

## 中性子非弾性散乱のエネルギー減少行列

山越寿夫\*・植木紘太郎\*・渡辺智恵子\*  
伊藤泰義\*・金井康二\*

### Energy Degradation Matrix for Inelastic Scattering of Neutrons

By

Hisao YAMAKOSHI, Kohtarō UEKI, Chieko WATANABE,  
Yasuyoshi ITOH and Yasuji KANAI

A new formulation is obtained for energy kernel, used in calculation of energy distribution of inelastic neutrons in shields, by taking account of successive emissions of neutrons.

The formulated energy kernel is named "Probability Density Matrix" for energy degradation of inelastic neutrons because the kernel helps visualize cascade of energy degradation of neutrons through inelastic process as a form of probability of energy distribution.

Contributions from discrete part and from continuum part of energy levels of residual nuclei are taken into account in calculation of matrix elements.

As an example, the formulated probability density matrix is applied to calculate energy distributions of inelastic neutrons in Iron shield and compared with energy distribution obtained by ENDF/B-III data.

As a result, it is found that ENDF/B-III data for energy distribution of inelastic neutrons in Iron are inadequate for application to shielding calculation because of contradiction of the energy distribution to experimental nuclear temperature.

#### 1. はじめに

遮蔽体の内、外部における中性子のエネルギースペクトルを算出する場合、中性子が核的相互作用によって遮蔽物質から受ける影響を記述するいくつかの量——各種核反応断面積、散乱後の中性子の角度分布とエネルギー分布——に対する値を計算定数として与える必要がある。

これらの量の値の評価は、古くから多くの著者により行なわれてきているが<sup>1)~8)</sup>、対象とする量により難易がある。最近では、評価データファイル ENDF/B で I から IV まで改訂が進み<sup>9)~11)</sup>、遮蔽計算にも供されるようになってきた。しかし、遮蔽計算に用いるためには、未だ、核種の範囲、核反応の種類、精度の面で評価の詰めを必要とする点がある。そのひとつとし

て、非弾性散乱中性子のエネルギー分布が挙げられる。

中性子非弾性散乱は中性子遮蔽計算において特に重要性の高い核反応であるにもかかわらず、散乱中性子のエネルギー分布の評価は未だ十分な段階に至っていないと思われる。そこで評価値改善の一助とすべく、上記エネルギー分布の解析方法を示すこととする。さらに、本方法による計算結果と従来の評価値とを実験値と比較検討し、評価値の含む問題点を明らかにすることとする。

以下、第2章では中性子遮蔽における非弾性散乱の役割と非弾性散乱の機構の説明を行ない、今回の計算が対象としている現象の範囲を吟味する。第3章では、非弾性散乱中性子のエネルギー減少行列を『確率密度の行列』として表現する利点を述べ、行列要素計算法を導く。第4章では、鉄に対する『確率密度行列』を求め、この結果を用いた非弾性散乱中性子のエ

\* 原子力船舶部 原稿受付：昭和51年1月27日

エネルギー分布を ENDF/B-III のデータを用いたエネルギー分布と比較する。第5章では、核温度の実験値から得られる非弾性中性子のエネルギー分布の知識をもとに、第4章で行なったエネルギー分布の比較に検討を加え、ENDF/B-III のデータにおける問題点を示す。最後に確率行列の性質、確率行列の計算における仮定、確率行列を遮蔽計算へ応用する場合の注意を述べることとする。

第6章では、当研究で導かれた結論を述べる。

## 2. 中性子の非弾性散乱

遮蔽体を構成する元素（水素は除外）の原子核に中性子が入射すると弾性散乱のほか非弾性散乱が起こる。非弾性散乱の起こる確率はこの反応断面積が全反応断面積中に占める割合で与えられる。Fig. 1 のごとく、この割合は閾値エネルギー付近では比較的小さな値であるが、入射エネルギーの増大とともに増加する。数 MeV 程度では弾性散乱と同程度の確率で起こることがわかる。

ところで、非弾性散乱と弾性散乱について、それぞ

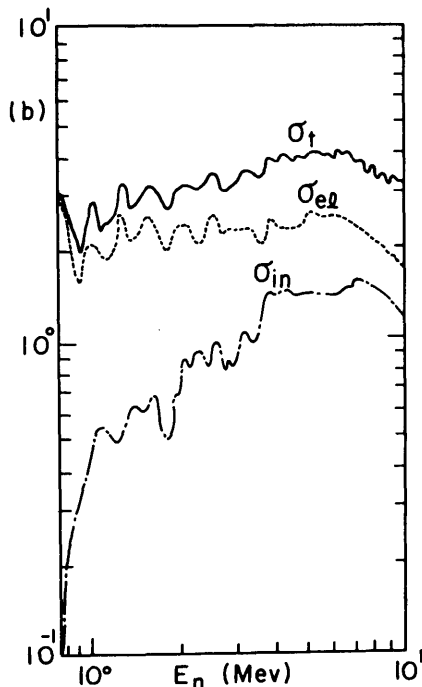


Fig. 1 Energy dependence of total, elastic and inelastic scattering cross sections for Iron. (Cited from ENDF/B-III)

れの核反応当たりの中性子エネルギー最大減少幅  $\Delta E$  を比較すると、水素のように非常に軽い原子核を除外すれば、非弾性散乱のほうが弾性散乱よりもはるかに大きな値である。弾性散乱の場合の  $\Delta E$  は、核質量数  $A$  を用いて  $\Delta E = E \left( 1 - \left( \frac{A-1}{A+1} \right)^2 \right)$  で与えられる。そこで、散乱核の質量が大きなほど、この相違は大きくなる。たとえば、鉄を遮蔽体とした場合、15 MeV の中性子は1回の非弾性散乱の結果、ほとんど 1~2 MeV の中性子となると考えられる。かように、遮蔽体中のエネルギースペクトルに及ぼす非弾性散乱の影響は弾性散乱と比較にならないほど大きいといえる。

中性子の非弾性散乱は機構上、直接過程と複合過程とに分けられる。直接過程はさらに、軽い核で生ずる過程と、核の形が歪んだ変形核で生ずる過程とに分けられる。変形核と入射中性子との相互作用は核の表面で起こり、その結果、入射中性子エネルギーは核の回転の励起に使われる<sup>12)-14)</sup>。入射中性子エネルギーが非常に高い場合、あるいは軽い核では、入射中性子と核との相互作用は核内部で起こる。しかし、入射中性子は比較的短かい時間で核を去る。このため、核内の極めてわずかの数の陽子、中性子が励起状態となり、入射中性子と極めてわずかの時間相互作用することになる<sup>15),16)</sup>。励起された陽子、中性子のエネルギーが、陽子、中性子に対する核のポテンシャル障壁よりも大きければ、陽子、中性子は核外に去ることになる。複合核過程は<sup>17)</sup>、核内の陽子、中性子と入射中性子との間の相互作用の持続時間が比較的長く、入射中性子がもたらしたエネルギーが核内陽子、中性子に充分ゆき渡っている描像に対応する。この持続時間の長い相互作用の結果として、原子核は入射中性子のもたらしたエネルギー分だけ高い励起状態（複合核状態と呼ぶ）にある。核中の陽子、中性子間のエネルギー授受に対応して、核内にはこれらの粒子の振動モードが存在する。あるモードの振動では、たまたま、ある陽子、中性子にエネルギーが集中することがあり、そのエネルギーが陽子や中性子を核外に取り出すのに十分な値の場合は、励起状態に崩壊が起こる。

励起状態の崩壊の結果として、より低い励起エネルギーを持つ残留核と非弾性散乱した中性子や陽子が存在する状態が出現する。残留核のエネルギー状態は、その状態がとどまるエネルギーレベル（励起レベルと呼ぶ）で表わされる。励起レベルは低いエネルギーでは広い間隔のとびとびの値をもち、エネルギーが高くなるにつれて間隔が狭くなってゆく。軽い核の場合は

比較的高いエネルギー（数 MeV）まで、励起レベルは不連続となっている。重い核の場合は比較的に低いエネルギーで、不連続レベル間の間隔が狭くなってゆき、連続レベルへと移行する。

直接過程による非弾性散乱中性子の角度分布は、幾個かの極大、極小を持ち、複雑な様相を呈す。複合核過程による非弾性散乱中性子の角度分布は、入射方向に対して  $90^\circ$  の方向で軸対称性がある。

直接過程と複合核過程の非弾性散乱断面積を比較すると、直接過程は 10 MeV 以上のエネルギーの中性子に対して、ようやくその値が現われ始め、30 MeV 程度の中性子に対してはかなり顕著な値となる<sup>16)</sup> (Fig. 2 参照)。

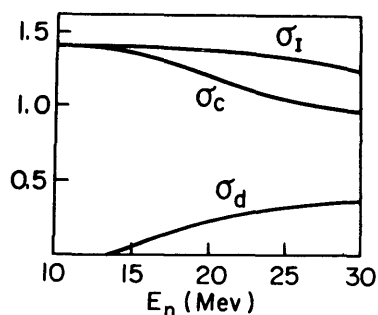


Fig. 2 Energy dependence of compound nucleus formation cross section  $\sigma_c$ , direct process knock out cross section  $\sigma_d$  and reaction cross section for inelastic scattering of neutrons. (Cited from Theo. Phy., 14, 126, (1956))

ところで、原子炉遮蔽計算で扱う中性子エネルギーは、たかだか 15 MeV 程度であり、複合核過程による非弾性散乱の方が非弾性散乱の主要部分を占めていると考えられる。また、軽い核においては、非弾性散乱における直接過程の成分は重要であるが、弾性散乱と非弾性散乱とを散乱断面積として比較すれば、中性子エネルギー減少に大きな役割を果たすのは弾性散乱のほうである。

以上の理由から原子炉遮蔽では、直接過程による非弾性散乱は一応無視することとする。したがって、非弾性散乱による中性子エネルギー分布を以下に論ずる際は、複合核過程のみを考慮することとする。

### 3. 非弾性散乱中性子のエネルギー分布

#### 3.1 エネルギー分布の確率密度行列の導入

非弾性散乱で放出される中性子のエネルギー分布、 $D(E')$  を仮に  $(n, n')$  成分、 $(n, 2n)$  成分……と放出粒子数別に分けることができるとすれば、各々の成分は、あるエネルギー  $E$  の複合核からある運動エネルギー  $E'$  の中性子が放出される確率  $P(E, E')$  を用いて記述される。各成分には不連続成分と連続成分が含まれる。

遮蔽計算においては、 $(n, n')$ 、 $(n, 2n)$ ……の非弾性散乱で生ずる二次中性子全体のエネルギー分布を、入射エネルギーに対応して放出される全中性子数を 1 に規格化して得る、確率  $C(E, E')$  として表現するのが良い。この確率は、入射中性子エネルギーと二次中性子エネルギーとの行列要素を与えており、遮蔽体中を進行する中性子のエネルギー減少のカスケードを理解するのに都合がよい。以下、この行列をエネルギー分布の確率密度行列と名づけることとする。

#### 3.2 エネルギー分布 $D(E, E')$ と中性子放出確率 $P(E, E')$

Fig. 3 で、鉄の同位元素  $^{56}\text{Fe}$  を例に、中性子放出の模型図を示した。質量数  $A=56$  の原子核に 15 MeV の中性子が入射し  $(n, n')$ 、 $(n, 2n)$  まで中性子放出が可能である例を、同図で示した。質量数  $A$  の残留核のエネルギーを  $\epsilon$ 、放出中性子エネルギーを  $E'$  とす

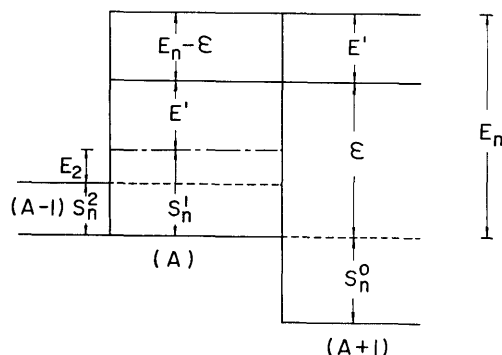


Fig. 3 Schematic illustration of mechanism for emission of neutrons from  $(n, n')$ 、 $(n, 2n)$  and  $(n, 3n)$  reactions, where mass number of the target nucleus is  $A$ . Incident energy is shown by  $E_n$ . Emission of neutrons from  $(n, 3n)$  reaction will be prohibited if the energy  $E_2$  in the figure is smaller than the fixed value  $E'$  for the emitted neutron.

る。複合核のエネルギー  $E$  は、 $E = \epsilon + E' + S_n^0$  で与えられる。

前節にしたがって  $D$  を  $(n, n')$  反応と  $(n, 2n)$  反応に由来する部分に分割した場合

$$D(E, E') = AD_{n'}(E, E') + BD_{2n}(E, E') \quad (1)$$

$D_{n'}$ ,  $D_{2n}$  はそれぞれ  $P(E, E')$  とは以下のような比例関係

$$\left. \begin{aligned} D_{n'}(E, E') &\propto P(E, E') \\ D_{2n}^d(E, E') &\propto \int_{S_{n'+E'}}^E P(E, E') N_2(\epsilon, E') d\epsilon \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

がある。

確率  $P(E, E')$  は、Weiskopf の逆過程<sup>17)</sup> による複合核形成断面積  $\sigma_0(E')$  と、レベル密度  $W(\epsilon)$  を用いて

$$P(E, E') = E' \sigma_0(E') W(\epsilon) \quad (3)$$

で与えることとする。

関数  $N_2(\epsilon, E')$  は、エネルギー  $\epsilon$  の残留核から、エネルギー  $E'$  の第二中性子が放射される場合のエネルギースペクトルであり、

$$N_2(\epsilon, E') = E' \sigma_0(E') W(\epsilon - (E' + S_n^0)) \quad (4)$$

で与えられる。ここで、 $S_n^0$  はエネルギー  $E'$  の第二中性子の放出に伴い現われる基底レベルのエネルギー変化高であり、質量数 ( $A$ ) の核の中性子分離エネルギーに相当する。

複合核形成断面積  $\sigma_0(E')$  は近似的に<sup>18)</sup>

$$\begin{aligned} \sigma_0(E') &= \left\{ 0.76 + 2.2 A^{-1/3} \right. \\ &\quad \left. + \frac{2.12 A^{-2/3} - 0.05}{E'} \right\} \pi R^2(b) \\ R &= 1.5 \times 10^{-13} A^{1/3} \text{ (cm)} \end{aligned} \quad (5)$$

で与えることとする。

レベル密度  $W(\epsilon)$  のかたちは補編-I に示すごとく、臨界エネルギーより高いエネルギーでは

$$W_H(\epsilon) = \frac{\exp(2\sqrt{aU})}{12\sqrt{2} \sigma a^{1/4} U^{5/4}} \quad (6)$$

で、また低いエネルギーでは、

$$W_L(\epsilon) = \exp((\epsilon - E_0)/T_0) \quad (7)$$

で与えられる<sup>19)</sup>。

$U$  は陽子、中性子の対エネルギーを考慮した励起エネルギーである。 $a$  はフェルミ気体の一粒子レベル間隔であり、陽子、中性子の殻構造の効果を補正してある。 $E_0$ ,  $T_0$  とも、 $E_x$  における  $W_H$  の値と  $E_x$  とから決定される量である。 $E_x$  自身は質量数  $A$  と陽

子、中性子の対エネルギーとから決定される。 $\sigma$  はスピンカット・オフエネルギーと呼ばれ、 $U$  と  $A$  から決定される。

### 3.3 確率密度行列の計算法

エネルギー分布  $D(E, E')$  を、放出個数別ならびに、連続、不連続成分別に分解して、以下のように表わすことにする。

$$D(E, E') = A_n^c D_n^c(E, E') + A_n^d D_n^d(E, E') + B_{2n}^c D_{2n}^c(E, E') + B_{2n}^d D_{2n}^d(E, E') \quad (8)$$

係数の上側添字  $c, d$  はそれぞれ、連続成分と不連続成分を表わす。

上式の右辺の4個の係数は、以下の附加条件を果して決定することにする。

$$(i) \int_0^{E_{in}} D(E, E') dE' = 1 \quad (9.1)$$

$$(ii) \frac{\int_0^{E_{in}} B_{2n}^d D_{2n}^d(E, E') dE' + \sum_i \int_0^{E_{in}} B_{2n}^d D_{2n}^d}{\int_0^{E_{in}} A_n^c D_n^c(E, E') dE' + \sum_i \int_0^{E_{in}} A_n^d D_n^d} = \frac{(E, E_i') \delta(E' - E_i') dE'}{(E, E_i') \delta(E' - E_i') dE'} = \alpha \quad (9.2)$$

$$\alpha \equiv \Gamma'_{n, 2n} / \Gamma_{n, n'}$$

$$(i') \frac{\int A_n^d D_n^d(E, E_i') \delta(E' - E_i') dE'}{\int B_n^c D_n^c(E, E') dE'} \equiv g_{n, n'} = \sigma_{n, n'}^d(E) / \sigma_{n, n'}^c(E) \quad (9.3)$$

$$(ii') \frac{\int B_{2n}^d D_{2n}^d(E, E_i') \delta(E' - E_i') dE'}{\int B_{2n}^d D_{2n}^d(E, E') dE'} \equiv g_{n, 2n} = \sigma_{n, 2n}^d(E) / \sigma_{n, 2n}^c(E) \quad (9.4)$$

条件(i)は、前節に従えば、エネルギーカスケード行列  $C_n(E, E')$  が満足する規格条件でもある。(i)~(ii')の条件を満たすように係数が決められた場合の  $D(E, E')$  を、係数も含めて、 $C_n(E, E')$  と表わすのである。したがって、

$$\begin{aligned} C_n(E, E') &= C_n^c(E, E') + C_n^d(E, E') \\ &\quad + C_{n, 2n}^c(E, E') + C_{n, 2n}^d(E, E') \quad (10) \\ C_n^c(E, E') &\equiv A_n^c D_n^c(E, E') \\ C_n^d(E, E') &\equiv A_n^d D_n^d(E, E') \\ C_{n, 2n}^c(E, E') &\equiv B_{2n}^c D_{2n}^c(E, E') \\ C_{n, 2n}^d(E, E') &\equiv B_{2n}^d D_{2n}^d(E, E') \end{aligned}$$

となる。

条件 (ii) は,  $(n, n')$  反応,  $(n, 2n)$  反応それぞれから放出される全中性子数の比が, 複合核がそれぞれの反応のチャンネルに崩壊する分岐比  $\Gamma_{n, n'}/\Gamma_{tot}$ ,  $\Gamma_{n, 2n}/\Gamma_{tot}$  の割合と一致することを意味している。 $\Gamma_{tot}$  は崩壊先のすべてのチャンネルの幅の和である。 $\Gamma_{n, n'}$  等はレベル密度から算出される。したがって,  $\alpha$  は既知量と考えられる。不連続成分のエネルギーは  $E_i'$  で表わしてある。

条件 (i)~(iv) では, 連続成分と不連続成分との全粒子数の比  $g_n$  が, 断面積の連続成分と不連続成分との比に一致することを意味する。入射エネルギー  $E$  に対する励起関数として各レベルの断面積が与えられている場合は  $g_n$  が既知量と考えられる。もし, 励起関数が与えられていない場合, あるいは逆に, 連続成分がない場合は, 式 (8) にたちもどって係数を決定すれば良い。

(i)~(iv) の条件で決まる係数の形は以下の通りである。

$$A_{n'}^d = \frac{1}{(1+\alpha)(1+g_{n, n'})} \int D_{n'}^d(E, E') dE' \quad (11.1)$$

$$A_{n'}^d = \frac{g_{n, n'}}{(1+\alpha)(1+g_{n, n'})} \int_i D_{n'}^d(E, E') \delta(E' - E_i') dE' \quad (11.2)$$

$$B_{2n}^c = \frac{\alpha}{(1+\alpha)(1+g_{n, 2n})} \int D_{2n}^c(E, E') dE' \quad (11.3)$$

$$B_{2n}^d = \frac{\alpha g_{n, 2n}}{(1+\alpha)(1+g_{n, 2n})} \int_i D_{2n}^d(E, E') \delta(E' - E_i') dE' \quad (11.4)$$

#### 4. 鉄の非弾性散乱への応用

鉄は遮蔽設計に用いられる機会の多い物質である。鉄の 92 パーセントは  $^{56}\text{Fe}$  で占められている。 $^{56}\text{Fe}$  の  $(n, n')$  反応の各レベルに対するエネルギー, スピン, パリティ, はかなり高いエネルギーまで測定されている<sup>20)~24)</sup>。励起関数の実験値も低いレベルに対しては分解能の良い値が発表されるようになってきた<sup>25), 26)</sup>。前章の  $g_{n, n'}$  を計算する際は, レベルのス

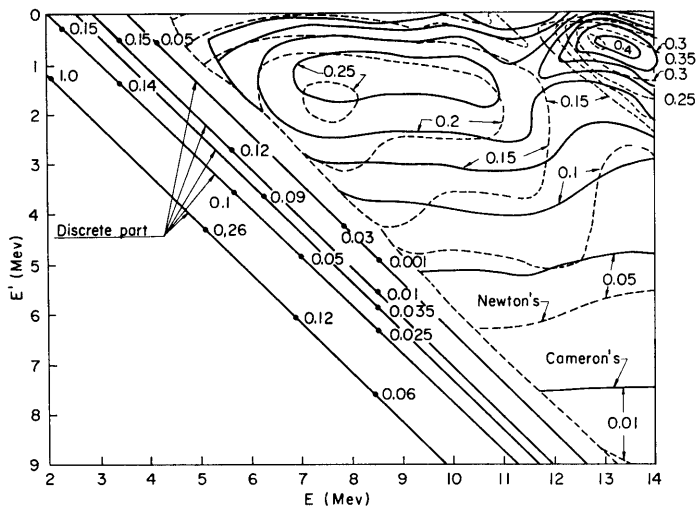


Fig. 4 Contour of the probability density matrix elements for  $^{56}\text{Fe}$ . Lines in the figure correspond to the discrete part of the matrix. The first line from the left side is contribution from those inelastic neutrons which leave the residual nucleus in the first excited state. similar statement can be held for other lines. In the figure, many lines are omitted between 4-th and the last line for brevity. Ridges near 7 MeV of energy  $E'$  are formed by neutrons from the  $(n, n')$  reaction. Ridges near 13 MeV are formed by contribution from  $(n, 2n)$  reaction.

ピン, パリティ, エネルギーに対する値を用いて光学模型計算を行ない, 励起関数, 全反応断面積, 弾性散乱の角度分布等の検討から, 計算に用いた光学ポテンシャルの妥当性を確認した<sup>27)</sup>. 低いエネルギーのレベルに対しては, 分解能の良い測定値の結果を用いて計算値に修正を加える方法をとっている。

前章に示した計算方法を用い, 非弾性散乱中性子の<sup>56</sup>Feにおける確率密度行列を計算した。Fig. 4にこの結果を示す。同図は, 入射エネルギーと放出エネルギーとの関数で確率行列の値を, 等高線として表わしたものである。入射, 放出中性子のエネルギーを0.01 MeVのきざみで変化させて計算を行なっている。

<sup>56</sup>Feの中性子放出反応は, 入射エネルギーが15 MeVの場合に $(n, n')$ 反応と $(n, 2n)$ 反応までが可能である。計算では,  $(n, 2n)$ 反応で生ずる中性子はすべて連続エネルギー成分とみなしている。等高曲線は, 放出中性子の連続成分の確率密度の点をつらねたものであり, 記入値はその値である。同図左側に描かれた直線群は $(n, n')$ 反応で生じた中性子の不連続成分を表わし, 左側から順次第一励起レベル, 第二励

起レベル……に由来した成分となっている。確率密度の値は同一励起レベルに由来したものについては, 同一直線上に存在する。その値と入射, 放出エネルギーとの対応のあらまは, 直線上に記入してある。励起レベルのエネルギーが増加するにつれて, 直線間の間隔は減少してゆくが, 同図では簡潔のため, 第四レベルから最終レベルまでの間の直線は省略してある。

連続成分の計算に現われるレベル密度パラメタ $a$ の算出方法の相違が, 同図中で実線と点線のちがいで表わされている (Table 1)。

等高線には, 2個の嶺が描かれている。左側の嶺は主として,  $(n, n')$ 反応で生じた中性子からの寄与にもとづくものであり, 右側の嶺は, 主として $(n, 2n)$ 反応で生じた中性子からの寄与にもとづいている。このことから, 入射中性子エネルギーが高い場合は, 鉄の $(n, n')$ 反応の他に $(n, 2n)$ 反応による中性子減速も無視できないことがうかがえる。

ENDF/B-IIIで与えられる, 鉄の $(n, n')$ 反応,  $(n, 2n)$ 反応から生じた中性子のエネルギー分布<sup>28)</sup>を Fig. 5aに示し, 前章に導いた式を用いて計算した同

Table 1 Comparison of Calculated  $a$ -value for Iron Isotopes

|                  | Newton's Method |             |           |       | Cameron's Method |       |       |       |
|------------------|-----------------|-------------|-----------|-------|------------------|-------|-------|-------|
|                  | $\bar{J}_z$     | $\bar{J}_N$ | $A^{1/3}$ | $a$   | $S_z$            | $S_N$ | $S$   | $a$   |
| <sup>56</sup> Fe | 8               | 4           | 3.8258    | 3.535 | -18.19           | 13.5  | -4.69 | 5.544 |
| <sup>57</sup> Fe | 8               | 4           | 3.8485    | 3.556 | -18.19           | 13.0  | -5.19 | 5.381 |
| <sup>58</sup> Fe | 8               | 1.71        | 3.8029    | 2.843 | -18.19           | 13.83 | -4.36 | 5.611 |

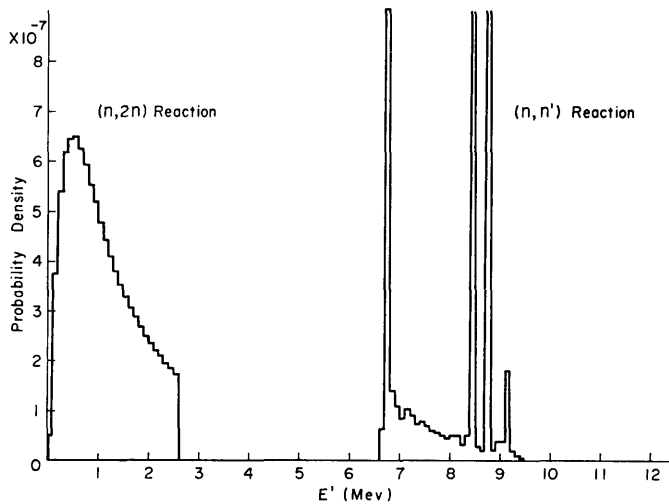


Fig. 5 a Energy distribution of neutrons from  $(n, 2n)$  and  $(n, n')$  reactions cited from ENDF/B-III. Incident energy is 14 MeV and energy mesh is 0.1 MeV. The left figure shows energy distribution from  $(n, 2n)$  reaction. The right figure is for  $(n, n')$  reaction.

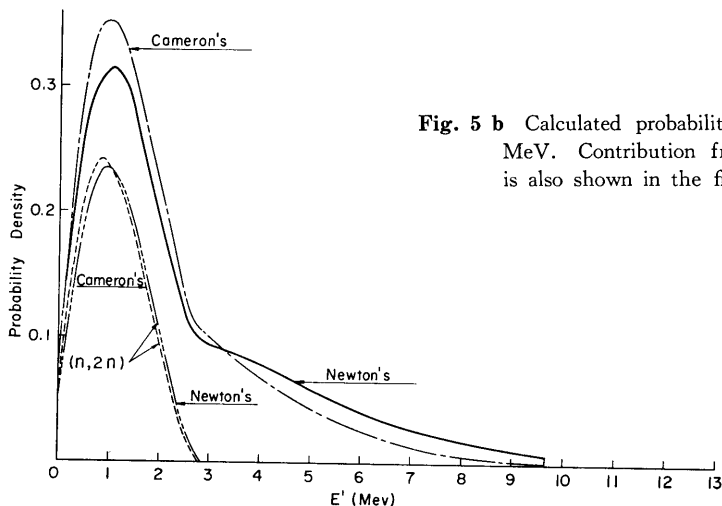


Fig. 5 b Calculated probability density. Incident energy is 14 MeV. Contribution from the  $(n, 2n)$  reaction neutrons is also shown in the figure.

様のエネルギー分布を Fig. 5 b に示す。入射エネルギーはともに、14 MeV である。Fig. 5 b には  $(n, n')$  からの寄与も示してある。同図において、 $(n, n')$  反応に由来する成分のうちで、不連続成分は、 $E'$  の大きな値のところで現われた複数個の棒線として示してある。Fig. 5 a の  $(n, n')$  反応からの中性子エネルギー分布中で、高いエネルギーにおける細く高い山々は、不連続成分である。

Fig. 5 a, 5 b において、 $(n, n')$  反応に由来する成分のエネルギー分布に特徴的な相違がみられる。すなわち、Fig. 5 a においては、分布の低エネルギー成分が欠除してあることと、連続成分の極大値が現われるエネルギーが、Fig. 5 b に比較して、非常に大きい。そこで、Fig. 5 a のこの分布の形は、Maxwell 分布とは、とうてい見なせない。

## 5. 考 察

### 5.1 放出中性子の平均エネルギー

最近、入射中性子エネルギーが 14.8 MeV の場合の鉄の核温度の実験値が Mathur 等により発表された<sup>29)</sup>。入射中性子エネルギーが高いので  $(n, 2n)$  反応からの、放出中性子エネルギースペクトルへの寄与がある。この寄与を考慮した核温度の値として、 $\tau=1.18$  MeV となっている。核温度  $\tau$  は、 $(n, n')$  反応後の核の平均エネルギーである。Le-Couteur<sup>30)</sup> によれば、 $(n, n')$  反応の後にも中性子放出が起こる場合、平均中性子エネルギー  $\bar{E}'$  は、 $\tau$  を用いて、 $\bar{E}'=16\tau/12$  で与えられる。 $(n, n')$  反応で生じた中性子エネルギ

ースペクトルは Maxwell 分布であると考えられ、平均中性子エネルギー  $\bar{E}'$  は  $\bar{E}'=2\tau$  で与えられる(補編-II 参照)。したがって、Mathur の  $\tau$  の値から推定した平均中性子エネルギーは、 $(n, n')$  反応の成分に対して  $\bar{E}'=2.36$  MeV であり、 $(n, 2n)$  反応等の中性子放出による寄与を考慮した平均値は、 $\bar{E}'=1.57$  MeV である。

本計算法で得た中性子のエネルギー分布のうちで、 $(n, n')$ 、 $(n, 2n)$  の各反応の連続成分は Maxwell 分布であると考えられる。Maxwell 分布の場合、分布の極大値を与えるエネルギー  $E'_M$  と平均エネルギー  $\bar{E}'$  との間には、 $\bar{E}' \approx \pi E'_M/4$  の関係がある。

本計算法で放出中性子エネルギーの分布を算出する場合、パラメタ  $a$  の値の算出方法に多少の相違がある<sup>19), 31)</sup>。このため、 $(n, n')$  反応、 $(n, 2n)$  反応で生ずる中性子の連続スペクトル成分の最大値を与えるエネルギー  $E'_M$  には多少の相違が現われる。14.5 MeV のエネルギーの中性子が鉄に入射した結果生ずる中性子に対して、 $E'_M$  の値は、1.5 MeV 付近か 2.0 MeV の付近の値となる。 $\bar{E}' \approx \pi E'_M/4$  の関係式から推定される  $\bar{E}'$  は、1.18 MeV 付近か 1.57 MeV 付近の値となる。

ENDF/B-III の、 $(n, n')$  反応で生じた中性子のエネルギー分布は、その形と  $E'_M$  の値とにおいて、本計算法で求めた結果と非常に異なっている。本計算法を用いたエネルギー分布の平均値として、1.18 MeV あるいは 1.57 MeV の値を採用しても、Mathur 等の核温度の実験値から推算される値 1.57 MeV あるいは、

2.36 MeV に、ENDF/B-III のデータに比較して、はるかに近い値である。

## 5.2 光学模型ポテンシャル・パラメタ

パラメタ  $g_{n,n'}$  を計算する際に、光学模型および統計模型にもとづく全反応断面積、中性子非弾性散乱の励起関数等を計算し、実験値と比較した。その結果、計算に用いられた光学模型のポテンシャル・パラメタは妥当なものであることが明らかとなっている<sup>27)</sup>。

## 5.3 レベル密度パラメタ $a$ の値

Table 1 に示すように、鉄に対するレベル密度パラメタ  $a$  を算出する際に、Newton の式を用いた場合と Gilbert-Cameron の式を用いた場合とでは、 $a$  の値として 100 パーセント程度の相違がみられる。Mathur<sup>29)</sup> 等は、14.8 MeV の入射中性子に対する放出中性子のエネルギースペクトルの解析から、 $a=7.5$  (MeV)<sup>-1</sup> の値を得ている。

パラメタ  $a$  の実験値が得られていない場合は、Newton の式<sup>31)</sup> あるいは Gilbert-Cameron の式<sup>19)</sup> のいずれかによってその値を決めざるを得ない。上記のごとく、 $a$  の値が非常に異なった場合でも、核温度の推算値への影響は、 $a$  の値の平方根として利くので、(補編-II 参照)、平均エネルギー  $\bar{E}'$  への影響も、 $a$  の値自身ほどには大きくはない。

現在のところ、遮蔽計算にどちらの計算式を用いた方がより妥当であるのか、明確ではない。

## 5.4 エネルギー組み分け

遮蔽計算のエネルギー減速核の値として、本方法による確率密度行列を用いる場合は、Fig. 4 のような、こまかな入射エネルギー幅、放出エネルギー幅をそのまま減速核にもちこむことはできない。すなわち、入射エネルギー幅、放出エネルギー幅をもっと大きく選ぶ、いわゆるエネルギー組み分けの手続きが必要である。

エネルギー組み分けを行なった場合は、同一エネルギー群に属す中性子の確率密度行列は、そのエネルギー群内では同一の値、すなわち平均値をとる。したがって、放出中性子のエネルギースペクトルのうちで、不連続成分については、群への割り当て方が問題となる。

エネルギー組み分け法の 1 つとして、同一レザジー幅で群を作成した場合は、高いエネルギーでは広いエネルギー範囲が同一群に属すこととなり、したがって多くの不連続成分が同一群に属すこととなる。この結果、高いエネルギーを持つ群ほど、不連続成分のかた

ちで減速される中性子数が過大評価され、遮蔽体中の中性子エネルギーの減少カスケードに歪みが生ずる。

このエネルギー組み分け法の問題は、各種核反応断面積のエネルギー依存性を考慮する時に、同時に考慮されるべき重要な問題を含んでいる。今後、遮蔽計算へ本計算法の結果を応用する際に検討することとする。

## 5.5 確率 $P(E, E')$ の関数形と仮定

本計算法で採用した確率  $P(E, E')$  の関数形は、解析的に非常に単純である。しかし、この形を導くにあたり、核のレベル密度がスピン  $j$  に、 $(2j+1)$  の形で比例するとの仮定が含まれている。

エネルギー  $E'$  の中性子が、励起エネルギー  $E_{ex}$ 、スピン  $J$  の複合核から放出され、エネルギー  $\epsilon$ 、スピン  $j$  の残留核が生ずる割合を  $R(\epsilon, j)$  とすれば、

$$R(\epsilon, j)d\epsilon = \frac{1}{\hbar} \frac{\Omega(\epsilon, j)}{\Omega(E_{ex}, J)} \sum_{s=|j-s|}^{j+s} \sum_{l=|J-s|}^{J+s} T_l d\epsilon \quad (12)$$

で与えられる。

$T_l$  は角運動量  $l$  の部分波に対する透過係数であり、 $S$  はベクトル  $\vec{S}=\vec{s}+\vec{j}$  の大きさである。 $s$  は放出粒子のスピンである。スピンも含めて、レベル密度は以下のように与えられているものとする。

$$\Omega(\epsilon, j) = \frac{\sqrt{\pi}}{12} \frac{\exp(2\sqrt{a\epsilon})}{a^{1/4} \epsilon^{5/4}} \times \frac{(2j+1) \exp(-(j+1/2)^2/2\sigma^2)}{\sqrt{2\pi}\sigma^3} \quad (13)$$

レベル密度のスピン依存性が  $(2j+1)$  に比例すると仮定した場合は、

$$\sum_{j=|s-S|}^{s+S} (2j+1) = (2s+1)(2S+1) \quad (14)$$

$$\sum_{s=|J-l|}^{J+l} (2S+1) = (2J+1)(2l+1) \quad (15)$$

を考慮すれば、

$$R(\epsilon, j) = \frac{(2s+1)}{\hbar} \frac{W(\epsilon)\tau_{ex}^{3/2}}{W(E_{ex})\tau_{re}^{3/2}} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) T_l \quad (16)$$

の形となる。 $\tau_{ex}$  と  $\tau_{re}$  は励起核と残留核の核温度である。

ところで、逆過程から複合核を形成する際の断面積  $\sigma_0$  は

$$\sigma_0 \equiv \pi \lambda^2 \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) T_l \quad (17)$$



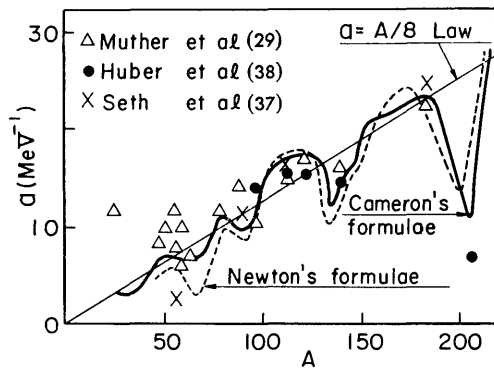


Fig. 6 Comparison of calculated values of parameter  $a$  with experimental values.

として与えられるので、 $\lambda$  を、放出中性子のエネルギー  $E'$ 、放出中性子と残留核との系に対する換算質量  $\mu$  を用いて表わした形、

$$\lambda^2 = \frac{\hbar^2}{2\mu E'} \quad (18)$$

を代入すれば、結局、 $R(\epsilon)$  には以下の比例関係が存在することになる。

$$R(\epsilon) \propto E' \sigma_a(E') W(\epsilon) \quad (19)$$

したがって、確率  $P(E, E')$  は、本来、 $R(\epsilon, j)$  の定義式の形で計算されるべきである。したがって、實際上、本計算法における  $P(E, E')$  を導いた仮定が、どれほどの妥当性を持つか、仮定の適用範囲を明らかにすることが、今後必要である。

### 5.6 直接過程

鉄の非弾性散乱の角度分布は、実験値で見る限りでは、非等方性がみられず、複合核模型にもとづく解析計算との一致も良い。このため、鉄の場合、15 MeV 程度までは、直接過程による非弾性散乱は無視できる。

### 5.7 非弾性散乱と中性子エネルギースペクトル

鉄中の高速中性子が非弾性散乱で減速する様子は、減速確率分布と、種々のエネルギーにおける非弾性散乱の反応数とを用いて、定性的にそのイメージがつかめる。そこで、ENDF/B-III で与えられる非弾性散乱中性子のエネルギー分布を用いた場合は、本方法で得たエネルギー分布を用いた場合に比較すれば、低いエネルギーに減速される中性子数をあまりにも過少に評価しているため、鉄中の中性子のエネルギースペクトルの計算値において、相対的に高いエネルギー成分を

大きく見積ることとなり、一見、中性子減速が相対的に不十分な結果を与えると考えられる。

ENDF/B-IV が ENDF/B-III と異なる点は、反応断面積の詳細なエネルギー依存性に改訂が加えられていることであり、本報が対象としている量についての改善はほどこされていない。

ENDF/B データファイルの値を遮蔽計算に用いる場合の実際上の事柄であるが、ENDF/B データファイルの値は、計算定数を作成する計算コード SUPER-TOG への入力となる。したがって、SUPER-TOG の中において、本報の方法を用いた非弾性散乱中性子のエネルギースペクトルを計算することで、ENDF/B データファイルの中のデータの不備を補ってやる方策が考えられる。

## 6. 結 論

第5章における考察の結果として、以下の結論が得られた。

(1) ENDF/B-III における鉄の  $(n, n')$  反応中性子のエネルギー分布は、遮蔽計算に適用することには不適当である。

(2) 本計算法による非弾性散乱中性子の平均エネルギーは実験値と良く一致している。したがって、本計算法を中性子遮蔽計算のエネルギー減速核に応用することが可能である。

(3) 鉄の場合、直接過程による非弾性散乱の影響は非常に小さくて、無視できる。

(4) パラメタ  $a$  の値の計算法の相違は、放出中性子の平均エネルギーに対して、 $\sqrt{a}$  の形でしか利かない。しかし、遮蔽計算において妥当な  $a$  の値を決めるために、単純な形状の遮蔽体に対し種々の単一エネルギーの中性子を入射させ、散乱中性子のエネルギースペクトルを測定する必要がある。

## 参 考 文 献

- 1) UNC-5002, (1962)  
N. Trali, M.H. Kalos, A.J. Longano, J.H. Ray, R.P. Sullivan, E. S. Troubetzkoy, and B.H. Trupin
- 2) UNC-5014, (1962)  
A.D. Krumbein
- 3) UNC-5038, (1962)  
M.H. Kalos, H. Goldstein, and J. Ray
- 4) UNC-5067 (1963)  
M.H. Kalos, and J.H. Ray
- 5) Nucl. Sci. and Eng. **32**, 62, (1968)

- K.J. Yost
- 6) KFK-1000 (1968)  
S. Cierjacks, P. Forte, D. Kpschi, L. Kroppe,  
J. Nebe, and H. Unseld
  - 7) Nucl. Sci. and Eng. **40**, 396, (1970)  
W.E. Kinney, and F.G. Perey
  - 8) Nucl. Sci. and Eng. **51**, (1973)  
H. Takahashi
  - 9) BNL-8381, (1964)  
H.C. Honeck
  - 10) BNL-50066, (1967)  
H.C. Honeck
  - 11) BNL-50274, (1970)  
M.K. Drake
  - 12) Danks Mat. Fys. Medd. **27**, No. 16, (1953)  
A. Bohr, and B.R. Mottelson
  - 13) Phys. Rev. **109**, 2063, (1958)  
Cranberg, and Levin
  - 14) Rev. Mod. Phys. **37**, 679, (1965)  
T. Tamura
  - 15) Rev. Mod. Phys. **28**, 103, (1956)  
J.E. Brolley, and J.L. Fowler
  - 16) Theo. Phys. **14**, 126, (1955)  
R. Nakashima, and K. Kikuchi
  - 17) Theoretical Nuclear Physics, 365, (1952)  
John Wiley & Sons, New York  
J.M. Blatt, and V.F. Weisskopf
  - 18) Phys. Rev. **116**, 683, (1959)  
I. Dostrovsky, Z. Frankel, and G. Friedlander
  - 19) Canad. Jour. Phys., **43**, 1446, (1956)  
A. Gilbert, and A.G.W. Cameron
  - 20) Phys. Rev. **141**, 1053, (1966)  
A. A. Katsano, J. R. Huizenga, and H. K.  
Vonach
  - 21) Nucl. Phys. **64**, 130, (1965)  
W.B. Gilboy, and J.H. Towle
  - 22) Nucl. Phys. **79**, 241, (1966)  
R.W. Benjamin, P. S. Buchanam, and I. L.  
Morgan
  - 23) Nucl. Phys. **A 100**, 257, (1967)  
J.H. Towle, and R.O. Owens
  - 24) Third Conf. on Neutron Cross Sections and  
Technology, 202, (Knoxvill 1971)  
G. Haouat, J. Lachkar, Y. Patin, and J.  
Sigaud
  - 25) Nucl. Phys. **A 118**, 321, (1968)  
E. Barnard, J.A.M. De Villiers, C. A. Engel-  
brecht, D. Reitmann, and A.B. Smith
  - 26) Third Conf. on Neutron Cross Sections and  
Technology, 218, (Knoxvill 1971)  
F. Voss, S. Cierjacks, and L. Kropp
  - 27) 船舶技術研究所報告, 12 巻 5 号 247 頁 (昭和  
50 年 9 月)  
山越寿夫, 植木紘太郎, 金井康二, 伊藤泰義
  - 28) ORNL-4617, (1970)  
K. Penny, W. E. Kinney, F.G. Perey, and P.  
Fu.
  - 29) Phys. Rev. **186**, 1038, (1969)  
S.C. Mathur, P.S. Buchanan, and I.L. Morgan
  - 30) Proc. Phys. Soci. (London), **A 67**, 586, (1954)  
J.M.B. Lang, and K.J. Le Couteur
  - 31) Canad. Jour. Phys. **34**, 804, (1956)  
T.D. Newton
  - 32) Nucl. Sci. and Eng. **23**, 238, (1965)  
S. Pearlstein
  - 33) Phys. Rev. **86**, 907, (1952)  
J.H.D. Jensen and J.M. Luttinger
  - 34) Advance of Physics, **63**, 479, (1960)  
T. Ericson
  - 35) Phys. Rev. **107**, 824, (1957)  
L. Rosen, and L. Stewart
  - 36) Jour. Nucl. Sci. Tech. **9**, 301, (1972)  
I. Fujita, M. Sonoda, A. Kawase, Y. Wakuta,  
H. Tawara, M. Hyakutake, and I. Iwatani
  - 37) Phys. Letters, **11**, 308, (1964)  
K.K. Seth, R.M. Wilenzick, and T. A. Griffy
  - 38) Phys. Letters, **5**, 202, (1963)  
P. Huber, R. Plattner, C. Poppelbaum, and  
R. Wagner

#### 補編-I レベル密度のエネルギー依存性

エネルギー  $E$  が数 MeV 程度までは、そのエネルギーまでに含まれるレベルの総数  $N(E)$  並びにレベル密度  $W_L(E)$  は、以下の形であることが知られている。

$$N(E) = \exp((E - E_0)/T) \quad (\text{補 I-1.1})$$

$$W_L(E) = N(E)/T \quad (\text{補 I-1.2})$$

$T$  は核温度であり、 $E_0$  と共に後ほど値が決定される。

高いエネルギーにおいて観測されるレベル密度  $W_H(E)$  は

$$W_H(E) \simeq \frac{\sqrt{\pi}}{12} \frac{\exp(2\sqrt{aU})}{a^{3/4} U^{5/4} \sqrt{2\pi\sigma}} \quad (\text{補 I-2})$$

の形をしている。

エネルギー  $U$  には、原子核中の陽子、中性子の数の偶奇性の効果が励起エネルギーへの補正として、対エネルギー  $P(Z)$ ,  $P(N)$  のかたちで考慮されている。

$$U = E - P(Z) - P(N) \quad (\text{補 I-3})$$

パラメタ  $a$  はフェルミのレベル間隔パラメタと呼ばれ、元来、中性子および陽子の二成分から成るフェルミ気体に対して得られる、陽子と中性子の一粒子レベル間隔の和  $g$  を用いて

$$a = \frac{\pi^2}{6} g \quad (\text{補 I-4})$$

で与えられた量であるが、Gilbert-Cameron<sup>19)</sup> によれば、原子核内の陽子、中性子の殻構造の効果を補正項  $S(Z)$ ,  $S(N)$  で考慮した場合、 $a$  は以下の形で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} a &= (0.00917 S + 0.142) A \\ &\dots\dots\dots \text{球形核の場合} \\ a &= (0.00917 S + 0.120) A \\ &\dots\dots\dots \text{変形核の場合} \end{aligned} \right\} (\text{補 I-5})$$

$$S = S(Z) + S(N) \quad (\text{補 I-6})$$

Newton<sup>21), 22)</sup> によれば、核内の陽子、中性子の平均スピン  $\bar{J}_Z, \bar{J}_N$  を用いて、 $a$  は以下のごとく与えられる。

$$a = 0.154 (\bar{J}_Z + \bar{J}_N + 1) \quad (\text{補 I-7})$$

$\sigma$  はスピンカットオフパラメータと呼ばれ、上記の  $g$  と一粒子状態のスピンの中性子入射方向への射影成分  $m$  (磁気量子数) の 2 乗平均値  $\langle m^2 \rangle$  と熱力学的な核温度  $t$  ( $t \equiv \sqrt{U/a}$ ) とを用いて

$$\sigma^2 \equiv g \langle m^2 \rangle t \quad (\text{補 I-8})$$

で定義された量である。ところで、 $\langle m^2 \rangle$  は、Jensen—Luttinger<sup>23)</sup> によれば、核の質量数  $A$  を用いて、

$$\langle m^2 \rangle \simeq 0.146 A^{2/3} \quad (\text{補 I-9})$$

で近似されるから、結局、

$$\sigma^2 = 0.0888 \sqrt{a} A^{2/3} \quad (\text{補 I-10})$$

で表わされることになる。

Ericson<sup>24)</sup> によれば、フェルミ気体の場合、 $\hbar^2 g \langle m^2 \rangle$  は、原子核を鋼体と考えた場合の慣性質量  $\mathcal{E}_{\text{rigid}} \equiv 2/5 r_0^2 A^{5/3}$  に相当している。したがって、スピンカットオフパラメータは、核の慣性質量と熱力学的温度とから決まる量であるとも言える。

核温度  $\tau$  は、エネルギー  $U$  に関するレベル密度の対数微分から定義することができる。

$$\frac{1}{\tau} \equiv \frac{1}{W} \frac{dW}{dU} \quad (\text{補 I-11})$$

$W$  として  $W_H$  を用いれば、核温度として以下の形

$$\frac{1}{\tau} = \sqrt{\frac{a}{U}} - \frac{3}{2U} \quad (\text{補 I-12})$$

が得られる。励起エネルギー  $U$  が非常に大きくなると、 $\tau$  は熱力学的な核温度  $t$  に近づくことになる。

レベル密度  $W_L$  と  $W_H$  とを使い分ける境界のエネルギーは Gilbert-Cameron によれば、次の関係から決定される。

$$\left. \begin{aligned} U_x &= 2.5 + 150/A \\ E_x &= U_x + P(Z) + P(N) \end{aligned} \right\} (\text{補 I-13})$$

この式で決定された  $U_x$  および  $E_x$  において、 $W_L$  と  $W_H$  とが滑らかに接続するのであるから、核温度とレベル密度に対して下記の条件が課せられることになる。

$$\left. \begin{aligned} T &= \tau(U_x) \\ W_L(E_x) &= W_H(U_x) \end{aligned} \right\} (\text{補 I-14})$$

したがって、これから、パラメータ  $E_0$  は以下のごとく決定される。

$$E_0 = E_x - T \ln(T W_H(U_x)) \quad (\text{補 I-15})$$

## 補編-II 核温度

複合核状態から中性子が 1 個放出された場合、その中性子がエネルギー  $E'$  を持つ確率  $P(E, E')$  は以下のごとき比例関係で表わせる。

$$P(E, E') \propto E' \sigma_c(E') \varepsilon^{-2} \exp(2\sqrt{a}\varepsilon) \quad (\text{補 II-1})$$

$$\begin{aligned} \varepsilon &= E - P(Z) - P(N) - E' \\ &\equiv U - E' \end{aligned} \quad (\text{補 II-2})$$

普通、 $E'$  は  $U$  に比較して充分小さい。このような場合は、以下の展開をしてもさしつかえない。

$$\begin{aligned} 2\sqrt{a}\overline{(U-E')} &\simeq 2(aU)^{1/2} \left(1 - \frac{E'}{2U}\right) \\ &= 2(aU)^{1/2} - (a/U)^{1/2} E' \end{aligned} \quad (\text{補 II-3})$$

したがって、 $P(E, E')$  との比例関係は

$$P(E, E') \propto E' \sigma_c(E') \exp(-E' \sqrt{U/a}) \quad (\text{補 II-4})$$

となる。

上式の両辺を  $\sigma_c(E')$  で割った関数形は温度  $t$  が  $\sqrt{U/a}$  で与えられる熱平衡粒子系のエネルギー  $E'$  に対する Maxwell 分布である。そこで、核反応として  $(n, n')$  反応のみが可能な場合の核温度を実験的に求める場合、放出された中性子のエネルギー分布  $\sigma_{n, n'}(E, E')$  をもとに、以下の関係を用いることが考えられる。

$$t^{-1} = -\frac{d}{dE'} \left( \ln \frac{\sigma_{n, n'}(E, E')}{E' \sigma_0(E')} \right)$$

作図上は、右辺の ( ) 内の量と  $E'$  との関係をグラフ上にプロットし、その勾配から  $t^{-1}$  を決定する。

Le Couteur-Lang<sup>30)</sup>によれば、 $(n, n')$  反応の後にも、第二、第三の中性子が放出される場合は、中性子全体としてのエネルギースペクトルが Maxwell 分布からはずれてくる。その結果、 $P(E, E')$  は下記の右側の量

$$P(E, E') \propto \varepsilon^{5/11} \exp(-12 \varepsilon / 11 t^*)$$

に比例する。この場合の平均エネルギー  $\bar{E}'$  は、

$$\bar{E}' = \frac{16}{12} t^*$$

である。 $t^*$  は、第一の中性子が放出された場合の残留核の平均エネルギーである。第二、第三の放出効果を考慮して核温度を求めた場合は、この効果を考慮しない場合よりも 10 パーセント程度高い核温度となることが知られている<sup>35)</sup>。

Mathur 等の実験では<sup>29)</sup>、第二、第三粒子の効果は考慮されている。なお、放出中性子のスペクトルを解析する際に、 $\sigma_0(E')$  として種々の表示式を用いることが、核温度やパラメタ  $a$  に及ぼす影響を検討したものと、Fujita 等の報告<sup>36)</sup>が挙げられる。