ねじりを受けた棒の磁気ひずみ効果

堀 保 広*

Magnetostriction Effect of a Twisted Rod

By
Yasuhiro HORI

The magnetostriction effect of a twisted rod, which is known as Wertheim effect or inverse Wiedemann effect, is utilized for the measurement of torque, force and pressure in many industries and researches. In order to help our understanding of the behavior of the measuring instrument, the theoretical study, which is based on the domain theory, is done. Two equations for materials having positive and negative magnetostriction, which indicate the relation between magnetic fluxes induced by applying stresses and various fundamental constants of the materials, are developed. Stress sensitivities obtained from the equations for several materials agree relatively good with experimental results.

1. まえがき

ベルトハイム効果や逆ウィーデマン効果として知られている，ねじりを受けた棒の磁気ひずみ効果は，多くの分野で，伝達トルクの測定[1),2)]や小形化された磁気ひずみ管による比較的小さい力あるいは圧力[1),3)]などの測定に利用されている。これらの計器の特性を理解し改善する一助とするため，この効果を磁区理論によって考察し，材料の磁気的基本量が，それにどのように関与しているかを調べた。磁界，応力，観測方向が一致するビラリ効果については，すでにBozorthとWilliams[4)]，岩柳[5)]の研究があるが，ねじりによる効果については，キルヒホッフの式を基礎としてなされた安積[6)]の研究があるにすぎない。ここでは，岩柳の方法にならって行なった考察の結果を報告する。

—記 号—

F	自由エネルギ
F_H	磁界のエネルギ
F_K	磁気異方性エネルギ
F_σ	外力のエネルギ
G	横弾性係数
H	磁界の強さ
I	磁化の強さ
$\bar{I}$	多結晶における磁化の強さ
I_p	棒断面の2次極モーメント
I_s	飽和磁化の強さ
K	磁気異方性定数
L	ラグランジュの未定係数
r	棒の半径
T	ねじりモーメント
α_i	自発磁気の方向余弦
β_i	磁界の方向余弦
$\bar{\beta}_i$	多結晶における β_i の平均値
γ_i	引張り応力の方向余弦
$\bar{\gamma}_i$	多結晶において，ある磁界方向に対してとる γ_i の平均
γ_i'	圧縮応力の方向余弦
$\bar{\gamma}_i'$	多結晶において，ある磁界方向に対してとる γ_i' の平均
δ_i	観測方向の方向余弦
$\bar{\delta}_i$	多結晶において，ある磁界方向に対してとる δ_i の平均
θ	極座標
Λ	磁気ひずみ感度

* 機関性能部 原稿受付：昭和51年6月8日

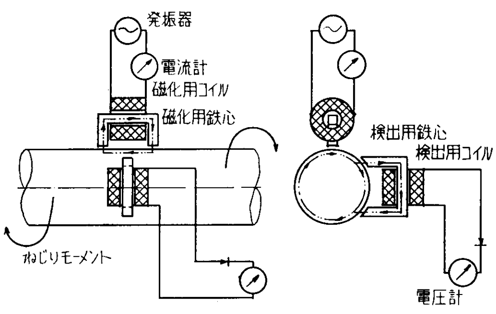
$\bar{\Lambda}$　多結晶の磁気ひずみ感度
λ_{100}　〔100〕方向の飽和磁気ひずみ
λ_{111}　〔111〕方向の飽和磁気ひずみ
Π_{ij}　応力のテンソル
$+\sigma$　引張り応力
$-\sigma$　圧縮応力
ϕ　極座標

なお，上表中の方向余弦はすべて結晶軸に関するもの，$i, j=1, 2, 3$ である。

2. 実　　験

2.1 測定方法

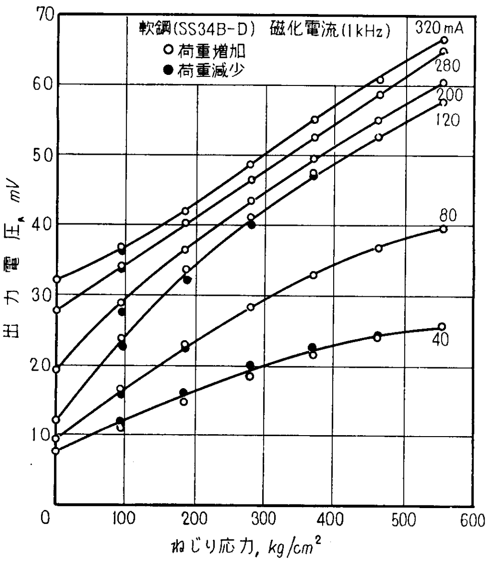
図—1 に，軸方向に交流磁化した棒にねじりを与えたとき，円周方向に生じる磁化（ベルトハイム効果）の測定方法を，略図で示した。軸方向磁化は，0.35 mm の硅素鋼板を積層したヨーク形の鉄心と，それに 0.4 mm のホルマル被覆銅線を 310 回巻いたコイルによって，円周方向磁化の検出は，0.5 mm の 45 パーマロイの板を積層したヨーク形の鉄心と 0.2 mm のホルマル被覆銅線を 500 回巻いたコイルによって行われる。ねじりによって生じる円周方向の交番磁束は，表皮効果のために，表面近くに集中して，軸を一周する。そこで，検出用の鉄心を，磁化用鉄心と直角に，円周上任意の位置に置けば，円周方向に生じた磁束の一部はこの鉄心に分流し，鉄心に巻いたコイルには，ねじりによって生じた円周方向磁束に比例した交流電圧が生じる。この電圧は真空管電圧計で読みとられる。実際の測定では，磁化検出用とも 2 組の鉄心を使った。



図—1　ベルトハイム効果における円周方向磁化の測定方法

2.2 実験結果

図—2 に，軟鋼（SS34B-D）の棒をねじったときのねじり応力と出力電圧との関係を，軸方向磁界の強さをパラメータとして示した。軸は外径 28 mm 内径 18



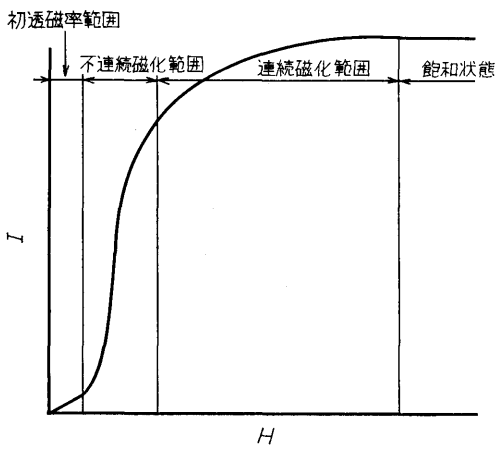
図—2　軟鋼のねじり応力-出力電圧特性

mm の中空軸，磁化の交流周波数は 1 kHz，軸と鉄心との隙間は 0.8 mm である。軸方向磁界の強さは，磁化用のコイルを流れる電流で示した。注目すべき点は直線性がよく，ヒステリシスの小さい磁化電流（280 mA）が存在することである。磁化電流の低い 40 mA では，感度が小さく，非直線性とヒステリシスが大きい。80 mA では，感度はやや大きくヒステリシスも小さいが，直線性が良くない。120 mA では，感度は大きいが非直線性もヒステリシスも大きい。ヒステリシスは，磁化電流が 40 mA の場合と違って，ねじりを減少させた場合の点が，それを増加させた場合の下側に来る。磁化電流を 280 mA 以上に増しても特性は改善されない。320 mA の場合には，感度，ヒステリシス共に 280 mA の場合とほとんど変らない。低い応力の所で，むしろ直線性がそこなわれている。

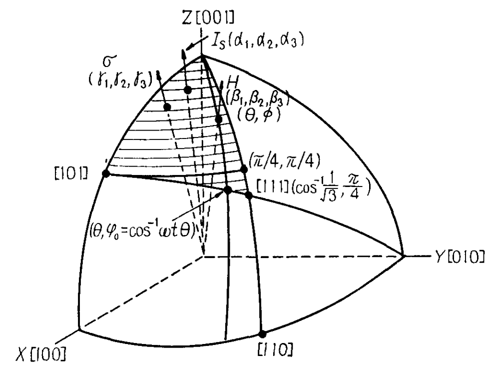
一般に，ねじりによって得られる出力電圧は材料によって異なり，必ずしもどの材料でも磁化電流に対してこのような関係を示すわけではないが，多くの材料において感度，非直線性，ヒステリシスの点から考えて最適磁界が存在し，一応の目安としてはその材料の磁化曲線の肩附近の磁界がそれを与えるといわれている。

3. 理 論 的 考 察

強磁性体を磁界に入れ，消磁状態よりしだいに磁界を強くすると，図—3 に示したように，その磁化の強



図—3　磁化曲線と磁化過程



図—4　結晶軸に対する自発磁気，磁界，応力の各方向と結晶粒方向についての平均範囲

さは初透磁率範囲，不連続磁化範囲，回転磁化範囲を経て，飽和値に到達する。初透磁率範囲では，磁化は自発磁気のわずかな容易磁化方向からの回転と磁壁のわずかな移動によって行われ，その変化は可逆的であるが小さい。不連続磁化範囲では，主として磁界の方向に近い容易磁化方向への磁壁の不連続な移動によって行われ，その変化は大きいが非可逆的である。回転磁化範囲では，自発磁気が容易磁化方向をはなれて磁界の方向に近づくことによっ行われ，その変化は緩慢であるが可逆的に行われる。通常の計測においては，前述したように，磁化曲線の肩附近，すなわち不連続磁化範囲より回転磁化範囲に移る境界附近の磁界が選ばれることが多い。軟鋼では，これは3～5エルステッドであり，実験における磁化電流 280 mA は，この附近の磁界を与えているようである。そこで，以下簡単のために，つぎの仮定を置いて式を誘導する。

1.　不連続磁化範囲は小さい磁界で終り，各結晶粒の自発磁気は，磁界に最も近い容易磁化軸に近い位置をとる。すなわち，立方晶系の結晶では，$K>0$ の場合には〔001〕，$K<0$ のときは〔111〕に近い位置をとる。

さらに，計測に利用される応力範囲は小さいので，

2.　σ は小さい。

3.1　単結晶の磁気ひずみ効果

単結晶の強磁性体に磁界と外力が作用したとき，自由エネルギは磁気異方性エネルギ，磁界のエネルギ，外力のエネルギの和で与えられる。すなわち，

$$F=F_K+F_H+F_\sigma \quad (1)$$

立方晶系の結晶を考え，図—4 に示すように，座標を結晶軸に関してとると，各エネルギは次式で表わされる。

$$F_K=K\sum_{i\neq j}\alpha_i^2\alpha_j^2 \quad (2)$$

$$F_H=-HI_s\sum\alpha_i\beta_i \quad (3)$$

$$F_\sigma=-\frac{3}{2}\lambda_{100}\sum\alpha_i^2\Pi_{ii}-3\lambda_{111}\sum_{i\neq j}\alpha_i\alpha_j\Pi_{ij} \quad (4)$$

ここで，γ_1, γ_2, γ_3 の方向に強さ σ の引張りの1軸応力がはたらく場合には，

$$\Pi_{ij}=\gamma_i\gamma_j\sigma \quad (5)$$

と表わされる。

自発磁気は，自由エネルギを極小にする方向をとる。すなわち

$$\partial F/\partial\alpha_i=0 \quad (6)$$

なお，それらの間にはつぎの関係がある。

$$\sum\alpha_i^2=1 \quad (7)$$

観測される磁化の強さは

$$I=I_s\sum\alpha_i\delta_i \quad (8)$$

磁気ひずみ感度は

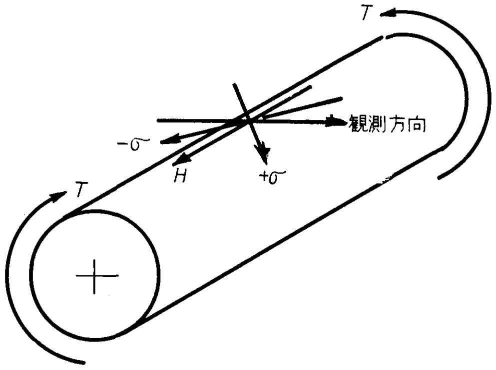
$$\Lambda=\partial I/\partial\sigma \quad (9)$$

として求められる。

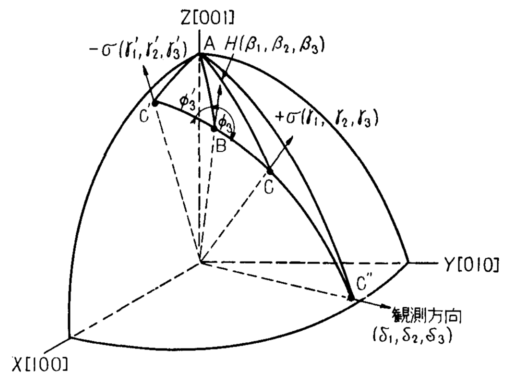
軸方向に磁化された円形断面の棒にねじりモーメントが作用したとき，円周方向に生じる磁化の強さを求める。軸に垂直な断面上の剪断応力は

$$\tau=T/I_p\cdot r \quad (10)$$

この剪断応力は，軸に対して45°の方向をとる互に直角で大きさの等しい圧縮と引張りの組み合わせ応力と等価である。したがって，磁界，応力，観測の各方向は 図—5 に示す関係にあり，また同一平面上にあるので，結晶軸に対するこれらの方向は 図—6 のように



図—5 ベルトハイム効果における磁界，応力，観測の各方向



図—6 磁界，応力，観測各方向の結晶軸に対する関係

表わされる。なお，この等価応力は

$$\sigma=\tau \tag{11}$$

したがって，

$$F_\sigma=-\frac{3}{2}\lambda_{100}\sigma\sum\alpha_i^2\gamma_i^2+\frac{3}{2}\lambda_{100}\sigma\sum\alpha_i^2\gamma_i'^2$$
$$-3\lambda_{111}\sigma\sum_{i\neq j}\alpha_i\gamma_i\alpha_j\gamma_j+3\lambda_{111}\sigma\sum_{i\neq j}\alpha_i\gamma_i'\alpha_j\gamma_j' \tag{12}$$

(6)，(7)の条件より α_i を求めると，次式が得られる。

$$2K\alpha_i^3-2(K+L)\alpha_i+3(\lambda_{100}-\lambda_{111})\sigma\gamma_i^2\alpha_i$$
$$+3\lambda_{111}\sigma\gamma_i\sum\alpha_j\gamma_j-3(\lambda_{100}-\lambda_{111})\sigma\gamma_i'^2\alpha_i$$
$$-3\lambda_{111}\sigma\gamma_i'\sum\alpha_j\gamma_j'+HI_s\beta_i=0 \tag{13}$$

L と α_i についての四元三次の上式は，(7)と連立して解くことができる。

3.1.1 $K>0$ の場合

仮定により，

$$\alpha_1,\ \alpha_2\ll 1,\qquad \alpha_3\fallingdotseq 1$$

と置くことができる。また，σ は小さいので，α_1, α_2, σ の二次以上の項を無視すると，(13)と(7)より次式が得られる。

$$-2(K+L)\alpha_1+3\lambda_{111}\sigma\gamma_1\gamma_3-3\lambda_{111}\sigma\gamma_1'\gamma_3'+HI_s\beta_1=0$$
$$-2(K+L)\alpha_2+3\lambda_{111}\sigma\gamma_2\gamma_3-3\lambda_{111}\sigma\gamma_2'\gamma_3'+HI_s\beta_2=0$$
$$-2L+3\lambda_{100}\sigma\gamma_3^2-3\lambda_{100}\sigma\gamma_3'^2+HI_s\beta_3=0$$

上の第3式より

$$L=\frac{3}{2}\lambda_{100}\sigma\gamma_3^2-\frac{3}{2}\lambda_{100}\sigma\gamma_3'^2+\frac{1}{2}HI_s\beta_3 \tag{14}$$

上式右辺の第1項と第2項は外力のエネルギ，第3項は磁界のエネルギ半分程度の値であり，K に比べて十分に小さいと考えられる。そこで，

$$L\ll K$$

とおく。その場合，

$$\alpha_1=\frac{3\lambda_{111}\sigma\gamma_1\gamma_3-3\lambda_{111}\sigma\gamma_1'\gamma_3'+HI_s\beta_1}{2K} \tag{15}$$

$$\alpha_2=\frac{3\lambda_{111}\sigma\gamma_2\gamma_3-3\lambda_{111}\sigma\gamma_2'\gamma_3'+HI_s\beta_2}{2K} \tag{16}$$

$$\alpha_3=1 \tag{17}$$

磁界，応力，観測の方向の間には，つぎの関係がある。

$$\sum\beta_i\delta_i=\cos\frac{\pi}{2}=0 \tag{18}$$

$$\sum\gamma_i\delta_i=\cos\frac{\pi}{4}=\frac{1}{\sqrt{2}} \tag{19}$$

$$\sum\gamma_i'\delta_i=\cos\frac{3\pi}{4}=-\frac{1}{\sqrt{2}} \tag{20}$$

したがって，観測される磁化の強さは

$$I=\left\{\frac{3\lambda_{111}\sigma\gamma_3(1/\sqrt{2}-\gamma_3\delta_3)}{2K}\right.$$
$$\left.+\frac{3\lambda_{111}\sigma\gamma_3'(1/\sqrt{2}+\gamma_3'\delta_3)}{2K}-\frac{HI_s\beta_3\delta_3}{2K}+\delta_3\right\}I_s \tag{21}$$

また，磁気ひずみ感度は

$$\Lambda=\left\{\frac{3\lambda_{111}\gamma_3(1/\sqrt{2}-\gamma_3\delta_3)}{2K}\right.$$
$$\left.+\frac{3\lambda_{111}\gamma_3'(1/\sqrt{2}+\gamma_3'\delta_3)}{2K}\right\}I_s \tag{22}$$

3.1.2 $K<0$ の場合

仮定により，

$$\left.\begin{aligned}\alpha_1&=1/\sqrt{3}+\Delta\alpha_1\\ \alpha_2&=1/\sqrt{3}+\Delta\alpha_2\\ \alpha_3&=1/\sqrt{3}+\Delta\alpha_3\end{aligned}\right\} \tag{23}$$

と置くことができる。ここで，$\Delta\alpha_1$，$\Delta\alpha_2$，$\Delta\alpha_3$ などは小さい。(13) を α_i で割り，$i=1,2,3$ に関する各式を加え，$\Delta\alpha_1$，$\Delta\alpha_2$，$\Delta\alpha_3$，σ など微小量の二次以上の項を無視し（7）の関係を用いて L を求めると次式が得られる。

$$L=-\frac{2}{3}K+\frac{1}{2}\lambda_{111}\sigma(\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3)^2-\frac{1}{2}\lambda_{111}\sigma(\gamma_1'+\gamma_2'+\gamma_3')^2+\frac{1}{6\sqrt{3}}HI_s(\beta_1+\beta_2+\beta_3)\doteqdot-\frac{2}{3}K \tag{24}$$

ここで，上式右辺の第2，第3，第4項は，$K>0$ の場合と同様に，小さいとして省略した。

(23)，(24) を (13) に代入し，$\Delta\alpha_1$，$\Delta\alpha_2$，$\Delta\alpha_3$，σ の二次以上の項を省略すると次式が得られる。

$$\Delta\alpha_i=-\frac{3\sqrt{3}}{4K}\Big\{(\lambda_{100}-\lambda_{111})\sigma\gamma_i^2+\lambda_{111}\sigma\gamma_i\sum\gamma_i-(\lambda_{100}-\lambda_{111})\sigma\gamma_i'^2-\lambda_{111}\sigma\gamma_i'\sum\gamma_i'+\frac{1}{\sqrt{3}}HI_s\beta_i\Big\} \tag{25}$$

磁界，応力，観測の各方向には，(18)，(19)，(20) の関係があるので，観測される磁化の強さは次式で表わされる。

$$I=-\frac{3\sqrt{3}\,\sigma I_s}{4K}\Big[(\lambda_{100}-\lambda_{111})\Big\{\{\delta_1(\gamma_1^2-\gamma_1'^2)+\delta_2(\gamma_2^2-\gamma_2'^2)+\delta_3(\gamma_3^2-\gamma_3'^2)+\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_{111}(\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3+\gamma_1'+\gamma_2'+\gamma_3')\Big\}\Big]+\frac{I_s}{\sqrt{3}}(\delta_1+\delta_2+\delta_3) \tag{26}$$

磁気ひずみ感度は

$$\Lambda=-\frac{3\sqrt{3}\,I_s}{4K}\Big[(\lambda_{100}-\lambda_{111})\{\delta_1(\gamma_1^2-\gamma_1'^2)+\delta_2(\gamma_2^2-\gamma_2'^2)+\delta_3(\gamma_3^2-\lambda_3'^2)\}+\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_{111}(\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3+\gamma_1'+\gamma_2'+\gamma_3')\Big] \tag{27}$$

3.2 多結晶の磁気ひずみ効果

多結晶の磁気ひずみ効果は，単結晶で得られた結果を，結晶軸に対してとり得る磁界の各方向について平均することによって得られる。結晶の配向は，一様性を仮定する。応力と観測の方向は，ある磁界の方向に対して，座標の原点を頂点としその磁界の方向を軸とする円すいの母線の方向をとり得るから，その平均的位置にあるものとして計算を進める。結晶軸に対する磁界の方向の相対的関係は全く同じであるから，磁界の方向についての平均は，図—4 に示した単位球面の1/48 にあたる斜線を施した部分について行えばよい。

3.2.1 $K>0$ の場合

γ_3 の平均位置を求める。図—6 において，単位球面上の球面三角形 ABC を考えると，

$$\mathrm{AB}=\cos^{-1}\beta_3$$
$$\mathrm{AC}=\cos^{-1}\gamma_3$$
$$\mathrm{BC}=\pi/4$$

したがって，余弦法則により

$$\gamma_3=\frac{1}{\sqrt{2}}(\beta_3+\sin\cos^{-1}\beta_3\cos\phi_3)$$

ここで，

$$\phi_3=\angle\mathrm{ABC}$$

その平均値は

$$\bar{\gamma}_3=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{1}{\sqrt{2}}(\beta_3+\sin\cos^{-1}\beta_3\cos\phi_3)d\phi_3=\frac{1}{\sqrt{2}}\beta_3 \tag{28}$$

同様に，球面三角形 ABC′，ABC″ を考え，

$$\mathrm{BC}'=\pi/4,\qquad \mathrm{BC}''=\pi/2$$

であるから，

$$\gamma_3'=\frac{1}{\sqrt{2}}(\beta_3+\sin\cos^{-1}\beta_3\cos\phi_3')$$
$$\delta_3=\sin\cos^{-1}\beta_3\cos\phi_3$$
$$\bar{\gamma}_3'=\frac{1}{\sqrt{2}}\beta_3 \tag{29}$$
$$\bar{\delta}_3=0 \tag{30}$$

が得られる。また，

$$\overline{\gamma_3^2\delta_3}=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{1}{2}(\beta_3+\sin\cos^{-1}\beta_3\cos\phi_3)^2\times\sin\cos^{-1}\beta_3\cos\phi_3\,d\phi_3=\frac{1}{2}\beta_3(1-\beta_3^2) \tag{31}$$

$\cos\phi_3'=-\cos\phi_3$ の関係があるから

$$\overline{\gamma_3'^2\delta_3}=-\frac{1}{2}\beta_3(1-\beta_3^2) \tag{32}$$

(21) に (28)～(32) の値を代入し，積分範囲を図—4 の斜線部分にとって円周方向の磁化を求める。磁界の方向は単位球面上の極座標で与えられ，

$$\beta_3=\cos\theta$$

また，球面上の微小面積は

$$dS=\sin\theta\,d\theta\,d\phi$$

であるから

$$\bar{I}=\frac{3\lambda_{111}\sigma I_s}{2K}\frac{1}{S}\iint_S\{\beta_3-\beta_3(1-\beta_3^2)\}dS$$

$$=\frac{3\lambda_{111}\sigma I_s}{2K}\frac{48}{4\pi}\left\{\int_0^{\pi/4}\int_0^{\pi/4}\cos^3\theta\sin\theta\,d\theta\,d\phi+\int_{\pi/4}^{\cos^{-1}1/\sqrt{3}}\int_{\phi_0}^{\pi/4}\cos^3\theta\sin\theta\,d\theta\,d\phi\right\}$$

$$=0.595\frac{3\lambda_{111}\sigma I_s}{2K} \qquad (33)$$

ただし，

$$\phi_0=\cos^{-1}\cot\theta$$

であり，積分はシンプソン則による数値解法によった。

図—2 の実験結果では，ねじり応力が零の場合にも，(33) の計算結果に示されていない，比較的大きな初期出力電圧がみられるが，これは軸を旋削した際に生じた円周方向の残留応力と，検出用鉄心の両極それぞれが磁化用鉄心の両極より正確に等距離に置かれなかったために，軸方向磁化の一部磁束が検出用鉄心中を流れたことに原因があると考えられる。実際に，この初期値は軸の焼鈍によって減少させることができ，また両鉄心の極の相対的位置によって大きくかわる。

磁気ひずみ感度は

$$\bar{\Lambda}=0.595\frac{3\lambda_{111}I_s}{2K} \qquad (34)$$

3.2.2 $K<0$ の場合

前項においてと同様に，単位球面上の球面三角形において成立する関係から，次式が得られる。

$$\delta_i=0 \qquad (35)$$

$$\bar{\gamma}_i=\bar{\gamma}_i'=\frac{1}{\sqrt{2}}\beta_i \qquad (36)$$

$$\overline{\gamma_i^2\delta_i}=-\overline{\gamma_i'^2\delta_i}=\frac{1}{2}\beta_i(1-\beta_i^2) \qquad (37)$$

また，磁界の方向は単位球面上の極座標でつぎのように与えられる。

$$\beta_1=\sin\theta\cos\phi \qquad (38)$$

$$\beta_2=\sin\theta\sin\phi \qquad (39)$$

$$\beta_3=\cos\theta \qquad (40)$$

したがって，(26) に (35)～(37) の値を代入し，積分範囲を前項で述べたものと同じにとって円周方向の磁化を求めると，

$$\bar{I}=-\frac{3\sqrt{3}\sigma I_s}{4K}\frac{1}{S}\iint_S[(\lambda_{100}-\lambda_{111})\times\{(\beta_1+\beta_2+\beta_3)-(\beta_1^3+\beta_2^3+\beta_3^3)\}+\lambda_{111}(\beta_1+\beta_2+\beta_3)]dS$$

$$=-\frac{3\sigma I_s}{2K}\{0.889(\lambda_{100}-\lambda_{111})+1.52\lambda_{111}\} \qquad (41)$$

磁気ひずみ感度は

$$\bar{\Lambda}=-\frac{3I_s}{2K}\{0.889(\lambda_{100}-\lambda_{111})+1.52\lambda_{111}\} \qquad (42)$$

4. 実測値との比較

得られた式の応用性を確かめるために，計算によって得られた感度が，実測値とどの程度一致するかを調べた。すでに，代表的な数種の磁性材料を磁気ひずみ管として使用したときの，交流磁界でのベルトハイム効果を利用した力量計の感度を実測し比較した結果[6]があるので，それを実測値として使った。計算値との比較の結果を 表—1 に示した。ニッケルの感度を基準として，相対的な感度が示されている。性質の違いが大きい広い範囲の材料が選ばれているにもかかわらず，いずれも実測値にかなり近い計算値が得られており，満足すべき結果である。

表—1 実測値との感度の比較

材料	成分	λ_{100}	λ_{111}	I_s Wb/m^2	K J/m^3	$\lvert\bar{\Lambda}\rvert$ $\frac{Wb}{m^2}\Big/\frac{N}{m^2}$	相対感度 計算値	相対感度 実測値
ニッケル		*-46×10^{-6}	*-24×10^{-6}	*0.69	*-5.1×10^3	1.14×10^{-8}	1.00	1.0
ニッカロイ	Ni 50% 残 Fe		*26	**1.55	*1.0	3.60	3.16	2.1
エーピーアロイ	Ni 64% 残 Fe		*14	**1.30	*0.6	2.71	2.38	1.6
鉄			*−21	**2.25	*42	0.10	0.09	****0.17
アルフェル	Al 13% 残 Fe	***40	*− 5	***1.40	***− 0.8	3.24	7.46	4.0

* 近角，強磁性体の物理，裳華房（昭 41），p. 13，p. 97，p. 111，p. 122，p. 123。** 村川，強磁性材料，産業図書（昭 23），p. 96。*** 日本楽器社金属材料部提供の資料による。**** 軟鋼に対する値。

5. まとめ

1. 磁区理論にしたがって，ねじりを受けた棒の磁気ひずみ効果を考察し，それに飽和磁気，磁気ひずみ定数，磁気異方性定数など材料の基本的な物理量がどのように関与しているかを明らかにした。

2. 得られた式によって計算した，数種の材料の磁気ひずみ感度は，実測値にかなり近い値を与えた。

3. この式は，磁気ひずみを利用した計器の特性を知るのに役立つであろう。例えば，この種計器では温度特性が問題にされることが多いが，式中の異方性定数と飽和磁気の温度特性から，それを推定することができるであろう。

4. ここではベルトハイム効果についての計算を行ったが，逆ウィーデマン効果についても，応力，磁界観測の各方向の相対的関係は同じであるから，式はそのまま適用できる。なお，$\gamma_i=\beta_i$，$\delta_i=\beta_i$ とし，$-\sigma$ に関する項をすべて零とすれば，ビラリ効果についての式が得られる。

この研究は，岩柳順二共通工学部長の研究[5)]と同氏のご指導に負うことが多い。終りにあたって，深甚の謝意を表したい。

参考文献

1) 安積：磁わい計測とその応用，オーム社，昭37-2
2) O. Dahle: The Ring Torductor, ASEA J., 33, 1960
3) 幸尾：航空力学における磁わい計器の応用，航空宇宙研報告，TR-64，1964-3
4) R. M. Bozorth, H. J. Williams: Effect of Small Streses on Magnetic Properties, Rev. Mod. Phys., 17, 1945
5) 岩柳：炭素鋼の磁気ひずみ効果による残留応力測定に関する研究，船研報告，12巻2号，昭 50-3
6) 安積：軸方向に交流磁化せる管の捩磁歪効果及其工業力学上の応用，中央航研い報，昭 20-10