近似式を用いる。すなわち

$$\frac{h_{i,\,x+h,\,t+k}-h_{i,\,x+h,\,t}}{ku''_{i,x,t+k}}=\left(\frac{Q_i}{m_i}\right)_{x,\,t+k}$$

$$-\frac{h_{i,\,x+h,\,t+k}-h_{i,\,x,\,t+k}}{h}-\frac{1}{m_{i,\,x,\,t+k}}$$

$$\times\sum_{j=1}^{N}\begin{cases}0 & ;\ w_{ij}\geq 0\ \text{のとき}\\ [w_{ij}(h_j-h_i)]_{x,t+k}; & w_{ij}<0\ \text{のとき}\end{cases}$$

$$+\frac{1}{m_{i,\,x,\,t+k}}\sum_{j=1}^{N}[w'_{ij}(h_j-h_i)]_{x,\,t+k}$$

$$(i=1,\ 2,\ \cdots N) \qquad (2.50)$$

ただし

$$u''_i=\frac{m_i}{A_i\rho''_i} \qquad (2.51)$$

(2.22)は双曲型一階連立偏微分方程式であるので，各サブチャネルについて 1 本の特性曲線を有し，(2.51)はその特性方向をあらわす。

次に，横向流の計算式 (2.37) の差分近似式については，時間，軸方向の両微分にはともに後退差分近似式を用いる。すなわち

$$\sum_{e=1}^{K}R^*_{le}w_{e,\,x+h,\,t+k}+T^*_l w_{l,\,x+h,\,t+k}$$

$$+\frac{C_l}{k}w_{l,\,x+h,\,t+k}=-(Q^*_l+S^*_l)$$

$$+\frac{C_l}{k}w_{l,\,x+h,\,t} \quad (l=1,\ 2,\ \cdots K) \qquad (2.52)$$

ただし

$$R^*_{le}=R_{le,\,x+h,\,t+k} \qquad (2.53)$$

$$T^*_l=\left\{\frac{f_{ij}y_{ij}}{4g^3_{ij}\rho_{ij,x+h}}|w_{l,\,x+h}|+\frac{1}{L^2_{ij}}[(v'_j-v'_i)w_e]_{x+h}\right.$$

$$+\frac{C_i}{A_i}v'_{i,\,x+h}\frac{m_{i,\,x+h}-m_{i,\,x}}{h}$$

$$\left.+\frac{C_j}{A_j}v'_{j,\,x+h}\frac{m_{j,\,x+h}-m_{j,\,x}}{h}\right\}_{t+k} \qquad (2.54)$$

$$S^*_l=[Y_i(\rho_{in,\,i}-\rho_i)_{x+h,\,t+k}$$

$$+Y_j(\rho_{in,\,j}-\rho_j)_{x+h,\,t+k}]g_{t,t+k}$$

$$(2.55)$$

$$Q^*_l=(Q^*_i-Q^*_j)_{x+h,\,t+k} \qquad (2.56)$$

ここで

$$Q^*_{i,x+h,t+k}=P_{i,\,x+h/2,\,t+k}$$

$$+\frac{h}{2}\left\{\left[\frac{f_i\phi_i}{2\rho_f D_i}+\left(\frac{\partial v'_i}{\partial x}\right)_{x+h,\,t+k}\right]\right.$$

$$\times\left(\frac{m_{i,\,x+h,\,t+k}}{A_i}\right)^2$$

$$+\rho_{i,\,x+h,\,t+k}g_{x,t+k}$$

$$+\frac{f_T}{A_i}\sum_{j=1}^{N}[w'_{ij}(u_i-u_j)]_{x+h,\,t+k}$$

$$+\frac{1}{A_i}\frac{(m_{i,\,x+h,\,t+k}-m_{i,\,x+h,\,t})}{k}$$

$$\left.-2u_{i,\,x+h,\,t+k}\frac{(\rho_{i,x+h,t+k}-\rho_{i,x+h,t})}{k}\right\}$$

$$(2.57)$$

(2.52) は陰形式の差分式であり，$w_{e,\,x+h,\,t+k}$ ($e=1,\ 2,\ \cdots K$) に関する連立非線型一次方程式となるので，ここでは CROUT の方法を用いて解く。

次に，軸方向の圧力損失は(2.26)の差分近似式から求める。この式の右辺に含まれる軸方向および時間のそれぞれに関する微分にはともに後退差分近似式を用いる。すなわち

$$P_{i,\,x+h,\,t+k}=Q^*_{i,x+h,t+k}+\sum_{e=1}^{K}R^*_{ie}w_{e,\,x+h,\,t+k}$$

$$(i=1,\ 2,\ \cdots N) \qquad (2.58)$$

3. 解析結果と検討

原子力船「むつ」の燃料束について **表 2** に示す 5 種の外乱を与えたときの熱水力状態量の変動とそれについての考察を行う。

3.1 試算燃料束の主要常数

本解析に用いた燃料束の形状を **図 4** に示す。

① 燃料棒常数

燃料棒直径	0.0105 m
燃料棒長さ	1.04 m
燃料被覆管厚み	0.0004 m
燃料密度	10.0 g/cm³
燃料比熱	0.057 kcal/kg°C
燃料熱伝導率	2.23 kcal/mh°C
被覆管とその間隙の合成熱通過率	4888 kcal/m²h°C

② 冷却材常数

比熱（軽水）	1.17 kcal/kg°C
熱伝導率（軽水）	0.525 kcal/mh°C

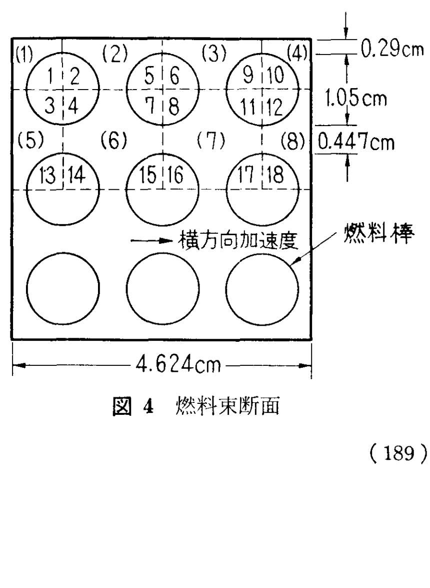

図 4 燃料束断面

③　各燃料棒出力分布

軸方向，横方向とも一定値

④　計算常数

横向流摩擦係数（$f_{ij}y_{ij}$）	0.0003 m
横向流運動量補正係数（f_D）	1.0
横向乱流運動量補正係数（f_T）	1.0
横向乱流混合係数（β）	0.01 （未沸騰のとき） 0.04 （飽和沸騰のとき）
横向流量許容誤差	1.5 kg/mh（例1） 15 kg/mh （例2，例4） 5 kg/mh （例3，例5）
熱流束許容誤差	3 kcal/m²h
軸方向メッシュ幅	0.052 m
時間メッシュ幅	0.25 sec （例5を除く） 0.05 sec（例5）

⑤　運転条件（その1）

平均出力密度	0.5×10^5 kcal/mh
冷却材発熱割合	0.02

船体重心は燃料束下流端にあるものとする。

3.2　解析結果と考察

3.2.1　燃料束垂直定常時

図 5～図 8 に例1～例4の炉心垂直定常時におけ

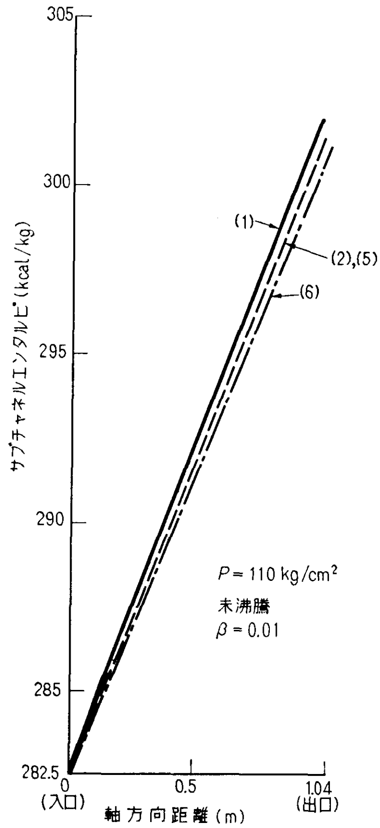

図 5　垂直定常時サブチャネルエンタルピの軸方向分布（例1）

表 2　運転条件（その2）

入力＼例	圧　力 (kg/cm²)	入口平均質量流量 (kg/m²s)	入口エンタルピ (kcal/kg)	冷却材状態	船体動揺状態
例1	110	1133.5	282.5	未沸騰	正弦波状ローリング（最大傾斜30度，周期5秒）
例2	110	1133.5	338.9	飽和沸騰	正弦波状ローリング（最大傾斜30度，周期5秒）
例3	110	1133.5	338.9	飽和沸騰	正弦波状ヒービング（最大加速度 2g，周期5秒）
例4	110	$1133.5\left(1+\sin\frac{2\pi}{T}t\right)$ $T=5$ 秒	338.9	飽和沸騰	垂直静止
例5	110から0.1秒で10% 減少させる	1133.5	330.6	飽和沸騰	垂直静止

る各サブチャネルのエンタルピおよび質量速度の軸方向分布を示す。例1においては，**図5**から角のサブチャネル(1)および(4)のエンタルピは外側サブチャネル(2),(3),(5)および(8)のそれらよりも大きく，外側サブチャネルのエンタルピは中央の(6)および(7)

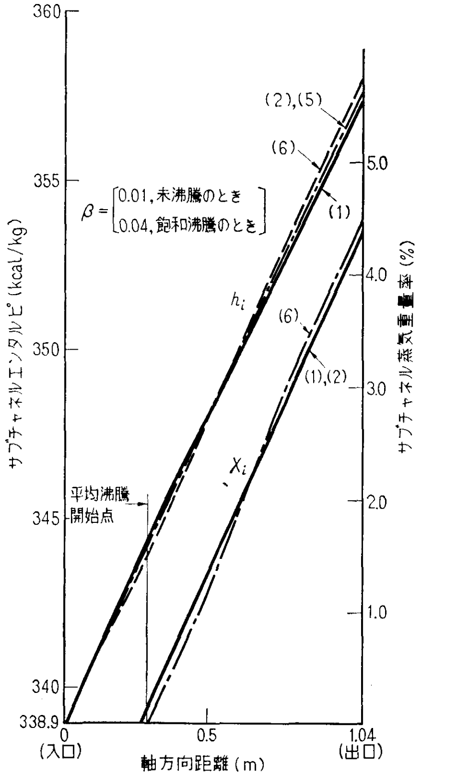

図 6 垂直定常時におけるサブチャネルのエンタルピと蒸気重量率の軸方向分布(例2～例4)

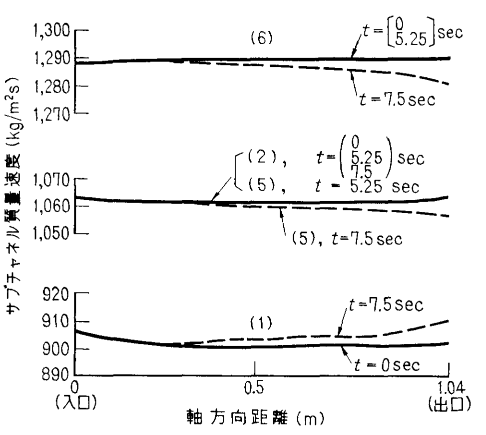

図 7 サブチャネル質量速度の軸方向分布(例1)

のそれらよりも大きい。**図 6** の例2の場合には様子は異なる。すなわち，未沸騰部では例1(**図 5**)と同じ傾向であるが，沸騰部では大きさの順序が逆転している。計算結果によれば，横向乱流混合係数(β)に小さい値(0.01)を選べば，サブチャネルエンタルピの大きさの順序は例1(**図 5**)に示す傾向になり，β に大きい値(0.04)を選べば **図 5** と逆の傾向になる。例2では，β の値として未沸騰のときは 0.01，沸騰のとき 0.04 を選んだ。この傾向の生じる理由は，β の値が大きければ，横向乱流混合が盛んになり，各サブチャネル間のエンタルピ平均化が促進され，中央サブチャネル(6)および(7)よりも熱容量の小さい角のサブチャネルのエンタルピは相対的に大きい変化をうけるからである。

次に，**図 7** において，角のサブチャネル(1)および

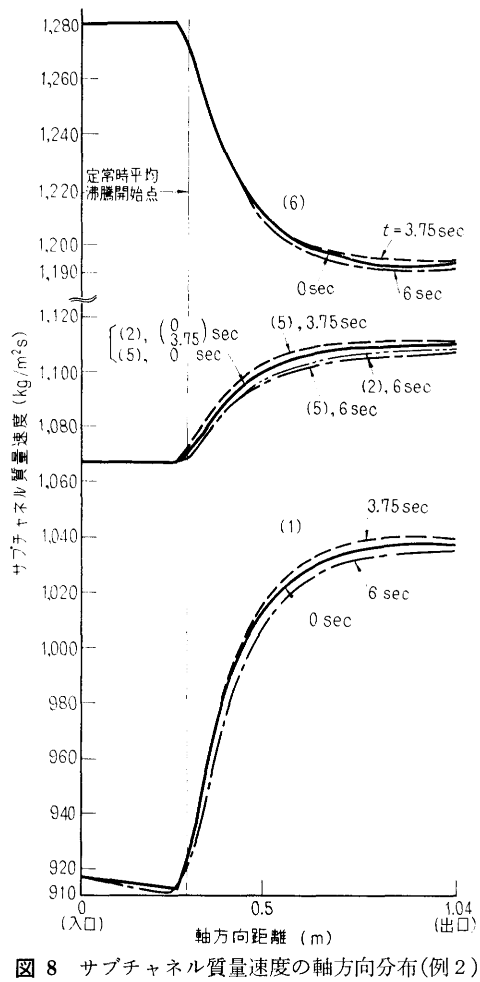

図 8 サブチャネル質量速度の軸方向分布(例2)

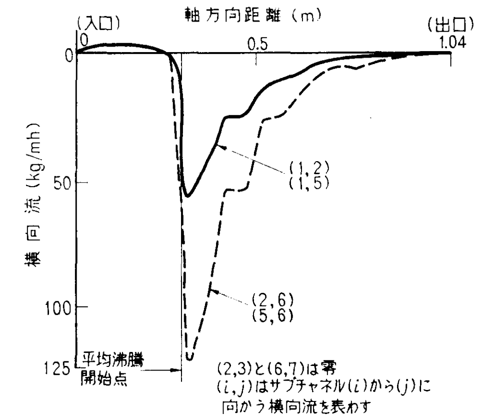

図 9　垂直定常時における横向流の軸方向分布（例2～例4）

(4) における質量速度が入口付近で幾分減小しているのは，冷却材膨張による流量再配分の結果である。**図 8** では，飽和沸騰開始点付近で著しい流量再配分がみられる。この理由は，沸騰開始によって，流路面積が相対的に狭い角や外側のサブチャネルでは圧損が急増し，その結果，中央のサブチャネルから横向流が流れ込むからである。そのときの横向流の様子を **図 9** に示す。

図 7 と **図 8** から明らかなように，サブチャネル質量速度は流路面積が大きいほど大きい。

3.2.2　燃料束の動揺による加速度変動時

正弦波状の動揺による加速度変動時のサブチャネル状態量の変化を **図 7～図 15** に示す。ただし，ここでは，$t=0$ における船体運動のパルス状加速度変動は考慮していないので，各状態量の応答にはその影響は含んでいない。

例1（**図 10**）の場合には，サブチャネル出口流量変動率（燃料束垂直定常時のサブチャネル出口流量に対する，そのサブチャネルの出口流量変動量の比）およびサブチャネル出口エンタルピ変動率（燃料束垂直定常時のサブチャネル内エンタルピ増加に対する，そのサブチャネルの出口エンタルピ変動量の比）の最大値は次のようである。

サブチャネル	出口流量最大変動率（%）	出口エンタルピ最大変動率(%)
(1)	0.9	0.34
(2)	0.13	0.03
(5)	0.77	0.41
(6)	0.63	0.30

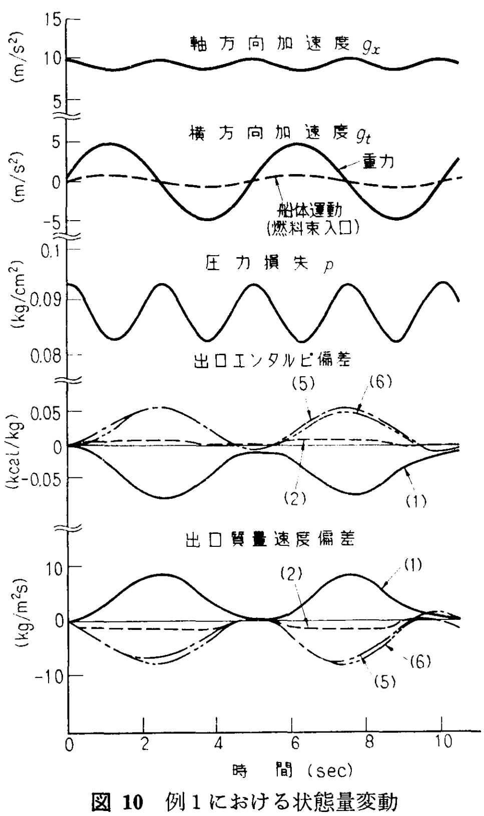

図 10　例1における状態量変動

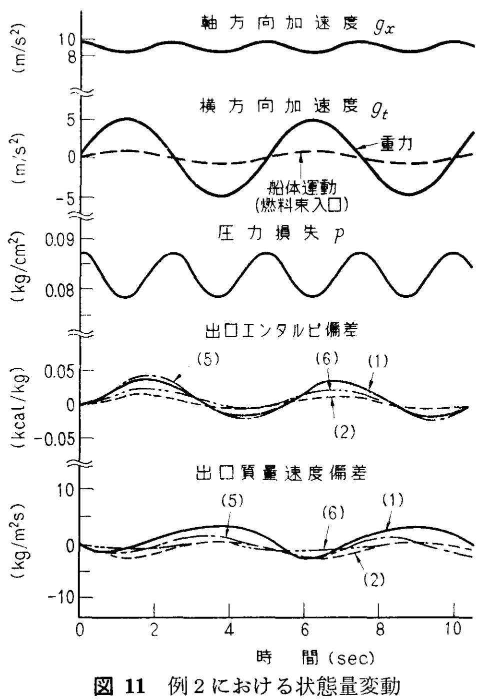

図 11　例2における状態量変動

また，例2（**図 11**）においては次のようである。

サブチャネル	出口流量最大変動率（%）	出口エンタルピ最大変動率（%）
（1）	0.52	0.30
（2）	0.24	0.09
（5）	0.37	0.30
（6）	0.23	0.15

上記の計算結果からみると，炉心のローリングによる加速度変動の熱水力的影響は小さい。同様に，ヒービングによる加速度変動の影響も **図 12** から小さいことがわかる。

上記の例1と例2の計算結果の共通点は出口流量最大変動率よりも出口エンタルピ最大変動率が小さいことである。この理由は，横向乱流による各サブチャネル間の熱交換作用によって，各サブチャネルエンタルピは平均化されるが，横向乱流による質量移動はないので，サブチャネル質量速度はエンタルピほどには平均化されないからである。

次に，例1と例2のサブチャネル質量速度の変動の機構を比較してみる。まず，例1の場合には，炉心の正弦波状ローリングのときに，横向流は **図 13** に示す状態と，各横向流が軸方向全域にわたって殆んど零の状態の間を往復する。一方，例2の場合には，同じローリングのときに，各横向流は **図 14** と **図 15** の両状態の間を往復する。サブチャネル流量は(2.21)から推察されるように，ゆるやかな過渡時には，そのサブチャネルに流出入する各横向流の軸方向積分によって知ることができる。なお，例1，例2および例3においては，サブチャネル入口流量は一定である。

図 13 において，横向流が軸方向2ケ所で急激に変

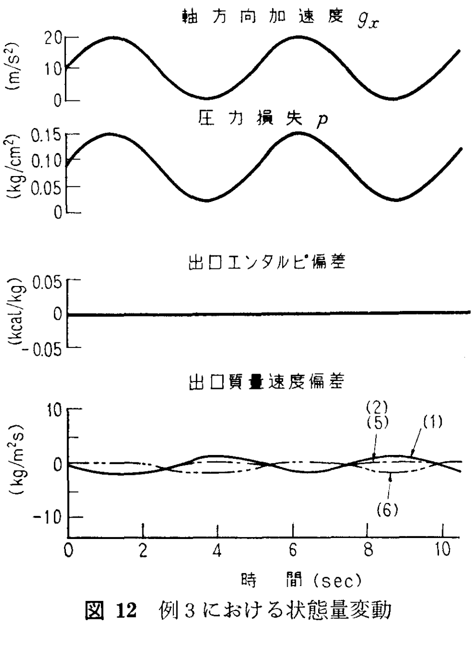

図 12 例3における状態量変動

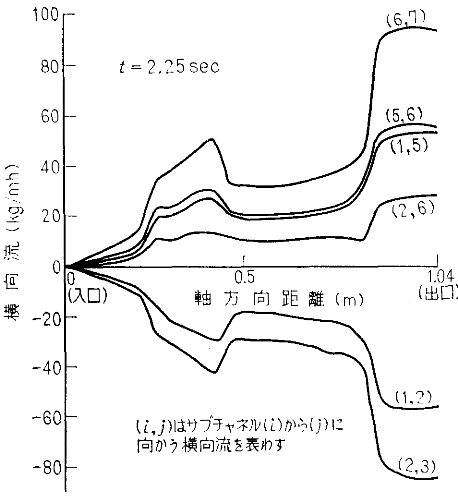

図 13 例1における横向流の軸方向分布

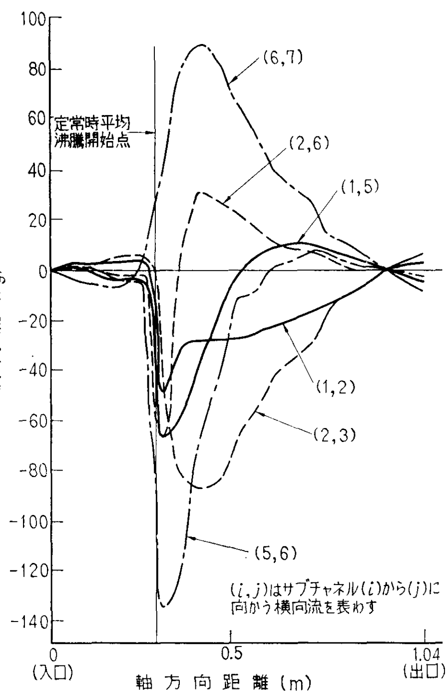

図 14 例2の $t=3.75$ sec における横向流の軸方向分布

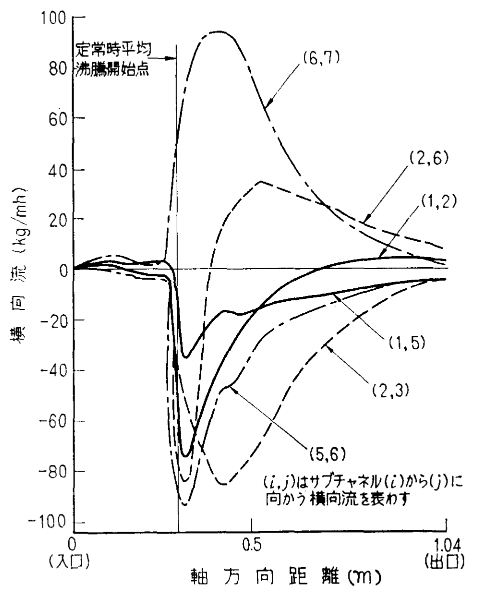

図 15 例2の $t=6\,\mathrm{sec}$ における横向流の軸方向分布

化しているのは，軸方向に関する冷却材比体積増加が，これらの位置でやや折点状に変化しているためである。

次に，ローリング時の加速度変動に対するサブチャネル出口エンタルピの応答おくれを考察する。**図 10** と **図 11** から，この値は，例1では約1.3秒，例2では約0.5秒である。なお，ヒービング時のサブチャネル出口エンタルピは殆んど変化しない。この応答おくれは，サブチャネル入口流量変動に対するサブチャネル出口エンタルピの応答おくれと見做すことができる。いま，各サブチャネルに流入出する横向流と横向乱流を無視し，その結果，互いに独立な各サブチャネルの入口流量に対する出口エンタルピの応答を集中常数系で近似して求めると，冷却材が未沸騰の場合には次式を得る。

$$\frac{h'}{m'}=\frac{-1}{1+(T_1+T_2+T_{12})S+T_1T_2S^2} \quad (3.1)$$

ただし

$$h'=\frac{\text{サブチャネル出口エンタルピ偏差}}{\text{定常状態におけるサブチャネル内エンタルピ増加量}}$$

(無次元)

$$m'=\frac{\text{サブチャネル流量偏差}}{\text{定常状態におけるサブチャネル流量}}$$

(無次元)

$$T_1=\frac{\text{燃量棒の熱容量}}{\text{燃料棒表面熱伝達率}}=\text{燃料棒熱時定数}\,(T)$$

$$T_2=\frac{\text{サブチャネル内冷却材質量}}{\text{サブチャネル流量}}=\text{流動時定数}$$

(T)

$$T_{12}=\frac{\text{燃料棒熱容量}}{\text{サブチャネル流量の熱容量}} \quad (T)$$

S はラプラス演算子

(3.1)を例1に適用してみると，$T_1=0.4$ 秒，$T_2=0.8$ 秒，そして，T_{12} は小さいので無視すれば

$$\frac{h'}{m'}=\frac{-1}{(1+0.4S)(1+0.8S)} \quad (3.2)$$

この式から応答おくれは約1.2秒であり，**図 10** から求めた値（1.3 秒）とほぼ等しい。

次に，冷却材がサブチャネル入口において飽和沸騰を開始している場合には次式をうる。

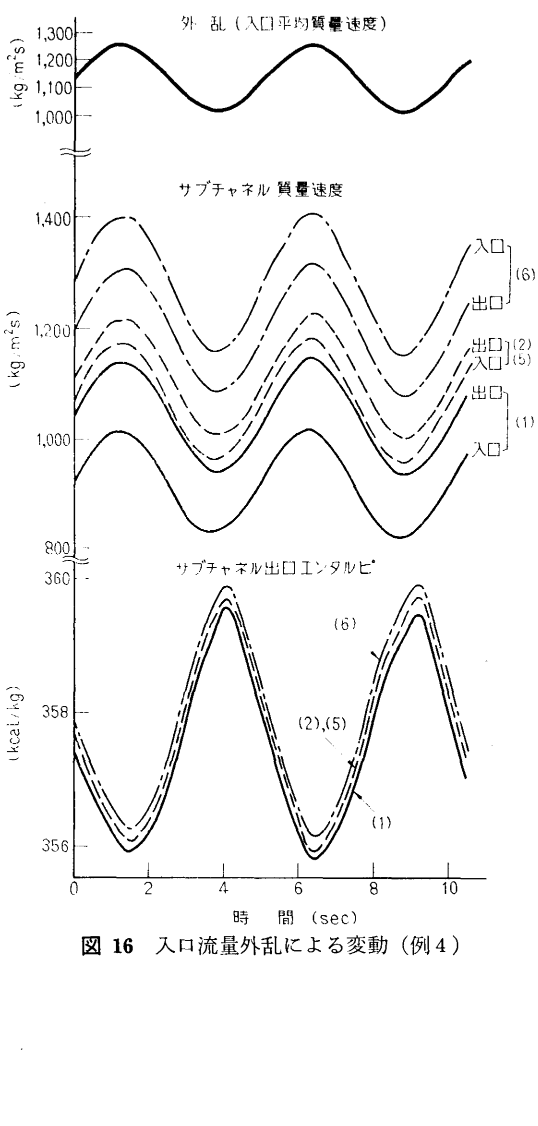

図 16 入口流量外乱による変動（例4）

$$\frac{h'}{m'}=\frac{-1}{1+T_2'S} \qquad (3.3)$$

ここで

$$T_2'=\frac{T_2 v_f}{v_0-v_f}\ln\left(\frac{v_0}{v_f}\right)=\text{流動時定数}\ (T)$$

v_0 は定常状態におけるサブチャネル出口比体積

(3.3) において燃料棒の熱時定数 T_1 が関係ないのは，燃料棒の熱伝達率および冷却材温度が非定常状態において一定であるからである。(3.3) を例2に適用してみると，だいたい $T_2'=0.4$ 秒となり，**図 11** から求めた値（約0.5秒）とほぼ等しい。

3.2.3 入口流量が正弦波状に10% 変動するとき

この場合の各状態量の変動および横向流の軸方向分布の例を **図 16** と **図 17** に示す。各サブチャネル出口の流量最大変動率およびエンタルピ最大変動率は単管近似のそれら（ともに 20%）と殆んど等しい。

各サブチャネルの入口流量変動に対する出口エンタルピの応答おくれは **図 16** から約0.5秒である。これは単管近似の応答の式 (3.3) における T_2' の値0.4秒とほぼ等しい。このことについては，前項2の説明がそのまま適用できる。

3.2.4 圧力が0.1秒間直線状に10% 減少するとき

この場合の各状態量の変化を **図 18～図 20** に示す。**図 18** において，時刻0.1秒における各サブチャネル出口の流量変動率は約100% に達する。しかし，そのときのエンタルピ変動率は約 10% (1.7 kcal/kg) 減少するだけである。燃料束の圧損は流量の突変に呼応して激変する。ただし，**図 18** の計算値が振動しているのは，時間メッシュ幅が粗すぎるためかもしれない。各サブチャネルエンタルピは，**図 19** から，圧力の降下中は減少し，以後回復する。**図 20** においては，時刻0.1秒における流量の激変時の各サブチャネル流量の軸方向分布を示す。本過渡時の燃料棒中央部の温度降下は約 0.4°C である。

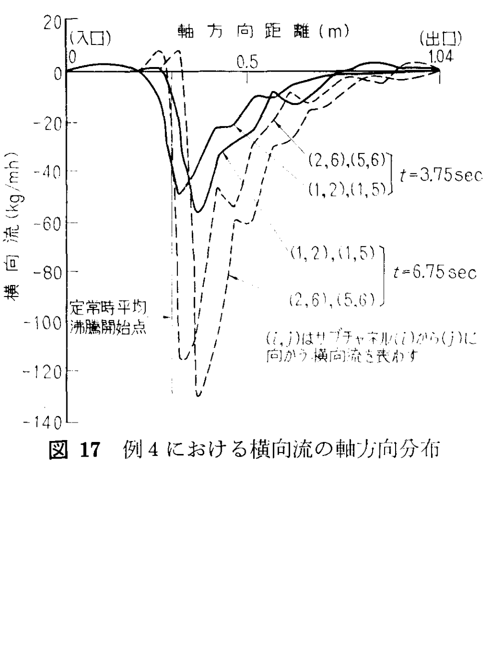

図 17 例4における横向流の軸方向分布

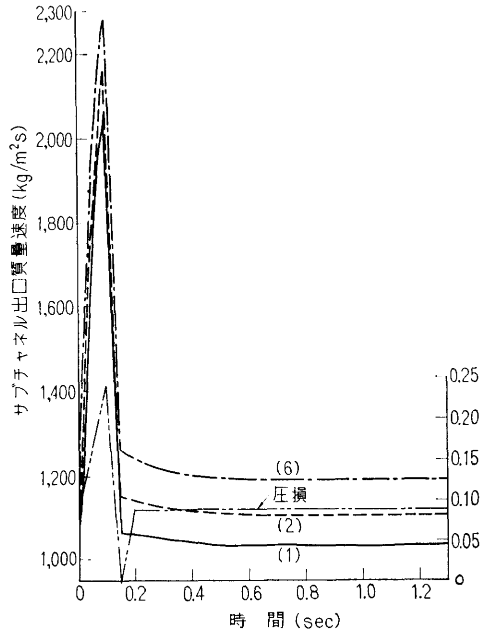

図 18 例5のサブチャネル出口質量速度変動

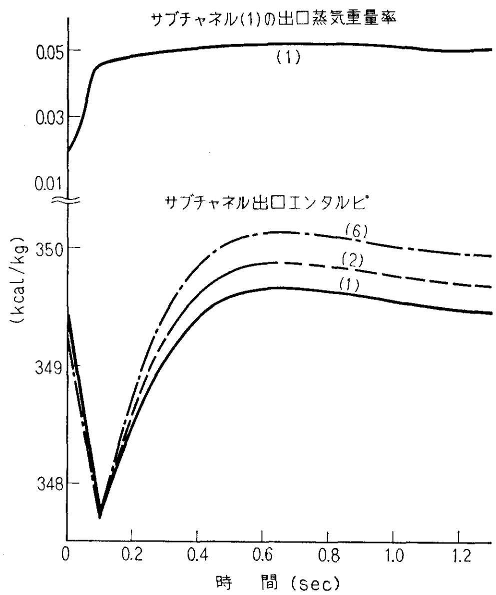

図 19 例5のサブチャネル出口エンタルピおよび蒸気重量率の変動

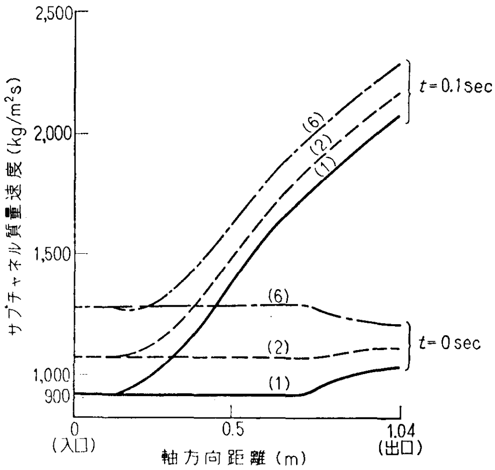

図 20　例5の t=0.1 秒におけるサブチャネル質量速度分布

最後に，横向流を求める式（2.37）について考察する。まず，左辺末項の慣性圧力損失項は，外乱が加わったときに横向流の応答におくれをもたらす。これは単管の場合と異なるところである。

次に左辺の $T_l w_l$ は(2.35)に示されるように，燃料棒間隙における横方向の摩擦損失と空間加速損失（軸方向流による項と横向流による項の和）の和であるが，横向流による空間加速損失項（第2項）は残りの2項にくらべて無視できる。残りの2項の絶対値をくらべると，第3項の空間加速損失の方が第1項の摩擦損失より大きい。数値解に対する T_l の大きさの影響を調べるために，例2について，第2項と第3項を無視した計算結果は **図 11** とくらべて特に記すほどの差異がない。したがって，T_l の数値解に対する影響は弱いものと思われるが，無視すれば定常状態の解が存在しなくなる。

4. まとめ

船体の動揺によって，炉心に軸，横両方向の加速度変動が加わるときや，炉心入口流量および圧力が変動するときの炉心燃料束の熱水力的挙動をサブチャネル解析によって求めた。解析に用いたモデルは，COBRA-I コードで用いられる横向流と横向乱流を含む。

実用炉心燃料束に対して，この解析法を適用した結果から次の事が予測される。ただし，横向乱流混合係数 β の値として，0.01（未沸騰状態に対して）および 0.04（飽和沸騰状態に対して）を用いた。

① 燃料束が垂直定常時の各サブチャネルエンタルピの差は，**図 5** と **図 6** から高々 0.6 kcal/kg である。

② 加速度変動時の各サブチャネルエンタルピの定常値からの偏差は **図 10～図 12** から高々 0.6 kcal/kg（サブチャネルエンタルピ変動率は 0.4% 以下）である。

③ 入口流量変動時の各サブチャネル出口エンタルピの変動率は単管近似のそれとほぼ等しい。(**図 16** 参照)

④ 圧力変動に対する各サブチャネル出口流量は，**図 18** から，定常時のそれの約2倍に達するが，出口エンタルピは，**図 19** から，定常時エンタルピ炉内上昇の約 10%（約 1.7 kcal/kg）変動するにすぎない。

⑤ 横向乱流混合係数 β は，燃料束の各サブチャネルエンタルピの断面分布に強い影響を与えるので，その値の選択には充分注意する必要がある。

付録Bにおいては，横向乱流混合係数を，熱渦拡散係数 ε_q および運動量の渦拡散係数 ε_m の各々を用いて導いた場合の比較を考察する。

おわりに

本研究について御指導いただいた黒須顕二氏，伊従功氏，横村武宣氏，成合英樹氏の各位に感謝の意を表する。

記号表

各記号の単位は次の記号であらわす。

L=長さ，T=時間，M=質量，θ=温度，$F=ML/T^2$=力，$H=ML^2/T^2$=エネルギ

A_i	サブチャネル (i) の断面積 (L^2)
A_M	$4\pi MN_r$ (無次元)
A_S	$\frac{\pi}{4}D_r$ (L)
b_m	$\frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m+1}-\sqrt{m-1}}$ (無次元)
B_m	πb_m (無次元)
C	サブチャネル形状係数 (無次元)，(A・62) 参照
C_f	未沸騰冷却材の比熱 ($H/M\theta$)
C_{FU}	燃料棒の燃料の比熱 ($H/M\theta$)
D	サブチャネル水力直径 (L)
D_r	燃料棒直径 (L)
f	Moody の摩擦係数 (無次元)
f_D	横向流の軸方向運動量補正係数 (無次元)

$f_{ij} \cdot y_{ij}$	横向流摩擦係数 (L)
f_T	横向乱流の軸方向運動量補正係数 (無次元)
G	質量速度 (M/TL^2)
g_{ij}	隣接するサブチャネル (i), (j) 間の間隙 (L)
g_t	横方向加速度 (L/T^2)
g_x	軸方向加速度 (L/T^2)
h	軸方向メッシュ幅 (L)
h_f	飽和水エンタルピ (H/M)
h_{fg}	冷却材の蒸発の潜熱 (H/M)
H_{FU}	$\pi R_{FU}^2 N_r C_{FU} \rho_{FU}$ ($H/\theta L$)
h_g	飽和蒸気エンタルピ (H/M)
h_i	サブチャネル (i) の冷却材エンタルピ (H/M)
K	隣接するサブチャネルの2個1組の組合わせ総数 (無次元)
k	時間メッシュ幅 (T)
K_B	冷却材沸騰熱伝達係数 ($H/L^2T\theta$)
K_{G+CA}	燃料被覆管とその間隙の合成熱通過率 ($H/L^2T\theta$)
K_{NB}	サブチャネル冷却材の未沸騰熱伝達係数 ($H/L^2T\theta$)
l_{ij}	隣接するサブチャネル (i), (j) を構成する燃料棒間隔または燃料棒と壁の間隔 (L)
L_{ij}	隣接するサブチャネル (i), (j) を構成する燃料棒間または燃料棒と壁の心距 (L)
M	燃料棒の燃料部分の同心円状分割数 (無次元)
m_i	サブチャネル (i) の冷却材流量 (M/T)
N	サブチャネル数 (無次元)
N_r	燃料棒実効本数 (無次元)
P	系圧力 (F/L^2)
p_i	サブチャネル (i) における圧損 (F/L^2)
P_i	サブチャネル (i) における圧力 (F/L^2)
P_r	プラントル数 (無次元)
Q_i'	サブチャネル (i) に加わる熱量 (H/TL)
$Q_{n,i}$	燃料棒 (番号 n) からサブチャネル (i) への熱流量 (H/TL)
R_e	レイノルズ数 (無次元)
R_{FU}	燃料棒の燃料部分の半径 (L)
R_r	燃料棒半径 (L)
t	時間 (T)
$T_{CAn,i}$	サブチャネル (i) に面する燃料棒 (n) の被覆管表面温度 (θ)
T_f	冷却材の飽和温度 (θ)
$T_{FSn,i}$	サブチャネル (i) に面する燃料棒 (n) の燃料表面温度 (θ)
T_i	サブチャネル (i) の冷却材温度 (θ)
$T_{n,m,i}$	サブチャネル (i) に面する燃料棒 (n) の要素 (m) の温度 (θ)
u_{fi}, u_{gi}	サブチャネル (i) の二相流の飽和水および飽和蒸気の軸方向速度 (L/T)
u_{fij}, u_{gij}	隣接サブチャネル (i), (j) 間の二相流の飽和水および飽和蒸気の横方向速度 (L/T)
u'_{fij}, u'_{gij}	隣接サブチャネル (i), (j) 間の二相流横向乱流の飽和水および飽和蒸気の横方向速さの時間平均値 (L/T)
u_i	サブチャネル (i) の冷却材速度 (L/T)
v_f	飽和水比体積 (L^3/M)
v_{fg}	$v_g - v_f$ (L^3/M)
v_g	飽和蒸気比体積 (L^3/M)
v_i	$[\rho_f(1-\alpha_i)+\rho_g\alpha_i]^{-1}$ (L^3/M)
v_i'	$\left[\dfrac{(1-X_i)^2}{1-\alpha_i}v_f+\dfrac{X_i^2}{\alpha_i}v_g\right]$ (L^3/M)
v_i''	$\left[\dfrac{\partial\alpha_i}{\partial X_i}\left(\dfrac{v_f+X_i v_{fg}}{v_f v_g}\right)\right]^{-1}$ (L^3/M)
w_{ij}	隣接サブチャネル (i), (j) 間の横向流 (M/TL)
w'_{ij}	隣接サブチャネル (i), (j) 間の横向乱流 (M/TL)
$w_{ij,0}$	1メッシュ時間前の横向流 (M/TL)
x	軸方向座標 (L)
X_i	サブチャネル (i) の冷却材蒸気重量率 (無次元)
y	隣接するサブチャネル (i), (j) の境界線に直交し, (i) から (j) に向かう横座標 (L)
Y_i, Y_j	隣接するサブチャネル (i), (j) の中心間距離が (i) および (j) に占める部分 (L)
Y_{ij}	$Y_i + Y_j$ (L)
y_{ij}	隣接サブチャネル (i), (j) を構成する燃料棒間または燃料棒と壁の間隙をスロットに見做すときの間隙幅 (L)
α_i	サブチャネル (i) の冷却材の蒸気体積率 (無次元)

β	横向乱流混合係数（無次元）
δ	冷却材発熱率（無次元）
Δt, Δx	時間および軸方向の各微小増分
ε_m, ε_q	運動量および熱に関する渦拡散係数 (L^2/T)
λ_{fu}	燃料の熱伝導率 $(H/TL\theta)$
λ_i	サブチャネル (i) の冷却材の未沸騰熱伝導率 $(H/TL\theta)$
μ	粘性係数 (M/LT)
ν	動粘性係数 (L^2/T)
ξ_x	軸方向出力分布係数（無次元）
ξ_y	横方向出力分布係数（無次元）
ρ_f	$1/v_f$ (M/L^3)
ρ_{FU}	燃料密度 (M/L^3)
ρ_i	$1/v_i$ (M/L^3)
ρ_i'	$1/v_i'$ (M/L^3)
ρ_i''	$1/v_i''$ (M/L^3)
ρ_{ij}	横向流がサブチャネル (i) から (j) に向かうときは ρ_i, 逆のときは ρ_j に等しい
$\rho_{in,i}$	燃料束入口におけるサブチャネル (i) の冷却材密度 (M/L^3)
Φ	燃料束平均発熱量 (H/LT)
ϕ_i	二相流摩擦抵抗倍率（無次元）

添　字

i, j	サブチャネル番号
I, J	サブチャネル (i) および (j) の各断面の中心
ij	隣接するサブチャネル (i) と (j) の組または (i) から (j) に向かう方向を示す
e, l	ij と同義
n, i	サブチャネル (i) に面する燃料棒 (n)
n, m, i	サブチャネル (i) に面する燃料棒 (n) の要素 (m)
$\rightarrow$	ベクトル

参考文献

1) D.S. Rowe; Crossflow Mixing between Parallel Flow Channels during Boiling, PART 1, COBRA-Computer Program for Coolant Boiling in Rod Arrays, BNWL-371, Pt 1, 1967
2) D.S. Rowe; COBRA-II: A Digital Computer Program for Thermal-Hydraulic Subchannel Analysis of Rod Bundle Nuclear Fuel Elements, BNWL-1229, 1970
3) D.S. Rowe; COBRA-III: A Digital Computer Program for Steady State and Transient Thermal-Hydraulic Analysis of Rod Bundle Nuclear Elements, BNWL-B-82, 1973
4) 一色尚次他; 舶用水冷却原子炉の熱限界と流力特性に及ぼすヒービング，傾斜等の影響とその対策，船研報告第２巻第１号，昭和40年
5) E. Kjelland-Fosterud et al; Two-Phase Flow Investigations for a Marine Boiling Water Reactor, 3rd Genv. Conf. 28/P/801
6) 高田良夫，手島　登他; 上下動揺時の２相流動特性に関する実験，船研研究発表会講演概要，昭和46年
7) G.L. West & H. Nishihara; A Preliminary Report of an Investigation of the Effects of Ship Motion on BWR, Journal of Joint Panel on Nuclear Marine Propulsion, Vol. 6, No. 2, 1962
8) 黒沢　昭; 液体冷却舶用原子炉の動揺時における特性に関する研究，学位論文
9) R.T. Lahey, JR. et al; Mass Flux and Enthalpy Distribution in a Rod Bundle for Single- and Two-Phase Flow Conditions, ASME Paper No. 70-WA/HT-8
10) P. Bakstad & K.O. Solberg; A Model for the Dynamics of Nuclear Reactors with Boiling Coolant with a New Aproach to the Vapor Generating Process, KR-121, 1967
11) R.I. Miller & R.S. Pyle; TITE-A Didital Program for the Prediction of Two-Dimensional Two-Phase Hydrodynamics, WAPD-TM-240, 1962
12) Heat Transfer in Rod Bundles, The Winter Anual Meeting of The ASME, 1968
13) Two-Phase Flow and Heat Transfer in Rod Bundles, The Winter Anual Meeting of The ASME, 1969
14) D.S. Rowe & C.W. Angle; Cross-flow Mixing between Parallel Flow Channels during Boiling, (PART II) Measurement of Flow and Enthalpy in Two Parallel Channels, BNWL-371, Pt. 2, 1967
15) Todreas, N.E. & L.W. Wilson; Coolant Mixing in Sodium Cooled Fast Reactor Fuel Bundles, WASH-1096, 1968
16) D.S. Rowe & C.W. Angle; Crossflow Mixing between Parallel Flow Channels during Boiling (Part III) Effect of Spacers on Mixing between Two Channels, BNWL-371, Pt. 3, 1969

付録A　式の導出

A·1　燃料棒の熱平衡式

燃料棒の燃料断面を解析上適当な個数，M 個(本解析では4個）の同心円状の等面積の要素に分けて，それぞれについて，熱は半径方向のみに流れると仮定して，単容量近似の熱平衡式をたて，燃料被覆管の熱容量は無視して，その表面熱流束および各要素の平均温度を求める。これらの計算式は P. Bakstad and K.O. Solberg[10] の用いたものと基本的には同じであるが，本解析では，それらを，冷却材温度と燃料被覆管表面の熱伝達率とを境界値として与えて解く。

A·1·1　定常状態

図 A·1 の単位長さの燃料棒の 1/4 断面の要素 (n, m, i) からの流出熱量は

$$Q_{n,m,i}=\frac{m\Phi_0\xi_x\xi_y(1-\delta)}{4MN_r} \qquad (\mathrm{A\cdot 1})$$

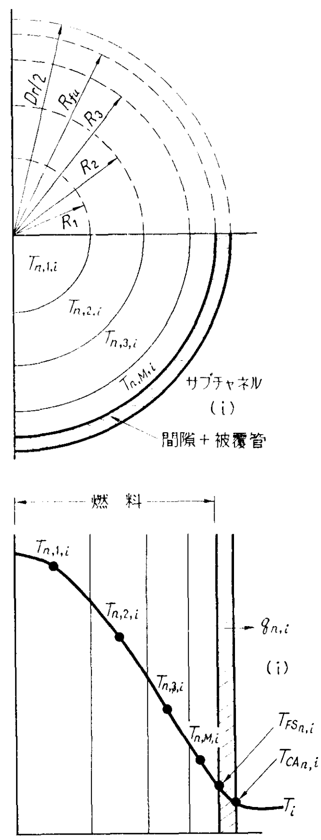

図 A·1　燃料棒温度分布

$$\begin{pmatrix} n=1,\,2,\,\cdots \mathrm{N}_r \\ m=1,\,2,\,\cdots M \\ i=1,\,2,\,\cdots N \end{pmatrix}$$

一方，熱伝導の式から近似的に

$$Q_{n,m,i}=\frac{\pi R_m\lambda_m}{2}\,\frac{T_{n,m,i}-T_{n,m+1,i}}{1/2(R_{m+1}-R_{m-1})}$$

$$\begin{pmatrix} n=1,\,2,\,\cdots N_r \\ m=1,\,2,\,\cdots M \\ i=1,\,2,\,\cdots N \end{pmatrix} \qquad (\mathrm{A\cdot 2})$$

ここで，R_m は要素 (n, m, i) の外周の半径で，仮定により

$$R_m=\sqrt{\frac{m}{M}}R_{fu} \qquad (\mathrm{A\cdot 3})$$

これを (A·2) に代入すれば

$$Q_{n,m,i}=B_m\lambda_m(T_{n,m,i}-T_{n,m+1,i})$$

$$\begin{pmatrix} n=1,\,2,\,\cdots N_r \\ m=1,\,2,\,\cdots M \\ i=1,\,2,\,\cdots N \end{pmatrix} \qquad (\mathrm{A\cdot 4})$$

ただし

$$B_m=\frac{\sqrt{m}\,\pi}{\sqrt{m+1}-\sqrt{m-1}} \qquad (\mathrm{A\cdot 5})$$

(A·1) と (A·4) より燃料各部の温度は

$$T_{n,m,i}=\sqrt{m}\,(\sqrt{m+1}-\sqrt{m-1})\frac{\Phi_0\xi_x\xi_y(1-\delta)}{A_M\lambda_m}$$

$$+T_{n,m+1,i} \quad \begin{pmatrix} n=1,\,2,\,\cdots N_r \\ m=1,\,2,\,\cdots M-1 \\ i=1,\,2,\,\cdots N \end{pmatrix} \qquad (\mathrm{A\cdot 6})$$

ただし

$$A_M=4\pi N_rM \qquad (\mathrm{A\cdot 7})$$

$T_{n,M,i}$ は下記の (A·12) から求める。

各部温度の計算は，燃料被覆管表面から内部に向かって順次行う。

まず，燃料被覆管表面温度は次の熱伝達の式から求める。

$$T_{CA_{n},i}=T_f+\frac{1}{K_B}\left(\frac{Q_{n,M,i}}{A_S}\right)^{0.25} \quad (\text{沸騰時}) \qquad (\mathrm{A\cdot 8})$$

$$T_{CA_{n},i}=T_i+\frac{1}{K_{NB_i}}\left(\frac{Q_{n,M,i}}{A_S}\right) \quad (\text{未沸騰時}) \qquad (\mathrm{A\cdot 9})$$

ここで，K_B および K_{NB_i} はそれぞれ，冷却材の沸騰および未沸騰熱伝達係数で，(2.5) および (2.6) で与えられる。

次に燃料部分表面温度は次式により求める。

$$T_{FS_{n},i}=T_{CA_{n},i}+\frac{Q_{n,M,i}}{A_SK_{G+CA}} \qquad (\mathrm{A\cdot 10})$$

ただし

$$A_S=\frac{\pi}{4}D_r \qquad (\mathrm{A}\cdot 11)$$

次に，$T_{FS_{n},i}$ と燃料外縁要素平均温度 $T_{n,M,i}$ の関係式を求める。$T_{n,M,i}$ と $T_{FS_{n},i}$ および $T_{n,M+1,i}$ の三者は一直線上にあると仮定すれば

$$T_{n,M,i}=T_{FS_{n},i}+\frac{\sqrt{M}-\sqrt{M-1}}{\sqrt{M+1}-\sqrt{M-1}}\times(T_{n,M,i}-T_{n,M+1,i})$$
$$(n=1,2,\cdots N_r,\ i=1,2,\cdots N) \qquad (\mathrm{A}\cdot 12)$$

ただし，$T_{n,M+1,i}$ は断面積が $\pi R^2_{fu}/M$ である仮想被覆管の平均温度であり，(A・4)から

$$T_{n,M+1,i}=T_{n,M,i}-\frac{Q_{n,M,i}}{B_M\lambda_M} \qquad (\mathrm{A}\cdot 13)$$

これを (A・12) に代入すれば

$$T_{n,M,i}=T_{FS_{n},i}+\frac{\sqrt{M}-\sqrt{M-1}}{\sqrt{M+1}-\sqrt{M-1}}\frac{Q_{n,M,i}}{B_M\lambda_M}$$
$$(n=1,2,\cdots N_r,\ i=1,2,\cdots N) \qquad (\mathrm{A}\cdot 14)$$

(A・10)から $T_{FS_{n},i}$ が求まれば，(A・14)と(A・13)から $T_{n,M,i}$ と $T_{n,M+1,i}$ が求まり，さらに (A・6) から他の要素の平均温度が内部に向かって順に求まる。

A・1・2 非定常状態

要素 (n,m,i) からの流出熱量 $Q_{n,m,i}$ は (A・4) であらわされる。

要素 (n,m,i) の熱平衡式は

$$\frac{\pi R^2_{FU}C_{FU}\rho_{FU}}{4M}\frac{dT_{n,m,i}}{dt}=\frac{\pi R^2_{FU}}{4M}\frac{\Phi(t)\xi_x\xi_y(1-\delta)}{\pi R^2_{FU}N_r}+\pi\lambda_{m-1}\frac{T_{n,m-1,i}-T_{n,m,i}}{\sqrt{\frac{m}{m-1}}-\sqrt{\frac{m-2}{m-1}}}-\pi\lambda_m\frac{T_{n,m,i}-T_{n,m+1,i}}{\sqrt{\frac{m+1}{m}}-\sqrt{\frac{m-1}{m}}}\begin{pmatrix}n=1,2,\cdots N_r\\ m=1,2,\cdots M\\ i=1,2,\cdots N\end{pmatrix} \qquad (\mathrm{A}\cdot 15)$$

これから，各要素の温度変化率は

$$\frac{dT_{n,m,i}}{dt}=\frac{1}{H_{FU}}\{\Phi(t)\xi_x\xi_y(1-\delta)+A_M[b_{m-1}\lambda_{m-1}(T_{n,m-1,i}-T_{n,m,i})-b_m\lambda_m(T_{n,m,i}-T_{n,m+1,i})]\}\begin{pmatrix}n=1,2,\cdots N_r\\ m=1,2,\cdots M\\ i=1,2,\cdots N\end{pmatrix} \qquad (\mathrm{A}\cdot 16)$$

ただし

$$H_{FU}=\pi R^2_{FU}N_rC_{FU}\rho_{FU} \qquad (\mathrm{A}\cdot 17)$$
$$A_M=4\pi MN_r \qquad (\mathrm{A}\cdot 18)$$
$$b_m=\frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m+1}-\sqrt{m-1}} \qquad (\mathrm{A}\cdot 19)$$

被覆管表面温度は，(A・8) と (A・9) の $Q_{n,M,i}$ の代わりに (A・13) を代入すれば

$$T_{CA_{n},i}=T_f+\frac{1}{K_B}\left[\frac{B_M\lambda_M}{A_S}(T_{n,M,i}-T_{n,M+1,i})\right]^{0.25}$$
(沸騰時) (A・20)

$$T_{CA_{n},i}=T_i+\frac{1}{K_{NBi}}\left[\frac{B_M\lambda_M}{A_S}(T_{n,M,i}-T_{n,M+1,i})\right]$$
(未沸騰時) (A・21)

(A・16)から $T_{n,m,i}$ $(m=1,2,\cdots M)$ は求められる。もし，$T_{n,M+1,i}$ の値を仮定すれば，(A・20) と (A・21)から $T_{CA_{n},i}$ が求まる。以下に導く，$T_{n,M+1,i}$ を $T_{n,M,i}$ と $T_{CA_{n},i}$ から求める関係 (A・26)を用いれば，繰返し計算によって $T_{n,M+1,i}$ を求めることができる。

燃料被覆管表面から単位長さ，1/4 円周当たりの伝熱量は

$$Q_{n,i}=A_SK_{G+CA}(T_{FS_{n},i}-T_{CA_{n},i}) \qquad (\mathrm{A}\cdot 22)$$

一方，これは $m=M$ とした (A・4) に等しいので

$$\lambda_MB_M(T_{n,M,i}-T_{n,M+1,i})=A_SK_{G+CA}(T_{FS_{n},i}-T_{CA_{n},i}) \qquad (\mathrm{A}\cdot 23)$$

これより

$$T_{n,M+1,i}=T_{n,M,i}-\frac{A_SK_{G+CA}}{B_M\lambda_M}(T_{FS_{n},i}-T_{CA_{n},i}) \qquad (\mathrm{A}\cdot 24)$$

ここで，$T_{FS_{n},i}$ は $T_{n,M,i}$ と $T_{n,M+1,i}$ を結ぶ直線上にあると仮定すると

$$T_{FS_{n},i}=T_{n,M,i}-\frac{\sqrt{M}-\sqrt{M-1}}{\sqrt{M+1}-\sqrt{M-1}}\times(T_{n,M,i}-T_{n,M+1,i}) \qquad (\mathrm{A}\cdot 25)$$

これを (A・24) に代入すれば

$$T_{n,M+1,i}=\left\{T_{n,M,i}\left[\lambda_MB_M-A_SK_{G+CA}\times\left(1-\frac{\sqrt{M}-\sqrt{M-1}}{\sqrt{M+1}-\sqrt{M-1}}\right)\right]+A_SK_{G+CA}T_{CA_{n},i}\right\}\times\left(\lambda_MB_M+A_SK_{G+CA}\frac{\sqrt{M}-\sqrt{M-1}}{\sqrt{M+1}-\sqrt{M-1}}\right)^{-1} \qquad (\mathrm{A}\cdot 26)$$

A·2 連続の式

サブチャネル (i) の軸方向長さ Δx の微小体積要素についての質量の収支は，図 A·2 に示すように，横向流が隣接チャネル (j) から流入し，(k) へ流出するときには

$$\frac{\partial(\rho_i A_i \Delta x)}{\partial t}=(m_i+w_{ji}\Delta x+w'_{ji}\Delta x+w'_{ki}\Delta x)$$
$$-\left(m_i+\frac{\partial m_i}{\partial x}\Delta x+w_{ik}\Delta x+w'_{ij}\Delta x+w'_{ik}\Delta x\right) \qquad (\text{A·27})$$

ここで，w_{ij} はサブチャネル (i) から (j) に向かう横向流とする。w'_{ij} はサブチャネル (i), (j) 間に存在する横向乱流の (i) から (j) に向かう成分の時間平均値をあらわすスカラである。

冷却材が二相流のときには，(A·27) をスリップ流モデルであらわせば，各状態量は次の各式に対応する。

$$\rho_i=\rho_f(1-\alpha_i)+\rho_g\alpha_i \qquad (\text{A·28})$$

$$m_i=A_i[\rho_f(1-\alpha_i)u_{f_i}+\rho_g\alpha_i u_{g_i}] \qquad (\text{A·29})$$

$$w_{ij}=l_{ij}[\rho_f(1-\alpha_i)u_{f_{ij}}+\rho_g\alpha_i u_{g_{ij}}] \qquad (\text{A·30})$$

$$w'_{ij}=l_{ij}[\rho_f(1-\alpha_i)u'_{f_{ij}}+\rho_g\alpha_i u'_{g_{ij}}] \qquad (\text{A·31})$$

(A·31) の乱流については次の関係を仮定する。

$$w'_{ij}=w'_{ji}>0 \qquad (\text{A·32})$$

(A·27) と (A·32) から

$$A_i\frac{\partial\rho_i}{\partial t}=-\frac{\partial m_i}{\partial x}+(w_{ij}-w_{ik}) \qquad (\text{A·33})$$

一般に，サブチャネルが N 個あるときには，その中のサブチャネル (i) については次式が成り立つ。

$$A_i\frac{\partial\rho_i}{\partial t}=-\frac{\partial m_i}{\partial x}-\sum_{j=1}^{N}w_{ij} \quad (i=1,2,\cdots N) \qquad (\text{A·34})$$

A·3 エネルギ式

図 A·3 に示すように，サブチャネル (i) が2つの代表的サブチャネル (j) と (k) に隣接するとき，(i) の微小長さ Δx に対するエネルギ平衡は

$$A_i\left(\rho''_i\frac{\partial h_i}{\partial t}+h_i\frac{\partial\rho_i}{\partial t}\right)\Delta x$$
$$=m_ih_i+(w_{ij}h_j+w'_{ji}h_j+w'_{ki}h_k+Q'_i)\Delta x$$
$$-\left[m_ih_i+\frac{\partial(m_ih_i)}{\partial x}\Delta x+(w_{ik}h_i+w'_{ij}h_i+w'_{ik}h_i)\Delta x\right] \qquad (\text{A·35})$$

この式の左辺の括弧内は，二相流をスリップ流モデルであらわせば次式になる[11]。

$$\rho''_i\frac{\partial h_i}{\partial t}+h_i\frac{\partial\rho_i}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial t}[\rho_f(1-\alpha_i)h_f+\rho_g\alpha_ih_g] \qquad (\text{A·36})$$

そして，(A·35) の各状態量はスリップ流モデルであらわせば次の各式になる。

$$h_i=(1-X_i)h_f+X_ih_g \qquad (\text{A·37})$$

$$\rho''_i=\frac{\partial\alpha_i}{\partial X_i}\left(\frac{v_f+X_iv_{fg}}{v_fv_g}\right) \qquad (\text{A·38})$$

m_i, w_{ij} および w'_{ij} はそれぞれ，(A·29), (A·30) および (A·31) によってあらわされる。

w'_{ij} は (2.36) から求める。この式は横向乱流による熱交換に関する T.V. Boussinesq の式 (B·1) を基にしてえられる経験的理論式で，係数 β は実験から

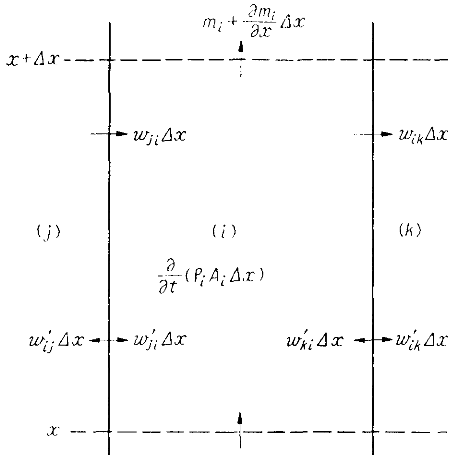

図 A·2 サブチャネル質量平衡

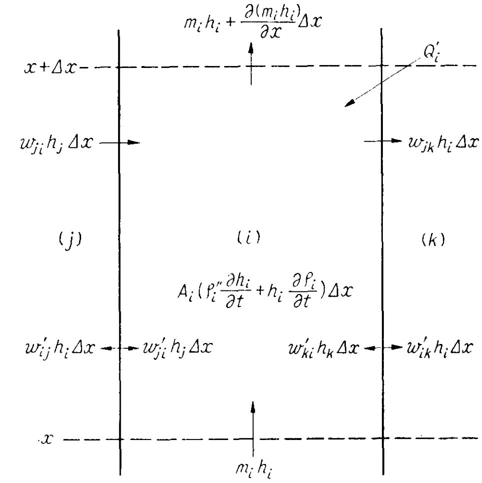

図 A·3 サブチャネルエネルギ平衡

求められる。

Q'_i はサブチャネル (i) の単位長さに与えられる燃料棒からの熱量と冷却材発熱量の和である。すなわち

$$Q'_i=\sum_{n=1}^{N_r} Q_{n,i}+\frac{A_i}{\sum_{j=1}^{N}A_j}\Phi\delta \qquad (\mathrm{A}\cdot39)$$

(A·35) を整頓すれば

$$A_i\left(\rho''_i\frac{\partial h_i}{\partial t}+h_i\frac{\partial\rho_i}{\partial t}\right)=Q'_i-\frac{\partial(m_ih_i)}{\partial x}+(w_{ji}h_j-w_{ik}h_i)+[w'_{ji}(h_j-h_i)+w'_{ki}(h_k-h_i)] \qquad (\mathrm{A}\cdot40)$$

一般に，サブチャネルが N 個あるときには，その中のサブチャネル (i) については次のエネルギ式が成り立つ。

$$A_i\left(\rho''_i\frac{\partial h_i}{\partial t}+h_i\frac{\partial\rho_i}{\partial t}\right)=Q'_i-\frac{\partial(m_ih_i)}{\partial x}+\sum_{j=1}^{N}\begin{bmatrix}-w_{ij}h_i; & w_{ij}\geq0 \text{ のとき}\\ w_{ij}h_j; & w_{ij}<0 \text{ のとき}\end{bmatrix}+\sum_{j=1}^{N}(h_j-h_i)w'_{ij} \quad (i=1, 2, \cdots N) \qquad (\mathrm{A}\cdot41)$$

この式の右辺第二項に (A·34) を代入すれば，最終的に次式をうる。

$$A_i\rho''_i\frac{\partial h_i}{\partial t}=Q'_i-m_i\frac{\partial h_i}{\partial x}-\sum_{j=1}^{N}\begin{bmatrix}0 & ; \ w_{ij}\geq0 \text{ のとき}\\ w_{ij}(h_j-h_i); & w_{ij}<0 \text{ のとき}\end{bmatrix}+\sum_{j=1}^{N}w'_{ij}(h_j-h_i) \quad (i=1, 2, \cdots N) \qquad (\mathrm{A}\cdot42)$$

この式において，当該サブチャネルから出ていく横向流の熱量が無関係であるのは，これが軸方向から流入する熱量によって賄われるためである。

A·4 軸方向運動量の式

図 A·4 に示すように，サブチャネル (i) が2つの代表的サブチャネル (j) および (k) と隣接するとき，(i) の長さ Δx の微小体積要素についての軸方向運動量の平衡は次式であらわされる。

$$\frac{\partial(\rho'_iA_iu_i\Delta x)}{\partial t}+m_iu_i+\frac{\partial(m_iu_i)}{\partial x}\Delta x+f_Dw_{ik}u_i\Delta x+f_T(w'_{ij}+w'_{ik})u_i\Delta x-[m_iu_i+f_Dw_{ji}u_j\Delta x+f_T(w'_{ji}u_j+w'_{ki}u_k)\Delta x]=(P_i-P_i-\Delta P_i)A_i-\rho_iA_ig_x\Delta x-F_i\Delta x \qquad (\mathrm{A}\cdot43)$$

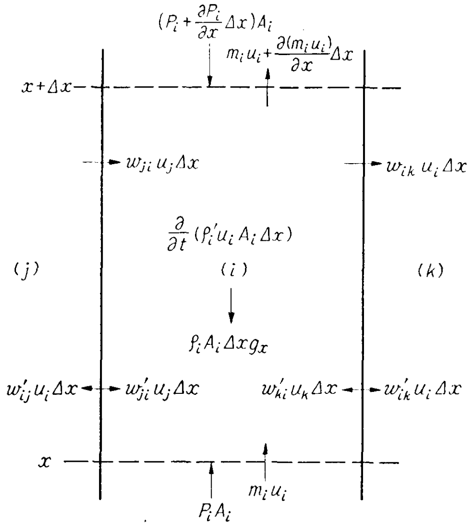

図 A·4 サブチャネル軸方向運動量平衡

この式の ρ'_i および u_i は，二相流のスリップ流モデルであらわせば次式になる。

$$\rho'_i=\left[\frac{(1-X_i)^2}{1-\alpha_i}v_f+\frac{X_i^2}{\alpha_i}v_g\right]^{-1}=\frac{1}{v'_i} \qquad (\mathrm{A}\cdot44)$$

$$u_i=\frac{m_iv'_i}{A_i} \qquad (\mathrm{A}\cdot45)$$

f_D は横向流による軸方向運動量移動のモデルの不完全さを補正する係数であり，f_T は運動量の式（A·43) に含まれる横向乱流として，乱流熱交換の経験的理論から求めた（2.36) を使用するための補正係数である。これらの係数は COBRA-I コードで用いられているものである。

(A·43) から軸方向圧力損失勾配は

$$-\frac{\partial P_i}{\partial x}=\frac{F_i}{A_i}+\rho_ig_x+\frac{1}{A_i}[f_D(w_{ik}u_i-w_{ji}u_j)+f_T(w'_{ij}+w'_{ik})u_i-f_T(w'_{ji}u_j+w'_{ki}u_k)]+\frac{1}{A_i}\frac{\partial(m_iu_i)}{\partial x}+\frac{1}{A_i}\frac{\partial m_i}{\partial t} \qquad (\mathrm{A}\cdot46)$$

一般に，サブチャネルが N 個あるときには，その中のサブチャネル (i) については (A·46) は次式になる。

$$-\frac{\partial P_i}{\partial x}=\frac{F_i}{A_i}+\rho_ig_x+\frac{f_D}{A_i}\times\sum_{j=1}^{N}\begin{bmatrix}w_{ij}u_i; & w_{ij}\geq0 \text{ のとき}\\ w_{ij}u_j; & w_{ij}<0 \text{ のとき}\end{bmatrix}+\frac{f_T}{A_i}\sum_{j=1}^{N}w'_{ij}(u_i-u_j)$$

$$+\frac{1}{A_i}\frac{\partial(m_i u_i)}{\partial x}+\frac{1}{A_i}\frac{\partial m_i}{\partial t}$$

$$(i=1,\ 2,\ \cdots N) \qquad (\mathrm{A}\cdot 47)$$

この式の右辺第一項は二相流の摩擦損失で，次式であらわされる。

$$\frac{F_i}{A_i}=\frac{f_i\phi_i}{2\rho_f D_i}G_i|\vec{G_i}| \qquad (\mathrm{A}\cdot 48)$$

$$\doteqdot \frac{f_i\phi_i}{2\rho_f D_i}\left|\frac{m_i}{A_i}\right|\frac{m_i}{A_i} \qquad (\mathrm{A}\cdot 49)$$

右辺第五項に (A·45) を代入すれば

$$\frac{1}{A_i}\frac{\partial(m_i u_i)}{\partial x}=\frac{2u_i}{A_i}\frac{\partial m_i}{\partial x}+\left(\frac{m_i}{A_i}\right)^2\frac{\partial v_i'}{\partial x} \qquad (\mathrm{A}\cdot 50)$$

この右辺第一項に (A·34) を代入すれば

$$\frac{1}{A_i}\frac{\partial(m_i u_i)}{\partial x}=-2u_i\left(\frac{\partial \rho_i}{\partial t}+\frac{1}{A_i}\sum_{j=1}^{N} w_{ij}\right)+\left(\frac{m_i}{A_i}\right)^2\frac{\partial v_i'}{\partial x} \qquad (\mathrm{A}\cdot 51)$$

(A·48) と (A·51) を (A·47) に代入すれば，軸方向圧力損失は次式であらわされる。

$$p_{i,\,x+\Delta x}=p_{i,\,x}-\frac{\Delta x}{2}\left[\left(\frac{\partial P_i}{\partial x}\right)_x+\left(\frac{\partial P_i}{\partial x}\right)_{x+\Delta x}\right] \qquad (\mathrm{A}\cdot 52)$$

$$=p_{i,\,x+\frac{\Delta x}{2}}-\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{\partial P_i}{\partial x}\right)_{x+\Delta x} \qquad (\mathrm{A}\cdot 53)$$

$$=Q_i+\sum_{e=1}^{K}R_{ie}w_e \quad (i=1,\ 2,\ \cdots N) \qquad (\mathrm{A}\cdot 54)$$

ただし

$$Q_i=p_{i,\,x+\frac{\Delta x}{2}}+\frac{\Delta x}{2}\left[\left(\frac{f_i\phi_i}{2\rho_f D_i}+\frac{\partial v_i'}{\partial x}\right)\left(\frac{m_i}{A_i}\right)^2+\rho_i g_x+\frac{f_T}{A_i}\sum_{j=1}^{N} w_{ij}'(u_i-u_j)+\frac{1}{A_i}\frac{\partial m_i}{\partial t}-2u_i\frac{\partial \rho_i}{\partial t}\right] \qquad (\mathrm{A}\cdot 55)$$

$$R_{ie}=\left\{\begin{array}{ll}\dfrac{\Delta x}{2}\dfrac{u_i}{A_i}(f_D-2) & ;\ w_e\geq 0\ \text{のとき}\\[2mm] \dfrac{\Delta x}{2}\dfrac{1}{A_i}(f_D u_j-2u_i) & ;\ w_e<0\ \text{のとき}\end{array}\right\} \qquad (\mathrm{A}\cdot 56)$$

e はすべてのサブチャネル N 個について，それらが互いに隣接する2個1組の組合わせをあらわし，Kはその組合わせの総数である。そして，w_e の方向は当該サブチャネル (i) から出ていくとき正とする。

(A·54) が定常状態の式と異なるところは，時間加速損失および冷却材膨張に伴う流量増加による圧力損失の2つの効果が加わることである。

(A·54) から隣接サブチャネル間の圧力損失差は次式であらわされる。

$$p_i-p_j=Q_l+\sum_{e=1}^{K}R_{le}w_e \quad (l=1,\ 2,\ \cdots K) \qquad (\mathrm{A}\cdot 57)$$

ただし

$$Q_l=Q_i-Q_j \qquad (\mathrm{A}\cdot 58)$$

$$R_{le}=R_{ie}-R_{je} \qquad (\mathrm{A}\cdot 59)$$

A·5 横方向運動量の式

燃料束の軸方向メッシュ点における断面において，隣接するサブチャネル (i) と (j) のそれぞれの中心間の圧力差によって生じる横向流による横方向の運動量平衡を **図 A·5** の燃料棒間隙の中央部の直方体の閉域 (単位厚さ，単位高さ，幅 Y_i+Y_j) に適用すれば

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{-Y_i}^{Y_j}\rho' u_{ij}dy+\int_{-Y_i}^{Y_j}\frac{\partial(u_{ij}G_x)}{\partial x}dy+(u_{ij}G_{ij}|_J-u_{ij}G_{ij}|_I)=P_i-P_j+(\rho_i Y_i+\rho_j Y_j)g_t-F_{T_{ij}} \qquad (\mathrm{A}\cdot 60)$$

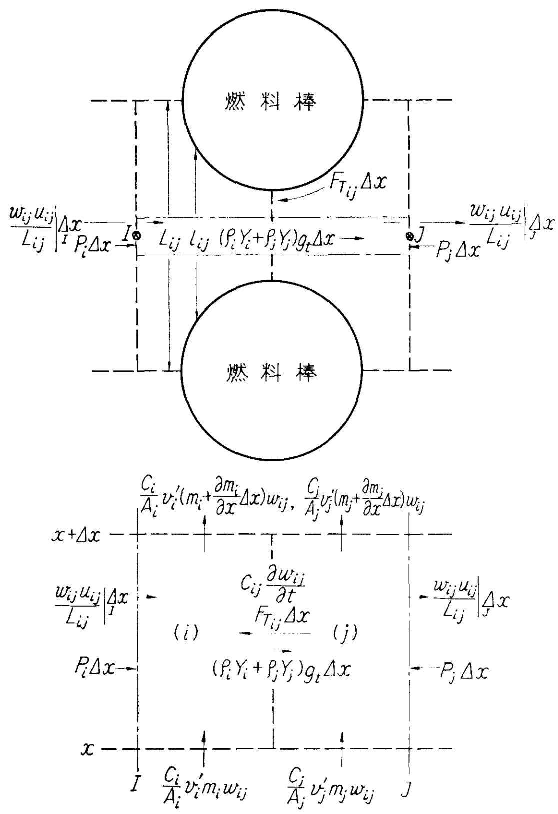

図 A·5 横方向運動量平衡

ここで，Y_i および Y_j はそれぞれ，(i) と (j) の中心間距離 Y_{ij} が (i) および (j) に占める長さである。座標 y は (i) から (j) に向かい，両者の境界を原点とする。添字 I と J はそれぞれ (i) および (j) の断面中心とする。u_{ij} と G_{ij} はそれぞれ，横向流の速度および質量速度である。この式では，閉域側面の横方向の剪断応力は燃料棒壁面のそれで代用できると仮定している。

u_{ij} と w_{ij} の関係は

$$u_{ij}=\frac{v'w_{ij}}{l_{ij}} \qquad (\mathrm{A}\cdot 61)$$

v' には，(i) においては v'_i，(j) においては v'_j を用いる。g_t の方向は燃料束を上からみて，左側サブチャネルから右側サブチャネルに向かう方向を正とする。

（A·60）の左辺は時間および空間加速損失をあらわす。右辺の各項は圧力差，慣性力および摩擦損失をあらわす。左辺の各項を書直せば，時間加速損失は

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{-Y_i}^{Y_j}\rho' u_{ij}dy=\frac{\partial}{\partial t}\int_{-Y_j}^{Y_i}\frac{w_{ij}}{l_{ij}}dy=C_{ij}\frac{\partial w_{ij}}{\partial t} \qquad (\mathrm{A}\cdot 62)$$

ただし

$$C_{ij}=C_i+C_j \qquad (\mathrm{A}\cdot 63)$$

$$C_i=\int_{-Y_i}^{0}\frac{dy}{l_{ij}} \qquad (\mathrm{A}\cdot 64)$$

$$C_j=\int_{0}^{Y_j}\frac{dy}{l_{ij}} \qquad (\mathrm{A}\cdot 65)$$

左辺第二項の加速損失は

$$\int_{-Y_i}^{Y_j}\frac{\partial(u_{ij}G_x)}{\partial x}dy =\frac{\partial G_i}{\partial x}\int_{-Y_i}^{0}u_{ij}dy+\frac{\partial G_j}{\partial x}\int_{0}^{Y_j}u_{ij}dy =\left(\frac{C_i}{A_i}v'_i\frac{\partial m_i}{\partial x}+\frac{C_j}{A_j}v'_j\frac{\partial m_j}{\partial x}\right)w_{ij} \qquad (\mathrm{A}\cdot 66)$$

ただし，この式は軸方向各メッシュ点における幅 $\pm\Delta x/2$ の範囲内で適用される。そして，その範囲内で $\partial u_{ij}/\partial x=0$ と仮定してある。左辺第三項の空間加速損失は

$$u_{ij}G_{ij}|_I-u_{ij}G_{ij}|_J=\frac{1}{L_{ij}^2}(v'_j-v'_i)w_{ij}^2 \qquad (\mathrm{A}\cdot 67)$$

次に，右辺第一項の圧力差は，燃料集合体入口からの圧損を用いて書きかえると

$$P_i-P_j=p_j-p_i-(\rho_{in,i}Y_i+\rho_{in,j}Y_j)g_t \qquad (\mathrm{A}\cdot 68)$$

ここで，p_i はサブチャネル (i) の入口基準の圧力損失をあらわす。$\rho_{in,i}$ は燃料集合体入口におけるサブチャネル (i) の冷却材密度をあらわす。

右辺末項の摩擦損失は，隣接する燃料棒と燃料棒（または壁）との間隙をスロットと見做せば，次式であらわすことができる。

$$F_{T_{ij}}=\frac{f_{ij}y_{ij}}{4g_{ij}^3\rho_{ij}}|w_{ij}|w_{ij} \qquad (\mathrm{A}\cdot 69)$$

ただし，g_{ij} および y_{ij} はそれぞれ，スロットの間隙および幅をあらわす。横向流摩擦係数 $f_{ij}y_{ij}$ は本解析に用いた計算コードでは，COBRA-I コード[1] に倣って任意常数とする。ρ_{ij} は w_{ij} が正のときは ρ_i，負のときは ρ_j を用いる。これによって ρ に二相流摩擦抵抗倍率の効果を兼ねさせる。

以上の（A·62），（A·66），（A·67），（A·68）および（A·69）を（A·60）に代入すれば，横方向運動量の式は次式になる。

$$p_i-p_j=-\left(S_l+T_lw_l+C_l\frac{\partial w_l}{\partial t}\right) \quad (l=1,2,\cdots K) \qquad (\mathrm{A}\cdot 70)$$

ただし

$$S_l=[Y_i(\rho_{in,i}-\rho_i)+Y_j(\rho_{in,j}-\rho_j)]g_t \qquad (\mathrm{A}\cdot 71)$$

$$T_l=\frac{f_{ij}y_{ij}}{4g_{ij}^3\rho_{ij}}|w_l|+\frac{1}{L_{ij}^2}(v'_j-v'_i)w_l +\left(\frac{C_i}{A_i}v'_i\frac{\partial m_i}{\partial x}+\frac{C_j}{A_j}v'_j\frac{\partial m_j}{\partial x}\right) \qquad (\mathrm{A}\cdot 72)$$

ここで，添字 l は ij と同じ意味をもつ。すなわち，隣接する (i) と (j) の2個1組の組をあらわし，方向は (i) から (j) に向かうとする。

A·6 横向流量の計算式

軸方向および横方向の運動量の式（A·57）と（A·70）から p_i-p_j を消去すれば

$$\sum_{e=1}^{K}R_{le}w_e+T_lw_l+C_l\frac{\partial w_l}{\partial t}=-(Q_l+S_l) \qquad (\mathrm{A}\cdot 73)$$

w_e $(e=1,2,\cdots K)$ を未知数として，この式を軸方向各メッシュ点で解けば，燃料束断面の横向流の分布が求まる。解法は，この式の時間および軸方向に関する各微分にはともに後退差分近似式を用いてできる連立非線型一次方程式（2.52）を CROUT の方法を用いて解く。

付録B　横向乱流の式(2.36)について

燃料棒間隙における横向乱流の大きさは単相流については経験的理論から相関式が求められている[12)13)]。

COBRA コードで用いる(2.36)もその一例である。

二相流における横向乱流は，その流動様式や燃料棒間隙の大きさなどによって強く影響されるので，理論的に相関を求める試みはまだされていないが，文献 14) では取扱いを簡単化して，普通の原子炉炉心の形状，寸法および熱水力的条件のもとでは単相流と同じ式を用いている。ただし，乱流混合係数 (β) の値を修正している。

以下では，横向乱流による熱および運動量交換のそれぞれから横向乱流の相関式を導き，両者の比較を行う。

B・1 単相流の横向乱流

B・1・1 熱交換と運動量交換のそれぞれから求めた横向乱流相関式の比較

燃料棒間隙における横向乱流による熱および運動量交換のうち，COBRA コードでは，前者についての経験的理論から横向乱流の相関式を求めて，冷却材のエネルギ式 (2.22) および軸方向運動量の式 (2.25) に用いている。以下に示すように，熱または運動量の交換から求まる横向乱流量は，それぞれ，熱渦拡散係数 ε_q または運動量渦拡散係数 ε_m に比例する。そして，冷却材が軽水であれば，$\varepsilon_q \fallingdotseq \varepsilon_m$ であるから，いずれから求まる相関式を用いても問題はない。

まず，熱交換から求めるときには，文献 14) によれば，図 A・6 の燃料棒間隙の単位長さ当たりの熱移動量は

$$q_t \fallingdotseq -\rho g_{ij} \varepsilon_{q_{ij}} \frac{h_j - h_i}{Y_{ij}} \qquad (\mathrm{B}\cdot 1)$$

一方，これは横向乱流量 w'_{ij} を用いてあらわせば

$$q_t \fallingdotseq w'_{ij}(h_i - h_j) \qquad (\mathrm{B}\cdot 2)$$

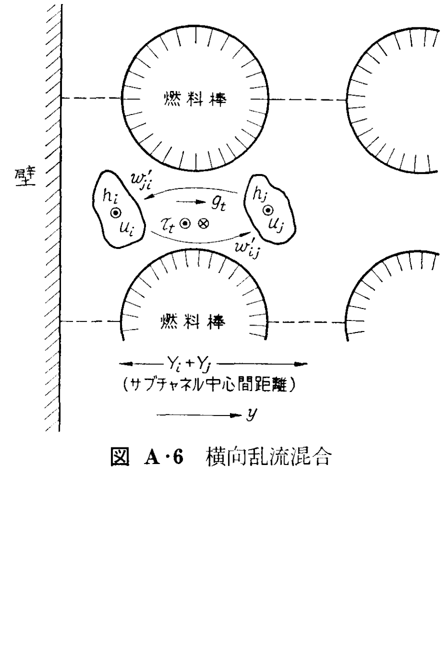

図 A・6 横向乱流混合

上の2式より

$$w'_{ij} = \frac{\rho g_{ij} \varepsilon_{q_{ij}}}{Y_{ij}} \qquad (\mathrm{B}\cdot 3)$$

あるいは

$$w'_{ij} = g_{ij} \beta \bar{G} \qquad (\mathrm{B}\cdot 4)$$

ただし

$$\beta = \frac{\rho \varepsilon_{q_{ij}}}{\bar{G} Y_{ij}} \qquad (\mathrm{B}\cdot 5)$$

$$\bar{G} = \rho \bar{u} = \frac{1}{2}(G_i + G_j) \qquad (\mathrm{B}\cdot 6)$$

(B・4)が熱交換から求まる横向乱流の相関式である。そして，これは COBRA コードで用いられている式で，β は Turbulent Mixing Parameter (乱流混合係数) と呼ばれる。ε_q に関する経験的理論式などを用いて (B・5) を書き直せば

$$\beta = \frac{kd}{Y_{ij}} R_e^{b/2} \qquad (\mathrm{B}\cdot 7)$$

ここで，k は比例常数であり，d はサブチャネル (i) と (j) の合成水力直径であり，b は (B・17) における常数である。文献 14) では，この相関式をもとにして，実験によって実用的な β の値を次式で示した。

$$\beta = 0.0062 \frac{d}{g_{ij}} R_e^{-0.1} \qquad (\mathrm{B}\cdot 8)$$

本解析においては，COBRA-I コードの横向乱流相関式を用いている。

以上の横向乱流熱交換の β に相当するものは，以下に示すように，運動量交換から求めることもできる。

乱流の運動量交換に関する Bousinesq の式によれば，横向乱流によるサブチャネル (i) の単位長さ当たりの運動量増加 (乱流剪断応力の増加) m_t は

$$m_t = \tau_t \fallingdotseq \rho g_{ij} \varepsilon_{m_{ij}} \frac{u_j - u_i}{Y_{ij}} \qquad (\mathrm{B}\cdot 9)$$

横向乱流量を w''_{ij} とすると，m_t は次式でもあらわされる。

$$m_t = w''_{ij}(u_j - u_i) \qquad (\mathrm{B}\cdot 10)$$

上の2式より

$$w''_{ij} = g_{ij} \beta' \bar{G} \qquad (\mathrm{B}\cdot 11)$$

ただし

$$\beta' = \frac{\rho \varepsilon_{m_{ij}}}{\bar{G} Y_{ij}} \qquad (\mathrm{B}\cdot 12)$$

$$\bar{G} = \rho \bar{u} = \frac{1}{2}(G_i + G_j) \qquad (\mathrm{B}\cdot 13)$$

横向乱流の相関式は熱交換から求めると (B・4) になり，運動量交換から求めると (B・11) になる。両者のちがいは ε_q と ε_m のいずれが含まれるかというこ

とだけである。軽水については，$\varepsilon_m < \varepsilon_q$ であるので，前者から求めた w'_{ij} は後者から求めた w''_{ij} より大きい。したがって，冷却材の運動量の式に w'_{ij} を用いている COBRA-I コードでは，横向乱流運動量補正係数 f_T (≦1) を用いている。

B・1・2 β' の相関式

(B・12) の β' は (B・5) の乱流混合係数 β に相当するものである。(B・12) は以下に示すように，(B・7) と同じような便利な相関式に導くことができる。

円管内の充分発達した気体または液体の流れに対しては，その中心では，運動量の渦拡散係数 ε_m については次の相関式が用いられる。

$$\frac{\varepsilon_m}{\nu} = \frac{R_e}{20}\sqrt{\frac{f'}{2}} \qquad (\mathrm{B} \cdot 14)$$

ただし，f' は Fanning の摩擦係数である。

この関係をサブチャネル (i) に適用すれば

$$\frac{\varepsilon_{m_{ij}}}{\nu} \doteqdot \frac{\varepsilon_{m_i}}{\nu} = \frac{R_{e_i}}{20}\sqrt{\frac{f'_i}{2}} \qquad (\mathrm{B} \cdot 15)$$

ただし

$$R_{e_i} = \frac{4m_i}{\mu P_{W_i}} \qquad (\mathrm{B} \cdot 16)$$

ここで，μ は粘性係数。P_{W_i} は (i) の濡れ縁長さ。

f'_i は次式であらわすことができる。

$$f'_i = a(R_{e_i})^b \qquad (\mathrm{B} \cdot 17)$$

ただし，a と b は常数。

(B・15) に (B・16) と (B・17) を代入し，その結果と (B・12) を比較すれば

$$\beta' = \frac{\sqrt{2a}}{40}\,\frac{D_i}{Y_{ij}}\,\frac{G_i}{\bar{G}}\,R_{e_i}^{b/2} \qquad (\mathrm{B} \cdot 18)$$

これが経験的理論による β' の最終的な式であり，実験から β' を評価するときに便利な式である。この式は乱流熱交換から求めた (B・7) の乱流混合係数 β に対応する。なお，話は前後するが，文献 15) では乱流混合係数として，(B・18) によく似た次の相関式を示している。

$$\beta = \frac{\sqrt{2a}}{40}\left(\frac{D_i}{Z_{ij}}\right)R_e^{b/2} \qquad (\mathrm{B} \cdot 19)$$

ただし，Z_{ij} は隣接サブチャネル (i) と (j) の実効混合距離。

B・2 二相流の横向乱流

冷却材が二相流のときには，横向乱流を理論的に求めることは困難であるので，文献 16) では，前述の単相流の経験的理論を基にして，実験から求めている。その実験結果によれば，横向乱流に影響する因子のうちで最も重要なものは流動様式であり，流量のピークは froth—flow 域でおこり，環状流域で減少し，そこでは単相流のときよりも小さくなることもある。その他，流路の形状，寸法や系の圧力の影響も無視できない。