

鉄原子核の光学ポテンシャル・パラメタの半経験的 決定と遮蔽計算用核定数への応用

山越寿夫*・伊藤泰義*・金井康二*・植木紘太郎*

Semi-Empirical Determination of Optical Potential Parameters for Iron and It's Application to Calculation of Nuclear Data for Radiation Shield

By

Hisao YAMAKOSHI, Yasuyoshi ITO, Kohzi KANAI and Kohtaro UEKI

A nuclear data analysis is carried out for an isotope ^{56}Fe by using Engelbrecht and Fiedeldy's optical potential. Values of parameters in the potential are chosen in the analysis so that one can improve agreement between calculation and experiment on angular distributions of neutron polarization at 24 MeV and of differential cross sections for elastic scattering in high energies. On choosing the new values for the optical potential, following conditions are imposed: (1) Calculated results should be able to explain energy dependences of experimental data on total and elastic scattering cross sections in high energies in the sense of optical calculation. (2) Calculated results should be able to explain experimental data on neutron strength functions at lower energy limit.

By using the obtained new values for the optical parameters, neutron cross sections of inelastic scattering, (n, p) reaction, $(n, 2n)$ reaction and (n, α) reaction are calculated. Agreement between calculation and experiments is fairly good in high energy region.

Energy range for the cross section analysis is from 500 KeV to 14.5 MeV. Obtained values of the optical parameters are as follows;

$$\bar{r}_{s0}=1.07 \text{ f.m.}, \quad \bar{r}_s=1.390 \text{ f.m.}, \quad a_2=0.7 \text{ f.m.}, \quad \bar{r}_0=1.286 \text{ f.m.}, \quad V_{s0}=6 \text{ MeV.}$$

目 次

- | | |
|-------------------------------|--|
| 1. はじめに | |
| 2. 光学ポテンシャルの概観 | |
| 2.1 光学ポテンシャル | |
| 2.2 E-Fポテンシャルとそのパラメタ | |
| 3. 光学ポテンシャル・パラメタの決定 | |
| 3.1 高エネルギー中性子の偏極 | |
| 3.1.1 中性子偏極と弾性散乱 | |
| 3.1.2 中性子偏極とポテンシャル・パラメタ | |
| 3.2 弾性散乱の角度分布 | |
| 3.2.1 弾性散乱の微分断面積とポテンシャル・パラメタ | |
| 3.2.2 χ^2 フィッティングについての注意 | |
| 3.3 低エネルギー中性子の強度関数 | |
| 3.3.1 中性子強度関数の物理的意味 | |
| 3.3.2 中性子強度関数の計算結果 | |
| 3.3.3 中性子強度関数とポテンシャル・パラメタ | |
| 3.4 全断面積 | |
| 3.4.1 光学模型と全断面積 | |
| 3.4.2 全断面積とポテンシャル・パラメタ | |
| 3.4.2 a 14.5 MeV の全断面積 | |
| 3.4.2 a-1 計算値とポテンシャル・パラメタ | |
| 3.4.2 a-2 実験値とポテンシャル・パラメタ | |

* 原子力船部

原稿受付: 昭和50年2月21日

- 3.4.2 b 7.55 MeV の全断面積
 - 3.4.2 b-1 計算値とポテンシャル・パラメタ
 - 3.4.2 b-2 実験値とポテンシャル・パラメタ
- 3.4.2 c 1.5 MeV の全断面積
 - 3.4.2 c-1 計算値とポテンシャル・パラメタ
 - 3.4.2 c-2 実験値とポテンシャル・パラメタ
- 3.5 弾性散乱断面積
- 3.6 パラメタ・セットの決定
- 4. パラメタ・セットの応用例と検討
 - 4.1 非弾性散乱
 - 4.2 偏 極
 - 4.3 弾性散乱の微分断面積
 - 4.4 各種反応断面積
 - 4.4.1 14 MeV 付近の各種反応断面積
 - 4.4.2 14 MeV 以下の各種反応断面積
- 5. 考察と結論
 - 5.1 考 察
 - 5.2 結 論

1. はじめに

遮蔽体による中性子遮蔽効果を計算する方法の精密化が進められてきたが、計算に用いられていた核定数が必ずしも、精密化された計算法と釣り合いが取れるほど精度の高いものではなかった。

遮蔽計算で必要とする核定数は、主なものとして、弾性散乱、非弾性散乱、中性子捕獲、 $(n, 2n)$ 等の各種核反応断面積のほか、全反応断面積ならびに核反応で生ずる2次粒子の角度分布、エネルギー分布等の諸量から成る。

これら諸量の値を計算に用いるためには、広いエネルギー範囲にわたって、信頼性の高い実験値が充分多く蓄積されていることが望ましい。しかし、実情として、特定の物質の、特定の核反応に対する、限られたエネルギー範囲に実験値が集中しているのが普通であり、逆に、多量の実験値があっても、実験内容と実験値の質の検討による選択を行って、高い信頼性を持つと思われる実験値を決めようとしても一意的に決定できぬ場合もあった。このような事情から、いままでに使用されてきた核定数の相互間には、諸量間のつじつまのあわぬ点もあった。

そこでもし、比較的信頼性の高い実験値が得られていくつかの量に対して、統一的に良く実験値を説明できる理論値を得ることができれば、これを遮蔽計算に用いる核定数を整備する際のひとつの指針とするこ

とで、諸量間の矛盾の少ない核定数の整備の一助とすることができよう。

このような理論値を得るための計算モデルとして、まず光学モデルを用いるのが普通である。これは原子核に中性子が入射した場合の弾性散乱の断面積とその角度分布、中性子偏極、全反応断面積等を算出する現象論的モデルである。このモデルに用いる入射中性子と原子核内核子（中性子や陽子の総称である）との相互作用のポテンシャル（光学ポテンシャルと称す）の関数形として、いままでに種々の形のもものが提案されてきており、いずれも多くのポテンシャル・パラメタが含まれている。

したがって、遮蔽計算に用いる核定数を計算から求めるためには、どのポテンシャル形が良いか、またポテンシャル・パラメタはどれほどの値が良いか検討し見通しをつけておく必要がある。その場合、検討の対象となる物質についても以下の観点から選ぶことが必要である。すなわち、対象とする物質は、(1) 重要な遮蔽物質であること、(2) 多種類の核反応について多くの実験値が得られていること、等の条件を満たすことが望ましい。

上記条件を満たす物質として鉄をとりあげることができる。以下においては、第2章で遮蔽計算用核定数の計算に望ましいポテンシャル形の検討と選定を行い、第3章でポテンシャル・パラメタの値を決定する。第4章では、第3章までの検討から得られた光学ポテンシャルを遮蔽計算に必要な核定数の計算に応用した例を示す。第5章では、計算値との比較に用いられた実験値に対する信頼性、計算に用いた仮定、計算結果に対する必要な補正等につき検討する。

第2章で行ったポテンシャル形の検討では、望ましいポテンシャル形は、そのポテンシャルを用いた解析がなるべく広いエネルギー範囲と広い核種に対して適用可能であるべきであるという観点から、適用範囲についての理論的根拠を検討する。

第3章におけるパラメタの値の決定においては、まず、個々のパラメタの値の変化が、測定対象としての諸量に及ぼす影響を把握し、ついで、その結果にもとづいて、多種類の実験値を同時に良く説明するパラメタの値がどのような範囲に存在するか明らかにする。

第2章、第3章の検討を経て得られた光学ポテンシャルは、それが決定されたいきさつから、鉄以外の遮蔽物質についても、大部分に対して、核的計算定数の推算に応用することが可能である。

2. 光学ポテンシャルの概観

2.1 光学ポテンシャル

現在までに発表された光学ポテンシャル (表-1 参照) のうちで, 適用エネルギーの範囲が特徴的に広いものとして, Engelbrecht-Fiedeldy¹⁾ の光学ポテンシャルが挙げられる。また, 適用エネルギー範囲はより狭いが散乱中性子の偏極をより良く説明するものとして, Becchetti-Greenlees²⁾ のポテンシャル (以下 B-G ポテンシャルと略称) が挙げられる。

前者の関数形は, 広い範囲の質量の核種に適用できる Perey-Buck³⁾ の非局所ポテンシャルから局所ポテンシャルのかたちで導かれており, Perey-Buck の場合の高エネルギー (数百 MeV) 中性子の全断面積の計算値を改善すべく, 虚数体積吸収の補正項が加わっているが, さらに低エネルギーで中性子強度関数 (Strength Function) を良く説明する Moldauer⁴⁾ ポテンシャルに接続するよう, ポテンシャル・パラメタが選ばれているのが特徴である。

後者の関数形とポテンシャル・パラメタは, 多くの核種に対する中性子あるいは陽子散乱の角度分布の実験結果をもとに経験的に求められたものである。

光学ポテンシャルには多くのパラメタが含まれているが, その自由度は, 計算値と合わせる実験値の種類が増えるにつれて, 制限されてゆく。Engelbrecht-Fiedeldy のポテンシャル (以下, E-F ポテンシャルと略称する) では, B-F ポテンシャルよりも, 散乱中性子の偏極の再現性が悪い。これは, 偏極に対するパラメタの値の選択が未だ行われていないためである。そこで, この点を改善することは, E-F ポテンシャルのパラメタの自由度をいっそう制限することとなる。

2.2 E-F ポテンシャルとそのパラメタ

E-F ポテンシャルとそのパラメタは以下のごとく表わされる。

$$\begin{aligned}
 V(r) &= -(V_0 + iW_0)f_1(r) - iW_s f_2(r) \\
 &\quad - V_{s0}(\hbar/m\pi c)^2(1/r)|df_1/dr|(\vec{\sigma} \cdot \vec{l}) \quad (1) \\
 f_1(r) &= (1 + \exp((r-R_0)/a_1))^{-1} \\
 f_2(r) &= (4 \exp((r-R_s)/a_2)) / \\
 &\quad (1 + \exp((r-R_s)/a_2))^2 \\
 V_0 &= 46 - 0.25E \text{ (MeV)} \\
 W_0 &= 0.125E - 4.0 \times 10^{-4} \cdot E^2 \text{ (MeV)} \\
 W_s &= 14 - 0.2E \text{ (MeV)} \\
 V_{s0} &= 0.7 \text{ (MeV)} \\
 a_1 &= 0.62 \text{ (f.m.)}^* \quad (2)
 \end{aligned}$$

* (1 f.m. は 10^{-13} cm である)

$$a_2 = 0.5 \text{ (f.m.)}$$

$$R_0 = \bar{r}_0 A^{1/3} \text{ または } R_0 = r_V + r_0 A^{1/3}$$

$$R_s = \bar{r}_s A^{1/3} \text{ または } R_s = r_s + r_0 A^{1/3}$$

$$\bar{r}_0 = 1.317 \text{ (f.m.) または } r_V = 0.6 \text{ (f.m.)}$$

$$\bar{r}_s = 1.447 \text{ (f.m.) または } r_s = 1.1 \text{ (f.m.)}$$

$$r_0 = 1.16 \text{ (f.m.)}$$

V_0, W_0 はそれぞれ入射粒子に対する原子核の体積吸収項の実部, 虚部の大きさを与えるパラメタ, W_s は表面吸収項の大きさを与えるパラメタである。また, V_{s0} は入射中性子の原子核内におけるスピン ($\vec{\sigma}$) と軌道角運動量 \vec{l} との相互作用がポテンシャルに寄与する大きさを与えるパラメタである。虚部 W_0 は高エネルギーにおける体積吸収において重要な役割をはたす。 m_π は π 中間子の質量, c は光速である。

$f_1(r)$ は体積吸収項の空間依存性を与える因子で, Wood-Saxon 型と呼ばれる形である。表面吸収の形は体積吸収で生じた一種の粒子流入に対する流束に比例すると考える。したがって, $f_2(r)$ の形は $f_1(r)$ の r に関する微係数として与えられる。 a_1, R_0 は体積項の形を与えるパラメタであり, a_2 は表面吸収項の広がり程度の示すパラメタ, R_s は表面吸収の強さの極大の位置を与えるパラメタである。 R_0, R_s は原子核の質量 A の $1/3$ 乗に比例する部分とその補正とから成ると考えて, パラメタ r_0, r_V, r_s を用いて表わされている。実効値 \bar{r}_s, \bar{r}_0 を用いて表わすこともある。

3. 光学ポテンシャル・パラメタの決定

3.1 高エネルギー中性子の偏極

3.1.1 中性子偏断と弾性散乱

中性子の弾性散乱を測定した場合, 測定にかかるのは「弾性散乱の振幅」と呼ばれる量であり, 弾性散乱中性子の角度分布を解析するために必要な情報を含んでいる。入射中性子エネルギーが増すにつれて, 弾性散乱の振幅のうちで複合核状態を経た弾性散乱の振幅の占める割合が低くなる。したがって, 高エネルギー中性子の弾性散乱の振幅そのものが光学ポテンシャルの情報, 混り気のない形で, 直接含むことになる。他方高エネルギー中性子の弾性散乱に伴う中性子偏極の測定からは, この弾性散乱の振幅の情報が与えられる。この意味で, 高エネルギー中性子の弾性散乱の角度分布, 偏極の実験値をつき合わせれば, 光学ポテンシャルのパラメタについて, いっそう確かな情報が得られることになる。

ところで, 鉄に 24 MeV の中性子が入射した場合,

表-1 ポテンシャル形とポテンシャル・パラメーター一覧表

著者 適用エネルギー ギ-範囲	Rosen et al 4 MeV~24 MeV	Engelbrecht-Fiedeldy 0 MeV~150 MeV	Bjorklund-Fernbach 14 MeV	Auerbach Moor 0.98 MeV~4 MeV	Becchetti-Greenlees 0.5 MeV~50 MeV
Optical Parameter					
Volume Part					
V_0 (MeV)	49.3-0.33E	46.0-0.25E	50.0	46.9	56.3-0.32E-24.0(N-Z)/A
U_0 (MeV)		0.125E-4×10 ⁻⁴ E ²			0.22E-1.56 or 0.0 (either larger one)
r_0 (Fermi)	1.25	1.16 } $\bar{r}_0=1.317$	1.25	1.28	1.17 (Real Part), 1.26 (Imag. Part)
r_1 (Fermi)*		0.6 }			
a_1 (Fermi)	0.65	0.62	0.65	0.55	0.75 (Real Part), 0.58 (Imag. Part)
Surface Part					
W_0 (MeV)	5.75	14-0.2E	9.5	14.8	13.0-0.25E-12(N-Z)/A or 0.0
r_0 (Fermi)	1.25	1.16 } $\bar{r}_s=1.447$	1.25	1.28	1.26
r_2 (Fermi)*		1.1 }			
a_2 (Fermi)	0.70	0.5	0.98	1.0	0.58
Spin-Orbit Part					
V_{s_0} (MeV)	5.5	7	7	5.1	6.2
r_{s_0} (Fermi)	1.25	1.317 (\bar{r}_{s_0})	1.25	1.28	1.01
a_{s_0} (Fermi)	0.65	0.62	0.65	0.55	0.75
Comment for the Surface Term	Diff. Wood-Saxon	Gaussian	Gaussian	Gaussian	Diff. Wood-Saxon

* $R \equiv r_k + r_0 A^{1/3}$ where, $k=1, 2$ $R = \bar{r}_0 A^{1/3}$

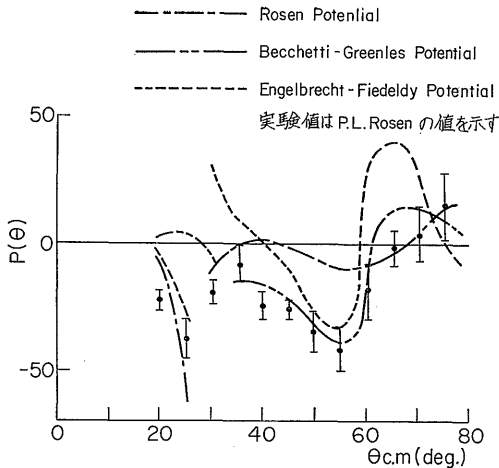


図-1 24 MeV の中性子偏極の計算結果の比較

その弾性散乱にはほとんど複合核状態を経た弾性散乱からの寄与がないと考えられる。したがって、24 MeV の中性子偏極を解析することにする。

3.1.2 中性子偏極とポテンシャル・パラメタ

図-1 に示すごとく、24 MeV の中性子の偏極の実験値を Rosen⁵⁾ ポテンシャル、B-G ポテンシャル、E-F ポテンシャルを用いて説明しようとする、E-F ポテンシャルはかなりの困難さがある。

E-F ポテンシャルに散乱中性子の偏極の効果を反映させる場合、入射中性子のもつ磁気モーメントが原子核と磁氣的相互作用をする結果として偏極が生ずるものとする。そこでスピン-軌道相互作用の項におけるパラメタの自由度を、偏極の実験値を説明に割り当てることとする。

以下のごとく、E-F ポテンシャルの第三項のパラメタを、第一項中のパラメタとの連けいを断った、独立な形に置く。

$$\left. \begin{aligned} \text{第三項} &= -V_{s0}(\hbar/m\pi c)^2(1/r)|df_3/dr|(\vec{\sigma}, \vec{l}) \\ f_3 &= (1 + \exp((r - R_{s0})/a_3))^{-1} \\ R_{s0} &= \bar{r}_{s0}A^{1/3} \end{aligned} \right\} (2)'$$

注意すべきこととして、第三項のパラメタを E-F ポテンシャルの値から変化させた副次的効果として、中性子の弾性散乱角度分布、弾性-非弾性散乱断面積、全断面積、中性子強度関数の計算値へ影響が及ぶことになるので、その効果を相殺するべく、他の項のポテンシャル・パラメタの値も調整しなければならない。

E-F ポテンシャルを用いた場合、偏極の曲線の大きな形をきめる上で最も大きな役割を果すパラメタは \bar{r}_{s0} であることが計算の結果明らかとなった。その値

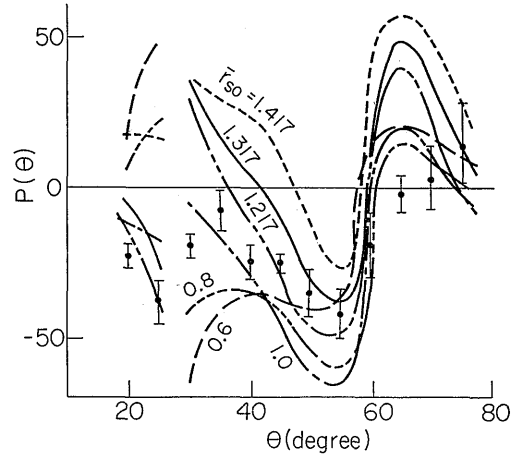


図-2 中性子偏極 $P(\theta)$ の \bar{r}_{s0} 依存性

を 1.0 付近に選ぶことで、偏極の大体の様子が決定される (図-2 参照)*。 \bar{r}_{s0} の変化の影響に比較すれば、 a_3 、 V_{s0} の変化の影響は、はるかに小さいといえる (図-3-1、3-2 参照)。特に 30° 以上の領域では a_3 の変化

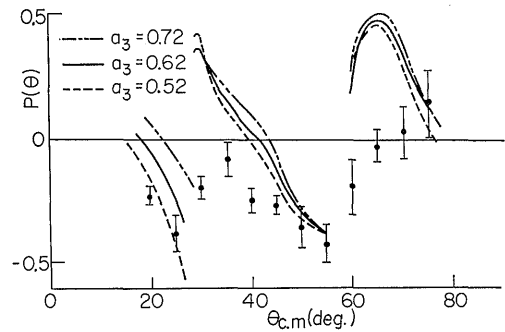


図-3-1 24 MeV の中性子偏極 $P(\theta)$ の a_3 依存性

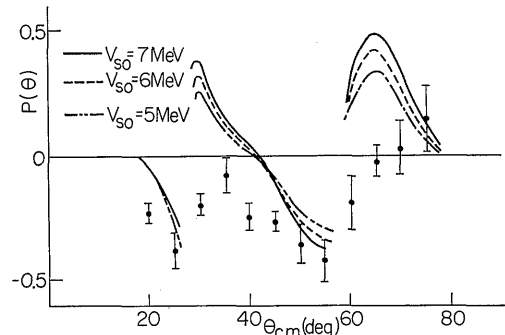


図-3-2 24 MeV の中性子偏極 $P(\theta)$ の V_{s0} 依存性

* 計算値の曲線の深い谷は、計算点を多くとってないことと、図がはん雑になることを避けるため、図示しないことにした。

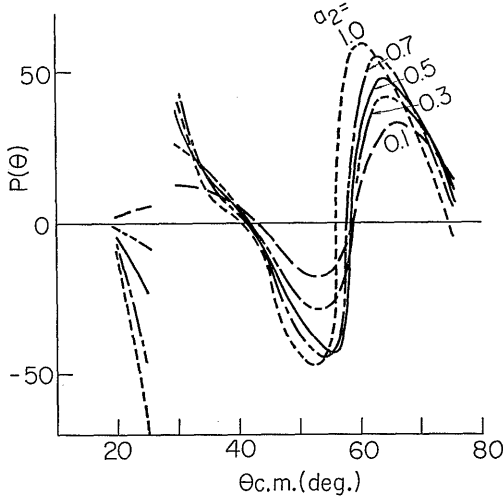


図-3-3 24 MeV の中性子偏極 $P(\theta)$ の a_2 依存性 ($\bar{r}_{s0}=1.317$ の場合)

の影響は小さい。 a_2 の変化の影響は 60° 付近の山と谷の大きさ、位置および 20° 付近の曲線の勾配に大きく作用する (図-3-3 参照)。また、 \bar{r}_0 が E-F ポテンシャルの値よりも小さくなると 30° 付近と 60° 付近の山が高くなり、 60° 付近の谷は角度の小さな方へずれる傾向を持つ。 \bar{r}_s の値を E-F ポテンシャルの場合よりも低下させると 60° 付近の谷は浅くなり、山は低くなる傾向がある。

このように、各パラメタの変動が偏極に及ぼす影響にはそれぞれ特徴があるが、 a_2 に変化を与えなくても、 $a_2, \bar{r}_{s0}, V_{s0}, \bar{r}_0, \bar{r}_s$ の組み合わせとして、以下のごとき値の範囲内で組み合わせの値を調節してやれば偏極の曲線を実験値に近づけることができる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{r}_{s0} \approx 1.07 \quad V_{s0} \approx 6 \\ 0.1 \leq a_2 \leq 0.5, \quad 1.254 \leq \bar{r}_0 \leq 1.286 \\ 1.332 \leq \bar{r}_s \leq 1.390 \end{aligned} \right\} (3)$$

ここで \bar{r}_0, \bar{r}_s の値 1.286, 1.390 は、他のパラメタよりも数値的に多い桁数となっている。これは、それぞれ E-F ポテンシャルにおける r_r, r_s の値を 30% だけ低下させた場合の実効値を用いているためである。

3.2 弾性散乱の角度分布

3.2.1 弾性散乱の微分断面積とポテンシャル・パラメタ

鉄の高エネルギー中性子の弾性散乱の実験値のうちでデータが比較的多く存在するのは $14 \sim 14.5$ MeV の場合である^{6),7)}。この程度のエネルギーにおいては、複合核状態を経た弾性散乱の寄与は無視できるほどに

小さい。

パラメトリックな計算結果から明らかになった事柄として、 14.5 MeV における弾性散乱の角度分布に最も大きな影響を与えるパラメタは、 a_2 であるといえる (図-4-1~4-3 参照)。計算による角度分布と実験値とを比較すれば明らかなことであるが、実験値と計算値との一致が良くなる a_2 の値は、 \bar{r}_{s0} が小さくなるにつれて、 $a_2=0.5$ (f.m.) すなわち、E-F ポテンシャルで採用されていた値よりも大きくなる傾向がある (図-4-1~4-3 参照)。

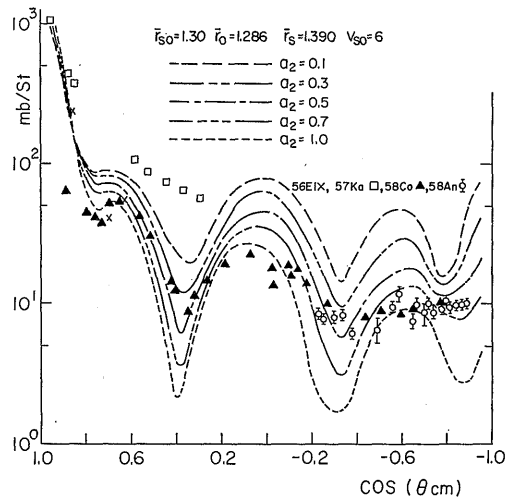


図-4-1 弾性散乱の微分断面積のパラメタ依存性 (14.5 MeV の場合)

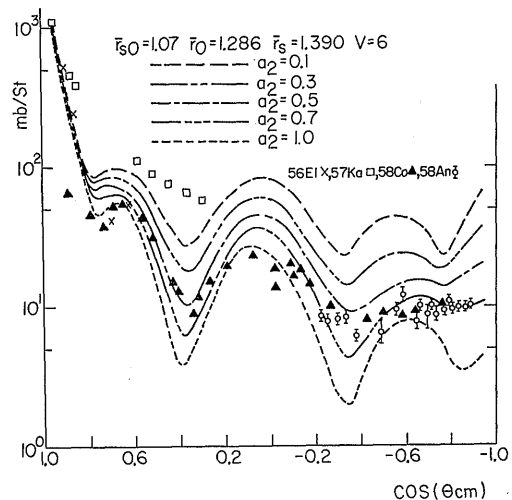


図-4-2 弾性散乱の微分断面積のパラメタ依存性 (14.5 MeV の場合)

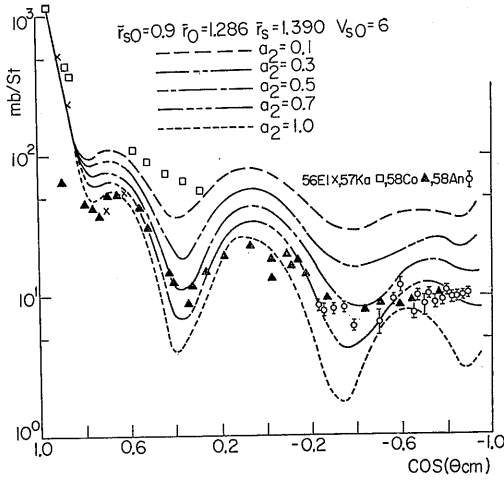


図-4-3 弾性散乱の微分断面積のパラメタ依存性 (14.5 MeV の場合)

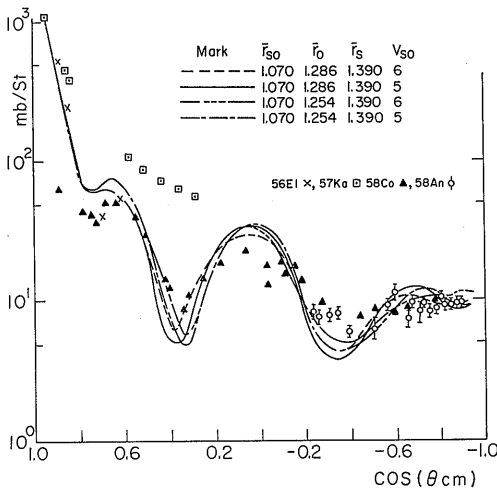


図-4-4 弾性散乱の微分断面積のパラメタ依存性 (14.5 MeV の場合)

中性子偏極に対する考察にもとづいて決定した \bar{r}_{s0} の値, $\bar{r}_{s0} \approx 1.07$ (f.m.) を用いた場合, a_2 の値は $a_2 \approx 0.7$ (f.m.) (4)

と選ぶことができよう。

角度分布に現われた干渉縞状の様子は散乱中性子の干渉の効果と考えられる。その様子を良く説明するパラメタ $\bar{r}_0, \bar{r}_s, V_{s0}$ の組としては, 上記で選んだ値の組み合わせ

$$\bar{r}_{s0} \approx 1.07, a_2 \approx 0.7 \quad (5)$$

を用いた場合, 以下の

$$\bar{r}_0 \approx 1.286, \bar{r}_s \approx 1.390, V_{s0} \approx 6 \quad (5')$$

が最も良い結果を与えると考えられる(図-4-4, 4-5 参照)。14.5 MeV の角度分布から決めたパラメタの値が他のエネルギーにおける角度分布を良く説明するとは限らないことを注意しておく。たとえば, 7.55 MeV において実験値を良く説明するパラメタの値は 14.5 MeV の場合とはやや異なり, $\bar{r}_0 \approx 1.317, \bar{r}_s = 1.390$ の場合である(図-4-6 参照)。

3.2.2 χ^2 フィッティングについての注意

N 個の実験値 x_i ($i=1, 2, \dots, N$) が, それぞれ, Δx_i の誤差を持つ場合に, それに対する理論値 y_i の

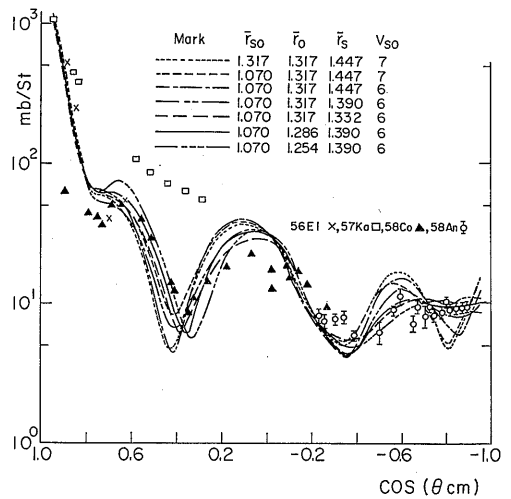


図-4-5 弾性散乱の微分断面積のパラメタ依存性 (14.5 MeV の場合)

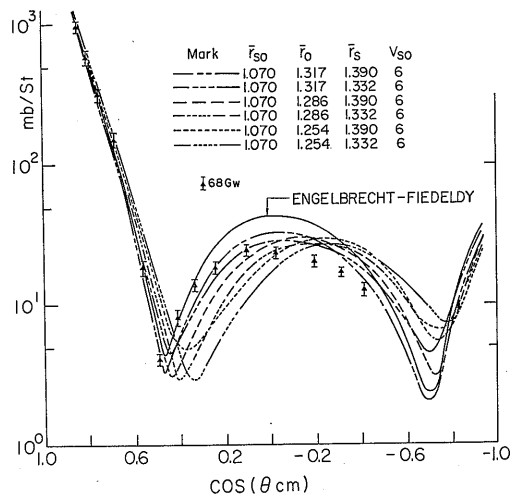


図-4-6 弾性散乱の微分断面積のパラメタ依存性 (7.55 MeV の場合)

くいちがいの尺度として

$$\chi^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{x_i - y_i}{\Delta x_i} \right)^2 \quad (6)$$

が用いられる。図-4-6 中の曲線において、上記パラメタ値の組よりも小さな χ^2 の値を与える組合せが存在するが、あまりにも χ^2 のみに注意を払うことは、現在のところ避けることとし、種々の実験値から総合的にパラメタの組を選ぶ際に参考にする事とする。

3.3 低エネルギー中性子の強度関数

3.3.1 中性子強度関数の物理的意味

光学模型は、断面積を広いエネルギー範囲にわたりならしたものについて、そのエネルギー依存性を説明する模型である。低い中性子エネルギーの場合、複合核の生ずる断面積の形は、Breit-Wigner の 1 準位公式

$$\sigma_{\alpha l} = \pi \lambda^2 (2l+1) \Gamma_{nl} \Gamma / [(E-E_i) + (\Gamma/2)^2] \quad (7)$$

で与えられた、いくつかの共鳴の山が、幅に比較して広い間隔でエネルギー軸上に並んだようになっている。 Γ_{nl} は中性子幅、 Γ は全幅、 l は入射中性子の原子核に対する軌道角運動量である。

Γ_{nl} が共鳴の間隔 (レベル間隔の意) D に比較して非常に小さいと仮定して、 $\sigma_{\alpha l}$ をエネルギーについて平均すれば

$$\langle \sigma_{\alpha l} \rangle \approx \pi \lambda^2 (2l+1) 2\pi \langle \Gamma_{nl} \rangle / \langle D \rangle \quad (8)$$

と表わせる。

上式における比 $2\pi \langle \Gamma_{nl} \rangle / \langle D \rangle$ を、普通、中性子の透過係数と呼び、 $T_l(E)$ で表わしている。

$$T_l(E) = 2\pi \langle \Gamma_{nl} \rangle / \langle D \rangle \quad (9)$$

強度関数は透過係数に比例した量であり、エネルギー E^0 として 1 eV を選んだ場合に得られる以下の関係

$$\Gamma_{nl}^0 = \Gamma_{nl} \sqrt{\frac{E}{E_0}} \quad (10)$$

で定義された換算幅 Γ_{nl}^0 を用いて、次のごとく定義されている。

$$S_l(E) \equiv \langle \Gamma_{nl}^0 \rangle / \langle D \rangle \quad (11)$$

熱領域の中性子エネルギーにおいては、P波以上の部分波に対する強度関数は利かないから、S波の共鳴だけが励起される。数 KeV 程度では、P波の共鳴も加わってくる。したがって、強度関数は共鳴パラメタについての情報を含んでいると考えられる。

3.3.2 中性子強度関数の計算結果

今回の計算においては、軌道角運動量量子数 l 、全角運動量量子数 J をあらわに用いた中性子強度関数 $S_{l,J}$ を用い、以下のような平均操作から中性子強度関数を算出することとする⁹⁾。

(254)

$$\langle S_l \rangle \equiv (l \cdot S_{l, l-1/2} + (l+1) \cdot S_{l, l+1/2}) / (2l+1) \quad (12)$$

$S_{l,J}$ は、 l, J であらわに表わした場合の透過係数、 $T_{l,J}$ と貫通因子⁹⁾ $P_l(KR)$ とから求められる。貫通因子は中心力の障壁に打ち勝って中性子が核表面に到達する確率である。

$$S_{l,J} \equiv (1 - (1 - T_{l,J})^{1/2}) / (\pi V_l E^{1/2}) \quad (13)$$

$$V_l \equiv P_l(KR) / KR \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} P_1 &\equiv (KR)^2 / (1 + (KR)^2) \\ P_2 &\equiv (KR)^4 / (9 + 3(KR)^2 + (KR)^4) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

さらに、 K は中性子の物質波波数を意味し、 R は井戸型ポテンシャルの半径¹⁰⁾である。

$$K = 2.19685 \times 10^{-3} \{A / (A+1)\} E^{1/2} \quad (16)$$

$$R = (1.23A^{1/3} + 0.8) \text{ (f.m.)} \quad (17)$$

中性子エネルギー E は eV 単位で与えるものとする。

計算の都合上、 E として 10 eV を選ぶこととする。また $S_{l,J}$ は表現の都合上、中性子スピンの 1/2 に対応する場合を、 S_l^+ で、また -1/2 に対応する場合を S_l^- で表わすこととする。

S波に対する中性子強度関数はスピン-軌道角運動量相互作用項のパラメタには依存しない。P波以上になると、この相互作用の結果、全角運動量は単一の値をとり得なくなり、スプリットングの生じることが原因となり、スピン-軌道角運動量相互作用項のパラメタ依存性が生ずる。

S_0 は、 \bar{r}_0 の値に最も大きく依存する (図-5-1 参照)。 S_1 のパラメタ依存性はかなり複雑であるが、スピン-軌道相互作用項のパラメタへの依存性は概して

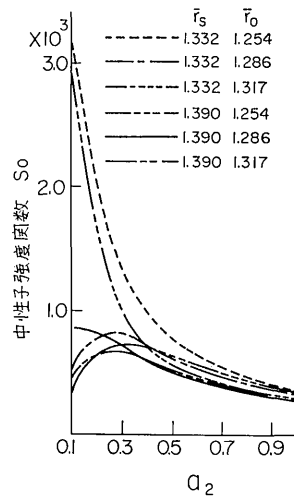


図-5-1 中性子強度関数 S_0 のパラメタ依存性

表-2 中性子強度関数 (10eV に対する値)

\bar{r}_0	\bar{r}_s	V	\bar{r}_{80}	$a_2=0.1$	$a_2=0.3$	$a_2=0.5$	$a_2=0.7$	$a_2=1.0$	
1.317	1.447	7	1.317	S_0	6.199×10^{-4}	5.800×10^{-4}	4.191×10^{-4}	3.200×10^{-4}	2.382×10^{-4}
				S_1^+	1.526×10^{-7}	4.225×10^{-6}	1.810×10^{-5}	4.401×10^{-5}	1.060×10^{-5}
				S_1^-	1.697×10^{-6}	6.213×10^{-6}	1.886×10^{-5}	4.072×10^{-5}	8.704×10^{-5}
				S_1	6.674×10^{-7}	4.888×10^{-6}	1.835×10^{-5}	4.291×10^{-5}	9.967×10^{-5}
1.317	1.447	7	1.070	S_0	6.199×10^{-4}	5.800×10^{-4}	4.191×10^{-4}	3.200×10^{-4}	2.382×10^{-4}
				S_1^+	5.711×10^{-8}	4.118×10^{-6}	1.784×10^{-5}	4.379×10^{-5}	9.942×10^{-5}
				S_1^-	2.925×10^{-6}	8.488×10^{-6}	2.207×10^{-5}	4.422×10^{-5}	8.960×10^{-5}
				S_1	1.013×10^{-6}	5.575×10^{-6}	1.925×10^{-5}	4.393×10^{-5}	9.615×10^{-5}
1.317	1.447	6	1.070	S_0	6.199×10^{-4}	5.800×10^{-4}	4.191×10^{-4}	3.200×10^{-4}	2.382×10^{-4}
				S_1^+	8.151×10^{-8}	4.081×10^{-6}	1.771×10^{-5}	4.338×10^{-5}	9.860×10^{-5}
				S_1^-	2.419×10^{-6}	7.615×10^{-6}	2.104×10^{-5}	4.335×10^{-5}	8.971×10^{-5}
				S_1	8.607×10^{-7}	5.259×10^{-6}	1.882×10^{-5}	4.337×10^{-5}	9.564×10^{-5}
1.317	1.447	5	1.070	S_0	6.199×10^{-4}	5.800×10^{-4}	4.191×10^{-4}	3.200×10^{-4}	2.382×10^{-4}
				S_1^+	1.148×10^{-7}	4.075×10^{-6}	1.759×10^{-5}	4.294×10^{-5}	9.765×10^{-5}
				S_1^-	1.934×10^{-6}	6.807×10^{-6}	2.004×10^{-5}	4.268×10^{-5}	8.993×10^{-5}
				S_1	7.212×10^{-7}	4.986×10^{-6}	1.841×10^{-5}	4.285×10^{-5}	9.508×10^{-5}
1.317	1.390	6	1.070	S_0	4.618×10^{-4}	6.612×10^{-4}	5.129×10^{-4}	3.929×10^{-4}	2.820×10^{-4}
				S_1^+	2.390×10^{-6}	8.372×10^{-6}	2.288×10^{-5}	4.643×10^{-5}	9.339×10^{-5}
				S_1^-	6.501×10^{-6}	1.786×10^{-5}	3.433×10^{-5}	5.499×10^{-5}	9.276×10^{-5}
				S_1	3.760×10^{-6}	1.153×10^{-5}	2.670×10^{-5}	4.928×10^{-5}	9.318×10^{-5}
1.317	1.332	6	1.070	S_0	2.562×10^{-4}	7.076×10^{-4}	6.337×10^{-4}	4.976×10^{-4}	3.438×10^{-4}
				S_1^+	5.262×10^{-6}	1.977×10^{-5}	3.733×10^{-5}	5.893×10^{-5}	9.649×10^{-5}
				S_1^-	9.098×10^{-6}	3.305×10^{-5}	5.341×10^{-5}	7.231×10^{-5}	1.010×10^{-5}
				S_1	6.541×10^{-6}	2.420×10^{-5}	4.269×10^{-5}	6.339×10^{-5}	9.799×10^{-5}
1.317	1.390	5	1.070	S_0	4.618×10^{-4}	6.612×10^{-4}	5.129×10^{-4}	3.929×10^{-4}	2.820×10^{-4}
				S_1^+	2.543×10^{-6}	8.687×10^{-6}	2.329×10^{-5}	4.664×10^{-4}	9.303×10^{-5}
				S_1^-	5.879×10^{-6}	1.642×10^{-5}	3.255×10^{-5}	5.344×10^{-5}	9.228×10^{-5}
				S_1	3.655×10^{-6}	1.126×10^{-5}	2.638×10^{-5}	4.891×10^{-5}	9.278×10^{-5}
1.317	1.332	5	1.070	S_0	2.5615×10^{-4}	7.076×10^{-4}	6.337×10^{-4}	4.976×10^{-4}	3.438×10^{-4}
				S_1^+	5.436×10^{-6}	2.034×10^{-5}	3.809×10^{-5}	5.935×10^{-5}	9.648×10^{-5}
				S_1^-	8.553×10^{-6}	3.124×10^{-5}	5.113×10^{-5}	7.034×10^{-5}	9.997×10^{-5}
				S_1	6.475×10^{-6}	2.397×10^{-5}	4.244×10^{-5}	6.301×10^{-5}	9.764×10^{-5}
1.286	1.390	6	1.070	S_0	2.959×10^{-3}	9.218×10^{-4}	5.657×10^{-4}	4.079×10^{-4}	2.873×10^{-4}
				S_1^+	2.505×10^{-6}	1.057×10^{-5}	2.453×10^{-5}	4.530×10^{-5}	8.637×10^{-5}
				S_1^-	6.350×10^{-6}	2.398×10^{-5}	4.129×10^{-5}	6.000×10^{-5}	9.214×10^{-5}
				S_1	3.787×10^{-6}	1.504×10^{-6}	1.504×10^{-5}	3.011×10^{-5}	8.829×10^{-5}
1.254	1.390	6	1.070	S_0	8.503×10^{-4}	7.014×10^{-4}	4.906×10^{-4}	3.753×10^{-4}	2.775×10^{-4}
				S_1^+	5.447×10^{-6}	1.498×10^{-5}	2.952×10^{-5}	4.842×10^{-5}	8.417×10^{-5}
				S_1^-	1.364×10^{-5}	3.508×10^{-5}	5.504×10^{-5}	7.190×10^{-5}	9.746×10^{-5}
				S_1	8.178×10^{-6}	2.168×10^{-5}	3.803×10^{-5}	5.625×10^{-5}	8.859×10^{-5}

表-2 (続き) 中性子強度関数 (10eV に対する値)

\bar{r}_0	\bar{r}_s	V	\bar{r}_{s0}	$a_2=0.1$	$a_2=0.3$	$a_2=0.5$	$a_2=0.7$	$a_2=1.0$	
1.286	1.332	5	1.070	S_0	3.220×10^{-3}	1.305×10^{-3}	7.822×10^{-4}	5.386×10^{-4}	3.514×10^{-4}
				S_1^+	4.684×10^{-6}	2.351×10^{-5}	4.084×10^{-5}	5.964×10^{-5}	9.132×10^{-5}
				S_1^-	7.964×10^{-6}	3.755×10^{-5}	5.827×10^{-5}	7.556×10^{-5}	9.941×10^{-5}
				S_1	5.777×10^{-6}	2.819×10^{-5}	4.665×10^{-5}	6.495×10^{-5}	9.402×10^{-5}
1.254	1.332	5	1.070	S_0	5.357×10^{-4}	8.236×10^{-4}	6.205×10^{-4}	4.710×10^{-4}	3.302×10^{-4}
				S_1^+	8.404×10^{-6}	2.938×10^{-5}	4.753×10^{-5}	6.466×10^{-5}	9.089×10^{-5}
				S_1^-	1.425×10^{-5}	4.921×10^{-5}	7.176×10^{-5}	8.621×10^{-5}	1.047×10^{-4}
				S_1	1.035×10^{-5}	3.599×10^{-5}	5.561×10^{-5}	7.184×10^{-5}	9.549×10^{-5}
1.286	1.390	5	1.070	S_0	2.959×10^{-3}	9.218×10^{-4}	5.657×10^{-4}	4.079×10^{-4}	2.873×10^{-4}
				S_1^+	2.653×10^{-6}	1.108×10^{-5}	2.521×10^{-5}	4.584×10^{-5}	8.646×10^{-5}
				S_1^-	5.820×10^{-6}	2.194×10^{-5}	3.881×10^{-5}	5.776×10^{-5}	9.094×10^{-5}
				S_1	3.709×10^{-6}	1.470×10^{-5}	2.974×10^{-5}	4.981×10^{-5}	8.795×10^{-5}
1.254	1.390	5	1.070	S_0	8.503×10^{-4}	7.014×10^{-4}	4.906×10^{-4}	3.753×10^{-4}	2.775×10^{-4}
				S_1^+	5.731×10^{-6}	1.568×10^{-5}	3.052×10^{-5}	4.927×10^{-5}	8.454×10^{-5}
				S_1^-	1.240×10^{-5}	3.209×10^{-5}	5.124×10^{-5}	6.832×10^{-5}	9.527×10^{-5}
				S_1	7.954×10^{-6}	6.345×10^{-5}	3.743×10^{-5}	5.569×10^{-5}	8.812×10^{-5}
1.254	1.332	6	1.070	S_0	5.357×10^{-4}	8.236×10^{-4}	6.205×10^{-4}	4.710×10^{-4}	3.302×10^{-4}
				S_1^+	8.095×10^{-6}	2.266×10^{-5}	4.634×10^{-5}	6.324×10^{-5}	9.021×10^{-5}
				S_1^-	1.533×10^{-5}	3.987×10^{-5}	7.581×10^{-5}	8.999×10^{-5}	1.068×10^{-4}
				S_1	1.051×10^{-5}	2.840×10^{-5}	5.516×10^{-5}	7.216×10^{-5}	9.574×10^{-5}

小さいとみなせる (表-2 参照)。 S_1 へ大きく影響を及ぼすパラメタは a_2 , \bar{r}_s , \bar{r}_0 であるが, a_2 の値が 0.3 ~ 0.7 の付近では, 特に \bar{r}_s が大きな影響を及ぼす (図 5-2, 5-3 参照)。

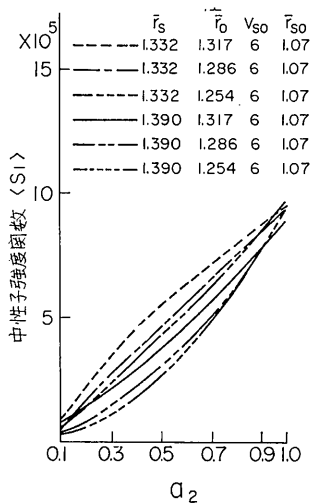


図-5-2 中性子強度関数 $\langle S_1 \rangle$ のパラメタ依存性

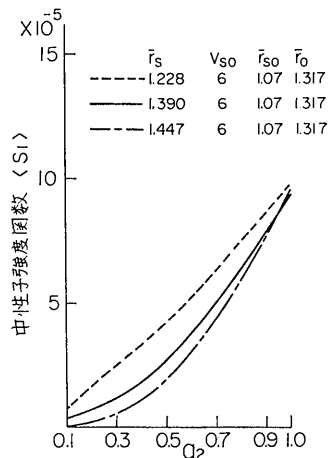


図-5-3 中性子強度関数 $\langle S_1 \rangle$ のパラメタ依存性

3.3.3 中性子強度関数とポテンシャル・パラメタ

^{56}Fe の S 波に対する中性子強度関数の実験値は約 4×10^{-4} の程度¹¹⁾の値である。計算値との比較から, 実験値を説明するポテンシャル・パラメタの値の組は

$$\left. \begin{aligned} 0.5 \leq a_2 \leq 0.7, \\ 1.254 \leq \bar{r}_0 \leq 1.317, \\ 1.390 \leq \bar{r}_s \leq 1.447, \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

の範囲で見出されると考えられる。

P波に対する⁵⁶Feの中性子強度関数の実験値として、約 1×10^{-5} 程度の値が最近発表された¹²⁾。計算値との比較から、この場合のポテンシャル・パラメタの値の組を、S波に対するパラメタの値の範囲から選ぶことにすれば、

$$\left. \begin{aligned} 0.5 \leq a_2 \leq 0.7 \\ \bar{r}_0 \approx 1.286, \bar{r}_s \approx 1.390 \\ V_{s0} \approx 6, \bar{r}_{s0} \approx 1.07 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

の範囲で見出されることになる。

3.4 全断面積

3.4.1 光学模型と全断面積

全断面積は、光学模型で直接計算される量のひとつであり、他の断面積より高い精度で測定が可能である。

今回、全断面積の解析を行うエネルギー点として14.5 MeV, 7.55 MeV, 1.5 MeVと、広い範囲にわたって選ぶこととする。

σ_t の実験値は、鉄の場合、非常に多くのエネルギー点に対して値が存在している。高いエネルギーにおける実験値は滑らかな曲線となっているが、エネルギーが低下すると激しく振動した曲線となる。

光学模型の見地に従えば、あるエネルギー E での σ_t の実験値は

$$\sigma_t^{\text{opt}}(E) = \frac{1}{\Delta E} \int_{E-\Delta E/2}^{E+\Delta E/2} \sigma^{\text{opt}}(E') dE' \quad (20)$$

$$\Delta E \approx 0.5 \text{ MeV}$$

として求められる。

3.4.2 全断面積とポテンシャル・パラメタ

3.4.2. a 14.5 MeV の全断面積

3.4.2. a-1 計算値とポテンシャル・パラメタ

14.5 MeV における⁵⁶Feの全断面積は、スピノ軌道角運動量相互作用の項におけるパラメタ V_{s0} , r_{s0} に関してはあまり目立った依存性はなく、むしろ、表面吸収項のパラメタ a_2 , \bar{r}_s ならびに体積吸収項のパラメタ \bar{r}_0 に、より大きく依存する(図-6-1~6-5 参照)。なかでも a_2 への依存性がとりわけ大きい。これも \bar{r}_0 , V_{s0} の値の選び方に大きく左右される。すなわち、 σ_t は \bar{r}_0 により大きな影響を受けるが、 a_2 が小さな値の場合には、 V_{s0} の影響も顕著となる。これに対して、 \bar{r}_s の影響は、 a_2 の値の小さな場合は小さく、 a_2 の値の大きな場合に大きい(図-6-4, 6-5 参照)。

3.4.2. a-2 実験値とポテンシャル・パラメタ

14.5 MeV に対する全断面積の最近の実験値として、Kinney-Gwin の値、 2.60 ± 0.05 (b)¹³⁾ をとりあげ

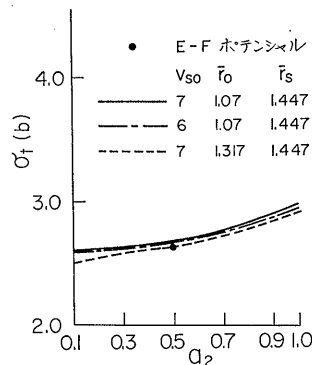


図-6-1 14.5 MeV の全断面積のパラメタ依存性

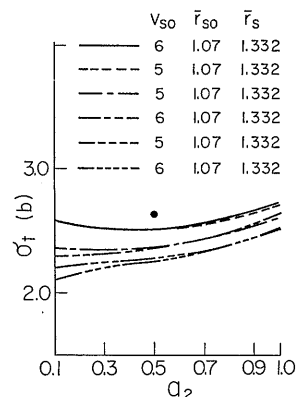


図-6-2 14.5 MeV の全断面積のパラメタ依存性

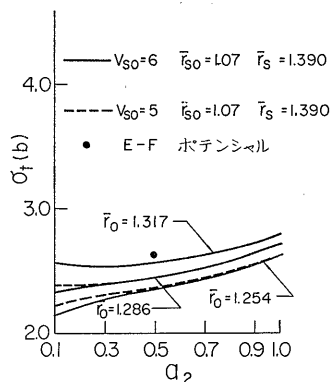


図-6-3 14.5 MeV の全断面積のパラメタ依存性

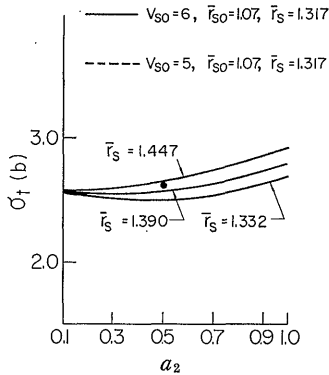


図-6-4 14.5 MeV の全断面積のパラメタ依存性

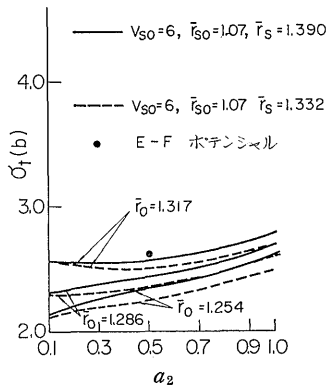


図-6-5 14.5 MeV の全断面積のパラメタ依存性

る。上記のパラメタ依存性を考慮すれば、全断面積の計算結果の表から、この実験値を説明するパラメタの組として

$$\left. \begin{array}{l} \bar{r}_{s0} \approx 1.07, a_2 \approx 0.7, \bar{r}_s \approx 1.317 \\ \text{が領域} \\ 1.332 \leq \bar{r}_s \leq 1.390, 5 \leq V_{s0} \leq 6 \end{array} \right\} \quad (21)$$

の中で見出される。

3.4.2. b 7.55 MeV の全断面積

3.4.2. b-1 計算値とポテンシャル・パラメタ

7.55 MeV の全断面積についても、 \bar{r}_{s0} への依存性は低い (図-7-1 参照)。 a_2 の値が小さな場合は σ_t が V_{s0} の影響を受けやすいことは、14.5 MeV の場合と同様である (図-6-5, 図-7-2, 7-3, 7-4 参照)。ただ 14.5 MeV の場合と異なる点は、 σ_t の r_s への依存性にある (図-7-4 参照)。また、 σ_t の a_2 への依存性は、もちろん \bar{r}_s の値の選び方にも依存する。

3.4.2. b-2 実験値とポテンシャル・パラメタ

7.55 MeV における σ_t の実験値として、Kinney-Gwin¹³⁾ の値、 $3.5 \pm 0.04b$ と Foster の値、 $3.36^{14)}$ が

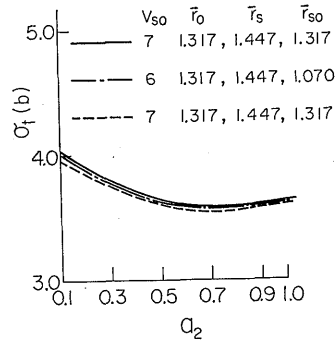


図-7-1 7.5 MeV の全断面積のパラメタ依存性

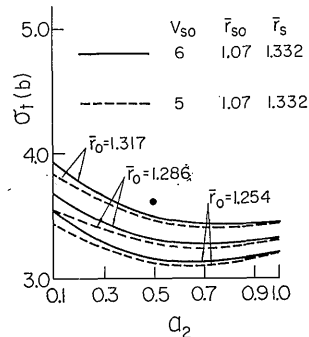


図-7-2 7.5 MeV の全断面積のパラメタ依存性

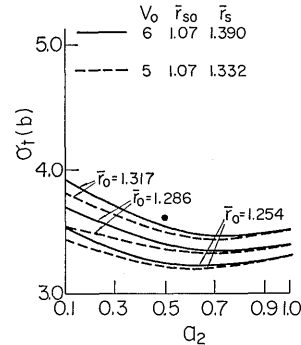


図-7-3 7.5 MeV の全断面積のパラメタ依存性

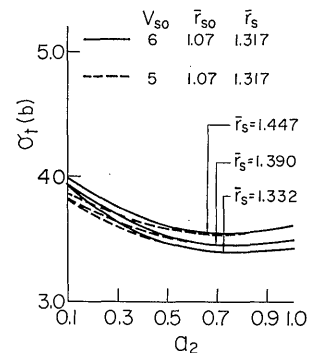


図-7-4 7.5 MeV の全断面積のパラメタ依存性

ある。もし、Kinney-Gwin の値を用いた場合は、これを説明するパラメタの組合わせは、 \bar{r}_{s0} , a_2 , \bar{r}_0 の値として

$$\bar{r}_{s0} \approx 1.07, a_2 \approx 0.7, \bar{r}_0 \approx 1.317 \quad (22)$$

を用いた場合に対して、

$$1.390 \leq \bar{r}_s \leq 1.447, 6 \leq V_{s0} \leq 7 \quad (22)'$$

の範囲に存在することになる。もし、Foster の値を用いた場合は \bar{r}_0 の存在範囲は広がり

$$\bar{r}_{s0} \approx 1.07, a_2 \approx 0.7 \quad (23)$$

に対して

$$\left. \begin{array}{l} 1.286 \leq \bar{r}_0 \leq 1.317, 1.332 \leq \bar{r}_s \leq 1.447 \\ 5 \leq V_{s0} \leq 7 \end{array} \right\} (23)'$$

の範囲の組合わせで実験値が説明されることとなる。

3.4.2. c 1.5 MeV の全断面積

3.4.2. c-1 計算値とポテンシャル・パラメタ

1.5 MeV における全断面積のパラメタ依存性のうちで、 r_{s0} 依存性が小さいことは他の高いエネルギーにみられた事柄と同じである。ただ、エネルギーが低くなると複核を経た弾性散乱の寄与が増大するた

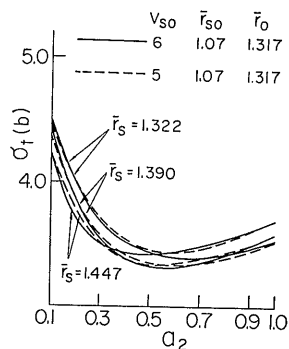


図-8-1 1.5 MeV の全断面積のパラメタ依存性

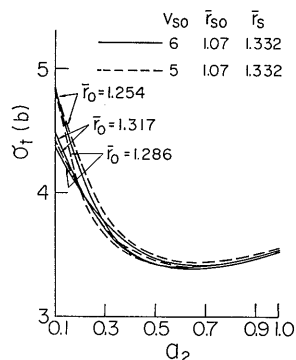


図-8-2 1.5 MeV の全断面積のパラメタ依存性

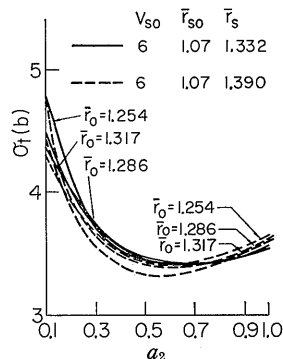


図-8-3 1.5 MeV の全断面積のパラメタ依存性

め、 σ_t の \bar{r}_s 依存性へ及ぼす V_{s0} の影響はかなり複雑となる。特に a_2 が大きくなるほどその影響は大きい(図-8-1 参照)。 σ_t の r_0 依存性に V_{s0} が及ぼす影響は、依然として a_2 の小さな場合に大きい(図-8-2 参照)。他方では、 σ_t の \bar{r}_0 依存性は、 a_2 の値のいかんにかかわらず、 \bar{r}_s の影響を強く受けるようになる(図-8-3)。

3.4.2. c-2 実験値とポテンシャル・パラメタ

1.5 MeV における σ_t の実験値として Carlson-Cerbone¹⁵⁾, Smith¹⁶⁾, Jones¹⁷⁾ 等の値がある。これらの著者の値は 1.5 MeV 付近でちらばった値を示すので等加重平均を行うこととする。結果として、 $3.3 \pm 0.1b$ を得る。この値は、

$$a_2 \approx 0.7, \bar{r}_{s0} \approx 1.07 \quad (24)$$

の値に対して

$$\left. \begin{array}{l} 1.286 \leq \bar{r}_0 \leq 1.317 \\ 1.390 \leq \bar{r}_s \leq 1.447 \\ 6 \leq V_{s0} \leq 7 \end{array} \right\} (24)'$$

の範囲の値の組合わせとしてパラメタの組が与えられる。

3.5 弾性散乱断面積

弾性散乱断面積のうちで、7.55 MeV の実験値は Holmqvist により $1.8 \pm 0.1b$ が得られている¹⁸⁾。この値を説明するためには、 a_2 として少なくとも 0.7 以上の値を与えなければならないことになる。

1.5 MeV における実験値としては、Gilboy が 3.0 MeV, 2.0 MeV, 1.0 MeV において得た実験値¹⁹⁾ ($2.0 \pm 0.05b$), ($2.24 \pm 0.05b$), ($2.02 \pm 0.05b$) を補間して得た推定値 ($2.12 \pm 0.11b$) を用いることとする。しかし、誤差 $0.11b$ はあまりにも大きすぎて、パラメタの値の組合わせの範囲をきめることができない。

1.5 MeV における実験値の誤差の見積りを $0.05b$

とした場合の \bar{r}_s の値は、E-F ポテンシャルにおいて $a_2=0.7$, $\bar{r}_0=1.317$ とした場合の値 1.447 f.m. よりも小さくしなければならないことになる。 a_2 の値はそのままとして \bar{r}_0 を $\bar{r}_0=1.286$ とした場合は、 \bar{r}_s は 1.390 f.m. 以下でなければならない。さらに、 $\bar{r}_0=1.254$ の場合は、 \bar{r}_s は、高だか 1.332 f.m. 程度かあるいはそれ以下でなければならない。 $a_2=0.7$ の場合の、 \bar{r}_s の \bar{r}_0 に対するこのような依存性の傾向は、すでに見てきた他の量が示した傾向とは矛盾する。1.5 MeV においては、全反応断面積の実験値にあうようにパラメタの値を決めようとする場合、 a_2 の値として 0.7 の代わりに 0.5 を用いると、上記の矛盾した傾向は非常に弱められる。

3.6 パラメタ・セットの決定

今までに述べてきたように、実験値にあったパラメタの値を決定しようとする時、その値の許容範囲は、対象とする核反応の種類、ならびに測定する量ごとに、少しずつずれている。そこで、ある共通した許容範囲の中から、なるべく多種類の実験値が説明できるようなパラメタの値を、一組決めることが望ましい。前節までの検討の結果の総合として、以下のパラメタ・セットが最終的に良さそうな値として選び出せる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{r}_0 &= 1.286, \bar{r}_s = 1.390 \\ V_{s0} &= 6, a_2 = 0.7, r_{s0} = 1.07 \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

4. パラメタ・セットの応用例と検討

上に示したパラメタ・セットを用いて、全断面積、弾性散乱断面積と角度分布、非弾性散乱断面積、 $(n, 2n)$ 反応断面積、 (n, p) 反応断面積、 (n, α) 反応断面積等を計算した場合、実験値をどれほど説明できるか検討することとする。

4.1 非弾性散乱

鉄のアイソトープ ^{56}Fe は、天然の鉄の中の他のアイソトープに比較して非常に多く存在し、92% を占めている。したがって、本報では ^{56}Fe の非弾性散乱を対象にとりあげることとする。中性子が非弾性散乱をした場合の残留核励起レベルのうちで、約30個の不連続レベルが報告されている¹³⁾。しかし、各レベルに対するスピンとパリティが確実に明確であるレベルはもう少し少ない。したがって、今回の解析では、最低の励起レベルから数えて20番目までのレベルを不連続レベルとみなすこととする。

各レベルにおける非弾性散乱断面積と入射エネルギー

との関係を、各レベルの励起関数と称するが、第1レベルに対する励起関数が最も大きい値をもつ。

高エネルギー中性子の弾性散乱に伴う偏極、角度分布を改善するべく選ばれたポテンシャル・パラメタの組

$$\left. \begin{aligned} \bar{r}_0 &= 1.286, \bar{r}_s = 1.390 \\ V_{s0} &= 6, a_2 = 0.7, r_{s0} = 1.07 \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

を用いて計算した第1、第2励起レベルの励起関数はE-F ポテンシャルを用いて求めた結果と大差なく、実験値^{10)~23)}も、大まかにいって、良く説明している。この場合、 \bar{r}_0 として 1.254 と選んだ場合とも、大差はない(図-9-1, 9-2 参照)。

現在行ったような Haner-Feshbach 流のいわゆる統計模型(付録-1 を参照)を用いた励起関数の計算値を実験値に比較する場合は、計算結果に限界がある点に注意する必要がある²⁴⁾。これは、(i) 原子核反応には複合核過程の他に直接過程と呼ばれる機構が存在することと、(ii) 核反応の種類を特徴づけるチャンネル間相互作用があることから、レベル部分幅の大きさが分布則を持つことになり、統計模型のよりどころとしているチャンネルおよびレベルについての無相関の仮定が破れることに原因がある。

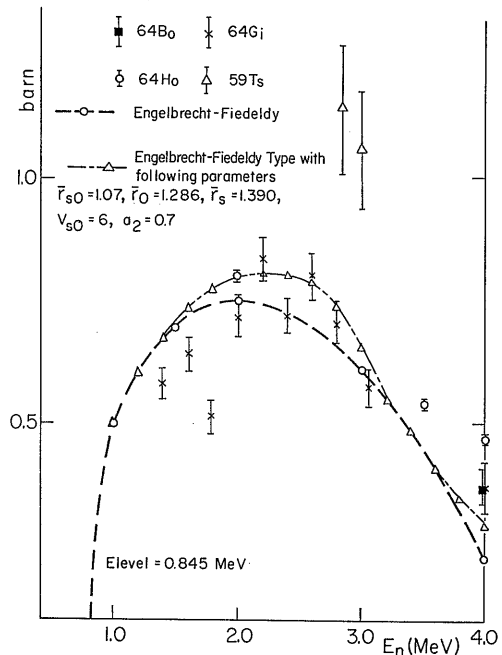


図-9-1 ^{56}Fe の第一励起レベルに対する励起関数の計算値

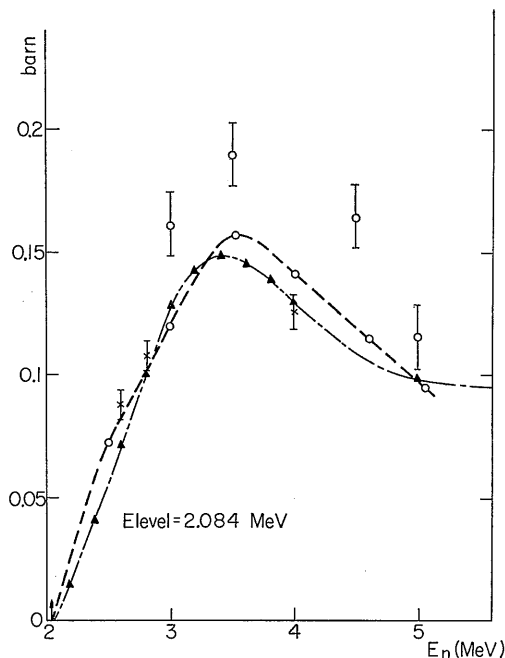


図-9-2 ^{56}Fe の第二励起レベルに対する励起関数の計算値

4.2 偏 極

今回決定したポテンシャル・パラメタの値を用いて 24 MeV の中性子偏極を計算し、実験値、他の理論値、等と比較した場合、今回のパラメタが E-F の場合や Rosen の場合よりも良い結果を与えていることがわか

Engelbrecht - Fiedeldy Type with following parameters:
 $\bar{r}_{s0} = 1.07, \bar{r}_0 = 1.286, \bar{r}_s = 1.390, V_{s0} = 6, a_2 = 0.7$
 - - - - - Rosen
 - - - - - Becchetti - Greenlees
 - - - - - Engelbrecht - Fiedeldy

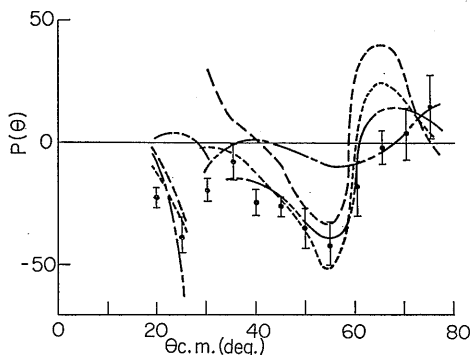


図-10 中性子偏極の計算結果の比較

る (図-10 参照)。実験値の精度はあまり良好ではないので、計算値を実験値と比較すること自体はそれほど重要なことではないと思われるかも知れぬが、偏極の角度依存性の傾向が全体として一致することは望ましいことである。この意味で、今回のパラメタは、偏極の理論値を改善していると見てよからう。

4.3 弾性散乱の微分断面積

今回決定したパラメタの値を用いて、14.5 MeV における弾性散乱の微分断面積を計算し、実験値、他の理論値と比較した結果を図-11-1 に示す。結果として、中性子の干渉像がかなり良く表現されている。

他のエネルギーにおける微分断面積についても、計算値と実験値とを比較した場合 (図-11-2, 11-3 参照)、7~8 MeV の付近で実験値とややずれる傾向が見られるが、実験値も値が少なく、かつ、誤差が不明確であることを考慮に入れれば、実験値との一致は全体として良好と思われる。

4.4 各種反応断面積

4.4.1 14 MeV 付近の各種反応断面積

14.5 MeV の中性子による複合核過程の断面積 σ_r を用いて (n, p) , (n, α) , $(n, 2n)$ 反応断面積を計算し、実験値と比較することで、決定したパラメタの妥当性を検討することができる。

複合核状態から各チャンネル状態に移る割合、いわゆる分岐比 $F_X / \sum_i F_i$ がわかれば、 σ_r から、ただちに $\sigma_{n,p}$, $\sigma_{n,\alpha}$, $\sigma_{n,2n}$ が算出される。

$$\sigma_{(n,X)} = \sigma_r \cdot (F_X / \sum_i F_i) \quad (27)$$

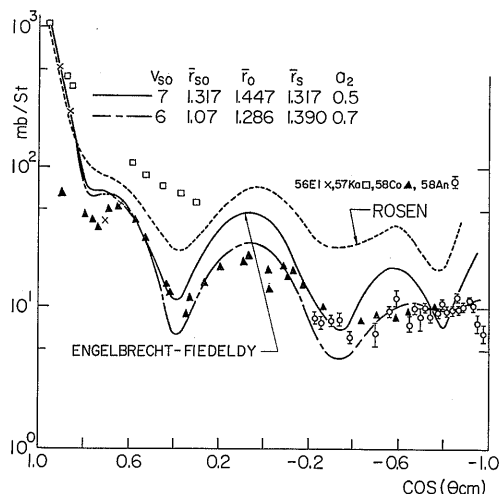


図-11-1 14.5 MeV の弾性散乱微分断面積の計算の比較

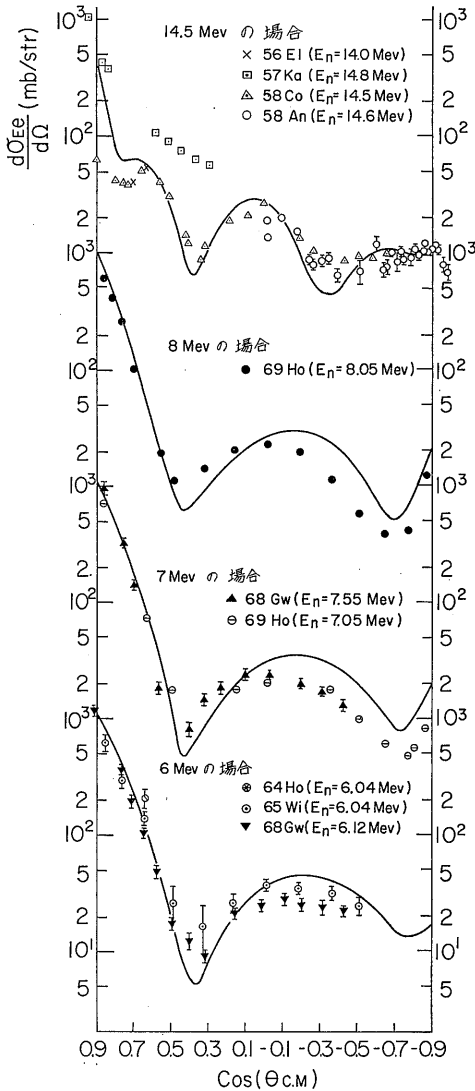


図-11-2 弾性散乱の微分断面積の実験値と計算値との比較

今回の分岐比の計算法(付録-3 参照)においては、粒子の放出過程を逆にたどって複合核状態を再現する反応の断面積、いわゆる逆過程の断面積 σ_i のエネルギー依存性に近似を施してある。

14.5 MeV の中性子が ^{56}Fe に入射した場合の各チャネルの分岐比は、計算の結果

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{(n,p)}/\sigma_r &= 0.09385, & \sigma_{(n,\alpha)}/\sigma_r &= 0.01381 \\ \sigma_{(n,2n)}/\sigma_r &= 0.51729 \end{aligned} \right\} (27')$$

と与えられる。

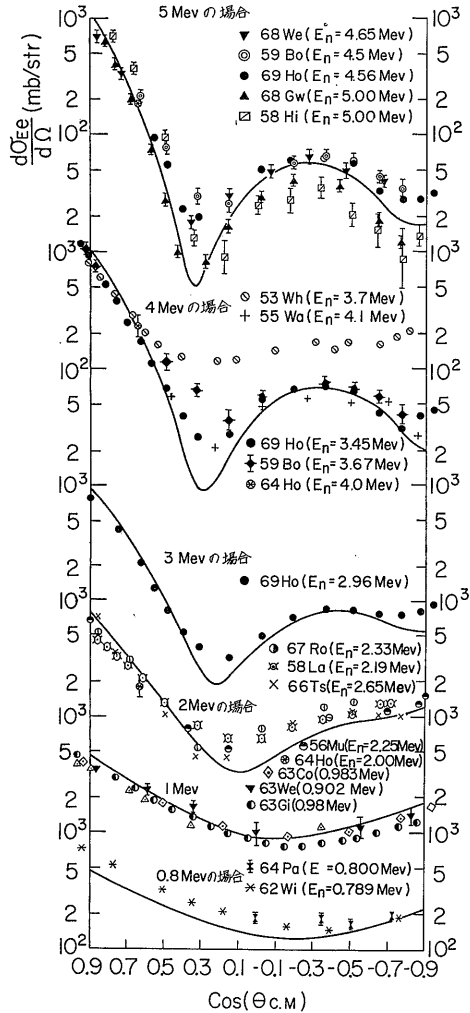


図-11-3 弾性散乱の微分断面積の実験値と計算値との比較

Kanda-Nakashima²⁵⁾によれば、すでに行われた (n, p) 反応実験値の整理から、14.5 MeV における $\sigma_{(n,p)}$ は $(102 \pm 12) \text{mb}$ であるとされている。14 MeV における ^{56}Fe $\sigma_{(n,2n)}$ の実験値は、Ashby 等²⁶⁾によれば、 $0.5 \pm 0.04b$ である。Al や Cu のアイソトープに対する $\sigma_{(n,2n)}$ のエネルギー依存性から、14.5 MeV の値は、この値よりもやや大きいものと考えられる。14 MeV 付近の中性子に対する $\sigma_{(n,\alpha)}$ の実験値はまだ発表されたものはない。Kinney¹³⁾によれば、 ^{56}Fe の 14.5 MeV における σ_{tot} の実験値は $2.6 \pm 0.05b$ である。また、Coon 等²⁷⁾によれば、天然の鉄に対する、14 MeV の σ_{el} の実験値は $1.14 \pm 0.06b$ である。

(n, d) , (n, t) , $(n, {}^3\text{He})$ 等の反応断面積が, 14.5 MeV では, 十分に小さな値であるとみなせば, 次の近似式から非弾性散乱断面積 σ_{in} を求めることもできる。

$$\sigma_{in} \simeq \sigma_{tot} - \sigma_{el} - \sigma_{(n,p)} - \sigma_{(n,\alpha)} - \sigma_{(n,2n)} \quad (28)$$

弾性散乱断面積についていえば, 実験値 $1.14 \pm 0.06b$ は, 選定したパラメタ・セットの値に対応した計算値と比較して, かなり小さな値である。この実験値はむしろ, $\bar{\sigma}_0$ のより小さな値の場合に対応する。

(n, p) 反応断面積の実験値 $(106 \pm 12)mb$ は, 誤差を考慮すれば, σ_r の値に直して $1257mb$ から $1002mb$ の範囲に相当する。これは, a_2 の値として $0.3 \sim 0.5$ の程度の値をとることを意味している。

E-F ポテンシャルから求めた各反応の断面積は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{tot} &= 2.6183b, \quad \sigma_{el} = 1.3171b \\ \sigma_{(n,p)} &= 0.1221b, \quad \sigma_{(n,\alpha)} = 13.8mb \\ \sigma_{(n,2n)} &= 673.1mb, \quad \sigma_{in} = 492.2mb \end{aligned} \right\} (29)$$

となる。

他方, (25) 式で示したパラメタの値を用いた場合は, 以下の結果を得る。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{tot} &= 2.5337b, \quad \sigma_{el} = 1.1844b \\ \sigma_{(n,p)} &= 0.1226b, \quad \sigma_{(n,\alpha)} = 18.6mb \\ \sigma_{(n,2n)} &= 698.0mb, \quad \sigma_{in} = 472.4mb \end{aligned} \right\} (30)$$

上記結果を実験値と比較した場合は, (25) 式のパラメタ値を用いても実験値を良く説明できることがわかる。

4.4.2 14 MeV 以下の各種反応断面積

(25) 式で示した最終的パラメタの値を用いて, ${}^{56}\text{Fe}$ の全断面積 $\sigma_t(b)$, 弾性散乱断面積, (n, p) 反応断面積, $(n, 2n)$ 反応断面積, (n, α) 反応断面積等を計算し, 実験値と比較することとする。

全断面積の実験値は 図-12-1~12-7 に示すごとく, 4MeV 程度以上のエネルギーでは, 同一測定者の値については, あまり値に変動はみられない。エネルギーが 4MeV よりも下がるにつれ, 断面積の変動が大きくなり, 1MeV 程度では複雑な構造を持つに至る。し

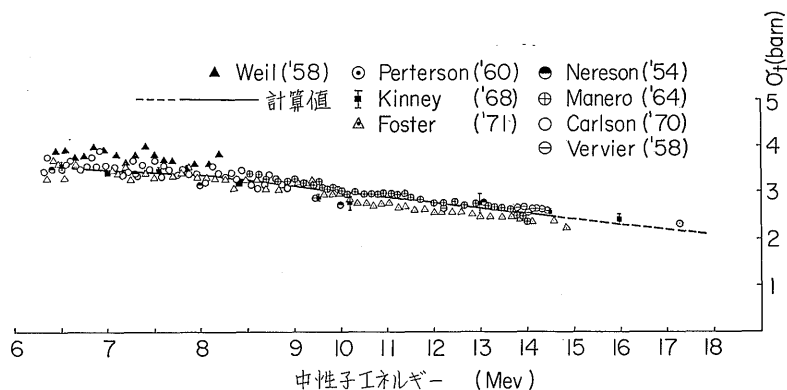


図-12-1 鉄の全断面積の実験値と計算値との比較

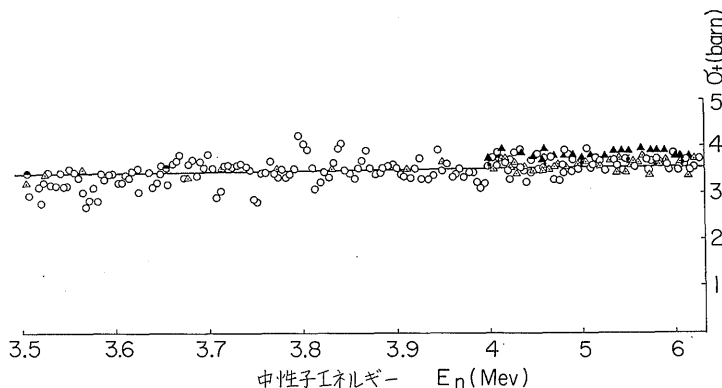


図-12-2 鉄の全断面積の実験値と計算値との比較

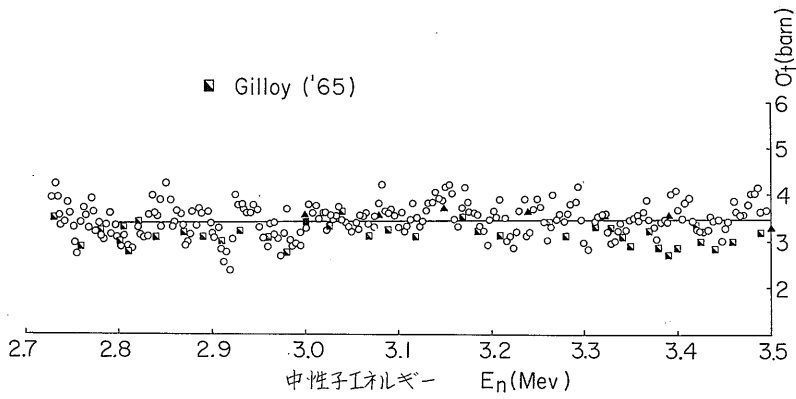


図-12-3 鉄の全断面積の実験値と計算値との比較

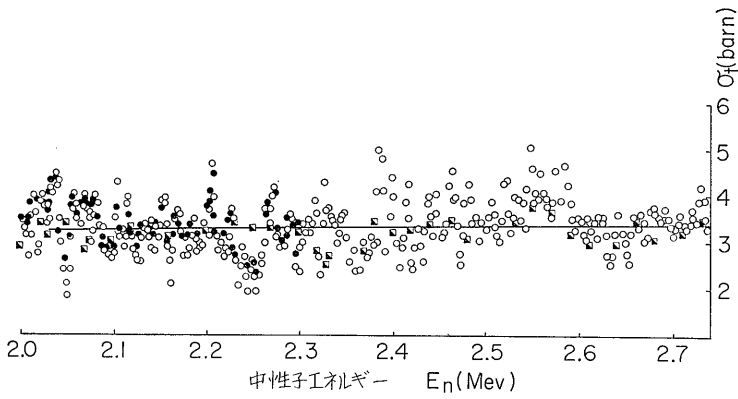


図-12-4 鉄の全断面積の実験値と計算値との比較

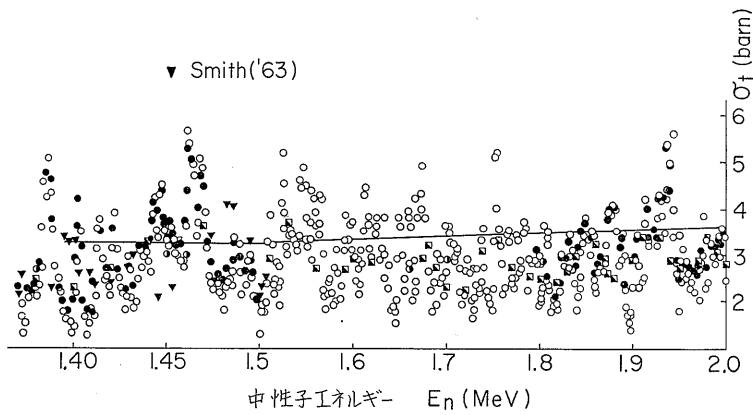


図-12-5 鉄の全断面積の実験値と計算値との比較

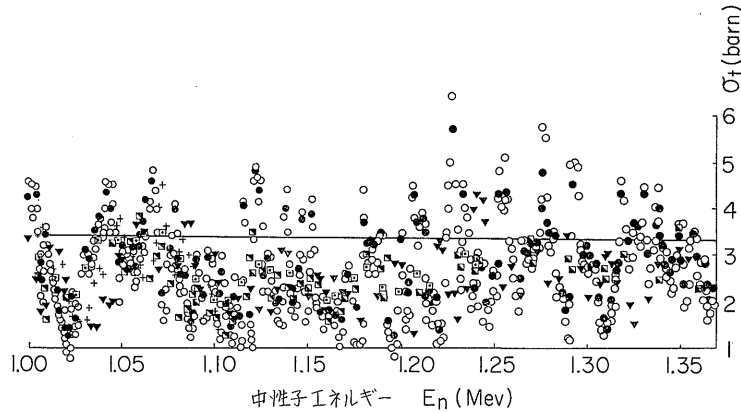


図-12-6 鉄の全断面積の実験値と計算値との比較

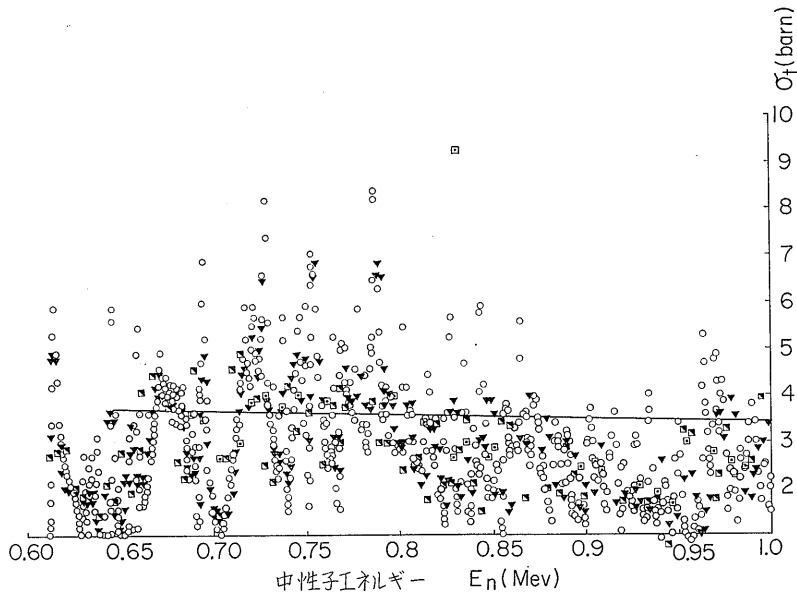


図-12-7 鉄の全断面積の実験値と計算値との比較

たがって、今の場合、計算値が実験値のおおよその傾向を示すエネルギー範囲は、少なくとも 4MeV までである。

^{56}Fe の (n, p) 反応断面積の実験値と計算値との比較を 図-13-1 に示す。9MeV 程度からエネルギーが低下するにつれて実験値と計算値とのずれが増大している。これは計算に用いたクーロン障壁の高さが過大に見積られたためと思われる。

^{56}Fe の $(n, 2n)$ 反応の断面積の実験値はあまり得られていない。図-13-2 には計算結果のみを示す。 (n, α) 反応の断面積は 14MeV 以下ではあまり目立った

値ではない。

^{56}Fe の $(n, 2n)$ 反応の断面積の実験値と計算値との比較を 図-13-3 に示す。計算値としては、今回の計算値の他に、他の著者の値も示してある。 $(n, 2n)$ 反応の断面積の実験値がまだ理論値と比較できるほど充分に得られていないため、今回の計算値の妥当性を検討する段階には至っていない。

$(n, 2n)$ 反応は 12MeV 付近でチャンネルが開き始める。この反応の断面積の値はかなり大きいため、 (n, p) 反応の断面積が次第に低下を始めている。14MeV 以上のエネルギーでは $(n, 2n)$ 反応断面積が、 (n, p)

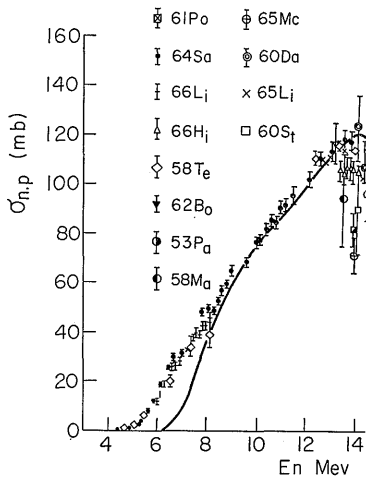


図-13-1 ^{56}Fe の (n, p) 反応断面積の計算結果

反応断面積の代わりに、大きな値をとるものと考えられる。

鉄の弾性散乱の断面積の実験値と計算値との比較を図-14-1, 2 に示す。全断面積ほどに充分な実験値がそろってはいないが、実験値と計算値との一致は良いよ

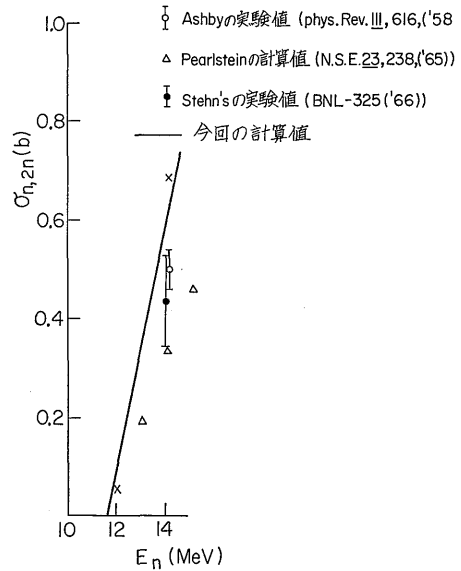


図-13-3 ^{56}Fe の $(n, 2n)$ 反応断面積の計算値

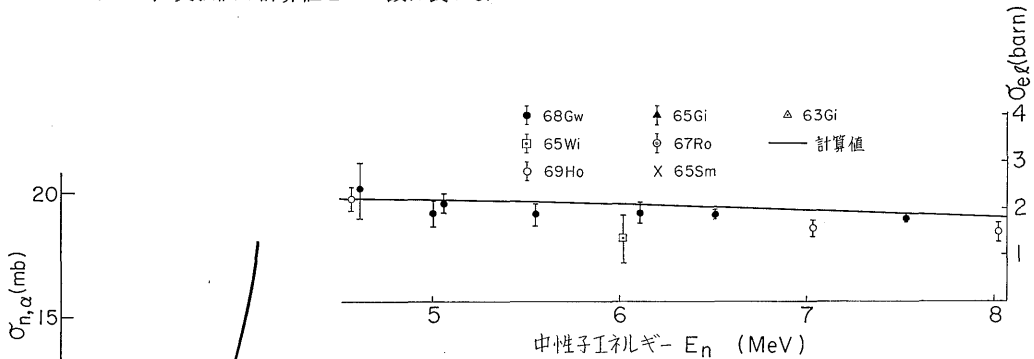


図-14-1 弾性散乱断面積の実験値と計算値との比較

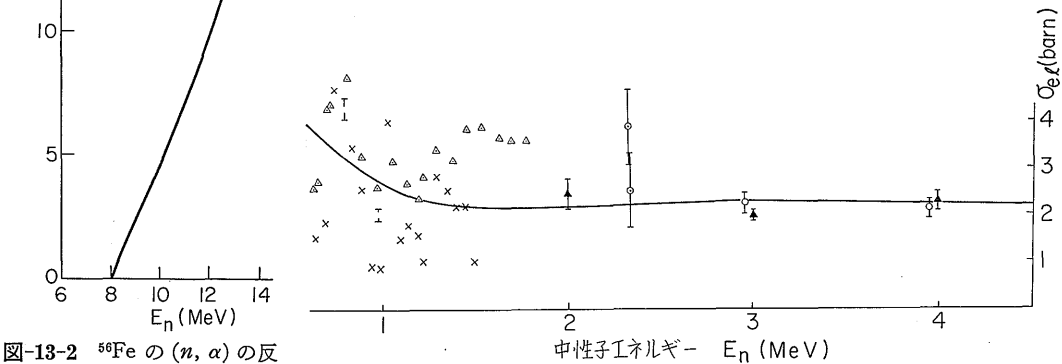


図-14-2 弾性散乱断面積の実験値と計算値との比較

図-13-2 ^{56}Fe の (n, α) の反応断面積の計算値

うに見られる。実験値が全断面積と同程度に得られるようになれば、4 MeV 以下では全断面積と同様の複雑な共鳴構造が見られるはずである。したがって全断面積にみられた実験値と計算値とのずれが予想される。このずれは弾性散乱の角度分布の実験値と計算値との間のずれとして当然現われてくるものと考え得る。

弾性散乱の角度分布についての、上記ずれは、図-11-1~11-3 で見た限りでは、きわだって大きいものではない。むしろ、計算値は実験値の傾向を良く説明しているといえる。

上記ずれの補正值はエネルギーが低い場合、エネルギーに敏感な場合がある。したがって、そのような場合の角度分布には大きな補正が必要であろう。しかし、10パーセント程度の補正の場合は、その結果は、角度分布の図における縦軸に沿った相対的な平行移動を施して予測できるものと考えられる。

5. 考察と結論

5.1 考察

高いエネルギーにおける全断面積、弾性散乱断面積の角度分布、中性子偏極、等は、複合核過程を経た弾性散乱のチャンネルの影響が小さいので、光学模型のパラメタの妥当性を検討する上で有利である。図-12.1~12.7 に示すごとく、(25)式で得たパラメタを用いて算出した全断面積は 4 MeV 付近まで、大略、実験との一致が良い。これよりも低いエネルギーでは共鳴効果が利いてきて、共鳴の補正が必要となる。

14.5 MeV の弾性散乱断面積の角度分布の計算値と実験値との様子から、パラメタ a_2 の値として、E-F ポテンシャルにおける値 0.5 よりも大きな値 0.7 を用いたほうが良さそうである。0.7 の方が a_2 として良さそうであるということは、S波の強度関数、全断面積の実験値と計算値との比較からもいえる。

24 MeV における中性子偏極の実験では、 a_2 の値として 0.5 をとるほうが良さそうに見えるがこのとり方には多少の融通性があり、 a_2 以外のパラメタの値の組み合わせを、E-F ポテンシャルの場合から変えて、適当に選べば、 a_2 の値として 10% 程度の変化は許せる。

中性子強度関数に対する貫通因子は井戸型ポテンシャルに対して得られたものを用いている。この貫通因子を用いた場合のチャンネル半径として種々の値が提案されているが、P波の実験値と計算値との比較から、この値は 1.25 f.m. よりも 20% 程度、大きな値であろうと考えられる。

Coon 等の 14 MeV における弾性散乱断面積の実験値は、やや小さすぎると考えられる。14 MeV および 14.5 MeV の $\sigma_{(n,p)}$ 、 $\sigma_{(n,2n)}$ からは、実験誤差が大きいいため、 a_2 以外のパラメタの値の妥当性を論議することはむずかしい。

14 MeV において Fujita 等は、非弾性散乱断面積の値として $(1113 \pm 149) mb$ を実験的に得ている²⁸⁾が、本報の計算による値は 470~490 mb と小さな値である。この実験値には純粋な非弾性散乱に対する値であるか、それとも $(n, 2n)$ 反応からの寄与も測定に入っているのか不明である。もし、実験値が中性子放出 (Neutron Emission) に対する値だとすれば、本報の計算は矛盾のない結果を与えていることになる。

5.2 結論

種々の量につき、光学パラメタの値の選びかたの影響を検討し、実験値と計算値との比較から、パラメタの値としてどの値が妥当か検討してきたが、その過程で明らかになったように、計算値と実験値とを比較する対象としてとりあげた量のパラメタ依存性は、どの量に対しても一致した傾向を持つものではない。しかし、全断面積、弾性散乱の角度分布、弾性散乱断面積、中性子偏極、S波の中性子強度関数のパラメタ依存性に重点を置いて、パラメタの値を総合的判定から決定することが可能であることがわかった。その結果は以下のとおりである。

$$\left. \begin{aligned} \bar{r}_{s0} &= 1.07, \quad V_{s0} = 6 \\ \bar{r}_0 &= 1.286, \quad \bar{r}_s = 1.390 \\ a_2 &= 0.7 \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

今回の研究で得られた光学ポテンシャルは、広いエネルギー範囲と広い範囲の核種に対する、遮蔽計算用定数の推算に応用可能と考えられる。たとえば、種々の物質に対する透過係数 $T_{ij}(E)$ を計算から求めておけば、レベルのスピ依存性、中性子、陽子、 γ 線の競走過程、カスケードを考慮に入れた γ 線、中性子の放出確率の計算も可能となり、遮蔽計算において重要な二次中性子のエネルギー行列の、より一層定量的な計算も可能となると考えられる。

付記

今回の計算は、UNIVAC 用に開発中の計算コードシステム SUBAR-1 を使用して行った。このシステムは、核断面積計算コード²⁹⁾のほか、遮蔽計算に必要な核定数を計算するコード群を含み、目的とする量がコード群の有機的結合により算出できるように組織化されている。

参 考 文 献

- 1) C.A. Engelbrecht and H. Fiedeldy; *Ann. of Phys.*, 42, 262 (1967).
- 2) F.D. Jr. Becchetti and G.W. Greenlees; *Phys. Rev.*, 182, 1190 (1969).
- 3) F. Perey and B. Buck; *Nucl. Phys.*, 32, 353 (1962).
- 4) P.A. Moldauer; *Nucl. Phys.*, 47, 65 (1963).
- 5) L.P. Rosen, J.G. Beery, A.S. Goldhaber and E.H. Auerbach; *Ann. of Phys.*, 34, 96 (1965).
- 6) J.O. Elliot; *Phys. Rev.* 101, 648 (1956).
- 7) J.D. Anderson, C.C. Gardner, P.M. Nakad and C. Wong; *Phys. Rev.*, 110, 160 (1958)
- 8) M. Goldsmith; *Nucl. Science Eng.*, 52, 461 (1973).
- 9) J.M. Blatt and V.F. Wesskopf; *Theoretical Nuclear Physics*, 361 (1952). John Wiley & Sons, New York.
- 10) M.K. Drake; BNL-50274 (T-601), D-16 (1970).
- 11) E.G. Bilpuch, L.W. Weston and H.W. Newson; *Ann. of Phys.*, 10, 455 (1960).
- 12) R. W. Hockenbury, Z.M. Bartolome, J.R. Tatarczuk, W.R. Moyer and R.C. Block; *Phys. Rev.*, 178, 1746 (1969).
- 13) W.E. Kinney and E.R. Gwin; ORNL-TM-2052 (1968).
- 14) C.G. Foster and D.W. Glasgow; HW-73116, (1963).
- 15) A.D. Carlson and R.J. Cerbone; *Nucl. Science Eng.*, 42, 28 (1970).
- 16) A.B. Smith; ANL-6792 (1963).
- 17) J.L. Weil; *Phys. Rev.*, 110, 466 (1958).
- 18) B. Holmqvist and T. Wiedeling; *AB Atomenergi*, 366 (1969).
- 19) W.B. Gilboy and J.H. Towle; *Nucl. Phys.*, 64, 130 (1965).
- 20) G.C. Bonazzola, T.B. Bressani, P. Brovotto, E. Chiavassa and R. Demochelli; *Nucl. Phys.*, 51, 353 (1963).
- 21) J.C. Hopkins and M.G. Silbert; *Nucl. Science Eng.*, 19, 431 (1964).
- 22) K. Tsukada; *EAN(J)*, 3, 18 (1966).
- 23) Wen-deh Lu Wingston; *Geogia Inst. Tech.*, 71-12, 358 (1970).
- 24) P.A. Moldaver; *Rev. Mod. Phys.* 1097, Oct., (1964), *Phys. Rev.* 135, 3B, B642 (1964).
- 25) Y. Kanda and R. Nakasima; JAERI-1207 (1972).
- 26) V.J. Ashby, H.C. Catron and L.L. Newkirk; *Phys. Rev.* 111, 616 (1958).
- 27) I. Fujita, M. Sonoda, A. Kawase, Y. Wakuta, H. Tawara, M. Hyakutake and K. Iwatani; *Jour. Nucl. Sci. Tech.*, 9, 301 (1972).
- 28) J.H. Coon, R.W. Davis, H.E. Felthausen and D.E. Nicodemus; *Phys. Rev.*, 111, 250 (1958).
- 30) *Nuclear Data*; p. 429 (1966 (A2)).
- 31) A.H. Wapstra and N.B. Gove; *Nuclear Data Table*, 9, No. 4-5 (1971).
- 32) A. Gilbert and A.G.W. Cameron; *Can. Jour. Phys.*, 43, 1446 (1965).
- 33) S. Igarashi; JAERI-1096 (1965).

付録-1 光学模型と統計模型

原子核へ中性子が入射し散乱されている状態を、原子核から遠く離れた位置で波動関数として表現すると、散乱の S 行列を用いて

$$\psi = \frac{A}{r} (e^{-ikr} - S e^{ikr}) \quad (\text{A-1})$$

のかたちとなる。因子 S が S 行列であり、入射波に対する散乱波の相対的振幅を意味している。

核反応は複合核過程と直接過程とから成る。したがって、 S 行列もそれぞれ対応する成分 S^{en} と S^{dr} とに分けられる。

$$S = S^{en} + S^{dr} \quad (\text{A-2})$$

S^{dr} は入射エネルギーの緩やかな関数であるのに対し、 S^{en} は急激に変動する関数である。そこで、広くとった区間 I (約 1 MeV の幅) にわたって S^{en} を平均すれば、多くの変動周期を含むため、零となると考えられ、 S の平均値は S^{dr} となる。

$$\bar{S} = S^{dr} \quad (\text{A-3})$$

いいかえれば、 S^{en} は、 S と S の平均値との差として与えられる。

$$S^{en} = S - \bar{S} \quad (\text{A-4})$$

他方、 S 行列を共鳴成分 S^{res} とポテンシャル散乱成分 S^{p0} とに分けることができる。さらに、区間 I 中の S についていえば、 S を激しく変動させる成分は区間内の共鳴準位からの寄与として与えられ、区間外の共鳴のすそからの寄与は無視できると考えることも可能である。

$$S = S^{(0)} + \sum_{\lambda \in I} S_{\lambda} \quad (\text{A-5})$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} S_{\lambda} &= -i \frac{a_{\lambda}}{E - W_{\lambda}} \\ W_{\lambda} &= E_{\lambda} - \frac{i}{2} \Gamma_{\lambda} \\ S^{(0)} &= S^{p0} + \sum_{\lambda \notin I} S_{\lambda} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-6})$$

であり、 a_{λ} は共鳴パラメタ、 E_{λ} は共鳴エネルギー、 Γ_{λ} は共鳴の幅である。

上記、共鳴の立場からみた S 行列と前記 S^{dr} との対応はどうなるであろうか。

区間 I の中に共鳴準位が多く含まれているものとする。平均準位間隔を D とすると、 $I \gg D$ である。そこで、(A-3) 式と (A-5) 式とから

$$S^{dr} = \bar{S}^{(0)} + \sum_{\lambda \in I} \bar{S}_{\lambda}$$

であるが、 $\bar{S}^{(0)} \simeq S^{(0)}$ と考え、近似的に S^{dr} は

$$\simeq S^{(0)} + \frac{I}{D} \langle \bar{S}_{\lambda} \rangle$$

となる。

ここで $\langle \rangle$ は λ についての平均を意味する。

ところで、 $\bar{S}_{\lambda} = \frac{1}{I} \int_{E-I/2}^{E+I/2} S_{\lambda} dE' = \frac{\pi a_{\lambda}}{I}$ であるから、

結局、以下の関係

$$S^{dr} = S^{(0)} + \frac{\pi \langle a_{\lambda} \rangle}{I} \quad (\text{A-7 a})$$

$$S^{en} = \sum_{\lambda \in I} S_{\lambda} - \pi \frac{\langle a_{\lambda} \rangle}{I} \quad (\text{A-7 b})$$

$$S = S^{dr} + S^{en} = \left(S^{(0)} + \pi \frac{\langle a_{\lambda} \rangle}{D} \right) + \left(\sum_{\lambda \in I} S_{\lambda} - \pi \frac{\langle a_{\lambda} \rangle}{D} \right) \quad (\text{A-7 c})$$

が得られる。

$\Gamma/D \ll 1$ であれば、(A-7 a) 式の右辺第 2 項は

$$\frac{\pi \langle a_{\lambda} \rangle}{I} \leq 0 \left(\frac{\Gamma}{D} \right)$$

となり無視できる。この場合は、 S^{dr} は光学模型で求めた S 行列に等しくなる。

(A-7 b) 式において、 $\sum_{\lambda \in I} S_{\lambda}$ には、エネルギーに対して緩やかに変化する部分がある。第 2 項がその部分を差し引いているから、 S^{en} としてはエネルギー平均値が零になると解釈される。したがって

$$S^{en} = \sum_{\lambda} \hat{S}_{\lambda}$$

と書くことにすれば

$$\bar{S}^{en} = \sum_{\lambda \in I} \overline{\left(-i \frac{\hat{a}_{\lambda}}{E - \hat{W}_{\lambda}} \right)} = 0 \quad (\text{A-8})$$

が成立する。

\hat{a} のマトリックス成分 \hat{a}_{c0c} (c はチャネルを区別する添字と考える) は、共鳴のパラメタ g を用い

$$(\hat{a}_{\lambda})_{c0c} = \hat{g}_{\lambda 0c} \hat{g}_{\lambda c0}$$

と書くことができる。

(A-8) 式の意味するところは、 $\hat{g}_{\lambda 0c} \hat{g}_{\lambda c0}$ の各項が統計的相関を持たないということである。したがって、 S^{en} は、いわゆる統計模型を用いて求められる。

統計模型を用いて複合核過程の断面積を求める場合は、全角運動量 J_1 を持つ共鳴準位 λ_1 に対する S^{en} 行列の t_1, s_1 成分と全角運動量 J_2 を持つ共鳴準位 λ_2 に対する t_2, s_2 成分との内積のエネルギー平均を求めることが必要となる。

$$\overline{S_{t_1 s_1}^{J_1 c n} S_{t_2 s_2}^{J_2 c n *}} = \overline{\left(\sum_{\lambda_1, \lambda_2 \in I} \frac{g_{\lambda_1 t_1} g_{\lambda_1 s_1} g_{\lambda_2 t_2}^* g_{\lambda_2 s_2}^*}{(E - W_{\lambda_1})(E - W_{\lambda_2})^*} \right)} \quad (\text{A-9})$$

統計模型成立の根拠は、 $I \gg D$ において、 $J_1=J_2$, $\lambda_1=\lambda_2$ で $t_1=t_2$, $s_1=s_2$ かまたは $t_1=s_2$, $s_1=t_2$ の項以外はすべて消し合うということである。すなわち、

$$\overline{S_{t_1 s_1}^{J_1 c n} S_{t_2 s_2}^{J_2 c n}} \simeq \delta_{J_1 J_2} \delta(t_1 s_1 t_2 s_2) \left(\sum_{\lambda_1 \in I} \frac{|g_{\lambda_1 t_1}|^2 |g_{\lambda_1 s_1}|^2}{|E - W_{\lambda_1}|^2} \right) \\ \delta \equiv \delta_{t_1 t_2} \delta_{s_1 s_2} + (1 - \delta_{t_1 t_2}) \delta_{t_1 s_2} \delta_{s_1 t_2}$$

が成立することである。 λ_1 についての和を積分に置き換えれば

$$\sum \frac{|g_{\lambda_1 t_1}|^2 |g_{\lambda_1 s_1}|^2}{|E - W_{\lambda_1}|^2} = \frac{I}{D} \left\langle \frac{1}{I} \int_{E-I/2}^{E+I/2} \frac{\Gamma_{\lambda_1 t_1} \Gamma_{\lambda_1 s_1}}{(E' - E)^2 + \Gamma_{\lambda_1}^2/4} dE' \right\rangle \simeq \frac{2\pi}{D} \left\langle \frac{\Gamma_{\lambda_1 t_1} \Gamma_{\lambda_1 s_1}}{\Gamma_{\lambda_1}} \right\rangle \\ \Gamma_{\lambda_1} \equiv |g_{\lambda_1 s_1}|^2$$

から

$$\overline{S_{t_1 s_1}^{J_1 c n} S_{t_2 s_2}^{J_2 c n}} \simeq \delta_{J_1 J_2} \delta(t_1 s_1 t_2 s_2) \frac{2\pi}{D} \left\langle \frac{\Gamma_{\lambda_1 t_1} \Gamma_{\lambda_1 s_1}}{\Gamma_{\lambda_1}} \right\rangle \quad (\text{A-10})$$

となる。

ところで、上記の共鳴パラメタの統計的性質に対する仮定は、(イ) $\lambda_1 \neq \lambda_2$ の項はすべて消える。(ロ) $g_{\lambda_1 t_1} g_{\lambda_1 s_1} g_{\lambda_2 t_2} g_{\lambda_2 s_2}$ が $|g_{\lambda_1 t_1}|^2 |g_{\lambda_1 s_1}|^2$ となる。に分けて解釈することができる。(イ) から、

$$\overline{S_{t_1 s_1}^{J_1 c n} S_{t_2 s_2}^{J_2 c n}} \simeq \frac{2\pi}{D} \left\langle \frac{g_{\lambda_1 t_1} g_{\lambda_1 s_1} g_{\lambda_2 t_2} g_{\lambda_2 s_2}}{\Gamma_{\lambda_1}} \right\rangle \delta_{J_1 J_2} \quad (\text{A-11})$$

が導びかれ、(ロ) から

$$\left\langle \frac{g_{\lambda_1 t_1} g_{\lambda_1 s_1} g_{\lambda_2 t_2} g_{\lambda_2 s_2}}{\Gamma_{\lambda_1}} \right\rangle = \left\langle \frac{|g_{\lambda_1 t_1}|^2 |g_{\lambda_1 s_1}|^2}{\Gamma_{\lambda_1}} \right\rangle \delta(t_1 s_1 t_2 s_2) \quad (\text{A-12})$$

が導びかれる。

しかし、実際の核反応ではチャンネル s, t に対して $g_{\lambda s}, g_{\lambda t}$ には相関が生じている場合がある。この相関の原因は直接過程が存在することにある。このことは、透過行列

$$Q \equiv S^{cm} S^{cm*} = (S - S^{dr})(S - S^{dr})^* \\ = SS^* - S^{dr} S^{dr*} = 1 - S^{dr} S^{dr*} \quad (\text{A-13})$$

の行列要素の検討から確かめられる。この表示の初めの関係から得られる行列要素

$$Q_{ts} = \sum_m \overline{S_{t m}^{c n} S_{s m}^{c n*}} \quad (\text{A-14})$$

は、統計模型の仮定を用いれば

$$= \frac{2\pi}{D} \left\langle \frac{|g_{\lambda t}|^2 |g_{\lambda s}|^2}{\Gamma_{\lambda}} \right\rangle \delta(t m s m) \delta_{J_1 J_2} \quad (\text{A-15})$$

から、非対角成分 $t \neq s$ は零となるのに対し、最後の表示から得られる行列要素 Q_{ts}

(270)

$$Q_{ts} = 1 - \sum_m \overline{S_{t m}^{dr} S_{s m}^{dr*}} \quad (\text{A-16})$$

は、もしひとつの m に対してでも、

$$S_{t m}^{dr} \neq 0, S_{s m}^{dr} \neq 0 \quad (\text{A-17})$$

が成立したならば $Q_{ts} \neq 0$ となるという矛盾から確かめられる。

この他、 $\Gamma_{\lambda t}, \Gamma_{\lambda s}, \Gamma_{\lambda}$ 間の相関の問題がある。もし、これらが無相関であれば、

$$\left\langle \frac{\Gamma_{\lambda t} \Gamma_{\lambda s}}{\Gamma_{\lambda}} \right\rangle \simeq \frac{\langle \Gamma_{\lambda t} \rangle \langle \Gamma_{\lambda s} \rangle}{\langle \Gamma_{\lambda} \rangle} \quad (\text{A-18})$$

のような因子の平均値を用いた積の形に分解することが可能である。この操作が可能なる理由は、 $\Gamma_{\lambda t}, \Gamma_{\lambda s}$ が λ とともにでたがらに变化することにある。

実際には、一般に部分幅 $\Gamma_{\lambda 0}$ の大きさは一定の分布則に従っている。すなわち、 $\Gamma_{\lambda 0} / \langle \Gamma_{\lambda 0} \rangle \equiv x$ が x と $x+dx$ との間に存在する確率 $P(x)dx$ は、(A-17)式の成立するチャンネルがない場合は Poter-Thomas 分布

$$P(x)dx = (2\pi x)^{-1/2} e^{-x/2} dx \quad (\text{A-19})$$

を持ち、逆に、(A-17)式の成立するチャンネルが非常に多い場合は、

$$P(x)dx = e^{-x} dx \quad (\text{A-20})$$

を持っている。

統計模型に対する修正は、このように、(A-17)式の成立するチャンネルが存在することに対する補正と (A-18) 式の近似に対する補正とから成り立っている。

付録-2 Hanser-Feshbach の公式

Hanser-Feshbach の公式の意味を考察してみる。

(A-18) 式において、

$$T_s^J \equiv \sum_s \overline{|S_{s s}^{J c n}|^2} \quad (\text{B-1})$$

を透過係数と名づけることにすれば、

$$T_s^J = \sum_{s'} \frac{2\pi}{D} \frac{\langle \Gamma_{\lambda s} \rangle \langle \Gamma_{\lambda s'} \rangle}{\langle \Gamma_{\lambda} \rangle} \\ = \frac{2\pi}{D} \frac{\langle \Gamma_{\lambda s} \rangle}{\langle \Gamma_{\lambda} \rangle} \cdot \sum_s \langle \Gamma_{\lambda s} \rangle$$

となる。

特に

$$\Gamma_{\lambda} = \sum_s \Gamma_{\lambda s}$$

が成立する場合は、透過係数は強度関数 S_s に比例する。

$$T_s^J = 2\pi \frac{\langle \Gamma_{\lambda s} \rangle}{D} \equiv 2\pi S_s \quad (\text{B-2})$$

両辺を s について加えれば、

$$\frac{T_t^J T_s^J}{\sum_s T_s^J} = \frac{2\pi}{D} \frac{\langle \Gamma_{\lambda t} \rangle \langle \Gamma_{\lambda s} \rangle}{\langle \Gamma_{\lambda} \rangle} = \overline{|S_{t s}^{J c n}|^2} \quad (\text{B-3})$$

を得る。

c チャネルを通過しての複合核形成の断面積 $\sigma_c^{c'n}$ は

$$\sigma_c^{c'n} = \sum_c \sigma_c^{c'n} = \frac{\pi}{K_c^2} \sum_{l,I,J} \frac{2J+1}{(2J_c+1)(2J_c+1)} \frac{T_{c'}^J T_c^J}{\sum_{c'} T_{c'}^J} \quad (\text{B-4})$$

$$= \frac{\pi}{k_c^2} \sum_{l,I,J} \frac{2J+1}{(2J_c+1)(2J_c+1)} T_c^J \quad (\text{B-5})$$

として求められる。

ここで

$$T_c^J = \begin{cases} T_{cl}(E_c), & (|J-I| \leq l \leq J+I) \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases} \quad (\text{B-6})$$

の仮定をすれば、 l, I, J に対する和は簡単となり

$$\sigma_c^{c'n} = \frac{\pi}{k_c^2} \sum_l (2l+1) T_{cl}(E_c) \quad (\text{B-7})$$

と与えられる。

(B-4) 式が Hanser-Feshbach の公式のうち、断面積に関する公式である。この公式によれば、複合核が形成され、崩壊する確率は、複合核がチャネル c から形成される確率 T_c と、すべての可能な崩壊のうちで特に c' へと崩壊する確率 $T_{c'}/\sum_{c'} T_{c'}$ との積で与えられ、複合核の形成と崩壊とは独立事象として記述されている。

透過係数 T_c^J は (A-13) 式の最後の表現から、 S^{dr} だけの行列要素から計算できる。実際の計算では、行列要素 S_{cc}^{dr} のうちで最大の量 S_{cc}^{dr} を光学模型から求め、以下の近似から透過係数を計算する。

$$T_c^J \simeq 1 - |S_{cc}^{dr}|^2$$

T_c^J は光学模型で求めた量 $|S_{cc}^{dr}|^2$ に依存する。光学ポテンシャルによる 1 粒子共鳴があると $|S_{cc}^{dr}|^2$ は 1 よりも小さくなるから T_c^J は大きくなる。

このようにして、直接過程と複合核過程とは、互いに密接に結びついている。

付録-3 分岐比の計算法

量 F_i は下記のごとく、励起エネルギー U におけるレベル密度 $W(U)$ 、粒子の放出を逆にたどって複合核状態にもたすための、いわゆる逆過程断面積 $\sigma_i(E)$ を用いて表わされる。

$$F_i = kg_i m_i \int_0^{E_{\max}} E \sigma_i(E) W_i(U_i) dE \quad (\text{C-1})$$

g_i は放出粒子のスピンの決まる因子で、統計的因子と呼ばれる量であり、 m_i は放出粒子 i の換算質量、 K は入射中性子の Debloy 波の波数である。励起エネル

ギー U_i は (n, i) 反応の Q 値、重心系での入射中性子エネルギー E_n を用いて

$$U_i = E_n + Q(n, i) - E \quad (\text{C-2})$$

と与えられる。積分の上限は、放出粒子 i に与えられる最大エネルギーであり、以下のごとく与えられる。

$$E_{\max} = E_n + Q(n, i) \quad (\text{C-3})$$

積分を実行する際に、荷電粒子に対する σ_i のエネルギー依存性として

$$\sigma_i(E) = \begin{cases} \sigma_0(1 - B_i/E) & E \geq B_i \\ 0 & E < B_i \end{cases} \quad (\text{C-4})$$

を仮定する。中性子放出に対しては、 σ_i のエネルギー依存性は無視できるものと仮定する。

B_i はクーロン障壁の高さの実効値であり、原子番号 z とともにゆっくりと変化する係数 K_i と、核質量 A にも依存する量 V_i とから求められる。

$$B_i = K_i V_i \quad (\text{C-5})$$

$$V_i = \begin{cases} 1.019(z-1)/(A^{1/3}+1) & (\text{MeV}), i=P \\ 2.038(z-2)/((A-3)^{1/3}+4^{1/3}) & (\text{MeV}), i=\alpha \end{cases} \quad (\text{C-6})$$

積分を実行した結果得られる断面積は、以下のごとく書ける。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{(n,p)}/\sigma_r &= I_p e^{D_p/T} / (1 + I_p e^{D_p/T}) \\ D_p &= Q_{(n,p)} + \delta_T - \delta_R - B_p \\ I_p &= 1 - (1 + E_{mp}/T) e^{-E_{mp}/T} \\ E_{mp} &= E_n + Q_{(n,p)} - B_p \end{aligned} \right\} \quad (\text{C-7})$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{(n,\alpha)}/\sigma_r &= 2I_\alpha e^{D_\alpha/T} / (1 + I_\alpha e^{D_\alpha/T}) \\ D_\alpha &= Q_{(n,\alpha)} + \delta_T - \delta_R - B_\alpha \\ I_\alpha &= 1 - (1 + E_{m\alpha}/T) e^{-E_{m\alpha}/T} \\ E_{m\alpha} &= E_n + Q_{(n,\alpha)} - B_\alpha \end{aligned} \right\} \quad (\text{C-8})$$

$$\sigma_{(n,2n)}/\sigma_r = \frac{(1 - (1 + (E_n - S_n)/T) e^{-(E_n - S_n)/T})}{1 + I_p e^{D_p/T}} \quad (\text{C-9})$$

ただし、(C-9)式は

$$\sigma_{(n,2n)}/\sigma_r = F_{2n} / \sum_i F_i = (F_{2n}/F_n) (\sum_i F_i/F_n)^{-1} \quad (\text{C-9}')$$

として求めた。(C-9)' 式の右辺の第二因子は、どの反応にも共通な因子を与える。

S_n は標的核に対する中性子分離エネルギーであり、 δ_T は標的核の対エネルギー (Pairing Energy)、 δ_R は粒子放出後の核の対エネルギーである。

原子核を構成する中性子や陽子の数の偶奇性が、レベル密度のエネルギー依存性に δ だけのずれを生ずる。これは中性子や陽子の対を励起するのに要するエ

エネルギーである。 δ は、中性子、陽子ともに奇数の場合を基準として与えている。

^{56}Fe に 14.5 MeV の中性子が入射した場合の $\sigma(n, p)$, $\sigma(n, \alpha)$, $\sigma(n, 2n)$ は、上式の各量に、以下に示す値を与えることで得られる^{29)~32)}。

$$\left. \begin{aligned} E_n &= 14.24 \text{ (MeV)}, \\ Q_{(n, p)} &= -2.9191 \text{ (MeV)}^{30)}, \\ Q_{(n, \alpha)} &= 0.3220 \text{ (MeV)}^{30)}, \\ S_n &= 11.2027 \text{ (MeV)}^{31)}, \\ T &= 1.5833 \text{ (MeV)}^{32)}, \\ K_p &= 0.647^{29)} \\ K_\alpha &= 0.881^{29)} \\ \delta_T &= 1.54 + 1.27 \text{ (MeV)} \\ \delta_R &= 0 \end{aligned} \right\} (n, p) \text{ 反応}^{32)}$$

$$\left. \begin{aligned} \delta_T &= 1.54 + 1.27 \text{ (MeV)} \\ \delta_R &= 1.35 + 1.30 \text{ (MeV)} \end{aligned} \right\} (n, \alpha) \text{ 反応}^{32)}$$

$$(C-10)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{n, p}/\sigma_r &= 0.09385 \\ \sigma_{n, \alpha}/\sigma_r &= 0.01381 \\ \sigma_{n, 2n}/\sigma_r &= 0.51729 \end{aligned} \right\} (C-11)$$

付録-4 光学模型による断面積の計算

入射中性子が原子核と相互作用している系全体の状態は、Shlödinger 方程式の解 $\varphi_i^{(j)}$ として与えられる。

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} + K^2 V_c^{(r)} + [j(j+1) \\ - l(l+1) - s(s-1)] V_{so}(r) - V_{coul}(r) \end{aligned} \right\} \varphi_i^{(j)} = 0 \quad (D-1)$$

ただし、上式は重心系に対する式であり、 $V_c(r)$ は中心力、 V_{so} はスピン-軌道結合、 V_{coul} はクーロンのポテンシャルを表わす。 μ は換算質量、 k は相対運動の波数を表わす。

$$\left. \begin{aligned} M &= mM/(m+M), \\ k &= (2\mu E/\hbar^2)^{1/2}, \\ E &= (M/m+M)E_0 \end{aligned} \right\} (D-2)$$

E_0 実験室系における入射中性子エネルギーとする。

入射エネルギーに比較してポテンシャルエネルギーが充分小さな値である領域では、(D-1)式の解はある漸近解に近づく。

$$\varphi_i^{(j)}(r) \rightarrow u_i^{(j-)}(Kr) = u_i^{(j-)}(Kr) - S_i^{(j)} u_i^{(j+)}(Kr) \quad (D-3)$$

$u_i^{(j-)}$, $u_i^{(j+)}$ は入射波と散乱波を意味し、球ノイマン関

数 $j_l(Kr)$ と球 Bessel 関数 $\eta_l(Kr)$ で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} u_i^{(\pm)} &= G_i(Kr) \pm iF_i(Kr) \\ G_i(Kr) &\equiv Kr\tilde{\gamma}_i(Kr) \\ F_i(Kr) &\equiv -Kr\eta_i(Kr) \end{aligned} \right\} (D-4)$$

Kr が小さな値の場合は、Shlödinger 方程式の解は変動のはげしい関数である。上記漸近解は $Kr \equiv \rho$ の値の、ある値 ρ_M よりも大きい領域で成立する。他方、 ρ_M よりも小さな領域 (内部領域と称す)。では、実際上は、(D-1) 式を数値的に解くことになる。その場合、内部領域の解と漸近解とが、 ρ_M においてなめらかに接続するという境界条件を付加することにより、 $S_i^{(j)}$ が決定される。

動径方向の距離 ρ_M における内部領域の波動関数の対数微分を $f_i^{(j)}(\rho_M)$ と表わせば、 $S_i^{(j)}$ は

$$\left. \begin{aligned} S_i^{(j)} &= \frac{f_i^{(j)} - (\Delta_i - is_i)u_i^{(j-)}(\rho_M)}{f_i^{(j)} - (\Delta_i + is_i)u_i^{(j+)}(\rho_M)} \\ f_i^{(j)} &\equiv r_M \left[\frac{d\varphi_i^{(j)}}{dr} / \varphi_i^{(j)} \right]_{\rho=\rho_M} \\ \Delta_i \pm is_i &= \rho_M \left[\frac{du_i^{(\pm)}}{d\rho} / u_i^{(\pm)} \right]_{\rho=\rho_M} \end{aligned} \right\} (D-5)$$

として与えられる。

中性子の形状弾性散乱断面積 σ_{el}^{nl} とその角度分布 $d\sigma_{el}^{nl}/d\Omega$ は

$$\sigma_{el}^{nl} = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} \{ (l+1) |1 - S_i^{(l+1)}|^2 + l |1 - S_i^{(l-1)}|^2 \} \quad (D-6)$$

$$\frac{d\sigma_{el}^{nl}}{d\Omega} = \{ |A(\theta)|^2 + |B(\theta)|^2 \} \quad (D-7)$$

$$A(\theta) = \frac{i}{2k} \sum_{l=0}^{\infty} \{ (l+1)(1 - S_i^{(l+1)}) + l(1 - S_i^{(l-1)}) \} P_l(\cos \theta)$$

$$B(\theta) = \frac{1}{2k} \sum_{l=0}^{\infty} \{ S_i^{(l-1)} - S_i^{(l+1)} \} P_l(\cos \theta)$$

で与えられる。

複合核形成の断面積 σ_0 は

$$\sigma_0 = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} \{ (l+1) T_i^{(l+1)} + l T_i^{(l-1)} \} \quad (D-8)$$

$$T_i^{(j)} \equiv 1 - |S_i^{(j)}|^2$$

で与えられる。

全断面積は (D-9) 式、(D-8) 式で与えられる断面積の和として与えられる。

中性子偏極は以下のごとく定義される。

$$P \equiv \frac{A(\theta)^* B(\theta) + A(\theta) B(\theta)^*}{|A(\theta) + B(\theta)|^2} \quad (D-9)$$