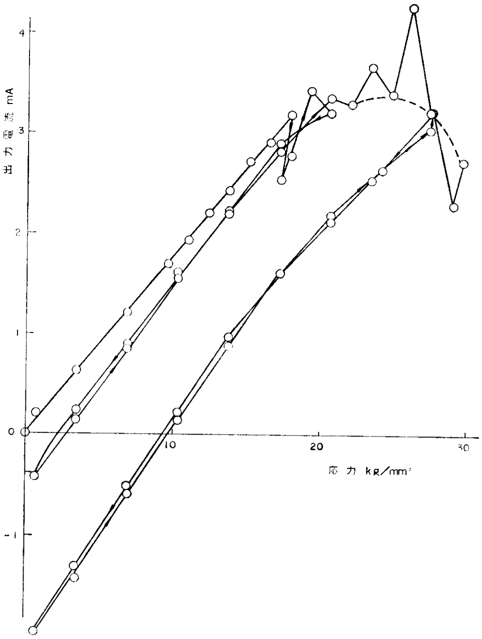


図—3.19　塑性域までの引張試験Ⅱ
（縦横の出力電流差曲線）

で，すべて実験方法も図—3.15，図—3.16と同じであるが，降伏点を越えると一度応力をさげ，再び荷重をかけていき破断近くまで引張り，再び荷重を零にして，最後は破断まで引張試験をした。その時の出力電流を測定した結果が図—3.17，図—3.18である。図—3.17が荷重方向，図—3.18がこれと直角方向を示す。

図—3.19は，§3.5で述べた，出力電流差をとる方法で図—3.17，図—3.18をもとにした縦横の出力電流差曲線である。この曲線をみると，塑性まで引張っても除荷すると，荷重を加えた場合に得られる直線と平行に下っていくことがわかる。これは図—3.15，図—3.16の場合もまったく同じで，出力電流差曲線は直線になり，除荷の場合にもこの直線に平行になっている。

図—3.19をみると，弾性域を越えると，この出力曲線は直線から曲線に変り，一つの出力電流に対して二つの応力値となる，この二つの応力値の判別は，図—3.17，図—3.18をみればわかるが，塑性域では出力電流が非常に大きくなるのでまちがえることはない。

塑性域の応力が一部解放されたままの状態の場合には，図—3.19からわかるように，塑性域でその測定材に加えられた最大応力がわかれば，校正曲線を作ることによって，この場合の応力を求めることができる。

3.8　まとめ

本章においては，軟鋼の単軸応力状態の測定結果より，つぎのような結論を得た。

(1)　単軸圧縮初期応力の測定は，第二章に述べた測定方法にしたがえば，式（2.22）に示す誤差の範囲で測定できる。

(2)　単軸引張初期応力の測定は，周波数を変える方法，出力電流差をとる方法，横感度を測定して引張応力を推定する方法の三つがある。横感度を測定する方法が，圧縮の場合と同じ精度で測定でき，測定も簡単で実用的には最適な方法である。

(3)　磁気出力と引張，圧縮の関係は，本実験では引張，圧縮，両方の場合とも，一部引張の低応力の部分を除いて，応力の増大とともに，インピーダンスは減少する。磁気ひずみ感度は，圧縮の場合は引張の約3倍の感度があることがわかった。

(4)　引張と圧縮では横感度係数が異なり引張の場合は3～4，圧縮の場合は約0.3となり，引張と圧縮の両方とも正の符号をとる。

(5)　引張か圧縮かの応力の識別方法は，周波数を変化する法と（出力感度と引張は比例，圧縮は反比例，横感度を測定する方法（圧縮は縦感度の方が大，引張は小）とがある。

(6)　応力方向（縦）とこれと直角方向（横）の出力電流の差をとると，引張から圧縮まで直線性のよい応力—出力電流差曲線（図—3.12）が得られる。この方法は，単軸引張応力の測定，引張，圧縮の識別などに有効である。

(7)　曲げ残留応力の測定も，引張，圧縮両側の測定ができれば，単軸の場合と同様に測定することができる。

(8)　塑性域の残留応力の測定は，弾性域の場合と同様に測定できるが，塑性域の応力が一部解放された場合には，その測定材に加えられた最大応力（塑性応力）が既知ならば測定できる。

第4章　平面応力測定の基礎

4.1　緒　言

前章では，単軸初期応力の測定が可能となった。磁気出力と引張，圧縮応力との関係，横感度なども明確となった。これらの事を基礎として，平面残留応力の測定の可否を理論と実験の両面より検討した。

平面応力状態の鋼板上にテスタを当てた場合について，理論的考察をおこない，導いた理論式より，磁束

密度の変化と平面応力および測定方向との関係を求めた。また，この場合の磁束分布を実測して理論式と比較し，磁気出力と磁束分布の関係からテスタの応力測定範囲を求めた。

テスタの応力測定範囲を求める事は，磁気ひずみを利用する，この測定では，重要な事項なので，ひずみゲージとの同時測定による方法にとってこれを確認した。

横感度係数が磁気的測定では，引張と圧縮で異なるが，平面応力の測定には，ポアソン比が必要なので，横感度係数が異なることをテスタのインピーダンスを測定することによってこれを確かめ，ポアッソン比に相当する。磁気的ポアソン比を求めた。

本章では，テスタは，標準テスタⅠ，正方形テスタ，標準テスタⅡおよび長方形テスタを使用しており，特に指定しない限りは，磁化電流は50Hz，300mAとした。使用試験片は長方形試験片と引張試験片である。

4.2 基礎理論

4.2.1 記号

この章で用いる記号は，とくに明記しない限り下記の通りとする。

a；原点と磁極との距離（テスタの両極の半分の距離）

B；磁束密度

$f_{(r)}$；磁極分布

H；磁界の強さ

H_1；σ_1 方向の磁界の強さ

H_2；σ_2 方向の磁界の強さ

H_L；$k=1$ の直線上の磁界の強さ

K；感度係数

k；等ポテンシャル面の定数

m；磁極の強さ

S_l；テスタ方向の応力の磁気ひずみ感度

S_t；テスタと直角方向の応力の磁気ひずみ感度

μ；透磁率

μ_0；応力が生じていない場合の透磁率

σ_1，σ_2；主応力

ϕ；ポテンシャル

φ；$k=1$ とおいた直線と軸とのなす角

Φ_1；σ_1 方向にテスタを当てたとき，テスタの中を流れる磁束の変化

Φ_2；σ_2 方向にテスタを当てたとき，テスタの中を流れる磁束の変化

Φ；磁界 H の方向の磁束（テスタの中を流れる）の変化

φ'；σ_2 方向と磁界の強さ H とのなす角

$\Delta\Phi_1$；H_1 によって生じる単位長さ当りの磁束の変化

$\Delta\Phi_2$；H_2 によって生じる単位長さ当りの磁束の変化

ξ，η；テンソル主軸の方向

θ；x 軸と ξ 軸のなす角

$\delta_{(x)}$；デルタ関数 $\delta(x)$

ν_m；磁気的ポアッソン比 $\nu_m=S_t/S_l$

4.2.2 ストレステスタの磁界

平面応力の生じている平板（鋼板）の上にストレステスタを当てた場合について考える。テスタに電流を流すと，テスタの両足が磁極となる。図―4.1のように座標軸をとると，x 軸がストレステスタの方向で，$\pm a$ の位置に $\pm m$ の強さの磁極が生じる。

平面応力が作用していると，磁気ひずみにより磁界が変化すると考えられる。B と H との間には，μ をテンソルとすると，次の関係がある。ここでは，二次元で考えるので，B_zH_z はともに零である。

$$\left.\begin{array}{l} B_x=\mu_{11}H_x+\mu_{12}H_y \\ B_y=\mu_{21}H_x+\mu_{22}H_y \end{array}\right\} \qquad \cdots\cdots(4.1)$$

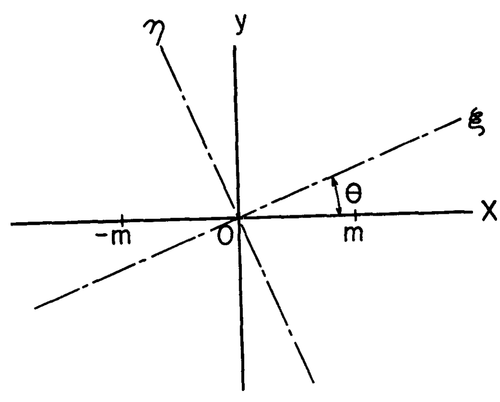
源泉のある場合の Maxwell の方程式は

$$\mathrm{div}\, B=\sum mf_{(r)} \qquad \cdots\cdots(4.2)$$

また，

$$\left.\begin{array}{l} H_x=-\dfrac{\partial\phi}{\partial x} \\ H_y=-\dfrac{\partial\phi}{\partial y} \end{array}\right\} \qquad \cdots\cdots(4.3)$$

(4.1)，(4.3) より



図―4.1 磁極の位置

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial B_x}{\partial x}&=-\mu_{11}\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}-\mu_{12}\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y}\\ \frac{\partial B_y}{\partial y}&=-\mu_{21}\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y}-\mu_{22}\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(4.4)$$

$$\mathrm{div}\,B=-\left[\mu_{11}\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+(\mu_{12}+\mu_{21})\frac{\partial^2\phi}{\partial y\partial x}+\mu_{22}\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}\right]\quad\cdots\cdots(4.5)$$

いま，磁極分布は，$\delta_{(x)}$，$\delta_{(y)}$ をデルタ関数とする。$\delta_{(x-a)}=\delta_{x\,(a)}$，$\delta_{(y-0)}=\delta_{y\,(0)}$ と書くと，図―4.1より

$$\sum mf_{(r)}=m\delta_{x\,(a)}\delta_{y\,(0)}-m\delta_{x\,(-a)}\delta_{y\,(0)}\quad\cdots\cdots(4.6)$$

(4.2)，(4.5)，(4.6) より

$$\mu_{11}\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+(\mu_{12}+\mu_{21})\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y}+\mu_{22}\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}=-m\delta_{x\,(a)}\delta_{y\,(a)}+m\delta_{x\,(-a)}\delta_{y\,(0)}\quad\cdots\cdots(4.7)$$

座標をテンソル主軸方向 (ξ, η) に変換する。図―4.1に示すように，x 軸と ξ 軸とのなす角を θ とすると，

$$\left.\begin{aligned}\xi&=x\cos\theta+y\sin\theta\\ \eta&=-x\sin\theta+y\cos\theta\\ \tan 2\theta&=\frac{\mu_{21}+\mu_{12}}{\mu_{11}-\mu_{22}}\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(4.8)$$

の関係があり，新座標系における透磁率の成分，μ_ξ，μ_η は次式で示される。

$$\left.\begin{aligned}\mu_\xi&=\mu_{11}\cos^2\theta+\mu_{22}\sin^2\theta+(\mu_{21}+\mu_{12})\cos\theta\sin\theta\\ \mu_\eta&=\mu_{11}\sin^2\theta+\mu_{22}\cos^2\theta-(\mu_{21}+\mu_{12})\cos\theta\sin\theta\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(4.9)$$

m 点は，$x-y$ 座標系では $(a,\ 0)$ だが，新座標 $\xi-\eta$ 座標系では，$(a\cos\theta-a\sin\theta)$ となる。$-m$ 点は，同様に $\xi-\eta$ 座標系では $(a\cos\theta,\ a\sin\theta)$ である。

また，ξ，η はテンソル主軸方向にとったのだから，式 (4.7) の左辺の第二項が消えて次式となる。

$$\mu_\xi\frac{\partial^2\phi}{\partial\xi^2}+\mu_\eta\frac{\partial^2\phi}{\partial\eta^2}=-\delta_x(a\cos\theta)\delta_y(-a\sin\theta)+m\delta_x(-a\cos\theta)\delta_y(a\sin\theta)\quad\cdots\cdots(4.10)$$

つぎに，$\xi=\xi'\sqrt{\mu_\xi}$，$\eta=\eta'\sqrt{\mu_\eta}$ とおく，すなわち $\xi-\eta$ 軸を $1/\sqrt{\mu_\xi}$，$1/\sqrt{\mu_\eta}$ だけ縮めて，これを ξ'，η' とおいたと考える。

m 点の座標は，$\xi-\eta$ 座標では，$a\cos\theta$，$-a\sin\theta$ だが，$\xi'-\eta'$ 座標では，$a\cos\theta/\sqrt{\mu_\xi}$，$-a\sin\theta/\sqrt{\mu_\eta}$ となる。また，$\delta(a\cos\theta/\sqrt{\mu_\xi})=\sqrt{\mu_\xi}\delta(a\cos\theta)$ であるから，式 (4.10) は，次式のように書き換えられる。

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial\xi^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial\eta'^2}=-m\delta_x(a\cos\theta/\sqrt{\mu_\xi})\,\delta_y(-a\sin\theta/\sqrt{\mu_\eta})/\sqrt{\mu_\xi\mu_\eta}+m\delta_x(-a\cos\theta/\sqrt{\mu^\xi})\,\delta_y(a\sin\theta/\sqrt{\mu_\eta})/\sqrt{\mu_\xi\mu_\eta}\quad\cdots\cdots(4.11)$$

ここで，$\xi'=\xi$，$\eta'=\eta$ と書きかえると，上式の解は，

$$\phi=\frac{m}{2\sqrt{\mu_\xi\mu_\eta}}\log\frac{(\xi'+a\cos\theta)^2/\mu_\xi+(\eta-a\sin\theta)^2/\mu_\eta}{(\xi'-a\cos\theta)^2/\mu_\xi+(\eta+a\sin\theta)^2/\mu_\eta}\cdots\cdots(4.12)$$

ゆえに，等ポテンシャル面は，次式で示される。

$$\frac{(\xi+\cos\theta)^2/\mu_\xi+(\eta-a\sin\theta)^2/\mu_\eta}{(\xi-a\cos\theta)^2/\mu_\xi\quad(\eta+a\sin\theta)^2/\mu_\eta}=\text{一定}=k\quad\cdots\cdots(4.13)$$

これを書きかえると

$$\frac{\left(\xi+a\cos\theta\frac{1+k}{1-k}\right)^2}{\mu_\xi\cdot\frac{4k}{(1-k)^2}\left(\frac{a^2\cos^2\theta}{\mu_\xi}+\frac{a^2\sin^2\theta}{\mu_\eta}\right)}+\frac{\left(\eta-a\sin\theta\frac{1+k}{1-k}\right)^2}{\mu_\eta\frac{4k}{(1-k)^2}\left(\frac{a^2\cos^2\theta}{\mu_\xi}+\frac{a^2\sin^2\theta}{\mu_\eta}\right)}\quad\cdots\cdots(4.14)$$

すなわち，だ円となる。等ポテンシャル面の式 (4.13) において，$k=1$ とおくと

$$\frac{1}{\mu_\xi}(\xi+a\cos\theta)^2+\frac{1}{\mu_\eta}(\eta-a\sin\theta)^2=\frac{1}{\mu_\xi}(\xi-a\cos\theta)^2+\frac{1}{\mu_\eta}(\xi+a\sin\theta)^2\quad\cdots\cdots(4.15)$$

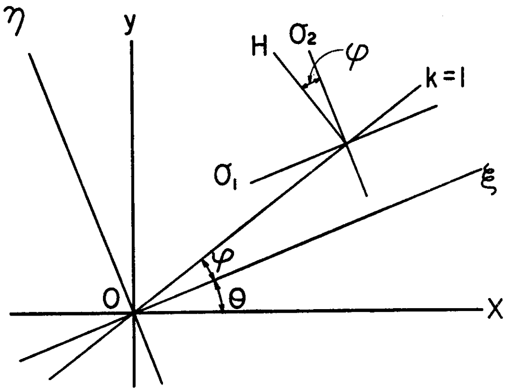
$$\therefore\quad\eta=\frac{\mu_\eta\cos\theta}{\mu_\xi\sin\theta}\xi\quad\cdots\cdots(4.16)$$

この式 (4.16) の直線と，ξ 軸とのなす角を φ とすると，図―4.2と式 (4.16) より，

$$\tan\varphi=\frac{\eta}{\xi}=\frac{\mu_\eta\cdot\cos\theta}{\mu_\xi\cdot\sin\theta}\quad\cdots\cdots(4.17)$$

$$\left.\begin{aligned}H_\xi&=\frac{\partial\phi}{\partial\xi}\\ H_\eta&=-\frac{\partial\phi}{\partial\eta}\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(4.18)$$

であるから式 (4.12) を ξ，η で偏微分すると，



図—4.2　テンソルの主軸と磁界の方向

$$H_\xi=\frac{-m}{2\sqrt{\mu_\xi\mu_\eta}}\left\{\frac{\frac{2}{\mu_\xi}(\xi+a\cos\theta)}{\frac{1}{\mu_\xi}(\xi+a\cos\theta)^2+\frac{1}{\mu_\eta}(\eta-a\sin\theta)^2}-\frac{\frac{2}{\mu_\xi}(\xi-a\cos\theta)}{\frac{1}{\mu_\xi}(\xi-a\cos\theta)^2+\frac{1}{\mu_\eta}(\eta+a\sin\theta)^2}\right\}$$

$$H_\eta=\frac{-m}{2\sqrt{\mu_\xi\mu_\eta}}\left\{\frac{\frac{2}{\mu_\xi}(\eta-a\sin\theta)}{\frac{1}{\mu_\xi}(\xi+a\cos\theta)^2+\frac{1}{\mu_\eta}(\eta-a\sin\theta)^2}-\frac{\frac{2}{\mu_\eta}(\eta+a\sin\theta)}{\frac{1}{\mu_\xi}(\xi-a\cos\theta)^2+\frac{1}{\mu_\eta}(\eta+a\sin\theta)^2}\right\}$$

……(4.19)

この式が任意の点の磁界の強さを与える式である。$k=1$ の直線上の磁界の強さ H_L を求おめるために，式 (4.19) を変形して，

$$H_\xi=\frac{-m}{2\sqrt{\mu_\xi\mu_\eta}}\left\{\frac{\frac{2}{\mu_\xi}(\xi+a\cos\theta)}{\frac{1}{\mu_\xi}(\xi+a\cos\theta)^2+\frac{1}{\mu_\eta}(\eta-a\sin\theta)^2}-\frac{\frac{2}{\mu_\xi}(\xi-a\cos\theta)}{\frac{1}{\mu_\xi}(\xi+a\cos\theta)^2+\frac{1}{\mu_\eta}(\eta-a\sin\theta)^2{}^{*}\;{}^{*}+\frac{1}{\mu_\xi}(4a\xi\cos\theta)-\frac{1}{\mu_\eta}(4a\eta\sin\theta)}\right\}$$

……(4.20)

H_η も同様である。
$k=1$ の直線上では，式 (4.16) が成立つので，これを用いると，

$$\frac{1}{\mu_\xi}(4a\xi\cos\theta)-\frac{1}{\mu_\eta}(4a\eta\sin\theta)$$
$$=4a\left(\frac{\xi\cos\theta}{\mu_\xi}-\frac{\eta\sin\theta}{\mu_\eta}\right)=0$$

これを式 (4.20) に代入すると

$$H_\xi=\frac{-m}{2\sqrt{\mu_\xi\mu_\eta}}\cdot\frac{\frac{2}{\mu_\xi}(\xi+a\cos\theta)-\frac{2}{\mu_\xi}(\xi-a\cos\theta)}{\frac{1}{\mu_\xi}(\xi+a\cos\theta)^2+\frac{1}{\mu_\eta}(\eta-a\sin\theta)^2}$$
$$=\frac{-2ma\cos\theta}{\mu_\xi\sqrt{\mu_\xi\mu_\eta}}\left\{\frac{1}{(\xi+a\cos\theta)^2/\mu_\xi+(\eta-a\sin\theta)^2/\mu_\eta}\right\}=H_{L\xi}$$

同様に

$$H_\eta=\frac{-2ma\sin\theta}{\mu_\eta\sqrt{\mu_\xi\mu_\eta}}\left\{\frac{1}{(\xi+a\cos\theta)^2/\mu_\xi+(\eta-a\sin\theta)^2/\mu_\eta}\right\}=H_{L\eta}$$

……(4.21)

$k=1$ の直線上の $|H_L|$ を求めると

$$|H_L|=\sqrt{H_{L\xi}{}^2+H_{L\eta}{}^2}$$
$$=\frac{2ma}{\sqrt{\mu_\xi\mu_\eta}}\,\frac{\sqrt{(\cos\theta/\mu_\xi)^2+(\sin/\mu_\eta)^2}}{(\xi+a\cos\theta)^2/\mu_\xi+(\eta-a\sin\theta)^2/\mu_\eta}$$

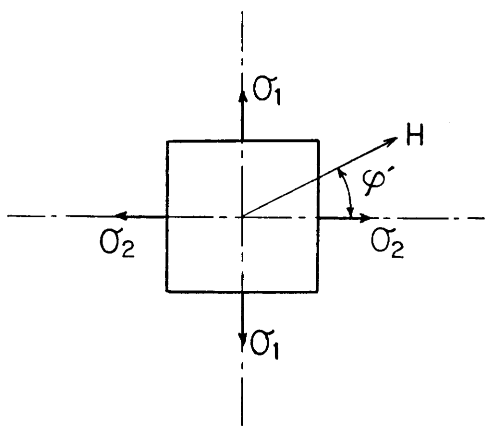
……(4.22)

として求めることができる。

4.2.3　基礎式の誘導

平面応力状態において，直交する二つの主応力を σ_1，σ_2 とし，その一つの主応力，例えば σ_1 方向にテスタを当てると，σ_1，σ_2 による Φ_1，Φ_2 は

$$\left.\begin{aligned}\Phi_1&=S_l\sigma_1+S_t\sigma^2=S_l\left(\sigma_1+\frac{S_t}{S_l}\sigma_2\right)\\&=S_l(\sigma_1+\nu_m\sigma_2)\\\Phi_2&=S_l(\sigma_2+\nu_m\sigma_1\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(4.23)$$



図—4.3　主応力と磁界の方向

いま，平面応力状態において，弾性体内の微小部分を考え，主応力と磁界の方向が，図―4.3に示すような場合を考える。式（4.23）は，主応力方向と磁界の方向が一致している場合である。図―4.3より

$$\left.\begin{aligned} H_1&=H\sin\varphi' \\ H_2&=H\cos\varphi' \end{aligned}\right\} \qquad\cdots\cdots(4.24)$$

一般に

$$S_l=K\cdot H^{(55)} \qquad\cdots\cdots(4.25)$$

ここに K は，感度係数で，正しくは磁界の強さ H の関係であるが，ここでは簡単なために式（4.25）のように近似する。

σ_1 方向について考えると，主応力方向であるから，その方向の応力は σ_1 だけであり，磁界の強さは $H_1=H\sin\varphi'$ である。また σ_2 方向についても同様である。

σ_1 方向の磁界の強さ H_1 によって生じる単位長さ当りの磁束の変化 $\Delta\Phi_1$ は，式（4.23），（4.24），（4.25）より

$$\left.\begin{aligned} \Delta\Phi_1&=KH_1(\sigma_1+\nu_m\sigma_2) \\ &=K(\sigma_1+\nu_m\sigma_2)\cdot H\cdot\sin\varphi' \\ &\text{同様に } \sigma_2 \text{ 方向では} \\ \Delta\Phi_2&=K\cdot(\sigma_2+\nu_m\sigma_1)\cdot H\cos\varphi' \end{aligned}\right\} \qquad\cdots\cdots(4.26)$$

ゆえに，磁界 H によって生じる，単位長さ当りの磁束の変化 $\Delta\Phi$ は，

$$\begin{aligned} \Delta\Phi&=\Delta\Phi\sin\varphi'+\Delta\Phi_2\cos\varphi' \\ &=K\{(\sigma_1+\nu_m\sigma_2)\sin^2\varphi' \\ &\quad+(\sigma_2+\nu_m\sigma_1)\cos^2\varphi'\cdot H \end{aligned} \qquad\cdots\cdots(4.27)$$

いま，テスタを図―4.1に示すように，x 軸上におくと，テスタの両磁極間の全磁束は，式（4.13）に示す等ポテンシャル面に直交するように通る。すなわち，図―4.2からもわかるように，両極間の全磁束は $k=1$ の直線等ポテンシャル面を通過する。そこで $\Delta\Phi$ を $k=1$ の直線等ポテンシャル面上で積分する。

σ_1，σ_2 は ξ，η 方向であり，$k=1$ の直線上では，磁界のさ強 H の方向（ここでは H_L）は，この直線に対して直交しているので，図―4.2，図―4.3からわかるように $\varphi'=\varphi$ となる。$k=1$ の直線上で積分するので，式（4.27）に式（4.22）で求めた H_L を代入すると

$$\begin{aligned} \Delta\Phi&=\frac{2maK}{\sqrt{\mu_\xi\mu_\eta}}\{(\sigma_1+\nu_m\sigma_2)\sin^2\varphi \\ &\quad+(\sigma_2+\nu_m\sigma_1)\cos^2\varphi\} \\ &\quad\times\frac{\sqrt{\left(\frac{1}{\mu_\xi}\cos\theta\right)^2+\left(\frac{1}{\mu_\eta}\sin\theta\right)^2}}{(\xi+a\cos)^2/\mu_\xi+(\eta-a\sin\theta)^2/\mu_\eta} \end{aligned} \qquad\cdots\cdots(4.28)$$

全磁束変化を Φ，$k=1$ の直線上の線分を l とすると

$$\Phi=\int_{-\infty}^{\infty}\Delta\Phi dl,\ dl=\frac{d\xi}{\cos\varphi} \qquad\cdots\cdots(4.29)$$

$$\begin{aligned} \Phi&=\frac{2maK}{\sqrt{\mu_\xi\mu_\eta}}\cdot\frac{\left(\frac{1}{\mu_\xi}\cos\theta\right)^2+\left(\frac{1}{\mu_\eta}\sin\theta\right)^2}{\cos\varphi} \\ &\quad\{(\sigma_1+\nu_m\sigma_2)\sin^2\varphi+(\sigma_2+\nu_m\sigma_1)\cos^2\varphi\} \\ &\quad\times\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\xi}{\frac{1}{\mu_\xi}(\xi+a\cos\theta)^2+\frac{1}{\mu_\eta}(\eta-a\sin\theta)^2} \end{aligned} \qquad\cdots\cdots(4.30)$$

$k=1$ の直線上では $\eta=\mu_\eta\cos\theta/\mu_\xi\sin\theta\cdot\xi=\xi\tan\theta$ だから，

$$\begin{aligned} &\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\xi}{\frac{1}{\mu_\xi}(\xi+a\cos\theta)^2+\frac{1}{\mu_\eta}(\eta-a\sin\theta)^2} \\ &=2\int_0^{\infty}\frac{d\xi}{\frac{1}{\mu_\xi}a^2\cos^2\theta+\frac{1}{\mu_\eta}a^2\sin\theta+\left(\frac{1}{\mu_\xi}+\frac{1}{\mu_\eta}\tan^2\varphi\right)\xi^2} \\ &=\frac{\pi}{\sqrt{\left(\frac{1}{\mu_\xi}a^2\cos^2\theta+\frac{1}{\mu_\eta}a^2\sin^2\theta\right)\left(\frac{1}{\mu_\xi}+\frac{1}{\mu_\eta}\tan^2\varphi\right)}} \end{aligned} \qquad\cdots\cdots(4.31)$$

式（4.30）に式（4.31）を代入すると

$$\Phi=\frac{2\pi mK}{\sqrt{\mu_\xi\mu_\eta}}\cdot\frac{\sqrt{\left(\frac{1}{\mu_\xi}\cos\theta\right)^2+\left(\frac{1}{\mu_\eta}\sin\theta\right)^2}\cdot}{\sqrt{\left(\frac{1}{\mu_\xi}\cos^2\theta+\frac{1}{\mu_\eta}\sin^2\theta\right)}}*$$

$$*\frac{\{(\sigma_1+\nu_m\sigma_2)\sin^2\varphi+(\sigma_2+\nu_m\sigma_1(\cos^2\varphi\}}{\left(\frac{1}{\mu_\xi}\cos^2\varphi+\frac{1}{\mu_\eta}\sin^2\varphi\right)} \qquad\cdots\cdots(4.32)$$

$k=1$ の直線上では，式（4.16）が成立つので，式（4.17）より

$$\left.\begin{aligned} \cos^2\varphi&=\frac{\mu_\xi^2\sin^2\theta}{\mu_\xi^2\sin^2\theta+\mu_\eta^2\cos^2\theta} \\ \sin^2\varphi&=\frac{\mu_\eta^2\cos^2\theta}{\mu_\xi^2\sin^2\theta+\mu_\eta^2\cos^2\theta} \end{aligned}\right\} \qquad\cdots\cdots(4.33)$$

式（4.32）に式（4.33）を代入し整理すると，

$$\Phi=\frac{2\pi mK}{\sqrt{\mu_\xi\mu_\eta}}\cdot\frac{\frac{1}{\mu_\xi\mu_\eta}\sqrt{\mu_\eta^2\cos^2\theta+\mu_\xi^2\sin^2\theta}\ \{(\sigma_1+\nu_m\sigma_2)\mu_\eta^2\cos^2\theta+(\sigma_2+\nu_m\sigma_1)\mu_\xi^2\sin^2\theta\}}{\frac{1}{\sqrt{\mu_\xi\mu_\eta}}\sqrt{(\mu_\eta\cos^2\theta+\mu_\xi\sin^2\theta)}\ \frac{(\mu_\xi^2\sin^2\theta+\mu_\eta^2\cos^2\theta)}{(\mu_\xi\sin^2\theta+\mu_\eta\cos^2\theta)}}$$

$$\Phi=\frac{2\pi mK}{\mu_\xi\mu_\eta}\cdot\frac{\{(\sigma_1+\nu_m\sigma_2)\mu_\eta^2\cos^2\theta+(\sigma_2+\nu_m\sigma_1)\mu_\xi^2\sin^2\theta\}}{\mu_\xi\sin^2\theta+\mu_\eta\cos^2\theta} \qquad\cdots\cdots(4.34)$$

これが求めようとする基磁式である。

いま，テスタを主応力方向 σ_1 においた場合を考えると，式 (4.34) で $\theta=0$ であるから

$$\Phi_1=\frac{2\pi mK}{\mu_\xi}(\sigma_1+\nu_m\sigma_2) \quad \cdots\cdots(4.35)$$

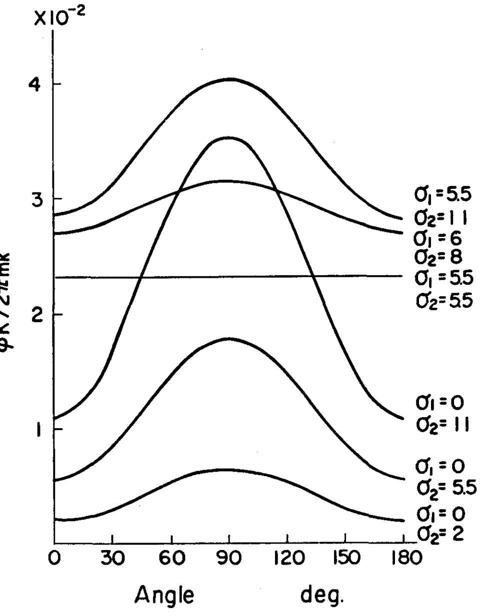
となる。

式 (4.34) に，μ_ξ, μ_η, ν_m を実測して代入してみる。一番実験しやすい二軸圧縮の場合について求めてみる。磁気的ポアッソン比 ν_m は§4.4.3に述べるが，$\nu_m \fallingdotseq 0.3$ という値が求まっているので，これを使用する。つぎに μ_ξ, μ_η であるが，これは，次式で示される。

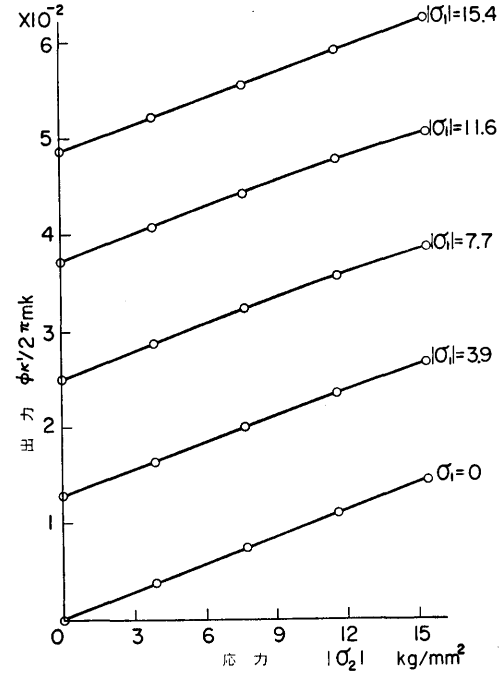
$$\left.\begin{aligned}\mu_\xi &\fallingdotseq K'(\sigma_1+0.3\sigma_2)+\mu_0\\ \mu_\eta &\fallingdotseq K'(\sigma_2+0.3\sigma_1)+\mu_0\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(4.36)$$

式 (4.36) は式 (4.23)，式 (4.25) より求められる。ここに K' は比例定数であり，μ_0 は応力が生じていない場合の透磁率である。μ_0 は次のようにして実験により近似的に求められる。図―2.2 の測定回路において，ブリッジのインピーダンスは約400Ω であり，応力を0～12kg/mm² 変化させたときのインピーダンスの変化は16Ω であった。このことより，式 (4.36) の右辺の第一項と第二項の比を次のように仮定する。

$$\frac{K'(\sigma_1+0.3\sigma_2)}{\mu_0}=\frac{12K'}{\mu_0}=\frac{16}{400}\cdots\cdots(4.37)$$



図―4.4 理論値（式4.34)



図―4.5 論値式 (4.35)

上式より $\mu_0=300K'$ と求まる。ゆえに，式 (4.36) は，

$$\left.\begin{aligned}\mu_\xi &\fallingdotseq K'(\sigma_1+0.3\sigma_2+300)\\ \mu_\eta &\fallingdotseq K'(\sigma_2+0.3\sigma_2+300)\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(4.38)$$

これらの値を式 (4.34) に代入すると，図―4.4 となる。この図で縦軸は $\Phi K'/2\pi mK$ であり，横軸は，テスタを測定点の周りに回転させた角度 θ を示す。主応力方向は $\theta=0$, 90° の方向である。

また，図―4.5 は式 (4.35) に，$\nu_m=0.3$ と式 (4.38) から求まる，μ_ξ, μ_η を代入した，二軸圧縮の場合である。この図も縦軸は $\Phi K'/2\pi mK$ であり，横軸に σ_2，パラメータに σ_1 をとっている。これは，テスタを主応力方向に置いた場合であるが，詳細は§5.2で述べる。ここでは図―4.4 について考える。

図―4.4 からあきらかなように，この曲線群はすべて主応力方向の 90°，0° で出力が最大，最小となる。また主応力差と，その二つの方向の出力電流差は一対一に対応し，比例していることがわかる。たとえば $\sigma_1=0$, $\sigma_2=2$ の場合，主応力差 2 で，90° 方向（最大値）と0°方向（最小値）の出力電流差は0.0046となっており，$\sigma_1=6$, $\sigma_2=8$ の場合も主応力差 2，出力電流差0.0044となっている。

表—4.1 $\Phi K'/2\pi mK$ の値 ($\sigma_1=\sigma_2$)

$\sigma_1=\sigma_2$ の値	$\Phi K'/2\pi mK$
1	0.4314×10^{-2}
2	0.8592
4	1.7038
6	2.5391
8	3.3351
10	4.5136
15	6.1033
20	7.9756
25	9.7741
30	11.5044

また，二つの主応力が等しい場合には，いわゆる円応力状態となり，どの角度でも等しい値をとる。この場合，$\sigma_1=\sigma_2$ の大きさによって表—4.1 のように $\Phi K'/2\pi mK$ の値は変化する。これは式 (4.34) に $\sigma_1=\sigma_2$ を代入すると，式 (4.36) より $\Phi K'/2\pi mK=(\sigma_1+\nu_m\sigma_1)/(\sigma_1+\nu_m\sigma_1+300)$ となり，分母が分子にくらべて大きいので，σ_1 が2倍になれば $\Phi K'/2\pi mK$ の値も約2倍になる。しかし，表—4.1からもわかるように，$\sigma_1=1$ の場合と $\sigma_1=10$ の場合では，10倍ではなく 9,636 倍となっている。

これらのことから，磁気ひずみ効果を利用した測定の場合には式 (4.34，図—4.4 からわかるように，主応力方向と，主応力差を正しく求めることができる。このことが正負が不明で不均一な応力状態の場合の残留応力を測定する場合に，せん断応力差積分法を用いて解析をおこなう理論的な基礎となる。

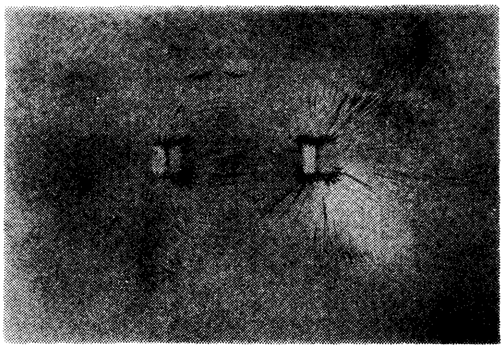
4.3 磁束分布と応力の関係

4.3.1 磁束分布の測定

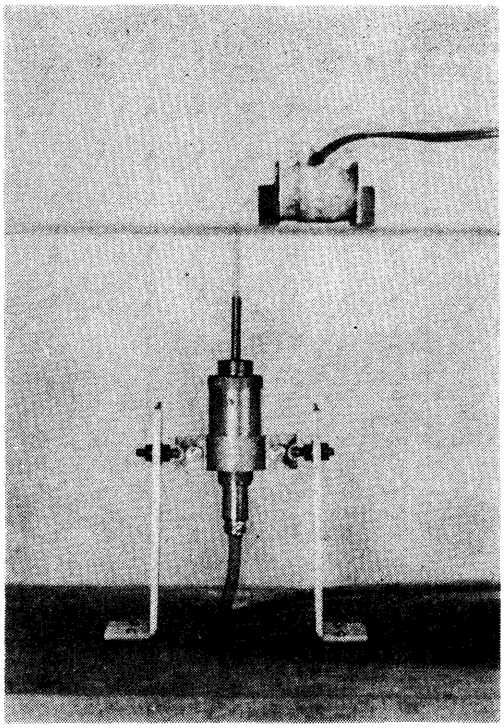
一軸引張りにおいて，磁気的な測定独特の出力特性を示し，試験片の形状によっても，その出力特性が異なる場合があるので，複雑な平面応力を測定する前に，ストレステスタによる磁束分布を求めてみた。

抵抗線ひずみゲージは，ゲージ長間のひずみのみを示すが，ストレステスタは，写真—5のように，磁束が二極間だけでなく，被測定材の中にひろがるので，テスタの出力は，ある程度の強さの磁束が生じている部分の応力の平均を示すと思われる。そこで，テスタを鋼板に当てた場合，各点の磁束の方向および大きさを求め，テスタからどれだけ離れた部分の応力がテスタの出力にどのような影響を与えるかをしらべるために，その磁束分布を測定した。

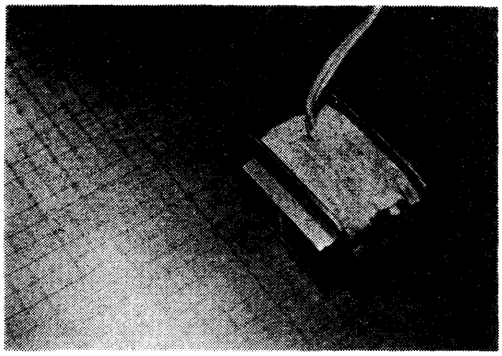
写真—5は紙面上に鉄粉をおき，下からテスタを当てた場合で，写真—6は磁束分布を測定している写真である。鋼板 (500×500×3) の中央にスリット (3.5×1×3) をあけ，磁束計のホールプローブ (厚さ 0.8 mm，幅 3 mm) を挿入し，ストレステスタを動かして，テスタとホールプローブとの距離を変えて磁束分布を測定した。鋼板に写真—7のように，1 cm間隔で縦横に線を引き，各交点を測定点とした。ホールプローブを鋼板中央に固定し，ストレステスタに対して，プローブが同方向および直角方向を向いた時の磁束密度をそれぞれ，B_x，B_y とすれば，その点における磁



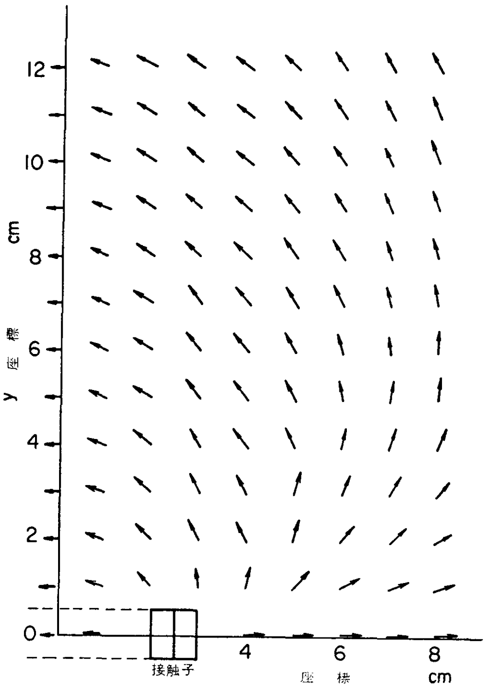
写真—5 テスタの磨束分布



真写—6 磁束密度の測定方法



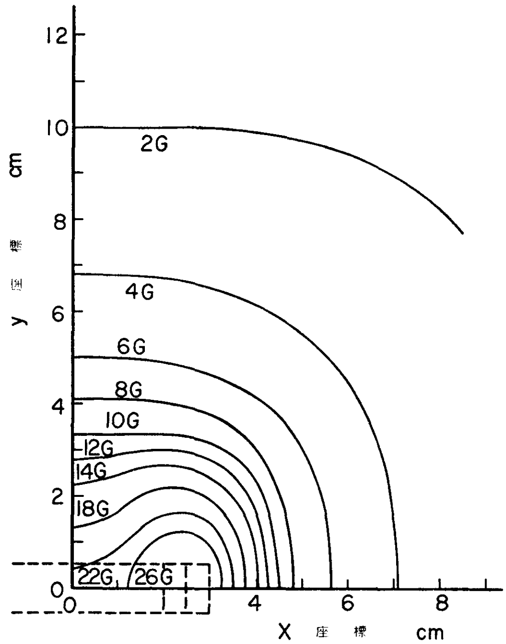
写真—7　磁束密度の測定



図—4.6　標準テスタ I の磁束の方向

束密度の大きさは，$B=\sqrt{B_x^2+B_y^2}$ その方向は $\tan^{-1}(B_x/B_y)$ で求められる。図—4.6 に標準テスタ I の場合の磁束の方向，図—4.7 に磁束密度を示している。左右前後は対称なので，第 1 象限のみを示している。図—4.7 で磁束密度の値が非常に小さく出ているが，これはホールプローブを挿入するために，やむをえず鋼板にスリットをあけたからである。しかし，図—4.7 が写真—5 と同じ形を示していることから考えても，この図が鋼板の各位置の磁束密度の相対的な値を示していると考えてさしつかえないと思う。

図—4.7 から，測定点から 3 cm離れると磁束密度は



図—4.7　標準テスタ I の場合の磁束分布図

約1/2，5 cm（テスタの磁極間距離）で，1/5，10cmで 1/13になっていることがわかった。

つぎに，§4.2で求めた理論式より，測定点からの距離と磁界の強さとの関係を求めてみる。式（4.22）において $\theta=0$ すなわち，テスタの方向が主軸の方向と一致した場合には，

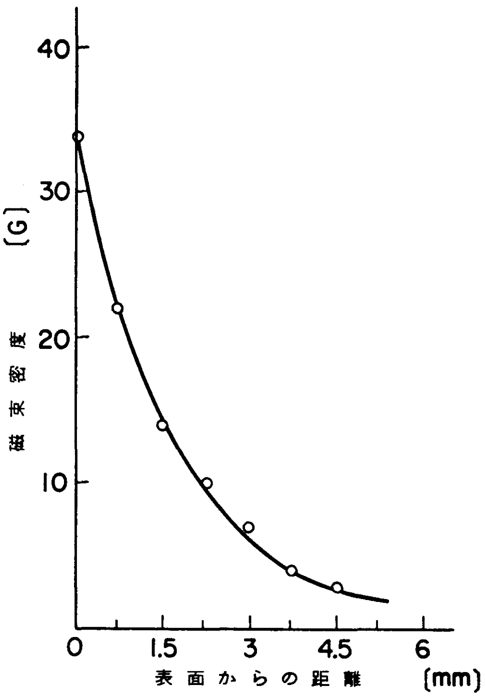
$$|H_L|=\frac{2ma\mu_\xi}{\sqrt{\mu_\eta\mu_\xi}\,\{\mu_\eta(a+\xi)^2+\mu_\xi\eta^2\}} \quad\cdots\cdots(4.39)$$

$\theta=0$ としたので式（4.17）より $\varphi=\pi/2$ となる。すなわち，$k=1$ の直線は，η 軸と一致する。いま，無応力状態のときを考えると $\mu_\xi=\mu_\eta$，このとき $\eta=\xi=0$ すなわち，原点の $|H_L|_0$ と，原点からの距離 $\eta=2a(\xi=0)$ の $|H_L|_{\eta=2a}$ との比は式（4.39）より

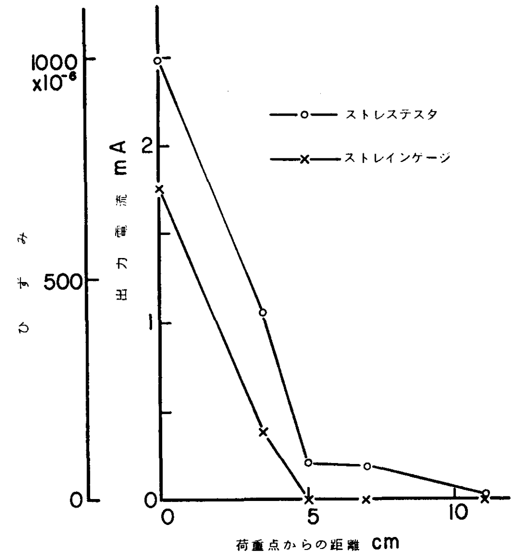
$$\frac{|H_L|_0}{|H_L|_{\eta=2a}}\fallingdotseq 5$$

となる。このことは，原点から $2a$ 離れると磁界の強さは 1/5 に減少することが理論式（4.22）からもわかる。$2a$ は磁極間の距離であるから，標準テスタ I では50mmであり，標準テスタ II および長方形テスタでは，20mmである。これは，磁束分布の実測結果と一致している。

つぎに，試験片の厚さ方向の磁束分布を測定した。厚さ方向の測定は，正確に測定するには非常に困難な



図—4.8 試験片の厚さ方向の磁束分布図



図—4.9 応力分布と出力電流の関係

ので，ここでは最も簡単な方法を用いた。試験片は145×14×520mmで，中央にスリット（3.5×1×20）をもうけている。実験は試験片の中央スリットの上に，標準テスタⅡをおき，300mAの電流を流す，磁束計のホールプローブをスリットの中で上下させて，試験片の厚さ方向の磁束密度を測定した。その結果を図—4.8に示す。この図より，表面から1.5mm内側では，表面の磁束密度の約1/3になっており，式(2.23)の値や，§2.42(iv)の実験結果等と，ほぼ一致している。しかし，この方法は，磁束がスリットの側面にも流れてしまうため，実際の鋼材の中の磁束分布よりも少し大きい値になったと思われる。

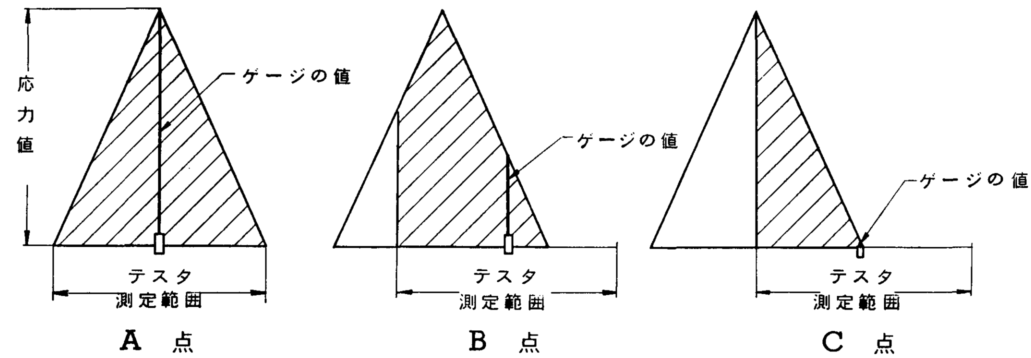
4.3.2 応力測定範囲

磁気ひずみ効果は，磁束密度の非常に小さいところでは起りにくい。したがって，ある程度以上離れたところの応力はテスタの出力にはほとんど影響を与えないと考えてよい。このことを確かめるために，次の実験をおこなった。

220×100×13mmの長方形試験片の中央に集中荷重を加える。その荷重点から試験片の端までの応力分布を，標準テスタⅠとひずみゲージとで同時測定をおこなった。その結果を図—4.9に示す。テスタからの出力とひずみゲージの読みとの関係は，荷重点を中心に

表—4.2 ひずみゲージとテスターの値

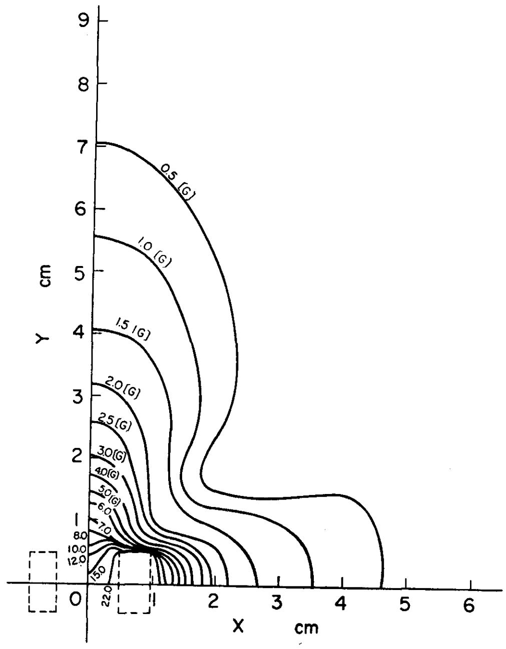
荷重点からの距離 (cm)	① ひずみ 10^{-6}	② 応力に対応する出力電流 (μA)	③ 各点から5cmはなれたところのひずみ値 10^{-6}	④ 応力に対する電流 / ひずみゲージの値 μA / 10^{-3}
0 （A点）	700	2400	—	3.5
3 （B点）	220	1150	—	5.2
5 （C点）	0	150	700＼10^{-6}	※ 9.5
7 （D点）	0	120	380	
8.5（E点）	0	60	150	
10 （F点）	0	0	0	



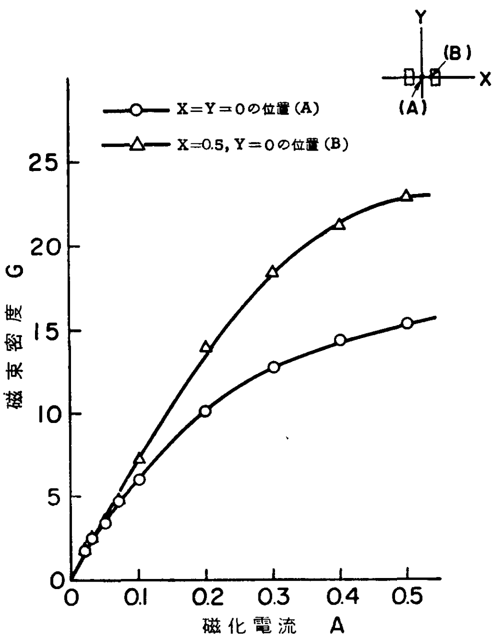
図—4.10　ゲージの値とテスタの値の比較

左右対称になるので片側のみ示した。この図からわかるように応力は荷重点を頂点に，二等辺三角形の型をなしており，荷重点から5 cmはなれたC点では，零となっている。

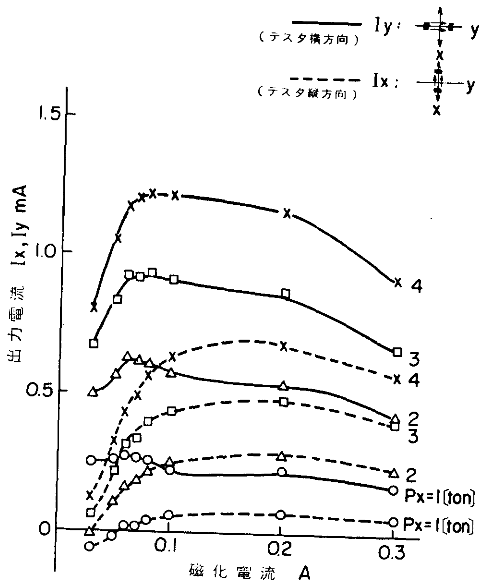
表—4.2は，これをまとめたもので，この表の②③からわかることは，測定点から5 cm以上離れたところの応力値は出力電流にほとんど影響を与えない。たとえば，C点を中心に5 cmの半径の円をかくとすると，一方の端には700×10^{-6}のひずみを生じているが，他方のひずみは零である。C点のテスタの出力は150μAを示している。しかし，F点では5 cmの半径の円内にはひずみは零である。したがってテスタの出力はほとんど零となっている。F点から6 cmの所（原点から4 cmの所）には，約80×10^{-6}のひずみを生じているが，これがF点の出力にきいてきていない。また，この表の④から，比率が荷重点より離れるにしたがって大と



図—4.11　長方形テスタの磁束分布図



図—4.12　磁化電流と磁束密度の関係

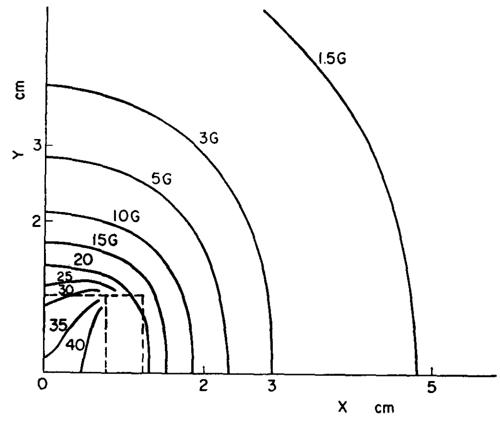


図—4.13 磁化電流特性

なっている。これは，テスタが測定点を中心に半径 5 cm以内の応力の平均を表わしているとすると，図—4.10のようになり，ゲージとテスタの比率が大となる理由が説明できる。

テスタが，どの範囲の応力の影響を受けるかということは，磁気ひずみ測定では非常に重要なことなので，長方形テスタを用いて，次のような実験によっても，応力範囲を測定してみた。図—4.11は長方形テスタの磁束密度分布である。実験方法は前項に述べたと同じ方法である。図—4.12は，図—4.11の磁束分布において，もっとも磁束密度の大きい点，すなわち$X=0.5$，$Y=0$の点の磁束密度と磁化電流の関係を求めたものである。また，この長方形テスタで，一軸引張の場合の，出力電流と磁化電流の関係を求めた図—4.13をみると，磁化電流が0.04Aで出力が急激に低下していることがわかる。この磁化電流が0.04Aのときの$X=0.5$，$Y=0$の点の磁束密度を図—4.12で求めてみると，2.5Gとなる。このことから，このテスタで測定する場合には，磁束密度2.5G以下の点では，出力にあまり影響しないと考えると，測定範囲は，図—4.11の2.5Gの線以内となり，測定点を中心に半径25mmの円内となる。

以上2つの方法で，テスタの出力に影響する応力の測定範囲を求めたが，そのいづれの場合にも，磁化電流を300mAとした場合には，範囲が，使用したテス



図—4.14 標準テスタIIの磁束分布図

タの磁極間の距離を半径とした円内であることを示している。

標準テスタIについては，図—4.7をみるとやはり磁束分布は，テスタの磁極間の距離50mm測定点から離れると急速に磁束密度が減少している。標準テスタIIの場合には，図—4.14に示すように，また，長方形テスタの場合には図—4.11のように，どちらも測定点から25mm（磁極間距離）はなれると磁束密度は急速に減少しており，この測定範囲は磁束分布からも，正しいことがわかる。

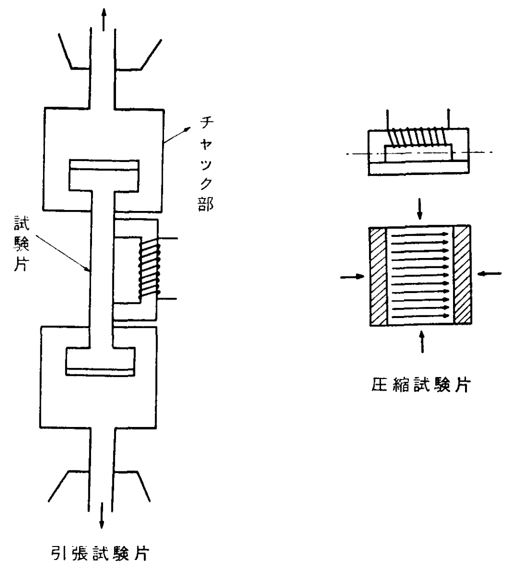
応力の測定範囲が明確になると，残留応力の測定の場合に，式（2.22）よりあきらかなように，磁気ひずみ感度に関係する項とイニシャル誤差は，重畳するだけなので，零バランスをとるための標準片は，§2.4.2(iii)に示す寸法が必要である。しかし，感度を決定する校正曲線を作るための校正用試験片としては，縦横の寸法にテスタの応力の測定範囲，すなわち，テスタの磁極間の距離の2倍以上あればよく，試験片の厚さも3mm以上あればよい。校正用試験片が小形ですむことは，校正曲線が非常につくりやすくなる。

4.4 磁気的ポアソン比

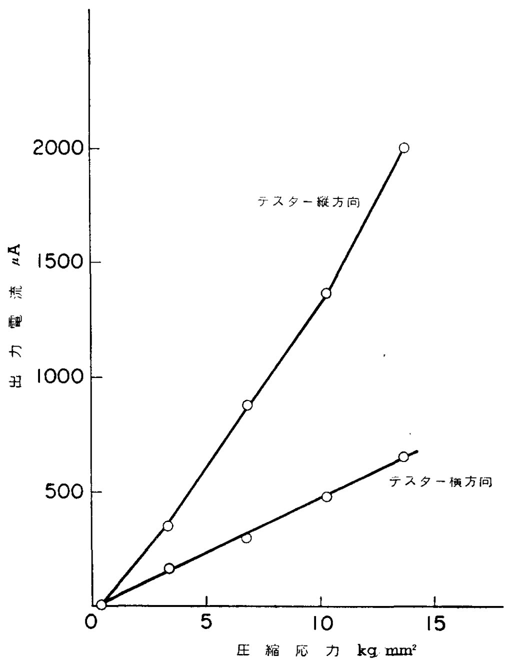
平面応力の測定には，ポアソン比が必要であるが，§3.4.1に述べたように，磁気的な測定では，縦感度と横感度が同じ符号であり，横感度係数が，引張と圧縮とでは異なる。このことを，この節で種々の方面から考えていく。

4.4.1 磁束分布と横感度係数

テスタを用いて測定する場合，その磁束分布が図—4.7のようになるので，磁束と応力の方向が平行，または直行しているだけでなく，あらゆる角度をなして



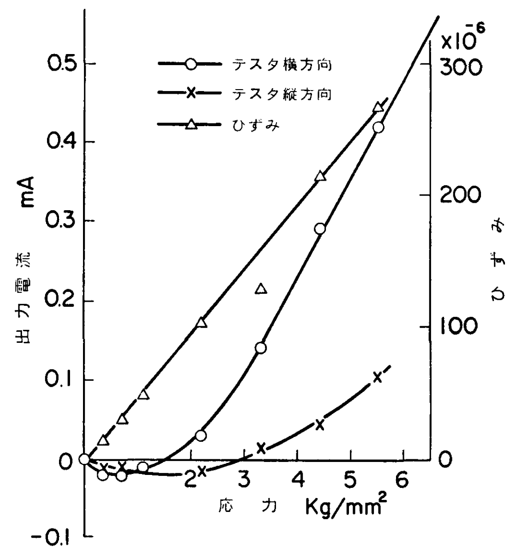
図—4.15 磁気的ポアソン比の測定



図—4.16 横感度係数（圧縮の場合）

いる部分が非常に多い事がわかる。このため磁気測定の場合に特殊なことが起ってくるのではないかと思い次の実験をおこなった。

正方形テスタを用い，このテスタと同じ大きさの長方形試験片60×60×13mmを用いて，まず圧縮で実験

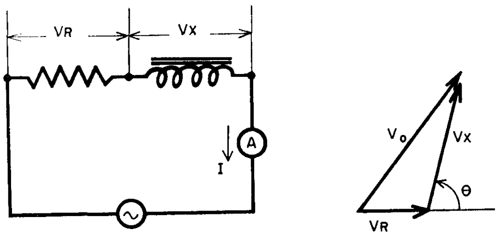


図—4.17 横感度係数（引張の場合）

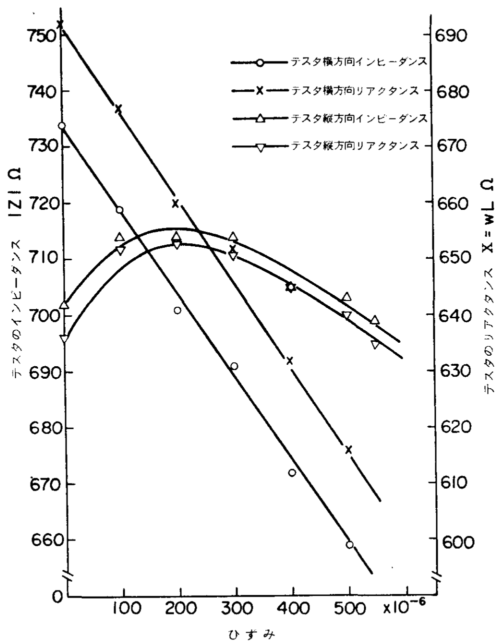
をした。この場合には，磁束と応力の関係は図—4.15のようになり，ほとんどの磁束は，応力と平行または，直交していることとなる。このようにして，まず一軸圧縮で磁気出力を測定した。その結果は，図—4.16である。横感度係数 $C_m=S_t/S_l\fallingdotseq 0.33$ となった。各試験片とも C_m は正符号となり，値のバラツキも小さかった。同一材料の試験片，数本で実験をおこなったところ，C_m のバラツキは非常に小さかった。したがって，この C_m の値は，相当に信頼できる値であると思われる。

つぎに，一軸引張であるが，圧縮のように簡単ではなく，図—4.15に示すように，チャック部分の，影響で，圧縮の場合よりも磁束と応力との関係がやや複雑になる。それでも大部分の磁束は，応力と平行または，直交していると思われる。その結果を図—4.17に示す。この結果から C_m を求めると $C_m\fallingdotseq 3.4$ となり，一軸圧縮の場合の逆数となっている。そして，圧縮のときは，磁気出力はほとんど直線であると考えてよいが，引張の場合は曲線である。

以上のことは，一軸圧縮の場合と，一軸引張の場合は，テスタの方向を変えただけのような形になっている。すなわち，一軸圧縮の場合の S_l を S_{Cl}，S_l を S_{lC} として，横感度を C_{mC} 一軸引張の場合を S_{ll}，S_{tt}，C_{mt} とすると，$S_{lC}\fallingdotseq S_{tC}$，$S_{tC}\fallingdotseq S_{lC}$ となる。したがって $C_{mC}\fallingdotseq 1/C_{mt}$ という関係になっているようである。この結果は，§3.4の場合と大差がなく，た



図—4.18　テスタのインピーダンス測定回路



図—4.19　応力によるテスタのインピーダンス変化

だ，横感度係数の値が安定しているということである。

また，この値は試験片の材質，形状，テスタの材質，形状などが異なっても大きく変ることはなく，ストレステスタ（双極子）のような形をした磁気利用測定器では，本質的なことのように思われる。そこで，次項においてストレステスタの応力によるインピーダンスの変化を測定してみた。

4.4.2　応力とテスタのインピーダンス

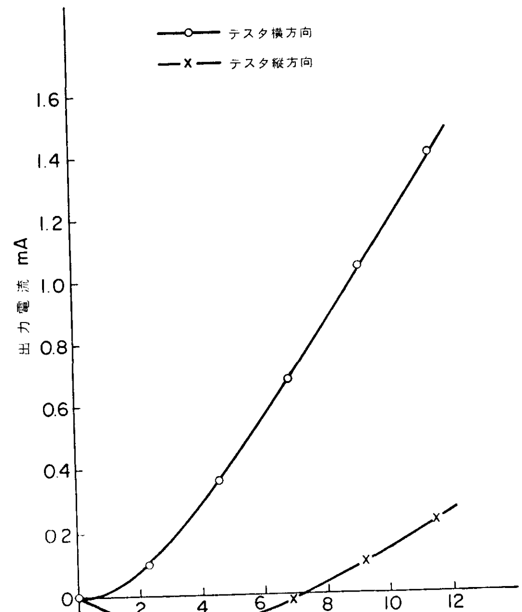
試験片に一軸引張応力を与えた場合，試験片上にセットして，正方形テスタのインピーダンスがどのように変化するかを，図—4.18の回路で測定した。この方法は，電源電圧 V_0，抵抗の端子電圧 V_R，テスタの端子電圧 V_x，回路電流 I，V_R と V_x のベクトルのなす角を θ とすると，正方形テスタのインピーダンス Z の実部 R と虚部 X は，次式で示される。(図4.18)

$$R=\frac{V_x\cos\theta}{I},\quad X=\frac{V_x\sin\theta}{I}\quad\cdots\cdots(4.40)$$

但し，　$\cos\theta=(V_0^2-V_x^2-V_R^2)/2V_RV_x$

これより，正方形テスタの抵抗部 R と，リアクタンス X が求まる。これによってインピーダンスを求めた。その結果を図—4.19に示す。この図からわかるように，テスタを荷重方向と直角にした場合は，非常に直線性がよく，感度も大きいが，テスタを荷重方向に当てた場合のインピーダンス変化は，直線性が悪く感度も小さい。このことは，実験は一軸引張で行っているのでテスタ縦方向（荷重方向）は，引張の場合の出力に関係し，テスタ横方向（荷重と直角方向）は，圧縮の場合の出力と同じ型になると考えると，一軸圧縮は，感度が大で直線性もよいという事が，インピーダンスの変化と一致する。したがって，この現象は，測定回路によるものではなく，テスタのインピーダンスそのものが，このように変化しているということである。

つぎに，このテスタを使用し，同じ試験片で，図—2.2の測定回路によって，磁化電流300mA（テスタにはその半分約150mA）流したときの応力—出力電流



図—4.20　応力—出力電流曲線
（テスタ縦と横の場合）

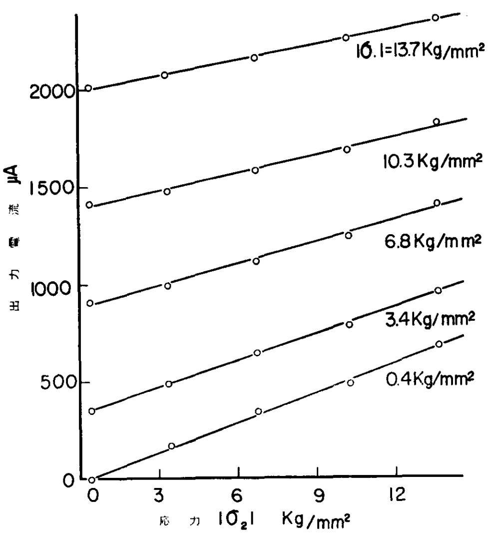
曲線を求めた。測定は，テスタの荷重方向（テスタ縦方向）と，これに直角方向（テスタ横方向）の場合についておこなった。結果を図—4.20に示す。インピーダンスの測定は，テスタに50mAの電流を流しておこなったので，直接比較できないが，図—4.19，図—4.20をくらべてみると，テスタの応力によるインピーダンスの変化は，出力電流に比例していると言える。このことは，§2.22の式（2.10）が，実験の結果と一致していることを示している。

4.4.3 磁気的ポアソン比の測定

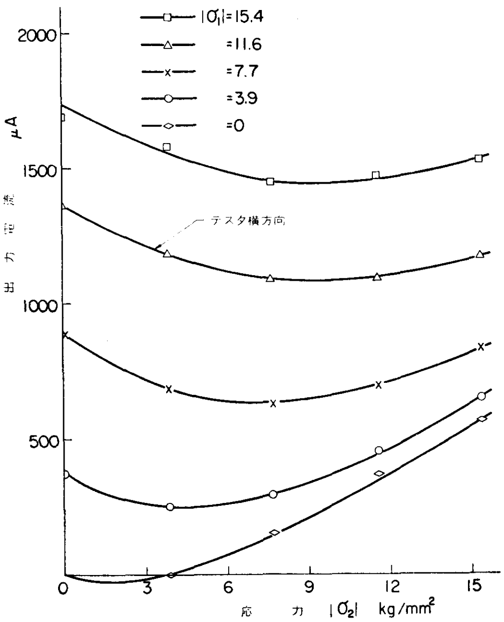
この節の始めに述べたように，平面応力の測定には，ポアソン比を求めることが必要である。

一軸引張の応力—出力曲線（縦感度）が直線的でなく，テスタのインピーダンスを測定しても，引張応力に対しては曲線的である。また，一軸圧縮も横感度を測定すると，やや曲線的である。また，次章でのべるが，二軸応力の場合には，一軸の場合よりも非直線性が大きくなるようである。磁束分布をみると，応力と磁束とが斜交している部分が多いほど出力は曲線になるようである。これに対して正方形テスタを用いた同面積の試験片での実験（§4.4.1参照）では，比較的に出力直線が直線的に出ている。一軸引張にくらべ，一軸圧縮が直線的になるのも，試験片の形状から，磁束と応力が斜交する場合が少ないからで，引張試験片は，チャック部分があるのでどうしても磁束がみだされる。

そこで，ここでは，正方形テスタと同面積の試験片



図—4.21 出力—応力曲線（正方形テスタ）

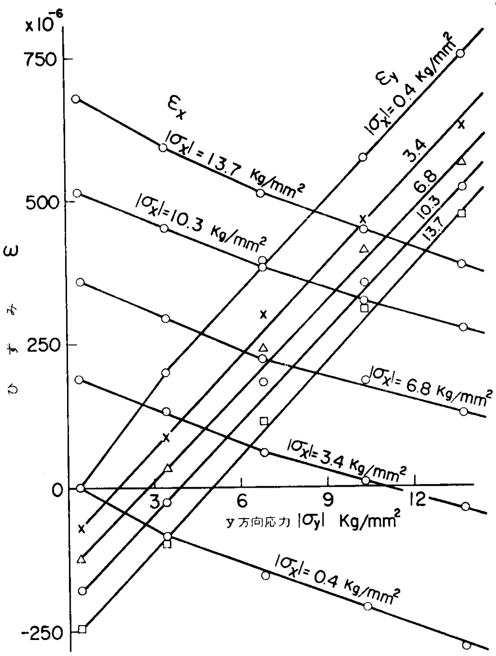


図—4.22 出力—応力曲線（標準テスタⅠ）

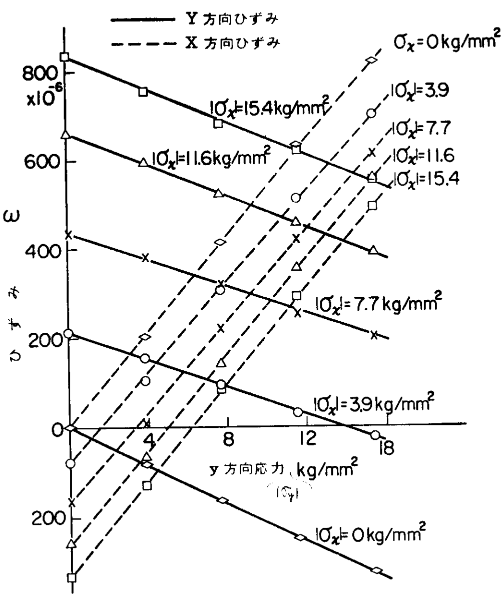
を用い，二軸応力でただ一つ，実験が可能な二軸圧縮の場合について，磁束分布が応力と直交または平行のみの場合の実験をおこなった。同面積試験片（60×60×13mm）に二軸圧縮試験機で荷重をかけ，二軸圧縮応力の場合の応力—出力曲線を求めた。二軸試験機や二軸の実験方法については詳細は次章でのべる。その結果が図—4.21であり，標準テスタを用い，100×100×13mmの長方形の普通二軸圧縮試験片での実験結果が図—4.22である。これらの図は，テスタを当てた測定方向の主応力 σ_1 をパラメータに，縦軸にその出力電流，横軸に，もう一つの主応力（テスタと直角方向の主応力）σ_2 をとった線図である。（§5章参照）

また，図—4.23と，図—4.24は，上の二つの実験をおこなった同じ試験片で，同じ実験方法で測定した。試験片中央にはった抵抗線ひずみゲージによる，ひずみ—応力線図で $\sigma_x=\sigma_1$，$\sigma_y=\sigma_2$ である。この二つの線図より，試験片中央では正しく，二軸圧縮が生じていたことがわかる。

以上，4つの図から考えて，二軸の場合でも，磁束が応力と直交または，平行のみの場合には，横感度係数は一定になる。一般の場合には，図—4.22からわかるように，応力の関数となっており，一定にはならない。また，図—4.23と図—4.21を比較してみると，横



図—4.23　ひずみゲージによる測定（図4.23の場合）



図—4.24　抵抗線ひずみ計による測定（図4.24の場合）

感度係数が，ひずみゲージで測定した場合と符号が逆になっていることがわかる。また，その値は，一軸圧縮の場合の図—4.16と同じく約0.3である。図—4.21の場合は，理論式より求めた図—4.5ともよく一致している。

これらのことより，磁束が応力と直交または平行のみの場合の横感度係数を，磁気的ポアソン比と名付け，圧縮の場合には，磁気的ポアソン比 $\nu_m \fallingdotseq 0.3$ とする。また，磁気的ポアソン比は磁界の強さ，テスタの形状，被測定材の材質等には無関係な定数である。ただ試験片の形状によっては，多少上下するが，精密測定でない限り，実用上の残留応力の測定の場合には，$\nu_m \fallingdotseq 0.3$ として差しつかえないことが，以後の実験からあきらかである。

引張の場合には，前にのべたように，正確な測定ができないが，この論文では，実験から求めた $\nu_m' \fallingdotseq 1/0.3=3.3$ として，圧縮の場合の逆数を用いることとする。

磁気的ポアソン比 ν_m がほぼ一定の値をとったので，平面応力の測定が可能となり，§4.2の理論解析の場合も，次章以後の実験も，この ν_m の値を使用した。

4.5　まとめ

本章においては，平面応力の測定の可否について，理論と実験の両面より検討し，次の結果を得た。

(1) 鋼板にストレステスタを当てた場合の任意の点の磁界の強さを与える，式（4.19）を求め，この鋼板に平面応力が生じている場合の理論式（4.34）を導いた。

(2) 式（4.34）より磁気出力は，主応力方向で最大，最小となり，主応力差は，出力電流差に比例するということが，理論的に求められた。

(3) ストレステスタによる鋼板上の磁束分布を測定し，測定点からテスタの磁極間の距離だけ離れたところの磁束密度は，測定点の磁束密度の約1/5になった。また，このことは基礎式（4.22）から求めた値と一致した。

(4) テスタの磁束は広範囲に拡がるが，テスタによる応力測定範囲を，磁気出力とひずみゲージによる測定との関係，磁気出力と磁束分布との関係から求めた結果，いづれのテスタでも，テスタの出力は，テスタの磁極間の距離を半径とした，円内の応力を示しているという事が判明した。

(5) テスタの応力測定範囲が明確になったので，残留応力測定の場合の校正曲線を求めるための校正用試験片は，縦，横の寸法は使用テスタの磁極間の2倍以上あればよく，また，厚さも3mm以上あればよい。

(6) この測定では，横感度係数が単軸圧縮の場合約0.3，単軸引張の場合3～4と，非常に異なる値をとったので，テスタのインピーダンスを測定してみたが，やはり，この値と一致した。

(7) 磁束が応力と直交または，平行のみの状態の横感度係数を磁気的ポアソン比と名付けたが，この場合は，材質，応力に無関係に定数となり，二軸圧縮の場合，磁気的ポアソン比は0.3となった。

以上の理論と実験の結果，平面残留応力の測定は可能と思われるので，次章の実験を進める。

第5章　均一な平面残留応力の測定

5.1 緒　言

本章では，平面残留応力の測定法を確立するとともに，平面応力と磁気ひずみの関係を考究した。

平面応力は，二つの主応力方向と二つの主応力値を求めればよい。主応力方向は，前章で，理論的には磁気出力が最大，最小となる方向であることが判明しているので，種々の応力状態において，実験的にこの事実を確かめた。

主応力方向が判明すると，一つの主応力 σ_1 方向にテスタを当てた場合，主応力 σ_1，σ_2 によるテスタの出力 C_1，C_2 は，テスタ方向の応力の磁気ひずみ感度を S_l，直角方向の応力に関する磁気ひずみ感度を S_t とすれば，式 (4.23) より

$$\left.\begin{aligned} C_1&=S_l\sigma_1+S_t\sigma_2=S_l(\sigma_1+S_t/S_l\sigma_2)\\ C_2&=S_l(S_t/S_l\sigma_1+\sigma_2)\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(5.1)$$

となる。そこで，S_l および $C_m=S_t/S_l$（横感度係数）を知っておけば，C_1，C_2 を測定することにより主応力値 σ_1，σ_2 を求めることができる。すなわち，

$$\left.\begin{aligned} \sigma_1&=\frac{1}{S_l}\cdot\frac{1}{1-C_m^2}(C_1-C_mC_2)\\ \sigma_2&=\frac{1}{S_l}\cdot\frac{1}{1-C_m^2}(C_2-C_mC_1)\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(5.2)$$

この式からわかるように横感度係数が関係してくるので，複雑になることが予測されるが，各応力状態においてこれを解明した。そして本論文の主目的である均一な（テスタの測定範囲内における応力が均一）平面残留応力の非破壊測定法を見出した。

また前章で述べたように引張と圧縮で，C_m の値が異なるので，引張と圧縮が錯綜した応力状態の場合には，式 (5.2) から求めることができない。

しかし主応力差が出力電流差に比例することが，前章で理論式より求められたので，このことを実験で確認し，このような応力状態の場合にこれを用いて解析した。

ストレステスタを用いるこの測定で，一般のひずみ測定と異なる現象は，引張と圧縮に対する出力が，同符号になることと，横感度係数が異なることの二つである。

この事を，本論文と異なる立場から検討するために，強磁性体結晶のミクロ的磁気挙動より求めた，強磁界，低磁界における磁化と応力の高木の関係式を用いて検討考察した。

また，実験的には，丸棒をソレノイドコイルで直流磁化し，引張および圧縮荷重におけるB—H曲線を求めて，応力と磁界の強さと磁束密度の関係を実測し，上述の二つの事項を解明した。

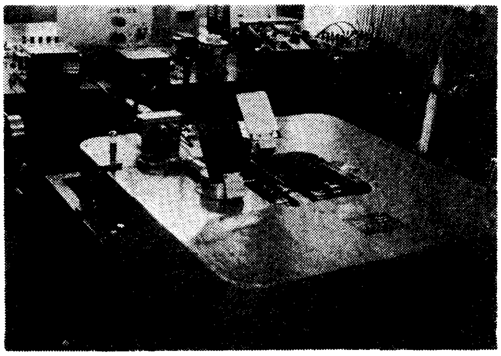
この章では，使用テスタは主として標準テスタⅡを用い，磁化電流は，50Hz，300mAを使用した。試験片は，二軸引張試験片（図—5.8）と，一軸引張試験片（図—5.14）を主として用いた。圧縮用は長方形試験片である。

5.2 二軸圧残留応力の測定

単軸の場合と同じように，圧縮が最も測定しやすいので，まず二軸圧縮の場合についてのべる。平面応力状態においては，二つの主応力とその方向が求まれば，その点における応力が決定される。一般には，三軸ロゼットゲージ（主として電気抵抗ひずみゲージ）を用いて，任意の三方向のひずみを求め，モール円にて二つの主ひずみとその方向を決定する。しかし，この方法では，残留応力の非破壊測定はできない。ここでは，§1.1に述べたように，組立応力のような簡単に応力を零にできない応力（初期応力）と，巨視的な残留応力の場合について，磁気的な測定方法による，二軸応力の非破壊測定法を検討する。

5.2.1 二軸圧縮試験

上に述べた実験をおこなうために，まず，平板に平面応力（この節では二軸圧縮）を生じさせる二軸圧縮試験機を試作した。これを写真—8に示す。この装置は正方形の平板に，直交二方向より圧縮荷重をかけることができ二方向の荷重は，バルブにより互に独立に自由にかえることができる。また，この装置にセットされた試験片は，二軸圧縮荷重により少し曲げも生じるので，試験片の表と裏にストレステスタを当て，その平均の値をテスタの出力としている。そのため，この装置はその荷重状態を一定に保ったままの状態で，表裏を逆転させることができ，両面を測定するように



写真—8　二軸圧縮試験装置

なっている。試験片は100×100×13mmの試験片で材質はS25Cの平板であり，テスタは標準テスタＩを用いる。測定回路は図—2.2と同じである。磁化電流は300mAである。

この試験機によって加えた応力を，初期応力または，巨視的残留応力とみなして，つぎのような手順で圧縮試験をおこなった。

(1)　試験片を二軸圧縮試験機にセットする。試験片の表裏には，ひずみゲージを貼り，同時測定をするが，試験片を加圧したときゲージにより試験片に曲げを生じたか否かもチェックする。

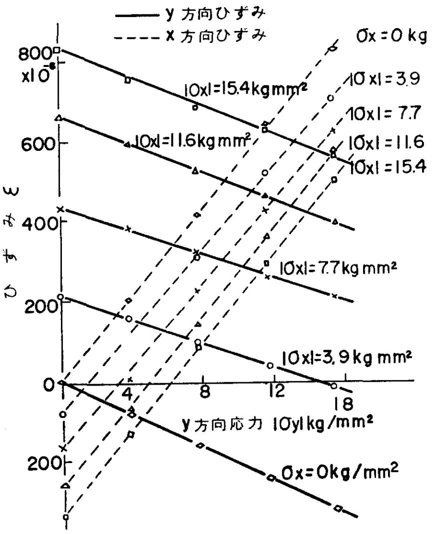
(2)　補償用テスタを補償片（一軸の場合と同様に，同じ材質，同じ加工熱処理状態，同じ形状のもの）に当て，測定片にはストレステスタを正しく荷重方向にセットする。

(3)　無荷重状態で300mAの磁化電流を流す。そして，ブリッジのバランスをとる。測定中は，磁化電流は一定とする。

(4)　荷重をかけ，出力電流 C_1 をよむ，つぎにテスタを90°回転させて出力電流 C_2 をよむ，また，この時のひずみゲージ（二軸ゲージ）の値もよむ。荷重は零を基準にすべきであるが，完全に零にすると，つぎに加圧の際，変形モードが変る恐れがあるということがわかったので，この実験では0.2t かけた状態を零とした。

(5)　荷重の加圧の方法は，二軸のうち一軸たとえば，X軸の荷重をパラメータとして一定に保ち，Y軸の荷重を徐々に加圧して測定し，終了したら0.2t までもどし，つぎにX軸方向の荷重を上げて，再び一定にし，Y軸方向を加圧していくという方法をくりかえした。

(6)　試験片の表面の測定が全部終ったら，表裏を逆転して（この時はX，Y軸とも0.2t づつかけたまま逆転する)，裏面についても同様な実験をおこなった。



図—5.1　抵抗線ひずみ計による測定（二軸圧縮）

図—5.1は，試験片中央部にひずみゲージを貼り同時測定した測定結果である。この図から，試験片の中央部には曲げが入らず正しく二軸圧縮応力が生じていることがわかる。ポアッソン比は約0.35となっている。

5.2.2　主応力方向の決定

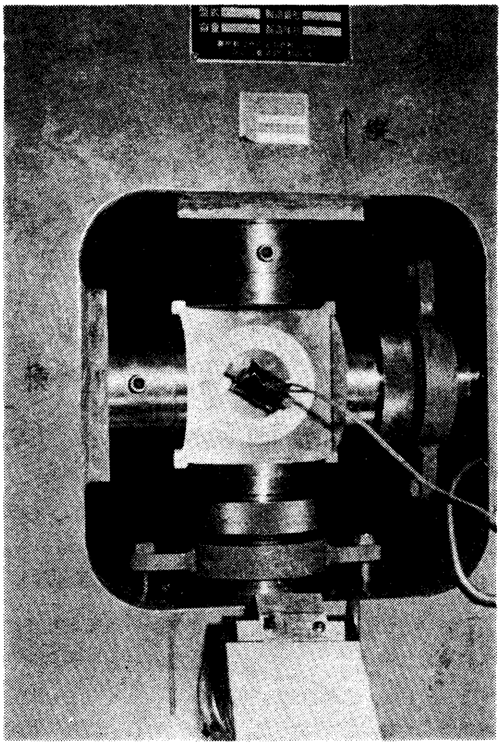
二軸応力を測定する場合，主応力方向が不明の場合には，まず，主応力方向を見出さなければならない。ストレステスタは，ひずみゲージとは異なり，平板の自由表面で自由に回転できるという大きな特徴をもっている。

そこで，測定点を中心にテスタを180°回転させたときの各方向の出力と主応力との関係を求めてみた。

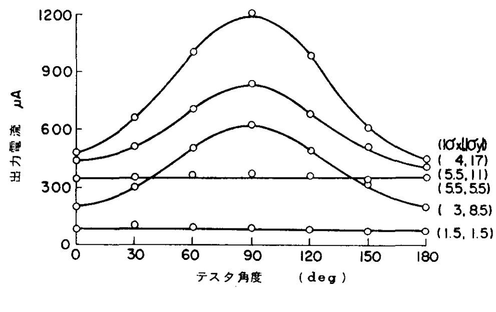
実験方法は，写真—9に示す。これは二軸圧縮試験機で，試験片に任意の二軸圧縮応力を加えた。試験片上には角度を記した円形紙を貼り，ストレステスタを30°づつ回転させて，その出力電流をよんだ。その結果を図—5.2に示す。この図からつぎの事がわかる。

(1)　最大主応力の方向で，テスタの出力電流は，いつも最大値をとっている。もう一つの主応力方向では，出力は最小となる。このことから主応力の方向は，テスタを被測定材上で180°回転すれば，出力が最大，最小の方向が主応力の方向である。

(2)　$\sigma_x=\sigma_y$ すなわち，等荷重のときは，いわゆる円



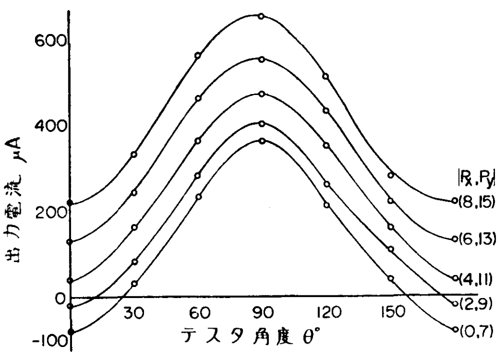
写真—9　主応力方向の決定



図—5.2　テスタの回転と出力電流(Ⅰ)(二軸圧縮)

応力状態となり，どの角度でも等しい値をとっている。

(3)　また，このことは，試験片の形状がかりに円形状であれば，テスタを回転させても磁束分布が変化しないから，試験片に方向性がない限り，その磁気抵抗は一定となり，円応力状態では一定値をとって当然である。しかし，ここで使用した試験片は，前項で述べたように，正方形板であるから，テスタが試験片の対角線の方向をむいたときは，磁束分布が異なるはずで



図—5.3　テスタ回転と出力電流(Ⅱ)

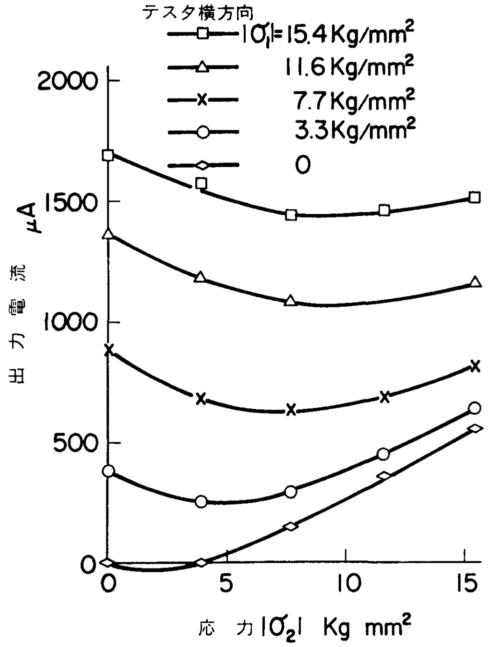
ある。それにもかかわらず出力電流が一定であるということは，§4.3.2で述べたように，テスタから5 cm（テスタの磁極間の距離）以上はなれると，被測定材の形状は，テスタの出力に影響を与えないということを示している。

すなわち，テスタの出力は測定点を中心に半径5 cmの円内の応力を示しているという事が，ここでも証明される。また，主応力差と出力電流差とが比例関係にあるのではないかという事が，前章の理論結果から予想される。そこで主応力差を一定にして実験をおこない図—5.3の結果を得た。この図から主応力差が一定ならば，テスタを回転させた出力電流—テスタ角度の曲線は，同じ形の曲線が得られることがわかり，主応力差が一定ならば，出力電流差も一定であるということが示された。

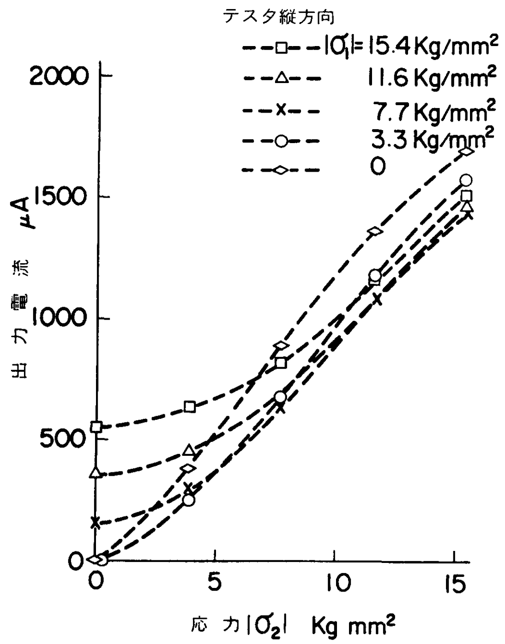
5.2.3　主応力値の決定

図—5.4は，荷重一定の方向（たとえばY軸）に，ストレステスタをおき，テスタと直角方向（X軸）の応力を変化させて，これを横軸にとり，そのときのテスタの出力を縦軸にとった曲線である。そして，テスタ方向の応力 σ_1（荷重一定方向Y軸）をパラメータとしている。図—5.1のひずみゲージの場合と比較すると，ゲージが右下りの直線となっているのに，テスタは右上りの曲線となり，横感度係数が逆になる。しかも応力の関数となっていることがわかる。

ひずみゲージは，二軸ゲージを使用したので，一度の実験で図—5.1をかくことができるがテスタでは，一方向づつしか測定できないので，テスタを荷重一定の方向（Y軸）と直角方向におき，その方向の応力 σ_2（X軸）を変化させて，これを横軸にとり，ストレステスタの出力を縦軸にとって，荷重一定方向の応力 σ_1

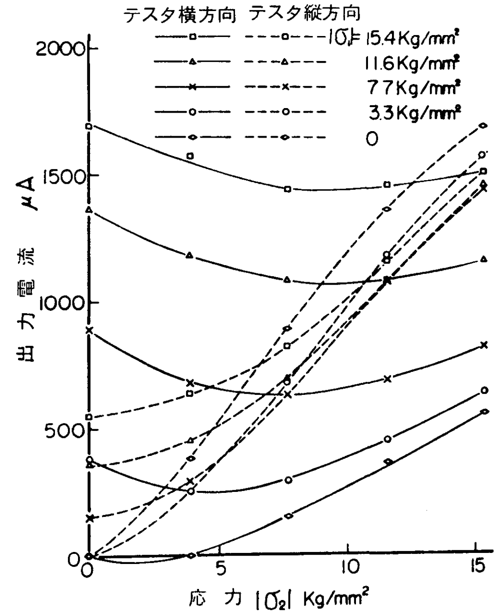


図—5.4 出力—応力曲線（テスタ荷重直角方向）



図—5.5 出力—応力曲線（テスタ荷重方向）

をパラメータにして測定をおこなった。その結果を図—5.5に示す。図—5.4とのちがいは，テスタの方向が



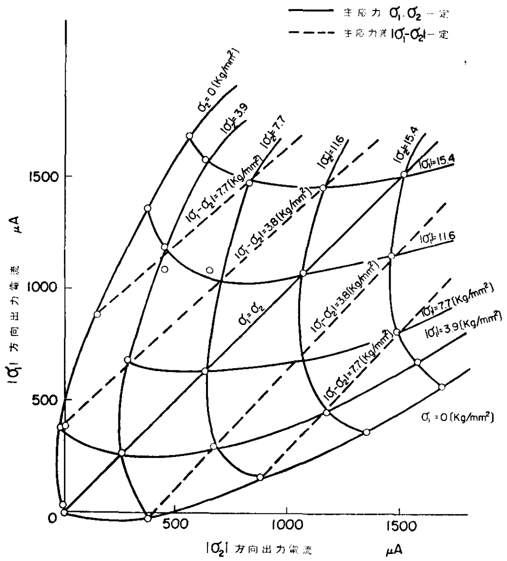
図—5.6 出力—応力曲線（標準テスタ I）

90° ちがうだけである。この二つの図は，本質的には同じである。ひずみゲージの場合と比較するために，図—5.6は図—5.4と図—5.5を同時に図示したもので，図—5.6と図—5.1は非常に異なり，横感度係数が一定でないことがわかる。この実験結果は，五枚の試験片についてほとんど同じであった。

図—5.4，図—5.5から直接主応力値を求めることもできるが，解析が複雑になるので，次のような応力線図を考える。ある二軸応力状態に対して出力電流は，テスタを σ_1 方向に向けたときの出力 C_1 と，σ_2 方向に向けたときの出力 C_2 の二つがある。この C_1，C_2 をそれぞれ縦軸，横軸にとると図—5.7が得られる。この図は図—5.4，図—5.5から作ったものである。たとえば，図—5.7の最右下の点について説明する。図—5.4の最右下の点 $\sigma_1=0$，$\sigma_2=15.4$ の場合の出力電流 C_1 は 550μA なので，これを縦軸に図—5.5の最右上の点 $\sigma_1=0$，$\sigma_2=15.4$ の場合の出力電流 $C_2=1700$ μA を横軸にとった点である。

このようにして，各点をプロットし，σ_1，σ_2 がそれぞれ一定になる線をむすぶと，図—5.7となるのである。また，破線は主応力差 $|\sigma_1-\sigma_2|=$ 一定の線を示しており，直線になっていることがわかる。

この応力線図を用いると，テスタを回転させたとき，出力最大，最小となる出力電流の値，すなわち，



図—5.7 校正曲線（二軸圧縮）

C_1, C_2 を測定すればこの図からすぐに主応力 σ_1, σ_2 の値を求めることができる。

5.2.4 巨視的な二軸圧縮残留応力の測定方法

以上述べたことをまとめて，この種の二軸圧縮応力の測定方法を示す。

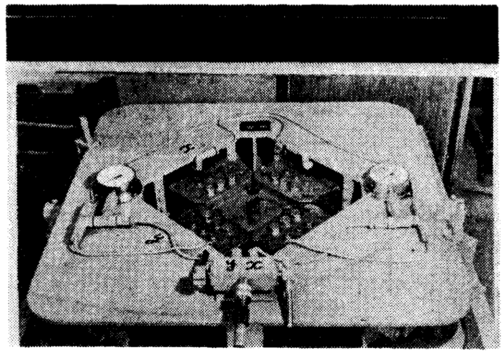
(1) 一軸の場合と同じように，被測定材と同じ材質，同じ加工，熱処理状態の試験片で標準片，補償片を数個つくる。この場合形状は，零バランスをとるための標準片および補償片としては，測定点を中心に半径20cmの範囲と同じ形状にする。また，校正用の試験片としては，標準テスタⅠの場合は100×100mm以上の広さがあればよいわけである。（§2.4.2と§4.3.2参照）

(2) 標準片と補償片でブリッジのバランスをとってから，主応力の方向を知るために，二軸圧縮応力の生じている測定材の測定点を中心に，テスタを180°回転させる。そして出力最大の方向と値を読む，つぎにこれと直角方向にテスタを当て（出力最小の方向となる）。その値を読む。これより主応力の方向がわかる。

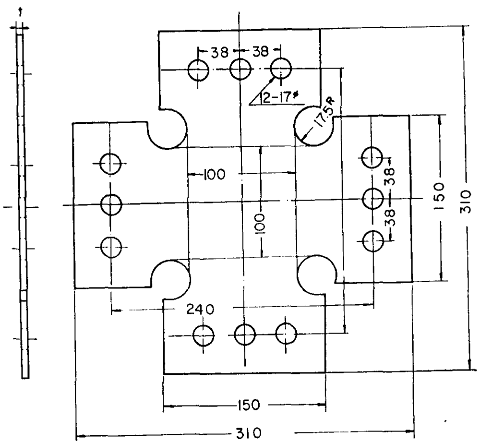
(3) 校正用の試験片で，二軸圧縮試験をおこない。図—5.7のような校正用応力線図をつくる。

(4) (2)で求めた出力最大方向の出力電流値 C_1 と，これと直角方向の出力電流値 C_2 を用い，校正用応力線図より主応力 σ_1 と σ_2 を求めればよい。

以上の操作をすることにより，測定点の二つの主応力とその方向を求めることができる。



写真—10 二軸引張試験機



図—5.8 二軸引張試験片

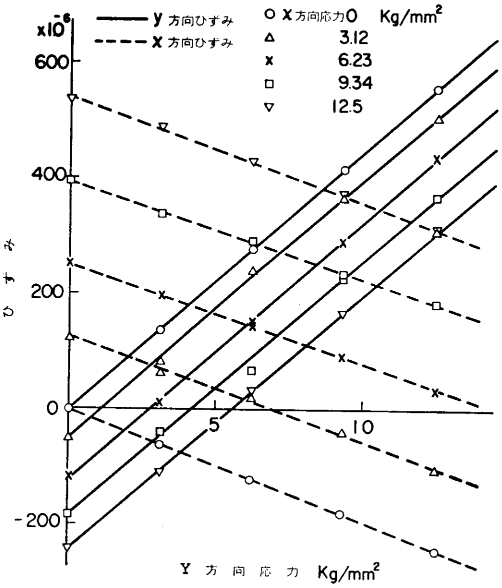
この実験で用いた，5本の試験片による結果とひずみゲージによる測定結果等を綜合して考えると，この種の二軸圧縮残留応力を測定する時の誤差は約 ±2.5 kg/mm² と考えてよい。

5.3 二軸引振残留応力の測定

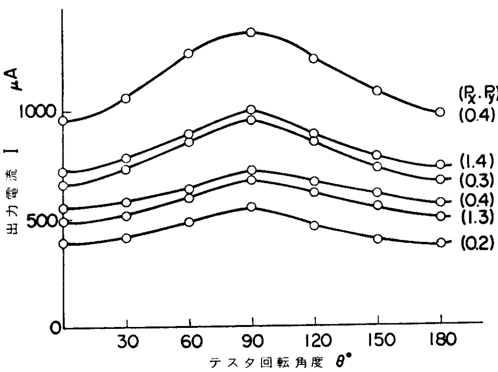
5.3.1 二軸引張試験

二軸引張応力を生じさせるために，二軸引張試験機を試作した。この試験機の機構は，だいたい二軸圧縮試験機と同じで，チャック部が引張りのために異っているだけである。写真—10は，この試験機を上から写したものである。二軸圧縮と同じように，試験片の表裏にストレステスタを当て，その平均の値をテスタの出力とし，この装置も荷重状態を一定に保ったままで，表裏を回転しうるようになっている。

試験片も，図—5.8に示すように，チャック部に各3本づつボルトを通して，四方より引張るようにしてある。隅の部分は大きくカットして，中央10×10cmの



図―5.9 抵抗線ひずみ計による測定（二軸引張）



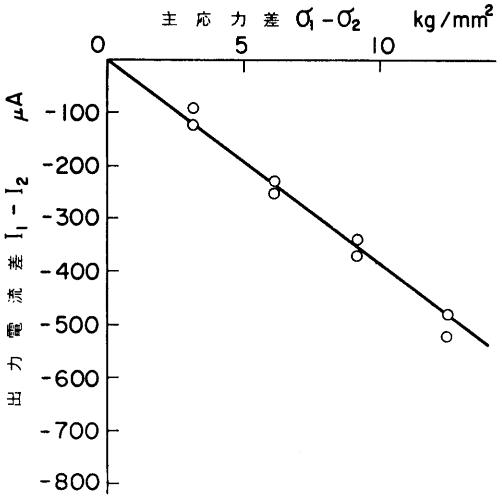
図―5.10 テスタの回転と出力電流(Ⅲ)（二軸引張）

平面で純粋な二軸応力を生じるような形にしてある。

二軸の試験機で特に重要なのは，引張でも圧縮でも，試験片の中央点が荷重前と後とで移動しないように，もし移動しても，もとに戻すようにすることで荷重時の振り，曲げ等をかなり少なくすることができる。この節も，使用したテスタは標準テスタⅠ，磁化電流は300mAを使用している。図―5.9はこの試験片の中央に貼ったひずみゲージによる，応力―ひずみ線図で，中央ではほぼ正しい二軸引張応力が生じていることがわかる。

5.3.2 主応力の決定

まず，主応力方向であるが，圧縮の場合と同様に，



図―5.11 主応力差―出力電流差曲線（二軸引張）

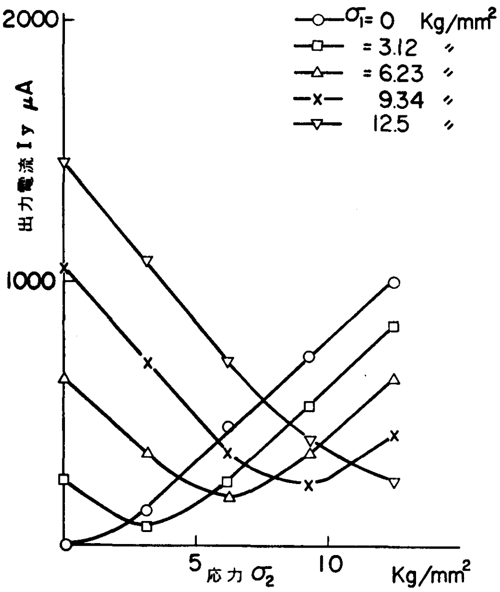
二軸引張試験片に，二軸引張応力状態を生じさせ，その中央部でテスタを180°回転させ，その出力曲線を求めてみると，図―5.10となる。これからわかるように，二軸引張のときも，主応力方向では出力電流は最大または最小となる。しかし，二軸圧縮と異なるところは，二軸圧縮では絶対値が最大の主応力方向で，最大出力電流，最小主応力で，最小出力電流が生じていた。二軸引張ではそれが逆になり，最大主応力のところで出力は最小となり，最小主応力で出力は最大となっている。等応力状態では，殆んど直線になっている。これは，一軸応力のところで述べたように，引張応力では横感度係数が1より大となるので，このようなことが生じると思われる。しかし，符号をつけて考えると，引張でも圧縮でも，最小主応力で最大出力電流が生じているということである。

また，主応力差と出力電流差は，二軸圧縮の場合と同じように直線となるが，図―5.11に示すように，圧縮の場合とくらべ，出力電流差の符号が逆になっている。($\sigma_1>\sigma_2$)

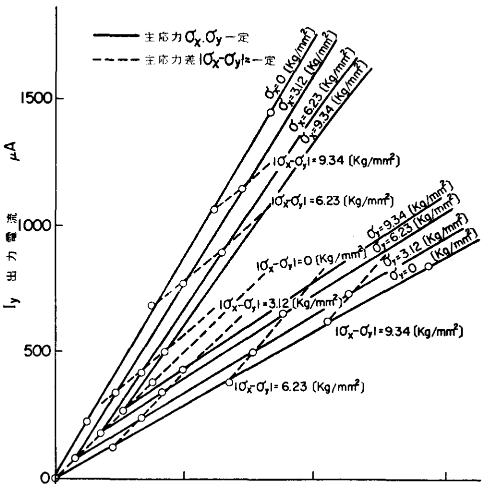
つぎに，平板に二軸引張応力が生じている場合の，二つの引張主応力と出力との関係を二軸圧縮の場合と同じ方法で求めた結果を図―5.12に示す。テスタを変え，試験片をかえてもこの図と大体同じ傾向であった。また，この図は二軸圧縮の場合の図―5.5に相当する。圧縮の場合と異なって，σ_1=const の時の曲線が重り合い，予想していた通り複雑な形である。

5.3.3 巨視的な二軸引張残留応力の測定方法

これも，前節の二軸圧縮の場合と全く同じでよい



図—5.12 出力—応力曲線（二軸引張）

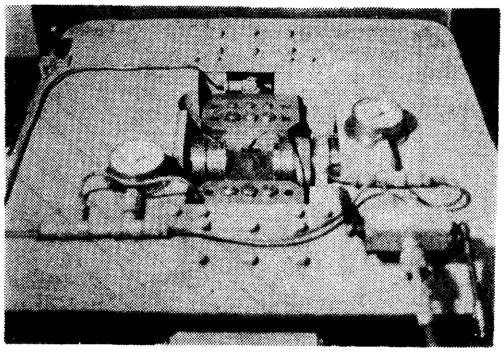


図—5.13 校正曲線（二軸引張）

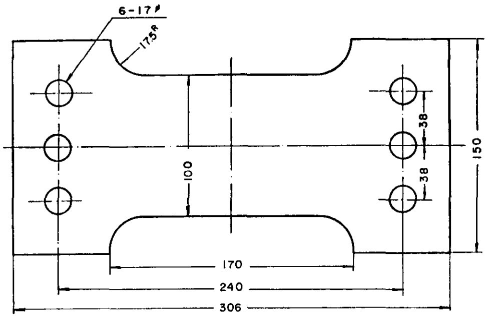
が，校正曲線が図—5.12のように複雑となるので，§5.2.3で求めた応力線図をかく方法で求めた。その応力線図が図—5.13である。

この図からわかるように，主応力差は直線的に出ているが，圧縮の場合の図—5.7とは異なっている。

二軸引張応力のときも，応力線図を書くことができたので，テスタを測定点を中心に180°回転させ，その



写真—11 一軸引張—軸圧縮試験機



図—5.14 一軸引張試験片

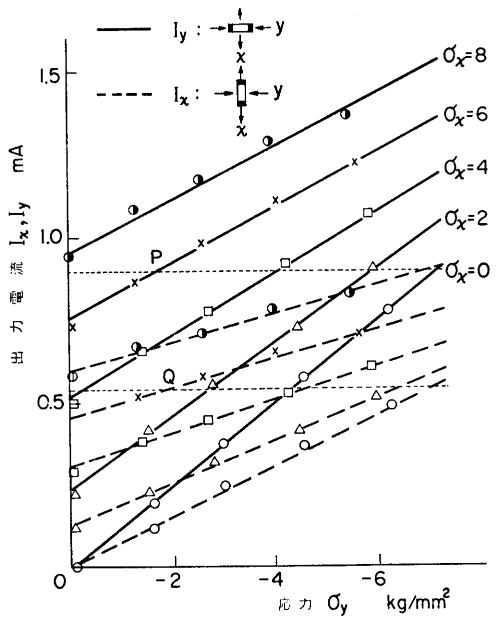
出力最大，最小となる出力電流 C_1, C_2 を測定すれば，主応力 σ_1, σ_2 をこの線図から求めることができる。ただ最大主応力 σ_1 は最小出力電流の方向であるということは注意を要する。この応力線図は試験片をかえても，テスタを変えても二軸引張である限り，大体図—5.13のようになった。

5.4 任意の均一な平面応力の測定

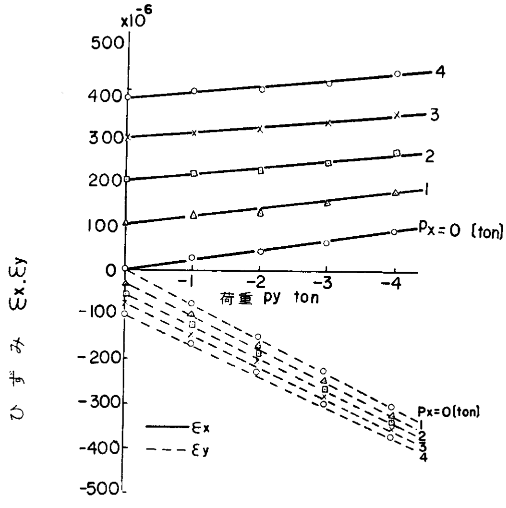
均一な平面応力の場で二軸圧縮，二軸引張についてはすでにのべた。この節では最後に残った一軸引張，一軸圧縮の場合について実験をおこなった。

実験装置は，二軸圧縮試験を改造して，写真—11のように x 方向に圧縮，y 方向に引張荷重がかかるようにした。試験片の形状は一軸引張の場合と同じで図—5.14に示した。試験片厚さは圧縮を考え5 mmにした。圧縮の実験を考慮すると，試験片はどうしても小型になり，チャックの形も引張と圧縮とでは，非常に異なるので，それらの影響を考えて，テスタは標準テスタⅡおよび長方形テスタを使用した。

テスタを測定点を中心に180°回転させると主応力方向で最大，最小の出力電流を生じるので，主応力方向は容易に知ることができる。この場合も引張応力方向



図—5.15 出力—応力曲線（一軸引張—軸圧縮）

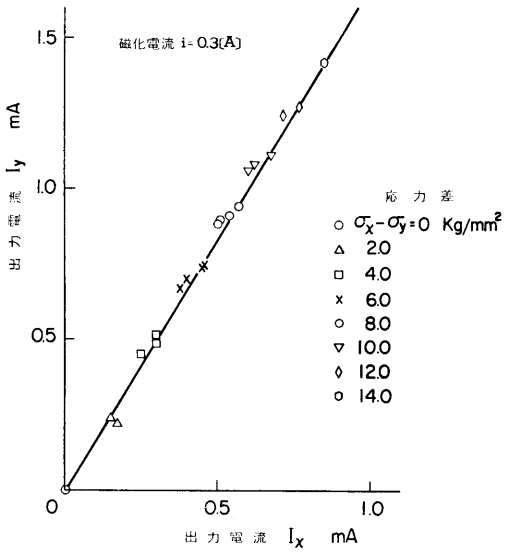


図—5.16 抵抗線ひずみ計による測定（一軸引張，一軸圧縮）

で，出力電流は最小となり，圧縮応力方向で最大となる。

引張の S_t は，圧縮の場合の S_t の1/3〜1/4となるが，式（5.1）からみても，弾性域内では納得できることである。

実験方法は，二軸圧縮の場合とほとんど同じである。その結果を図—5.15に示す。試験片の中央には，



図—5.17 応力線図（一軸引張軸，一軸圧縮）

ひずみゲージを貼って同時測定をおこなった。その結果が図—5.16である。

図—5.16からも試験片の中央では，純粋な二軸引張，圧縮の応力が生じていることがわかる。この理論値は，$\nu \fallingdotseq 0.3$，$\varepsilon_x = 1/E \cdot (\sigma_x - \sigma_y/m)$，$\varepsilon_y = 1/E \cdot (\sigma_y - \sigma_x/m)$ より求めた。

この場合も，テスタおよび試験片を変えて測定しても，図—5.15の傾向は変らなかった。図—5.15は，二軸圧縮の場合の結果である図—5.4，図—5.5に相当する。

図—5.17が求めた応力線図である。この図からわかるように，一軸引張一軸圧縮の場合には，殆んど直線となっており，二つの主応力を求めることは困難である。また，主応力差は，出力電流差に比例している。

5.5 主応力方向および主応力差と出力電流差

主応力方向の測定は，これまでたびたび述べたように，この測定法の特徴の一つである。テスタを自由表面上で測定点を中心に180°回転させることにより，その出力最大，最小の方向として容易に，正しく求めることができる。任意の平面応力状態の場合に，共通していえることは，符号を含めて最大主応力方向で出力が最小となり，最小主応力方向で出力が最大となることと，角度—出力曲線は正弦曲線に近い曲線となるということである。このことは，理論的にも式（4.34）で証明されている。

つぎに，これまでの実験ではっきりしていたこと

は，二つの主応力差と，これに対応する出力電流差とが比例していることである。二軸圧縮の場合は図—5.3，図—5.7をみればあきらかであり，二軸引張の場合も図—5.11，図—5.13にあらわれている。いずれも直線となる。主応力差が正の場合は，出力電流差は負に，主応力差が負のときは，出力電流差は正になっている。引張と圧縮では符号が逆になっている。また，一軸引張一軸圧縮の場合も図—5.15，図—5.17に示すように比例している。この場合は，引張から圧縮までの応力を測定している。図—5.15について考えると，たとえば $\sigma_y=-2\mathrm{kg/mm^2}$ のとき，主応力差 $\sigma_x-\sigma_y=8\mathrm{kg/mm^2}$ であるとすると，$\sigma_x=6\mathrm{kg/mm^2}$ で，そのときの出力電流差は $I_x-I_y=0.52-0.92=-0.4\mathrm{mA}$ である。つぎに，$\sigma_x=-4\mathrm{kg/mm^2}$ ならば $\sigma_x=4\mathrm{kg/mm^2}$ で，$I_x-I_y=0.5-0.9=-0.4\mathrm{mA}$ となる。また $\sigma_y=-6\mathrm{kg/mm^2}$ ならば，$\sigma_x=2\mathrm{kg/mm^2}$ で，$I_x-I_y=0.5-0.9=-0.4\mathrm{mA}$ となる。このように，主応力差力 $8\mathrm{kg/mm^2}$ のときは，出力電流差は常に $-0.4\mathrm{mA}$ となっている。このことは，引張から圧縮まで二軸の場合も，主応力差と出力電流差は比例しているといえるということである。また，理論式（4.34）から求めた図—4.4によっても，このことはあきらかである。これまでの磁気的測定において，引張と圧縮の出力が，同じ方向に出てくることによって，測定上いろいろ困難なことが起ってきた。

この節に述べた二つの事柄（主応力の方向と差）は引張と圧縮で対称で，一般的な応力—ひずみの関係と矛盾しない挙動である。これを用いることにより，次章にのべる複雑な応力状態の解析が可能となった。

5.6 圧縮と引張の出力特性〔II〕

5.6.1 理論値による考察

前にものべたように，磁気的な応力測定において，圧縮と引張に対する出力が，同方向に出ること，磁気的なポアソン比が，圧縮と引張とでは異なった値になること等の問題が生じている。このことについて少し深く考えてみる。

これまでに，おこなった実験に関する上述の事柄は，§4.4.2において，テスタのインピーダンスの測定からも圧縮と引張では出力の符号が同じであること，また，圧縮のほうが引張よりも感度が数倍大きいことという二つの実験事実より説明できる。

ここでは，高木（通泰）の磁界と機械的な力とが同時に作用した場合の，強磁性体結晶の磁気的挙動を求めた文献(56)の次式（5.3）にしたがって考えてみる。

磁界の方向に引張または圧縮が生じている場合の，結晶の磁界に平行な磁化の成分和は鉄の単結晶の場合，低磁界では次式で与えられる。

$$j_{11}=\frac{\alpha e^{\tau,\alpha^2}\sin[h\alpha]+\beta e^{\tau,\beta^2}\sin[h\beta]+\gamma e^{\tau,\gamma}\sin[h\gamma]}{e^{\tau,\alpha^2}\cos[h\alpha]+e^{\tau,\beta^2}\cos[h\beta]+e^{\tau,\gamma^2}\sin[h\gamma]} \quad \cdots\cdots(5.3)$$

ここに，α，β，γ は容易磁化方向の方向余弦，h，τ_1 は磁界と応力に関する項である。

また，強磁界では［110］方向では

$$h=4k(2j^2-1)j-2\tau_2 j^{(57)} \quad \cdots\cdots(5.4)$$

〔111〕方向では，

$$h=\frac{2}{3}k\{7j^3-3j+(4j-1(\sqrt{2(1-j^2)}\}-2\tau_2 j^{(57)} \quad \cdots\cdots(5.5)$$

ここに

$$h=\lambda J_\infty H,\ k=\lambda K,\ \tau_1=\lambda t_1 T,\ \tau_2=\lambda t_2 T \quad \cdots\cdots(5.6)$$

λ は強磁性体の磁区統計理論における定数

K は結晶磁気異方性定数

J_∞ は飽和磁化，t_1，t_2 は飽和磁気ひずみ式（5.6）で鉄の場合には $\lambda=3.6\times10^{-4}$，$J_\infty=1716$，$K=2\times10^5$，$t_1=20.7\times10^{-6}$，$t_2=-21.2\times10^{-6}$ なので，これらを式（5.6）に代入すると，

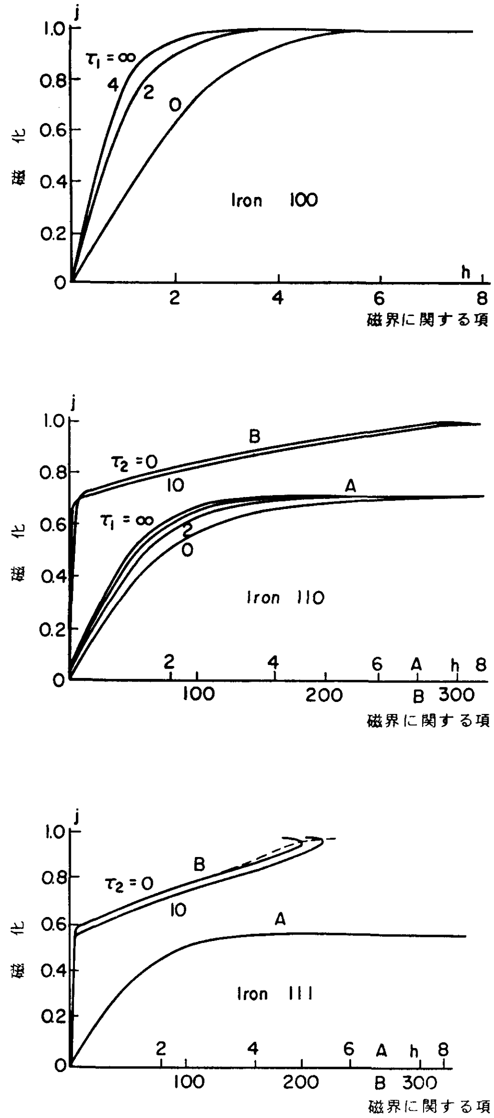
$$h=0.62H,\ k=72,\ \tau_1=7.45\times10^{-9}\cdot T,\ \tau_2=-7.6\times10^{-9}\cdot T \quad \cdots\cdots(5.7)$$

ここに，T は応力で単位は［kg/mm²］，H は磁界の強さで単位は［O_e］である。

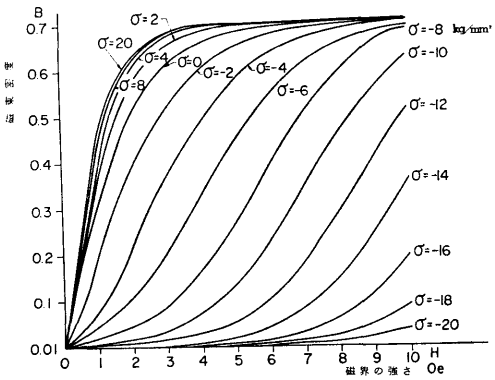
これは，単結晶の場合だが，多結晶体を構成している各結晶体に，単結晶としての物理的性質を与え，多結晶体の物理的性質は，前者のベクトル的合成値であると考える(58)。鉄の場合には〔100〕，〔110〕，〔111〕の三方向で合成をおこなうと，多結晶体の特性は，単結晶の場合の〔100〕，〔110〕，〔111〕の物理特性にその寄与の確率，鉄の場合には〔100〕方向 6/26，〔110〕は，12/26，〔111〕は8/26であるが，これを掛けて加えあわせればよい。以上の簡単な操作で，多結晶体の性質を表すことにすれば，単結晶で考えた場合と定性的には，あまり変らないと考えてよい。

図—5.18は，上式で計算した場合の j と h との関係で，鉄の三つの容易磁化方向〔100〕〔110〕および〔111〕について求めたものである。

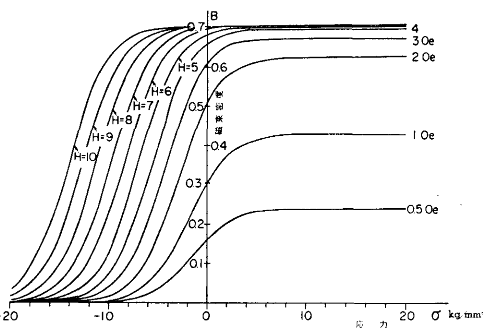
この三つの図をみると，〔100〕では弱磁界で応力によって変化しており，〔111〕では弱磁界では変化せず，強磁界で変化している。



図—5.18 式 (5.3) より求めた容易磁化方向の j の h 関係（A：低磁界，B：高磁界）



図—5.19 式 (5.3) より求めた〔110〕方向のBとHの関係



図—5.20 式 (5.3) より求めた〔110〕方向のBと応力との関係

そこで〔110〕では，その中間と考えられるので，今簡単なため〔110〕をもって全体を代表させ，〔110〕について計算をしてみた。弱磁界の場合，式 (5.3) に，$\alpha=1/\sqrt{2}$，$\beta=1/\sqrt{2}$，$\gamma=0$ を代入し，応力と磁界の強さを変化させて図—5.19，図—5.20を得た。

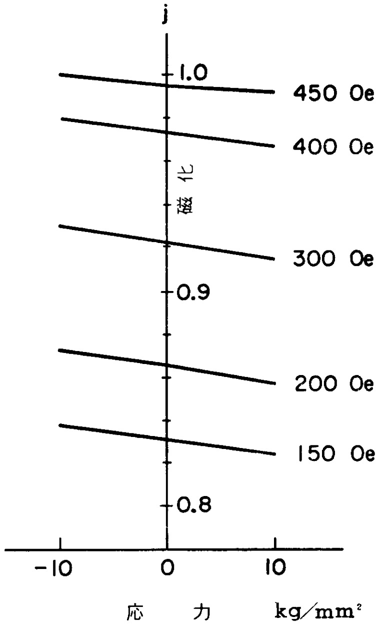
つぎに，〔110〕の場合の強磁界について，式(5.4)に，式 (5.7) の定数を入れ整理すると

$$H=4645(2j^2-1)j+1.52+j \qquad \cdots\cdots(5.8)$$

となる。単位にはC．G．S．を使用しているので1 kg/mm^2≒10^{8}dyn/cm^2 として，この式より求めた結果が図—5.21である。

図—5.19，図—5.20からわかるように，低磁界では，圧縮で大きく減少するが，引張では変化が小さく，増加している。また，図—5.21より，強磁界では圧縮も引張も同じ割合で変化している。圧縮では B がふえ，引張では B が減少している。

ストレステスタで応力を測定する場合，磁束は §4.3.1の図—4.7に示すように，ある範囲に広がるので，強磁界と弱磁界が複雑に入りまじっており，出力はこれらの合成になっていると考えられる。そこで引張では，弱磁界だけならば図—5.19に示すように低応力で少し変化し，それ以後は変化しないはずである。強磁界がこれに加わると，引張側で B が減少するから，その合成として，結果は引張応力が大ほど B が減少することになる。また，圧縮では強磁界で B が増大するが，弱磁界では図—5.20に示したように，応力が働くと B が非常に大きく減少するので，その合成と



図—5. 21　式（5. 8）より求めた j と応力の関係

して，全体としても圧縮でも，B が減少するものと考えられる。

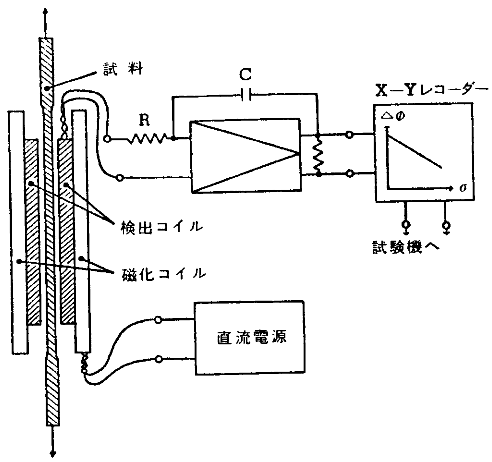
以上のことを考えると，引張と圧縮とが同じ方向に変化するということは，理論式から考えてもありうる事であり，引張にくらべ圧縮の方が感度が良いことも，図—5. 19，図—5. 20，図—5. 21からわかる。

また，文献(59)でも強磁界の場合には，図—5. 21と同じ結果がでており，文献(44)でも軟鋼の B の変化が引張と圧縮とで，ともに同じ方向に変化しているという実験結果が得られている。

5. 6. 2　実験による考察

前項にのべた事や，これまでの実験事実を確かめるため，今度は実験によって，丸棒を引張または圧縮した場合の磁束密度を，磁界の強さを変えた場合について測定した。

実験装置の大略を図—5. 22に示す。使用した炭素鋼は，8ϕ×400mm の S45C 材で，磁化コイルは長さ250mmのソレノイドコイルで，$H=460iO_e$ の磁界を与える，ここに i は磁化電流である。この状態で引張荷重を加えると，磁束は磁気ひずみ効果により $\varDelta\Phi$ だけ変化する。試験片に巻かれた検出コイルには，このため電圧が誘起される。この電圧を積分器で積分し，$X-Y$ レコーダの Y 軸に入れる。積分器の出力電圧 E は，次式で与えられる。



図—5. 22　実験装置（直流磁界）

$$E=\frac{N}{CR}\int\frac{d\Phi}{dt}dt=\frac{N\varDelta\Phi}{CR}=\frac{N\cdot\varDelta B\cdot S}{CR} \qquad \cdots\cdots(5.9)$$

但し，N；検出コイルの巻数（470回）

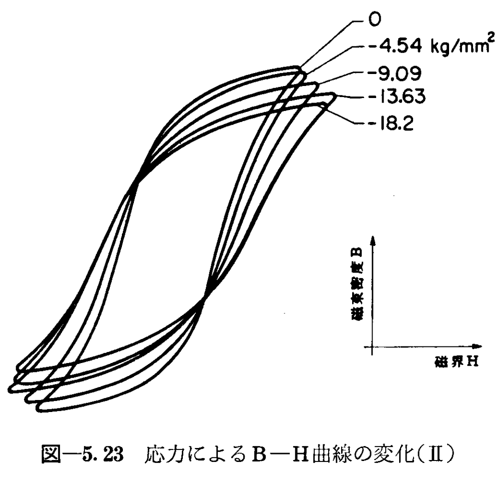
S；試験片の断面積

であり，C，R は，図—5. 24に示した容量と抵抗とでここでは，$C=1\mu F$，$R=50k\Omega$ である。これより

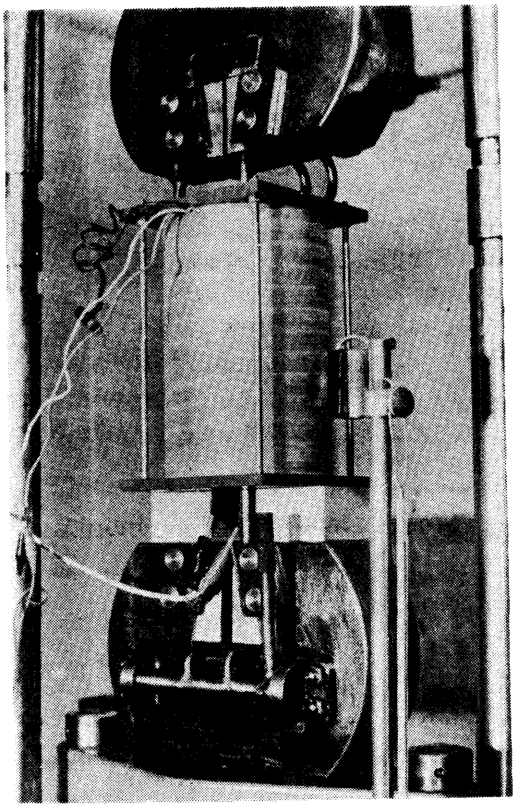
$$\varDelta B=\frac{RC}{NS}\cdot E \qquad \cdots\cdots(5.10)$$

磁束密度は，E に比例する，磁界の強さは磁化コイルに流す電流に比例するので，これを x 軸に入れると，図—5. 23のようなB—H曲線がえられる。このコイルでは，1Aの磁化電流で磁界の強さは $460O_e$ となった（実測）。

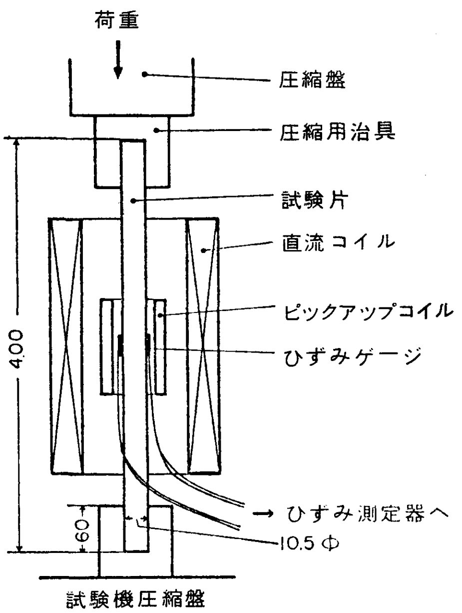
まず，試験片にサーチコイルをセットして，試験片



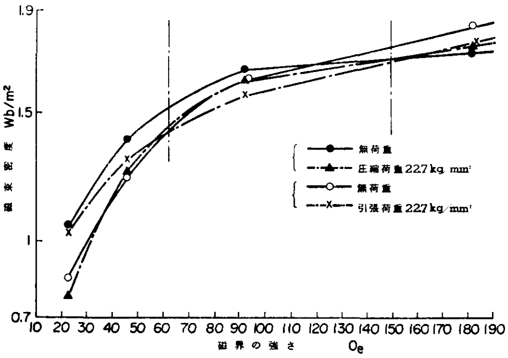
図—5. 23　応力によるB—H曲線の変化（II）



写真—12 直流コイルと試験片



図—5. 24 圧縮試験の方法



図—5. 25 丸棒を直流磁化した場合の荷重による BとHの関係

を磁化コイルの中に入れ，オルセン式万能荷重試験機に取りつける。写真—12にこれを示す。測定回路を図—5. 22に示す。B—H曲線を求める方法は，たとえば，まず，無荷重のときに，磁界の強さを

−23, 0, 23, −0, 23[O_e] と変化させて，そのときのB—H曲線を求める。つぎに，荷重を 0. 4ton にしたときに，無荷重の場合と同様に磁界の強さを変化させB—H曲線を求める。このようにして磁界の強さが，最大の 23O_e のときの荷重変化に対するB—H曲線を求めたのが，図—5. 23である。

このようにして，最大磁界の強さを

46, 92, 184, 322, 460, 515O_e と変化させ，荷重はそれぞれ応力に換算して，

0, 45, 9, 13. 5, 18, 22. 5kg/mm² と6通り測定をした。

また，圧縮応力の場合は，図—5. 24に示すように，棒試験片の上下に75ϕ×75の軟鋼製，円筒補助ジグをつけて，座屈を防ぎ0〜22. 5kg/mm² までの応力をかけて測定した。図—5. 25は，その実験結果である。各B—H曲線の最大磁界の強さ H_{max} における，磁束密度 B_{max} を求めて，これを y 軸に，H_{max} を x 軸にとり，荷重の値をパラメータとしている。磁束は荷重と共に増大または減少するので，途中の荷重の場合は省略し，図—5. 25 では引張荷重 22. 7kg/mm² と無荷重の場合，圧縮荷重−22. 7kg/mm² と無荷重の場合のみえがいた，無荷重の場合の二つの曲線が一致していないのは，引張と圧縮とでは，万能試験機のチャック部が異なっていることと，圧縮の場合には図—5. 24に示すように，座屈防止のジグをつけているので試験片そのものの形状が変っているため，磁束がやや異

なるのだと思われる。

以上の事から，図—5.25からもわかるが，実験によっても低磁界では，圧縮荷重で B が減少し，引張荷重の場合は増加する。変化の割合は圧縮の方が大きい。ところが，$60O_e$ から $160O_e$ ぐらいの磁界では，引張も圧縮もともに，荷重の増大につれて B が減少している。ストレステスタの磁界としては，この辺が一番効いてくる所なので，引張と圧縮とが同じ方向にでてくることは，これからも説明できる。高磁界では，低磁界の場合と逆転し圧縮で B が増大，引張で B が減少している。そしてこのことは，前項の高木の理論式の結果や，これまでの実験結果とも一致している。

5.7 まとめ

本章においては，種々の応力状態の平面応力を測定し，次の結果を得た。

(1) 主応力方向は，平面応力状態では，すべて最大主応力方向（符号を含めて）で出力電流は最小となり，最小主応力方向で最大となるので容易に決定することができる。

(2) 二軸圧縮応力の測定でも，横感度係数は正となり，応力の関数となっている。

(3) 二軸圧縮の場合の（初期応力および巨視的残留応力）の測定は，単軸の場合と同じように，被測定材と同じ材質，同じ加工，熱処理状態の試験片で，標準片と補償片を作る。主応力方向とその方向の磁気出力を測定すると校正用応力線図より，二つの主応力を，誤差約±2〜3kg/mm²で測定することができる（応力20kg/mm²以内）。

(4) この種の二軸引張，応力の測定も，二軸圧縮と同様に校正用応力線図より求めることができる。

(5) 任意の平面応力の場合には，引張，圧縮の判別が困難な場合が多いので，次章でのべるせん断応力差積分法を用いる方がよい。

(6) 平面応力の場合に，主応力差と出力電流差が，引張から圧縮まで比例していることが，実験結果から確認され，前章の理論式（4.34）の結果が実験的に証明された。

(7) 主応力差と出力電流差の曲線は，平面応力の場合にも引張と圧縮とで，正負対称になっている（図—5.7，図—5.13，図—5.15参照)。

(8) 高木（通泰）のミクロ的な磁気挙動より求めた理論式に，本論文で使用した磁界の強さ応力等を代入して計算した。その結果，論文で用いた磁界の強さでは，磁束密度は引張圧縮の両応力とも，応力の増大とともに減少し，しかも感度は圧縮のほうが引張よりも大きいという事がわかった。これは本研究の結果と一致する。

(9) 実験的には，丸棒をソレノイドコイルで直流磁化し，応力に対するB—H曲線を求めた結果，ストレステスタの磁界として一番感度に効いてくる60〜160 O_e では，引張，圧縮ともに荷重の増大にともなって磁束密度は減少していることがわかった。また，これより低磁界では，圧縮で磁束密度が減少し，引張で増加する。この測定では，磁束が被測定材のある範囲にひろがるので低磁界も影響を与えることを考えると，圧縮が引張よりも感度が大きいことも，実験から予測できる。

第6章　不均一な平面残留応力の測定

6.1 緒言

前章までの研究で，単軸応力と平面応力の二軸圧縮，二軸引張については，測定可能であることが判明した。しかし，任意の平面応力の場合，複雑な応力分布の場合，とくに，テスタの測定範囲内で応力変動がある場合には，これまでの方法では測定が困難である。

前章の実験で，平面応力の場合にも，主応力方向と，主応力差が，精度よく求まることがわかった。本章では，上述の測定困難な応力状態の場合に，せん断応力差積分法を用いてこれを求めその精度を検討した。

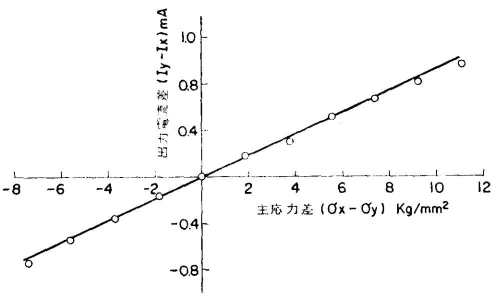
せん断応力差積分法は，主応力方向と主応力差より主応力を分離する方法である。この方法は，主応力差をとるので，零点のバラツキの誤差が消去されることと，引張圧縮の識別ができることが利点である。

本章において，この方法を用いた場合のイニシャル誤差を実験考察して，この種の応力を測定する場合にせん断応力差積分法を用いた応力測定法を確立した。この方法により，すべての平面応力状態の残留応力の非破壊測定が可能となった。

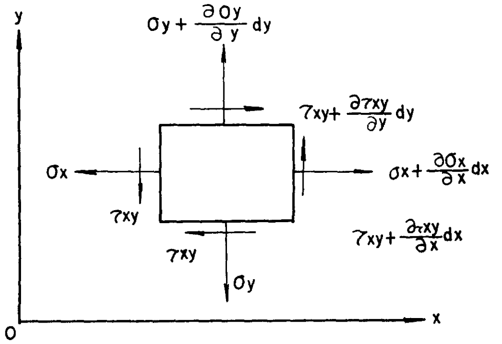
この章では，使用テスタは殆んど標準テスタⅡを用い磁化電流は，50Hz，300mAを使用した。試験片も主として，二軸引張試験片で，その他に，一軸引張試験片，長方形試験片も用いた。

6.2 せん断応力差積分法の導入

前章までの実験で，テスタを測定点を中心に180°回転させると，二つの主応力の方向はその出力最大最小



図—6.1　主応力差と出力電流



図—6.2　平面応力での応力の平衡

の方向として図—5.2に示すように，簡単に求まることがわかっている。そして最大主応力（符号まで含めて）の方向が，最小出力電流の方向であり最小主応力が最大出力の方向となる。また，二つの主応力差と，そのそれぞれの方向の出力電流の差が一対一に対応し，引張から圧縮にかけて図—6.1に示すように，直線性のよい比例関係を得ることができた。このことは，理論的にも第四章で証明されており光弾性実験で使用されている，せん断応力差積分法[60]を利用すれば主応力を分離できるのでこれを解析に用いることとする。この方法は，主応力差をとるので誤差のうち，最も大きい零点の誤差が消去され精度が向上する。以後の説明を容易にするためにせん断応力差積分法について簡単に説明する。

平面応力の平衡を，図—6.2のような長形要素について考える。

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial\sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y}=0\\ \frac{\partial\sigma_x}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x}=0\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(6.1)$$

二つの主応力のうち，代数的に大きいほうを σ_1 とし，σ_1 と x 軸とのなす角を α とすると σ_x，σ_y は次式で示される。

$$\left.\begin{aligned}\sigma_x=\sigma_{x0}-\int_{x_0}^{x}\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y}dx=\sigma_{x0}-\sum\frac{\Delta\tau_{xy}}{\Delta y}\Delta x\\ \sigma_y=\sigma_{y0}-\int_{y_0}^{y}\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x}dy=\sigma_{y0}-\sum\frac{\Delta\tau_{xy}}{\Delta x}\Delta y\end{aligned}\right\}\cdots(6.2)$$

$$\tau_{xy}=\frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_2)\sin 2\alpha\qquad\cdots\cdots(6.3)$$

ここに，σ_{x0}，σ_{y0} はそれぞれ $x=x_0$，$y=y_0$ での σ_x，σ_y の値で，通常自由周辺や，既知の応力を生じている場所など直接，実験で得られる値をとる。τ_{xy} は式（6.3）より，主応力差と主応力の方向がわかれば求まるので x 軸に平行な線上で，式（6.2）により逐次積分をすることによって，同線上の σ_x の値を知り得る，そこで各測定点の σ_x，σ_y を求めることができるわけである。

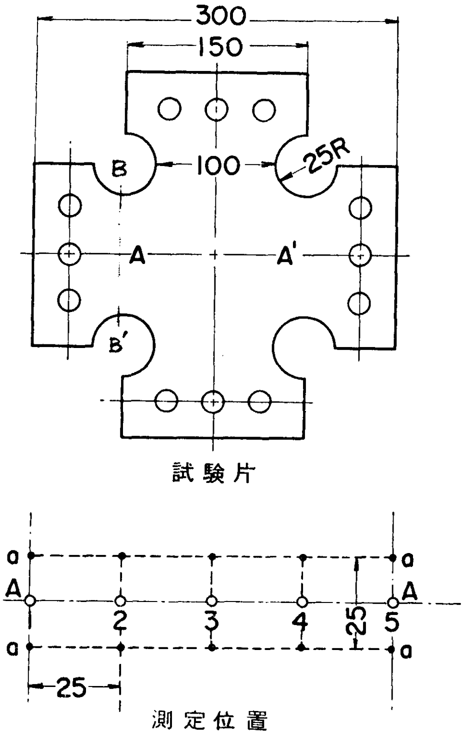
6.3　不均一な応力場における巨視的残留応力の測定

6.3.1　測定方法

測定は，従定の測定のように絶対値が必要ではなく，相対値でよいのでいろいろな零点のちがいが相殺される。このため特別な場合をのぞいて，零バランスをとるための標準片は不要となる，後述のように校正用試験片としての寸法は，使用テスタの磁極間距離（標準テスタ l=25mm）の2～3倍でよい。測定は，ストレステスタを直接被測定材に当て，ブリッジのバランスをとる，特別な場合には従来のように標準片でバランスをとらねばならないときもある。測定点を中心に，テスタを180°回転させ出力最大最小の方向と値を測定する。

その具体的な測定例を以下に示す。実験に用いた二軸引張試験片を図—6.3に示す。測定点は，このように $A-A'$ 軸上で数点測定した。その補助軸としてその上下12.5mmのところに $a-a$，$a'-a'$ 軸をとる。測定は，たとえば［A，2］点を測定する場合には，その点とその上下［a，2］，［a'，2］の二点とにおいてテスタを180°回転させる。そうすると，これらの測定値より，せん断応力差積分法によって［A，2］点の σ_x，σ_y の値が求められる。

この実験では，図—6.3に示す試験片の測定点に二軸ひずみゲージをはり，写真—10に示すような二軸引張試験機で荷重をかけこれを二軸残留応力とみなし，テスタとひずみゲージで同時に測定をおこなった。また，図—6.3のように測定点をとったので，この $A-A'$ 軸上には，自由周辺がない。そこで式（6.2）の



図—6.3　試験片と測定位置

σ_{x0} は図—6.3の［A, 1］の所のひずみゲージの値を採用した。しかし実際には，たとえば図—6.3のBB'軸より解析して［A, 1］の所の応力を求めてやればよい。

そして最後に，校正用試験片と補償片とで引張から圧縮までの主応力差と出力電流差との校正曲線を作っておくとこれから応力の値を求めることができる。

つぎに，校正用の試験片と補償片とについて考える。テスタの出力は，§4.3.2にも述べたが，磁化電流300mAの場合には，標準テスタの場合，測定点を中心に半径25mmの円内の応力の平均を示していると考えてよい。また磁束の板厚方向に浸透する深さは，文献(49)や§4.3.1からもあきらかなように，表面から1.5mm以下であると思われる。§2.4.2の(i)，(iii)や§2.6等に示した測定点近傍の強磁性の影響その他による零点の値のちがいは，出力電流差をとるので消去される。これらのことより，校正用試験片補償片としては，半径25mm以上，厚さ1.5mm以上あればよいわけである。§7の溶接材の残留応力の測定の標準片，補償片は圧縮用としては100×60×17mm引張用としては，280×60×17mmを使用した。またこの寸法は，§4.3.1に述べているように理論式(4.39)からもあきらかである。

6.3.2　接触面と測定電流の安定

実際に測定する場合，重要なことは一軸応力の場合も同じであるが，テスタと被測定材の接触面の仕上げの状態である。とくに，この方法はテスタを一回転させるので，その範囲の被測定材の表面がテスタの足と密着することが必要である。

まず，エメリーペーパその他で機械的に被測定体の測定点を平らにする，つぎに，測定装置にテスタをおき磁化電流を流してからテスタを数回回転させると出力電流が安定する。この操作をおこなうことができた。この理由は，種々考えられるが電流を流し被測定材を磁化すると測定面の磁区の方向が，容易磁区方向にむき変るがテスタを数回同じ方向に回転させることにより磁区の回転の方向が安定することが考えられる。もう一つの理由は，テスタと被測定材の接触面が数回の回転により，密着性がよくなり狭雑物がとり払われることなどが関係していると思われる。

テスタと接触面間の安定性をチェックする方法として，テスタをy軸に合せそれから回転させ180°になると再びy軸に一致する。このとき出力が応力のみに関係するとすれば，0°のとき180°のときに出力は一致するはずである。テスタを数回回転すると，この二つの位置の出力の差は殆んど±20μA以内になった。応力に換算すると約0.1kg/mm^{2}である。この状態で測定するとよい結果が得られた。出力差がこれより大きい値のときは，結果がよくない。その原因は表面の状態が悪い場合や配線の接触不良等測定装置，方法に欠点があり，これを直すと殆んど±20μA以下となった。

測定前の準備として，まず，機械的に表面を正しく平面になるように磨き，テスタを当て，磁化電流を流す。テスタを測定点を中心に，数回回転させ0°と180°との出力電流の差が±20μA以下ならば，測定をおこない20μA以上異なった場合には，接触面をみがき直したり測定装置を点検しなおして，20μA以内に出力差が納まるようにした。このことは測定が正しいか否かをきめる目安とすることができ，実際の測定上非常に有効であった。

6.4　測定結果および考察

6.4.1　実験結果

前節の測定方法により，図—6.3に示す二軸引張試験片に，二軸引張応力をかけて測定した結果を，図—