船舶技術研究所報告　第21巻　第4号　研究報告　(昭和59年7月)

使用済核燃料輸送容器周辺線量率の径方向分布に対する簡易解析解の導出

山越寿夫*

Derivation of Simple Analytical Solution for Radial Dose Rate Distribution around Spent Fuel Shipping Casks.

Hisao YAMAKOSHI

Abstract

A simple analytical expression is derived for description of radial dose distribution of radiations emitted from spent fuel shipping casks with various differences in geometrical parameters.

The expression is successful in explanation of function form describing empirical rule concerning the radial dose distributions.

Validity of the expression is verified by comparing calculated dose distribution with measured dose distribution around casks loaded in Hinouramaru.

Possibilities for application of the derive expression to actual shielding problems are also discussed.

目　　次

1．緒　　言

使用済核燃料輸送容器の外側表面中央部を通る径方向分布は重要な意味を持っている。例えば，使用済核燃料を船舶輸送する場合の容器積載個数に対する上限を規制したり，個々の容器に対する放射線安全性を評価したりするめやすとして，輸送指数と呼ばれる量が用いられるが，この量は容器外側表面中央部から径方向に1mだけ離れた位置における放射線々量率をmrem/hr単位で表わした値のことである。

この径方向分布は，容器から充分遠では，容器中心軸から測った径方向距離r_dに関してr_d^{-2}に比例する依存性を持つことが知られているが，容器表面附近では，大略$r_d^{-1.2}$に比例する依存性を持つことが，多くの実測データ[1,2,3]から経験的に知られるようになった。

経験的指数1.2は，ほとんどの現用容器の外側表面の直径が大略2m程度であることから，外側表面の直径が2m程度の場合の値であり，2mから大きくはずれた特殊な容器に対しては異なる値となると考えられ

*原子力船部
原稿受付：昭和59年4月17日

実測による線量率の径方向分布は，両極端な位置，すなわち容器表面附近，並びに容器から充分遠方の位置では上記のごとく，それぞれ$r_d^{-1.2}$並びにr_d^{-2}に比例した依存性を持つが，これらの中間に当る位置では，指数の値が距離r_sに依存して，1.2と2.0の間の値をとり，そのr_s依存性は微妙である。便宜上，表面から1.5m程度までの範囲では$r_d^{-1.2}$の関数形を，また1.5m以遠では$r_d^{-2.0}$の関数形を適用し，線量率分布の径方向依存性を近似[4]しているのが実状である。

本報告では，容器周辺線量率分布のうちで容器高さ中心を通る径方向の分布が容器の幾何形状と線量率観測位置との簡単な関数で表わされる事を示すと共に，経験的に得られた上記指数の値が，この関数を用いて理論的に説明できることを示し，さらに，この関数で算出される径方向線量率分布が実験値をよく説明することも示す。

容器周辺線量率分布の計算法の一種として，観測点からみた容器の立体角素片を数値積分する，いわゆる立体角法が既に発表[5]されている。この方法は，容器側面部のみならず，容器底部からの放射線による線量率分布を求める際も，立体角素片を機械的に数値積分すればよい。この為，任意の位置に於ける線量率分布も算出可能な利点がある。しかしながら，この方法は，与えられた観測点，並びに他の望んだ位置に於ける立体角を算出する手間が必要であると言う欠点と算出結果の数値群から，線量率分布の容器形状，観測点位置への依存性が把握できないと言う欠点がある。

本報で示す計算法は，立体角自身を立体角法の様に積極的に総量率分布計算に利用する立場では無く，放射線束の数学的記述に含まれる立体角素片に対し数学的操作を施す事で導かれる解析解を線量率分布計算に利用する立場にあると言える。したがって，放射線源は容器表面を一様に覆う面線源の場合に限られ，観測点は容器の高さ中央部を通る径方向に存在する必要があると言う制限条件が付くが，容器形状，観測位置と線量率分布との間の関係が見通し良く把握できることと解析解が簡単な関数で与えられる為，非常に短い計算時間で精度の良い結果が得られる利点がある。

2. 解　析　解

2.1 解析解の導出

2.1.1 仮定およびモデル化

使用済核燃料を収納した輸送容器の外側表面から出る放射線に対し，以下のごとく仮定する。

(a) 容器壁全体が一様な放射線源となる。

(b) 等方角度分布をして放射される。

(c) 測定点に達する途中に存在する空気分子は稀薄であり，空気分子との散乱で生ずるエネルギー減少が測定点に於ける放射線エネルギースペクトルに与える影響は無視できるほど小さい。

特に(c)の仮定が成立する場合は，線量$D(r_d)$を位置r_d，エネルギーEに於ける線束$\psi(r_d, E)$並びに，線束から線量率への変換係数C(E)を用いて記述する下記の表現に於いて，線束$\psi(r_d, E)$がr_dにのみ依存する成分$\phi(r_d)$とEにのみ依存する成分$\varphi(E)$とに分離できる。このため，その様な場合は，線量率のr_s依存性は，線束$\phi(r_d)$依存性で置換することが可能となる。

$$D(r_d) = \int \psi(r_d, E')\,C(E')\,dE' \tag{1}$$

$$= \phi(r_d) \int \varphi(E')\,C(E')\,dE' \tag{2}$$

外側半径r_s，高さ2Hの輸送容器の中心軸上で，容器の高さ中心から径方向に距離r_dを採り，測定点の位置とする(図－1参照)。上記，高さ中心の位置に円柱座標の原点を置き，座標原点と測定点とを結ぶ線分を角度θの基準線とする。

Fig. 1に示す様な，外側半径r_sの円柱表面上の，高さh，角度θの位置に選んだ面素片dSから発し測定点に至る放射線々束$\phi(r_d)$は，前記仮定(a)，(b)を用いて，(3)式の様に表現される。

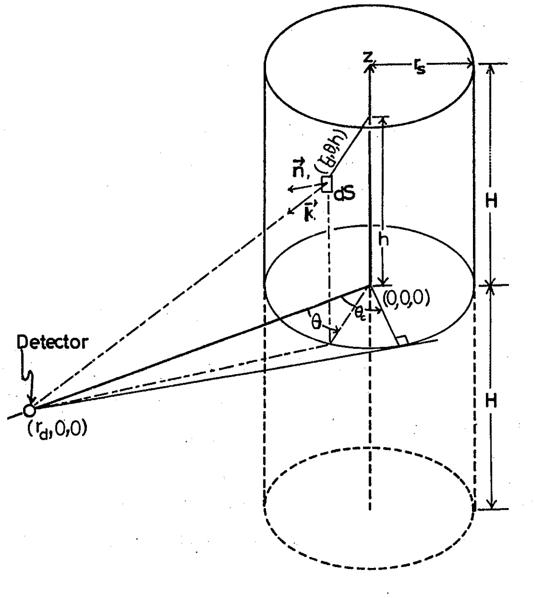

Fig. 1　Cylindrical Coordinate System (r, θ, z) Adopted.

$$\phi(r_d)=s\int\frac{(\vec{\kappa}\cdot\vec{n})}{4\pi\xi^2}dS \qquad (3)$$

ただし，ここでsは面積源強度であり，$(\vec{\kappa}\cdot\vec{n})$は，面素片dSに対する外向き法線ベクトル$\vec{n}$とdSから測定点へ向かう単位方向ベクトル$\vec{\kappa}$との内積である。$\xi$は面素片dSと測定点との三次元的な距離である。(3)式でdSに対する積分領域は，測定点から線源表面が直接見える範囲に限定されている。

(3)式を高さh，角度θで表わせば(4)式となる。

$$\phi=\frac{sr_s}{\pi}\int_0^H\int_o^{\theta c}\frac{r_d\cos\theta-r_s}{[r_d^2+r_s^2-2r_dr_s\cos\theta+h^2]^{3/2}}d\theta dh \qquad (4)$$

ここでθ_cは測定点から円柱表面が直接見ることが可能な臨界角であり，下式のごとく与えられる。

$$\theta_c\equiv\cos^{-1}(r_s/r_d) \qquad (5)$$

2.1.2 厳密式と近似式

(4)式の二重積分のうちで高さhに関する積分は容易に実行できて，(6)式のかたちで表わすことができる。

$$\phi(r_d)=\frac{sHr_s}{\pi}\int_o^{\theta c}\frac{r_d\cos\theta-r_s}{(r_s^2+r_d^2-2r_sr_d\cos\theta)}\frac{1}{\sqrt{r_d^2+r_s^2-2r_dr_s\cos\theta+H^2}}d\theta \qquad (6)$$

(6)式は単色な放射線の線束に対する厳密な表現であるが，数値積分以外の解析的手続きでθに関する積分を実行することは不可能である。

しかしながら，物理的考察から，被積分関数のうちの第二因子：$(r_d^2+r_s^2-2r_dr_s\cos\theta+H^2)^{-1/2}$は$0\leqq\theta\leqq\theta_c$の範囲では，$\theta$に関して第一因子よりも充分に鈍感であるとみなし，第二因子自身を直接下記のごとく定義した平均値Jで近似することとする。

$$J\equiv\frac{\int_o^{\theta c}\frac{d\theta}{\sqrt{r_d^2+r_s^2-2r_dr_s\cos\theta+H^2}}}{\theta_c} \qquad (7)$$

したがって，(6)式は，(7)式で近似されることとなる。

$$\phi(r_d)\simeq\frac{sHr_s}{\pi}J\int_o^{\theta c}\frac{r_d\cos\theta-r_s}{r_s^2+r_d^2-2r_sr_d\cos\theta}d\theta \qquad (8)$$

(8)式のθに関する積分を簡便の為，Kと表わすことにする。

$$K\equiv\int_o^{\theta c}\frac{r_d\cos\theta-r_s}{r_s^2+r_d^2-2r_sr_d\cos\theta}d\theta \qquad (9)$$

(7)式のθに関する積分は付録Aに示すごとく，ふたつの第一種楕円積分$F(\frac{\pi}{2},\lambda)$，$F(\psi_c,\lambda)$の差を用いて表わされる。したがってJは(10)式

$$J\theta_c=\frac{2}{r_d}\frac{F(\frac{\pi}{2},\lambda)-F(\psi_c,\lambda)}{\sqrt{(1+x)^2+(\frac{H}{r_d})^2}} \qquad (10)$$

で表わせる。ただし，

$$x\equiv\left(\frac{r_s}{r_d}\right)$$

$$\lambda\equiv2\sqrt{\frac{x}{(1+x)^2+\left(\frac{H}{r_s}\right)}} \qquad (12)$$

$$\psi_c\equiv\sin^{-1}\sqrt{\frac{1+x}{2}}$$

与えられる。

(9)式のθに関する積分は，付録Bで示すごとく，$\sin^{-1}x$を用いた簡単な関数で表わされる。

$$K=\frac{1}{r_s}\sin^{-1}x \qquad (13)$$

(8)式に(13)式を代入すれば，線束$\Phi(r_d)$に対する近似式が得られる。

$$\phi(r_d)\simeq\frac{sHJ}{\pi}\sin^{-1}x \qquad (14)$$

2.1.3 近似式の妥当性

一般に，被積分関数の一部分を他の関数で置換することは極めて危険であり，置換後の積分結果が置換前の積分結果から大幅にずれるのが普通である。

しかしながら，今回(6)式に採用した置換は，Table 1に示す様に，積分結果にほとんど影響を及ぼさない。すなわち，Table 1では，直接(4)式を用いて計算した値と近似式(14)式から計算した値とを，パラメータの値の広い範囲にわたって比較した結果が比較してあるが，Hの小さな場合をのぞけば両者の一致は良く，特に実際の容器程度のHの大きさでは極めて良好な一致となっている。

両者の一致具合の特徴として，$H\leqq r_s$の範囲では，いかなるr_sの値に対しても，良好な結果が得られている。したがって，この様な条件のもとでは，(6)式に導入した，物理的考察にもとづく平均値による置換が極めて妥当であったと言えよう。

2.2 解析解の妥当性検証

使用済核燃料輸送容器の専用運搬船「日の浦丸」の船倉に積載された3体の輸送容器を対象に，TLD並びにサーベイメータによる線量率の空間分布測定が行なわれている[2]が，本節では，各容器が単体で存在する場合の周辺分布と2体存在する場合の中間位置に於ける分布とに対し，測定値を用いて一般則の妥当性を検証することとする。

2.2.1 単体容器周辺の分布

日の浦丸には最初，Fig. 2に示した様に，NH−25型輸送容器が一体積載され，その状態で容器周辺線量率分布の測定が行なわれた。次いで，隣りの船倉にHZ−75T型輸送容器が2体，Fig. 3に示した様に，並んで

Table 1 Comparison of Exact Flux ϕ in Eq.(4) with Approximate Flux ϕ in Eq.(14) in the Text.

r_s=1.0m		H=0.25m		H=0.5m		H=1.0m		H=2.0m		H=4.0m	
r_d	r_d-r_s	Exact ϕ	Appr. ϕ	Exact ϕ	Appr. ϕ	Exact ϕ	Appr. ϕ	Exact ϕ	Appr. ϕ	Exact ϕ	Appr. ϕ
(m)		(n/cm²/sec)		(n/cm²/sec)		(n/cm²/sec)		(n/cm²/sec)		(n/cm²/sec)	
1.01	1.0E−2	9.045E−1	8.658E−1	9.075E−1	8.972E−1	9.089E−1	9.060E−1	9.100E−1	9.082E−1	9.101E−1	9.088E−1
1.05	5.0E−2	7.600E−1	6.596E−1	7.905E−1	7.524E−1	8.004E−1	7.878E−1	8.020E−1	7.980E−1	8.030E−1	8.006E−1
1.1	1.0E−1	6.265E−1	5.184E−1	6.945E−1	6.416E−1	7.180E−1	6.996E−1	7.245E−1	7.186E−1	7.261E−1	7.236E−1
1.2	2.0E−1	4.342E−1	3.534E−1	5.520E−1	4.938E−1	6.045E−1	5.798E−1	6.215E−1	6.130E−1	6.260E−1	6.228E−1
1.4	4.0E−1	2.337E−1	1.962E−1	3.623E−1	3.198E−1	4.534E−1	4.268E−1	4.913E−1	4.800E−1	5.025E−1	4.990E−1
1.6	6.0E−1	1.453E−1	1.258E−1	2.495E−1	2.220E−1	3.503E−1	3.272E−1	4.405E−1	3.936E−1	4.431E−1	4.392E−1
1.8	8.0E−1	9.950E−2	8.814E−2	1.803E−1	1.622E−1	2.759E−1	2.572E−1	3.402E−1	3.296E−1	3.653E−1	3.612E−1
2.0	1.0E−0	7.271E−2	6.550E−2	1.358E−1	1.235E−1	2.212E−1	2.064E−1	2.898E−1	2.800E−1	3.206E−1	3.164E−1
3.0	2.0E−0	2.499E−2	2.348E−2	4.901E−2	4.612E−2	9.115E−2	8.636E−2	1.471E−1	1.416E−1	1.903E−1	1.868E−1
5.0	4.0E−0	7.663E−3	7.388E−3	1.524E−2	1.470E−2	2.985E−2	2.882E−2	5.535E−2	5.366E−2	8.860E−2	8.672E−2
7.0	6.0E−0	3.685E−3	3.586E−3	7.350E−3	7.154E−3	1.456E−2	1.418E−2	2.865E−2	2.736E−2	4.954E−2	4.850E−2
9.0	8.0E−0	2.162E−3	2.134E−3	4.317E−3	4.220E−3	8.585E−3	8.396E−3	1.681E−2	1.644E−2	3.109E−2	3.048E−2
11.0	1.0E+1	1.420E−3	1.392E−3	2.838E−3	2.780E−3	5.655E−3	5.542E−3	1.115E−2	1.093E−2	2.116E−2	2.076E−2

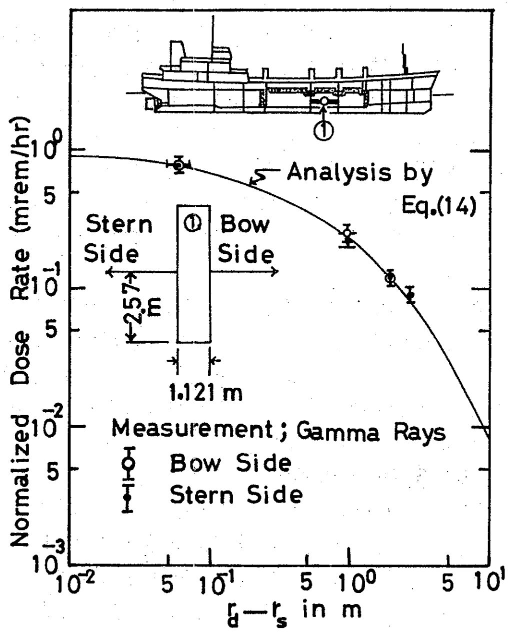

Fig. 2 Relative Comparison of Radial Dose Rate Distributions between Measurement and Analysis with Eq. (14), forthe Case of a Cask Radius 0.5605m. The measured distribution is normalized at 6 cm from the cask surface.

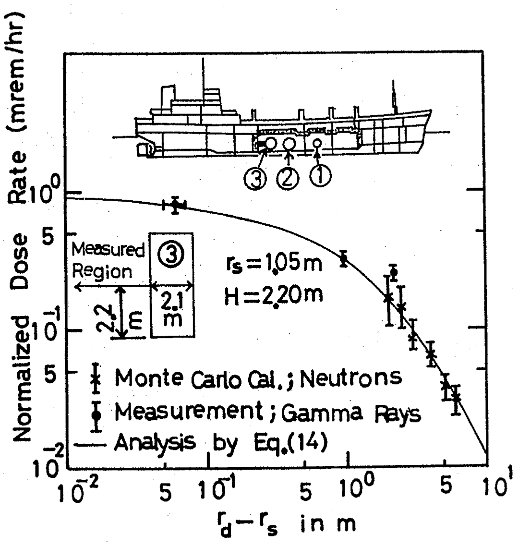

Fig. 3 Relative Comparison of Radial Dose Rate Distributions among Measurment, Monte Carlo Calculation and Analysis with Eq. (14), for the Case of Cask Radius 1.1 m, The measured distribution is normalized at 6 cm from the cask surface, while the distribution by Monte Carlo method is normalized to the analytical value at 6 cm from the cask surface.

積載され，２体のまわりの分布が測定された。

ＨＺ－75Ｔのまわりの測定のうちで，Fig. 3 中の③で示した容器に対する船尾側領域（Fig. 3 では太い黒線で示した領域）では，①，②で示した容器から直接来る放射線は③の容器で遮蔽されていると考え，近似的に単体容器周辺線量率分布の測定が行なわれたとみなすこととする。

Fig. 2 と 3 で示したように，ＨＺ－75Ｔに比較して，ＮＨ－25は細長い形状をしている。

解析解(14)で表面線源強度を２（n/cm²/sec）と選べば，(14)式の右辺の値は容器表面上で１に規格化される。その様な規格化を行なった解析解の値が，Fig. 2 と３の実線である。これらの図では，電離箱型サーベイメータで測定したガンマ線々量率分布が解析解と比較してある。測定線量率分布は，容器表面から６cm離れた位置で，いずれも解析解の値に規格化した。*

Fig. 2 では，ＮＨ－25型容器の船首側と船尾側で測定した周辺線量率分布を解析解としてある。船首側測定点と船尾側測定点は容器中心軸からそれぞれ等しく選んである。船首側，船尼側の測定値は，中心軸が等しい位置では，大略同一の値となっており，線量率分布の極端な乱れの無いことから，測定環境の比較的良好な状態のもとで測定が行なわれたことが伺われる。また，測定線量率分布と解析解による線量率分布とが良く一致していることが伺える。

Fig. 3 では，モンテカルロ計算で求めた中性子線量率分布とガンマ線実測値を解析解と比較してある。特にモンテカルロ計算の結果は容器表面から６ｍ離れた位置で解析解の値に規格化した。この６ｍの位置は計算で採用した観測点のうちで最も遠い位置である。計算結果の統計誤差が最も小さい**こととr^{-2}則が充分良く成立していると思われることが，この位置を解析解との規格化に選んだ理由である。

現実の船倉内では，測定点の選べる範囲は容器表面から約３ｍ程度離れた位置までであり，その位置でも既に背後の遮蔽壁表面に達している。したがって，モンテカルロ計算の結果は，実測値では得られない領域の線量率分布を補っていると考えられる。

上記の，背後にある遮蔽壁表面附近の測定点を除けば，測定値もモンテカルロ計算の結果も共に，解析解から得た線量率分布とよく一致し，解析解が妥当な結果を与えていることを示唆している。

2.2.2　２体容器間の分布

Fig. 4 で示したＨＺ－75Ｔ容器②と③の中間領域でもガンマ線々量率分布が測定されている。しかしながら，その測定位置は，容器②と③の縦軸中心を結ぶ線分から50cmだけ，船の右舷方向に平行にずれた線上に並んでいる。***

Fig. 4 では実測値の絶対値と解析解から求めた線量率分布の絶対値とが比較してある。ここで解析解を用いた値を算出する際に，容器②と③の表面上で解析解の線量率を測定値に規格化し各容器が単独に存在する場合の周辺線量率分布を求める操作と，容器②と③との間の領域で各容器周辺線量率分布を重ね合せる操作とがとられている。

解析解から得た計算結果と測定値との一致が極めて良好であるが，このことから，以下のふたつの事柄が言えよう。

(1)　解析解の信頼性の高さはFig. 2 と３からも伺われるが，解析解にもとづく合成計算の絶対値に対しても，その信頼性は高いと考えられる。

(2)　近接する２体の容器の中間領域では，各容器の中心点を結ぶ線分から50cmずつ，高さ方向に上下に幅をとった領域内では，絶対値を含めた線量率分布に大差は無いものと考えられる。

2.3　解析解の諸性質

2.3.1　経験則に見られる関数形の導出

解析解の関数形は，式(14)にみられるごとく，$\sin^{-1}x$及び第一種楕円積分の積のかたちで与えられている。一方，線量率分布の実測から得た知識では，線量率分布は$r_d^{-\beta}$のかたちをしており，容器から充分遠方では，$\beta=2.0$に近づき，容器表面附近では，直径２ｍ程度の容器では，$\beta\simeq1.2$の値である。以下では，これらのパラメタβの値も含めた関数形を解析解から導くこととする。

2.3.1.1　充分遠方の場合

式(7)の被積分関数の性質からも推察されるように，

---

* サーベイメータを容器表面に接触させて線量率を測定した場合は，電離箱部中心は容器表面から約６cm程度離れた位置となっている。

** モンテカルロ計算では，観測点と容器中心軸との間の距離が増すにつれて幅も増す帯状の仮想的観測器を同心円筒状に配列した。この結果，遠方ほど中性子を多く数える事となり，統計誤差も小さくなっている。

*** Fig. 2 と３では，解析解の導出に用いた条件に合致した。容器縦軸中心を通る径方向で測定が行なわれている。

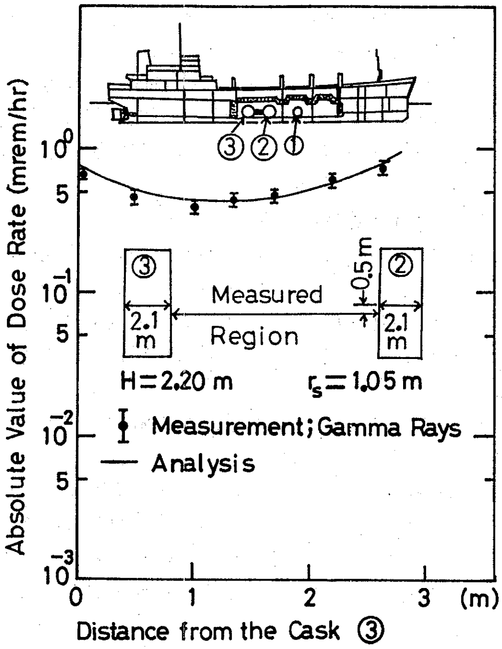

Fig. 4 Absolute Comparison of Dose Rate Distributions between Measurment and Analysis with Eq. (14), for the case of Cask Radius 1.1 m. The analysis yields radial distribution of radiation dose between conters of cask surfaces, while the measurement was performed along the line between two points 50 cm off from the line along which the analysis is performed.

測定点が容器表面から充分離れた場合は，r_dがr_s，Hに比較して充分大きい。この結果として，平均値Jは

$$J \simeq \frac{1}{r_d} \tag{15}$$

で近似される。

Jのr_d依存性はFig. 5に示した。同図では，H=1m，r_s=1mの場合につき，Jの値が実線で示してある。

一方，(14)式中の$\sin^{-1}(r_s/r_d)$は距離r_dが充分に大きな値の場合，以下の級数展開の第一項のみで近似できる。

$$\sin^{-1}x \simeq x + \frac{x^3}{6} + \frac{3}{40}x^5 + \cdots\cdots \tag{16}$$

したがって，(15)，(16)式を考慮すれば，(14)式の$\phi(r_d)$は充分良い近似で，距離r_dの逆二剰に比例することとなる。

$$\phi(r_D) \propto \frac{1}{r_d^2} \tag{17}$$

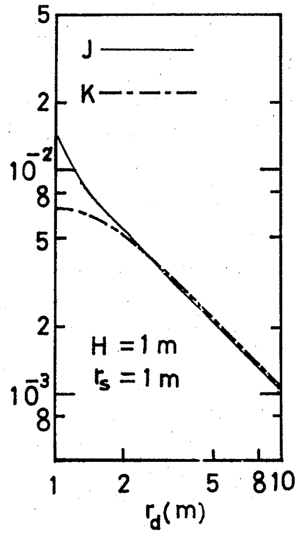

Fig. 5 The r_d-Dependence of Quantities J and K for the case of H = 1 m and r_s = 1 m. The value of J approaches very closely to that of K as the value of r_d increases.

2.3.3.2 容器表面附近の場合

平均値Jの距離r_dに対する依存性は，容器表面の近くでは，直線で近似することが可能である。

$$J \simeq ar_d + b \tag{18}$$

ここで，係数aとbは，容器表面からの距離；$r_d - r_s$がそれぞれ0.1m並びに1mの2点で式(18)と式(7)の値を正確に一致させる様に選ぶことにより，Table 2に示すごとく，r_s，Hの関数として，一義的に決定される。Table 2からも明らかな様に係数aは負の量である。

Table 3は，(18)式で近似したJの値を(7)式で求めた値と比較した結果を例示したものである。容器の高さが0.5m*程度に小さな値の場合は，容器表面から2.6m離れた測定点では，両者の一致は極めて悪い。しかし

＊実際の輸送容器では，Hの値は3～4mの程度に大きいので，この0.5mと言う値が如何に実用からはずれた極端な場合に相当するか判るであろう。

Table 2 Comparison of Exact J in Eq.(7) with Approximate J in Eq.(18) in the Text. $r_s = 1$ m

$r_s = 1.0$m		H=0.5m			H=1.0m			H=2.0m		
r_d (m)	$r_d - r_s$ (m)	Exact J	Appr.J	Error (%)	Exact J	Appr.J	Error (%)	Exact J	Appr.J	Error (%)
1.01	1.0E−2	1.972E−2	1.870E−2	(− 5)	9.956E−3	9.980E−3	(+ 1)	4.990E−3	5.022E−3	(+ 1)
1.05	5.0E−2	1.875E−2	1.824E−2	(− 3)	9.818E−3	9.827E−3	(+ 1)	4.972E−3	4.989E−3	(+ 1)
1.1	1.0E−1	1.767E−2	1.767E−2	(− 0)	9.636E−3	9.636E−3	(+ 0)	4.948E−3	4.948E−3	(+ 0)
1.2	2.0E−1	1.576E−2	1.653E−2	(+ 5)	9.249E−3	9.254E−3	(+ 1)	4.890E−3	4.865E−3	(− 1)
1.4	4.0E−1	1.264E−2	1.425E−2	(+ 12)	8.430E−3	8.490E−3	(+ 1)	4.750E−3	4.700E−3	(− 1)
1.6	6.0E−1	1.034E−2	1.197E−2	(+ 16)	7.616E−3	7.725E−3	(+ 2)	4.583E−3	4.534E−3	(− 1)
1.8	8.0E−1	8.659E−3	9.696E−3	(+ 12)	6.864E−3	6.961E−3	(+ 2)	4.398E−3	4.369E−3	(− 1)
2.0	1.0E−0	7.418E−3	7.418E−3	(+ 0)	6.197E−3	6.197E−3	(+ 0)	4.204E−3	4.204E−3	(− 0)
2.2	1.2E−0	6.475E−3	5.140E−3	(− 20)	5.617E−3	5.433E−3	(− 3)	4.007E−3	4.038E−3	(+ 1)
2.4	1.4E−0	5.738E−3	2.861E−3	(− 50)	5.118E−3	4.668E−3	(− 9)	3.813E−3	3.873E−3	(+ 2)
2.6	1.6E−0	5.150E−3	5.830E−4	(− 88)	4.689E−3	3.904E−3	(− 17)	3.625E−3	3.708E−3	(+ 3)
2.8	1.8E−0	4.669E−3	−1.695E−3	(−136)	4.319E−3	3.140E−3	(− 28)	3.446E−3	3.543E−3	(+ 3)
3.0	2.0E−0	4.270E−3	−3.974E−3	(−193)	3.998E−3	2.376E−3	(− 41)	3.277E−3	3.377E−3	(+ 3)
3.2	2.2E−0	3.933E−3	−6.252E−3	(−259)	3.718E−3	1.612E−3	(− 57)	3.118E−3	3.212E−3	(+ 3)
3.4	2.4E−0	3.646E−3	−8.531E−3	(−334)	3.473E−3	8.473E−4	(− 76)	2.969E−3	3.047E−3	(+ 3)
3.6	2.6E−0	3.397E−3	−1.081E−2	(−418)	3.256E−3	8.310E−4	(− 98)	2.831E−3	2.881E−3	(+ 2)

Table 3 R_s and H Dependence of the Coefficient a and the Constant B in the Approximation : $J \simeq a \cdot r_d + b$

r_s (m)	H=0.5m		H=1.0m		H=1.5m	
	−a	b	−a	b	−a	b
0.01	1.184E−4	2.087E−2	3.206E−5	1.029E−2	1.232E−5	6.779E−3
0.5	1.167E−4	2.550E−2	3.586E−5	1.193E−2	1.466E−5	7.476E−3
1.0	1.139E−4	3.020E−2	3.821E−5	1.384E−2	1.641E−5	8.355E−3
1.5	1.111E−4	3.478E−2	3.978E−5	1.587E−2	1.778E−5	9.351E−3
2.0	1.085E−4	3.922E−2	4.088E−5	1.796E−2	1.889E−5	1.043E−2
2.5	1.060E−4	4.353E−2	4.167E−5	2.009E−2	1.981E−5	1.157E−2
3.0	1.038E−4	4.773E−2	4.225E−5	2.225E−2	2.059E−5	1.276E−2

r_s (m)	H=2.0m		H=2.5m		H=3.0m	
	−a	b	−a	b	−a	b
0.01	5.822E−6	5.052E−3	3.158E−6	4.027E−3	1.892E−6	3.349E−3
0.5	7.164E−6	5.398E−3	3.963E−6	4.220E−3	2.398E−6	3.466E−3
1.0	8.265E−6	5.857E−3	4.660E−6	4.484E−3	2.857E−6	3.630E−3
1.5	9.192E−6	6.399E−3	5.274E−6	4.805E−3	3.272E−6	3.833E−3
2.0	9.992E−6	7.007E−3	5.823E−6	5.174E−3	3.652E−6	4.071E−3
2.5	1.069E−5	7.669E−3	6.319E−6	5.584E−3	4.003E−6	4.338E−3
3.0	1.131E−5	8.377E−3	6.770E−6	6.030E−3	4.329E−6	4.634E−3

ながら，Hの値が増大するにつれ両者の不一致は改善され，H＝2mでは2～3％の範囲で一致するようになる。Hが実際の容器に見られる様に4m程度では，容器表面から4m程度離れた位置まで両者は良好に一致する。

一方，(13)式で定義した量Kの r_d－依存性は，定義式からも明らかなごとく，$\sin^{-1}(r_s/r_d)$ の r_d－依存性で置き換えられる。表面からの距離 $r_d - r_s$ が $0.1\,\mathrm{m} \lesssim r_d -$

$r_s \leqq 1.0$ mの範囲では，たかだか数%の範囲内で $\sin^{-1}(r_s/r_d)$ を(19)式で近似することが可能である。

$$\sin^{-1}\left(\frac{r_s}{r_d}\right) \simeq \frac{A}{r_d^{\alpha}} + B \qquad (19)$$

(19)式の係数Aと定数Bは，表面からの距離 $r_d - r_s$ がそれぞれ0.1m並びに1mの2点で $\sin^{-1}\left(\frac{r_s}{r_d}\right)$ を正確に再現する様に決定される。その場合，A, Bの値はパラメタ α の値並びに外側半径 r_s の値の関数となる。Table4では $r_s = 1$ mに於けるA, Bの α 依存性を示した。

そこで，特に

$$B = 0 \qquad (20)$$

という束縛条件を課して α の値の採り得る自由度を制限した場合は，α は r_s の関数となる。Table 4には，さらに種々の α, A, Bの値の組に対し，近似式(19)を適用した結果と $\sin^{-1}\left(\frac{r_s}{r_d}\right)$ の正確な値とを，$1.01\,\mathrm{m} \leqq r_d \leqq 3.6$ mの範囲で比較した。条件式(20)を満足する場合は，r_d が最も広い範囲で両者の一致の良いことが例示されている。

* qはquenchを意味する。Table 4に例示した様に，α の値を連続的に変えて行くと，定数Bの値が消える(queneh される)状態が出現することから，この様に名付けることとした。

Table 5 r_s-dependence of Quenching Value for αq α and the Coefficient A in Eq. (19) in the Text. with the condition of B=0.

r_s (m)	Quenching Value αq	Coefficient A
1.0E−3	1.000000	1.000E−3
5.0E−1	1.161520	5.444E−1
1.0E−0	1.303061	1.292E−0
1.5E−0	1.424830	2.374E−0
2.0E−0	1.533469	3.934E−0
2.5E−0	1.632530	6.150E−0
3.0E−0	1.724180	9.257E−0

2.3.2 指数 αq の性質と経験則

束縛条件(20)式を満足し，且つ $r_d - r_s = 0.1$ m並びに $r_d - r_s = 1$ mに於ける $\sin^{-1}(r_s/r_d)$ の値を再現する様に係数A並びにパラメタ α を決定した場合には，特に α の値を α_q* と表わすことにする。上述のごとく，α_q は係数Aと同様に，外側半径 r_s の値に依存する。Table 5には，Aと α_q の r_s 一依存性を示した。α_q は r_s の増大と共に単調に増大する。

ここで，$r_s = 1$ mに対する α_q の値が1.303061となることに注目すべきである。

すなわち，(18)式，(19)式，(20)式を(14)式に代入して得ら

Table 4 Comparison of r_d Dependence of Exact and Approximate Functions near $r_s/r_d = 1.0$

Exact Function: $\sin^{-1}(r_s/r_d)$, Approximate Function: $f = \frac{A}{r_d^{\alpha}} + B$, Radius r_s of the Cask Surface=1m

r_d (m)	$\sin^{-1}\left(\frac{r_s}{r_d}\right)$	α=1.0 A=1.510 B=−2.321E-1		α=1.303061 A=1.292 B=0.0		α=2.0 A=1.072 B=2.551E-1		α=3.0 A=9.866E-1 B=3.998E-1	
		f	deviation (%)	f	deviation (%)	f	deviation (%)	f	deviation (%)
1.01	1.429	1.263	(−12)	1.275	(−11)	1.306	(− 9)	1.357	(− 5)
1.05	1.261	1.206	(− 4)	1.212	(− 4)	1.227	(− 3)	1.252	(− 1)
1.1	1.141	1.141	(− 0)	1.141	(− 0)	1.141	(− 0)	1.141	(− 0)
1.2	0.9851	1.027	(+ 4)	1.019	(+ 3)	1.000	(+ 1)	0.9700	(− 1)
1.4	0.7956	0.8468	(+ 6)	0.8330	(+ 5)	0.8020	(+ 1)	0.7593	(− 5)
1.6	0.6751	0.7119	(+ 5)	0.7000	(+ 4)	0.6738	(− 1)	0.6406	(− 5)
1.8	0.5890	0.6070	(+ 3)	0.6002	(+ 2)	0.5860	(− 1)	0.5689	(− 3)
2.0	0.5231	0.5231	(+ 0)	0.5231	(+ 0)	0.5231	(+ 0)	0.5231	(+ 0)
2.2	0.4719	0.4544	(− 4)	0.4620	(− 2)	0.4766	(+ 1)	0.4924	(+ 4)
2.4	0.4298	0.3972	(− 8)	0.4124	(− 4)	0.4412	(+ 3)	0.4711	(+ 9)
2.6	0.3948	0.3488	(−12)	0.3715	(− 6)	0.4137	(+ 5)	0.4559	(+15)
2.8	0.3652	0.3073	(−16)	0.3372	(− 8)	0.3918	(+ 7)	0.4447	(+22)
3.0	0.3398	0.2714	(−20)	0.3082	(− 9)	0.3742	(+10)	0.4363	(+28)
3.2	0.3178	0.2399	(−25)	0.2833	(−11)	0.3598	(+13)	0.4299	(+35)
3.4	0.2985	0.2121	(−29)	0.2617	(−12)	0.3478	(+17)	0.4249	(+42)
3.6	0.2815	0.1875	(−33)	0.2429	(−14)	0.3378	(+20)	0.4209	(+50)

れるように，容器表面附近の線量率分布は，$r_s=1\,m$，$H=1\,m$の場合を例にとれば，

$$\Phi(r_d)\propto\frac{1.788}{r_d^{\,1.303061}}-\frac{4.937\times10^{-3}}{r_d^{\,0.303061}} \tag{21}$$

で近似される。この近似は，測定点が容器表面から数cmないしは2m程度までの範囲に存在する場合は可成り良い精度で成り立ち，しかもその第二項は第一項と比較して無視することが可能である。したがって，(21)式はさらに，

$$\phi(r_d)\propto\frac{1}{r_d^{\,1.303}} \tag{22}$$

と近似してもさしつかえない。

以上の様に，既に述べた経験則の指数1.2に極めて近い値が理論的に導かれた。

3．考　　察

Fig. 3に示した測定値は，容器表面から遠方の点では一般則並びにモンテカルロ計算の結果よりもやや高い値を与えている。Fig. 2でも，船尾側の遠方測定点で解析解の値よりもやや測定値の方が高い。おそらく，船の遮敝壁，隔壁，床や天井等からの散乱線の寄与がそれらの位置では利いているものと思われる。

式(22)で得られた線量率のr_d一依存性は経験的に得られたr_d一依存性と極めて良く一致しているといえる。測定値から指数1.2を求める際は，両対数尺グラフの上で，縦軸に測定線量率を，横軸に容器中心軸から測った測定点の位置を目盛り，容器表面附近に於ける測定値の連らなりのうちから，直線で近似出来る部分に対し，その勾配が読みとられる。この勾配の決定に伴なう誤差が約10%程度存在し得る。この事を考慮した場合，測定値から決定した指数1.2は，むしろ1.3としてもよいと思う。

Table 5で示した様に，線源半径r_sが小さくなるにつれてα_qは1.0に，また係数Aはr_s自身に近づいて行く。この様な，Aおよびα_qのr_s一依存性はr_dを一定値とした場合の展開式(16)に於て，r_sの値が小さくなって行った場合の第一項の振舞と矛盾なく一致する。

2.1.1節で設けた仮定(a), (b)は非常に理想化された線源状態を意味する。原子炉内の出力分布平坦化を考慮しても，収納した核燃料の高さ方向に関する線源分布は決して一様ではないと思われる。また，複雑な形状をした容器表面から放射される中性子あるいはガンマ線の放射方向に関する分布は，実際のところ明らかではない。

それにもかかわらずFig. 2からFig. 4までの測定値の解析解との間の一致の良さを考慮すると，仮定(a), (b)共によく満たされているものと考えられる。これは，内筒部に於て，既に放射線の反射により，高さ方向に関しては，実効的な放射線入射流が均一化されているのであろうし，さらに，容器壁内での多重散乱の結果として，容器高さ方向についての放射線流の均一化が進み，かつ容器表面附近の多重散乱の結果として容器表面から放出される放射線は黒体輻射，つまり等方角度分布に近い状態が実現されているものと解釈される。

いずれにしても，本研究で導かれた解析解は，容器の高さHが50cm以上の場合は，条件

$$H\geqq r_s \tag{23}$$

のもとで，相当に高い信頼性のある容器周辺線量率の径方向分布を与えるものと期待出来る。

既に，収納する使用済核燃料の線源条件，容器の型，燃料の収納状態を与えれば，容器構造を考慮した遮敝性能特性を利用して容器外側表面の中央部に於ける線量率D_0を容易に評価することができるので，[7] 本研究で得た一般則を適用することにより，任意の距離r_dに於ける線量率が良い精度で，

$$D(r_d)=\frac{2D_0HJ}{\pi}\,sin^{-1}\left(\frac{r_s}{r_d}\right) \tag{24}$$

として算出できる。

異なる型の輸送容器どうしが2個以上隣接して存在する場合にも，(24)式を個々の容器に当てはめ，本研究で示した様に，線量率空間分布の合成を行なえば，それら容器に囲まれた領域の内部に於ける線量率分布の推定を容易に行なうことが可能である。

4．結論および結語

今回の研究から以下の結論が導かれる。

(1) 使用済核燃料輸送容器周辺の放射線線量率に対する径方向分布が満足する解析解を導いた。この解析解を導くにあたり，被積分関数の一部分をその積分区間に対する平均値で置き換える近似を採用したが，この近似は容器高さが外側半径よりも大きい限り有効である。

(2) 解析解を導くに当り，表面線源が容器の高さ方向に関して一様であること，容器表面から出る放射線の角度分布は等方的であること，と極めて理想的な仮定を設けたが，これらの仮定は，実測値と解析解による計算値の一致が良いことから推察して，おおむね良好に満足されているものと考えられる。

(3) 解析解は測定値の径方向分布を良く説明できるば

かりではなく，関数形としても妥当であることが，経験則の関数形をよく説明できることから明らかとなった。

(4) 解析解は容器の高さ，外側半径，測定点と容器中心との間の垂直距離を用いた簡単な関数の積として表わせる為，電卓等の手軽な計算機器により，迅速に，且つ簡便に，精度良く線量率分布を評価するのに適している。

(5) 上記のごとく，数学的表現は非常に簡潔であるが，測定線量率の径方向分布を非常に良い精度で計算できるので，高い信頼性の要求される輸送指数の評価に用いることができる。

(6) 特に，既に開発済の容器表面線量率の評価法[7]と組み合わせることで，多種の型式の容器が複数個，船内で隣接して置かれている場合の，中間領域に於ける空間線量率分布評価にも応用が可能である。

(7) 解析解を適用することにより，放射線源から離れた任意の位置の線量率をもとに，すべての径方向の線量率分布が直ちに推算できる。このことは，線源自身に対するデータが不明の場合も線量率の空間分布の推算を容易にする利点がある。

(8) 実際の使用済核燃料輸送容器の半径は大略１ｍであり，その様な容器の周辺で測定された線量率径方向分布は，容器附近で $r_d^{-1.2}$ に比例していた。本報で得た解析解の容器附近の近似形の検討から，半径が１ｍよりもずっと大きな場合の容器で，もし線量率分布測定が行なわれたとしたならば，指数は1.2以上の大きな値となり得ること，逆に半径がずっと小さな場合はもっと１に近い値となり得ることが明らかとなった。

付　録　A

本文中の式(7)は書き直すと，

$$J\theta_c=\int_o^{\theta c}\frac{d\theta}{\sqrt{r_d^2+r_s^2-2r_dr_s\cos\theta+H^2}} \tag{A-1}$$

となる。ここで，以下の様に定義した新変数 ψ を導入する。

$$\sin\psi\equiv\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \tag{A-2}$$

θ_c に対応した ψ の値を ψ_c と表わせば

$$J\theta_c=2\int_{\psi c}^{\frac{\pi}{2}}\frac{d\psi}{\sqrt{r_d^2+r_s^2+H^2+2r_dr_s-4r_sr_d\sin\psi}} \tag{A-3}$$

$$\psi_c\equiv\sin^{-1}\sqrt{\frac{1+\left(\frac{r_s}{r_d}\right)}{2}} \tag{A-4}$$

を得る。

以下の式で新しいパラメタλを導入する。

$$\lambda^2\equiv\frac{4r_dr_s}{(r_d+r_s)^2+H^2} \tag{A-5}$$

式(A－5)を用いれば，(A—3)式は(A—6)となる。

$$J\theta_c=\frac{2}{\sqrt{(r_d+r_s)^2+H^2}}\left\{\int_o^{\frac{\pi}{2}}\frac{d\psi}{\sqrt{1-\lambda^2\sin^2\psi}}-\int_o^{\psi c}\frac{d\psi}{\sqrt{1-\lambda^2\sin^2\psi}}\right\} \tag{A-6}$$

(A－6)式の｛｝の中の積分はすべて第一種の楕円積分である。第一項を $F(\frac{\pi}{2},\lambda)$，第二項を $F(\psi_c,\lambda)$ で表わせば，

$$J\theta_c=\frac{2\{F(\frac{\pi}{2},\lambda)-F(\psi_c,\lambda)\}}{\sqrt{(r_s+r_d)^2+H^2}} \tag{A-7}$$

という表現が得られる。

付　録　B

本文中の(9)式

$$K=\int_o^{\theta c}\frac{r_d\cos\theta-r_s}{r_d^2+r_s^2-2r_dr_s\cos\theta}d\theta \tag{B-1}$$

は，(B—2)式の様に変形できる。

$$=\int_o^{\theta c}\frac{r_d^2+r_s^2-2r_dr_s\cos\theta-(r_d^2+r_s^2)}{(-2r_s)(r_d^2+r_s^2-2r_sr_d\cos\theta)}-\int_o^{\theta c}\frac{r_s}{r_d^2+r_s^2-2r_dr_s\cos\theta}d\theta \tag{B-2}$$

$$=\left|-\frac{\theta}{2r_s}\right|_o^{\theta c}+\frac{1}{2r_s}\int_o^{\theta c}\frac{r_d^2+r_s^2-2r_s^2}{r_d^2+r_s^2-2r_dr_s\cos\theta}d\theta \tag{B-3}$$

$$=-\frac{\theta_c}{2r_s}+\frac{r_d^2-r_s^2}{2r_s}\int_o^{\theta c}\frac{d\theta}{r_d^2+r_s^2-2r_dr_s\cos\theta} \tag{B-4}$$

ここで，(B—4)式の積分を実行すると，

$$\int_o^{\theta c}\frac{d\theta}{r_d^2+r_s^2-2r_dr_s\cos\theta}=\frac{2\eta}{\sqrt{(r_d^2+r_s^2)^2-4r_d^2r_s^2}} \tag{B-5}$$

となる。ただし，

$$\eta=\left|\tan^{-1}\left(\frac{(r_s^2+r_d^2+2r_dr_s)\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\sqrt{(r_d^2+r_s^2)^2-4r_d^2r_s^2}}\right)\right|_o^{\theta c} \tag{B-6}$$

$$=\left|\tan^{-1}\left\{\left(\frac{(r_d+r_s)^2}{r_d^2-r_s^2}\right)\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)\right\}\right|_o^{\theta c} \tag{B-7}$$

$$=\tan^{-1}\left\{\left(\frac{r_d+r_s}{r_d-r_s}\right)\tan\left(\frac{\theta_c}{2}\right)\right\} \tag{B-8}$$

$$=\cos^{-1}\sqrt{\frac{r_d-r_s}{2r_d}} \tag{B-9}$$

したがって，(B—5) 式は (B—9) 式を用いて，

$$\int_{0}^{\theta c}\frac{d\theta}{r_d^2+r_S^2-2r_d r_S\cos\theta}=\frac{2\cos^{-1}\sqrt{\frac{r_d-r_S}{2r_d}}}{r_d^2-r_S^2} \qquad \text{(B-10)}$$

となる。

式 (B—10) と本文中の θ_c の定義式とから (B－4) 式を以下の様に変形することができる。

$$K=-\frac{1}{2r_S}\cos^{-1}\left(\frac{r_S}{r_d}\right)+\frac{2}{2r_S}\cos\sqrt{\frac{r_d-r_S}{2r_d}} \qquad \text{(B-11)}$$

ここでさらに

$$2\cos^{-1}\sqrt{\frac{1-\left(\frac{r_S}{r_d}\right)}{2}}=\cos^{-1}\left(\frac{-r_S}{r_d}\right)$$

$$=\pi-\cos^{-1}\left(\frac{r_S}{r_d}\right) \qquad \text{(B-12)}$$

の関係が存在することに着目すれば，Kの表示として，以下の結果が得られる。

$$K=\frac{1}{2r_S}\left[\pi-2\cos^{-1}\left(\frac{r_S}{r_d}\right)\right] \qquad \text{(B-13)}$$

$$=\frac{1}{r_S}\sin^{-1}\left(\frac{r_S}{r_d}\right) \qquad \text{(B-14)}$$

ただし，(B—14) 式から (B—15) 式への変形には，恒等式

$$\frac{\pi}{2}-\cos^{-1}\left(\frac{r_S}{r_d}\right)=\sin^{-1}\left(\frac{r_S}{r_d}\right)$$

を用いた。

参考文献

(1) 関口　晃他：“第13基準部会，使用済核燃料の安全輸送に関する調査研究報告書”，125頁(昭和54年)

(2) 山路昭雄，植木紘太郎：“複数個の輸送容器を積載した使用済核燃料輸送船内の放射線量率分布測定”，船研報告19巻5号，309頁(昭和57年)

(3) 植木紘太郎：“乾式キャスクを積載した使用済燃料輸送船の線量率分布測定”，船研報告20巻2号，49頁，(昭和58年)

(4) 山越寿夫，植木紘太郎，中田正也：“使用済核燃料容器遮蔽計算の簡易化——遮蔽性能特性関数の導入とその応用——”，船研報告20巻6号，431頁，(昭和58年11月)

(5) 植木紘郎，山越寿夫，金井康二，竹内　清：“大型輸送物周辺の線量分布予測計算への立体角法の適用”，船研報告17巻4号，279頁，(昭和55年)

(6) Hisao Yamakoshi, Kohtaro Ueki and Masaya Nakata;“Measurement and Analysis of Gamma-Ray Dose Distribulion in Actual Ship”, Journal of Nuclear Science and Technology vol. 20, No.2, pp. 127, (1983)

(7) Hisao Yamakoshi;“Concept of Shielding Characteristics for Spent Fuel Shipping Casks”, vol.87, 152, (1984)