船舶技術研究所報告 第15巻 第3号 研究報告（昭和53年5月）

細長体理論による船体運動の解析（その2）

（細長体理論による力およびモーメントの計算）

足達　宏之*・大松　重雄**

Analysis of Ship Motion by Slender Body Theory (Part 2)

(Calculation of Hydrodynamic Forces and Moments)

By
Hiroyuki ADACHI and Shigeo OHMATSU

Abstract

The motions of ships travelling throughr egular head sea waves with constant forward speed are analysed by the slender body theory. In this paper, especially the forces and moments acting on ship are considered, while in the previous paper[1] the potentials for ship motion are discussed extensively.

So far, the analyses of the ship motion by the slender body theory have been studied almost for the four cases. The cases are characterized by the assumption for the order of the magnitude of ship slenderness, wave length of the incident waves and ship speed. The details of the analyses are throughly dipicted in that paper (Part 1).

However, it may be sufficient to investigate only the two cases, namely case 1$\omega=0(1)$, $U=0(1)$ and the case 2 $\omega=0(\varepsilon^{-1/2})$, $U=0(\varepsilon^{1/2})$ with ε the slenderness parameter of ship, in order to know the essential features of hydrodynamic forces and moments acting on ship.

The symmetry relation for coupled motion and the so-called Haskind-Hanaoka-Newman relation are considered in the near field force-moment field. Then it turned out that the symmetry relation is held as like in the linearized force-moment field but the Haskind-Hanaoka-Newman relation is broken in the near field.

Several new findings in the wave excitation problem for the case 2 are very important and interesting. They can explain the phenomena that the strip theory could not. They heve not so far been known well and studied.

1. はしがき

細長体理論による船体運動解析において，船体形状に関する幾何的パラメータ（例えば船幅，船長比B/L），および，船体運動の物理的パラメータの大きさの変化に応じて，様々な場合の問題の定式化が可能である。前報[1]において，その幾つかの場合について，船体運動の問題を定式化し，流体運動を表わす速度ポテンシャルの境界値問題を導いた。しかし，船体に働く力，およびモーメントについては，前報で考察を加えなかった。この報告では，前報に引き続き，細長体理論により船体が規則波浪中で運動するときの船体に

* 推進性能部　**運動性能部
原稿受付：昭和53年1月18日

掛かる力，およびモーメントを求め，若干の考察を加えようとするものである。

前報では，船の slenderness を表わす微小 parameter ε, 船体運動を規定する物理的 parameters, すなわち，船の平均前進速度 U, 船体運動を誘起する規則向い波の周波数 ω, およびその波振巾 δ, との間に次の4つの場合を仮定して解析を行った。

case 1, $U=O(1)$, $\omega=O(1)$

case 2, $U=O(\varepsilon^{1/2})$, $\omega=O(\varepsilon^{-1/2})$

case 3, $U=O(1)$, $\omega=O(\varepsilon^{-1/2})$

case 4, $U=O(\varepsilon^{1/2})$, $\omega=O(1)$

以上の場合につき，船が規則波浪中を一定前進速度 U で航走するときの，船が波より受ける力，およびモーメント，船体が動揺運動を行うときの線型流体力を求めることにする。しかしながら，case 4 は case 1 の特別な場合に，また，case 3 は case 2 に含ませて考えることも可能であると思われるので，case 1, および case 2 の場合についてのみ考察を行うこととする。

ここに得られた結果の中で， case 2 の場合に，船が波より受ける力の解析はこれまで見られなかったものであるが，他のものはすでに幾人かの研究者によって導かれているものである。しかしながら，前報の続きとして，できる限り consistent な解析となるように心掛けた。また case 2 の diffraction 問題の解は，向い波が短波長であると仮定した時の船体運動の解析を，case 1 の場合と同じように self-consistent なものとするために欠くべからざるものであり，その解決が待たれているものである。

2. 流体力の計算

船体が静止水面上に浮いているとき，静止水面を (x, y) 面とし，鉛直上方に z 軸をとる。空間固定の座標を $0-xyz$ とし，原点は船の重心上の静止水面にあるとする。船が x の負の方向に一様平均速度 U で進む代りに，空間に固定した $0-xyz$ 座標に対して，x の正の方向に速度 U で流れる一様流があるとする。規則波はこの一様流の上に重ね合わせられるとする。この規則波により船体運動が誘起される。船体固定の座標系 $0'-x'y'z'$ を考える。船体が運動していないとき $0'-x'y'z'$ は $0-xyz$ に一致しているとする。規則波は船体に正対して入射するものとし，したがって船体運動は縦運動のみを考える。原点 $0'$ の $0-xyz$ 座標における点を $(\zeta_1, 0, \zeta_3)$ とし，船体は重心回りに ζ_5 だけ回転しているとする。ここで ζ_i*$(i=1, 2, \cdots\cdots, 6)$ は各モードの運動変位である。2つの座標系の間には次の関係がある。

$$\left.\begin{aligned} x&=x'\cos\zeta_5+z'\sin\zeta_5+\zeta_1\\ y&=y'\\ z&=-x'\sin\zeta_5+z'\cos\zeta_5+\zeta_3 \end{aligned}\right\} \qquad (2.1)$$

運動は調和振動であるとし，その周波数を ω, 運動振巾は order $O(\alpha)$ の微小量であるとする。$\boldsymbol{\alpha}$ は船体の変位 vector であり，

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{\alpha}&=\boldsymbol{i}\zeta_1+\boldsymbol{j}\zeta_2+\boldsymbol{k}\zeta_3+[\boldsymbol{i}\zeta_4+\boldsymbol{j}\zeta_5+\boldsymbol{k}\zeta_6]\times\boldsymbol{r}'\\ \boldsymbol{r}'&=\boldsymbol{i}x'+\boldsymbol{j}y'+\boldsymbol{k}z' \end{aligned}\right\} \qquad (2.2)$$

で定義される[2]。(2.1) は

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}'+\boldsymbol{\alpha}e^{i\omega t}+O(\alpha) \qquad (2.3)$$

と書ける。

また，船体を表わす方程式を

$$\begin{aligned} H(x,\ y,\ z,\ t)&=z-h(x,\ y,\ t)\\ &=z'-h_0(x',\ y')=0 \end{aligned} \qquad (2.4)$$

とするとき，

$$z=h_0(x',\ y')+[\boldsymbol{\alpha}e^{i\omega t}\nabla h]_{\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}'}+O(\alpha^2) \qquad (2.5)$$

である。この展開が成立するためには， $h_0=O(\varepsilon)$ であるので，$\alpha=o(\varepsilon)$ であることが仮定される。

船体に作用する流体力は圧力を船体表面上で積分することにより得られる。船体上の圧力は near field potential[1] によって計算される。Near field で potential は,

$$\begin{aligned} \Phi(x,\ y,\ z,\ t)&=Ux+\Phi_0(x,\ y,\ z)\\ &+\Phi_1(x,\ y,\ z)e^{i\omega t}+\cdots\cdots \end{aligned} \qquad (2.6)$$

と書ける。

ここで Φ_0 は steady motion potential を，Φ_1 は time factor が $e^{i\omega t}$ の incident wave potential Φ_I, diffraction potential Φ_D, および radiation potential Φ_R から成っているとする。

$$\Phi_1=\Phi_I+\Phi_D+\Phi_R \qquad (2.7)$$

船体上の圧力は Bernoulli の式より

$$p=-\rho\left[\frac{\partial\Phi}{\partial t}+\frac{1}{2}|\nabla\Phi|^2-\frac{1}{2}U^2\right]+\rho gz \quad \text{on } z=h(x,\ y,\ t) \qquad (2.8)$$

で与えられる。(2.6) を代入し，(2.3) および (2.5) を利用して展開すると

* ζ_i, $i=1, 2, 3$, は surging, swaying, heaving を $i=4, 5, 6$, は rolling, pitching, yawing をそれぞれ表わす。ζ_i が周波数 ω の調和振動の場合 $\zeta_i=\zeta_i e^{i\omega t}$ と記すことにする。

$$p=-\rho\Big[U\Phi_{0x}+\frac{1}{2}|\nabla\Phi_0|^2\Big]$$
$$\qquad[U\Phi_0]\qquad[\varepsilon^{-2}\Phi_0{}^2]$$
$$+e^{i\omega t}\boldsymbol{a}\cdot\nabla\Big[U\Phi_{0x}+\frac{1}{2}|\nabla\Phi_0|^2\Big]$$
$$\quad[\alpha]\quad[U\varepsilon^{-1}\Phi_0]\;[\varepsilon^{-3}\Phi_0{}^2]$$
$$+\rho g[z-(x\zeta_5-\zeta_3)e^{i\omega t}]$$
$$\quad[\varepsilon]\qquad[\alpha]$$
$$-\rho e^{i\omega t}[i\omega\Phi_1+\boldsymbol{V}\cdot\nabla\Phi_1]+\cdots\cdots$$
$$\quad[\omega\Phi_1]\;[\varepsilon^{-2}\Phi_0\Phi_1]$$
$$\text{on } z=h_0(x,\ y) \qquad (2.9)$$

となる。式の下の [ ] は各項の order を表わす。(2.9) で

$$\boldsymbol{V}=\boldsymbol{i}(U+\Phi_{0x})+\boldsymbol{j}\Phi_{0y}+\boldsymbol{k}\Phi_{0z} \qquad (2.10)$$

であり，steady motion による流体速度を表わす。右辺第2項は $\Phi_0=o(\alpha^{-1}\Phi_1)$ と考えるとき，他の項より higher order であることがわかる。(文献(1), Table 3) また，第一項は steady motion による圧力なので，これもやはり考えないことにする。

Hydrodynamic pressure は restoring force (moment) を除いて

$$p=-\rho e^{i\omega t}[i\omega\Phi_1+\boldsymbol{V}\cdot\nabla\Phi_1]+\cdots\cdots \qquad (2.11)$$

となる。これより流体力は

$$F_i=\iint_{S_0} n_i p\,dS \qquad (2.12)$$

で表わされるので，(2.11) を代入すると

$$F_i=-\rho e^{i\omega t}\iint_{S_0} n_i(i\omega\Phi_1+\boldsymbol{V}\cdot\nabla\Phi_1)dS \qquad (2.13)$$

となる。ここで S_0 は平均位置における船体表面であり，$n_i(i=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ 6)$* は

$$\boldsymbol{n}=(n_1,\ n_2,\ n_3),\quad \boldsymbol{n}\times\boldsymbol{r}=(n_4,\ n_5,\ n_6) \qquad (2.14)$$

で定義される量であり，$\boldsymbol{n}$ は船体内向きの unit normal vector である。

また，積分

$$\iint_{S_0} n_i(\boldsymbol{V}\cdot\nabla\Phi_1)dS \qquad (2.15)$$

は Tuck の定理[3),4)]が利用されて，

$$\iint_{S_0}[m_i\Phi_1+n_i(\boldsymbol{V}\cdot\nabla\Phi_1)]dS$$
$$=-\int_{c_0} dl\,n_i\Phi_1(\boldsymbol{K}\cdot\boldsymbol{V}) \qquad (2.16)$$

* $i=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ 6$ は運動の各モードと一致する。

となる。ここで c_0 は S_0 と $z=0$ の交線 (水線) であり，m_i は

$$\left.\begin{aligned}&(m_1,\ m_2,\ m_3)=\boldsymbol{m}=-(\boldsymbol{n}\cdot\nabla)\boldsymbol{V}\\&(m_4,\ m_5,\ m_6)=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{m}+\boldsymbol{V}\times\boldsymbol{n}\\&\quad=-(\boldsymbol{n}\cdot\nabla)(\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{V})\end{aligned}\right\}\ (2.17)$$

で定義される量である。細長体の仮定により (2.16) の線積分の項は higher order term であるので，これを省略すると，

$$\iint_{S_0} n_i(\boldsymbol{V}\cdot\nabla\Phi_1)dS=-\iint_{S_0} m_i\Phi_1 dS \qquad (2.18)$$

となる。これを (2.13) へ代入して，流体力は

$$F_i=-\rho e^{i\omega t}\iint_{S_0}\{i\omega n_i-m_i\}\Phi_1 dS \qquad (2.19)$$

で計算される。

Potential Φ_1 は，向い波の振巾，あるいは，船体動揺の振巾に比例するとしているので

$$\Phi_1=\sum_j \Phi^j\zeta_j \quad (j=1,\ 2,\ ,\ \cdots\cdots,\ 7) \qquad (2.20)$$

と書くことができる。Φ^7 は diffraction potential, および incident potential を表わすと考える。

(2.20) を (2.19) に代入すると

$$F_i=-e^{i\omega t}\sum_j\Big(\iint_{S_0}\{i\omega n_i-m_i\}\Phi^j dS\Big)\zeta_j$$
$$=e^{i\omega t}\sum_j T_{ij}\zeta_j \qquad (2.21)$$

と書ける。ここで T_{ij} は transfer function[3),5)]であり，次式で定義される。

$$T_{ij}=-\rho\iint_{S_0}(i\omega n_i-m_i)\Phi^j dS \qquad (2.22)$$

この T_{ij} は j th mode の運動により i th mode の力がこの式で計算されることを示す。

T_{ij} を§1で述べた case 1, 2 の場合について求めるのがこの報告の目的である。

3. case 1 の波浪強制力[6)]

Near field において incident wave potential は

$$\Phi_I(x,\ y,\ z)e^{i\omega t}=\frac{ga}{\omega_0}e^{\kappa z+i(\omega t-\kappa x)} \qquad (3.1)$$

で与えられる。ここで $\kappa=\omega_0{}^2/g=$wave number, $\lambda=2\pi/\kappa=$wave length, $a=$wave amplitude である。Diffraction potential $\Phi_D(x,\ y,\ z)$ に対する境界値問題は

$$\left.\begin{array}{ll}[\mathrm{L}] & \Phi_{Dyy}+\Phi_{Dzz}=0 \text{ in fluid domain} \\ [\mathrm{H}] & \dfrac{\partial \Phi_D}{\partial n}=-\dfrac{\partial \Phi_I}{\partial n} \quad \text{on } z=h_0(x, y) \\ [\mathrm{F}] & \Phi_{Dz}=-\Phi_{0zz}f_I \quad \text{on } z=0 \\ & \qquad (f_I=-iae^{-i\kappa x}) \\ [\mathrm{R}] & \Phi_D \sim 4\sigma_7(x)\ln r+2\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\sigma_7(\xi) \\ & \quad \times\dfrac{d}{d\xi}\{\mathrm{sgn}(x-\xi)\ln 2|x-\xi|\} \\ & \quad +4\pi\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\sigma_7(\xi)K(x-\xi) \\ & \qquad \text{as } r\to O(1)\end{array}\right\} \tag{3.2}$$

で与えられる。ここで，$r=\sqrt{y^2+z^2}$，および

$$K(x)=\frac{1}{2\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}dke^{ikx}\beta(k)\coth\beta(k) \tag{3.3}$$

$$\cosh\beta(k)=\frac{-(\omega+Uk-i\mu)^2}{g|k|} \quad \mu\to 0$$

である。

$$\Phi_I=\eta(x)e^{\kappa z}, \quad \eta(x)=\frac{g}{\omega_0}ae^{-i\kappa x}=i\frac{g}{\omega_0}f_I$$

とし，

$$\Phi_D=\eta\left(\Phi^7+i\frac{\omega_0}{g}\Phi_{0z}\right) \tag{3.4}$$

とすると，Φ^7 に関する境界値問題は (3.2) より次のようになることがわかる。

$$\left.\begin{array}{ll}[\mathrm{L}] & \Phi^7_{yy}+\Phi^7_{zz}=0 \quad \text{in fluid domain} \\ [\mathrm{H}] & \dfrac{\partial \Phi^7}{\partial n}=i\dfrac{\omega_0}{g}(i\omega_0 n_3 e^{\kappa z}+m_3) \\ & \qquad \text{on } z=h_0(x, y) \\ [\mathrm{F}] & \Phi^7{}_z=0 \qquad \text{on } z=0 \\ [\mathrm{R}] & \eta\Phi^7 \sim 4\sigma_7(x)\ln r+2\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\sigma_7(\xi) \\ & \quad \times\dfrac{d}{d\xi}\{\mathrm{sgn}(x-\xi)\ln 2|x-\xi|\} \\ & \quad +4\pi\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\sigma_7(\xi)K(x-\xi) \\ & \qquad \text{as } r\to O(1)\end{array}\right\} \tag{3.5}$$

これの解は

$$\eta\Phi^7(x, y, z)=\eta\Phi^7{}_{2D}(y, z)+f^7{}_{wall}(x) +f^7{}_{fs}(x) \tag{3.6}$$

と書ける。ここで

$$f^7{}_{wall}(x)=2\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\sigma_7(\xi)\frac{d}{d\xi}\times\{\mathrm{sgn}(x-\xi)\ln 2|x-\xi|\} \tag{3.7}$$

$$f^7{}_{fs}(x)=4\pi\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\sigma_7(\xi)K(x-\xi) \tag{3.8}$$

である。$\Phi^7_{2D}(y, z)$ は [L], [H], [F] を満足する $2-D$ potential である。$\sigma_7(x)$ は conservation of mass の関係より求まる。[H] の条件は船体 c から流れ出る流速度を表わし，[R] より検査面を通して流れでる流量が計算される[7]。これより

$$4\pi\sigma_7(x)=\eta\int_c\frac{\partial\Phi^7}{\partial n}dl$$

$$=i\eta\frac{\omega_0}{g}\int_c(i\omega_0 n_3 e^{\kappa z}+m_3)dl \tag{3.9}$$

$$=-f_I\left\{i\omega_0 B(x)+U\frac{d}{dx}B(x)\right\}$$

$$=-f_I\left(i\omega_0+U\frac{d}{dx}\right)B(x) \tag{3.10}$$

を得る。(Appendix I) ここで $B(x)$ は点 x における船幅である。上の関係で定まる $\sigma_7(x)$ を使い，(3.7) および (3.8) が計算される。

以上より diffraction potential Φ_D は

$$\Phi_D(x, y, z)=\eta\Phi^7_{2D}(y, z)+i\eta\frac{\omega_0}{g}\Phi_{0z} +f^7_{wall}(x)+f^7_{fs}(x) \tag{3.11}$$

で表わされる。したがって，これと Φ_I とを (2.22) へ代入すると波浪強制力が求まる。Φ_I によるものは Froude-Krylov force (moment) である。

$$T_{i7}{}^{FK}=-\rho\iint_{S_0}(i\omega n_i-m_i)\Phi_I{}^7 dS \tag{3.12}$$

$$=-\rho\int_L dxe^{-i\kappa x}\int_c(i\omega n_i-m_i)e^{\kappa z}dl$$

ここで $\Phi_I{}^7=e^{\kappa z-i\kappa x}$ である。また Φ_I は，

$$\Phi_I=\zeta_7\Phi_I{}^7, \quad \zeta_7=\frac{ga}{\omega_0} \tag{3.13}$$

$e^{\kappa z}=1+\kappa z+O(\varepsilon^2)$ $(z=O(\varepsilon))$ であるので

$$T_{i7}{}^{FK}=-\rho\int_L dxe^{-i\kappa x}\int_c(i\omega n_i-m_i)(1+\kappa z)dl \tag{3.14}$$

よって，$A(x)$ を x における断面積とすると，

$$T_{37}{}^{FK}=-\rho\int_L dxe^{-i\kappa x}\Big[i\omega\{B(x)-\kappa A(x)\} + U\frac{d}{dx}\{B(x)-\kappa A(x)\}\Big]$$

$$=-\rho\int_L dxe^{-i\kappa x}\left(i\omega+U\frac{d}{dx}\right)\times\{B(x)-\kappa A(x)\} \tag{3.15}$$

$$T_{57}{}^{FK}=-\rho\int_L dxe^{-i\kappa x}\left(i\omega+U\frac{d}{dx}\right)\times\{xB(x)-\kappa xA(x)\} \tag{3.16}$$

(Appendix I)。

Φ_D による波浪強制力は，(3.11) を (2.22) へ代入して得られる。$\zeta_7=ga/\omega_0$ であるとして

$$T_{i7}=-\rho\iint_{S_0}(i\omega n_i-m_i)\Phi_D{}^7 dS$$

$$=T_{i7}{}^{2D}+T_{i7}{}^{wall}+T_{i7}{}^{fs} \tag{3.17}$$

と書ける。ここで

$$T_{i7}{}^{2D}=-\rho\iint_{S_0}(i\omega n_i-m_i)e^{-i\kappa x}\times\left(\Phi_{2D}^7+i\frac{\omega_0}{g}\Phi_{0z}\right)dS \tag{3.18}$$

$$T_{i7}{}^{wall}=-\rho\iint_{S_0}(i\omega n_i-m_i)\frac{2}{\pi}i\frac{\omega_0}{g}\times\int_{-\infty}^{\infty}d\xi e^{-i\kappa\xi}\left(i\omega_0+U\frac{d}{d\xi}\right)B(\xi)\frac{d}{d\xi}\times\{\mathrm{sgn}(x-\xi)\ln 2|x-\xi|\}dS \tag{3.19}$$

$$T_{i7}{}^{fs}=-\frac{i\rho\omega_0}{g}\iint_{S_0}(i\omega n_i-m_i)\int_{-\infty}^{\infty}d\xi e^{-i\kappa\xi}\times\left(i\omega_0+U\frac{d}{d\xi}\right)B(\xi)\cdot K(x-\xi)dS \tag{3.20}$$

$T_{i7}{}^{2D}$ は具体的に船体形状が与えられないと計算をこれ以上進めることはできない。(3.19) と (3.20) については,

$$T_{37}{}^{wall}=\frac{1}{\pi}\frac{i\rho\omega_0}{g}\int_L dx\left(i\omega-U\frac{d}{dx}\right)B(x)\times\int_{-\infty}^{\infty}d\xi e^{-i\kappa\xi}\left(i\omega_0+U\frac{d}{d\xi}\right)B(\xi)G(x-\xi) \tag{3.21}$$

$$T_{57}{}^{wall}=\frac{1}{\pi}\frac{i\rho\omega_0}{g}\int_L dx\left(i\omega-U\frac{d}{dx}\right)(xB(x))\times\int_{-\infty}^{\infty}d\xi e^{-i\kappa\xi}\left(i\omega_0+U\frac{d}{d\xi}\right)B(\xi)G(x-\xi) \tag{3.22}$$

$$T_{37}{}^{fs}=-\frac{i\rho\omega_0}{g}\int_L dx\left(i\omega-U\frac{d}{dx}\right)B(x)\times\int_{-\infty}^{\infty}d\xi e^{-i\kappa\xi}\left(i\omega_0+U\frac{d}{d\xi}\right)B(\xi)\cdot K(x-\xi) \tag{3.23}$$

$$T_{57}{}^{fs}=-\frac{i\rho\omega_0}{g}\int_L dx\left(i\omega-U\frac{d}{dx}\right)(xB(x))\times\int_{-\infty}^{\infty}d\xi e^{-i\kappa\xi}\left(i\omega_0+U\frac{d}{d\xi}\right)B(\xi)\cdot K(x-\xi) \tag{3.24}$$

のように表わすことが可能である。(Appendix I) ここで, $G(x-\xi)$ は (3.19) に現われるもので,

$$G(x)=-\frac{1}{2}\frac{d}{dx}\mathrm{sgn}\,x\ln 2|x| \tag{3.25}$$

で定義される関数である。[1]

4. case 1 の船体動揺による流体力[5),6)]

Radiation potential Φ_R による流体力を求める。基本的には前章と同じ方法である。Φ_R は

$$\Phi_R=\zeta_3\Phi^3+\zeta_5\Phi^5 \tag{4.1}$$

と表わされるものとする。Φ^j に関する境界値問題は near field において

$$\left.\begin{array}{ll}
[\mathrm{L}] & \Phi_{yy}{}^j+\Phi_{zz}{}^j=0 \quad \text{in fluid domain}\\
[\mathrm{H}] & \dfrac{\partial\Phi^j}{\partial n}=i\omega n_j+m_j \\
 & \qquad\qquad \text{on} \quad z=h_0(x,\ y)\\
[\mathrm{F}] & \Phi_z{}^j=0 \qquad\quad \text{on} \quad z=0\\
[\mathrm{R}] & \Phi^j\sim 4\sigma_j(x)\ln r+2\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\sigma_j(\xi)\\
 & \quad\times\dfrac{d}{d\xi}\{\mathrm{sgn}(x-\xi)\ln 2|x-\xi|\}\\
 & \quad+4\pi\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\sigma_j(\xi)K(x-\xi)
\end{array}\right\} \tag{4.2}$$

で与えられる[1]。(4.2) の [H] 条件より, さらに

$$\Phi^j=i\omega\varphi_j{}^{(1)}+\varphi_j{}^{(2)} \tag{4.3}$$

とおき, 同様に

$$\sigma_j=i\omega\sigma_j{}^{(1)}+\sigma_j{}^{(2)} \tag{4.4}$$

とおく。このとき $\varphi_j{}^{(1)}$, $\varphi_j{}^{(2)}$ の境界値問題は

$$\left.\begin{array}{lll}
[\mathrm{L}] & \varphi_{jyy}{}^{(1)}+\varphi_{jzz}{}^{(1)}=0, & \\
 & & \varphi_{jyy}{}^{(2)}+\varphi_{jzz}{}^{(2)}=0\\
[\mathrm{H}] & \dfrac{\partial\varphi_j{}^{(1)}}{\partial n}=n_j & \dfrac{\partial\varphi_j{}^{(2)}}{\partial n}=m_j\\
[\mathrm{F}] & \varphi_{jz}{}^{(1)}=0 & \varphi_{jz}{}^{(2)}=0\\
[\mathrm{R}] & \text{same form as (4.2)} &
\end{array}\right\} \tag{4.5}$$

となる。Conservation of mass の関係を利用すると,

$$\left.\begin{array}{l}
4\pi\sigma_j{}^{(1)}(x)=\displaystyle\int_c dl n_j\\
4\pi\sigma_j{}^{(2)}(x)=\displaystyle\int_c dl m_j
\end{array}\right\} \tag{4.6}$$

の関係が得られる。具体的に求めると (Appendix I)

$$\left.\begin{array}{l}
\sigma_3{}^{(1)}(x)=\dfrac{1}{4\pi}B(x)\\
\sigma_5{}^{(1)}(x)=-\dfrac{1}{4\pi}xB(x)\\
\sigma_3{}^{(2)}(x)=\dfrac{U}{4\pi}\dfrac{d}{dx}B(x)\\
\sigma_5{}^{(2)}(x)=-\dfrac{U}{4\pi}\dfrac{d}{dx}xB(x)
\end{array}\right\} \tag{4.7}$$

である。したがって §3 の Φ_D の場合と同じように

$$\varphi_j{}^{(k)}=\varphi_{j,2D}{}^{(k)}+f_{j,wall}{}^{(k)}+f_{j,fs}{}^{(k)} \tag{4.8}$$

と書くことができる。各項の意味は Φ_D の場合と同

じである。$f_{j,wall}{}^{(k)}$, $f_{j,fs}{}^{(k)}$ は (3.7), (3.8) の右辺で定義される関数である。

$$\Phi_R=\sum_{j=3,5}(i\omega\varphi_j{}^{(1)}+\varphi_j{}^{(2)})\zeta_j \tag{4.9}$$

を (2.22) に代入すると

$$T_{ij}=-\rho\iint_{S_0}(i\omega n_i-m_i)(i\omega\varphi_j{}^{(1)}+\varphi_j{}^{(2)})dS$$
$$=T_{ij}{}^{(0)}+T_{ij}{}^{(1)}+T_{ij}{}^{(2)} \tag{4.10}$$

と書ける。ここで

$$T_{ij}{}^{(0)}=-\rho(i\omega)^2\iint_{S_0}dSn_i\varphi_j{}^{(1)} \tag{4.11}$$

$$T_{ij}{}^{(1)}=-\rho(i\omega)\iint_{S_0}dS(n_i\varphi_j{}^{(2)}-m_i\varphi_j{}^{(1)}) \tag{4.12}$$

$$T_{ij}{}^{(2)}=\rho\iint_{S_0}dSm_i\varphi_j{}^{(2)} \tag{4.13}$$

である。$T_{ij}{}^{(0)}$ は前進速度の影響を含まない項であり，残りの項は含む項である。それぞれの項につき演算をすすめることにする。

i) $T_{ij}{}^{(0)}$

$$T_{ij}{}^{(0)}=-\rho(i\omega)^2\iint_{S_0}dS\{n_i(\varphi_{j,2D}{}^{(1)}+f_{j,wall}{}^{(1)}+f_{j,fs}{}^{(1)})\} \tag{4.14}$$

これを

$$T_{ij,2D}{}^{(0)}=-\rho(i\omega)^2\iint_{S_0}dSn_i\varphi_{j,2D}{}^{(1)} \tag{4.15}$$

$$T_{ij,wall}{}^{(0)}=-\rho(i\omega)^2\iint_{S_0}dSn_if_{j,wall}{}^{(1)} \tag{4.16}$$

$$T_{ij,fs}{}^{(0)}=-\rho(i\omega)^2\iint_{S_0}dSn_if_{j,fs}{}^{(1)} \tag{4.17}$$

と3つの項に分ける。(4.15) は $\varphi_{j,2D}$ を数値的に解くことで計算される。(4.16) と (4.17) については，(4.7) および，Appendix I の結果を利用して，次のようになる。

$$\left.\begin{aligned}
T_{33,wall}{}^{(0)}&=\frac{1}{\pi}\rho(i\omega)^2\int_L dxB(x)\times\int_{-\infty}^{\infty}d\xi B(\xi)G(x-\xi)\\
T_{35,wall}{}^{(0)}&=-\frac{1}{\pi}\rho(i\omega)^2\int_L dxB(x)\times\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\xi B(\xi)G(x-\xi)\\
T_{53,wall}{}^{(0)}&=-\frac{1}{\pi}\rho(i\omega)^2\int_L dxxB(x)\times\int_{-\infty}^{\infty}d\xi B(\xi)G(x-\xi)\\
T_{55,wall}{}^{(0)}&=\frac{1}{\pi}\rho(i\omega)^2\int_L dxxB(x)\times\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\xi B(\xi)G(x-\xi)
\end{aligned}\right\} \tag{4.18}$$

$G(x-\xi)$ は (3.25) で定義される関数である。また $T_{ij,fs}{}^{(0)}$ については

$$\left.\begin{aligned}
T_{33,fs}{}^{(0)}&=-\rho(i\omega)^2\int_L dxB(x)\times\int_{-\infty}^{\infty}d\xi B(\xi)K(x-\xi)\\
T_{35,fs}{}^{(0)}&=\rho(i\omega)^2\int_L dxB(x)\times\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\xi B(\xi)K(x-\xi)\\
T_{53,fs}{}^{(0)}&=\rho(i\omega)^2\int_L dxxB(x)\times\int_{-\infty}^{\infty}d\xi B(\xi)K(x-\xi)\\
T_{55,fs}{}^{(0)}&=-\rho(i\omega)^2\int_L dxxB(x)\times\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\xi B(\xi)K(x-\xi)
\end{aligned}\right\} \tag{4.19}$$

となる。$K(x-\xi)$ は (3.3) で定義される関数である。

ii) $T_{ij}{}^{(1)}$

(4.5) より，$n_i=\dfrac{\partial\varphi_j{}^{(1)}}{\partial n}$, $m_i=\dfrac{\partial\varphi_j{}^{(2)}}{\partial n}$ であるので，

$$T_{ij}{}^{(1)}=-\rho(i\omega)\iint_{S_0}dS\left(\frac{\partial\varphi_j{}^{(1)}}{\partial n}\varphi_j{}^{(2)}-\frac{\partial\varphi_j{}^{(2)}}{\partial n}\varphi_j{}^{(1)}\right) \tag{4.20}$$

となる。

$i=j$ の場合 Green の定理の使える形である。S_0 に $z=0$ の自由表面 F_0, 船体より遠く離れた位置における自由表面 F_0 に垂直な検査面 S_∞, および $z\to O(1)$ なる深さに底面 S_B を加える。これらの面で囲まれた流体の内部で Green の定理が適用されて

$$T_{ii}{}^{(1)}=-\rho(i\omega)\left[-\iint_{F_0}dS\left(\frac{\partial\varphi_j{}^{(1)}}{\partial n}\varphi_j{}^{(2)}-\frac{\partial\varphi_j{}^{(2)}}{\partial n}\varphi_j{}^{(1)}\right)-\iint_{S\infty}dS\left(\frac{\partial\varphi_j{}^{(1)}}{\partial n}\varphi_j{}^{(2)}-\frac{\partial\varphi_j{}^{(2)}}{\partial n}\varphi_j{}^{(1)}\right)\right]$$

となる。S_B で $\partial\varphi_j{}^{(k)}/\partial z\to 0$, であるので上式の表現となる。また F_0 で $\partial\varphi_j{}^{(k)}/\partial z=0$, S_∞ で [R] 条件より積分は0となることがわかるので，

$$T_{ij}{}^{(1)}=0 \tag{4.21}$$

となる。

$i=3$, $j=5$ の場合, (4.20) は

$$T_{35}{}^{(1)}=-\rho(i\omega)\left[\iint_{S_0}dS\left(\frac{\partial\varphi_3{}^{(1)}}{\partial n}\varphi_5{}^{(2)}-\frac{\partial\varphi_5{}^{(2)}}{\partial n}\varphi_3{}^{(1)}\right)\right.$$
$$\left.+\iint_{S_0}dS\left(\frac{\partial\varphi_5{}^{(2)}}{\partial n}\varphi_3{}^{(1)}-\frac{\partial\varphi_3{}^{(2)}}{\partial n}\varphi_5{}^{(1)}\right)\right]$$

と書ける。第一項は Green の定理が使える形になるので, 第2項のみが残る。

$$\frac{\partial\varphi_5{}^{(2)}}{\partial n}=m_5=-Un_3-xm_3$$

であることより, (Appendix I)

$$T_{35}{}^{(1)}=-\rho(i\omega)\iint_{S_0}dS(-Un_3\varphi_3{}^{(1)}$$
$$-xm_3\varphi_3{}^{(1)}-m_3\varphi_5{}^{(1)}) \tag{4.22}$$

となる。(4.8) を代入して i) の場合のように3つの部分にわけると

$$T_{35,2D}{}^{(1)}=-\rho(i\omega)\iint_{S_0}dS\{-(Un_3+xm_3)\varphi_{3,2D}{}^{(1)}$$
$$-m_3\varphi_{5,2D}{}^{(1)}\} \tag{4.23}$$

$$T_{35,wall}{}^{(1)}=-\rho(i\omega)\iint_{S_0}dS\{-(Un_3$$
$$+xm_3)f_{3,wall}{}^{(1)}-m_3f_{5,wall}{}^{(1)}\} \tag{4.24}$$

$$T_{35,fs}{}^{(1)}=-\rho(i\omega)\iint_{S_0}dS\{-(Un_3+xm_3)f_{3,fs}{}^{(1)}$$
$$-m_3f_{5,wall}{}^{(1)}\} \tag{4.25}$$

となる。$T_{35,2D}{}^{(1)}$ は数値的に解かねばならないので, これ以上考えないことにする。(4.24) については

$$T_{35,wall}{}^{(1)}=-\frac{U}{i\omega}T_{33,wall}{}^{(0)}+\rho(i\omega)$$
$$\times\iint_{S_0}dS(xm_3f_{3,wall}{}^{(1)}+m_5f_{5,wall}{}^{(1)})$$

と書ける。第2項の積分は Appendix I の結果を利用して,

$$T_{35,wall}{}^{(1)}=-\frac{U}{i\omega}T_{33,wall}{}^{(0)}-\frac{1}{\pi}\rho(i\omega)U$$
$$\times\int_L dx xB'(x)\int_{-\infty}^{\infty}d\xi B(\xi)G(x-\xi)$$
$$+\frac{1}{\pi}\rho(i\omega)U\int_L dxB'(x)$$
$$\times\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\xi B(\xi)G(x-\xi) \tag{4.26}$$

となる。$T_{35,fs}{}^{(1)}$ も全く同様にして

$$T_{35,fs}{}^{(1)}=-\frac{U}{i\omega}T_{33,fs}{}^{(0)}+\rho(i\omega)U$$
$$\times\int_L dx xB'(x)\int_{-\infty}^{\infty}d\xi B(\xi)G(x-\xi)$$
$$-\rho(i\omega)U\int_L dxB'(x)$$
$$\times\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\xi B(\xi)G(x-\xi) \tag{4.27}$$

となる。

$i=5$, $j=3$ の場合も同様にして演算を行うと,

$$\left.\begin{aligned}T_{53,2D}{}^{(1)}&=-T_{35,2D}{}^{(1)}\\T_{53,wall}{}^{(1)}&=-T_{35,wall}{}^{(1)}\\T_{53,fs}{}^{(1)}&=-T_{35,fs}{}^{(1)}\end{aligned}\right\} \tag{4.28}$$

となることがわかる。すなわち

$$T_{53}{}^{(1)}=-T_{35}{}^{(1)} \tag{4.29}$$

の関係が成立している

iii) $T_{ij}{}^{(2)}$

$\varphi_j{}^{(2)}$ に (4.8) を入れ (4.13) を書くと

$$\left.\begin{aligned}T_{ij,2D}{}^{(2)}&=\rho\iint_{S_0}dSm_i\varphi_{j,2D}{}^{(2)}\\T_{ij,wall}{}^{(2)}&=\rho\iint_{S_0}dSm_if_{j,wall}{}^{(2)}\\T_{ij,fs}{}^{(2)}&=\rho\iint_{S_0}dSm_if_{j,fs}{}^{(2)}\end{aligned}\right\} \tag{4.30}$$

となる。2−D 部分は前のと同じ理由で計算をしない。(4.7) の $\sigma_j{}^{(2)}$ を $f_j{}^{(2)}$ に代入し, Appendix I の結果を利用すると,

$$\left.\begin{aligned}T_{33,wall}{}^{(2)}&=-\frac{1}{\pi}\rho U^2\int_L dxB'(x)\\&\quad\times\int_{-\infty}^{\infty}d\xi B'(\xi)G(x-\xi)\\T_{35,wall}{}^{(2)}&=\frac{1}{\pi}\rho U^2\int_L dxB'(x)\\&\quad\times\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\frac{d}{d\xi}\\&\quad\xi B(\xi)\cdot G(x-\xi)\\T_{53,wall}{}^{(2)}&=\frac{1}{\pi}\rho U^2\int_L dx\frac{d}{dx}xB(x)\\&\quad\times\int_{-\infty}^{\infty}d\xi B'(\xi)G(x-\xi)\\T_{55,wall}{}^{(2)}&=-\frac{1}{\pi}\rho U^2\\&\quad\times\int_L dx\frac{d}{dx}xB(x)\\&\quad\times\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\frac{d}{d\xi}\xi\xi B(\xi)\cdot G(x-\xi)\end{aligned}\right\} \tag{4.31}$$

$$\left.\begin{aligned}T_{33,fs}{}^{(2)}&=\rho U^2\int_L dxB'(x)\\&\quad\times\int_{-\infty}^{\infty}d\xi B'(\xi)K(x-\xi)\\T_{35,fs}{}^{(2)}&=-\rho U^2\int_L dxB'(x)\\&\quad\times\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\frac{d}{d\xi}\xi B(\xi)\cdot K(x-\xi)\\T_{53,fs}{}^{(2)}&=-\rho U^2\int_L dx\frac{d}{dx}xB(x)\\&\quad\times\int_{-\infty}^{\infty}d\xi B'(\xi)K(x-\xi)\\T_{55,fs}{}^{(2)}&=\rho U^2\int_L dx\frac{d}{dx}xB(x)\\&\quad\times\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\frac{d}{d\xi}\xi B(\xi)\cdot K(x-\xi)\end{aligned}\right\}\quad(4.32)$$

Symmety relations[2] を見るために，$2-D$ 部分の coupling の項を考察する。

$$\begin{aligned}T_{35,2D}{}^{(2)}-T_{53,2D}{}^{(2)}&=\rho\iint_{S_0}dS(m_3\varphi_{5,2D}{}^{(2)}-m_5\varphi_3{}^{(2)})\\&=\rho\iint_{S_0}dS\left(\frac{\partial\varphi_3{}^{(2)}}{\partial n}\varphi_5{}^{(2)}-\frac{\partial\varphi_5{}^{(2)}}{\partial n}\varphi_3{}^{(2)}\right)_{2D}\\&=0\ (\text{from Green's theorem})\end{aligned}\quad(4.33)$$

これは $T_{ii}{}^{(1)}$ と同じように計算され結論づけられる。

また，(4.31) と (4.32) の coupling term は $i=5$, $j=3$ のとき $x=-x'$, $\xi=-\xi'$ とすると，$i=3$, $j=5$ の式と一致することがわかる。上の操作は流れの向きを逆にすることと同じである。$2-D$ 部分については流れの向きが逆になっても (4.33) は成立する。したがって

$$(T_{35}{}^{(2)})^+=(T_{53}{}^{(2)})^-\quad(4.34)$$

が成立することがわかる。±符号は流れの向きが互いに逆であることを示す。

$T_{35}{}^{(0)}$ と $T_{53}{}^{(0)}$ の場合も (4.34) と同じ形の関係が成立することが容易に導びける。

したがって

$$\left.\begin{aligned}T_{35}{}^{(0)}&=T_{53}{}^{(0)}\\T_{35}{}^{(1)}&=-T_{53}{}^{(1)}\\T_{35}{}^{(2)}&=T_{53}{}^{(2)}\end{aligned}\right\}\quad(4.35)$$

の関係になっていることがわかる[2]。

5. case 2 の波浪強制力[8),9)]

この場合は $\kappa=O(\varepsilon^{-1})$ であり，向い波の波長は ε と同じ order であるとされる。Incident wave potential は (3.1) で定義されている。

$$\Phi_I(x,\ y,\ z)=\frac{ga}{\omega_0}e^{\kappa z-i\kappa x}\quad(3.1)$$

出会い周波数 ω は，$U=O(\varepsilon^{1/2})$ であるので

$$\omega=\omega_0+U\kappa=O(\varepsilon^{-1/2})\quad(5.1)$$

であり，ω_0 と同じ order を持つ。

向い波と船体との干渉を表わす diffraction potential の満たすべき条件は，near field において

$$\left.\begin{aligned}&[\mathrm{L}]\quad \Phi_{Dyy}+\Phi_{Dzz}-\kappa^2\Phi_D=0\quad\text{in fluid domain}\\&[\mathrm{H}]\quad \frac{\partial\Phi_D}{\partial n}=-\frac{\partial\Phi_I}{\partial n}\quad\text{on}\quad z=h_0(x,\ y)\\&[\mathrm{F}]\quad \left(i\omega+U\frac{\partial}{\partial x}\right)^2\Phi_D+g\Phi_{Dz}=0\quad\text{on}\quad z=0\\&[\mathrm{R}]\quad \Phi_D\sim-4\left\{\frac{\pi\kappa}{2(1+2\tau)}\right\}^{1/2}e^{\kappa z-i\kappa x}\\&\qquad\times e^{-i\pi/4}\int_{-\infty}^{x}d\xi\frac{\sigma(\xi)}{\sqrt{x-\xi}}\\&\qquad+4\pi\sigma(x)e^{-i\kappa x}\{\kappa ye^{\kappa z}\\&\qquad-g(z,\ \tau)\}\quad\text{as}\quad y\to O(1)\end{aligned}\right\}\quad(5.2)$$

で与えられる[1)]。ここで

$$\tau=\frac{\omega_0U}{g}=\frac{\omega U-U^2\kappa}{g}$$

であり，$g(z,\ \tau)$ は次式で定義される関数である。

$$\begin{aligned}g(z,\ \tau)=&\frac{(1+\tau)}{\sqrt{2}(1+2\tau)}e^{\nu(1+\tau)^2z}\\&-\frac{\sqrt{2}(1-A)^2}{4\sqrt{A(1-2\tau-A)(1-2\tau-2\tau^2-A)}}e^{\nu(1-\tau)^2z/4}\\&-\frac{\sqrt{2}(1+A)^2}{4\sqrt{A(1-2\tau+A)(1-2\tau-2\tau^2+A)}}e^{\nu(1+\tau)^2z/4},\\&\qquad 0\le\tau<\frac{1}{2}(\sqrt{2}-1)\end{aligned}$$

$$g(z,\ \tau)=\frac{(1+\tau)^2}{\tau(1+2\tau)\sqrt{2}}e^{\nu(1+\tau)^2z},\quad\frac{1}{2}(\sqrt{2}-1)<\tau$$

ここで

$$\nu=\frac{g}{U^2}=O(\varepsilon^{-1}),$$

$A=\sqrt{4\tau^2+4\tau-1}$ である。

この case 2 の場合，$g(z,\ \tau)$ がこのままであると，far field solution との matching が不可能であり，case 2 の order の仮定の下では Φ_D の問題が扱えなくなる[9)]。この難点は steady motion による波の影響と time dependent motion による波の影響の分離が case 2 の仮定だと不可能であることに帰因している。しかし，2つの波の影響が分離されると仮定し，

$$g(z,\ \tau)=\begin{cases} -e^{\kappa z}\dfrac{i}{2} & 0\leq\tau<\dfrac{1}{2}(\sqrt{2}-1) \\ e^{\kappa z}\dfrac{1}{2\sqrt{2}} & \dfrac{1}{2}(\sqrt{2}-1)<\tau \end{cases} \tag{5.3}$$

が成立するものとして Φ_D の問題を考えることにする[9]。

(5.2) の [H] 条件より

$$\Phi_D(x,\ y,\ z)=\zeta_7\Phi^7(x,\ y,\ z)e^{-i\kappa x} \tag{5.4}$$

の形を仮定する。$\zeta_7=ga/\omega_0$ である。Φ^7 は x 方向に slowly varying である関数とする。Φ^7 の条件は

$$\left.\begin{array}{ll} [\mathrm{L}] & \Phi_{yy}{}^7+\Phi_{zz}{}^7-\kappa^2\Phi^7=0 \\ [\mathrm{H}] & \dfrac{\partial\Phi^7}{\partial n}=-\kappa n_3e^{\kappa z}\quad \text{on}\quad z=h_0(x,\ y) \\ [\mathrm{F}] & \kappa\Phi^7-\Phi_z{}^7=0\qquad \text{on}\quad z=0 \\ [\mathrm{R}] & \Phi^7\sim-4\left\{\dfrac{\pi\kappa}{2(1+2\tau)}\right\}^{1/2}e^{\kappa z}e^{-i\pi/4} \\ & \quad\times\displaystyle\int_{-\infty}^{x}d\xi\frac{\sigma_7(\xi)}{\sqrt{x-\xi}} \\ & \quad+4\pi\sigma_7(x)e^{\kappa z}\{\kappa y-B(\tau)\} \end{array}\right\} \tag{5.5}$$

ここで

$$B(\tau)=\begin{cases} -\dfrac{i}{2} & 0\leq\tau<\dfrac{1}{2}(\sqrt{2}-1) \\ \dfrac{1}{2\sqrt{2}} & \dfrac{1}{2}(\sqrt{2}-1)<\tau \end{cases} \tag{5.6}$$

である。

Φ^7 の解は

$$\Phi^7=-e^{\kappa z}+A(x)\Phi^*(\kappa,\ y,\ z) \tag{5.7}$$

で与えられる[8]。ここで

$$\Phi^*(\kappa,\ y,\ z)=e^{\kappa z}+\int_c\kappa\mu(s',\ \kappa)[G(\kappa y,\ \kappa z\ ;\ \kappa\eta,\ \kappa\zeta)+G(\kappa y,\ \kappa z\ ;\ -\kappa\eta,\ \kappa\zeta)]ds' \tag{5.8}$$

であり，c は船体断面の $y>0$, $z<0$ の部分であり，

$$G(\kappa y,\ \kappa z\ ;\ \kappa\eta,\ \kappa\zeta)=K_0\{\kappa[(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2]^{1/2}\}$$

$$\frac{1}{4}\left(\int_{-\infty}^{\infty}+\int_{-\infty}^{\infty}\right)$$

$$\frac{\cosh\lambda+1}{\cosh\lambda-1}e^{i\kappa(y-\eta)\sinh\lambda+\kappa(z+\zeta)\cosh\lambda}d\lambda$$

である。$K_0(z)$ は modified Bessel function を表わす。$\mu(s,\ \kappa)$ は，次の積分方程式の解である

$$\pi\kappa\mu(s,\ \kappa)-\int_c\kappa\mu(s',\ \kappa)\left[\frac{\partial G_+}{\partial N}+\frac{\partial G_-}{\partial N}\right]ds'=\frac{\partial}{\partial N}e^{\kappa\zeta(s)} \tag{5.9}$$

Kochin function を

$$E(\kappa,\ c)=\int_c\kappa\mu(s',\ \kappa)e^{\kappa\zeta(s')}ds' \tag{5.10}$$

とするとき，

$$A(x)=-\frac{\sigma_7(x)}{E(\kappa,\ c)} \tag{5.11}$$

であり，$\sigma_7(x)$ は次の Volterra type の積分方程式の解である。

$$\left\{\frac{\kappa}{2\pi(2\tau+1)}\right\}^{1/2}e^{-i\pi/4}\int_{-\infty}^{x}d\xi\frac{\sigma_7(\xi)}{\sqrt{x-\xi}}+\left\{B(\tau)-\frac{1}{4\pi E(\kappa,\ c)}\right\}\sigma_7(x)-\frac{1}{4\pi}=0 \tag{5.12}$$

以上により Φ_D は定まり，

$$\Phi_D+\Phi_I=\zeta_7A(x)\Phi^*(\kappa,\ y,\ z)e^{-i\kappa x} \tag{5.13}$$

である。(2.22) により，波浪強制力は

$$T_{i7}=-\rho\iint_{S_0}(i\omega n_i-m_i)A(x)\Phi^*(\kappa,\ y,\ z)e^{-i\kappa x}dS \tag{5.14}$$

となる。(5.14) の積分が次のように x と c まわりのものに分けられるとする。

$$T_{i7}=-\rho\int_{\mathrm{L}}dxA(x)e^{-i\kappa x}\int_c dl(i\omega n_i-m_i)\Phi^*(\kappa,y,z) \tag{5.15}$$

よって

$$\left.\begin{array}{l} T_{37}=-\rho\displaystyle\int_{\mathrm{L}}dxA(x)e^{-i\kappa x}\int_c dl(i\omega n_3-m_3) \\ \quad\times\Phi^*(\kappa,\ y,\ z) \\ T_{57}=-\rho\displaystyle\int_{\mathrm{L}}dxA(x)e^{-i\kappa x}\int_c dl\{-x(i\omega n_3 \\ \quad-m_3)+Un_3\}\Phi^*(\kappa,\ y,\ z) \end{array}\right\} \tag{5.16}$$

となる。

6. case 2 の船体動揺による流体力[3]

Radiation potential は

$$\Phi_R(x,\ y,\ z)=\zeta_3\Phi^3+\zeta_5\Phi^5$$

と表わされる。この case の場合，さらに

$$\Phi^j=\Psi_1{}^j+\Psi_2{}^j+\Psi_3{}^j\quad(i=3,\ 5) \tag{6.1}$$

と分けることができる[1]。$\Psi_i{}^j$ ($i=1,\ 2,\ 3$) の境界値問題は，$\Psi_1{}^j$ について

$$\left.\begin{array}{ll} [\mathrm{L}] & \Psi_{1yy}{}^j+\Psi_{1zz}{}^j=0 \\ [\mathrm{H}] & \dfrac{\partial\Psi_1{}^j}{\partial n}=i\omega n_j\quad \text{on}\quad z=h_0(x,\ y) \\ [\mathrm{F}] & g\Psi_{1z}{}^j-\omega^2\Psi_1{}^j=0\quad \text{on}\quad z=0 \\ [\mathrm{R}] & \Psi_1{}^j\sim4\pi i\sigma_j{}^{(1)}(x)e^{\kappa z-i\kappa y} \\ & \qquad\text{as}\quad y\to O(1) \end{array}\right\} \tag{6.2}$$

$\Psi_2{}^j$ は

$$\left.\begin{array}{ll}[\mathrm{L}] & \Psi_{2yy}{}^{j}+\Psi_{2zz}{}^{j}=0\\ [\mathrm{H}] & \dfrac{\partial\Psi_2{}^j}{\partial n}=m_j \quad \text{on} \quad z=h_0(x,\ y)\\ [\mathrm{F}] & g\Psi_{2z}{}^{j}-\omega^2\Psi_2{}^j=0 \quad \text{on} \quad z=0\\ [\mathrm{R}] & \Psi_2{}^j\sim 4\pi i\sigma_j{}^{(2)}(x)e^{\kappa z-i\kappa y}\\ & \qquad\qquad \text{as} \quad y\to O(1)\end{array}\right\}\quad(6.3)$$

$\Psi_3{}^j$ については

$$\left.\begin{array}{ll}[\mathrm{L}] & \Psi_{3yy}{}^{j}+\Psi_{3zz}{}^{j}=0\\ [\mathrm{H}] & \dfrac{\partial\Psi_3{}^j}{\partial n}=0 \quad \text{on} \quad z=h_0(x,\ y)\\ [\mathrm{F}] & g\Psi_{3z}{}^{j}-\omega^2\Psi_3{}^j=-2i\omega U\Psi_{1x}{}^j\\ & \quad -2i\omega\Phi_{0y}\Psi_{1y}{}^j+i\omega\Phi_{0zz}\Psi_1{}^j\\ & \qquad\qquad \text{on} \quad z=0\\ [\mathrm{R}] & \Psi_3{}^j\sim -8\pi i\tau y\dfrac{d}{dx}\sigma_j{}^{(1)}(x)e^{\kappa z-i\kappa y}\\ & \qquad\qquad \text{as} \quad y\to O(1)\end{array}\right\}\quad(6.4)$$

となる。$\Psi_i{}^j$ は船体が与えられた時，数値的に計算される。

流体力は (2.22) により求められる。(6.1) を代入して,次のように分ける。最高次の項をを無視すると,

$$T_{ij}=T_{ij}{}^{(0)}+T_{ij}{}^{(1)}+T_{ij}{}^{(2)} \qquad (6.5)$$

ここで

$$T_{ij}{}^{(0)}=-\rho(i\omega)\iint_{S_0}dSn_i\Psi_1{}^j \qquad (6.6)$$

$$T_{ij}{}^{(1)}=-\rho\iint_{S_0}dS(i\omega n_i\Psi_2{}^j-m_i\Psi_1{}^j) \qquad (6.7)$$

$$T_{ij}{}^{(2)}=-\rho(i\omega)\iint_{S_0}dSn_i\Psi_3{}^j \qquad (6.8)$$

である。それぞれの項につき演算を行う。

i) $T_{ij}{}^{(0)}$

$$\left.\begin{array}{l}T_{33}{}^{(0)}=-\rho(i\omega)\displaystyle\iint_{S_0}dSn_3\Psi_1{}^3\\ T_{35}{}^{(0)}=-\rho(i\omega)\displaystyle\iint_{S_0}dSn_3\Psi_1{}^5\\ T_{35}{}^{(0)}=-\rho(i\omega)\displaystyle\iint_{S_0}dSn_5\Psi_1{}^3\\ T_{55}{}^{(0)}=-\rho(i\omega)\displaystyle\iint_{S_0}dSn_5\Psi_1{}^5\end{array}\right\}\quad(6.9)$$

Slender body assumption により，また (6.2) より

$$n_5\approx -xn_3,\ \ \Psi_1{}^5\approx -x\Psi_1{}^3 \qquad (6.10)$$

とされる。すなわち

$$T_{55}{}^{(0)}=-\rho(i\omega)\iint_{S_0}dSn_3x^2\Psi_1{}^3 \qquad (6.11)$$

$$T_{35}{}^{(0)}=T_{53}{}^{(0)}=\rho(i\omega)\iint_{S_0}dSn_3x\Psi_1{}^3 \qquad (6.12)$$

となる。

ii) $T_{ij}{}^{(1)}$

§4の場合と同じように $T_{ii}{}^{(1)}=0$ となることが証明される。領域を S_0, F_0, S_∞ そして S_B で囲まれた内部とし，そこで Green の定理が成立するので

$$T_{ii}{}^{(1)}=\rho\iint_{F_0}dS\left(\frac{\partial\Psi_1{}^i}{\partial n}\Psi_2{}^i-\frac{\partial\Psi_2{}^i}{\partial n}\Psi_1{}^i\right)$$
$$+\rho\iint_{S\infty}dS\left(\frac{\partial\Psi_1{}^i}{\partial n}\Psi_2{}^i-\frac{\partial\Psi_2{}^i}{\partial n}\Psi_1{}^i\right)$$

S_B で $\Psi_j{}^i\to 0$ である。(6.2), (6.3) の自条表面条件，および [R] 条件により上式が0となることは明らかである。$i\neq j$ のとき，$i=3$, $j=5$ とすると

$$T_{35}{}^{(1)}=-\rho\iint_{S_0}dS\left(\frac{\partial\Psi_1{}^3}{\partial n}\Psi_2{}^5-\frac{\partial\Psi_2{}^5}{\partial n}\Psi_1{}^3\right)$$
$$-\rho\iint_{S_0}dS\left(\frac{\partial\Psi_2{}^5}{\partial n}\Psi_1{}^3-\frac{\partial\Psi_2{}^3}{\partial n}\Psi_1{}^5\right)$$

第一項は Green の定理の使える形であり，第2項のみが残る。すなわち

$$T_{35}{}^{(1)}=-\rho\iint_{S_0}dS(m_5\Psi_1{}^3-m_3\Psi_1{}^5)$$

また,

$$m_5=-Un_3-xm_3,\ \ \Psi_1{}^5=-x\Psi_1{}^3$$

であるので

$$T_{35}{}^{(1)}=\rho U\iint_{S_0}dSn_3\Psi_1{}^3=-\frac{U}{i\omega}T_{33}{}^{(0)} \qquad (6.13)$$

となる。$i=5$, $j=3$ の場合も同じようにして

$$T_{53}{}^{(1)}=T_{35}{}^{(1)} \qquad (6.14)$$

であることがわかる。

iii) $T_{ij}{}^{(2)}$

この項については Ogilvie & Tuck[3] (1969) に詳述されているので，ここでは結果のみを記すことにする。

$$T_{33}{}^{(2)}=T_{55}{}^{(2)}=0 \qquad (6.15)$$

$$T_{35}{}^{(2)}=-T_{53}{}^{(2)}=-\frac{2\rho}{g}(i\omega)U\int_L dx$$
$$\times\left(\int_{y_0(x)}^{\infty}dy[(\Psi_1{}^3)^2-\{4\pi\sigma_3{}^{(1)}(x)\}^2e^{-2i\kappa y}]\right.$$
$$\left.-\frac{i}{2\kappa}\{4\pi\sigma_3{}^{(1)}(x)\}e^{-2i\kappa y_0(x)}\right) \qquad (6.16)$$

この場合の symmetry relation は

$$\left.\begin{array}{l} T_{35}{}^{(0)}=T_{53}{}^{(0)} \\ T_{35}{}^{(1)}=T_{53}{}^{(1)} \\ T_{35}{}^{(2)}=-T_{53}{}^{(2)} \end{array}\right\} \quad (6.17)$$

の関係になっていることがわかる。[2]

7. Near field における Haskind-Hanaoka-Newman の関係

波浪強制力については Haskind-Hanaoka-Newman の関係[4] により diffraction 問題を解かずに radiation potential で計算される場合があることが知られている。ここで行っているような matched asymptotic expansion method における，near field potential を使って波浪強制力を計算する際にも Haskind-Hanaoka-Newman の関係のようなものがあるかどうか調べて見る。§3と§5で見たように，向い波の波長の order が異なると，diffraction 問題も全く違う様相を示す。case 1 の場合には diffraction 問題と radiation 問題とで同じ $2-D$ Laplace 方程式を支配方程式としているが，case 2 の場合には diffration 問題の支配方程式は $2-D$ Helmholtz 方程式であり，radiation 問題は $2-D$ Laplace 方程式である。したがって，case 1 の場合には，H-H-N* 関係が成立つ可能性があるが，case 2 の場合には §6 で解かれた radiation potential によって強制力を表わすことはできない。したがって，case 2 の場合には $2-D$ Helmholtz 方程式を満足するような generalized radiation potential[9] について H-H-N 関係式が成立するか調べることになる。

i) case 1 の場合

波強制力は (2.22) より

$$T_{i7}=-\rho\iint_{S_0}(i\omega n_i-m_i)(\Phi_D{}^7+\Phi_I{}^7)dS \qquad (7.1)$$

ここで

$$\Phi_I{}^7=e^{\kappa z-i\kappa x} \qquad (3.13)$$

$$\Phi_D{}^7=\left(\Phi^7+i\frac{\omega_0}{g}\Phi_{0z}\right)e^{-i\kappa x} \quad ((3.4)\text{ より}) \qquad (7.2)$$

である。Φ^7 は (3.5) の境界値問題の解である。

今，次の問題を考えて見る

$$\left.\begin{array}{lll} [\mathrm{L}] & \tilde{\Phi}_{yy}{}^i+\tilde{\Phi}_{zz}{}^i=0 & \\ [\mathrm{H}] & \dfrac{\partial\tilde{\Phi}^i}{\partial n}=i\omega n_i-m_i & \text{on } z=h_0(x,\ y) \\ [\mathrm{F}] & \tilde{\Phi}_z{}^i=0 & \text{on } z=0 \\ [\mathrm{R}] & \tilde{\Phi}^i=4\sigma_i(x)\ln r & \\ & \quad -4\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\sigma_i(\xi)G(x-\xi) & \\ & \quad +4\pi\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\sigma_i(\xi)K(x-\xi) & \\ & \quad \text{as } y\rightarrow O(1) & \end{array}\right\} \quad (7.3)$$

[H] 条件は $\tilde{\Phi}^i$ が (4.2) で与えられる radiation 問題において，流れの向きが逆になったときの問題の解であることを示す。したがって

$$\tilde{\Phi}^i=(\Phi^i)^- \qquad (7.4)$$

である。

(7.1) は (7.3) の [H] 条件より，

$$T_{i7}=-\rho\iint_{S_0}\frac{\partial\tilde{\Phi}^i}{\partial n}(\Phi_D{}^7+\Phi_I{}^7)dS \qquad (7.5)$$

となる。(7.2) を (7.5) へ代入して

$$T_{i7}=-\rho\iint_{S_0}\frac{\partial\tilde{\Phi}^i}{\partial n}\left(\Phi^7e^{-i\kappa x}+i\frac{\omega_0}{g}\Phi_{0z}e^{-i\kappa x}+\Phi_I{}^7\right)dS \qquad (7.6)$$

また，Green の定理および (3.5)，(7.3) より

$$\int_c dl\frac{\partial\tilde{\Phi}^i}{\partial n}\Phi^7=\int_c dl\frac{\partial\Phi^7}{\partial n}\tilde{\Phi}^i \qquad (7.7)$$

であることがいえる。また (3.2) より

$$\frac{\partial\Phi_D{}^7}{\partial n}=-\frac{\partial\Phi_I{}^7}{\partial n} \qquad (7.8)$$

であることより，(7.2) の関係を使うと，(7.7) の右辺は

$$-\int_c dl\left(\frac{\partial\Phi_I{}^7}{\partial n}e^{i\kappa x}+i\frac{\omega_0}{g}\frac{\partial\Phi_{0z}}{\partial n}\right)\tilde{\Phi}^i$$

となる。(7.6) を次のように書くと

$$T_{i7}=-\rho\int_L dxe^{-i\kappa x}\int_c dl\frac{\partial\tilde{\Phi}^i}{\partial n}\left(\Phi^7+i\frac{\omega_0}{g}\Phi_{0z}\right)$$

$$-\rho\iint_{S_0}\frac{\partial\tilde{\Phi}^i}{\partial n}\Phi_I{}^7dS \qquad (7.9)$$

これに (7.8) を代入して整理すると

$$T_{i7}=-\rho\iint_{S_0}dS\left(\frac{\partial\Phi_I{}^7}{\partial n}\tilde{\Phi}^i-\frac{\partial\tilde{\Phi}^i}{\partial n}\Phi_I{}^7\right)$$

$$-i\frac{\rho\omega_0}{g}\int_L dxe^{-i\kappa x}\int_c dl\left(\frac{\partial\Phi_{0z}}{\partial n}\tilde{\Phi}^i-\frac{\partial\tilde{\Phi}^i}{\partial n}\Phi_{0z}\right) \qquad (7.10)$$

となる。

(7.10) の第1項はH-H-N関係を満足するが，第2項は満足しない。しかしながら，この式には diffraction potential は現われていないので，diffraction

* Haskind-Hanaoka-Newman

problem を解かずに，radiation potential により波強制力を表わすことにはなっている。(7.10) より§3の結果を導びくことも可能である。

ii) case 2 の場合

この場合

$$\Phi_D{}^7=\Phi^7 e^{-i\kappa x},\quad \Phi_I{}^7=e^{\kappa z-i\kappa x} \tag{7.11}$$

である。今，次の generalized radiation 問題を考える。

$$\left.\begin{array}{ll}[\mathrm{L}] & \hat{\Phi}_{yy}{}^i+\hat{\Phi}_{zz}{}^i-\kappa^2\hat{\Phi}^i=0 \\ [\mathrm{H}] & \dfrac{\partial\hat{\Phi}^i}{\partial n}=i\omega n_i-m_i \quad \text{on} \quad z=h_0(x,y) \\ [\mathrm{F}] & \left(\dfrac{\partial}{\partial z}-\kappa\right)\hat{\Phi}^i=0 \quad \text{on} \quad z=0 \\ [\mathrm{R}] & \left|\dfrac{\partial\hat{\Phi}^i}{\partial y}\right|,\ \left|\dfrac{\partial\hat{\Phi}^i}{\partial z}\right|<Ar^M \\ & \qquad A=\text{const.},\ M=\text{integer}\end{array}\right\} \tag{7.12}$$

この境界値問題は解けて[9]

$$\hat{\Phi}^i(\kappa,\ y,\ z)=e^{\kappa z}+\int_c \kappa\hat{\mu}_i(s',\ \kappa)[G_++G_-]ds' \tag{7.13}$$

と書ける。$\hat{\mu}(s,\ \kappa)$ は次の Fredholm type 積分方程式の解である。

$$\pi\kappa\hat{\mu}_i(s,\ \kappa)-\int_c \kappa\hat{\mu}_i(s',\ \kappa)\left[\frac{\partial}{\partial N}G_++\frac{\partial}{\partial N}G_-\right]ds' =\frac{\partial}{\partial N}e^{\kappa\zeta(s)}-i\omega n_i+m_i \tag{7.14}$$

(5.8)，(5.9) を参照すると

$$\hat{\mu}_i=\mu+\hat{\mu}_i{}^{(1)}+\hat{\mu}_i{}^{(2)} \tag{7.15}$$

と書くことができる。$\hat{\mu}_i{}^{(1)}$ は (7.14) の右辺 $-i\omega n_i$ から計算されるものであり，$\hat{\mu}_i{}^{(2)}$ は m_i によるものとする。Kochin function も対応して

$$\hat{E}_i=E+E_i{}^{(1)}+E_i{}^{(2)} \tag{7.16}$$

とする。ここで

$$E_i{}^{(k)}=\int_c \kappa\hat{\mu}_i{}^{(k)}e^{\kappa\zeta}ds' \tag{7.17}$$

である。

波強制力は (7.1)，(7.12) より

$$T_{i7}=-\rho\iint_{S_0}\frac{\partial\hat{\Phi}^i}{\partial n}(\Phi_D{}^7+\Phi_I{}^7)dS \tag{7.18}$$

となる。また，次の積分を考える。

$$\iint_{S_0}\left(\frac{\partial\hat{\Phi}^i}{\partial n}\Phi_D{}^7-\frac{\partial\hat{\Phi}_D{}^7}{\partial n}\hat{\Phi}^i\right)dS \tag{7.19}$$

この積分で $\hat{\Phi}^i$ は $2-D$ で定義されており，また，(7.11) の関係により $e^{-i\kappa x}$ の factor を出して，(7.19) の積分を次のように書く

$$\int_L dx e^{-i\kappa x}\int_c dl\left(\frac{\partial\hat{\Phi}^i}{\partial n}\Phi^7-\frac{\partial\hat{\Phi}^7}{\partial n}\Phi^i\right) \tag{7.20}$$

l に関する積分は Green の定理が使える形であるので断面 $c\pm(y\gtrless 0)$，$z=0$ の free surface F_0，$y=\pm R(-\infty<z<0)$ の垂直線および $z=-\infty(-R<y<R)$ の水平線で囲まれた領域を考える。このとき (7.20) の l の積分は

$$-\int_{F_0}dl\left(\frac{\partial\hat{\Phi}^i}{\partial n}\Phi^7-\frac{\partial\Phi^7}{\partial n}\hat{\Phi}^i\right) -\int_{-\infty}^0 dl\left(\frac{\partial\hat{\Phi}^i}{\partial n}\Phi^7-\frac{\partial\Phi^7}{\partial n}\hat{\Phi}^i\right)_{y=-R} +\int_{-\infty}^0 dl\left(\frac{\partial\hat{\Phi}^i}{\partial n}\Phi^7-\frac{\partial\Phi^7}{\partial n}\hat{\Phi}^i\right)_{y=+R} \tag{7.21}$$

となる。自由表面の積分は (5.5) (7.12) の [F] 条件により消える。

また，$\kappa|y|\to\infty$ とするとき，(5.7) を考慮して

$$\Phi^7=-e^{\kappa z}+A(x)(e^{\kappa z}-4\pi\kappa|y|e^{\kappa z}E) \tag{7.22}$$

$$\hat{\Phi}^i\sim e^{\kappa z}-4\pi\kappa|y|e^{\kappa z}[E+E_i{}^{(1)}+E_i{}^{(2)}] \tag{7.23}$$

となることより，[8),9)] (7.21) は

$$8\pi\kappa\{(E+E_i{}^{(1)}+E_i{}^{(2)})-A(x)(E_i{}^{(1)}+E_i{}^{(2)})\} \times\int_{-\infty}^0 dz e^{2\kappa z}=4\pi(E+E_i{}^{(1)}+E_i{}^{(2)}) -4\pi A(x)(E_i{}^{(1)}+E_i{}^{(2)}) \tag{7.24}$$

となる。したがって (7.19) は0とならず，H-H-N 関係は成立しない。

T_{i7} は (5.16) で計算されるが，(7.24) を (7.20) に代入して計算することもできる。

いずれにしても near field での波浪強制力の計算には H-H-N 関係は使えないことがわかる。また case 2 の場合には3次元影響があり，単純な strip 近似では，この効果を計算することはできない。

8. あとがき

Slender body theory により，規則波中を一定前進速度で進む船に働く力およびモーメントについて考察を行った。case 2 の場合の波浪強制力の計算は，これまで行われたことが無いものであり，ここで始めて計算式が与えられた。

流体力の計算において，case 2 の radiation potential による流体力の計算式は strip method の場合を含んでいることがわかる。また，この場合には strip method に含まれていない項があるが，この項の計算が Faltinsen[10] によって行われており，この

項を含むことにより理論が実験に一層近づくことが示されている。

また，これまで strip method において向い波の波長が短いという仮定は， diffraction 問題において x 方向の物理量の変化が大きくなり， strip method の基礎仮定と矛盾するところであったが，この報告で行った解析では，この辺の事情は非常にすっきり説明されている。しかも，consistent な方法で diffraction 問題における 3 次元影響が計算できることが明らかになった。

case 1 の解析は，向い波の波長が長い場合であり，matched asymptotic expansion の方法ですっきりした取扱いができた。Slender body theory の構造，および解析法の研究に重要なものであろう。

いずれの場合についても， symmetry relation[2),4)] について詳しく解析し，関係を明らかにした。また Haskind-Hanaoka-Newman の関係は near field の解析の際には成立しないことを示した。

前報と合わせて， slender body theory による船体運動解析が説明された。しかし，理論の基礎仮定には幾分かの不安がつきまとう。それは，向い波の波長，船の速度等は船の幾何学的 dimension とは何等の関係は無いのであるが，運動による波の波長が船幅と同じ大きさとして解析を行ったが，波長は連続的に変化し得るものであるので，理論もそのような変化に対応し得なければならないものと思われるからである。この事に関しては，さらに理論の吟味が必要であろう。複数の微小 parameter を持つ場合の matched asymptotic expansion method の一般的な展開が必要とされるのではないだろうか。

参 考 文 献

1) 足達宏之，大松重雄：細長体理論による船体運動の解析（その1），船舶技術研究所報告，第 14 巻第 6 号，（1977）
2) R. Timman and J. N. Newman : The Coupled Damping Coefficients of a Symmetric Ship, Journal of Ship Research, Vol. 5, No. 4, (1962)
3) T.F. Ogilvie and E.O. Tuck : A Rational Strip Theory of Ship Motions, Part 1, Dept. Nav. Arch. and Marine Eng., Univ. Michigan, No. 013, (1969)
4) 高木又男，大楠丹：規則波中の船体動揺理論，第 2 回耐航性に関するシンポジウム，日本造船学会，（1977）
5) J.N. Newman and E.O. Tuck : Current Progress in the Slender Body Theory for Ship Motion, Proc. Fifth Symposium on Naval Hydrodynamics, (1964)
6) H. Maruo : Application of the Slender Body Theory to the Longitudinal Motion of Ships among Waves, Bulletin of Faculty of Engineering, Yokohama National Univ., Vol. 16, (1967)
7) E.O. Tuck : The Application of Slender Body Theory to Steady Ship Motion, David Taylor Model Basin, Report 2008, (1965)
8) 足達宏之：向い波と細長船の干渉について（その 2），船舶技術研究所報告，第14巻第 6 号，(1977)
9) 足達宏之：向い波の中を航走する船の受ける力の計算，日本造船学会論文集，第143号，(1978)
10) O.M. Faltinsen : A Numerical Investigation of the Ogilvie-Tuck Formulas for Added-mass and Damping Coefficients, Journal of Ship Research, Vol. 18, No. 2, (1974)

Appendix I

流体力の計算に必要ないくつかの積分について，ここにまとめて示しておくことにする。

船体表面を表わす方程式を $z=h_0(x, y)$ とすると，船体表面に立てた内向き法線 $\boldsymbol{n}$ は

$$\boldsymbol{n}=(n_1, n_2, n_3)=(-\boldsymbol{i}h_{0x}-\boldsymbol{j}h_{0y}+\boldsymbol{k})/(1+h_{0x}{}^2+h_{0y}{}^2)^{1/2} \quad (\text{I}-1)$$

である。また

$$\left.\begin{aligned}&(n_4, n_5, n_6)=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{n},\\&(m_1, m_2, m_3)=-(\boldsymbol{n}\cdot\nabla)\boldsymbol{V}\\&(m_4, m_5, m_6)=-(\boldsymbol{n}\cdot\nabla)(\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{V})\\&\boldsymbol{V}=\boldsymbol{i}(U+\Phi_{0x})+\boldsymbol{j}\Phi_{0y}+\boldsymbol{k}\Phi_{0z}\end{aligned}\right\}(\text{I}-2)$$

以上より

$$\left.\begin{aligned}&n_4=yn_3-zn_2\\&n_5=zn_1-xn_3\\&n_6=xn_2-yn_1\end{aligned}\right\}(\text{I}-3)$$

$$\left.\begin{aligned}&m_1=-\Phi_{0xx}n_1-\Phi_{0xy}n_2-\Phi_{0xz}n_3\\&m_2=-\Phi_{0yx}n_1-\Phi_{0yy}n_2-\Phi_{0yz}n_3\\&m_3=-\Phi_{0zx}n_1-\Phi_{0zy}n_2-\Phi_{0zz}n_3\end{aligned}\right\}(\text{I}-4)$$

$$\left.\begin{aligned}&m_4=\Phi_{0y}n_3-\Phi_{0z}n_2+ym_3-zm_2\\&m_5=\Phi_{0z}n_1-Un_3+zm_1-xm_3\\&m_6=Un_2-\Phi_{0y}n_1+xm_2-ym_1\end{aligned}\right\}(\text{I}-5)$$

Slender body assumption により，今問題にしている量については

$$\left.\begin{aligned}&n_5=-xn_3\\&m_3=-(\Phi_{0zy}n_2+\Phi_{0zz}n_3)\\&m_5=-(Un_3+xm_3)\end{aligned}\right\}(\text{I}-6)$$

の関係が成立する。

船体表面上の微少面積 dS は

$$dS=dxdy(1+h_{0x}^2+h_{0y}^2)^{1/2} \qquad (\mathrm{I}-7)$$

である。したがって dS の $\boldsymbol{n}$ 方向成分は

$$\boldsymbol{n}dS=(-\boldsymbol{i}h_{0x}-\boldsymbol{j}h_{0y}+\boldsymbol{k})dxdy \qquad (\mathrm{I}-8)$$

で与えられる。（I—8）はまた

$$\boldsymbol{n}dS=dx\left\{-\boldsymbol{i}\frac{\partial}{\partial x}(zdy)-\boldsymbol{j}dz+\boldsymbol{k}dy\right\} \qquad (\mathrm{I}-9)$$

と書ける。ここで dy および $dz=h_{0y}dy$ は断面に沿う線素の成分とする。以上より

$$\iint_{S_0} n_3 dS=\int_L dx\int_c dy=\int_L dxB(x) \qquad (\mathrm{I}-10)$$

などが求められる。$B(x)$ は x 位置における船体の幅を示す。今 $p(x)$ を x の任意な関数とすると

$$\iint_{S_0} p(x)n_3dS=\int_L dxp(x)B(x) \qquad (\mathrm{I}-11)$$

となる。また（I—6）より $n_5=-xn_3$ であるので

$$\iint_{S_0} p(x)n_5dS=-\iint_{S_0} xp(x)n_3dS$$

$$=-\int_L dxxp(x)B(x) \qquad (\mathrm{I}-12)$$

を得る。次に $m_3=-n_2\Phi_{0zy}-n_3\Phi_{0zz}$ より

$$\iint_{S_0} m_3dS=-\iint_{S_0}(n_2\Phi_{0zy}+n_3\Phi_{0zz})dS$$

$$=-\int_L dx\int_c(-\Phi_{0zy}dz+\Phi_{0zz}dy) \qquad (\mathrm{I}-13)$$

ここで，Φ_0 の［L］条件より $\Phi_{0zz}=-\Phi_{0yy}$ であるので

$$\iint_{S_0} m_3dS=\int_L dx\int_c(\Phi_{0yz}dz+\Phi_{0yy}dy)$$

$$=\int_L dx[\Phi_{0y}]_{z=0} \qquad (\mathrm{I}-14)$$

と書ける。ここで Φ_0 の［H］条件より

$$n_2\Phi_{0y}+n_3\Phi_{0z}=-Un_1 \quad \text{on} \quad z=h_0(x,\ y) \qquad (\mathrm{I}-15)$$

であり，また，Φ_0 の［F］条件より，$\Phi_{0z}=0$ on $z=0$，であるので

$$\Phi_{0y}=-U\frac{n_1}{n_2}=\frac{U}{2}B'(x) \qquad (\mathrm{I}-16)$$

となり，したがって

$$\iint_{S_0} m_3dS=\int_L dxUB'(x) \qquad (\mathrm{I}-17)$$

を得る。また

$$\iint_{S_0} m_5dS=-\iint_{S_0}(Un_3+xm_3)dS$$

$$=-\int_L dx[UB(x)+UxB'(x)]$$

$$=-\int_L dxU\frac{d}{dx}xB(x) \qquad (\mathrm{I}-18)$$

である。したがって，

$$\iint_{S_0} p(x)m_3dS=\int_L dxp(x)UB'(x) \qquad (\mathrm{I}-19)$$

$$\iint_{S_0} p(x)m_5dS=-\int_L dxp(x)U\frac{d}{dx}xB(x) \qquad (\mathrm{I}-20)$$

となる。