

オイルフェンスの漏油防止

上田 浩一・植田 靖夫・山之内 博・渡辺 和夫

流出油事故に際しては油の拡散防止のためにオイルフェンスが展張されるのが常である。しかしオイルフェンスはある程度以上の潮流、波、風のある海域では十分に油を補足できない場合のあることが多く経験されている。

本報告では模型実験によりオイルフェンスの滞油性能について調べ、さらに網を利用して渦や流れの乱れを抑制する漏油防止装置を考案して相当の効果があることを確認した。

潮流に対するオイルフェンスの滞油性能は油層フルード数と無次元油層長さでよく表現でき、二次元模型では油層フルード数が0.8前後で漏油現象が現れ、展張模型オイルフェンスでは漏油現象が二次元模型オイルフェンスの油層フルード数より少し大きいところで、漏油する。風の影響は風速の2.6~3.7%程度の水流速の影響と同程度である。

格子状の網を漏油防止装置としてオイルフェンスの前面および前底部に設けることにより流速にして50%程度の滞油性能の向上が確認された。

蒸気-水一次元非均質二相流基礎方程式系の 物理的安定性および非物理的不安定について

奥村幸輝*

On the Physical Stability and Unphysical Instability
of a One-dimensional Basic Field Equation System
for Nonhomogeneous Steam-Water Two-Phase
Flow

By

Kôki OKUMURA

Abstract

This report presents an investigation on the local linear stability of a one-dimensional basic field equation system formulated using an unequal velocity two-fluid model.

The stability analysis was applied to the equation system for a steam-water two-phase flow (in which the liquid phase may be in thermal nonequilibrium), and dispersion relations for long wavelengths as to density waves, for low frequencies as to acoustic waves and for very short wavelengths as to these kinds of waves were derived. They were applied both to a stratified flow in a rectangular duct and a bubbly flow.

The equation system may be unstable for the stratified flow at long wavelengths (the physical Helmholtz instability), where the wall friction in the liquid phase has a stabilizing effect but the wall friction in the steam phase and the interphase friction have destabilizing effects.

The equation system is stable for the horizontal bubbly flow ($\alpha_g < 0.5$) at atmospheric condition at long wavelengths in the case of the wall frictional drag in either phase being negligibly small compared with the interphase frictional drag.

The equation system may induce unphysical instabilities for both the flows at very short wavelengths. Namely, the system may constitute an ill-posed initial-value problem.

An attenuation coefficient and a propagation velocity of a sound in a horizontal bubbly flow at very low frequencies were estimated.

Relation between characteristic roots of the equation system and the stability at very short wavelengths was examined.

目 次

- | | |
|---|---|
| <p>1. まえがき</p> <p>2. ボイド体積率が液相の体積率より小さい場合の一次元非均質、非平衡二相流基礎方程式系の線形安定性解析</p> | <p>2.1 非均質、非平衡二相流基礎方程式系</p> <p>2.2 ボイド体積率が液相の体積率より小さい場合の線形安定性解析</p> <p>2.2.1 長波長および低周波数の摂動に関する安定性について</p> <p>2.2.2 長波長および低周波数の摂動の伝播速度について</p> |
|---|---|

* 原子力船舶部

原稿受付：昭和59年6月21日

- 2.2.3 非常に短い波長の摂動に関する安定性と摂動の伝播速度について
3. 実際の加熱二相流系における密度波および圧縮性波について
4. 結論

附録A 非均質二相流差分方程式系の適切性について

- 附録B 矩形ダクト内層状流および水平気泡流における (31), (32) および (33) の各式の値
- 附録C 2.2.1 項および 2.2.2 項の例題に用いた常数
- 附録D 層状流における密度波に及ぼす重力および表面張力の安定化効果について
- 附録E 特性根と安定性の関係について
- 附録F 非均質二相流方程式系の特性根について

記号表

- A 断面積 [m²] または (113) 式
- A_{gl} 単位体積当りの二相境界表面積 [m⁻¹]
- a 音速 [$\frac{m}{s}$]
- a_c 定常状態における各流動様式の音速 [$\frac{m}{s}$], (97 式)
- a_m 定常状態における均質混合流の音速 [$\frac{m}{s}$], (98 式)
- B_{gl} 二相間の抗力係数 [$\frac{kg}{sm^2}$]
- B_x 単位質量当りの体積力 [$\frac{kgf}{kg}$]
- C 仮想質量係数 [無次元数]
- C_l 液相の比熱 [$\frac{kcal}{kg^{\circ}K}$]
- C_v 二相平均定積比熱 [$C_v = (\alpha_g \rho_g C_{vg} + \alpha_l \rho_l C_l) / \rho$] [$\frac{kcal}{kg^{\circ}K}$]
- C_{vg} 蒸気相の定積比熱 [$\frac{kcal}{kg^{\circ}K}$]
- D_e 水力直径 [m]
- E (11) 式, [$\frac{kcal}{sm^3}$]
- $E_{\alpha_g}, E_p, E_{s_l}$ (32) 式
- FWF 液相の壁面摩擦抵抗係数 ($FWF = \frac{\lambda_l v_l P_l}{8\alpha_l A}$) [s^{-1}]
- FWG 蒸気相の壁面摩擦抵抗係数 ($FWG = \frac{\lambda_g v_g P_g}{8\alpha_g A}$) [s^{-1}]
- F^{gl} 液相から蒸気相への運動量移動の逆時定数 [s^{-1}], (B-37) 式
- F_g (19) 式, [$\frac{kgf}{m^3}$]
- F_l (20) 式, [$\frac{kgf}{m^3}$]
- f_{gl} 二相境界摩擦係数 [無次元数]
- $f_{\nu \alpha_g}, f_{\nu \alpha_g} = (\rho_l - \rho_g) g H = -f_{\nu \alpha_l}$ [$\frac{kg}{ms^2}$]
- g 重力加速度 [$\frac{m}{s^2}$]

- H エンタルピー $\left[\frac{\text{kcal}}{\text{kg}} \right]$ または矩形ダクト高さ〔m〕
- H_{gl} 蒸発の潜熱 $\left[\frac{\text{kcal}}{\text{kg}} \right]$
- k 波数 $[\text{m}^{-1}]$
- P 圧力〔MPa〕
- P_g 蒸気相の濡れ縁長さ〔m〕
- P_l 液相の濡れ縁長さ〔m〕
- Q 単位体積当りの外部加熱量 $\left[\frac{\text{kcal}}{\text{sm}^3} \right]$ または (72) 式
- R ガス常数 $\left[\frac{\text{mkg}_f}{\text{kmol}^\circ\text{K}} \right]$ または (74) 式
- S エントロピー $\left[\frac{\text{kcal}}{\text{kg}^\circ\text{K}} \right]$ または (75) 式
- S_g^* $S_g^* = \frac{dS_g^s}{dP} \left[\frac{\text{m}^2 \text{kcal}}{\text{kgkg}_f^\circ\text{K}} \right]$
- T 絶対温度〔°K〕
- t 時間〔s〕
- U 内部エネルギー $\left[\frac{\text{kcal}}{\text{kg}} \right]$
- U_{gl} 蒸発に伴う内部エネルギーの増加, $(U_{gl} = H_{gl} - PV_{gl}) \left[\frac{\text{kcal}}{\text{kg}} \right]$
- \hat{u} 摂動量
- V_{gl} 蒸発に伴う比体積増加, $(V_{gl} = \frac{1}{\rho_g^s} - \frac{1}{\rho_l^s}) \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right]$
- v 二相混合流の速度 (42) 式または添字つきで各相速度 $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$
- v_{gl} 二相の相対速度, $(v_{gl} = v_g - v_l) \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$
- \tilde{v}_{gl} (100) 式, 〔無次元数〕
- X 乾き度〔無次元数〕
- x 距離座標〔m〕
- z 垂直座標 (摂動前の二相境界面基準, 上方が正方向)〔m〕
- $(\alpha_a F_a)_{\alpha_g}, (\alpha_a F_a)_p, (\alpha_a F_a)_{v_g}, (\alpha_a F_a)_{v_l}$ (33) 式
- α_g ボイド率〔無次元数〕
- α_l $\alpha_l = (1 - \alpha_g)$ 〔無次元数〕
- Γ_g 単位体積当りの蒸発率 $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3 \text{s}} \right]$, (B-4) 式
- $\Gamma_g \alpha_g, \Gamma_g p, \Gamma_g s_l$ (31) 式
- Γ_0 $\Gamma_0 = 3\epsilon \alpha_g P / r_p \sqrt{2\pi RT^s} \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3 \text{s}} \right]$
- r_c 単位体積当りの凝縮率 $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3 \text{s}} \right]$, (B-2) 式
- r_e 単位体積当りの蒸発率 $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3 \text{s}} \right]$, (B-1) 式

Δx	距離座標のメッシュ巾〔m〕
ϵ	物質移動係数〔無次元数〕
η	音波の減衰係数〔 m^{-1} 〕
λ	特性根〔 $\frac{m}{s}$ 〕または添字つきで各相の壁面摩擦係数〔無次元数〕
μ	粘性係数〔 $\frac{kg}{ms}$ 〕
ρ	二相混合流の密度または添字つきで各相密度〔 $\frac{kg}{m^3}$ 〕
ρ_g^*	$\rho_g^* = \frac{d\rho_g^s}{dP} \left[\frac{s^2}{m^2} \right]$
ρ_i'	$\rho_i' = \left(\frac{\partial \rho_i}{\partial P} \right)_{s_i} \left[\frac{s^2}{m^2} \right]$
ρ_i''	$\rho_i'' = \rho_i^A \left(\frac{\partial S_i}{\partial P} \right)_{T_i} \left[\frac{s^2}{m^2} \right]$
ρ_i^A	$\rho_i^A = \left(-\frac{\partial \rho_i}{\partial S_i} \right)_p \left[\frac{kg^2 \circ K}{m^3 kcal} \right]$
σ	表面張力〔 $\frac{kgf}{m}$ 〕
φ	$\varphi = \omega - kv$ 〔 s^{-1} 〕
$\tilde{\varphi}$	$\tilde{\varphi} = \varphi / ka_c$ 〔無次元数〕
ω	角周波数〔 s^{-1} 〕

添 字

a	g (気相) または l (液相)
g	蒸気相
I	虚数部
$j-1, j, j+1$	ジャンクション番号
K, L	ボリューム番号
l	液相
R	実数部
TR	二相流

肩 記 号

s	飽和状態量
-----	-------

1. ま え が き

軽水原子炉の熱水力過渡特性解析用の計算コードの中でよく知られる RELAP4 シリーズ¹⁾ では二相流モデルとして均質平衡流が用いられたが、1970年代になってから非均質、非平衡流モデルを用いたコードが開発されている。その中には TRAC²⁾、RELAP 5³⁾ などのコードがある。

均質平衡流モデルでは二相流基礎方程式系は一次常微分方程式系で表される。そして、もしその系が安定であれば、その差分方程式系の解は陰解法を用いれば数学的には時間刻み幅を大きくとっても安定である⁴⁾。一方、非均質流モデルでは基礎方程式系は一次準線形偏微分方程式系で表され、均質平衡流モデルの数値解法は適用できない。そして、蒸気と水の間の相対速度の存在がその系の物理的並びに非物理的不安定を引き起こす場合がある。この非物理的不安定は系が初期値問題として不適切 (ill-posed) であることを意味するが、計算コード

に用いる非均質流モデルの差分方程式系は適切でなければならない。

非均質流モデルが用いられるようになった当初、二相流基礎方程式系の安定性と特性根の両概念の間に混同があった⁵⁾が Ramshaw と Trapp⁶⁾ によって解決されたと考えられる。

本報告では、第2章において軽水原子炉の一次元熱水力過渡特性解析に用いられる非均質、非平衡二相流基礎方程式系を取上げて、その線形安定性解析を行い、得られる散逸関係式から物理的安定性並びに非物理的不安定について調べる。さらにこの系に存在する各種の波の伝播速度を求める。第3章においては実際の加熱二相流系においてしばしば観察される動的不安定とこれらの波の関わりを述べる。

本研究では蒸気-水の二相流の中で特に層状流および気泡流について具体的に調べる。

2. ボイド体積率が液相の体積率よりも小さい場合の一次元非均質、非平衡二相流基礎方程式系の線形安定性解析

2.1 非均質、非平衡二相流基礎方程式系

基礎方程式系としては下記の(1)~(5)各式から成る系を取上げる。これは基本的には RELAP5/MOD1³⁾ において用いられているものと同じである。このコードでは二相のうちで体積の小さい方の相は常に飽和状態を保ち、他相は熱的非平衡になりうるものと仮定される。この仮定によって各相に対する2個のエネルギー方程式の代りに二相混合流に対する1個の式に減らすことができる。その結果、この系は各相に対する連続および運動の各2個の方程式と1個のエネルギー式から成る。従属変数はボイド体積率 α_g 、圧力 P 、各相速度 v_g および v_l 、そして体積比の大きい方の相の内部エネルギー U_g または U_l の計5個である。本研究では流路断面積 A は一定と仮定する。この仮定によって問題の本質は損なわれない。以下に基礎方程式系を示す。

$$\frac{\partial(\alpha_g \rho_g)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_g \rho_g v_g)}{\partial x} = \Gamma_g \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\alpha_l \rho_l)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_l \rho_l v_l)}{\partial x} = \Gamma_l \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \alpha_g \rho_g (\partial v_g / \partial t) + \frac{1}{2} \alpha_g \rho_g (\partial v_g^2 / \partial x) = & -\alpha_g (\partial P / \partial x) + \alpha_g \rho_g B_x - \alpha_g \rho_g \text{FWG}(v_g) + (r_e v_l - r_c v_g) \\ & - A_{gl} B_{gl} v_{gl} - C \alpha_g \alpha_l \rho_l \{ \partial v_{gl} / \partial t + v_l (\partial v_g / \partial x) - v_g (\partial v_l / \partial x) \} - \alpha_g \rho_g g H \frac{\partial \alpha_g}{\partial x} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \alpha_l \rho_l (\partial v_l / \partial t) + \frac{1}{2} \alpha_l \rho_l (\partial v_l^2 / \partial x) = & -\alpha_l (\partial P / \partial x) + \alpha_l \rho_l B_x - \alpha_l \rho_l \text{FWF}(v_l) + (r_c v_g - r_e v_l) \\ & + A_{gl} B_{gl} v_{gl} + C \alpha_l \alpha_g \rho_g \{ \partial v_{gl} / \partial t - v_g (\partial v_l / \partial x) + v_l (\partial v_g / \partial x) \} + \alpha_l (f_{\nu} \alpha_g - \rho_g g H) \frac{\partial \alpha_g}{\partial x} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho U)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_g \rho_g v_g U_g + \alpha_l \rho_l v_l U_l)}{\partial x} \\ = -P \frac{\partial(\alpha_g v_g + \alpha_l v_l)}{\partial x} + Q + \alpha_g \rho_g \text{FWG}(v_g^2) + \alpha_l \rho_l \text{FWF}(v_l^2) + A_{gl} B_{gl} v_{gl}^2 + (|\Gamma_l|/2) v_{gl}^2 \end{aligned} \quad (5)$$

ここで $v_{gl} = v_g - v_l$

(1)式および(2)式はそれぞれ蒸気と水に対する連続の方程式で、 Γ_g と Γ_l はそれぞれ二相混合流の単位体積、単位時間当りの蒸発量および凝縮量であり、 $\Gamma_l = -\Gamma_g$ である。(3)式および(4)式はそれぞれ蒸気と水に対する運動方程式である。両式の右辺は第1項から順に、圧力勾配、体積力、壁面摩擦、二相間の運動量移動、二相間の摩擦抗力および仮想質量力を表す。(3)式および(4)式の各末項は $\partial \alpha_g / \partial x$ によって生じる蒸気相および液相のそれぞれに働く力を表す。これらの項は本報では矩形ダクト内層状流に対してのみ考慮される。

r_e および r_c はそれぞれ附録Bで説明するように R.C.Mecredy⁷⁾らの提案による単位体積当りの蒸発率および凝縮率であり次の関係がある。

$$\Gamma_g = r_e - r_c \quad (6)$$

である。また

A_{gl} = 単位体積当りの二相境界表面積

B_{gl} = 二相間の抗力係数

であり、 B_{gl} は f_{gl} の定義により次式で与えられる³⁾。

$$B_{gl} = \frac{1}{8} f_{gl} \rho_g v_{gl} \quad (\text{層状流および気泡流に対して}) \quad (7)$$

ここで

f_{gl} = 二相境界摩擦係数

Cは仮想質量係数である。これは気泡と液相の各加速度が異なるために気泡が受ける加速抗力に含まれる係数である。これは流動様式に依存し、気泡流や噴霧流に対しては $C > 0.5$ が適当で、分離流或いは層状流に対しては $C = 0$ が適当である³⁾。(5)式は二相混合流の熱エネルギー方程式である。この式では仮想質量力に基づくエネルギー散逸は無視している。この式の左辺第一項に含まれる ρU はボイド率 α_g と乾き度 X の関係 $X = \alpha_g \rho_g / \rho$ を用いれば次式になる。

$$\rho U = \alpha_g \rho_g U_g + \alpha_l \rho_l U_l \quad (8)$$

ここで

$$\rho = \alpha_g \rho_g + \alpha_l \rho_l \quad (9)$$

2.2 ボイド体積率が液相の体積率よりも小さい場合の線形安定性解析

本解析では蒸気相は常に飽和状態を保つものと仮定する。この仮定は RELAP5/MOD1 コードでは蒸気相の体積が液相のそれよりも小さいときに対応する。即ち $\alpha_g < \alpha_l$ とする。(1)式~(5)式の基礎方程式系の線形安定性解析を行うに当り、熱エネルギー式(5)はそれよりも馴染み易いエントロピーを用いて表したエネルギー式に書換える。その手順は連続の方程式(1)、(2)および熱力学関係式 $dU_a = T_a dS_a + (P/\rho_a^2) d\rho_a$ を(5)式に代入すれば得られる。その結果は

$$T_g^s \alpha_g \rho_g S_g^* \frac{DP}{Dt_g} + T_l \alpha_l \rho_l \frac{DS_l}{Dt_l} = E \quad (10)$$

ここで

$$E = -\Gamma_g (H_g - H_l) + (\Gamma_g / 2) v_{gl}^2 + \alpha_g \rho_g \text{FWG}(v_g^2) + \alpha_l \rho_l \text{FWF}(v_l^2) + A_{gl} B_{gl} v_{gl}^2 + Q \quad (11)$$

$$S_g^* = \frac{dS_g^s}{dP} \quad (12)$$

$$\frac{D}{Dt_a} = \frac{\partial}{\partial t} + v_a \frac{\partial}{\partial x}$$

肩記号 s は飽和状態を示す。(11)式の第1項と第2項は二相間のエネルギー移動を表し、末項は外部加熱量を表し、残りの項は摩擦による散逸エネルギーを表す。

$\rho_g = \rho_g(P)$ と $\rho_l = \rho_l(P, S_l)$ の関係式を用いて(1)式~(5)式を次のよう書換える。

$$\rho_g \frac{D\alpha_g}{Dt_g} + \alpha_g \rho_g^* \frac{DP}{Dt_g} + \alpha_g \rho_g \frac{\partial v_g}{\partial x} = \Gamma_g \quad (13)$$

$$\rho_l \frac{D\alpha_l}{Dt_l} + \alpha_l \rho_l' \frac{DP}{Dt_l} + \alpha_l \rho_l^A \frac{DS_l}{Dt_l} + \alpha_l \rho_l \frac{\partial v_l}{\partial x} = \Gamma_l \quad (14)$$

$$\alpha_g \rho_g g H \frac{\partial \alpha_g}{\partial x} + \alpha_g \frac{\partial P}{\partial x} + \alpha_g \rho_g \frac{Dv_g}{Dt_g} + C \alpha_g \alpha_l \rho \left(\frac{Dv_g}{Dt_l} - \frac{Dv_l}{Dt_g} \right) = \alpha_g F_g \quad (15)$$

$$-\alpha_l (f_{r\alpha_g} - \rho_g g H) \frac{\partial \alpha_g}{\partial x} + \alpha_l \frac{\partial P}{\partial x} + \alpha_l \rho_l \frac{Dv_l}{Dt_l} + C \alpha_g \alpha_l \rho \left(\frac{Dv_l}{Dt_g} - \frac{Dv_g}{Dt_l} \right) = \alpha_l F_l \quad (16)$$

$$T_g^s \alpha_g \rho_g S_g^* \frac{DP}{Dt_g} + T_l \alpha_l \rho_l \frac{DS_l}{Dt_l} = E \quad (17)$$

ここで

$$\rho_g^* = \frac{d\rho_g^s}{dP}, \quad \rho_l' = \left(\frac{\partial \rho_l}{\partial P} \right)_{S_l}, \quad \rho_l^A = \left(\frac{\partial \rho_l}{\partial S_l} \right)_P \quad (18)$$

$$\alpha_g F_g = \alpha_g \rho_g B_x - \alpha_g \rho_g \text{FWG}(v_g) + (\gamma_e v_l - \gamma_c v_g) - A_{gl} B_{gl} v_{gl} \quad (19)$$

$$\alpha_l F_l = \alpha_l \rho_l B_x - \alpha_l \rho_l \text{FWF}(v_l) + (\gamma_c v_g - \gamma_e v_l) + A_{gl} B_{gl} v_{gl} \quad (20)$$

(19)、(20)の各式は矩形ダクト内層状流および水平気泡流に対してはそれぞれ附録Bの(B-15)、(B-16)および(B-26)、(B-27)の各式で表される。尚、(13)~(17)の各式の右辺は非同次項であり、独立変数

x および t に関する微分項を含まない。

さて、(13)式～(17)式の系に線形安定性解析法を適用する。本解析で用いる手法は厳密には局所線形安定性解析と呼ばれ、系が摂動される前の各従属変数の空間および時間に関する微分値は零とする。この状態を一様定常状態とす。安定性解析を行うために各従属変数 u は次式によって置換える。

$$u = u_0 + \hat{u} e^{i(kx - \omega t)} \quad (21)$$

ここで u_0 は一様定常状態における値で、 \hat{u} は摂動量である。 k および ω はそれぞれ波数および角周波数である。置換えによって得られる各式を \hat{u} に関して線形化する。その際、(13)式～(17)式の右辺は次の関数で表されるものとする。

$$\Gamma_g = \Gamma_g(\alpha_g, P, S_l) \quad (22)$$

$$\alpha_g F_g = (\alpha_g F_g)(\alpha_g, P, v_g, v_l) \quad (23)$$

$$\alpha_l F_l = (\alpha_l F_l)(\alpha_g, P, v_g, v_l) \quad (24)$$

$$E = E(\alpha_g, P, S_l) \quad (25)$$

(25)式に含まれる外部加熱量 Q は一定値とする。

結果は

$$-[\hat{v}(\omega - kv_g)\rho_g]\hat{\alpha}_g - \{i(\omega - kv_g)\alpha_g\rho_g^* + \Gamma_{gp}\}\hat{P} + ik\alpha_g\rho_g\hat{v}_g - \Gamma_{gs_l}\hat{S}_l = 0 \quad (26)$$

$$\begin{aligned} & \{i(\omega - kv_l)\rho_l\}\hat{\alpha}_g - \left\{i(\omega - kv_g)\alpha_l\rho_l'' + i(\omega - kv_l)\alpha_l\rho_l' - \Gamma_{gp} - \frac{\rho_l^A E_p}{\rho_l T^s}\right\}\hat{P} + ik\alpha_l\rho_l\hat{v}_l \\ & + \left(\Gamma_{gs_l} + \frac{\rho_l^A E_{s_l}}{\rho_l T^s}\right)\hat{S}_l = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} & \left[ik\rho_g g H - \frac{(\alpha_g F_g)\alpha_g}{\alpha_g}\right]\hat{\alpha}_g + (ik - F_{gp})\hat{P} - \{i(\omega - kv_g)\rho_g + i(\omega - kv_l)C\alpha_l\rho + F_{gv_g}\}\hat{v}_g \\ & + \{i(\omega - kv_g)C\alpha_l\rho - F_{gv_l}\}\hat{v}_l = 0 \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} & - \left[ik(f_{v\alpha_g} - \rho_g g H) + \frac{(\alpha_l F_l)\alpha_g}{\alpha_l}\right]\hat{\alpha}_g + (ik - F_{lp})\hat{P} + \{i(\omega - kv_l)C\alpha_g\rho - F_{lv_g}\}\hat{v}_g \\ & - \{i(\omega - kv_l)\rho_l + i(\omega - kv_g)C\alpha_g\rho + F_{lv_l}\}\hat{v}_l = 0 \end{aligned} \quad (29)$$

$$- \{i(\omega - kv_g)\alpha_g\rho_g S_g^* T^s + E_p\}\hat{P} - \{i(\omega - kv_l)\alpha_l\rho_l T^s + E_{s_l}\}\hat{S}_l = 0 \quad (30)$$

ここで

$$\Gamma_{g\alpha_g} = \frac{\partial \Gamma_g}{\partial \alpha_g}, \quad \Gamma_{gp} = \frac{\partial \Gamma_g}{\partial P}, \quad \Gamma_{gs_l} = \frac{\partial \Gamma_g}{\partial S_l} \quad (31)$$

$$E_{\alpha_g} = \frac{\partial E}{\partial \alpha_g}, \quad E_p = \frac{\partial E}{\partial P}, \quad E_{s_l} = \frac{\partial E}{\partial S_l} \quad (32)$$

$$(\alpha_a F_a)_{\alpha_g} = \frac{\partial(\alpha_a F_a)}{\partial \alpha_g}, \quad F_{ap} = \frac{\partial F_a}{\partial P}, \quad F_{av_g} = \frac{\partial F_a}{\partial v_g}, \quad F_{av_l} = \frac{\partial F_a}{\partial v_l} \quad (33)$$

$$\rho_l'' = -\rho_l^A \left(\frac{\alpha_g \rho_g}{\alpha_l \rho_l}\right) S_g^* = \rho_l^A \left(\frac{\partial S_l}{\partial P}\right)_{T_l} \quad (34)$$

(26)～(30)の各式の係数に含まれる各変数記号はここで改めて一様定常状態における値であると定義する。

(33)式の添字 a は g または l を示す。矩形ダクト内層状流および水平気泡流のそれぞれに対する (31), (32)

および (33)の各式の値は附録Bに示す。(34)式は熱力学関係式 $\frac{d\rho_l(P, S_l)}{dP} = \left(\frac{\partial \rho_l}{\partial P}\right)_{s_l} + \left(\frac{\partial \rho_l}{\partial S_l}\right)_{p} \left(\frac{\partial S_l}{\partial P}\right)_{T_l}$

の右辺第二項を表す。この項に含まれる $\left(\frac{\partial S_l}{\partial P}\right)_{T_l}$ は(17)式から求まる。即ち、(17)式において $v_g = v_l = 0$

とし、蒸発率 Γ_g は一様定常状態においては零であり、加熱量 Q は $\left(\frac{\partial S_l}{\partial P}\right)_{T_l}$ とは独立であるので除けば求まる。

(13)式～(17)式の系が摂動される前の一様定常状態においては $\Gamma_{g\alpha_g} = 0$, $E_{\alpha_g} = 0$ および $T_g = T_l = T^s$ であり、これらは(26)式～(30)式に考慮されている。

(26)式～(30)式の系は変数 $\hat{\alpha}_g$, \hat{P} , \hat{v}_g , \hat{v}_l および \hat{S}_l に関して線形同次系である。従って、 $\hat{\alpha}_g = \hat{P} = \hat{v}_g =$

$\hat{v}_l = \hat{S}_l = 0$ 以外の解をもつためには係数行列式が零でなければならない。即ち、

$$\begin{vmatrix} -i\rho_g\varphi_g & -(i\alpha_g\rho_g^*\varphi_g + \Gamma_{gp}) & ik\alpha_g\rho_g & 0 & -\Gamma_{gs} \\ i\rho_l\varphi_l & -i\alpha_l(\rho_l^*\varphi_g + \rho_l\varphi_l) & 0 & ik\alpha_l\rho_l & \Gamma_{gs} + \rho_l^4 E_{s1}/\rho_l T^* \\ ik\rho_g\varphi_g H - \frac{(\alpha_g F_g) a_g}{\alpha_g} & ik - F_{gp} & -i(\rho_g\varphi_g + C\alpha_l\rho_l) - F_{vg} & iC\alpha_l\rho_g - F_{gs} & 0 \\ -ik(f_{rg} - \rho_g\varphi_g H) & ik - F_{lp} & iC\alpha_g\rho_l - F_{vg} & -i(\rho_l\varphi_l + C\alpha_g\rho_g) - F_{vl} & 0 \\ -(\alpha_l F_l) a_g/\alpha_l & 0 & -(i\alpha_g\rho_g S_g^* T^* \varphi_g + E_p) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -(i\alpha_l\rho_l T^* \varphi_l + E_{s1}) \end{vmatrix} = 0 \quad (35)$$

ただし

$$\varphi_g = \omega - k v_g \quad (36)$$

$$\varphi_l = \omega - k v_l \quad (37)$$

(35) 式を整理すれば

$$\begin{vmatrix} \rho_g\varphi_g & \alpha_g\rho_g^*\varphi_g - i\Gamma_{gp} & -k\alpha_g\rho_g & 0 & -i\Gamma_{gs} \\ \rho_l\varphi_l - \rho_g\varphi_g & -((\alpha_l\rho_l^* + \alpha_l\rho_l^*)\varphi_g + \alpha_l\rho_l\varphi_l) & k\alpha_g\rho_g & k\alpha_l\rho_l & -i\rho_l^4 E_{s1}/\rho_l T^* \\ i\left\{\frac{(\alpha_g F_g) a_g}{\alpha_g} - \frac{(\alpha_l F_l) a_g}{\alpha_l}\right\} & i(F_{gp} - F_{lp}) & -(\rho_g\varphi_g + C\rho_l\varphi_l - i(F_{vg} - F_{vg})) & (\rho_l\varphi_l + C\rho_g\varphi_g + i(F_{gs} - F_{vl})) & 0 \\ +k f_{rg} & k + i(\alpha_g F_{gp} + \alpha_l F_{lp}) & -(\alpha_g\rho_g\varphi_g - i(\alpha_g F_{vg} + \alpha_l F_{vg})) & -(\alpha_l\rho_l\varphi_l - i(\alpha_g F_{gs} + \alpha_l F_{vl})) & 0 \\ i((\alpha_g F_g) a_g + (\alpha_l F_l) a_g) & 0 & \alpha_g\rho_g S_g^* T^* \varphi_g - iE_p & 0 & \alpha_l\rho_l T^* \varphi_l - iE_{s1} \\ -k(\alpha_l f_{rg} - \rho_g\varphi_g H) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 \quad (38)$$

(38) 式に含まれる φ_g と φ_l は、便宜上混合流平均速度 v と相対速度 v_{gl} を用いて次式に書換える。

$$\varphi_g = \varphi - k\alpha_l\rho_l v_{gl}/\rho \quad (39)$$

$$\varphi_l = \varphi + k\alpha_g\rho_g v_{gl}/\rho \quad (40)$$

ここで

$$\varphi = \omega - k v \quad (41)$$

$$v = (\alpha_g\rho_g v_g + \alpha_l\rho_l v_l)/\rho \quad (42)$$

(39), (40) の各式は v_g および v_l がそれぞれ次式で表されることから導かれる。

$$v_g = v + \alpha_l\rho_l v_{gl}/\rho \quad (43)$$

$$v_l = v - \alpha_g\rho_g v_{gl}/\rho \quad (44)$$

結果として (38) 式は次式になる。

$$\begin{vmatrix} \rho_g(\varphi - k\alpha_l\rho_l v_{gl}/\rho) & \alpha_g\rho_g^*(\varphi - k\alpha_l\rho_l v_{gl}/\rho) - i\Gamma_{gp} & -k\alpha_g\rho_g & 0 & -i\Gamma_{gs} \\ (\rho_l - \rho_g)\varphi + k\rho_g\rho_l v_{gl}/\rho & -(\alpha_l\rho_l^* + \alpha_l\rho_l^*)\varphi + \alpha_l\rho_l\varphi & k\alpha_g\rho_g & k\alpha_l\rho_l & -i\rho_l^4 E_{s1}/\rho_l T^* \\ +k\left\{\frac{(\alpha_g F_g) a_g}{\alpha_g} - \frac{(\alpha_l F_l) a_g}{\alpha_l}\right\} & i(F_{gp} - F_{lp}) & -(\rho_g + C\rho_l)\varphi & (\rho_l + C\rho_g)\varphi & 0 \\ +k f_{rg} & k + i(\alpha_g F_{gp} + \alpha_l F_{lp}) & +k(\alpha_l\rho_g\rho_l - C\alpha_g\rho_g\rho_l)\frac{v_{gl}}{\rho} & +k(\alpha_g\rho_g\rho_l - C\alpha_l\rho_l\rho_g)\frac{v_{gl}}{\rho} & 0 \\ i((\alpha_g F_g) a_g + (\alpha_l F_l) a_g) & k + i(\alpha_g F_{gp} + \alpha_l F_{lp}) & -\alpha_g\rho_g(\varphi - k\alpha_l\rho_l v_{gl}/\rho) & -\alpha_l\rho_l(\varphi + k\alpha_g\rho_g v_{gl}/\rho) & 0 \\ -k(\alpha_l f_{rg} - \rho_g\varphi_g H) & k + i(\alpha_g F_{gp} + \alpha_l F_{lp}) & +i(\alpha_g F_{vg} + \alpha_l F_{vg}) & +i(\alpha_g F_{gs} + \alpha_l F_{vl}) & 0 \\ 0 & \alpha_g\rho_g S_g^* T^*(\varphi - k\frac{\alpha_l\rho_l}{\rho} v_{gl}) & 0 & 0 & \alpha_l\rho_l T^*(\varphi + k\frac{\alpha_g\rho_g}{\rho} v_{gl}) \\ & -iE_p & & & -iE_{s1} \end{vmatrix} = 0 \quad (45)$$

(45) 式から散逸関係式、即ち k と ω の関係式が決る。

層状流におけるポイド率 α_g の振動の伝播のように定常的に振動しているような波に対しては波数 k は $0 < k < \infty$ の正数と見做し、角周波数 ω は複素数と見做して ω の解を求め、その虚数部 ω_I の値によってそれらの波に関する基礎方程式 (13) 式～(17) 式の安定性が決る。即ち、 $\omega_I < 0$ ならば安定、 $\omega_I = 0$ ならば中立安

定, そして $\omega_1 > 0$ ならば不安定である。一方, 音波のように (21) 式の $x=0$ における単振動の摂動 $ue^{-i\omega t}$ の各周波数成分がそれぞれ個々の位相角と減衰特性をもって伝播する波に対しては角周波数 ω および波数 k はそれぞれ正数および複素数と見做す。従って $k = \frac{\omega}{a} + i\eta$ で表される。ここで a は音速であり, η は減衰係数である。従って音波に関して基礎方程式系が安定であるためには $\eta \geq 0$ でなければならない。

さて, (45) 式のような複雑な方程式から全波長 ($0 \leq k < \infty$) および全角周波数 ($0 < \omega < \infty$) の摂動に関する散逸関係式を解くためには計算機を用いた数値解法によるのが適当である。しかし, 長波長および低周波数並びに非常に短い波長および非常に高い周波数のそれぞれの摂動に限れば散逸関係式の代数解を求めることができる。

長波長の摂動に関する系の不安定はヘルムホルツ不安定を表し, 短波長の摂動に関する不安定は非物理的な不安定, 即ち系が初期値問題として不適切 (ill posed) であることを示す⁶⁾。この非物理的な不安定の原因は二相流基礎方程式系において二相流体のすべての相互作用の微分特性を正確に記述することの困難さ, および流路断面平均の変数を用いることによって生じる共分散項の正確な記述が困難なことにあると考えられている (8), p 418)。中間波長域は長波長の物理的振舞いから短波長の非物理的な不安定が生じるかもしれない振舞いに移行する特性を含む帯域と考えられる。以上のことから系の安定性に関する重要な問題の多くは長波長と短波長の両域にあると考えられる。

本解析では (13) 式～(17) 式二相流基礎方程式系について長波長および低周波数の各摂動並びに非常に短い波長および非常に高い周波数の各摂動のそれぞれに関する安定性を代数的に求める。ここで長波長および非常に短い波長の摂動とはボイド率の摂動 (或いは密度波) を指す。そして長波長とは (13) 式～(17) 式の右辺の非同次項の各項の各種の摩擦や運動量交換および体積力等の従属変数に関する微分値の定常状態における値 $(\alpha_a F_a)_{\alpha_g}$, F_{av_g} および F_{av_l} らの影響が無視できない程度に小さい波数の長波長を指し, 非常に短い波長とは $(\alpha_a F_a)_{\alpha_g}$, F_{av_g} および F_{av_l} らの影響を無視できる程度に短い波長を指す ((48) 式および (109) 式参照)。一方, 低周波数および非常に高い周波数の摂動とは音波を指す。そして, ここで低周波数とは $(\alpha_a F_a)_{\alpha_g}$, F_{av_g} および F_{av_l} らの影響が無視できない外に熱的平衡が仮定できる程度に低い周波数を指し, 非常に高い周波数とはこれらの微分値の影響が無視できる程度に高い周波数を指す ((70) 式および (118) 式参照)。尚, 音波に関しては非常に高い周波数においては波数は正の実数になる ((121) 式参照)。

本解析では $v_g \geq v_l > 0$ とし蒸気-水の対向流は考えない。

2.2.1 長波長および低周波数の摂動に関する安定性について

二相間の物質移動 Γ_g に関する効果は無視できる場合には (45) 式の行列式の第 5 列は (5, 5) の要素以外はすべて零になる (E_{s_j} も附録 B の (B-13) 式から零になる) ことから次の 1 根を得る。

$$\varphi_1 = -k \alpha_g \rho_g v_{gl} / \rho \quad (46)$$

この式の添字の数字は索引番号を示す。この式に (41), (44) の両式を代入すれば

$$\omega_1 = k v_l \quad (47)$$

この式は二相間の物質移動を無視できる場合の液相エントロピーの摂動に関する散逸関係式を表す。この式において液相速度 v_l は実数であるから液相エントロピーの摂動に関して基礎方程式系は安定である。この場合には位相速度 $\omega_1 / k = v_l$ はこの摂動の伝播速度を表す。

(45) 式から得られる散逸関係式は上記の液相エントロピーの摂動の伝播特性の他に 4 個の波の伝播特性を含む。それらの波はボイド率 α_g の摂動あるいは密度波および音波である (これら 2 個の波は二相流体の流れに対して正負両方向に伝播する)。密度波は加熱二相流系において生じる密度波振動などにおける擾乱を二相流部において運ぶ波の一種である。密度波振動は周期が大体 1Hz 以下の低周波振動である。そしてこの振動においては蒸気-水各相の圧縮性は重要な因子ではない¹⁰⁾。従ってボイド率の摂動 $\delta \alpha_g$ と密度の摂動 $\delta \rho$ の間には $\delta \rho = -(\rho_l - \rho_g) \delta \alpha_g$ の関係が成り立つので両者の伝播特性は位相が 180 度異なる以外は同じである。以上の理由から以下の解析においては「ボイド率の摂動の伝搬波」の代りに「密度波」の表現を使う。

さて密度波の長波長成分に関する散逸関係式を導出する。上に述べた理由から蒸気-水各相の圧縮性を無視する。更に密度波の伝播特性に対しては二相間の物質移動の影響は強くないことが二相流の流動様式に関する

Baker 線図¹¹⁾などから知られているので蒸発率 Γ_g に関する効果は無視する。即ち, $\Gamma_{gp} = \Gamma_{gs_i} = 0$, $E_p = E_{s_i} = 0$ (附録Bの(B-12), (B-13)の各式参照)とする。以上の仮定を(45)式に適用すれば次式を得る。

$$\begin{aligned} & (\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g + C\rho) \varphi^2 + \{i[\alpha_g(F_{gv_l} - F_{lv_l}) - \alpha_l(F_{gv_g} - F_{lv_g})] \\ & + k[2(\alpha_g - \alpha_l)\rho_g \rho_l / \rho + C(\alpha_g \rho_g - \alpha_l \rho_l)] v_{gl}\} \varphi \\ & + ik[\alpha_g^2 \rho_g (F_{gv_l} - F_{lv_l}) + \alpha_l^2 \rho_l (F_{gv_g} - F_{lv_g})] \frac{v_{gl}}{\rho} + [\alpha_g(\alpha_l F_l)_{\alpha_g} - \alpha_l(\alpha_g F_g)_{\alpha_g}] \\ & - k^2[\alpha_g \alpha_l f_{\alpha_g} - \frac{\rho_g \rho_l}{\rho^2}(\alpha_g^3 \rho_g + \alpha_l^3 \rho_l - C\alpha_g \alpha_l \rho) v_{gl}^2] = 0 \end{aligned} \quad (48)$$

この式と(41)式から角周波数 ω の虚数部と実数部はそれぞれ次式になる。

$$\begin{aligned} \omega_I = \frac{1}{2K} \left\{ -L \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{(LL_1 - 2KM_1)}{|LL_1 - 2KM_1|} \left[\sqrt{[-L^2 + k^2(L_1^2 - 4KM_2)]^2 + 4k^2(LL_1 - 2KM_1)^2} \right. \right. \\ \left. \left. + L^2 - k^2(L_1^2 - 4KM_2) \right]^{1/2} \right\} \end{aligned} \quad (49)$$

$$\begin{aligned} \omega_R = kv + \frac{1}{2K} \left\{ -kL_1 \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{[-L^2 + k^2(L_1^2 - 4KM_2)]^2 + 4k^2(LL_1 - 2KM_1)^2} \right. \right. \\ \left. \left. - L^2 + k^2(L_1^2 - 4KM_2) \right]^{1/2} \right\} \end{aligned} \quad (50)$$

ここで

$$K = \alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g + C\rho \quad (51)$$

$$L = \alpha_g(F_{gv_l} - F_{lv_l}) - \alpha_l(F_{gv_g} - F_{lv_g}) \quad (52)$$

$$L_1 = [2(\alpha_g - \alpha_l)\rho_g \rho_l / \rho + C(\alpha_g \rho_g - \alpha_l \rho_l)] v_{gl} \quad (53)$$

$$M_1 = [\alpha_g^2 \rho_g (F_{gv_l} - F_{lv_l}) + \alpha_l^2 \rho_l (F_{gv_g} - F_{lv_g})] \frac{v_{gl}}{\rho} + [\alpha_g(\alpha_l F_l)_{\alpha_g} - \alpha_l(\alpha_g F_g)_{\alpha_g}] \quad (54)$$

$$M_2 = -\alpha_g \alpha_l f_{\alpha_g} + \frac{\rho_g \rho_l}{\rho^2} (\alpha_g^3 \rho_g + \alpha_l^3 \rho_l - C\alpha_g \alpha_l \rho) v_{gl}^2 \quad (55)$$

密度波に関する安定条件は $\omega_I \leq 0$ である。Lは矩形ダクト内層状流および気泡流に対しては附録Bの(B-18), (B-19), (B-21), (B-22) および(B-29), (B-30), (B-32), (B-33)の各式を用いれば

$$L = \frac{1}{4\alpha_g \alpha_l H} (\alpha_g^2 \lambda_l \rho_l v_l + \alpha_l^2 \lambda_g \rho_g v_g + f_{gl} \rho_g v_{gl}) : \text{矩形ダクト内層状流に対して} \quad (56)$$

$$L = \frac{1}{\alpha_g \alpha_l} [\alpha_g^2 \lambda_l \alpha_l \rho_l v_l / D_e + \alpha_l^2 \lambda_g \alpha_g \rho_g v_g / D_e + 3f_{gl} \alpha_g \rho_g v_{gl} / (4\gamma_p)] : \text{気泡流に対して} \quad (57)$$

となり, 矩形ダクト内層状流および気泡流においては $L > 0$ である。KとLは共に正の値であることを考慮すると安定条件は

$$\frac{1}{L} |LL_1 - 2KM_1| \leq \sqrt{L_1^2 - 4KM_2} \quad (58)$$

この式は特徴として波数 k を含まない。この式に(51)~(55)の各式を代入すれば

$$\begin{aligned} & |(\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g + C\rho) [\alpha_l(\alpha_g F_g)_{\alpha_g} - \alpha_g(\alpha_l F_l)_{\alpha_g}] - [\alpha_g(\alpha_l \rho_g + \frac{C\rho}{2})(F_{gv_l} - F_{lv_l}) \\ & + \alpha_l(\alpha_g \rho_l + \frac{C\rho}{2})(F_{gv_g} - F_{lv_g})] v_{gl} | [(\alpha_g(F_{gv_l} - F_{lv_l}) - \alpha_l(F_{gv_g} - F_{lv_g}))]^{-1} \\ & \leq \sqrt{\alpha_g \alpha_l (\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g + C\rho) f_{\alpha_g} + [(\frac{C\rho}{2})^2 - \alpha_g \alpha_l \rho_g \rho_l] v_{gl}^2} \end{aligned} \quad (59)$$

この安定条件を矩形ダクト内層状流および水平気泡流のそれぞれに対して適用してみる。

まず, 矩形ダクト内層状流に対しては(59)式は附録Bの(B-17)~(B-23)の各式を用いれば

$$\begin{aligned} & \bar{\alpha}_g \alpha_l |\rho_g \rho_l (\alpha_l \lambda_g v_g - \alpha_g \lambda_l v_l) + f_{gl} \rho_g (\rho_l - \rho_g) v_{gl}| v_{gl} / (\alpha_g^2 \lambda_l \rho_l v_l + \alpha_l^2 \lambda_g \rho_g v_g + f_{gl} \rho_g v_{gl}) \\ & \leq \sqrt{\alpha_g \alpha_l [(\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g)(\rho_l - \rho_g) gH - \rho_g \rho_l v_{gl}^2]} \end{aligned} \quad (60)$$

この安定条件から密度波の長波長成分に関する安定のための必要条件は

$$(\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g)(\rho_l - \rho_g) gH / (\rho_g \rho_l) > v_{gl}^2 \quad (61)$$

によって表され、重力が安定のための重要な因子であることが解る。相対速度 v_{gl} が大きい場合には (60) 式の条件が満たされず系は不安定になる。これはよく知られるヘルムホルツ不安定である。(60)式から液相の壁面摩擦は安定化効果をもつが蒸気相の壁面摩擦は二相境界摩擦と共に不安定効果をもつ。

(59) 式の右辺の根号内の第一項に含まれる $f_{v\alpha_g}$ ($= -f_{v\alpha_l}$) の値は正であれば安定化に寄与する。そしてこのことは密度波の非常に短い波長成分に関する安定性についても当て嵌まる((110) 式参照)。これは G. B. Wallis¹²⁾ の (6.82) 式の説明と基本的に一致する。

参考までに平行平板間層状流において各種の摩擦や運動量交換を無視できる場合の密度波の長波長成分に関する安定性を附録Dにおいて、S. Chandrasekar¹⁶⁾ が二次元の層状流に対して導いた散逸関係式を一次元の場合に適用して説明する。

次に水平気泡流における密度波の長波長成分に関する安定性を考察する。(59) 式に含まれる各係数に対して附録Bの(B-28) ~ (B-34)の各式の値(密度波に対しては $\Gamma_0 = 0$ としている)を代入すれば

$$\begin{aligned} & \left| \alpha_g \alpha_l (\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g + C\rho) \zeta_{\alpha_g} + \left[\alpha_g \left(\alpha_l \rho_g + \frac{C\rho}{2} \right) \zeta_{v_l} - \alpha_l \left(\alpha_g \rho_l + \frac{C\rho}{2} \right) \zeta_{v_g} \right] v_{gl} \right| \\ & \leq v_{gl} \sqrt{\left(\frac{C\rho}{2} \right)^2 - \alpha_g \alpha_l \rho_g \rho_l} \end{aligned} \quad (62)$$

ここで

$$\zeta_{\alpha_g} = \left[(\lambda_g \alpha_l \rho_g v_g^2 + \lambda_l \alpha_g \rho_l v_l^2) / (2D_e) + 3f_{gl} \rho_g v_{gl}^2 / (8r_p) \right] / \left[\alpha_g^2 (\lambda_l \alpha_l \rho_l v_l / D_e) + \alpha_l^2 (\lambda_g \alpha_g \rho_g v_g / D_e) + 3f_{gl} \alpha_g \rho_g v_{gl} / (4r_p) \right] \quad (63)$$

$$\zeta_{v_l} = \left[\lambda_l \alpha_g \alpha_l \rho_l v_l / D_e + 3f_{gl} \alpha_g \rho_g v_{gl} / (4r_p) \right] / \left[\alpha_g^2 (\lambda_l \alpha_l \rho_l v_l / D_e) + \alpha_l^2 (\lambda_g \alpha_g \rho_g v_g / D_e) + 3f_{gl} \alpha_g \rho_g v_{gl} / (4r_p) \right] \quad (64)$$

$$\zeta_{v_g} = \left[\lambda_g \alpha_g \alpha_l \rho_g v_g / D_e + 3f_{gl} \alpha_g \rho_g v_{gl} / (4r_p) \right] / \left[\alpha_g^2 (\lambda_l \alpha_l \rho_l v_l / D_e) + \alpha_l^2 (\lambda_g \alpha_g \rho_g v_g / D_e) + 3f_{gl} \alpha_g \rho_g v_{gl} / (4r_p) \right] \quad (65)$$

(62) 式の適用例として大気圧飽和状態の蒸気-水水平気泡流に対して適用してみる。ボイド率 $\alpha_g = 0.1$ および 0.4 の2つの場合を例にとる。Mandhane ら¹³⁾ の二相流流動様式線図を参考にして各相速度として $v_l = 5\text{m/s}$, $v_g = 10\text{m/s}$ を選ぶ。気泡流に対する二相境界摩擦係数としては次式³⁾を用いる。

$$f_{gl} = \frac{24}{\text{Re}_p} \left(1 + 0.15 \text{Re}_p^{0.687} \right) + \frac{0.42}{1 + 4.25 \times 10^4 \text{Re}_p^{-1.16}} \quad (66)$$

ここで

$$\text{Re}_p = \frac{2\rho_l r_p v_{gl}}{\mu_l} \quad (67)$$

$$r_p = \frac{\sigma W_{crit}}{2\rho_l v_{gl}^2} \quad (68)$$

(68) 式に含まれる σ は表面張力で、 W_{crit} は臨界 Weber 数で気泡流に対しては 1.24 が用いられる。壁面摩擦係数 λ_g および λ_l の各値は Moody 線図からそれぞれ 0.021 および 0.011 とする。等価直径 D_e は 0.1m, 仮想質量係数 C は 0.5 とする。以上において与えた各式, 各数値および蒸気表を用いて (62) 式の左辺を計算する。まず, (63), (64) および (65) の各式の値は, 二相境界摩擦損失に比べて壁面摩擦損失を無視できるので, それぞれ $\zeta_{\alpha_g} \doteq \frac{v_{gl}}{2\alpha_g}$, $\zeta_{v_l} \doteq 1$, $\zeta_{v_g} \doteq 1$ となる。これらの値を (62) 式に代入すれば

$$\frac{1}{2} \left| \alpha_l \rho_g + \alpha_g \alpha_l (\rho_g - \rho_l) + C\alpha_g \rho \right| \leq \sqrt{\left(\frac{C\rho}{2} \right)^2 - \alpha_g \alpha_l \rho_g \rho_l} \quad (69)$$

となり, ボイド率 α_g が 0.1, 0.4 の何れの場合もこの式を満足し安定である。この式は相対速度 v_{gl} を陽には含まないが壁面摩擦損失に比べて二相境界摩擦損失が十分大きいという条件のもとで成り立つ。

尚, 均質流に対しては $C=\infty$ が用いられる。この値および $v_{gl}=0$ を(48)式に代入すれば $\varphi=0$, 或いは(41)式を用いて散逸関係式 $\omega=k v$ が得られる。 $\omega_1=0$ であるので均質流は密度波の長波長成分に関しては中立安定である。

次に二相流基礎方程式系(13)式~(17)式に含まれる音波の低周波成分の減衰特性を調べる。減衰係数が正または零であるならばこの方程式系はこの低周波成分に関して安定であると表現できるだろう。音波の伝播特性を求めるために(45)式から複素波数 k に対する散逸関係式を導く。その際, 一様定常状態における各相速度は共に零とする(7), (19)のP4。各相速度に関してはそれらの摂動分のみを考慮する。この手続きによって矩形ダクト内層状流および水平気泡流に対しては(45)式に含まれる F_{ab} , $\alpha_g F_{gv_g} + \alpha_l F_{lv_g}$ および $\alpha_g F_{gv_l} + \alpha_l F_{lv_l}$ はすべて零になる。また, 水平二相流においては $(\alpha_a F_a)_{\alpha_g} = 0$ である。

(41)式によって φ は ω に置換える。液相は非圧縮性と仮定する。更に低周波数においては蒸気-水二相流系は熱的平衡状態にあると見做すことができる。これらの手続きおよび仮定を用いて(45)式を展開すれば

$$\begin{aligned} & \alpha_g \alpha_l^2 \rho_g \rho_l^2 T^s f_{ra_g} k^4 - \{ \rho_g \rho_l (E_{s_l} + i \alpha_l \rho_l T^s \omega) [\alpha_g (F_{gv_l} - F_{lv_l}) - \alpha_l (F_{gv_g} - F_{lv_g}) - i (\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g + C \rho) \omega] \\ & + \alpha_g \alpha_l^2 \rho_l^2 \rho_g^* T^s [\rho_g (f_{r_{i_g}} - \rho_g g H) \omega - i (\alpha_l f_{ra_g} - \rho_g g H) (F_{gv_g} - F_{lv_g} + i C \rho \omega)] \omega \} k^2 \\ & - [\alpha_l \rho_l (F_{gv_g} - F_{lv_g}) - \alpha_g \rho_g (F_{gv_l} - F_{lv_l})] [(\rho_l - \rho_g) (\alpha_l \rho_l \Gamma_{gp} - \alpha_g \rho_g S_g^* \Gamma_{gs_l}) T^s + \alpha_g \rho_l \rho_g^* E_{s_l}] \omega^2 \\ & - i \{ \alpha_l \rho_l T^s \cdot \alpha_g \rho_l \rho_g^* [\alpha_l \rho_l (F_{gv_g} - F_{lv_g}) - \alpha_g \rho_g (F_{gv_l} - F_{lv_l})] + \alpha_l \rho_l T^s (\rho_l - \rho_g) (\rho_g \rho_l + C \rho^2) \Gamma_{gp} \\ & - (\rho_g \rho_l + C \rho^2) [\alpha_g \rho_l \rho_g^* H_{gl} + \alpha_g (\rho_l - \rho_g) \rho_g S_g^* T^s] \Gamma_{gs_l} \} \omega^3 + \alpha_g \rho_l \rho_g^* \cdot \alpha_l \rho_l T^s (\rho_g \rho_l + C \rho^2) \omega^4 = 0 \quad (70) \end{aligned}$$

この式においては層状流に対する蒸発率 Γ_g に関する効果は無視している。

この式から得られる k の解の虚数部は矩形ダクト内層状流および水平気泡流における音波の低周波成分の減衰係数係数 η を与える。

具体例として水平気泡流において角周波数 $\omega \rightarrow 0$ における η を求める。この場合には附録Bの(B-34)式から $f_{ra_g} = 0$ であるので(70)式は k に関する2次方程式になり, その解の虚数部が低周波数における η を与える。その虚数部において $\omega \rightarrow 0$ とすれば次式になる。

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \eta = \mp \frac{\omega^2 |QS - qR|}{2Q \sqrt{|QR|}} \quad (71)$$

ここで

$$Q = \rho_g \rho_l [\alpha_g (F_{gv_l} - F_{lv_l}) - \alpha_l (F_{gv_g} - F_{lv_g})] E_{s_l} \quad (72)$$

$$q = \rho_g \rho_l \{ \alpha_l \rho_l T^s [\alpha_g (F_{gv_l} - F_{lv_l}) - \alpha_l (F_{gv_g} - F_{lv_g})] - (\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g + C \rho) E_{s_l} \} \quad (73)$$

$$R = [\alpha_l \rho_l (F_{gv_g} - F_{lv_g}) - \alpha_g \rho_g (F_{gv_l} - F_{lv_l})] [(\rho_l - \rho_g) (\alpha_l \rho_l \Gamma_{gp} - \alpha_g \rho_g S_g^* \Gamma_{gs_l}) T^s + \alpha_g \rho_l \rho_g^* E_{s_l}] \quad (74)$$

$$S = \alpha_l \rho_l T^s \{ \alpha_g \rho_l \rho_g^* [\alpha_l \rho_l (F_{gv_g} - F_{lv_g}) - \alpha_g \rho_g (F_{gv_l} - F_{lv_l})] + (\rho_l - \rho_g) (\rho_g \rho_l + C \rho^2) \Gamma_{gp} \} \quad (75)$$

$$- (\rho_g \rho_l + C \rho^2) [\alpha_g \rho_l \rho_g^* H_{gl} + \alpha_g \rho_g (\rho_l - \rho_g) S_g^* T^s] \Gamma_{gs_l} \quad (76)$$

(71)式の右辺の複号は上からそれぞれ正, 負各方向に伝播する音波に対応する。(71)式の導出に際して $Q=0$ および $R=0$ と仮定している。(72)~(76)の各式に附録Bの(B-39), (B-40), (B-42), (B-43)の各式および熱的平衡を仮定して得られる附録Bの(B-7), (B-9), (B-13)の各式, さらに蒸気相を理想気体と仮定して得られる

関係式 $\rho_g^* = \rho_g \left(\frac{1}{P} - \frac{V_{gl}}{H_{gl}} \right)$, $S_g^* = \frac{C_{vg} V_{gl}}{H_{gl}} + \left(\frac{P V_{gl}}{H_{gl}} - 1 \right) / (\rho_g T^s)$ を代入すれば

$$Q = - \frac{H_{gl}^2 (\alpha_g \rho_g F^{gl} + \Gamma_0) \Gamma_0}{\alpha_g \alpha_l V_{gl} C_P} \quad (77)$$

$$q = \rho_g \rho_l \left[\frac{\rho_l}{\alpha_g} (\alpha_g \rho_g F^{gl} + \Gamma_0) T^s + (\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g + C \rho) \frac{H_{gl}^2 \Gamma_0}{V_{gl} C_P} \right] \quad (78)$$

$$R = \frac{\rho H_{gl} \Gamma_0 (\alpha_g \rho_g F^{gl} + \Gamma_0)}{\alpha_g \alpha_l V_{gl} C_P^2} \left\{ \frac{(\rho_l - \rho_g) V_{gl} P}{H_{gl}} [\alpha_l \rho_l T^s C_l + \alpha_g (\rho_g T^s C_{vg} + P) - \frac{\alpha_g H_{gl}}{V_{gl}}] + \alpha_g \rho_g \rho_l U_{gl} \right\} \quad (79)$$

$$S = \frac{(\rho_g \rho_l + C \rho^2) H_g \Gamma_0}{V_{gl} C P} \left[\frac{\alpha_g \rho_g \rho_l}{P} U_{gl} + \alpha_g (\rho_l - \rho_g) \frac{V_{gl}}{H_{gl}} (\rho_g T^s C_{vg} + P - \frac{H_{gl}}{V_{gl}}) \right] - \left[\alpha_l \rho_l (\rho_l - \rho_g) (\rho_g \rho_l + C \rho^2) H_{gl} \Gamma_0 + \rho_g \rho_l^2 \rho (\alpha_g \rho_g F^{gl} + \Gamma_0) U_{gl} \right] \frac{T^s}{P} \quad (80)$$

ここで $U_{gl} = H_{gl} - P V_{gl}$ であり蒸発に伴う内部エネルギーの変化を表す。 H_{gl} , V_{gl} , Γ_0 および F^{gl} の記号説明は記号表にある。(77) ~ (80) の各式を (71) 式に代入して整理すれば

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \eta = \mp \frac{\alpha_l \rho_l V_{gl}^2 \left[\alpha_g^2 \alpha_l \rho_g^2 \rho \Gamma_0 H_{gl}^2 (\alpha_g U_{gl}^2 + \rho T^s C_v V_{gl}^2 P) - \rho T^s C_l (\alpha_g \rho_g F^{gl} + \Gamma_0) P^2 (\alpha_g U_{gl} - \rho T^s C_v V_{gl}) \right]}{2 \Gamma_0 (\alpha_g \rho_g F^{gl} + \Gamma_0) P H_{gl}^3 \sqrt{\rho (\alpha_g U_{gl}^2 + \rho T^s C_v V_{gl}^2 P)}} \omega^2 \quad (81)$$

ここで $C_v = (\alpha_g \rho_g C_{vg} + \alpha_l \rho_l C_l) / \rho$

81) 式は正方向の音波に対しては正の値である。従って角周波数 $\omega \rightarrow 0$ における音波の成分に関して基礎方程式系は安定である。

81) 式の数値例として圧力 0.69 MPa, ボイド率 $\alpha_g = 0.1$ の蒸気-水飽和の水平気泡流を取上げる。気泡半径 $r_p = 0.5$ mm と仮定する。その場合の右辺の各常数の値を附録 C に示す。結果は $\lim_{\omega \rightarrow 0} \eta = 1.5 \times 10^{-3} \omega^2 \text{m}^{-1}$ となる。

一方、蒸発率 Γ_g に関する効果を考慮しない場合 (その他は上記と殆んど同じ条件) における η の計算結果は B.N. Hanna¹⁴⁾ によって Fig. 1 に示される。両者を比較すると、 $\omega \rightarrow 0$ においては η は共に ω^2 に比例することからその η の値は蒸発率に関する効果を考慮した場合にはそうでない場合に比べて 4×10^5 倍程度大きいと予測される。尚、上記の計算例においては (77) 式および (79) 式の Q および R はそれぞれ負および正の値であり、先に示した (71) 式に含まれる仮定は妥当である。

2.2.2 長波長および低周波数の摂動の伝播速度について

本項においては層状流および水平気泡流における密度波の長波長成分および音波の低周波成分のそれぞれの伝播速度を求める。

まず、密度波の伝播速度 ω_R / k を求める。矩形ダクト内層状流に対しては (50) 式に含まれる係数 M_1 は附録 B の (B-17) ~ (B-22) の各式を用いて表せば

$$M_1 = \frac{v_{gl}}{4 \alpha_g \alpha_l \rho H} \left[\alpha_g^3 \rho_g (\lambda_l \rho_l v_l) - \alpha_l^3 \rho_l (\lambda_g \rho_g v_g) + (\alpha_g^2 \rho_g - \alpha_l^2 \rho_l) f_{gl} \rho_g v_{gl} \right] \quad (82)$$

この式および (51) ~ (53), (55), 附録 B の (B-23) の各式を (50) 式に代入すれば

$$\frac{\omega_R}{k} = \left[v - \frac{(\alpha_g - \alpha_l) \rho_g \rho_l v_{gl}}{(\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g) \rho} \right] \pm \frac{1}{\sqrt{2} k (\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g)} \left\{ \left(\left\{ - \left(\frac{L}{2} \right)^2 + k^2 \alpha_g \alpha_l [(\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g) (\rho_l - \rho_g) g H - \rho_g \rho_l v_{gl}^2] \right\}^2 \right)^{1/2} + k^2 \left\{ \frac{v_{gl}}{4H} [\rho_g \rho_l (\alpha_l \lambda_g v_g - \alpha_g \lambda_l v_l) + f_{gl} \rho_g (\rho_l - \rho_g)] \right\}^2 - \left(\frac{L}{2} \right)^2 + k^2 \alpha_g \alpha_l [(\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g) (\rho_l - \rho_g) g H - \rho_g \rho_l v_{gl}^2] \right\}^{1/2} \right] \quad (83)$$

ここで L は (56) 式に示される。 v は二相混合流の平均速度で (42) 式に示す。(83) 式においては仮想質量係数 $C=0$ としてある。(83) 式は矩形ダクト内層状流における密度波の長波長成分の伝播速度を表す。特に $v_{gl}=0$ の場合には (83) 式は次式になる。

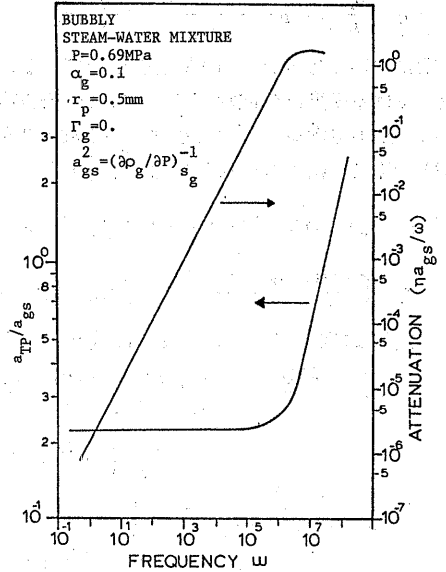


Figure 1 Dispersion and Attenuation vs. Frequency¹⁴⁾

$$\frac{\omega_R}{k} = \left[\begin{array}{l} v \\ v \pm \frac{1}{(\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g)} \sqrt{\alpha_g \alpha_l (\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g) (\rho_l - \rho_g) g H - \left[\frac{(\alpha_g^2 \lambda_l \rho_l + \alpha_l^2 \lambda_g \rho_g) v}{8kH\alpha_g \alpha_l} \right]^2} \end{array} \right] \begin{array}{l} : (kH)^2 \leq \frac{[(\alpha_g^2 \lambda_l \rho_l + \alpha_l^2 \lambda_g \rho_g) v / 8]^2}{(\alpha_g \alpha_l)^3 (\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g) (\rho_l - \rho_g) g H} \text{ に対して} \\ : (kH)^2 > \frac{[(\alpha_g^2 \lambda_l \rho_l + \alpha_l^2 \lambda_g \rho_g) v / 8]^2}{(\alpha_g \alpha_l)^3 (\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g) (\rho_l - \rho_g) g H} \text{ に対して} \end{array} \quad (84)$$

この式に含まれる条件のうち、前者は壁面摩擦の効果が、重力が液相に及ぼす力の効果に打勝つほど kH の値が小さい場合を表し、後者はその反対の場合を表す。

また、波数 $k \rightarrow 0$ における伝搬速度は (83) 式から

$$\lim_{k \rightarrow 0} \left(\frac{\omega_R}{k} \right) = v - \frac{(\alpha_g - \alpha_l) \rho_g \rho_l}{(\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g) \rho} v_{gl} \quad (85)$$

本節においては $\alpha_g < \alpha_l$ の仮定を用いているので (85) 式の右辺第二項は正の値である。(85) 式から矩形ダクト内層状流における密度波の波数 $k \rightarrow 0$ の成分の伝播速度は液相速度 v_l と速度 v_g との間にあることが解る。

次に水平気泡流における密度波の長波長成分の伝播速度を求める。(54) 式の M_1 の値は附録 B の (B-28) ~ (B-33) の各式 (密度波に対しては $\Gamma_0 = 0$ としている) を (54) 式に代入すれば

$$M_1 = \alpha_g \lambda_l \rho_l v_l^2 / (2D_e) + \alpha_l \lambda_g \rho_g v_g^2 / (2D_e) + \frac{v_{gl}}{\alpha_g \alpha_l \rho} \{ \alpha_g^3 \rho_g (\lambda_l \alpha_l \rho_l v_l / D_e) - \alpha_l^3 \rho_l (\lambda_g \alpha_g \rho_g v_g / D_e) \} \\ + 3 \left\{ \frac{2(\alpha_g^2 \rho_g - \alpha_l^2 \rho_l)}{\alpha_l \rho} + 1 \right\} f_{gl} \rho_g v_{gl}^2 / (8r_p) \quad (86)$$

この式および (51) ~ (53), (55), 附録 B の (B-34) の各式を (50) 式に代入すれば

$$\omega_R = kv - \frac{k[(\alpha_g - \alpha_l) \rho_g \rho_l + C(\alpha_g \rho_g - \alpha_l \rho_l) \rho / 2] v_{gl}}{(\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g + C\rho) \rho} \\ \pm \frac{1}{\sqrt{2(\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g + C\rho)}} \left\{ \left(\left\{ -\left(\frac{L}{2}\right)^2 + k^2 \left[\left(\frac{C\rho}{2}\right)^2 - \alpha_g \alpha_l \rho_g \rho_l \right] v_{gl}^2 \right\}^2 \right. \right. \\ \left. \left. + k^2 \left\{ \left[\alpha_l (\alpha_g \rho_l + \frac{C\rho}{2}) f_{vg} + \alpha_g (\alpha_l \rho_g + \frac{C\rho}{2}) f_{vl} \right] \frac{v_{gl}}{\alpha_g \alpha_l} - \alpha_g \alpha_l (\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g + C\rho) f_{\alpha_g} \right\}^2 \right) \right\}^{1/2} \\ - \left(\frac{L}{2} \right)^2 + k^2 \left[\left(\frac{C\rho}{2} \right)^2 - \alpha_g \alpha_l \rho_g \rho_l \right] \quad (87)$$

ここで L は (57) 式で表される。そして

$$f_{vg} = F_g v_g - F_{lv_g} = -[\lambda_g \rho_g v_g / D_e + 3f_{gl} \rho_g v_{gl} / (4\alpha_l r_p)] \quad (88)$$

$$f_{vl} = F_g v_l - F_{lv_l} = \lambda_l \rho_l v_l / D_e + 3f_{gl} \rho_g v_{gl} / (4\alpha_l r_p) \quad (89)$$

$$f_{\alpha_g} = \frac{1}{\alpha_g \alpha_l} [\alpha_l (\alpha_g F_g)_{\alpha_g} - \alpha_g (\alpha_l F_l)_{\alpha_g}] \\ = \frac{-1}{\alpha_g \alpha_g} \{ (\alpha_l \lambda_g \rho_g v_g^2 + \alpha_g \lambda_l \rho_l v_l^2) / (2D_e) + 3f_{gl} \rho_g v_{gl}^2 / (8r_p) \} \quad (90)$$

気泡流においては 2.2.1 項においてすでに述べたように、通常二相境界摩擦力に比べて壁面摩擦力は無視できる。(57) および (88) ~ (90) の各式において壁面摩擦項を無視した結果を (87) 式に代入すれば次式を得る。

$$\frac{\omega_R}{k} = v - \frac{[(\alpha_g - \alpha_l) \rho_g \rho_l + C(\alpha_g \rho_g - \alpha_l \rho_l) \rho / 2] v_{gl}}{(\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g + C\rho) \rho} \\ \pm \frac{3f_{gl} \alpha_g \rho_g v_{gl}}{4\sqrt{2}k\alpha_g \alpha_l (\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g + C\rho) r_p} \left\{ \left\{ -\frac{1}{4} + k^2 \left(\frac{4\alpha_l r_p}{3f_{gl} \rho_g} \right)^2 \left[\left(\frac{C\rho}{2} \right)^2 - \alpha_g \alpha_l \rho_g \rho_l \right] \right\}^2 \right. \\ \left. + k^2 \left(\frac{4\alpha_l r_p}{3f_{gl} \rho_g} \right)^2 \left[\alpha_g \alpha_l (\rho_l - \rho_g) + \frac{C}{2} (\alpha_l - \alpha_g) \rho - \frac{\alpha_l}{2} (\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g + C\rho) \right]^2 \right\} \quad (402)$$

$$-\frac{1}{4} + k^2 \left(\frac{4\alpha_l \rho_l}{3f_g \rho_g} \right)^2 \left\{ \left(\frac{C\rho}{2} - \alpha_g \alpha_l \rho_g \rho_l \right) \right\}^{1/2} \quad (91)$$

この式は水平気泡流における密度波の長波長成分の伝播速度を表す。特に波数 $k \rightarrow 0$ においては

$$\lim_{k \rightarrow 0} \left(\frac{\omega_R}{k} \right) = v - \frac{\{ (\alpha_g - \alpha_l) \rho_g \rho_l + C (\alpha_g \rho_g - \alpha_l \rho_l) \rho / 2 \} v_{gl}}{(\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g + C\rho) \rho} \quad (92)$$

この式の右辺の値は各相速度 v_l と v_g の間にある。仮想質量係数 C は気泡流に対しては 0.5 以上が用いられる。この式において $C=0$ (分離流に適用) とすれば (85) 式になる。

次に水平気泡流における音波の低周波成分の伝播速度を求める。(70) 式は既に述べたように水平気泡流に対しては k に関する 2 次方程式になる。その式から k の解を求めるとその実数部 k_R は次式になる。

$$k_R = \frac{\omega}{a} = \mp \frac{(QS - qR)}{|QS - qR|} \frac{\omega}{|Q| \sqrt{|QR|}} \sqrt{(QR)^2 + \frac{1}{4} (QS - qR)^2 \omega^2} \quad (93)$$

ここで Q , q , R および S はそれぞれ (77) ~ (80) の各式で表される。(93) 式を導くに当たって (71) 式の場合と同じように $Q < 0$ および $R > 0$ と仮定してある。2.2.1 項において述べたようにこの仮定は妥当である。

(93) 式から角周波数 $\omega \rightarrow 0$ における音速を求めてみる。(93) 式の Q および R に熱的平衡を仮定して求めた (77) 式および (79) 式を代入して $\omega \rightarrow 0$ とすれば次式を得る。

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} a = \pm \left\{ \alpha_g \rho \left[\frac{1}{P} \left(\frac{U_{gl}}{H_{gl}} \right)^2 + \frac{\rho C_v T^s}{\alpha_g} \left(\frac{V_{gl}}{H_{gl}} \right)^2 \right] \right\}^{-1/2} \quad (94)$$

この式は R. C. Meccredy ら⁷⁾ の (20) 式と一致する。(94) 式を用いて 2.2.1 項において用いた例題、即ち圧力 0.69 MPa、ボイド率 $\alpha_g = 0.1$ の蒸気-水飽和水平気泡流について附録 C に示す各常数を用いて $\omega \rightarrow 0$ における音速を求めると 6.7 m/s である。一方、蒸発率 Γ_g に関する効果を考慮しない場合 (その他は上記と殆んど同じ条件) における計算結果は B. N. Hanna ら¹⁴⁾ によって Fig. 1 に示され、大体 100 m/s である (Fig. 1 において a_{gs} は気相の断熱的音速であり、その値は 486 m/s である)。両者を比較すれば蒸発率 Γ_g に関する効果を考慮した場合には、そうでない場合に比べて 0.07 倍程度になることが予測される。

2.2.3 非常に短い波長の摂動に関する定定性と摂動の伝播速度について

非均質二相流基礎方程式系はそれに含まれる密度波の非常に短い波長成分に関して非物理的不安定になりうることはよく知られている^{5) 6) 15)}。本項ではこの密度波の非常に短い波長成分に関する安定性並びに音波の非常に高い周波数成分に関する安定性を線形安定性解析によって求める。更にこれらの波の成分の伝播速度を求める。

非常に短い波長の摂動に関しては (49) 式は次式に簡単化される。

$$\begin{vmatrix} \rho_g(\varphi - k \frac{\alpha_l \rho_l}{\rho} v_{gl}) & \alpha_g \rho_g^* (\varphi - k \alpha_l \rho_l v_{gl} / \rho) & -k \alpha_g \rho_g & 0 & 0 \\ (\rho_l - \rho_g)\varphi + k \frac{\rho_g \rho_l}{\rho} v_{gl} & -(\alpha_l(\rho_l' + \rho_l'') + \alpha_g \rho_g^*)\varphi & k \alpha_g \rho_g & k \alpha_l \rho_l & 0 \\ k f_{ra_g} & 0 & -(\rho_g + C\rho)\varphi & (\rho_l + C\rho)\varphi & 0 \\ -k(\alpha_l f_{ra_g} - \rho_g g H) & k & +k(\alpha_l \rho_l - C \alpha_g \rho) \frac{\rho_g}{\rho} v_{gl} & +k(\alpha_g \rho_g - C \alpha_l \rho) \frac{\rho_l}{\rho} v_{gl} & 0 \\ 0 & \alpha_g \rho_g S_g^* T^s (\varphi - k \alpha_l \rho_l \frac{v_{gl}}{\rho}) & 0 & 0 & \alpha_l \rho_l T^s (\varphi + k \frac{\alpha_g \rho_g}{\rho} v_{gl}) \end{vmatrix} = 0 \quad (95)$$

この式を展開すれば

$$\begin{aligned} & (\varphi + k \alpha_g \rho_g v_{gl} / \rho) \left\{ \varphi^4 + k \left[\frac{\rho_g \rho_l (\alpha_g \rho_g - \alpha_l \rho_l)}{\rho_g \rho_l + C\rho^2} - \alpha_l \rho_l + \frac{\alpha_g \rho_g (\alpha_g \rho_l \rho_g^* + \alpha_l \rho_g \rho_l') - \alpha_l^2 \rho_g \rho_l \rho_l''}{\alpha_g \rho_l \rho_g^* + \alpha_l \rho_g (\rho_l' + \rho_l'')} \right] \frac{v_{gl}}{\rho} \varphi^3 \right. \\ & \left. - k^2 \alpha_g^2 \varphi^2 - \frac{k^3 \alpha_g^2 \{ 2(\alpha_g - \alpha_l) \rho_g \rho_l + C(\alpha_g \rho_g - \alpha_l \rho_l) \rho - 2\alpha_g \alpha_l^2 \rho_l \rho_g^* (f_{ra_g} - \rho_g g H) \}}{(\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g + C\rho) \rho} v_{gl} \varphi \right\} \end{aligned} \quad (403)$$

$$+ \frac{k^4 a_c^2 \alpha_g \alpha_l f_{v\alpha_g}}{\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g + C\rho} - \frac{k^4 a_c^2 \{ \alpha_g^3 \rho_g + \alpha_l^3 \rho_l + \alpha_g \alpha_l^3 \rho_l \rho_g^* (f_{v\alpha_g} - \rho_g gH) / \rho_g - C \alpha_g \alpha_l \rho \} \rho_g \rho_l}{(\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g + C\rho) \rho^2} v_{gl}^2 \} = 0 \quad (96)$$

ここで

$$a_c^2 = \frac{(\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g + C\rho) \rho}{\rho_g \rho_l + C\rho^2} a_m^2 \quad (97)$$

$$a_m^2 = \frac{\rho_g \rho_l}{[\alpha_g \rho_l \rho_g^* + \alpha_l \rho_g (\rho_l' + \rho_l'')] \rho} \quad (98)$$

a_c は定常状態における各流動様式の音速である。C = 0 とすれば層状流における音速になる。

(96) 式に

$$\tilde{\varphi} = \varphi / (ka_c) \quad (99)$$

$$\tilde{v}_{gl} = v_{gl} / a_c \quad (100)$$

を代入すれば

$$\begin{aligned} & (\tilde{\varphi} + \alpha_g \rho_g \tilde{v}_{gl} / \rho) \left\{ \tilde{\varphi}^4 + \left[\frac{(\alpha_g \rho_g - \alpha_l \rho_l) \rho_g \rho_l}{\rho_g \rho_l + C\rho^2} - \alpha_l \rho_l + \frac{\alpha_g \rho_g (\alpha_g \rho_l \rho_g^* + \alpha_l \rho_g \rho_l') - \alpha_l^2 \rho_g \rho_l \rho_l''}{\alpha_g \rho_l \rho_g^* + \alpha_l \rho_g (\rho_l' + \rho_l'')} \right] \frac{\tilde{v}_{gl}}{\rho} \tilde{\varphi}^3 \right. \\ & - \tilde{\varphi}^2 - \frac{[2(\alpha_g - \alpha_l) \rho_g \rho_l + C(\alpha_g \rho_g - \alpha_l \rho_l) \rho - 2\alpha_g \alpha_l^2 \rho_l \rho_g^* (f_{v\alpha_g} - \rho_g gH)]}{(\alpha_g \rho_g + \alpha_l \rho_g + C\rho) \rho} \tilde{v}_{gl} \tilde{\varphi} \\ & \left. + \frac{\alpha_g \alpha_l f_{v\alpha_g}}{a_c^2 (\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g + C\rho)} - \frac{[\alpha_g^3 \rho_g + \alpha_l^3 \rho_l + \alpha_g \alpha_l^3 \rho_l \rho_g^* (f_{v\alpha_g} - \rho_g gH) / \rho_g - C \alpha_g \alpha_l \rho] \rho_g \rho_l}{(\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g + C\rho) \rho^2} \tilde{v}_{gl}^2 \right\} = 0 \end{aligned} \quad (101)$$

この式の $\tilde{\varphi}$ の近似解は $\tilde{v}_{gl} = 0$ として得られる。その結果として

$$\tilde{\varphi}_{1,2,3} \doteq 0 \quad (102)$$

$$\tilde{\varphi}_{4,5} \doteq \pm 1 \quad (103)$$

或いは(41), (99)の両式を用いて

$$\omega_{1,2,3} \doteq kv \quad (104)$$

$$\omega_{4,5} \doteq k(v \pm a_c) \quad (105)$$

さて、上で求めた近似解を参考にして(101)式の解を求める。この式の1次因数から直ちに

$$\tilde{\varphi}_1 = -\frac{\alpha_g \rho_g}{\rho} \tilde{v}_{gl} \quad (106)$$

或いは(41), (99)の両式を用いて

$$\begin{aligned} \omega_1 &= k \left(v - \frac{\alpha_g \rho_g}{\rho} v_{gl} \right) \\ &= kv_l \end{aligned} \quad (107)$$

この散逸関係式は低周波数における(47)式に対応し、液相エントロピーの摂動の非常に高い周波数成分の伝播特性を表す。

さて、基礎方程式系(13)式~(17)式の非常に短い波長成分に関する安定性は附録Eの(E-4)式に示すように、この方程式系の特性根 λ と次の関係がある。⁶⁾

$$\lim_{k \rightarrow \infty} |\lambda^{-1} - k/\omega| = 0 \quad (E-4)$$

そして特性根 λ の実数部および虚数部はそれぞれ波の非常に短い波長成分の伝播速度および時間的な成長を表すことはよく知られている。液相エントロピーの摂動の伝播特性に関しては、(107)式から $k/\omega_1 = \lambda_1^{-1} = v_l^{-1}$ は実数であるから液相エントロピーの摂動の非常に高い周波数成分(非常に短い波長成分)に関して基礎方程式系は安定である。そして液相速度 v_l はこの成分の伝播速度である。

(102)式の近似解から(107)式の解の他にまだ2個の大きさが1に比べて遥かに小さい解 $\tilde{\varphi}_{2,3}$ があることが推察される。そこで、(101)式の4次因数において $\tilde{\varphi}$ の3乗以上の項を無視すると次式を得る。

$$\begin{aligned}
& (\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g + C\rho) \rho^2 \tilde{\varphi}^2 + 2 \left\{ (\alpha_g - \alpha_l) \rho_g \rho_l + \frac{C}{2} (\alpha_g \rho_g - \alpha_l \rho_l) \rho - \alpha_g \alpha_l^2 \rho_l \rho_g^* (f_{v\alpha_g} - \rho_g gH) \right\} \rho \tilde{v}_g \tilde{\varphi} \\
& - \frac{1}{\alpha_g^2} \alpha_g \alpha_l \rho^2 f_{v\alpha_g} + \left[\alpha_g^3 \rho_g + \alpha_l^3 \rho_l + \alpha_g \alpha_l^3 \rho_l \rho_g^* (f_{v\alpha_g} - \rho_g gH) / \rho_g - C \alpha_g \alpha_l \rho \right] \rho_g \rho \tilde{v}_g^2 = 0 \quad (108)
\end{aligned}$$

この式に (99), (100) の両式を代入すれば

$$\begin{aligned}
& (\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g + C\rho) \varphi^2 + \frac{2k}{\rho} \left\{ (\alpha_g - \alpha_l) \rho_g \rho_l - \alpha_g \alpha_l^2 \rho_l \rho_g^* (f_{v\alpha_g} - \rho_g gH) + \frac{C}{2} (\alpha_g \rho_g - \alpha_l \rho_l) \rho \right\} v_g \varphi \\
& - \frac{k^2}{\rho^2} \left\{ \alpha_g \alpha_l \rho^2 f_{v\alpha_g} - \left[\alpha_g^3 \rho_g + \alpha_l^3 \rho_l + \alpha_g \alpha_l^3 \rho_l \rho_g^* (f_{v\alpha_g} - \rho_g gH) / \rho_g - C \alpha_g \alpha_l \rho \right] \rho_g \rho_l v_g^2 \right\} = 0 \quad (109)
\end{aligned}$$

この式は密度波の長波長成分に関する散逸関係式 (48) 式において各種の摩擦, 運動量交換および体積力等に関する効果をすべて無視した式に一致する。但し, (48) 式では蒸気, 水各相の非圧縮性を仮定しているが (109) 式では圧縮性の効果を含む。しかし, この効果は (111) 式に関して説明するように殆んど無視できる。そして非常に短い波長においては上記の摩擦, 運動量交換および体積力等に関する効果は無視できるので (109) 式は結果的に密度波の非常に短い波長に関する散逸関係式であることがわかる。(109) 式の解を (41) 式を用いて表せば

$$\begin{aligned}
\omega_{2,3} &= kv + \frac{k}{(\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g + C\rho)} \left\{ \left[(\alpha_l - \alpha_g) \rho_g \rho_l + \frac{C}{2} (\alpha_l \rho_l - \alpha_g \rho_g) \rho + \alpha_g \alpha_l^2 \rho_l \rho_g^* (f_{v\alpha_g} - \rho_g gH) \right] \frac{v_g}{\rho} \right. \\
&\quad \left. \pm \sqrt{\alpha_g \alpha_l (\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g) f_{v\alpha_g} + \left(\frac{C\rho}{2} \right)^2 v_g^2 - \alpha_g \alpha_l \rho_l \left\{ \rho_g + \alpha_l \rho_l \rho_g^* (f_{v\alpha_g} - \rho_g gH) \left[\alpha_l (\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g) - 2(\alpha_l - \alpha_g) \rho_g \right] \rho^{-2} \right\} v_g^2} \right\} \quad (110)
\end{aligned}$$

この式を (43), (44) の両式を用いて書換えれば

$$\omega_{2,3} = k(V \pm A) \quad (111)$$

ここで

$$V = \frac{\{\alpha_l (\rho_g + \alpha_g \alpha_l \rho_l \rho_g^* (f_{v\alpha_g} - \rho_g gH) / \rho) + C\rho / 2\} v_g + \{\alpha_g (\rho_l - \alpha_l^2 \rho_l \rho_g^* (f_{v\alpha_g} - \rho_g gH) / \rho) + C\rho / 2\} v_l}{(\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g + C\rho)} \quad (112)$$

$$A^2 = \frac{\alpha_g \alpha_l (\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g) f_{v\alpha_g} + \left[\left(\frac{C\rho}{2} \right)^2 - \alpha_g \alpha_l \rho_g \rho_l \right] v_g^2}{(\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g + C\rho)} \quad (113)$$

(110) 式の根号内の圧縮性効果を含む項はそれを含まない項に比べて十分小さいので (111) 式においては無視している。

(111) 式を用いて矩形ダクト内層状流および気泡流のそれぞれについて密度波の非常に短い波長成分に関する安定性を調べる。まず, 矩形ダクト内層状流においては $f_{v\alpha_g}$ の値として附録 B の (B-23) 式, 仮想質量係数 C としては零をそれぞれ (111) 式に代入する。その結果

$$(\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g) (\rho_l - \rho_g) gH < \rho_g \rho_l v_g^2 \quad (114)$$

の場合には (111) 式から得られる $-\frac{\omega_{2,3}}{k}$ ($=\lambda_{2,3}$) は複号の虚数部を含み基礎方程式系は不安定である。また,

気泡流においては $f_{v\alpha_g} = 0$ であるので

$$\left(\frac{C\rho}{2} \right)^2 < \alpha_g \alpha_l \rho_g \rho_l \quad (115)$$

の場合には (111) 式は複号の虚数部を含みやはり不安定である。尤も, (115) 式は $C \geq 1$ の場合には α_g, α_l (何れも零ではないと仮定している), ρ_g および ρ_l の各値に関係なく成立しない。

このような密度波の短波長成分に基づく基礎方程式系 (13) 式~(17) 式の不安定は非物理的不安定である。そ

の理由はこの基礎方程式系に二次の微分項、例えば粘性項 $\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_a \frac{\partial v_a}{\partial x} \right)$ 或いは二相境界に働く表面張力項などを補足することによってこれらの短波長における不安定を取除くことができるからである。これらの項は短波長において大きな値になるが長波長においては無視できる。(114)式に含まれる $(\rho_l - \rho_g) gH (= f_{\nu} \alpha_g)$ および(115)式に含まれる仮想質量係数Cはそれぞれ矩形ダクト内層状流および気泡流における密度波の短波長における基礎方程式系の非物理的不安定を抑制する効果をもつことが解る。このことに関連して、既に述べたように(60)式の右辺の根号内の $(\rho_l - \rho_g) gH (= f_{\nu} \alpha_g)$ は矩形ダクト内層状流に起りうる長波長の物理的不安定(ヘルムホルツ不安定)を抑制する効果をもつ。実際に基礎方程式系を数値解法によって解く場合においては上に述べた非物理的不安定(初期値問題として不適切)はその差分方程式系に表面張力項或いは陰または陽に人工粘性項を補足するなどの数値技法を用いて解決される。附録Aにおいては RELAP5/MOD1コード³⁾に含まれる差分方程式系に用いられる人工粘性について説明してある。

矩形ダクト内層状流および気泡流における密度波の非常に短い波長成分の伝播速度は(111)式から求めることができる。即ち、

$$\frac{(\omega_R)_{2,3}}{k} (= \lambda_R)_{2,3} = V; (114) \text{式または(115)式が成立する場合} \quad (116)$$

$$\frac{\omega_{2,3}}{k} (= \lambda_{2,3}) = V \pm A; (114) \text{式または(115)式が成立しない場合} \quad (117)$$

ここで、仮想質量係数Cおよび係数 $f_{\nu} \alpha_g$ の各値には矩形ダクト内層状流に対してはそれぞれ零および $(\rho_l - \rho_g) gH$ (附録Bの(B-23)式)、気泡流に対してはそれぞれ0.5以上および零を用いる。

最後に(103)式の近似解から大きさが1に近い $\tilde{\varphi}$ の2個の解があることが推察される。(101)式の4次因数において $|\tilde{\varphi}| \approx 1$ と見做すと常数項は無視できて次式になる。

$$\tilde{\varphi}^3 + \left\{ \frac{(\alpha_g \rho_g - \alpha_l \rho_l) \rho_g \rho_l}{\rho_g \rho_l + C \rho^2} - \alpha_l \rho_l + \frac{\alpha_g \rho_g (\alpha_g \rho_l \rho_g^* + \alpha_l \rho_g \rho_l') - \alpha_l^2 \rho_g \rho_l \rho_l''}{\alpha_g \rho_l \rho_g^* + \alpha_l \rho_g (\rho_l' + \rho_l'')} \right\} \frac{\tilde{v}_{gl}}{\rho} \tilde{\varphi}^2 - \tilde{\varphi} - \frac{[2(\alpha_g - \alpha_l) \rho_g \rho_l + C(\alpha_g \rho_g - \alpha_l \rho_l) \rho - 2\alpha_g \alpha_l^2 \rho_l \rho_g^* (f_{\nu} \alpha_g - \rho_g gH)]}{(\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g + C \rho) \rho} \tilde{v}_{gl} = 0 \quad (118)$$

この式の大きさが凡よそ1の2個の解は

$$\tilde{\varphi}_{4,5} = Y \tilde{v}_{gl} \pm 1 \quad (119)$$

ここで

$$Y = \frac{\alpha_g \rho_g (\rho_l + C \rho / 2) - \alpha_l \rho_l (\rho_g + C \rho / 2) - \alpha_g \alpha_l^2 \rho_l \rho_g^* (f_{\nu} \alpha_g - \rho_g gH)}{(\alpha_g \rho_l + \alpha_l \rho_g + C \rho) \rho} + \frac{a_m^2}{2(\rho_g \rho_l + C \rho^2)} \left\{ (\alpha_l \rho_l - \alpha_g \rho_g) (2\rho_g \rho_l + C \rho^2) (\alpha_g \rho_l \rho_g^* + \alpha_l \rho_g \rho_l') / (\rho_g \rho_l) + \alpha_l [(3\alpha_l \rho_l - \alpha_g \rho_g) \rho_g + 2C \alpha_l \rho^2] \rho_l'' \right\} \quad (120)$$

(119)式においては \tilde{v}_{gl} の2乗以上の項は無視してある。

(119)式に(41)、(99)および(100)の各式を代入すれば

$$\omega_{4,5} = k(v \pm a_c + Y v_{gl}) \quad (121)$$

この式は矩形ダクト内層状流および気泡流における圧縮性波(compressibility wave)¹²⁾の非常に高い周波数成分に関する散逸関係式を表す。この式については(107)式に続く説明から解るように $\frac{\omega_{4,5}}{k} (= \lambda_{4,5})$ は実

数であるから矩形ダクト内層状流および気泡流における圧縮性波の非常に高い周波数成分に関して基礎方程式系は安定である。そしてその周波数成分の伝播速度は(121)式から

$$\frac{\omega_{4.5}}{k} = \lambda_{4.5} = v + Y v_{gl} \pm a_c \tag{122}$$

本項で求めた非常に短い波長の摂動に関する散逸関係式((107), (111)および(121)の各式)はすべて基礎方程式系(13)式~(17)式における時間および空間に関する微分を含まない項, 即ち右辺の非同次項の影響を受けない。従ってこれらの項は基礎方程式系の初期値問題としての適切性には関係ない。

3. 実際の加熱二相流系における密度波および圧縮性波について

実際の二相流系において起りうる二相流の不安定にはよく知られているように静的および動的な不安定がある^{9), 10), 17), 18), 20)}。前者は定常状態における法則によって説明できるもので, 流れ逸走(Ledinegg不安定), フローパターン遷移不安定, バンピング, チャギング, ガイセリングなどがある。一方, 動的不安定には密度波振動, 音波振動, 圧力降下振動などがある。動的不安定の特徴はその機構が二相流体の慣性と, 擾乱のフィードバック効果に基づくことである。系に加わる外乱の影響は大雑把に云って二種の波, 即ち密度波および圧縮性波によって系の他の点に運ばれる。これらの波の伝播速度は有限であるからこの輸送にはある時間を要する。従って外乱の影響はある時間を経て最初に外乱が加わった点にフィードバックされる。そして新たな擾乱を誘起する。そしてその擾乱がある条件(振巾および位相ずれ)を満たす場合には自励振動に発達する。

密度波振動は Fig. 2 に示すような加熱器と出口絞りを通る配管および給水タンクからなる系などにおいて観察される。

Fig. 2において入口圧力 P_1 と出口圧力 P_e は一定とする。加熱器の蒸気発生率も一定とする。さて, 定常状態において流量の統計的な変動などが原因で出口絞りの圧力降下が急に僅か減少したとする。出口圧力降下($P_0 - P_e$)におけるこの減少は圧縮性波の伝播速度(気泡流部分の伝播速度は, (122)式で表される。但し, この式は一様

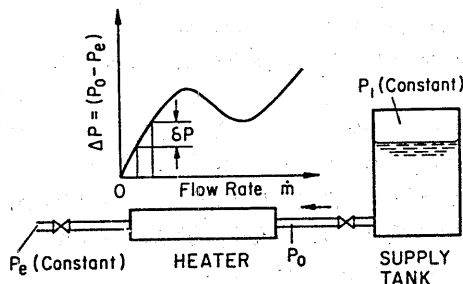


Fig. 2 Simplified system for density-wave type oscillations.¹⁷⁾

定常状態(2.2節参照)において与える摂動から導かれるので加熱部気泡流に対しては近似値を与える)で殆んど瞬間的に入口へ伝播されて P_0 は減少する。その結果, 入口流量は僅かに増加して前よりも密度の大きい密度波が沸騰境界から出口絞りに伝播する。その結果, 出口圧力降下は僅かに増加し($P_1 - P_0$)は減少する。それ故, 入口流量は僅かに減少して前よりも密度の小さい密度波が沸騰境界から出口絞りへ伝播する。出口絞りの圧力降下の僅かの減少は圧縮性波の伝播速度で殆んど瞬間的に入口に伝わり入口流量は僅かに増加する。このようにして振動の1周期は大きい密度と小さい密度の各密度波を1つつ含む。Fig. 3に密度波振動のブロック線図を示す。

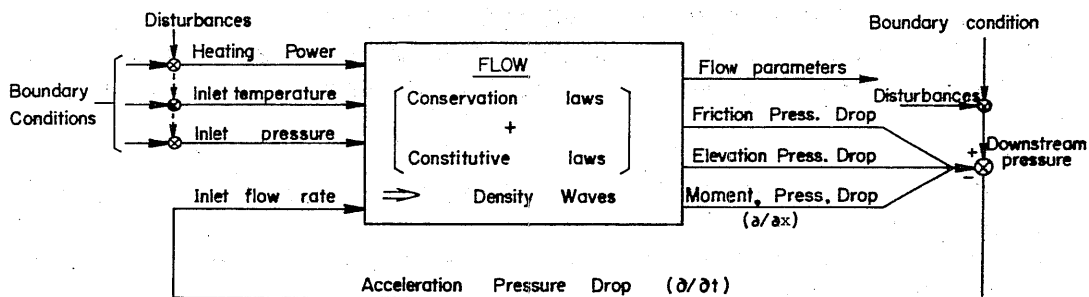


FIG. 3 Pure density wave oscillations mechanism.²⁰⁾