船舶技術研究所報告 第17巻 第3号 研究報告 (昭和55年5月)

細長体理論による船体運動の解析 (その 3)

(前進速度の影響を考慮した rational strip theory)

足 達 宏 之*

Analysis of Ship Motion by Slender Body Theory (Part 3)

(Rational Strip Theory with Forward Speed Effect)

By
Hiroyuki ADACHI

Abstract

When a ship is moving through regular waves, the motion of the ship may be treated by the slender-ship theory. The consistent expansion of the slender-ship theory in the bow near field, where the distance from the bow is $0(\varepsilon^{1/2})$ with ε being the slenderness parameter of ship, can be performed under the high frequency motion assumtion. For such situation the forward speed effect will be included in the free surface condition for the lowest order unsteady motion potential. Thus the governing boundary value problem for the unsteady potential coincides with the time-dependent boundary value problem[9].

Based on the time-dependent boundary value problem, Chapman[6] tried to analize the motion of a flat plate in yaw and sway oscillation in the uniform flow. The results of his calculation gave a new light on the strip theory as advocated by Ogilvie[5]. However the extension of Chapman's method to the usual ship-like body has not been accomplished so far. In this paper the extension of Chapman's method to the usual ship-like body will be tried and moreover the rational strip theory with forward speed effect in the free surface condition will be developed.

1. まえがき

細長体理論により波浪中の船体運動を解析するとき，摂動展開を行い問題を取り扱い易い形にする。その際摂動パラメーターとして，船の幾何形状に関する量と入射波または船の運動により生ずる波のような物理量に関するものがある。細長体理論においては，船の細長度を表わす微少パラメーターと，運動に関する微少パラメーターの間の関係により様々な理論の展開がなされる[1),2)]。その中の一つに，船体運動により生ずる波の波長が船の細長度を表わすパラメーター ε と同じ order であるとするものがある。この場合の解析は Ogilvie & Tuck[3)] (1969) により行われ，前進速度を持つ場合の最も精密な strip theory の一つであることが知られている。彼等の理論の特徴の一つは，matched asymptotic expansion の手法を用い systematic な perturbation expansion を船の近傍で行い，船体表面条件ならびに船体近傍の自由表面条件に前進速度の影響を合理的に導入したことである。この理論により strip theory に前進速度の影響がかなり取り入れられることが Faltinsen[4)] (1974) の計算により明らかにされた。

しかしながら，Ogilvie & Tuck 理論は lowest order term が前進速度のない場合の解と一致し，前進速度を含む項は higher order であるとされ，そのため本質的には low speed に対して妥当な理論となっている。これを改善する試みとして Ogilvie[5)] (1977) は，Chapman[6)] (1975) による high speed slender-ship theory が有望ではないかと示唆している。Chapman は船体近傍での自由表面条件が前進速度および流れの

* 推進性能部
原稿受付： 昭和55年1月30日

方向xに関するポテンシャルの微分を含む線型自由表面条件が成立するとし，流場は slender-ship theory に従うものとして解析を行った。一様な平板について一様な前進速度で forced yawing, swaying を行う場合に計算を行い，strip theory より遙かに実験を説明するものであることを示した。しかし彼の理論は consistent な摂動展開によるものでないので，Ogilvie & Tuck 理論との関連は明らかでなく，また断面形状が変化する一般船型への拡張もされていない。このため Chapman の試みが普通の船に対してどの程度有効であるかは不明である。しかし Ogilvie[5] は Chapman の採用した線型自由表面条件は，bow near field $x=0(\varepsilon^{1/2})$ における条件として妥当であることを明らかにし，Chapman 理論と Ogilvie & Tuck 理論との matching の可能性を示唆している。

Chapman の考え方を利用し，船体近傍での流場を表わす速度ポテンシャルに前進速度の影響を含ませ，このポテンシャルによる Kochin function を求め Newman[7] (1965) の方法で一様柱体に加わる波強制力を計算する試みが Saito[8] (1979) によりなされている。計算は heaving, pitching に対して行われ，結果は strip theory と似たものを与えることが示された。一様断面柱体の一様流れの中の運動を扱っているので，Chapman の計算の結果のように，この方法が longitudinal motion においても有効であるかどうかは判明していない。

Chapman, Saito が試みた新らしい high-speed slender-ship theory は，自由表面条件に前進速度の影響を含むものである。また，Faltinsen の計算によって示された Ogilvie & Tuck 理論の自由表面条件における前進速度の重要性を考えるとき，high-speed slender-ship theory と Ogilvie & Tuck 理論との間には何らかの関連があると思われる。この点に着目し両者の関係を研究し，high-speed slender-ship theory の船体運動理論における位置づけを行う。

2. 一様断面柱体の問題

一様断面柱体が一様流 U の中を強制動揺している場合を考える。動揺振幅は微少でその平均位置の周りで振動しているとする。振動周波数 ω は柱体の細長度のパラメーター ε と，$\omega=0(\varepsilon^{-1/2})$ の関係にあるとする*。したがって柱体の動揺運動により生ずる波の波長は

$$\lambda=\frac{2\pi g}{\omega^2}=0(\varepsilon)$$

である。また一様流の速度は $0(1)$ であるとする*。座標系は流れの向きに x 軸をとり，静止自由表面を $z=0$ の面とし，z 軸は鉛直上向きにとる。

Chapman および Saito により定式化された問題は，実は船体の近傍で成立するものであり，したがって遠方の解と matching が可能である。このことをはっきり認識するために near field における問題として一様断面柱体の問題を考えることにする。

2.1 Near field potential problem

船体近傍の near field ($y=0(\varepsilon)$, $z=0(\varepsilon)$) で船体運動による攪乱が potential $\phi(x,y,z)e^{i\omega t}$ によって表わされるとする。この potential は柱体が流れの中で forced heaving, pitching を行っているときの攪乱であるとする。Slender body theory の仮定により ϕ に対して次の条件を導びくことができる。

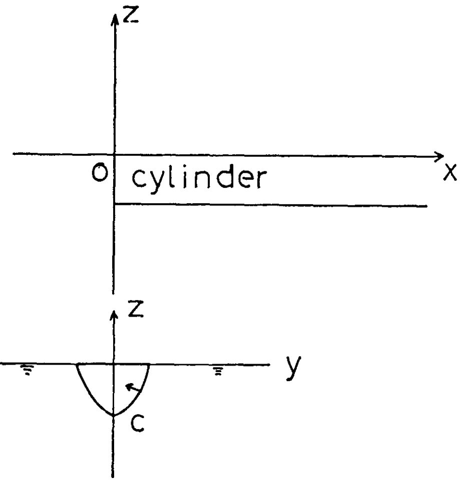

Fig. 2.1 Coordinate System

$$\left.\begin{array}{lll} [L] & \phi_{yy}+\phi_{zz} & \text{in } z<0 \\ [F] & \left(i\dfrac{\omega}{U}+\dfrac{\partial}{\partial x}\right)^2\phi+\nu\phi_z=0 & \text{on } z=0 \\ [H] & \phi_N=v(x)B(y,z) & \text{on hull } C \\ [I] & \phi_x=\phi\equiv 0 & \text{at } x<0 \end{array}\right\} \quad (2.1)$$

ここで，ϕ_N は断面 C 上の法線微分であり，また

$$\nu=\frac{g}{U^2}$$

* 周波数 ω および速度 U は次元を持つが，特別混乱する事情がない限り，ω, U の次元に関係なく ε との order を設定する。

である。この境界値問題は Chapman[6] により与えられたものと同じである。上の問題を解くために次の auxiliary potential $\phi(x, y, z)$ を導入する。

$$\left.\begin{array}{lll} [L] & \phi_{yy}+\phi_{zz}=0 & \text{in } z<0 \\ [F] & \phi_{xx}+\nu\phi_z=0 & \text{on } z=0 \\ [H] & \phi_N=B(y,z) & \text{on hul} \\ [I] & \phi_x=\phi\equiv 0 & \text{at } x<0 \end{array}\right\} \tag{2.2}$$

Auxiliary potential ϕ を解くのに Chapman は差分法を利用し数値的に求め，Saito は多重特異点を原点に置く方法と Fourier の方法を合せ用い求めている。この問題の積分方程式法による取り扱いは Adachi & Ohmatsu[9] (1979) により研究されている。

(2.2) の境界値問題の解は，断面 C 上に分布した impulsive source 分布により次のように表わされる[9]。

$$\phi(x, y, z)=\int_0^x d\xi\int_C dl(Q)\gamma(\xi, Q)G(P, Q, x-\xi) \tag{2.3}$$

ここで

$$G(P, Q, x-\xi)=\frac{\delta(x-\xi)}{2\pi}\ln\frac{r}{r'} -\frac{\nu}{\pi}H(x-\xi)\int_0^\infty\frac{dk}{\sqrt{\nu k}}e^{k(z+\zeta)}\cos k(y-\eta)\sin\sqrt{\nu k}(x-\xi), \tag{2.4}$$

$r=\{(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2\}^{1/2}$， $r=\{(y-\eta)^2+(z+\zeta)^2\}^{1/2}$

である。$\delta(x)$, $H(x)$ はそれぞれ Dirac's Delta function, Heaviside's Step function を表わす。

Auxiliary potential が与えられるとき，(2.1) の potential φ は次の重量積分で表わされることを Chapman は示した。

$$\varphi(x, y, z)=-e^{-i(\omega/U)x}\left[v(0)\phi(x, y, z) +\int_0^x d\xi\phi(x-\xi, y, z)\frac{d}{d\xi}\{v(\xi)e^{i(\omega/U)\xi}\}\right] \tag{2.5}$$

後の far field solution との matching の理解を助けるために，(2.5) の関係を potential の Fourier 変換により求めておく。Fourier 変換を次のように定義する。

$$f^*(\lambda)=\int_{-\infty}^\infty dxe^{-i\lambda x}f(x),$$

$$f(x)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^\infty d\lambda e^{i\lambda x}f^*(\lambda)$$

Potential φ, ϕ の Fourier 変換は，それぞれ境界値問題 (2.1) および (2.2) の Fourier 変換の解である。

$$\left.\begin{array}{lll} [L] & \varphi^*_{yy}+\varphi^*_{zz}=0 & z<0 \\ [F] & -\left(\lambda+\dfrac{\omega}{U}\right)^2\varphi^*+\nu\varphi^*_z=0 & z=0 \\ [H] & \varphi^*_N=v^*(\lambda)B(Q) & Q \text{ on } C \\ [R] & \text{Radiation condition} & \end{array}\right\} \tag{2.6}$$

また ϕ^* は [F], [H] が次のようになる

$$[F] \quad -\lambda^2\phi^*+\nu\phi^*_z=0 \qquad z=0 \tag{2.7}$$

$$[H] \quad \phi^*_N=H^*(\lambda)B(Q) \qquad Q \text{ on } C \tag{2.8}$$

以上で

$$v^*(\lambda)=\int_0^\infty dxv(x)e^{-i\lambda x}$$
$$H^*(\lambda)=\int_{-\infty}^\infty dxH(x)e^{-i\lambda x}=\pi\delta(\lambda)-\frac{i}{\lambda} \tag{2.9}$$

である。

φ^*, ϕ^* の境界値問題は $2-D$ 定常振動問題と同じである。これらの解は C 上に分布した wave source によって表わすことができる。

$$\varphi^*(\lambda, y, z)=\int_C dl(Q)\sigma^*(\lambda, Q)G^*\left(P, Q, \lambda+\frac{\omega}{U}\right) \tag{2.10}$$

$$\phi^*(\lambda, y, z)=\int_C dl(Q)\gamma^*(\lambda, Q)G^*(P, Q, \lambda) \tag{2.11}$$

ここで，$G^*(P, Q, \lambda)$ は wave source potential である。

$$G^*(P, Q, \lambda)=\frac{1}{2\pi}\ln\frac{r}{r'} -\frac{1}{\pi}\int_{0L}^\infty dk\frac{e^{k(z+\zeta)}}{k-K}\cos k(y-\eta) \tag{2.12}$$

積分路 L は特異点 $k=K=\lambda^2/\nu$ を $\lambda\lessgtr 0$ に従い，上 $(\lambda>0)$ または下 $(\lambda<0)$ に迂回する。G^* は impulsive source potential G の Fourier 変換である。

φ^* と ϕ^* の関係が境界条件の比較より直ちに求まる。

$$\varphi^*(\lambda, y, z)=i\left(\lambda+\frac{\omega}{U}\right)v^*(\lambda)\phi^*\left(\lambda+\frac{\omega}{U}, y, z\right) \tag{2.13}$$

これの逆変換により

$$\varphi(x, y, z)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^\infty d\lambda e^{i\lambda x}i\left(\lambda+\frac{\omega}{U}\right)v^*(\lambda)\phi^*\left(\lambda+\frac{\omega}{U}, y, z\right), \tag{2.14}$$

となる。Fourier 変換ならびに Fourier convolution theorem を利用して演算を行うと最終的に (2.5) と同じ式を得る。

Potential φ の $|y|\to 0(1)$ とするときの outer expansion を求めるのに (2.14) により考える。ϕ^* の outer expansion は (2.11), (2.12) により

$$\phi^*\left(\lambda+\frac{\omega}{U}, y, z\right)\sim 2ie^{(z-iy)((\lambda+(\omega/U))^2/\nu)}$$
$$\times\int_C dl(Q)\gamma^*\left(\lambda+\frac{\omega}{U}, Q\right)e^{(\zeta+i\eta)((\lambda+(\omega/U))^2/\nu)}$$
$$\times\operatorname{sgn}\left(\lambda+\frac{\omega}{U}\right), \tag{2.15}$$

であることがわかる。これを (2.14) に代入して,

$$\phi(x, y, z)\sim\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}d\lambda e^{i\lambda x}i\left(\lambda+\frac{\omega}{U}\right)v^*(\lambda)\tilde{H}^*\left(\lambda+\frac{\omega}{U}, \nu\right)e^{(z-iy)((\lambda+(\omega/U))^2/\nu)}. \tag{2.16}$$

これが outer expansion の表現である。ここで $\tilde{H}^*$ は Fourier 像関数の Kochin function であり，次式で定義される。

$$\tilde{H}^*(\lambda, \nu)=2i\int_C dl(Q)\gamma^*(\lambda, Q)e^{(\zeta+i\eta)(\lambda^2/\nu)}\operatorname{sgn}\lambda\,. \tag{2.17}$$

これの逆変換により Kochin function

$$\tilde{H}(x, \nu)=-\frac{\nu}{\pi}\int_0^x d\xi\int_C dl(Q)\gamma(\xi, Q)\times\int_0^{\infty}\frac{dk}{\sqrt{\nu k}}e^{k(\zeta+i\eta)}\sin\sqrt{\nu k}(x-\xi), \tag{2.18}$$

が得られる。

以上により一様流中に置かれた一様柱体が振動運動を行うとき near field problem が (2.1) で定義されるとすると，near field potential は (2.5) または (2.14) で表わされ，その outer expansion は (2.16) で与えられる。

2.2 Far field potential and matching with near field potential

船体より遠く離れた点より，船の運動による攪乱を見ると，これは船体中心線上に分布した wave source によって表わされるであろう。したがって far field potential $\phi(x, y, z)$ $(y=0(1), z=0(\varepsilon))$ は次の条件を満足する。

$$\left.\begin{array}{lll}[L] & \phi_{xx}+\phi_{yy}+\phi_{zz}=0 & z<0\\ [F] & \left(i\dfrac{\omega}{U}+\dfrac{\partial}{\partial x}\right)^2\phi+\nu\phi_z=0 & z=0\\ [R] & \text{Radiation condition} & \end{array}\right\} \tag{2.19}$$

船体中心線上に分布する source を $\hat{\sigma}(x)$ とすると，potential は次式で表わされる[1),3)]。

$$\phi(x, y, z)=-\frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}dke^{ikx}\hat{\sigma}^*(k)\times\int_{-\infty}^{\infty}dl\frac{e^{ily+z\sqrt{l^2+k^2}}}{\sqrt{l^2+k^2}-\dfrac{1}{g}(\omega+Uk-i\mu)^2},$$
$$\mu\to 0 \tag{2.20}$$

$\hat{\sigma}^*(k)$ は $\hat{\sigma}(x)$ の Fourier 変換である。Far field potential の $y\to 0(\varepsilon)$ とする場合の inner expansion が Ogilvie & Tuck[3)] によって次のように与えられている。

$$\phi(y, y, z)\sim\frac{i}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}dke^{ikx}\hat{\sigma}^*(k)e^{(z-iy)((k+(\omega/U))^2/\nu)} \tag{2.21}$$

これは near field potential の outer expansion (2.16) と matching しなければならない。このためには

$$\hat{\sigma}^*(k)=\left(k+\frac{\omega}{U}\right)v^*(k)\tilde{H}^*\left(k+\frac{\omega}{U}, \nu\right) \tag{2.22}$$

であれば良い。Source distribution function $\sigma(x)$ は Fourier 逆変換により求められる。

$$\hat{\sigma}(x)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}dke^{ikx}\left(k+\frac{\omega}{U}\right)v^*(k)\tilde{H}^*\left(k+\frac{\omega}{U}, \nu\right)$$
$$=ie^{-i(\omega/U)x}\left[v(0)\tilde{H}(x, \nu)+\int_0^{\infty}d\xi\tilde{H}(x-\xi, \nu)\frac{d}{d\xi}\{v(\xi)e^{i(\omega/U)\xi}\}\right] \tag{2.23}$$

ここで $\tilde{H}(x, \nu)$ は (2.18) で定義される Kochin function である。

ここに示されたように，far field potential の inner expansion は (2.1) で定義される near field potential と合理的に matching することが判明した。したがって near field で自由表面条件を

$$[F]\quad\left(i\frac{\omega}{U}+\frac{\partial}{\partial x}\right)^2\phi+\nu\phi_z=0\qquad z=0$$

とすることは，これまでの理論のように[1)]

$$[F]\quad -\omega^2\phi+g\phi_z=0\qquad z=0$$

とするのと比べ，前進速度の影響を取り入れるためには，より合理的であるように思われる。

2.3 Limit case as $U\to 0$

以上の解析で $U\to 0$ とする極限では，zero speed の場合の slender body の結果と一致する。Saito[8)] によってこのことが確かめられているが，ここに改めて示すことにする。問題は次の極限を求めることである。

$$\lim_{U\to 0}\phi(x,y,z)=\lim_{U\to 0}-e^{i(\omega/U)x}\Big[v(0)\phi(x,y,z)+\int_0^x d\xi\,\phi(x-\xi,y,z)\frac{d}{d\xi}\times\{v(\xi)e^{-i(\omega/U)}\}\Big]$$

この極限を求めるために，次の２つの場合を考える。

i) $\lim_{U\to 0}\phi(x,y,z)$

ii) $\lim_{U\to 0}\int_0^x d\xi\,\phi(x-\xi,y,z)\frac{d}{d\xi}\{v(\xi)e^{-i(\omega/U)\xi}\}$

(2.3), (2.4) より

$$\lim_{U\to 0}\phi=\frac{1}{2\pi}\int_C dl\,\gamma(x,Q)\ln\frac{r}{r'}-\lim_{U\to 0}\frac{\nu}{\pi}\int_0^x d\xi\sin\sqrt{\nu k}(x-\xi)\int_C dl\,\gamma(\xi,Q)\times\int_0^\infty\frac{dk}{\sqrt{\nu k}}e^{k(z+\zeta)}\cos k(y-\eta)$$

右辺第２項の ξ に関する積分は

$$\lim_{U\to 0}\sqrt{\nu}\int_0^x d\xi\,\gamma(\xi,Q)\sin\sqrt{\nu k}(x-\xi)$$
$$=\lim_{U\to 0}\sqrt{\nu}\Big[e^{i\sqrt{\nu k}x}\int_{-\infty}^\infty d\xi\,\gamma\{H(\xi)-H(\xi-x)\}e^{-i\sqrt{\nu k}\xi}-e^{-i\sqrt{\nu k}x}\int_{-\infty}^\infty d\xi\,\gamma\{H(x)-H(\xi-x)\}e^{i\sqrt{\nu k}\xi}\Big]$$

$U\to 0$ のとき $\nu\to\infty$ であるので Fourier integral の asymptotic estimation[10] を使うと，上の極限は

$$-\frac{1}{\sqrt{k}}\{\gamma(0,Q)\cos\sqrt{\nu k}x-\gamma(x,Q)\}\,,\qquad \nu\to 0$$

となる。これより

$$\lim_{U\to 0}\phi=\frac{1}{2\pi}\int_C dl\,\gamma(x,Q)\ln\frac{r}{r'}+\lim_{U\to 0}\frac{1}{\pi}\int_C dl\,\gamma(0,Q)\times\int_0^\infty dk\frac{e^{k(z+\zeta)}}{k}\cos k(y-\eta)\cos\sqrt{\nu k}x-\frac{1}{\pi}\int_C dl\,\gamma(x,Q)\int_0^\infty\frac{dk}{k}e^{k(z+\zeta)}\cos k(y-\eta) \tag{2.24}$$

となる。

次に ii) の場合を考察する。

$$\lim_{U\to 0}\int_0^x d\xi\,\phi(x-\xi,y,z)\frac{d}{d\xi}\{v(\xi)e^{-i(\omega/U)\xi}\}$$
$$=\lim_{U\to 0}\int_0^x d\xi\Big\{v'(\xi)-i\frac{\omega}{U}v(\xi)\Big]e^{-i(\omega/U)\xi}\times\Big[\frac{1}{2\pi}\int_C dl\,\gamma(x-\xi,Q)\ln\frac{r}{r'}-\frac{\nu}{\pi}\int_0^{x-\xi}d\Xi\sin\sqrt{\nu k}(x-\xi-\Xi)\int_C dl\,\gamma(\Xi,Q)\times\int_0^\infty\frac{dk}{\sqrt{\nu k}}e^{k(z+\zeta)}\cos k(y-\eta)\Big] \tag{2.25}$$

これより次の２つの項に分ける。

$$A=\frac{1}{2\pi}\int_C dl\ln\frac{r}{r'}\int_0^x d\xi\Big\{v'(\xi)-i\frac{\omega}{U}v(\xi)\Big\}e^{-i(\omega/U)\xi}\gamma(x-\xi,Q) \tag{2.26}$$

$$B=-\frac{\sqrt{\nu}}{\pi}\int_C dl\int_0^\infty\frac{dk}{\sqrt{k}}e^{k(z+\zeta)}\cos k(y-\eta)\times\int_0^x d\xi\Big\{v'(\xi)-i\frac{\omega}{U}v(\xi)\Big\}e^{-i(\omega/U)\xi}\times\int_0^{x-\xi}d\Xi\,\gamma(\Xi,Q)\sin\sqrt{\nu k}(x-\xi-\Xi) \tag{2.27}$$

A の ξ に関する積分を行い，Fourier 積分の asymptotic expansion を利用すると，

$$\lim_{U\to 0}A=-\frac{1}{2\pi}v(0)\int_C dl\,\gamma(x,Q)\ln\frac{r}{r'}+\lim_{U\to 0}\frac{1}{2\pi}v(x)e^{-i(\omega/U)x}\int_C dl\,\gamma(0,Q)\ln\frac{r}{r'} \tag{2.28}$$

となる。B についても同様に行うと，

$$\lim_{U\to 0}B=\lim_{U\to 0}-\frac{1}{\pi}\Big\{\frac{U}{i\omega}v'(0)-v(0)\Big\}\int_C dl\,\gamma(x,Q)\times\int_0^\infty dk\frac{e^{k(z+\zeta)}}{k}\cos k(y-\eta)$$
$$+\lim_{U\to 0}\frac{1}{\pi}\Big\{\frac{U}{i\omega}v'(x)-v(x)\Big\}e^{-i(\omega/U)x}\times\int_C dl\,\gamma(0,Q)\int_0^\infty dk\frac{e^{k(z+\zeta)}}{k}\cos k(y-\eta)$$
$$-\lim_{U\to 0}\frac{i}{2\pi}\Big\{v'(0)-i\frac{\omega}{U}v(0)\Big\}\int_C dl\,\gamma(0,Q)\times\fint_0^\infty\frac{dk}{k}e^{k(z+\zeta)}\cos(y-z)\left(\frac{e^{i\sqrt{\nu k}x}}{\frac{\omega}{U}+\sqrt{\nu k}}+\frac{e^{-i\sqrt{\nu k}x}}{\frac{\omega}{U}-\sqrt{\nu k}}\right)$$
$$-\lim_{U\to 0}\frac{i}{2\pi}\Big\{v'(x)-i\frac{\omega}{U}v(x)\Big\}e^{-i(\omega/U)x}\int_C dl\,\gamma(0,Q)\times\fint_0^\infty\frac{dk}{k}e^{k(z+\zeta)}\cos k(y-\eta)\left(\frac{1}{\frac{\omega}{U}+\sqrt{\nu k}}+\frac{1}{\frac{\omega}{U}-\sqrt{\nu k}}\right) \tag{2.29}$$

となる。上式の 3, 4 項の k に関する積分は主値をとる。第 3 項の k に関する積分は次のように変形される。

$$\frac{U}{\omega}⨍_0^\infty \frac{dk}{k}e^{k(z+\zeta)}\cos k(y-\eta)\left(\frac{e^{i(\sqrt{gk}/U)x}}{1+\frac{\sqrt{gk}}{\omega}}+\frac{e^{-i(\sqrt{gk}/U)x}}{1-\frac{\sqrt{gk}}{\omega}}\right)$$

$$=\frac{2U}{\omega}\int_0^\infty \frac{dt}{t}e^{(t^2/g)(z+\zeta)}\cos\frac{t^2}{g}(y-\eta)(e^{i(x/U)t}+e^{-i(x/U)t})-\frac{2U}{\omega}⨍_0^\infty dte^{(t^2/g)(z+\zeta)}\cos\frac{t^2}{g}(y-\eta)\left(\frac{e^{i(x/U)t}}{t+\omega}+\frac{e^{-i(x/U)t}}{t-\omega}\right)$$

$$\sim\frac{2U}{\omega}\int_0^\infty \frac{dk}{k}e^{k(z+\zeta)}\cos k(y-\eta)\cos\sqrt{\nu k}x-\pi i\frac{2U}{\omega}e^{K(z+\zeta)}\cos K(y-\eta)e^{-i(\omega/U)x}\operatorname{sgn}\omega \tag{2.30}$$

ここで $K=\omega^2/g$ である。

また，(2.29) の第 4 項の積分は

$$\frac{2U}{\omega}\int_0^\infty \frac{dk}{k}e^{k(z+\zeta)}\cos k(y-\eta)+\frac{2U}{\omega}⨍_0^\infty dk\frac{e^{k(z+\zeta)}}{K-k}\cos k(y-\eta) \tag{2.31}$$

と書ける。以上により

$$\begin{aligned}\lim_{U\to 0}B=&\frac{1}{\pi}v(0)\int_C dl\gamma(x,Q)\\&\times\int_0^\infty \frac{dk}{k}e^{k(z+\zeta)}\cos k(y-\eta)\\&-\lim_{U\to 0}\frac{1}{\pi}v(0)\int_C dl\gamma(0,Q)\\&\times\int_0^\infty \frac{dk}{k}e^{k(z+\zeta)}\cos k(y-\eta)\cos\sqrt{\nu k}x\\&+\lim_{U\to 0}iv(0)\int_C dl\gamma(0,Q)e^{K(z+\zeta)}\\&\times\cos K(y-\eta)e^{-i(\omega/U)x}\operatorname{sgn}\omega\\&-\lim_{U\to 0}\frac{1}{\pi}v(x)e^{-i(\omega/U)x}\int_C dl\gamma(0,Q)\\&\times⨍_0^\infty dk\frac{e^{k(z+\zeta)}}{K-k}\cos k(y-\eta)\end{aligned} \tag{2.32}$$

となる。

以上をまとめると

$$\begin{aligned}\lim_{U\to 0}\phi=&-\frac{1}{2\pi}v(x)\int_C dl\gamma(0,Q)\ln\frac{r}{r'}\\&+\frac{1}{\pi}v(x)\int_C dl\gamma(0,Q)\\&\times⨍_0^\infty dk\frac{e^{k(z+\zeta)}}{k-K}\cos k(y-\eta)\\&-iv(0)\int_C dl\gamma(0,Q)e^{K(z+\zeta)}\cos K(y-\eta)\operatorname{sgn}\omega\end{aligned} \tag{2.33}$$

となっていることが示される。これは，$v(x)=v(0)$ であるとき，

$$\lim_{U\to 0}\phi=-v(0)\int_C dl\gamma(0,Q)G^*(P,Q,\omega) \tag{2.34}$$

となる。$G^*(P,Q,\omega)$ は (2.12) に定義される wave source potential である。一様柱体の heaving motion の場合 $v(x)=\text{const.}$ であるとされるので，(2.34) が成立する。Pitching の場合は $v(x)\neq v(0)$ であるので極限は (2.33) である。Strip theory では点 x における strip $C(x)$ の運動は，heave, roll, sway によるものしかなく，strip $C(x)$ に対応する一様柱体の運動は heaving であるとすると，potential ϕ の $U\to 0$ なる極限において，2 次元定常振動問題と一致するといえる。

3. 一般船型問題への拡張

船体形状が船首より変化する場合には §2 で行った扱いは不可能である。一般的な取扱いの方法を考えなければならない。

船体形状が

$$z=h_0(x,y) \tag{3.1}$$

で表わされるとする。このとき，点 x における断面 $C(x)$ は (3.1) により表わされる。船が平均位置の周りで微少振幅の動揺を行っているとき，neal field で攪乱 potential ϕ は (2.1) を満足する。断面形状が x により変化するので，このことをはっきりさせるために [H] 条件を

$$[H]\quad \phi_N=v(x)B(x,Q(x))\qquad Q \text{ on } C(x) \tag{3.2}$$

と書く。Auxiliary potential ϕ については (2.2) を満足するものを考える。この場合も [H] 条件を

$$[H]\quad \phi_N=B(x,Q(x))\qquad Q \text{ on } C(x) \tag{3.3}$$

と書くことにする。

Auxiliary potential ϕ については，解を

$$\phi(x,y,z)=\int_0^x d\xi\int_{C(\xi)}dl\gamma(\xi,Q(\xi))G(P,Q(\xi),x-\xi) \tag{3.4}$$

と書くことができる。Potential ϕ は auxiliary potential の重畳積分により，

$$\varphi(x,y,z)=A\phi(x,y,z)e^{-i(\omega/U)x}$$
$$+e^{-i(\omega/U)x}\int_0^x d\xi E(\xi)\phi(x-\xi,y,z)$$
$$(3.5)$$

で与えられる。これが [L], [F], [I] 条件を満足することが容易に確かめられる。定数 A および任意関数 $E(x)$ は φ が [H] 条件を満足するように定められる。(3.5) を (3.2) に代入すると,

$$[H] \quad \varphi_N=Ae^{-i(\omega/U)x}\phi_N(x,y,z)$$
$$+e^{-i(\omega/U)x}\int_0^x d\xi E(\xi)\{\phi_y(x$$
$$-\xi,Q(x))n_2(x)+\phi_z(x-\xi,Q(x))n_3(x)\}$$
$$=v(x)B(x,Q(x)) \quad \text{on } C(x) \qquad (3.6)$$

となる。ここで n_2, n_3 は断面 $C(x)$ 上の 2D 法線ベクトルの成分である。

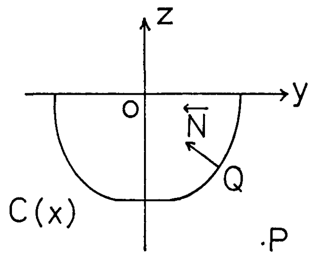

Fig. 3.1 Section Contour at x

$$n_2=-\frac{h_{0y}}{\sqrt{1+h_{0y}^2}}, \quad n_2=\frac{1}{\sqrt{1+h_{0y}^2}} \qquad (3.7)$$

(3.6) は次のように書ける。

$$v(x)B(x,Q(x))e^{i(\omega/U)x}$$
$$=AB(x,Q(x))+\int_0^x d\xi E(\xi)\tilde{K}(x-\xi,x) \qquad (3.8)$$

ここで

$$\tilde{K}(x-\xi,x)=\phi_y(x-\xi,Q(x))n_2(x)$$
$$+\phi_z(x-\xi,Q(x))n_3(x) \qquad Q \text{ on } C$$
$$(3.9)$$

である。(3.8) は $E(x)$ に関する第1種 Volterra 型積分方程式であり，少なくとも数値的に求めることが可能である。定数 A は (3.8) で $x\to 0$ とすることにより

$$A=v(0) \qquad (3.10)$$

とすればよい。

一様断面柱体の場合は

$$\tilde{K}(x-\xi,x)=\frac{\partial\phi}{\partial N}=B(Q)=\text{const.}$$

であるので (3.8) は

$$v(x)e^{i(\omega/U)x}=A+\int_0^x d\xi E(\xi)$$

となり，両辺を微分することにより

$$E(x)=\frac{d}{dx}\{v(x)e^{i(\omega/U)x}\} \qquad (3.11)$$

となる。

次に near field potential φ の $y\to 0(1)$ とするときの outer expansion を求める。Auxiliary potential の outer expansion は

$$\phi(x,y,z)\sim\frac{\nu}{\pi}\int_0^\infty\frac{dk}{\sqrt{\nu k}}e^{k(z-iy)}\int_0^x d\xi \sin\sqrt{\nu k}(x-\xi)$$
$$\times\int_{C(\xi)}dl\gamma(\xi,Q(\xi))e^{k\zeta(\xi)+ik\eta(\xi)} \qquad (3.12)$$

で与えられる。したがって φ の outer expansion は (3.5) により,

$$\varphi(x,y,z)\sim-\frac{\nu}{\pi}e^{-i(\omega/U)x}\int_0^\infty\frac{dk}{\sqrt{\nu k}}e^{k(z-iy)}$$
$$\times\int_0^x d\xi\Big\{A\sin\sqrt{\nu k}(x-\xi)$$
$$\times\int_{C(\xi)}dl\gamma(\xi,Q(\xi))e^{k\zeta(\xi)+ik\eta(\xi)}$$
$$+E(\xi)\int_0^{x-\xi}d\Xi\sin\sqrt{\nu k}(x-\xi-\Xi)$$
$$\times\int_{C(\Xi)}dl\gamma(\Xi,Q(\Xi))e^{k\zeta(\Xi)+ik\eta(\Xi)}\Big\}$$
$$(3.13)$$

となる。Far field potential の inner expansion は (2.21) 式でこの場合も与えられる。(3.13) との matching を行うために (2.21) を次のように変形する。Fourier convolution theorem を利用して,

$$\varphi(x,y,z)\sim\frac{i}{2\pi}\int_{-\infty}^\infty dke^{ikx}\hat{\sigma}^*(k)e^{(z-iy)((k+(\omega/U))^2/\nu)}$$
$$=\frac{i\nu}{2\pi}e^{-i(\omega/U)x}\int_0^\infty dk\frac{1}{\sqrt{\nu k}}e^{k(z-iy)}$$
$$\times\int_0^x d\xi\hat{\sigma}(\xi)e^{i(\omega/U)\xi}\cos\sqrt{\nu k}(x-\xi)$$
$$(3.14)$$

と書くことができる。これと (3.13) との matching より

$$\frac{i}{2}\int_0^x d\xi\hat{\sigma}(\xi)e^{i(\omega/U)\xi}\cos\sqrt{\nu k}(x-\xi)$$
$$=-A\int_0^x d\xi\sin\sqrt{\nu k}(x-\xi)$$
$$\times\int_{C(\xi)}dl\gamma(\xi,Q(\xi))e^{k(\zeta+i\eta)}$$
$$-\int_0^x d\xi E(\xi)\int_0^{x-\xi}d\Xi\sin\sqrt{\nu k}(x-\xi-\Xi)$$

$$\times \int_{C(\Xi)} dl \gamma(\Xi, Q(\Xi)) e^{k(\zeta+i\eta)} \qquad (3.15)$$

の条件を得る。両辺に $1/\sqrt{\nu k}$ を掛け k について $\int_0^\infty dk$ の演算を行い,

$$\int_0^\infty \frac{dk}{\sqrt{\nu k}} \cos \sqrt{\nu k}(x-\xi) = \frac{2\pi}{\nu}\delta(x-\xi)$$

を利用すると, source density function は

$$\hat{\sigma}(x) = i\frac{\nu}{\pi} e^{-i(\omega/U)x} A \int_0^x d\xi \int_{C(\xi)} dl \gamma(\xi, Q(\xi)) \times \int_0^\infty \frac{dk}{\sqrt{\nu k}} e^{k(\zeta+i\eta)} \sin \sqrt{\nu k}(x-\xi) + i\frac{\nu}{\pi} e^{-i(\omega/U)x} \int_0^x d\xi E(\xi) \times \int_0^{x-\xi} d\Xi \int_{C(\Xi)} dl \gamma(\Xi, Q(\Xi)) \times \int_0^\infty \frac{dk}{\sqrt{\nu k}} e^{k(\zeta+i\eta)} \sin \sqrt{\nu k}(x-\xi-\Xi) \qquad (3.16)$$

となる。(2.18) で定義される Kochin function を使うと

$$\hat{\sigma}(x) = -ie^{-i(\omega/U)x}\left[A\tilde{H}(x,\nu) + \int_0^x d\xi E(\xi)\tilde{H}(x-\xi,\nu)\right] \qquad (3.17)$$

と表わされる。これは (2.23) の一般船型への拡張である。

4. Rational strip theory with forward speed effect

これまでの解析で前進速度影響を含む自由表面条件

$$[F] \quad -\omega^2\phi + 2i\omega U\phi_x + U^2\phi_{xx} + g\phi_z = 0 \quad \text{on } z=0 \qquad (4.1)$$

を満足する near field での $2-D$ 境界値問題 (2.1) の解は, far field potential の inner expansion

$$\phi(x,y,z) \sim \frac{i}{2\pi}\int_{-\infty}^\infty dk e^{ikx}\hat{\sigma}^*(k) e^{(z-iy)((k+(\omega/U))^2/\nu)} \qquad (2.21)$$

と matching することを見た。Ogilvie & Tuck[3] の解析では, さらに (2.21) を,

$$\phi(x,y,z) \sim ie^{K(z-iy)}[\hat{\sigma}(x) - 2i\tau(z-iy)\hat{\sigma}'(x)], \qquad (4.2)$$

ここで $\tau = \omega U/g$, $K = \omega^2/g$,

と展開している。この inner expansion と matching する lowest order の near field potential は前進速度の影響の無い

$$[F] \quad -\omega^2\phi + g\phi_z = 0 \quad \text{on } z=0 \qquad (4.3)$$

を満足する。したがって inner expansion (4.2) の lowest order term と matching する potential は前進速度の影響を自由表面条件に含まないものである。(4.2) の second order term は y 方向に直線的に変化する部分を含み, この項と matching すべき near field potential Ω は, 本質的に次の自由表面条件を満足しなければならないことが示された。

$$[F] \quad \Omega - K\Omega_z = -2i\frac{U}{\omega}\phi_x \quad \text{on } z=0 \qquad (4.4)$$

この条件は自由表面上に ϕ_x で代表される圧力分布があることを意味する。したがって far field potential は near field においては, 断面 $C(x)$ 上に分布する wave source および自由表面上 $z=0$ に分布された圧力による 2 つの potential で表わされることになる。Far field potential は船体から離れた点では, 船体の運動による攪乱が船体中心線上に分布した wave source によるものであるとするのに, 船体近くでは自由表面上に圧力分布を考えないと far field potential に対応する攪乱が得られないということになる。この点は解析の方法に何か不自然なものを感じさせる。

一方 near field で (4.1) の条件を満足する potential は船体表面に分布した impulsive source により表わされ, この potential は far field potential の inner expansion (2.21) と matching する。この点から見ると自由表面条件に前進速度の影響を考慮するには, near field で (4.1) の条件が成立するとする方が考え易いと思われる。また Chapman の成功もこの点にあったのではないかと考えられる。

この章では Ogilvie & Tuck の解析に倣って consistent な摂動展開を行い, near field で (4.1) の自由表面条件が求められることを示し, この条件を満足する potential により船体に加わる流体力を求める。

4.1 Consist near field problem

一様流の中に置かれた細長船が, その静止位置を中心にし微少振幅の longitudinal な harmonic oscillation を行っているとする。このとき船の運動による攪乱を表わす potential は

$$\Phi(x,y,z,t) = Ux + \chi(x,y,z) + \phi(x,y,z)e^{i\omega t} \quad (4.5)$$

で表わされるとする。$\chi(x,y,z)$ は船体動揺が無い場合の steady motion による potential であり, $\phi(x,y,z)$ は harmonic oscillation を行っている船の攪乱 potential である。

微少振幅運動の仮定により, 空間固定座標系と船体

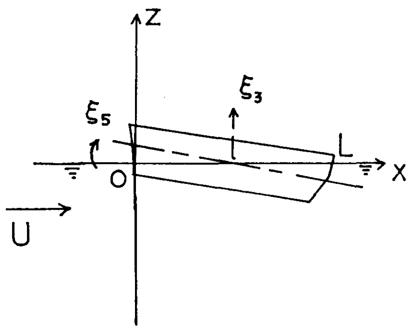

Fig. 4.1 Coordinate System for Ship Motion Problem

に固定した座標系は一致しているとする。座標系は x 軸を流れの方向にとり，原点は船首にあるとする。$z=0$ の面を静止自由表面にとり鉛直上向きを正の向きにとる。船は船の中心の周りに heave, pitch motion を行っているとし，heave の変位を $\xi_3 e^{i\omega t}$, pitch の回転角を $\xi_5 e^{i\omega t}$ で表わす。船の動揺のないとき船体表面は

$$z-h_0(x,y)=0 \qquad (4.6)$$

で表わされるとする。このとき振動している船体表面は

$$z=h(x,y,t)=h_0(x,y)+\xi_3 e^{i\omega t}-(x-l)\xi_5 e^{i\omega t} \qquad (4.7)$$

で表わされる。ここで $l=L/2$ L=ship length である。また船の運動により自由表面の変位は

$$z=\zeta(x,y,t)=\eta(x,y)+\theta(x,y)e^{i\omega t} \qquad (4.8)$$

で表わされるとする。η は steady motion による変位，θ は harmonic oscillation による変位を表わすものとする。

船は slender body であり，slenderness parameter を ε とする。このとき船の振動周波数および船速に対し

$$\left.\begin{array}{l} \varepsilon=0(\varepsilon^{-1/2}) \\ U=0(1) \end{array}\right\} \qquad (4.9)$$

の order を仮定する。今 near field として船首からの距離 x が $0(\varepsilon^{1/2})$ の bow near field を考えることにする。Bow near field において空間座標に関する微分により，near field の物理量の order 変化が次のようになる。

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\partial}{\partial x}=0(\varepsilon^{-1/2});\quad \dfrac{\partial}{\partial y}=0(\varepsilon^{-1});\quad \dfrac{\partial}{\partial z}=0(\varepsilon^{-1}) \\ \dfrac{\partial}{\partial N}=0(\varepsilon^{-1}) \\ \dfrac{\partial}{\partial t}=0(\varepsilon^{-1/2}) \end{array}\right\} \qquad (4.10)$$

船の動揺振幅については微少であるとし，これを δ と表わす。動揺変位 ξ は船の細長度 ε とも関係するので

$$\xi_j=0(\varepsilon\delta) \qquad j=3,5 \qquad (4.10)$$

であるとする。船体形状に関しては bow near field においても

$$\frac{\partial h_0}{\partial x}=0(\varepsilon),\quad \frac{\partial h_0}{\partial y}=0(1) \qquad (4.11)$$

が許されるものとする。(Ogilvie[11] (1972))

Bow near field における steady motion potential, および自由表面変位については，Ogilvie (1972) の結果より

$$\chi=0(\varepsilon^2),\quad \eta=0(\varepsilon^{3/2}) \qquad (4.12)$$

の order であるとする。

Potential Φ の満足すべき条件は次のようである。

$$\left.\begin{array}{ll} [L] & \Phi_{xx}+\Phi_{yy}+\Phi_{zz}=0 \quad \text{in fluid} \\ [H] & \Phi_x h_x+\Phi_y h_y-\Phi_z+h_t=0 \\ & \qquad\qquad \text{on } z=h(x,y,t) \\ [A] & g\zeta+\Phi_t+\dfrac{1}{2}(\Phi_x^2+\Phi_y^2+\Phi_z^2)=\dfrac{1}{2}U^2 \\ & \qquad\qquad \text{on } z=\zeta(x,y,t) \\ [B] & \Phi_x\zeta_x+\Phi_y\zeta_y-\Phi_z+\zeta_t=0 \\ & \qquad\qquad \text{on } z=\zeta(x,y,t) \\ [M] & \text{Matching with far field solution} \end{array}\right\} \qquad (4.13)$$

これより (4.9)～(4.12) の条件を使い。$\phi(x,y,z)$ に関して少なくとも two term expansion の条件を求める。

Laplace equation から直ちに

$$[L] \quad \phi_{yy}+\phi_{zz}=0 \quad \text{in fluid} \qquad (4.14)$$

が導かれる。船体表面条件については，(4.7) を代入して，

$$\begin{aligned} [H] \quad & \{U(1+\chi_x)+\phi_x e^{i\omega t}\}(h_{0x}-\xi_5 e^{i\omega t}) \\ & +(U\chi_y+\phi_y e^{i\omega t})h_{0y}-(U\chi_z+\phi_z e^{i\omega t}) \\ & +i\omega\{\xi_3-(x-l)\xi_5\}e^{i\omega t}=0 \quad \text{on } z=h(x,y,t) \end{aligned}$$

$z=h_0(x,y)$ の周りに Tayler 展開を行って整理すると，

$$\begin{aligned} & U(1+\chi_x)h_{0x}+U\chi_y h_{0y}-U\chi_z \\ & +e^{i\omega t}[\phi_y h_{0y}-\phi_z+i\omega\{\xi_3-(x-l)\xi_5\} \\ & -U\xi_5+U\{\xi_3-(x-l)\xi_5\}(h_{0y}\chi_{yz}-\chi_{zz})] \\ & +\cdots=0 \quad \text{on } z=h_0(x,y) \end{aligned}$$

となる。Steady motion term は 0 となるので lowest order term は

$$\begin{aligned} [H] \quad & \phi_y h_{0y}-\phi_z=-i\omega\{\xi_3-(x-l)\xi_5\}+U\xi_5-U\{\xi_3 \\ & -(x-l)\xi_5\}(h_{0y}\chi_{yz}-\chi_{zz}) \quad \text{on } z=h_0(x,y) \end{aligned}$$

となる。上の式はまた次のように書ける。

$$[H]\quad \frac{\partial\phi}{\partial N}=\frac{\phi_z-\phi_y h_{0y}}{\sqrt{1+h_{0y}^2}}$$

$$=i\omega\underset{0(\varepsilon^{1/2}\delta)}{\frac{\xi_3-(x-l)\xi_5}{\sqrt{1+h_{0y}^2}}}+\underset{0(\varepsilon\delta)}{\frac{U\{\xi_3-(x-l)\xi_5\}(h_{0y}\chi_{yz}-\chi_{zz})-U\xi_5}{\sqrt{1+h_{0y}^2}}},\quad (4.15)$$

各項の下に示すのはそれぞれの項の order である。これより，$\phi=0(\varepsilon^{3/2}\delta)+0(\varepsilon^2\delta)$ となっていることがわかる。$\varepsilon^{1/2}$ だけ高次の項を含み，この高次の項は船体表面条件における前進速度の影響を含んでいる。

次に自由表面条件について考える。$[A]$ 条件は，

$$[A]\quad g\eta+g\theta e^{i\omega t}+i\omega\phi e^{i\omega t}+\frac{1}{2}\{(U+U\chi_x+\phi_x e^{i\omega t})^2+(U\chi_y+\phi_y e^{i\omega t})^2+(U\chi_z+\phi_z e^{i\omega t})^2\}=\frac{1}{2}U^2\quad \text{on } z=\zeta(x,y,t)$$

この条件は変位した自由表面で満足されるので，静止自由表面 $z=0$ での条件とする。$z=0$ のまわりに Taylor 展開を行うことができるので，

$$[A]\quad g\eta+U^2\chi_x+e^{i\omega t}(g\theta+i\omega\phi+U\phi_x+U\chi_x\phi_y+U\chi_z\phi_z+U^2\phi_{xz}\eta)+\cdots=0\quad \text{on } z=0$$

となる。始めの 2 項は steady motion に対する条件

$$[A]\quad \underset{(\varepsilon^{3/2})}{g\eta}+\underset{(\varepsilon^{3/2})}{U^2\chi_x}=0\quad \text{on } z=0\quad (4.16)$$

を与える。Unsteady motion に対する条件は，

$$[A]\quad \underset{(\varepsilon\delta)}{g\theta+i\omega\phi+U\phi_x}=\underset{(\varepsilon^{3/2}\delta)}{-(U\chi_y\phi_y+U\chi_z\phi_z+U^2\eta\phi_{xz})}\quad \text{on } z=0\quad (4.17)$$

となる。$[B]$ 条件についても同様にすると，steady motion に対する条件，

$$[B]\quad \underset{(\varepsilon)}{U\eta_x-U\chi_z}=0\quad \text{on } z=0\quad (4.18)$$

および unsteady motion に対する条件

$$[B]\quad \underset{(\varepsilon^{1/2})}{U\theta_x-\phi_z+i\omega\theta}=\underset{(\varepsilon\delta)}{-U\chi_y\theta_y-\eta_y\phi_y-U\chi_{zz}\theta}\quad \text{on } z=0\quad (4.19)$$

が得られる。$[A]$ と $[B]$ を結び合わせると，

$$[F]\quad \underset{(\varepsilon)}{U^2\chi_{xx}+g\chi_z}=0\quad \text{on } z=0\quad (4.20)$$

および，

$$[F]\quad \underset{(\varepsilon^{1/2}\delta)}{\left(i\omega+U\frac{\partial}{\partial x}\right)^2\phi+g\phi_z}=\underset{(\varepsilon\delta)}{F(x,y)}\quad \text{on } z=0\quad (4.21)$$

を得る。ここで右辺の関数は次式で定義されている。

$$\begin{aligned}F(x,y)=&-i\omega(U\chi_y\phi_y+U\chi_z\phi_z+U^2\eta\phi_{zz})\\&+U\chi_{zz}(i\omega\phi+U\phi_x)\\&-U\frac{\partial}{\partial x}(U\chi_y\phi_y+U\chi_z\phi_z+U^2\eta\phi_{xz})\\&-U(i\omega\chi_y\phi_y+\chi_y\phi_{xy})\end{aligned}\quad (4.22)$$

Unsteady motion potential ϕ は order の異なる 2 つの項からなる。

$$\phi=\underset{(\varepsilon^{3/2}\delta)}{\phi_1}+\underset{(\varepsilon^2\delta)}{\phi_2}$$

したがって ϕ_1 に対する $[F]$ 条件は (4.21) で右辺を 0 とした斉次条件となり，ϕ_2 に対する条件には非斉次項の入った (4.21) が成立する。ϕ_2 の自由表面条件は steady motion potential χ および unsteady motion potential ϕ_1 の干渉による項より成り，自由表面上に分布した圧力による攪乱があることを示唆する。$F(x,y)$ は χ の性質により $|y|\to\infty$ では 0 となる。すなわち near field における自由表面上に圧力分布 $F(x,y)$ による攪乱が存在し，これを遠くより見るとき船体中心線上の wave source 分布で表わすことはできず，near field の自由表面上に分布する圧力分布によるものとしなければならない。

今 bow near field で考えたが，Ogilvie & Tuck[8] の解析のように $x=0(1)$ とする mid-ship near field の条件を考えよう。(4.14)，(4.15) の $[L]$，$[H]$ 条件はそのまま成立する。自由表面条件については，mid-ship near field では $\partial/\partial x=0(1)$ であるとするので，

$$F(x,y)\sim\underset{(\varepsilon\delta)}{-2i\omega U\chi_y\phi_y-i\omega U\chi_{zz}\phi}+0(\varepsilon^{3/2}\delta)\quad (4.23)$$

となり，(4.21) は

$$[F]\quad \underset{(\varepsilon^{1/2}\delta)}{-\omega^2\phi+g\phi_z}=\underset{(\varepsilon\delta)}{F(x,y)-2i\omega U\phi_x}\underset{(\varepsilon^{3/2}\delta)}{-U^2\phi_{xx}}+0(\varepsilon^{3/2}\delta)\quad (4.24)$$

となる。右辺で $0(\varepsilon\delta)$ の項まで考えると Ogilvie & Tuck の与えた条件と一致する。すなわち Ogilvie & Tuck の解析で自由表面条件における前進速度の影響は，非斉次項の中にしか現われない。しかも (4.24) の右辺の非斉次項は圧力分布 $F(x,y)$ によるものと，unsteady potentian ϕ_{1x} によるものから成っている。圧力分布 $F(x,y)$ は $|y|\to0$ のとき 0 となり解析上の

困難は無いが，ϕ_{1x} の項は y が大きいとき $a(x)e^{iK|y|}$ の形で残り解析は複雑である。しかも ϕ_{1x} の項に前進速度が入っているので，この項を落すことができない。Faltinsen[4] の計算は strip method に前進速度の影響を入れるに ϕ_{1x} による項が重要であることを示している。したがって mid-ship near field でも (4.21) の条件が成立すると考えると，自由表面条件に前進速度の影響を取り入れることが consistency を少し損うが自然に行われる。このことより，船体の近傍では，unsteady motion potential に対し，

$$\left.\begin{array}{ll} [L] & \phi_{yy}+\phi_{zz}=0 \qquad \text{in } z<0 \\ [F] & \left(i\omega+U\dfrac{\partial}{\partial x}\right)^2\phi+g\phi_z=F(x,y) \\ & \qquad\qquad \text{on } z=0 \\ [H] & \phi_N=i\omega(n_3\xi_3+n_5\xi_5)+U(m_3\xi_3 \\ & \qquad +m_5\xi_5) \qquad \text{on } z=h_0(x,y) \\ [M] & \text{Matching with far field solution} \end{array}\right\} \quad (4.25)$$

の条件が与えられる。ここで

$$\left.\begin{array}{ll} n_3\simeq\dfrac{1}{\sqrt{1+h_{0y}^2}}\ , & m_3\simeq\dfrac{\chi_{yz}h_{0y}-\chi_{zz}}{\sqrt{1+h_{0y}^2}} \\ n_5\simeq-(x-l)n_3\ , & m_5\simeq-n_3-(x-l)m_3 \end{array}\right\} \quad (4.26)$$

である[3]。(4.25) を満足する potential ϕ は次の3つの ξ_j に比例する potential の和で表わすことが可能である。

$$\phi(x,y,z)=\sum_j(i\omega\Phi_j+U\Psi_j+\Omega_j)\xi_j\ , \qquad j=3,5 \quad (4.27)$$

ここで，Φ_j, Ψ_j, Ω_j は次の境界値問題の解である。

$$\left.\begin{array}{lll} [L] & \Phi_{jyy}+\Phi_{jzz}=0 & z<0 \\ [F] & \left(i\omega+U\dfrac{\partial}{\partial x}\right)^2\Phi_j+g\Phi_{jz}=0 & z=0 \\ [H] & \Phi_{jN}=n_j & \text{on } z=h_0(x,y) \\ [M] & \text{Matching condition} & \end{array}\right\} \quad (4.28)$$

$$\left.\begin{array}{lll} [L] & \Psi_{jyy}+\Psi_{jzz}=0 & z<0 \\ [F] & \left(i\omega+U\dfrac{\partial}{\partial x}\right)^2\Psi_j+g\Psi_{jz}=0 & z=0 \\ [H] & \Psi_{jN}=m_j & \text{on } z=h_0(x,y) \\ [M] & \text{Matching condition} & \end{array}\right\} \quad (4.29)$$

および，

$$\left.\begin{array}{lll} [L] & \Omega_{jyy}+\Omega_{jzz}=0 & z<0 \\ [F] & \left(i\omega+U\dfrac{\partial}{\partial x}\right)^2\Omega_j+g\Omega_{iz}=F(x,y) & \\ & & z=0 \\ [H] & \Omega_{jN}=0 & \text{on } z=h_0(x,y) \\ [M] & \text{Matching condition} & \end{array}\right\} \quad (4.30)$$

Ω_j 問題はこれまで船体運動理論に現われたことのないものである。この問題は自由表面の圧力分布による攪乱と，それの船体での反射による攪乱を含むものである。またこの問題は定常造波抵抗理論において low speed 仮定の下に slender body theory を bow near field で展開するとき現われる問題と同じである。しかし Ω_j の船体運動における寄与はあまり大きくないと考えられるので，これを無視することにする。Φ_i, Ψ_j は §3 に述べたように far field solution と matching しそれぞれ (4.28), (4.29) を満足する解を求めることができる。

4.2 Force and moment on ship

船体の表面に作用する流体の圧力は，(4.5) の potential χ, ϕ の高次の項を無視するとき，次のように表わされる。

$$p(x,y,z,t)=-\rho U^2\left(\chi_x+\frac{1}{2}|\Delta\chi|^2\right)-\eta gz -\rho(i\omega\phi+\boldsymbol{V}\cdot\nabla\phi)e^{i\omega t} \quad (4.31)$$

ここで

$$\boldsymbol{V}=(U+U\chi_x,\ U\chi_y,\ U\chi_z)$$

である。この圧力は刻々と変化する船体上のものである。したがって船体の平均位置まわりで Taylor 展開を行うと，

$$\begin{aligned} p(x,y,z,t)\sim&-\rho U^2\left(\chi_x+\frac{1}{2}|\nabla\chi|^2\right)+\rho U^2e^{i\omega t}(\xi_3 \\ &-(x-l)\xi_5)\frac{\partial}{\partial z}\left(\chi_x+\frac{1}{2}|\nabla\chi|^2\right) \\ &+\cdots-\rho gz-\rho ge^{i\omega t}(\xi_3-(x-l)\xi_5) \\ &-\rho(i\omega\phi+\boldsymbol{V}\cdot\nabla\phi)e^{i\omega t}+\cdots \end{aligned}$$

となる。Bouyancy restoring force (moment) を除く unsteady な流体力で $0(\varepsilon^2\delta)$ 以上の項を無視すると，変動圧力として

$$p(x,y,z)e^{i\omega t}=-\rho(i\omega\phi+\boldsymbol{V}\cdot\nabla\phi)e^{i\omega t} \quad (4.32)$$

が得られる。この流体圧は運動している船の平均位置にある船体に働く。

Hydrodynamic force (moment) は次式により表わされる。

$$\left.\begin{aligned} F_i&=\iint_S n_ipdS \qquad i=3,5 \\ &=-\rho\iint_S(i\omega\phi n_i+\boldsymbol{V}\cdot\nabla\phi n_i)dS \end{aligned}\right\} \quad (4.33)$$

最後の式の第2項の関して Tuck の定理[3)12)]，

$$\iint_S\{Um_i\phi+n_i(\boldsymbol{V}\cdot\nabla\phi)\}dS=-\int_C dln_i\phi U\chi_z \quad (4.34)$$

を利用し，かつ水線 C に沿っての線積分項は slender ship の場合 higher order であるので，これを無視する。このとき，

$$F_i=-\rho\iint_S(i\omega n_i\phi-Um_i\phi)dS$$

となる。ϕ として (4.27) の Ω_j を除いたものを代入する。

$$\begin{aligned}F_j=-\rho\iint_S dS\sum_j\xi_j\{&\underset{(\varepsilon^{-1})}{n_i(i\omega)^2\Phi_j}-\underset{(\varepsilon^{1/2})}{Um_i(i\omega)\Phi_j}\\&+\underset{(\varepsilon^{-1/2})}{Un_i(i\omega)\Psi_j}-\underset{(1)}{U^2m_i\Psi_j}\}\end{aligned}\qquad(4.35)$$

second order までの hydrodynamic force (moment) をとることにする。上式の最後の項は無視されて最終的に次の式を得る。

$$\begin{aligned}F_i&=-\rho\iint_S dS\sum_j\xi_j[n_i(i\omega)^2\Phi_j\\&\quad+U(i\omega)(n_i\Psi_j-m_i\Phi_j)]\\&=\sum_j(T_{ij}^{(1)}+T_{ij}^{(2)})\xi_j\end{aligned}\qquad(4.36)$$

$T_{ij}^{(k)}$ は transfer function である。

$$T_{ij}^{(1)}=-\rho(i\omega)^2\iint_{S_0}dSn_i\Phi_j\qquad(4.37)$$

$$T_{ij}^{(2)}=-\rho U(i\omega)\iint_S dS(n_i\Psi_j-m_i\Phi_j)\qquad(4.38)$$

Transfer function は reverse flow theorem を満足することが示される。(4.28), (4.29) で定義される potential Φ_j^+, Ψ_j^+ は U の代りに $-U$ を入れるとき reverse flow potential Ψ_j^+, Ψ_j^- になる。Green の定理を利用し，水線 C に沿っての積分を higher order として無視すると[12]，

$$\iint_S dSn_i\Phi_j^+=\iint_S dSn_j\Phi_i^-$$

$$\iint_S dSn_i\Psi_j^+=\iint_S dSm_j\Phi_i^-$$

の関係が reverse flow theorem として導ける。これにより

$$\left.\begin{aligned}(T_{ij}^{(1)})^+&=(T_{ij}^{(1)})^-\\(T_{ij}^{(2)})^+&=(T_{ij}^{(2)})^-\end{aligned}\right\}\qquad(4.39)$$

であることがいえる。すなわち

$$\left.\begin{aligned}(T_{33}^{(1)})^+&=-\rho(i\omega)^2\iint_S dSn_3\Phi_3^+\\(T_{55}^{(1)})^+&=-\rho(i\omega)^2\iint_S dSn_5\Phi_5^+\\(T_{35}^{(1)})^+&=\rho(i\omega)^2\iint_S dS(x-l)n_3\Phi_3^-\\(T_{53}^{(1)})^+&=\rho(i\omega)^2\iint_S dS(x-l)n_3\Phi_3^+\end{aligned}\right\}\qquad(4.40)$$

および

$$\left.\begin{aligned}(T_{33}^{(2)})^+&=-\rho(i\omega)U\iint_S dSm_3(\Phi_3^--\Phi_3^+)\\(T_{55}^{(2)})^+&=-\rho(i\omega)U\iint_S dSm_5(\Phi_5^--\Phi_5^+)\\(T_{35}^{(2)})^+&=-\rho(i\omega)U\iint_S dS[m_5\Phi_3^--m_3\Phi_5^+]\\(T_{53}^{(2)})^+&=-\rho(i\omega)U\iint_S dS[m_3\Phi_5^--m_5\Phi_3^+]\end{aligned}\right\}\qquad(4.41)$$

Φ_j, Ψ_j の境界値問題 (4.28), (4.29) において自由表面条件で $U=0$ とするとき

$$\Phi_j^+=\Phi_j^-$$
$$\Phi_5=-(x-l)\Phi_3$$

が成立し，

$$\left.\begin{aligned}T_{33}^{(1)}&=-\rho(i\omega)^2\iint_S dSn_3\Phi_3\\T_{35}^{(1)}&=-\rho(i\omega)^2\iint_S dS(x-l)^2\Phi_3\\T_{35}^{(1)}&=T_{53}^{(1)}=\rho(i\omega)^2\iint_S dS(x-l)\Phi_3\end{aligned}\right\}\qquad(4.42)$$

および

$$\left.\begin{aligned}T_{33}^{(2)}&=T_{55}^{(2)}=0\\T_{35}^{(2)}&=-T_{53}^{(2)}=\rho(i\omega)U\iint_S dSn_3\Phi_3\\&=-\frac{U}{i\omega}T_{33}^{(1)}\end{aligned}\right\}\qquad(4.43)$$

となり Ogilvie & Tuck の与えた関係を得ることができる。

5. あとがき

Slender ship theory において，船体表面条件に前進速度の影響を導入することは 1969～70 にかけて幾人かの研究者によって strip method の修正という形で行われた。しかし，自由表面条件における前進速度の影響は Ogilvie & Tuck の試みしかないように見える。しかも，この影響についての解析は複雑であり Faltinsen (1974) の計算が発表されるまで，その重要性は定かではなかった。また Ogilvie & Tuck の理論および Faltinsen の計算は longitudinal motion に対するものであったので，自由表面条件における前進速度の影響はそれ程顕著なものではなかった。一方 Chapman (1975) の inconsistent であるが，lateral motion における前進速度の影響を考慮した slender ship theory は，平板の yaw, sway の問題において

画期的な成功を収めた。しかし Chapman の試みは consistent でなく，かつ一般の船型への拡張は行われなかった。

この論文では Chapman の試みを consistent な slender ship theory の中で発展させ，一般船型の場合に適用される理論を展開した。結果は Ogilvie & Tuck 理論の拡張という形になっている。しかし，自由表面条件に前進速度の影響を考慮した slender ship theory は，$U\frac{\partial}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial t}$ と置くとき，time dependent boundary value problem[9] と一致し，Ogilvie & Tuck の理論の steady harmonic oscillation problem と全く異なる基礎方程式が現われる。

この論文の解析は longitudinal motion の場合しか行わなかったが，理由は単に Ogilvie & Tuck 理論との対比を行いたいと思ったからである。Lateral motion への拡張は容易に行えるものと思われる。また前進速度の影響は lateral motion により強く現われると考えられるのでその解析と計算を早急に実施したい。

参 考 文 献

1) 足達宏之，大松重雄：細長体理論による船体運動の解析（その 1），船舶技術研究所報告，第 14 巻，第 6 号（1977）
2) 足達宏之，大松重雄：細長体理論による船体運動の解析（その 2），船舶技術研究所報告，第 15 巻，第 3 号（1978）
3) T. F. Ogilvie and E. O. Tuck: A Rational Strip Theory of Ship Motions, Part 1, Report No. 013, Dept. Nav. Arch. and Marine Eng., Univ. Michigan (1969)
4) O. M. Faltinsen: A Numerical Investigation of the Ogilvie-Tuck Formulas for Addedmass and Damping Coefficients, J. Ship Res., Vol. 18, No. 2 (1974)
5) T. F. Ogilvie: Singular Perturbation Problems in Ship Hydrodynamics, Adv. in Appl. Mech., Vol. 17, Academic Press, Inc. (1977)
6) R. B. Chapman; Numerical Solution for Hydrodynamic Forces on a Surface-Piercing Plate Oscillating in Yaw and Sway, Proc. 1st Int. Symp. Numer. Hydrodnamics., David W. Taylor Naval Ship R & D Center, Bethesda, Maryland (1975)
7) J. N. Newman: The Exciting Forces on a Moving Body in Waves, J. Ship Res., Vol. 9 (1965)
8) K. Saito: The Wave Exciting Forces on a Ship in Regular Wave, Doctoral Thesis, Osaka University, Osaka, Japan (1979)
9) H. Adachi and S. Ohmatsu: On the Influence of Irregular Frequencies in the Integral Equation Solutions of the Time-Dependent Free Surface Problems, 日本造船学会論文集第 146 号，(1979)
10) M. J. Lighthill: Fourier Analysis and Generalized Functions, Cambridge University Press, Cambridge (1958)
11) T. F. Ogilvie: The Wave Generated by a Fine Ship Bow, Proc. Ninth Symp. Naval Hydrodynamics, ACR-203, Office of Naval Research, Washington (1972)
12) 高木又男，大楠 丹：規則波中を航走する船体の動揺理論概説，第 2 回耐航性に関するシンポジウム，日本造船学会（1977）