

# 不規則波中に於ける係留浮体の長周期運動と 係留力のシミュレーションについて

加藤 俊司\*

## On the Simulations of Slow Drift Motions and Mooring Forces of a Moored Floating Platform in Random Waves

By  
Shunji KATO

### Abstract

The purpose of this paper is to develop the simulation program of slow drift motions and mooring forces of moored floating structures.

The simulation is based on the system functional method (modified Wiener's filtering theory) which is evaluated by using the quadratic transfer function computed from pressure integrals over the instantaneous wetted surface of a floating body. Comparisons between simulated results and experimental ones have been conducted both frequency and time domains, and it has been confirmed that both results are in good agreement while the problem that the added mass and the damping force in still water are modified in waves remains unsolved. Furthermore it has been found from these comparisons that the hydro-dynamic forces acting on the mooring lines should be considered to estimate the mooring forces.

### 目 次

1. 緒 言 .....	36	2.4 模型試験結果と理論計算結果との比較 .....	43
2. 長周期運動 .....	36	2.4.1 模型試験 .....	43
2.1 研究の現状 .....	36	2.4.2 理論計算の概要 .....	44
2.2 波漂流力のボルテラ汎関数級数表示と ウィナー理論の応用 .....	39	2.4.3 前後揺れの流体力特性 .....	45
2.2.1 ボルテラ汎関数級数と波漂流力との 関係 .....	40	2.4.4 前後揺れの線形周波数応答関数 .....	46
2.2.2 ウィナー-ル波理論の応用 .....	41	2.4.5 定常波漂流力特性 .....	48
2.3 線形波力及び2次のオーダーの波力の 応答関数の推定 .....	42	2.4.6 変動波漂流力特性 .....	51
		2.4.7 波浪中に於ける長周期運動の流体力 係数の変化 .....	54
		3. 線形ばねで係留された浮体の 動揺シミュレーション .....	55
		3.1 時間領域の運動方程式とその解法 .....	55
		3.1.1 運動方程式とその解法 .....	55
		3.1.2 時間領域に於ける流体力とその求め方 .....	55
		3.1.3 時間領域での粘性流体力 .....	56

\* 海洋開発工学部

原稿受付：昭和62年9月1日

3.1.4 時間領域の波力 .....	56
3.2 シミュレーション結果と試験結果との比較 ..	56
4. 索鎖係留ラインで係留された係留浮体の動揺 と係留ラインに働く張力のシミュレーション.....	59
4.1 係留反力の取扱 .....	59
4.1.1 現 状 .....	59
4.1.2 水槽模型試験による検討 .....	59
4.2 実機シミュレーション例 .....	67
4.2.1 対象構造物の概要 .....	67
4.2.2 波の自然環境条件 .....	67
4.2.3 実機の動揺及び係留力の シミュレーション .....	68
5. 結 言 .....	69
謝 辞 .....	69
参考文献 .....	70
Appendix A 正則摂動法に基づく波漂流力の理論 ..	71
Appendix B クロスバースペクトルの推定法 .....	76
Appendix C 固定鉛直円柱に働く粘性漂流力 .....	77

## 1. 緒 言

近年、海洋資源、海洋エネルギーの開発利用、海洋スペースの有効利用等の観点から、海洋構造物に対する需要が急速に拡大しつつある。とりわけ、深海域、浅海域を問わず建造可能である浮遊式海洋構造物は、海洋開発が深海へと移行行く傾向と相まって、今後その需要は一層増加することが予想される。しかし、過酷な自然環境条件下に置かれるこうした浮遊式海洋構造物の設計に際して、それらを安全に係留する係留システムの設計法や評価法の開発が重要な課題となる。

一般に、係留された浮遊式海洋構造物は、係留系による復原力に比べて排水量がかなり大きいため、水平面動揺に対して長い固有周期を持つ。そのため、不規則波中において、変動漂流力として知られる2次のオーダーの波力の長周期成分と構造物の水平面内動揺の固有周期とが同調して、極めて大きな振幅の長周期動揺が起こる可能性がある。このような長周期動揺は、構造物の位置保持に対し問題となるばかりでなく、係留ラインの破断等の重大な事故を招く可能性があるため、係留システムの安全設計上不可欠の重要項目の一つである。

最近になってようやく浮遊式海洋構造物の係留システムの設計基準や設計指針が、理論的根拠の基に整備

されてきているが、浮体動揺推定法及び係留システムに対する基準の記述に関しては、統一のとれたものにはなっていない。

そこで、本論では、基準作成の一助となる係留システム評価プログラムの開発を目的として係留ラインで係留された浮遊式海洋構造物に生じる不規則波中の長周期運動を理論的、実験的に解明し、その定量的予測方法を提示すると共に、係留ラインに働く張力予測を含めた係留浮体の動揺シミュレーションについて述べたものである。

## 2. 長周期運動

本章ではまず、長周期運動に関する研究の現状を述べ、問題点を整理する。次に、Pinkster<sup>1)</sup>の理論を一般化したOgilvie<sup>2)</sup>の理論(Appendix A 参照)を用い、波漂流力を発生させる機構をシステム関数で表し、2次のオーダーの波力がボルテラ汎関数級数で表示できることを示す。さらに、それにWienerの汨波理論を適用すると波漂流力は水面上昇量の自乗にローパスフィルターをかけることで発生できることを示す。そして、模型実験結果と理論計算結果とを比較し、本理論の適用性を最終的に検討する。なお本章で取り扱う座標系はAppendix AのFig. A-1に示す。

### 2.1 研究の現状

不規則波中の係留浮体が波の周期よりもはるかに長い周期の大振幅水平運動を行うことは良く知られており、この運動を通常長周期運動と呼んでいる。この運動はしばしば係留ラインに過大な張力を発生させる原因となるため、係留システム設計にとって最重要検討項目とされ数多くの研究者によって研究されているテーマの一つである。この現象はVerhagen and Sluijs<sup>3)</sup>によって報告され、この原因を彼らは次のように説明している。

スラックな係留ラインで係留された浮体は係留系の復原力によって水平面内の運動に固有周期を有することになる。この周期は、浮体の質量が一般に係留系の復原力よりも大きい場合通常波周期の存在範囲よりも長周期側にある。線形な波の場合には水平面内の運動に同調現象が生じることはないが、自由表面の非線形性によって異なる2成分の波にはそれぞれの波周波数の和及び差の周波数成分が含まれる。

従って2成分波の差の周波数成分は長周期成分波と

なり係留系の固有周期と同調する可能性がある。不規則波は連続スペクトルを有するため色々な2成分波の差の周波数成分を含んでおり、また、一般に浮体の減衰力は長周期域でかなり小さいことなどから、不規則波中の係留浮体の水平運動にかなり大きな同調現象が生ずる。

Hsu and Blenkarn<sup>4)</sup>は、長周期運動の原因となる長周期変動外力の予測を物理的考察に基づいて次のように提案した。彼らは、不規則入射波を平均水位を中心にして山と谷をそれぞれ半波長の正弦波と見なして定常力(定常漂流力)を求め、そして連続する半波長の正弦波による定常力の変動、即ち長周期変動外力を求めた。彼らは、また、長周期変動外力の振幅は大まかには波の包絡線の自乗に比例し、その外力の主要因は波漂流力であるとしている。

Marthinsen<sup>5)</sup>は最近、Hsu and Blenkarnの提案に対する数学的な正当性を与えた。彼の結果を以下に示す。

もし、入射波が単一周波数成分から成るならば、定常漂流力は次のように表される。

$$\bar{F} = F_a(\omega) a_1^2 \quad (2.1.1)$$

ここで、 $F_a(\omega)$ は波振幅に依存しない規則波中の波漂流力の応答関数、 $a_1$ は入射波振幅である。

いま、入射波がN個の周波数成分 $\omega_i$  ( $i=1, \dots, N$ )から成ると仮定する。

$$\zeta_1(x, t) = \sum a_i \cos(\omega_i t - k_i x + \delta_i) \quad (2.1.2)$$

ここで、 $a_i$ は素成波の振幅、 $\delta_i$ は任意の位相、 $k_i$ は波数である。

彼は、(2.1.2)式を次のように書き直した。

$$\zeta_1(x, t) = \text{Re} \{ A(x, t) \exp[i(\omega_p t - k_p x)] \} \quad (2.1.3)$$

ここで、

$$A(x, t) = \sum a_i \exp\{i[(\omega_i - \omega_p)t - (k_i - k_p)x + \delta_i]\} \quad (2.1.4)$$

であり、 $\omega_p$ 、 $k_p$ はそれぞれ波スペクトルのピーク周波数とそれに対する波数である。

そして、波が狭帯域であれば $A(x, t)$ は時間的にも空間的にも slowly varying となり、slowly varying な関数 $a(x, t)$ 、 $\psi(x, t)$ を用いて(2.1.3)式を

$$\zeta_1(x, t) = a(x, t) \cos(\omega_p t - k_p x + \psi(x, t)) \quad (2.1.5)$$

と表し、“局所周波数” $\omega_L$ 、“局所波数” $k_L$

$$\begin{aligned} \omega_L &= \omega_p + \partial\psi/\partial t \\ k_L &= k_p - \partial\psi/\partial x \end{aligned} \quad (2.1.6)$$

の概念(停留位相の原理)を導入し、(2.1.1)式から最終的に次式を得ている。

$$\bar{F} + \tilde{F}(t) = F_a(\omega_L) a^2(x_0, t) \quad (2.1.7)$$

ここで、 $x_0$ はある空間固定点の座標、 $\tilde{F}$ は長周期変動漂流力である。

また、Marthinsenは(2.1.7)式がHsu and Blenkarnの方法と等価であり、この式は狭帯域の波に対してのみ適用できることを示している。

Robert<sup>6)</sup>も(2.1.7)式と同じ様な式を開発した。彼の式はMarthinsenの表示式に直すと $\omega_L = \omega_p$ 、即ち $\psi_t = 0$ に対応するものである。Marthinsenは、Robertの式は $dF_a/d\omega \ll 1$ 、即ち定常漂流力の応答関数が周波数に対して平坦である場合には valid であるが $dF_a/d\omega \gg 1$ であるような場合には invalid になることを示している。

Newman<sup>7)</sup>は異なるlogicに従い、Marthinsenと同じ様な式を導いている。彼の議論は次の通りである。

ある空間固定点xでの水面上昇量が次のように表されるとする。

$$\zeta_1(t) = \text{Re} \left\{ \sum_i a_i \exp(i\omega_i t) \right\} \quad (2.1.8)$$

ここで、 $a_i$ は周波数 $\omega_i$ を持つ素成波の複素振幅である。

この波による1次の波力は次のようになる。

$$F_1(t) = \text{Re} \left\{ \sum_i f_{1i} a_i \exp(i\omega_i t) \right\} \quad (2.1.9)$$

ここで、 $f_{1i} = f_1(\omega_i)$ は波振幅と位相に対する波力の振幅と位相を表す1次の波力の応答関数である。

2次の波力は波振幅の自乗に依存すると仮定する。この時、次の関係式

$$\begin{aligned} & \text{Re} \{ a_i \exp(i\omega_i t) \} \times \text{Re} \{ a_j \exp(i\omega_j t) \} \\ &= 1/2 \text{Re} \{ a_i a_j \exp[i(\omega_i + \omega_j)t] \\ &+ a_i a_j^* \exp[i(\omega_i - \omega_j)t] \} \end{aligned}$$

に注意すると、2次の波力は次式で表される。

$$\begin{aligned} F_2(t) &= \text{Re} \left\{ \sum_i \sum_j f_{2ij}^{(+)} a_i a_j \exp[i(\omega_i + \omega_j)t] \right. \\ &\quad \left. + \sum_i \sum_j f_{2ij}^{(-)} a_i a_j^* \exp[i(\omega_i - \omega_j)t] \right\} \end{aligned} \quad (2.1.10)$$

但し、(+), (-)の記号は2成分波の和及び差の周

波数に対する2次の波力を表す。

また、\*は複素共役を意味する。

$F_2(t)$ のうち、我々は低周波数成分に興味があるので(2.1.10)式左辺を $\bar{F} + \tilde{F}$ に置き換え、右辺第一項を無視し添字を総て落とすと

$$\bar{F} + \tilde{F}(t) = \text{Re} \left\{ \sum_i \sum_j f_{ij} a_i a_j^* \exp[i(\omega_i - \omega_j)t] \right\} \quad (2.1.11)$$

が得られる。ここで、 $f_{ij} = f_2(\omega_i, \omega_j)$ である。

(2.1.11)式の時間平均を取ると定常漂流力は

$$\bar{F} = \text{Re} \left\{ \sum f_{ii} a_i a_i^* \right\} \quad (2.1.12)$$

となる。

なお、 $\bar{F}$ と $a_i a_i^*$ は実数であるから $\text{Im} \{f_{ii}\}$ は意味を持たなくなる。従って、それを0とおくと

$$f_{ii} = F_d(\omega_i)$$

となる関係が得られる。これは $f_{ij}$ の対角成分が定常漂流力に等しいことを示している。対角成分以外の成分 $f_{ij}$  ( $i \neq j$ )は一般に複素数であるが、(2.1.11)式から $f_{ij}$ は $i$ と $j$ の順序交換に依存しないので

$$f_{ij} = f_{ji}^* \quad (\text{Hermite 性})$$

を満足しなければならない。

Newmanは $f_{ij}$ を $(\omega_i, \omega_j)$ 面の曲面と考え、その曲面が滑らかであり、その接平面が $\omega_i - \omega_j$ の線に沿って緩やかに変化すると仮定すると

$$f_{ij} = f_{ii} + O(\omega_i - \omega_j) \quad (2.1.13)$$

と近似できることを示した。ここで、 $O$ なる記号はLandouの記号である。

従って、長周期変動漂流力は定常漂流力を用いて次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \tilde{F}(t) &= \text{Re} \left\{ \sum_{i \neq j} f_{ij} a_i a_j^* \exp[i(\omega_i - \omega_j)t] \right\} \\ &\times \{1 + O(\omega_i - \omega_j)\} \quad \text{as } \omega_i - \omega_j \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (2.1.14)$$

Pinkster<sup>8)</sup>はNewmanと同様の考え方で長周期変動漂流力のスペクトルを与えている。彼は、 $F_d(\omega)$ がある区間で直線近似できると仮定すると $f_{ij}$ は

$$f_{ij} \doteq f_{(i+j)/2, (i+j)/2}$$

で近似できることを示し、変動漂流力のスペクトルを次式で与えた。

$$S_F(\omega) = 2\rho^2 g^2 \int_0^\infty S_c(\nu) S_c(\nu + \omega)$$

$$\times F_d^2(\nu + \omega/2) d\nu \quad (2.1.15)$$

ここで、 $S_c$ は入射波のスペクトルである。

以上は変動漂流力の近似理論であるが、最近 Pinkster<sup>1), 9)</sup>及びOgilvie<sup>2)</sup>は波浪の作用を受けて動揺する浮体の応答をその平均位置の回りに正則振動展開し、瞬間的な物体の没水面に作用する流体圧を積分して得られる波力を2次のオーダーまで厳密に評価することによって長周期変動外力(2次のオーダーの波力の長周期成分)の一般的表示式を導いている。彼らによると浮体に作用する2次オーダーの波力は次の5項の和として表される。

(1) 平均水面と瞬間的な波面との間に働く流体圧による成分：

$$\vec{F}_1^{(2)} = -\rho g/2 \oint_{S_m} \vec{n} \cdot (\zeta_1 - \xi_{s1} - y\xi_{t1} + x\xi_{s1})^2 ds \quad (2.1.16)$$

(2) ベイヌーイ式に於ける速度の自乗項に由来する圧力による成分：

$$\vec{F}_2^{(2)} = \rho/2 \iint_{S_m} \vec{n} \cdot |\nabla \phi_1|^2 dS \quad (2.1.17)$$

(3) 浮体の運動により浮体に作用する流体圧の作用位置が変化するために生ずる成分：

$$\vec{F}_3^{(2)} = \rho \iint_{S_m} \vec{n} \cdot \{(\vec{\xi}_1 + \vec{a}_1 \times \vec{x}) \cdot \nabla \phi_{1t}\} dS \quad (2.1.18)$$

(4) 1次のオーダーの波力の作用方向が物体の回転運動によって変化するために生ずる成分：

$$\vec{F}_4^{(2)} = \vec{a}_1 \times \vec{F}_1 \quad (2.1.19)$$

(5) 2次のオーダーの入射波に基づく圧力による成分：

$$\vec{F}_5^{(2)} = \rho \iint_{S_m} \vec{n} \cdot (\phi_{2t}^2 + \phi_{2t}^2) dS \quad (2.1.20)$$

この他に鉛直方向に回転運動の積によって生ずる $\rho g A_{wp} \xi_{s1}(x_f \xi_{t1} + y_f \xi_{s1})$ の項が加わる。モーメントに対して同様な式が導かれる。

もし、不規則波の瞬間的な波面上昇量が(2.1.8)式で表されるとすれば(2.1.16)~(2.1.20)式はまとめて(2.1.10)式のように表される。

以上の(1)~(4)までは1次のオーダーの値のcross-termによって生ずるもので(5)は純粹の2次のオーダーの波によって生ずるものであり、2次のオーダーのポテンシャル問題を厳密に解かないと求められない成分である。2次のポテンシャル値を求めることは容易

ではないので通常(5)の成分は無視されている。

現在、この Pinkster-Ogilvie の理論が広く用いられているが、その理論に含まれない色々な問題も生じてきている。それは次の通りである。

i) 2次ポテンシャルの漂流力への寄与

$\vec{F}_s^{(2)}$  を計算するためには、先ほど述べたように2次のポテンシャル問題を解かなければならないが、これは容易なことではない。これを行わないでこの成分を評価する方法 (Lighthill<sup>10)</sup>の方法) が既に開発されている。この方法はグリーンンの公式とハスキントの関係を巧みに使用して物体表面の2次のポテンシャル分布を求めることなく  $\vec{F}_s^{(2)}$  を求める方法である。この方法はエレガントではあるが、最終結果に自由表面 ( $\infty$  領域) に亘る表面積分の項が現れ、これが数値計算上問題となっている。

Pinkster<sup>9)</sup> や Standing<sup>11)</sup> は  $\vec{F}_s^{(2)}$  に含まれる自由表面の積分を無視して (2.1.20) 式を評価して次の結論を得ている。

2次のポテンシャルが長周期漂流力に貢献するのは、1次の波の diffraction 影響が小さい低周波数域においてであり、diffraction 影響が大となる中・高周波数域では2次のポテンシャルによる寄与は小さくなる。同様な結論を松井<sup>12)</sup>も導いている。

しかし、Ogilvie<sup>2)</sup>も指摘したように没水円柱の場合、上記の結論はあてはまらず、2次のポテンシャルが全周波数に亘り長周期漂流力に大きく貢献する。

ii) 特異摂動法の必要性

Triantafylou<sup>13)</sup>は正則摂動法の仮定である長周期運動が構造物の大きさよりも小さいと言う条件は一般的には満足せず、通常的时间変数と長周期運動の時間変数で展開する特異摂動法を用いることを提案している。

iii) 長周期運動時の減衰力の増加 (Wave Drift (ing)

Damping)

Wichers<sup>14), 15)</sup>は長周期運動する大型タンカー模型に働く減衰力係数を自由動揺試験より求め、波浪中での値は静水中のものより増加することを示し、その増分を Wave damping と呼んだ。彼は、この現象が出会い波に基づく抵抗増加の変化または波漂流力の変化によると主張した。一方、著者ら<sup>16)</sup>は波浪中で減衰力が増加することに関連して、動揺速度の自乗に比例する減衰項を含む振動方程式を取り上げ、外乱による強制力があると自由振動の振幅の減衰は外乱がない場合に比較して見かけ上速くなることを摂動法並びに数値計算により示した。彼らの主張は、長周期運動時の減衰力

の増加は粘性に起因するとしている。

iv) 物理的因果性の問題

システム関数については2.2章で述べるが、もし変動漂流力に Newman 近似が適用できる場合、この近似をシステム関数に導入するとシステム関数が物理的因果性を満たさないとする不合理な結果になる。これについて若干説明しよう。

波漂流力はシステム関数  $g_2^f$  を用いると次のように表される。

$$F^{(2)}(t) = \int_{\tau_1} \int_{\tau_2} g_2^f(\tau_1, \tau_2) \zeta(t-\tau_1) \zeta(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \quad (2.1.21)$$

ここで、

$$g_2^f(\tau_1, \tau_2) = 1/(2\pi)^2 \int_{\omega_1} \int_{\omega_2} G_2^f(\omega_1, \omega_2) \cdot \exp\{i(\omega_1 \tau_1 + \omega_2 \tau_2)\} d\omega_1 d\omega_2 \quad (2.1.22)$$

$G_2^f$  に次のような Newman 近似が成立するとすると

$$G_2^f(\omega_1, \omega_2) = \begin{cases} 0 & \text{as } \omega_1 \cdot \omega_2 > 0 \\ G_2^f(\omega_1, \omega_2) & \text{as } \omega_1 \cdot \omega_2 < 0 \end{cases} \quad (2.1.23)$$

この時 (2.1.22) 式からシステム関数は次のようになる。

$$g_2^f(\tau_1, \tau_2) = h_2^f(\tau_1) \delta(\tau_2) \quad (2.1.24)$$

但し

$$h_2^f(\tau) = 1/2\pi \int_{\omega} G_2^f(\omega, -\omega) \exp(i\omega\tau) d\omega \quad (2.1.25)$$

この結果から、 $g_2^f$  は  $(\tau_1, \tau_2)$  に対して対称性を満たさないこと及び  $G_2^f$  が一定でない限り  $h_2^f(\tau)$  が  $\tau < 0$  で値をもつ、即ち物理的因果性を満たさないことが判る。

このように、長周期変動漂流力の予測に関して、色々な未解決の問題もある。

本論では、波漂流力をシステム関数で取り扱い、iv) の問題を解決するため Wiener の汎波理論を用いる方法を提示する。この方法を用いると iii) の問題に対して考察が可能となるばかりでなく工学的にも応用範囲が広がる。i), ii) の問題は今後の課題とし本論では取り扱わない。

## 2.2 波漂流力のボルテラ汎関数級数表示とウィナー理論の応用

### 2.2.1 ボルテラ汎関数級数と波漂流力との関係

$\vec{F}(t)$  を 2 次のオーダーまでの波浪外力とし,  $\zeta(t)$  をその力を生じさせる波であるとする。と  $\vec{F}(t)$  は全ての  $\zeta(t)$  に対し定まる連続ベクトル量であるので数学的には, 次のような汎関数ベクトル表示が可能である。

$$\vec{F}(t) = \vec{F}[\zeta(t)] \quad (2.2.1)$$

いま  $\vec{F}$  が  $\zeta(t)$  の連続汎関数ベクトルとすると  $\vec{F}$  は次の様な汎関数ベクトル級数で展開可能である。

$$\vec{F}(t) = \vec{F}_0 + \int \vec{h}_1(t, t_1) \zeta(t_1) dt_1 + \dots + \int \dots \int \vec{h}_n(t, t_1, \dots, t_n) \zeta(t_1) \dots \zeta(t_n) dt_1 \dots dt_n + \dots \quad (2.2.2)$$

この級数は一様収束する収束半径を持つとしよう。この時この級数が物理因果性を有するならばその核関数ベクトルは次式を満足しなければならない。

$$\vec{h}_n(t, t_1, t_2, \dots, t_n) = \vec{0} \quad t_i > t \quad (2.2.3)$$

この特性を有する級数は Volterra<sup>17)</sup> によって初めて研究され, ボルテラ汎関数級数ベクトルと呼ばれている。系が time invariant であると仮定すると核関数ベクトルは時間差のみに依存し, (2.2.2) 式は次のように表される。

$$\vec{F}(t) = \vec{F}_0 + \int \vec{g}'_1(\tau) \zeta(t-\tau) d\tau + \iint \vec{g}'_2(\tau_1, \tau_2) \zeta(t-\tau_1) \zeta(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \dots \quad (2.2.4)$$

一般に (2.2.4) 式の核関数ベクトルは変数に対して対称ではないが, 任意の核関数ベクトルの変数を入れ替えても積分順序が変わるのみで応答自体に影響しないので核関数ベクトルは次のように対称化される。

$$\vec{g}'_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) = 1/n! \sum_i \vec{g}'_n(\tau_{i1}, \dots, \tau_{in}) \quad (2.2.5)$$

ここで  $\sum_i$  は添字のすべての順列の個数に対する和を意味する。

2 次のオーダーの dynamic な系に限定するとそれは

$$\vec{F}(t) = \int \vec{g}'_1(\tau) \zeta(t-\tau) d\tau + \iint \vec{g}'_2(\tau_1, \tau_2) \zeta(t-\tau_1) \zeta(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \quad (2.2.6)$$

と表される。以後簡単のため核関数ベクトルをスカラ

(200)

関数として取り扱う。

(2.2.6) 式は  $\zeta(t)$  を入射波とする時の波高及び波高の自乗に比例するシステム応答を取り扱う場合に一般に用いられる。

実際の入射波の場合  $\zeta(t)$  には空間依存性が存在するが分散波系においては波数と波周波数には一対一の対応関係があるので, 文献18) に従うとこの空間依存性を考える必要がない。この問題よりも重要な点は  $\zeta(t)$  には 2 次のオーダーの波が含まれるため (2.2.6) 式はオーダー的に consistent でなくなることである。

この問題は今後検討を要するがここでは  $\zeta(t)$  は linear wave であると仮定する。

(2.2.6) 式の右辺第一項は定常な線形応答を表し,  $g'_1$  を線形インパルス応答関数と呼ぶ。右辺第二項は 2 次の応答を表し,  $g'_2$  を  $g'_1$  に習い 2 次のインパルス応答関数と呼ぶ。今これらの核関数  $g'_i (i=1,2)$  が連続で絶対可積分であるとするならば, フーリエ変換が可能でそのフーリエ変換は次のように表される。

$$g'_1(\tau) = 1/2\pi \int \exp(i\omega\tau) G'_1(\omega) d\omega$$

$$G'_1(\omega) = \int \exp(-i\omega\tau) g'_1(\tau) d\tau$$

$$g'_2(\tau_1, \tau_2) = 1/(2\pi)^2 \iint \exp\{i(\omega_1\tau_1 + \omega_2\tau_2)\} \times G'_2(\omega_1, \omega_2) d\omega_1 d\omega_2$$

$$G'_2(\omega_1, \omega_2) = \iint \exp\{-i(\omega_1\tau_1 + \omega_2\tau_2)\} \times g'_2(\tau_1, \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \quad (2.2.7)$$

ここで,  $G'_1$  を線形な応答関数,  $G'_2$  を 2 次の応答関数と呼ぶ。  $g'_2$  は先ほど述べたように対称性を仮定しても一般性を失わないので

$$g'_2(\tau_1, \tau_2) = g'_2(\tau_2, \tau_1) \quad (2.2.8)$$

この結果から

$$G'_2(\omega_1, \omega_2) = G'_2(\omega_2, \omega_1) \quad (2.2.9)$$

と 2 次の応答関数の対称性が生ずる。

$\zeta(t)$  が one-side スペクトル U を有する random 波であるとする。と Rice<sup>19)</sup> はそれが次のように表されることを示した。

$$\zeta(t) = \int \cos(\omega t - \epsilon(\omega)) \sqrt{2U(\omega)} d\omega \quad (2.2.10)$$

ここで、 $\epsilon$ は $0 \sim 2\pi$ に一様に分布する random phase である。

この表示は確率積分の表示であり、2乗平均収束の意味で成り立つものである。

(2.2.10)式を(2.2.6)式に代入すると次式を得る。

$$F^{(1)}(t) = \int \cos(\omega t - \epsilon(\omega) + \theta_1(\omega)) \times \sqrt{2|G_1'(\omega)|^2 U(\omega) d\omega} \quad (2.2.11)$$

$$F^{(2)}(t) = \iint \cos\{(\omega_1 + \omega_2)t - (\epsilon(\omega_1) + \epsilon(\omega_2)) + \theta_2(\omega_1, \omega_2)\} \sqrt{|G_2'(\omega_1, \omega_2)|^2 U(\omega_1)} \times \sqrt{U(\omega_2) d\omega_1 d\omega_2} + \iint \cos\{(\omega_1 - \omega_2)t - (\epsilon(\omega_1) - \epsilon(\omega_2)) + \theta_2(\omega_1, -\omega_2)\} \sqrt{|G_2'(\omega_1, -\omega_2)|^2 U(\omega_1)} \times \sqrt{U(\omega_2) d\omega_1 d\omega_2}$$

ここで、

$$G_1'(\omega) = |G_1'(\omega)| \exp(i\theta_1(\omega))$$

$$G_2'(\omega_1, \omega_2) = |G_2'(\omega_1, \omega_2)| \cdot \exp(i\theta_2(\omega_1, \omega_2))$$

(2.2.12)式から明らかなように右辺第一項は2成分波の和の成分を表し、第二項は差の成分を表している。即ち、右辺第二項は長周期成分を表している。

(2.2.12)式の $\epsilon$ が統計的に独立であることを考慮してアンサンブル平均をとると

$$E[F^{(2)}] = \int G_2'(\omega, -\omega) U(\omega) d\omega \quad (2.2.13)$$

が得られる。一方 $F^{(2)}$ の時間平均は(2.1.12)式より

$$\bar{F}^{(2)} = \sum F_a(\omega_i) |a_i|^2 \quad (2.2.14)$$

が得られる。(2.2.10)式は正弦波の集合であるとすれば形式的に

$$a_i = \sqrt{2U(\omega_i) d\omega_i}$$

なる関係があり、この関係を利用すると(2.2.14)式は次のように積分表示できる。

$$\bar{F}^{(2)} = \int 2F_a(\omega) U(\omega) d\omega \quad (2.2.15)$$

(2.2.13)式と(2.2.15)式が等しいとすれば

$$G_2'(\omega, -\omega) = 2F_a(\omega) \quad (2.2.16)$$

なる関係があることがわかる。

同様に(2.2.12)式と(2.1.11)式の比較から

$$G_2'(\omega_1, -\omega_2) = 2f_2(\omega_1, -\omega_2) \quad (2.2.17)$$

であることがわかる。

このようにボルテラ級数で表されるシステム関数と波漂流力の周波数特性が関係づけられる。

### 2.2.2 ウィナー-波理論の応用

2次のオーダーの波力の内、波漂流力に限定すると(2.2.12)式からこれは確率過程の2次形式で表され、 $g_2'$ は何等かのローパスフィルターのフィルター関数を表すことは容易に想像される。従って $g_2'$ を確率過程の自乗過程を入力とする確率的に最適な線形フィルターに置き換えることは、もし、系がErgodicであればウィナー理論から可能である。

ウィナー理論<sup>20)</sup>とは以下の3条件の基に最適なフィルター関数を形成する理論である。

- (1) フィルター入力の統計学的性質：

フィルター入力は定常・エルゴード過程で、そのスペクトル密度は因数分解可能とする。

- (2) 誤差規範：

自乗誤差平均を最小にする。

- (3) フィルター動特性：

線形、time invariantかつ因果的である。

まず、最適なフィルター出力(波漂流力)を次のように表す。

$$F^{(2)}(t) = \int w_2(\tau) \zeta^2(t-\tau) d\tau \quad (2.2.18)$$

条件(1)と(3)から誤差規範 $J$ は次のように表される。

$$J = E \left\{ \left( \iint g_2'(\tau_1, \tau_2) \zeta(t-\tau_1) \zeta(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 - \int w_2(\tau) \zeta^2(t-\tau) d\tau \right)^2 \right\} \quad (2.2.19)$$

但し、 $E\{\cdot\}$ はアンサンブル平均を取ることを意味する。

問題は、(2.2.19)式で与えられる誤差規範 $J$ を、関数 $w_2$ に関して最小とする、いわゆる変分法における極値問題となる。ここで、 $J$ を $J[w_2]$ と表すことにする。

いま $w_2^0$ が $J[w_2]$ を最小にするものと仮定すると、 $w_2^0$ に対する必要条件は、

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \partial J[w_2^0 + \epsilon w_2] / \partial \epsilon = 0 \quad (2.2.20)$$

与えられる。ここで、 $w_2$ は任意関数である。

(2.2.20)式は次式と等価である。

$$\int_{\tau_1} \int_{\tau_2} [R_{\xi}(0) R_{\xi}(\tau_2 - \tau_1) + 2R_{\xi}(\tau - \tau_2) R_{\xi}(\tau - \tau_1)] \\ \times \{g_2^f(\tau_1, \tau_2) - w_2(\tau_1) \delta(\tau_2 - \tau_1)\} d\tau_1 d\tau_2 = 0 \quad (2.2.21)$$

ここで  $R_{\xi}$  は入射波の自己相関関数である。

従って (2.2.12) 式を (2.2.18) 式で表すための最適なフィルター関数の必要条件は次のようになる。

$$g_2^f(\tau_1, \tau_2) = w_2(\tau_1) \delta(\tau_2 - \tau_1) \quad (2.2.22)$$

もし、 $w_2$  がフーリエ変換可能で、それを  $W_2$  とすれば、上式は周波数領域で次のようになる。

$$G_2^f(\omega_1, \omega_2) = W_2(\omega_1 + \omega_2) \quad (2.2.23)$$

$W_2$  の具体的な形は、例えば (2.2.23) 式の両辺に入射波のスペクトルを掛けて周波数に亘り積分すれば次のように与えられる。

$$W_2(\omega) = \int G_2^f(\omega - \nu, \nu) S_{\xi}(\nu) d\nu / \sigma_{\xi}^2 \quad (2.2.24)$$

この  $W_2$  なる関数を使用すると波漂流力のシミュレーションは非常に簡単になる。

$G_2^f(\omega_i, \omega_j)$  が、 $\omega_i, \omega_j$  に対して十分滑らかであり、 $\partial G_2^f / \partial \omega_i, \partial G_2^f / \partial \omega_j$  が微小であるという仮定を導入する。(この仮定は、 $\omega_i - \omega_j$  の成分を持つ波が極端に浅水波とならないかぎり満たされることを Triantafyllou<sup>13)</sup> は示している。)

$G_2^f$  は、この仮定から次のように Taylor 展開が可能である。

$$G_2^f(\omega - \nu, \nu) \sim G_2^f(\nu, -\nu) + \Xi(\omega) \\ = G_2^f(\nu, -\nu) \theta(\omega) \quad (2.2.25)$$

ここで、 $\Xi(\omega)$  は位相を含む複素関数で、その絶対値は微小である。従って  $\theta(\omega)$  は、その振幅が指数的に減衰する応答関数となる。

通常良く用いられる Newman 近似は、上式で  $\theta(\omega) = 1$ 、即ち  $\Xi(\omega) = 0$  と置いたものに他ならない。

(2.2.25) 式を (2.2.24) 式に代入すると

$$W_2(\omega) = \bar{F}^{(2)} \theta(\omega) / \sigma_{\xi}^2 \quad (2.2.26)$$

となる。ここで、 $\bar{F}^{(2)}$  は不規則波中の定常漂流力 ((2.2.13) 式参照) である。

従って、インパルス応答関数は

$$w_2(\tau) = 1/2 \pi \bar{F}^{(2)} \int \theta(\omega) \exp(i\omega\tau) d\omega / \sigma_{\xi}^2 \quad (2.2.27)$$

と表される。

(202)

これは、 $\theta(\omega)$  が指数的に減衰する関数であることを考慮すれば、 $w_2$  が、ローパスフィルターのインパルス応答関数を表すことを意味している。即ち、波漂流力が  $\bar{F}^{(2)} \xi^2(t)$  をローパスフィルターに通すことで発生できる。

### 2.3 線形波力及び 2 次のオーダーの波力の応答関数の推定

この節では応答関数  $G_1^f$  と  $G_2^f$  の推定法について述べる。

入射波  $\xi(t)$  が零平均ガウス過程とすると (2.2.6) 式から  $F$  と  $\xi$  との相互相関関数は次式で与えられる。

$$R_{F\xi}(\tau) = E[(F(t) - \bar{F})\xi(t - \tau)] \\ = \int g_1^f(t_1) R_{\xi}(t_1 - \tau) dt_1 \quad (2.3.1)$$

また、Wiener-Khinchine の関係式からスペクトルは次式で与えられる。

$$S_{F\xi}(\omega) = G_1^f(\omega) S_{\xi}(\omega) \quad (2.3.2)$$

ここで、 $S_{\xi}$  は、two-side 波スペクトルである。故に

$$G_1^f(\omega) = S_{F\xi}(\omega) / S_{\xi}(\omega) \quad (2.3.3)$$

これは  $F$  と  $\xi$  のクロススペクトルから線形な応答関数が求められることを意味している。

次に、次のような 3 次モーメントの平均を考える。

$$R_{\xi\xi\xi}(\tau_1, \tau_2) = E\{\xi(t + \tau_1)\xi(t - \tau_1) \\ \times (F(t - \tau_2) - \bar{F})\} \quad (2.3.4)$$

(2.2.6) 式を代入し、 $g_2^f$  の対称性を考慮すれば、上式は次のようになる。

$$R_{\xi\xi\xi}(\tau_1, \tau_2) = 2 \iint g_2^f(t_1, t_2) dt_1 dt_2 \\ \times \{R_{\xi}(t_1 + \tau_1 + \tau_2) R_{\xi}(t_2 - \tau_1 + \tau_2)\} \quad (2.3.5)$$

パーセバルの公式より (2.3.5) 式を周波数領域で表せば次のようになる。

$$R_{\xi\xi\xi}(\tau_1, \tau_2) = 2 \iint d\omega_1 d\omega_2 G_2^{f*}(\omega_1, \omega_2) \\ \times S_{\xi}(\omega_1) S_{\xi}(\omega_2) \\ \times \exp\{i\{(\omega_1 - \omega_2)\tau_1 + (\omega_1 + \omega_2)\tau_2\}\} \quad (2.3.6)$$



いま,  $R_{\zeta\zeta F}$  の 2 重フーリエ変換をクロスバイスペクトルと定義し, そのフーリエ変換対を

$$R_{\zeta\zeta F}(\tau_1, \tau_2) = \iint \exp\{i(\Omega_1 \tau_1 + \Omega_2 \tau_2)\} \times C_{\zeta\zeta F}(\Omega_1, \Omega_2) d\Omega_1 d\Omega_2 \quad (2.3.7)$$

$$C_{\zeta\zeta F}(\Omega_1, \Omega_2) = 1/(2\pi)^2 \iint \exp\{-i(\Omega_1 \tau_1 + \Omega_2 \tau_2)\} R_{\zeta\zeta F}(\tau_1, \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \quad (2.3.8)$$

とすれば (2.3.6) と (2.3.8) 式から次式が得られる。

$$G'_2(\omega_1, \omega_2) = C_{\zeta\zeta F}^*(\Omega_1, \Omega_2) / (S_\zeta(\omega_1) S_\zeta(\omega_2)) \quad (2.3.9)$$

この結果は, 実験データを利用して (2.3.4) 式の 3 次の相関関数を求め (2.3.8) 式で波と波力とのクロスバイスペクトルを求めれば (2.3.9) 式より波と波力との 2 次の応答関数 (波漂流力の応答関数) を推定できることを意味している。実際のクロスバイスペクトルの推定については Appendix B に示す。

## 2.4 模型試験結果と理論計算結果との比較

### 2.4.1 模型試験

#### (1) 供試模型

総ての実験に用いた供試模型はフーチング付カラム型浮体 12 本で支持される浮遊式海洋構造物模型である。その模型の概要図及び入射波の方向を Fig. 1 に,

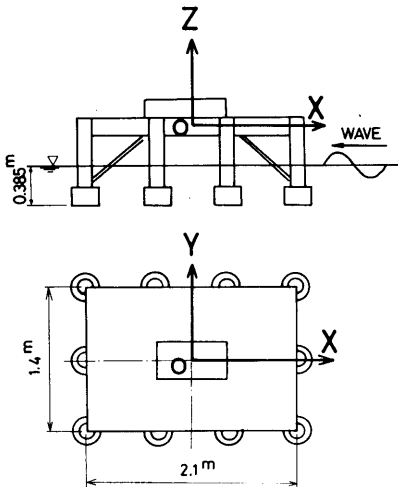


Fig. 1 Configuration of a floating structure and the direction of incident waves

Table 1 Principal dimensions

ITEMS	ACTUAL	MODEL
LENGTH(m)	30.0	2.10
BREADTH(m)	20.0	1.40
DISPLACEMENT (t)	527.5 in sea water	0.168 in water
DRAFT(m)	5.5	0.385
KG(m)	6.8	0.330
$K_{yy}$	43.7% L	44.0% L
$GM_t$ (m)	4.80	0.269
Scale Ratio	1.0	1/14.3
Mooring	Chain Catenary	Linear Spring

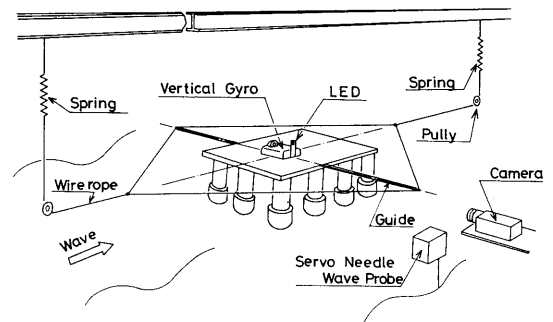


Fig. 2 Set-up of model test

また模型の主要目を Table 1 に示す。なお, 本模型は, 現在山形県鶴岡市由良沖の日本海で海上実験中の実験構造物“POSEIDON”号の 1/14.3 の模型である。

#### (2) 模型試験時の状態と計測項目

模型試験は, 当所の三鷹第二船舶試験水槽 (長さ 400m, 幅 18m, 水深 8m, フラップ式油圧駆動造波装置) に於いて実施した。試験の状態図を Fig. 2 に示す。この図から判るように模型は, 水槽天井に取り付けた H 型鋼のある固定点から線形ばね及び滑車を介し模型ガイド装置によって回転運動を拘束されている。なお, 1 本のばね定数は 1.683kg/m (実機換算で 0.663 ton/m) である。

計測項目は発光体 (LED) を使用した非接触型動揺計測装置による浮体の前後揺れ, パーチカルジャイ

口による浮体の縦揺れ、浮体中心線上に配置したサーボ式波高計による入射波である。

(3) 模型試験の種類と試験方法

(a) 静水中自由動揺試験

この試験では、係留浮体の前後揺れの固有周期及びその周期に於ける等価減衰力係数を求める。なお、この試験時には、前後揺れの固有周期を変化させるため2種類のばね定数(1.683kg/mと5.09kg/m)を使用した。

(b) 規則及び不規則強制前後揺れ試験

規則強制動揺試験は、静水中に於て動揺周期17.5sec、動揺振幅3.75~15cmの範囲で行った。この試験時の $K_c$ 数( $2\pi \times$ 動揺振幅/一本のコラム径)は、1.6~6.2の範囲である。なお、この試験は前後揺れの減衰力係数の $K_c$ 数依存性を調べるために行った。

不規則強制動揺試験は、静水中で浮体が長周期運動を含む前後揺れをした場合、長周期運動の流体力係数がどのように変化するかを調べるためFig.2の状態にある模型を三分力計(容量20kg)を介して大変位強制動揺装置に取り付け後述する(4)の実験で取得した4種類の前後揺れのデータを強制動揺装置に入力して行った。

(c) 定常波漂流力計測試験

波浪中に於ける定常波漂流力を計測するため、波との出会い角を $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ 及び $90^\circ$ の4種類変化させて規則波中波漂流力計測試験を行った。試験に使用した規則波は、周波数が $3.0 \sim 6.8 \text{ rad/sec}$ (実機換算 $0.79 \sim 1.80 \text{ rad/sec}$ )の範囲である。なお、模型と波との出会い角の変更は、模型ガイド装置の取り付け位置を変えることで行った。定常漂流力は、非接触型動揺計測装置による前後揺れの計測データから定常偏差量をもとめ、それにばね定数をかけることで求めた。

(d) 前後揺れの2次の周波数応答関数計測試験

係留浮体の長周期前後揺れの周波数応答特性(2次の周波数応答特性)を実験的に求めるためには、2.2節で示したように波と応答とのクロスバイスペクトルを推定しなければならない。このためには、Dalzel<sup>21)</sup>が示したように長時間の不規則波が必要になる。そこで、今回次のような方法で長時間不規則波を造波した。

まず、市販のランダムノイズ発生器からの白色雑音信号を24db/octの特性を有するバンドパスフィルターを通して有色雑音とし、この信号を造波機駆動用信号として造波した。造波した不規則波はバンドパスフィルターの中心周波数が、0.4、0.5、0.6及び0.7Hz

の4種類、造波時間は0.7Hzの場合が90分間で、その他が45分間である。

不規則波中の試験時における波との出会い角は総て $180^\circ$ の縦波だけである。

2.4.2 理論計算の概要

(1) 計算手法

線形波力及び流体力係数の計算は、既に木下<sup>22)</sup>により開発済みの三次元特異点分布法による流体力計算プログラムを用いて行った。浮体の線形な周波数応答関数は計算された1次の波力と流体力係数を使用し、既に著者らにより開発済みのプログラム“MOTION”<sup>23)</sup>を用いて計算した。三次元特異点分布法による流体力の計算に用いたパネル数は480であり1周波数の計算に要するCPU時間(FACOM M180II AD コンピューター)は約1時間である。定常及び変動漂流力

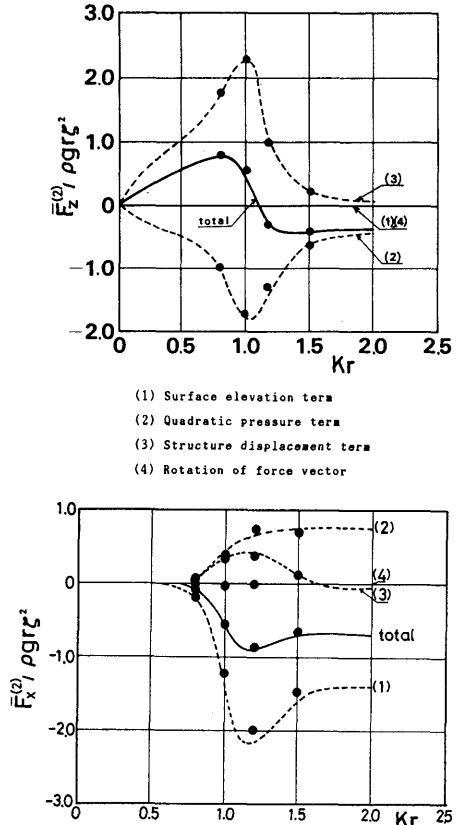


Fig. 3 Components of the computed mean second order forces of a half sphere

の計算は3次元特異点分布法により得られた1次のポテンシャル及び線形応答特性を用いて(2.2.16)~(2.2.19)式に基づいて物体表面積分で求めた。なお、(2.2.20)式の2次の入射波に基づく成分は考慮していない。また、波漂流力の計算に要するCPU時間は約10分である。

## (2) 計算精度のチェック

定常及び変動波漂流力の計算精度をチェックするため半球の規則波中に於ける波漂流力( $\bar{F}_x^{(2)}$ )と上下方向の定常力( $\bar{F}_z^{(2)}$ )を計算し、Pinkster<sup>1)</sup>の計算結果と比較した。計算は総て倍精度で行った。その結果をFig. 3に示す。図中の●印は今回計算した結果であり、破線及び実線はPinksterの計算結果である。また、図中の(1),(2),(3),(4)及びtotalは、(2.2.16)~(2.2.19)式に示す定常波漂流力(または定常力)の各成分及びそれらの総和である。

この図から今回の計算結果とPinksterの計算結果は非常に良く一致しており、計算プログラムに問題が無いことがわかる。

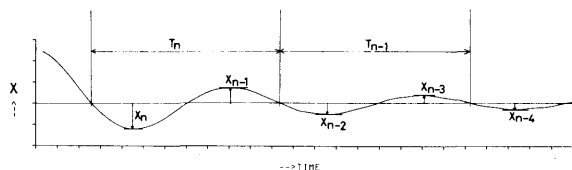


Fig. 4 An example of the surge damping curve

## 2.4.3 前後揺れの流体力特性

### (a) 静水中自由動揺試験

今回実施した静水中に於ける係留浮体の自由前後揺れ試験結果の例をFig. 4に示す。

この減衰振動波形から、係留浮体の前後揺れの見掛け質量及び等価減衰力係数を次のようにして求めた。

まず、得られた自由減衰振動波形のピーク値の振幅を $x_n$ とし、相異なる振幅の和 $x_n+x_{n-1}$ と $x_{n-1}+x_{n-2}$ をそれぞれ横軸、縦軸に取ってFig. 5のような図を描く。次に、これらの実験点を最小自乗法を用いて $x_{n-1}+x_{n-2}=a(x_n+x_{n-1})$ なる直線近似し、定数 $a$ を求める。固有周期はゼロアップクロス周期とゼロダウンクロス周期の平均から求める。これらの値から浮体の見掛け質量及び等価線形減衰力係数が次式で与えら

れる。

$$M+m_{11}=T_0^2 K/(4\pi^2)$$

$$N_{e_{11}}=-T_0 K \ln a/\pi^2 \quad (2.4.1)$$

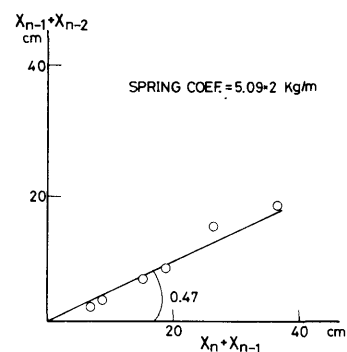
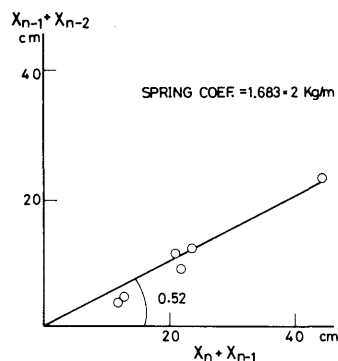


Fig. 5 Extinction curves of surge motion

ここで、 $T_0$ は固有周期、 $K$ がばね定数である。

このようにして求めた結果をTable 2に示す。

上記の方法は、振動振幅の山の数が数十個とかなり多いことが必要であり、今回のように振動振幅の山が数個ときわめて少ない場合は流体力係数の精度が悪くなる。

そこで、以下の方法で流体力の精度の確認を行った。

### (b) 不規則強制前後揺れ試験

長周期運動を含む不規則強制前後揺れ試験を行い、静水中の自由前後揺れ試験から求めた流体力係数の精度を以下の手法に基づいて確認する。

不規則強制動揺試験によって計測された流体反力と強制前後揺れ変位の時系列を用いてFFT法によるス

Table 2 Experimental results of free damping oscillation tests

Spring Coeff. (kg/m)	1.683 × 2	5.09 × 2
Natural Period (sec.)	21.0	10.6
Virtual Mass (kgsec <sup>2</sup> /m)	37.60	28.97
Equivalent damping force (kgsec/m)	4.60	8.325

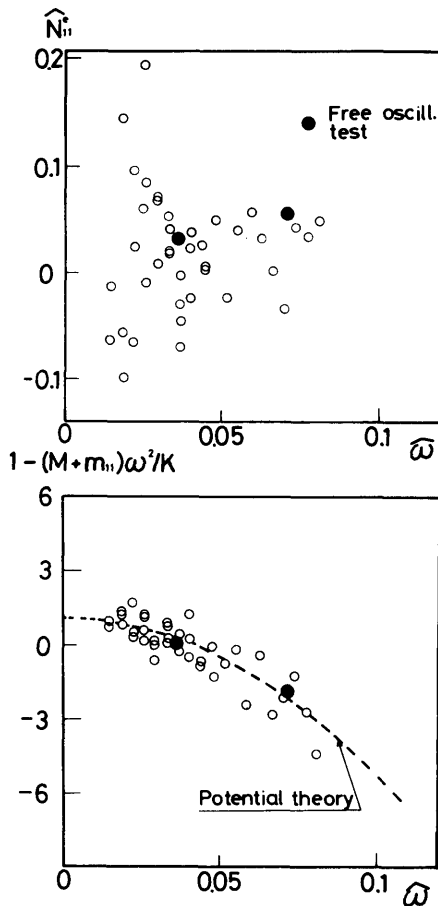


Fig. 6 Hydrodynamic coefficients of surge motion (frequency base)

ベクトル解析を行い、次式によって前後揺れの流体力係数を求めた。

$$K - (M + m_{11}) \omega^2 = Re(S_{XF}/S_X) \quad (2.4.2)$$

$$N_{11}^e = Im(S_{XF}/S_X) / \omega \quad (2.4.3)$$

ここで  $S_{XF}$  は強制前後揺れ変位と三分力計による水平方向流体反力とのクロススペクトル、 $S_X$  は強制変位のオートスペクトルである。また  $N_{11}^e$  は等価減衰力係数である。

自由動揺試験及び不規則強制動揺試験から求めた前後揺れの流体力係数を Fig. 6 に示す。横軸は、 $\hat{\omega} = \omega \sqrt{D/g}$  であり、 $D$  は、一本のコラム直径、 $\omega$  は動揺周波数である。図中の○印は不規則強制動揺試験から求めた流体力係数、●印は自由動揺試験から求めた流体力係数、破線は3次元特異点分布法により求めた流体力係数の数値計算結果である。なお、等価減衰力係数は、 $\rho \nabla \sqrt{g/D}$  で無次元化した。この図から、自由動揺試験及び不規則強制動揺試験から求めたばね-質量力係数と数値計算結果とは、ほぼ良く一致していることが判る。また、不規則強制動揺試験から求めた減衰力係数は、負の値も見られ、動揺周波数に対してかなりばらついているが、自由動揺試験結果との一致度は良好である。この結果から、静水中で長周期運動を含む前後揺れを行ったときの長周期域の質量力は、ポテンシャル流に基づく理論計算から求められ、減衰力係数は、自由動揺試験から求められる係数と一致すると言える。しかし、一般に流体反力は、動揺変位の大きさに依存すると言われており、そのことを調べるために規則強制動揺試験を行った。Fig. 7 は、動揺周期 17.5sec. ( $\hat{\omega} = 0.0429$ )、振幅を 3.75~15cm に変化させて行った規則強制動揺試験結果を示している。横軸は  $K_c$  数 ( $2\pi A/D$ :  $A$  は動揺振幅) である。図中の実線は自由動揺試験から求めた結果、破線は、ポテンシャル流の仮定に基づく理論計算値である。この図から今回の構造物に働く長周期域 (20秒程度) での流体力係数はあまり  $K_c$  数に依存せず、質量力係数 ( $1 + m_{11}/M$ ) がほぼ 2.0、等価減衰力係数 ( $N_{11}^e$ ) が、4.6kg·sec/m (実機換算 3.56ton·sec/m) であることがわかる。

2.4.4 前後揺れの線形周波数応答関数

今回の模型試験に使用した4種類の不規則波のスペクトルを Fig. 8 に、それぞれの波の統計量を Table 3 に示す。スペクトル解析のラグ数は256、ウィンドウ関数は Hamming 型を利用した。データ数は、wave condition 4 の場合が35500データ、その他の wave

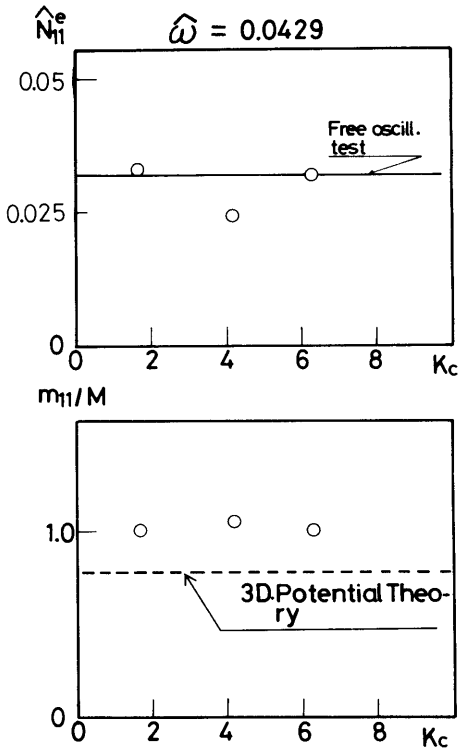


Fig. 7 Hydrodynamic coefficients of surge motion ( $K_c$  number base)

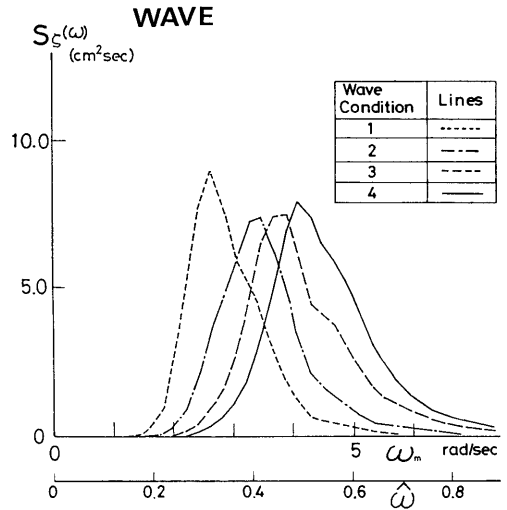


Fig. 8 Wave spectra

condition の場合が 23000 データであり、データ解析のサンプリング時間は総て 120 msec. である。なお、データ計測時のサンプリング時間は 60 msec. である。

通常、B-T法によるオートスペクトル解析ではラグ数をデータ数の1/10以下にすることが望ましいとされているが、Dalzel<sup>21)</sup>はクロスバイスペクトル解析ではラグ数をデータ数の1/200~1/250程度にしないと安定なクロスバイスペクトルは得られないことを示している。即ち今回のデータ数に対してはクロスバイスペクトル解析のラグ数は100~150程度が望ましいわけ

Table 3 Statistical values of waves

wave Condition No.	STATISTICAL ANALYSIS			SPECTRAL ANALYSIS			DURATION TIME (hr)
	V [ $\xi$ ] (m <sup>2</sup> )	H <sub>w 1/3</sub> (m)	T <sub>zer</sub> (sec)	m <sub>0</sub> (m <sup>2</sup> )	4 $\sqrt{m_0}$ (m)	T <sub>01</sub> (sec)	
1	0.2527 (0.00124)	1.954 (0.1366)	7.888 (2.086)	0.2369 (0.00172)	1.958 (0.1369)	8.038 (2.126)	2.84 (0.75)
2	0.2311 (0.00113)	1.869 (0.1307)	6.562 (1.735)	0.2380 (0.00116)	1.952 (0.1365)	6.628 (1.753)	2.84 (0.75)
3	0.2502 (0.00122)	1.957 (0.1368)	5.477 (1.448)	0.2568 (0.00126)	2.027 (0.1417)	5.606 (1.482)	2.84 (0.75)
4	0.3047 (0.00149)	2.219 (0.1552)	5.006 (1.324)	0.3104 (0.00152)	2.229 (0.1559)	5.045 (1.334)	5.67 (1.50)

( ) : Model Scale

ある。2次の応答関数を推定する場合、Appendix Bに示すようにオートスペクトル解析のラグ数はクロスバイスペクトル解析のラグ数のちょうど倍必要である。従って今回は、オートスペクトル解析のラグ数を256に、またクロスバイスペクトル解析のラグ数を128とした。

不規則波中に於ける動揺試験によって求めた前後揺れのオートスペクトルを Fig. 9に、前後揺れと波とのクロススペクトルから求めた前後揺れの線形な周波数応答関数を Fig. 10に示す。図中の○印は実験値であり、これは、入射波スペクトルのピーク値に対し10%のパワーを有する周波数範囲で求めている。図中の実線は、文献[23]に示される方法と同じ方法で求めた前後揺れの周波数応答関数の理論値で、線形流体力及び波強制力に三次元特異点分布法で求めた計算値を使用し、粘性減衰力は、2.4.3で求めた等価減衰力係数の実験値を使用している。これらの図から、前後揺れは、波のエネルギー密度が高い周波数範囲の応答より長周期運動が支配的であることが判る。また、クロススペクトルから求めた前後揺れの線形な応答関数の

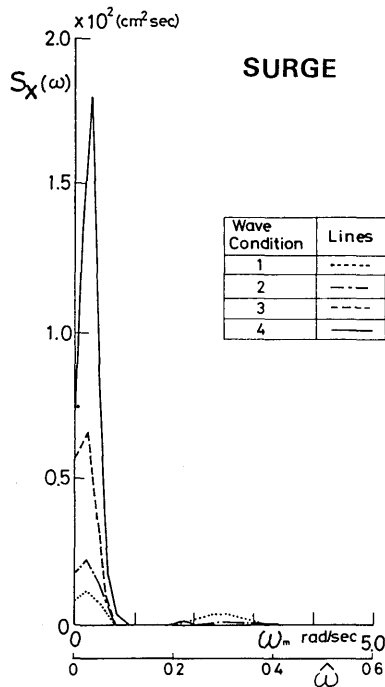


Fig. 9 Surge response spectra

実験値と理論値とは、位相を含め非常に良く一致しており線形な周波数応答関数は、たとえ長周期運動を含む場合でも通常の線形計算法によって推定可能であることが判る。

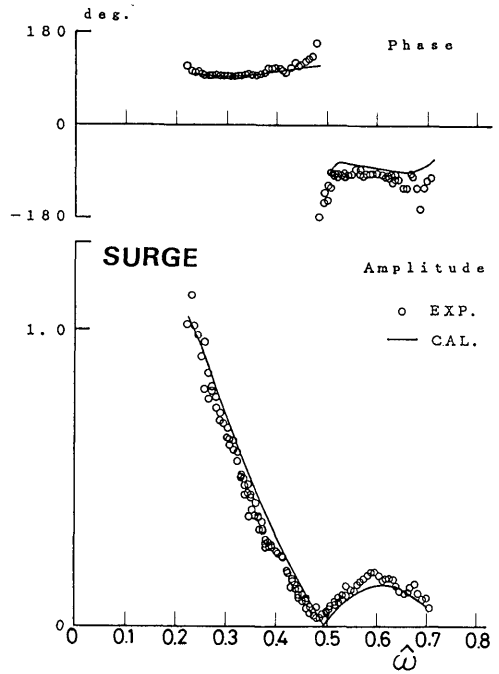


Fig. 10 First order frequency response function of surge motion ( $G_1$ )

### 2.4.5 定常波漂流力特性

波との出会い角が $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ 及び $90^\circ$ に対する波浪中の波漂流力特性を Fig. 11~Fig. 14に示す。図中の記号は、規則波中の実験値を表し、波高が7cm以下(実機換算1.0m)の場合が○印、波高が7cm以上の場合が●印で示されている。実線はポテンシャル流に基づく理論計算値、破線はポテンシャル流に基づく理論計算値に、後述する手法による粘性影響を考慮した結果であり、細い実線や破線等は、不規則波中の実験から求められた前後揺れと波とのデータをクロスバイスペクトル解析して前後揺れの2次の応答関数の定常成分を求め、それにばね常数を掛けて求めた結果である。なお、横軸は無次元波周波数 $\hat{\omega}$ 、縦軸は構造物の長さLで割った波漂流力の絶対値の無次元係数であ

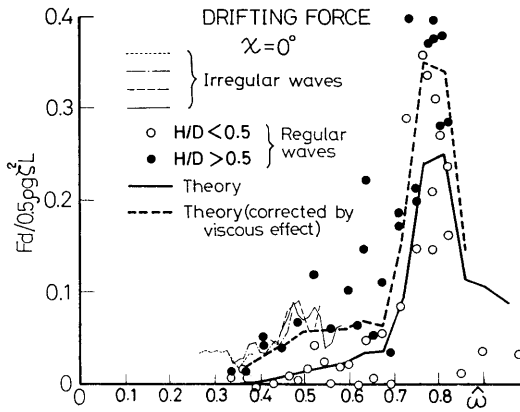


Fig. 11 The mean longitudinal drifting force in head waves

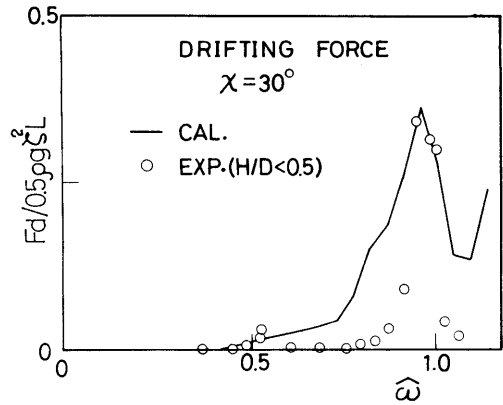


Fig. 12 The mean longitudinal drifting force in oblique waves ( $\chi=30$  deg.)

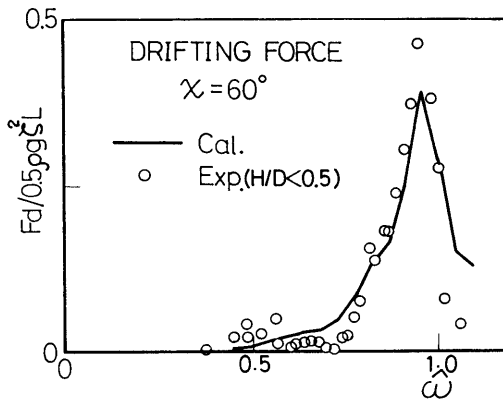


Fig. 13 The mean longitudinal drifting force in oblique waves ( $\chi=60$  deg.)

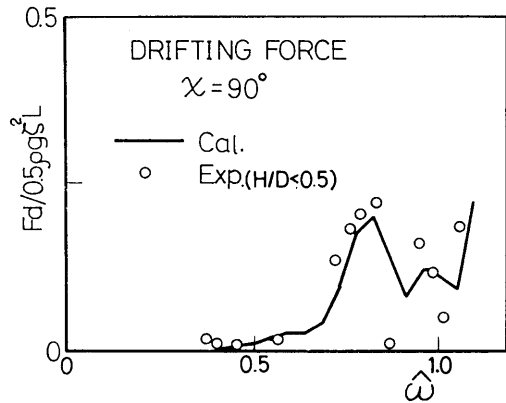


Fig. 14 The mean transverse drifting force in beam waves

る。また、 $H/D$ は規則波の波高と1本のコラム径との比である。これらの図から波高が7.0 cm以下、即ち波高が一本のコラム径の半分以下の場合には、理論計算結果と実験結果とは良く一致するが、波高がそれ以上の場合には、両者はかなり相違することが判る。この原因としては次の4つが考えられる。

(a) 粘性に基づく漂流力

モリソン式中の流速の自乗に比例する波力と水面上昇量との積の非線形波力によって生ずる成分

(b) 同調近傍において線形運動の応答関数の位相がダンピングによって変化するために生ずる成分

(c) 波の質量輸送速度に基づく成分

(d) 2次のポテンシャルによる漂流力成分

このうちから消去法で、考えにくい物から消していくことにする。

Fig. 15は波周波数が $\omega = 4.387$  rad/sec. (実機換算で $1.16$  rad/sec,  $\hat{\omega} = 0.5254$ )の時、波高と共に波漂流力係数がどのように変化するかを示したものであ

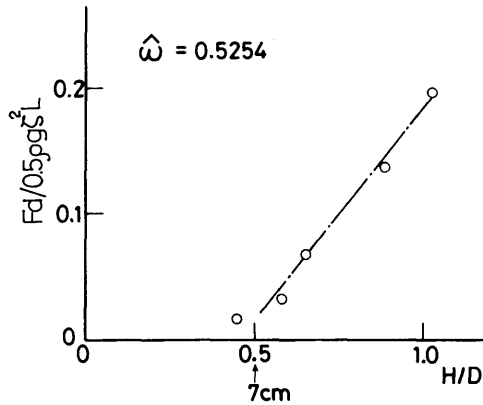


Fig. 15 The wave height effects of mean drifting force in head waves

る。

この結果から、漂流力係数は波高が7cmを超えると明らかに波高に対して直線的に増大することが判る。このことは、漂流力が波高7.0cmを超えると波高の3乗に比例することを意味している。従って、(d)の要因は考えにくい。(b)の要因は Huse<sup>24)</sup>が示したように、HeaveあるいはPitchの同調近傍においてそれらの動揺の位相が、粘性減衰力により変化するために生ずるものである。即ち、(2.2.18)式及び(2.2.19)式で表される(3),(4)の漂流力成分がtotalの漂流力に対し支配的となる場合に生ずるものである。そこで、今回の構造物に対する定常波漂流力の各成分を(2.2.16)~(2.2.19)式に基づいて数値計算によって求め、各成分の定常波漂流力に対する寄与率を調べた。Fig. 16は、出会い角 $0^\circ$ の規則波中に於ける波漂流力の各成分の寄与を示したものである。この結果から、今回の構造物に対しては(2.2.16)~(2.2.19)式の(3)と(4)の定常漂流力への寄与は非常に小さく、(1)と(2)の寄与が支配的であることが判る。従って、この要因も考え難い。残るは(a)と(c)であるが、漂流力が波高の3乗に比例すること及び今議論している周波数域では円柱の径と波長の比がかなり小さいことなどから(a)の要因説が最も有力である。

そこで、粘性に基づく波漂流力がどのようなものであるかを調べるために、無限水深に固定された喫水 $h$ の微小径の鉛直円柱について線形波理論の範囲内で考察する。この考察を Appendix C に示す。この考察の

(210)

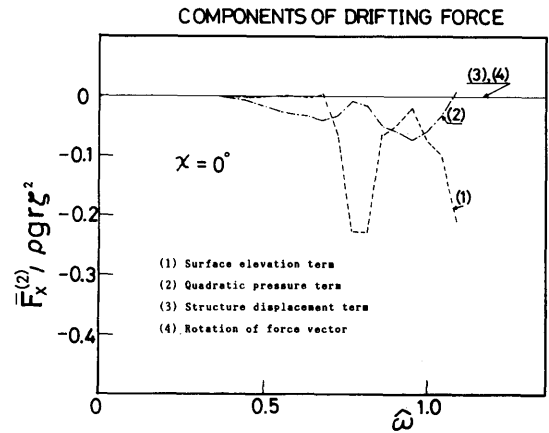


Fig. 16 Components of the mean longitudinal drifting force in head waves ( $r=L/2$ )

結果のみを示すと以下通りである。

- (1) 粘性定常漂流力は、波高の3乗に比例する。また、それはモリソン式の流速の自乗に比例する波力を等価線形化すると2次のボルテラ級数で表される。
- (2) Slowly varyingな粘性変動漂流力は、2成分波の平均周波数の自乗と共に大きくなる。
- (3) 粘性漂流力は喫水に依存せず、波高と径の比に依存する。

この結果の重要な点は、たとえ粘性漂流力が含まれていても漂流力は、もしモリソン式の流速の自乗に比例する波力が等価線形化されるのであれば2次のボルテラ級数で表されると言うことである。しかし、厳密に粘性漂流力を取り扱うには、粘性流とポテンシャル流との相互干渉及びモリソン式に diffraction 波の影響が考慮されない等の問題がある。そこで、ここでは近似的に Standing<sup>11)</sup>が示した結果をいま考えている構造物に適用する。なお、Appendix C で示した粘性定常漂流力の結果は、Standing が示したそれと一致する。

Standing は Havelock の式を用いて、無限水深に固定された鉛直円柱に働く粘性定常漂流力とポテンシャルに基づく定常漂流力の比を次のように表した。

$$R = (H/D) / \{2 \pi^3 (D/\lambda)^2\} C_d \quad (2.4.4)$$

ここで、 $D$ は円柱の直径、 $H$ は波高、 $\lambda$ は波長、 $C_d$ は円柱の抗力係数である。



Fig. 17は(2.4.4)式を用いて求めた定常漂流力に対する粘性とポテンシャルに基づく成分の寄与度を示したものである。図中の破線は砕波限界を示している。また、丸印は今回の実験の範囲を示したものであり、実線は $C_a=1$ の場合の $R=1$ の曲線、即ち粘性とポテンシャルに基づく成分の寄与度が等しい曲線を示している。

この図から、波高が7.0cmを超える領域、即ち $H/D > 0.5$ の領域は、明らかに粘性影響が支配的であることが判る。

この(2.4.4)式の結果を、いま考えている構造物にそのまま適用する。即ち、もし、一本の鉛直円柱に対して $R \gg 1$ であれば、定常漂流力は次のように修正する。

$$\tilde{F}_a = (1+R)F_a \quad (2.4.5)$$

ここで、 $F_a$ はポテンシャル流に基づく定常漂流力、 $\tilde{F}_a$ は粘性修正後の定常漂流力である。

$H$ に不規則波の有義波片振幅( $H_{1/3}/2$ )をとり、 $C_a$ が0.5(文献[25]の曳航試験結果から得られた構造物全体の抗力係数)として求めた粘性修正後の定常漂流力の推定値をFig. 11に太い破線で示した。

この図から、粘性修正後の定常漂流力の推定値は、波高が高い場合の規則波中の実験結果及び不規則波中の実験結果を良く表していることが判る。

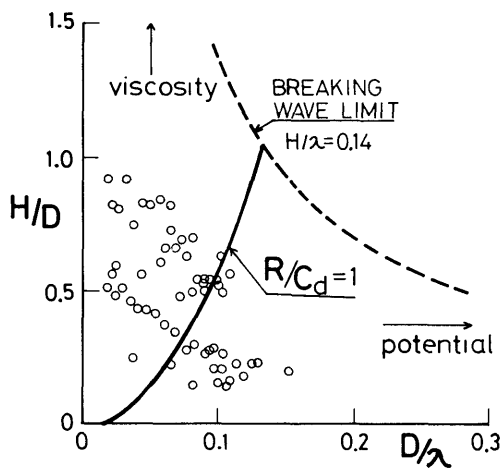


Fig. 17 Comparisons with viscous and potential components of drifting forces to the vertical cylinder

## 2.4.6 変動波漂流力特性

$(\omega_i, \omega_j)$ 面で計算された変動波漂流力 $f_{ij}$ の実数部と虚数部のコンターをFig. 18に、それらの数値をTable 4に示す。図中の $\hat{\omega}_i, \hat{f}_{ij}$ は次式で無次元化されている。

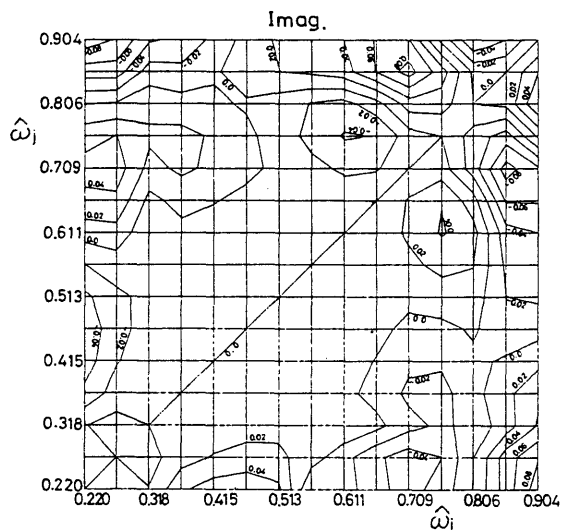
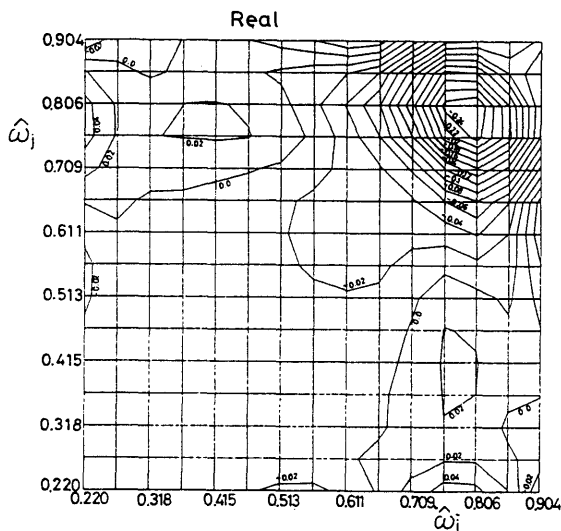


Fig. 18 Quadratic transfer function of the low frequency longitudinal drifting force

Table 4 Numerical tables of the quadratic transfer function of low frequency drifting force

R e a I      p a r t

$\frac{\omega_j}{\omega_i}$	0.2199	0.2687	0.3176	0.3665	0.4154	0.4643	0.5131	0.5620	0.6109	0.6597	0.7086	0.7575	0.8064	0.8553	0.9041
0.2199	-0.000293	-0.000633	-0.002154	-0.00465	-0.00988	-0.01737	-0.0240	-0.0246	-0.0154	0.00238	0.02738	0.0490	0.0464	0.0211	-0.0362
0.2687	-0.000633	-0.000266	-0.000565	-0.001045	-0.00224	-0.00426	-0.00636	-0.00625	-0.00214	0.00357	0.01016	0.0178	0.01684	0.00456	-0.01048
0.3176	-0.002154	-0.000565	-0.000509	-0.000801	-0.001504	-0.00278	-0.00416	-0.00471	-0.00441	-0.00237	0.00650	0.01941	0.01547	-0.003691	-0.01318
0.3665	-0.00465	-0.001045	-0.000801	-0.00167	-0.002967	-0.004986	-0.00702	-0.00742	-0.00578	-0.00279	0.00626	0.0210	0.01995	0.00399	0.00101
0.4154	-0.00988	-0.00224	-0.001504	-0.002967	-0.00475	-0.007324	-0.00980	-0.01046	-0.00928	-0.00646	0.00450	0.02227	0.0212	0.00558	0.0107
0.4643	-0.01737	-0.00426	-0.00278	-0.004986	-0.007324	-0.0105	-0.01341	-0.0144	-0.01380	-0.01102	0.00184	0.02086	0.01793	0.00356	0.01918
0.5131	-0.0240	-0.00636	-0.00416	-0.00702	-0.00980	-0.01341	-0.01667	-0.01826	-0.01878	-0.0165	-0.00328	0.0130	0.00625	-0.00375	0.02668
0.5620	-0.0246	-0.00625	-0.00471	-0.00742	-0.01046	-0.01440	-0.01826	-0.02142	-0.02442	-0.0239	-0.01319	-0.00455	-0.01516	-0.01295	0.03931
0.6109	-0.0154	-0.00214	-0.00441	-0.00578	-0.00928	-0.01380	-0.01878	-0.02442	-0.0305	-0.03184	-0.0257	-0.0288	-0.4171	-0.01964	0.05657
0.6597	0.00238	0.00357	-0.00237	-0.00279	-0.00646	-0.01102	-0.01649	-0.0239	-0.03184	-0.03461	-0.03711	-0.0594	-0.07921	-0.0408	0.0504
0.7086	0.02738	0.01016	0.00650	0.00626	0.00450	0.00184	-0.00328	-0.01319	-0.0257	-0.03711	-0.06273	-0.1191	-0.1559	-0.1110	-0.0111
0.7575	0.0490	0.0178	0.01941	0.0210	0.02227	0.02086	0.0130	-0.00455	-0.0288	-0.0594	-0.1191	-0.20833	-0.2479	-0.1881	-0.07609
0.8064	0.0464	0.01684	0.01547	0.01995	0.0212	0.01793	0.00625	-0.01516	-0.04171	-0.07921	-0.1559	-0.2479	-0.26064	-0.1810	-0.08084
0.8553	0.0211	0.00456	-0.003691	0.00399	0.00558	0.00356	-0.00375	-0.01295	-0.01964	-0.0408	-0.1110	-0.1881	-0.1810	-0.12043	-0.0795
0.9041	-0.0362	-0.01048	-0.01318	0.00101	0.0107	0.01918	0.02668	0.03931	0.05657	0.0504	-0.0111	-0.07609	-0.08084	-0.0795	-0.10590

I m a g .      p a r t

$\frac{\omega_j}{\omega_i}$	0.2199	0.2687	0.3176	0.3665	0.4154	0.4643	0.5131	0.5620	0.6109	0.6597	0.7086	0.7575	0.8064	0.8553	0.9041
0.2199	0.00	-0.01886	-0.00080	-0.03595	-0.05041	-0.05470	-0.0444	-0.02034	0.00966	0.03532	0.04695	0.03220	-0.00137	-0.04963	-0.09150
0.2687	0.01886	0.00	0.00782	-0.0112	-0.02149	-0.02740	-0.0244	-0.00965	0.01334	0.03638	0.05063	0.04024	0.00129	-0.05029	-0.07833
0.3176	0.00080	-0.00782	0.00	-0.00771	-0.00946	-0.01153	-0.01430	-0.01685	-0.01596	-0.00576	0.01377	0.02379	0.01342	-0.01031	-0.04245
0.3665	0.03595	0.0112	0.00771	0.00	-0.00656	-0.01214	-0.01468	-0.01261	-0.00572	0.00718	0.02416	0.02634	0.00751	-0.01437	-0.03581
0.4154	0.05041	0.02149	0.00946	0.00656	0.00	-0.00626	-0.01014	-0.01083	-0.00801	0.00104	0.01575	0.01727	0.00365	-0.00250	-0.01466
0.4643	0.05470	0.02740	0.01153	0.01214	0.00626	0.00	-0.00497	-0.00845	-0.01006	-0.00552	0.00525	0.00477	-0.00229	0.01013	0.00750
0.5131	0.0444	0.0244	0.01430	0.01468	0.01014	0.00497	0.00	-0.00523	-0.01011	-0.00980	-0.00492	-0.00964	-0.01031	0.01973	0.02361
0.5620	-0.02034	0.00965	0.01685	0.01261	0.01083	0.00845	0.00523	0.00	-0.00648	-0.0104	-0.01454	-0.02629	-0.02103	0.02381	0.03055
0.6109	-0.00966	-0.01334	0.01596	0.00572	0.00801	0.01006	0.01011	0.00648	0.00	-0.00807	-0.02354	-0.04198	-0.02724	0.03224	0.04023
0.6597	-0.03532	-0.03638	0.00576	-0.00718	-0.00104	0.00552	0.00980	0.0104	0.00807	0.00	-0.02226	-0.03937	-0.00892	0.06155	0.06197
0.7086	-0.04695	-0.05063	-0.01377	-0.02416	-0.01575	-0.00525	0.00492	0.01454	0.02354	0.02226	0.00	-0.00971	0.02979	0.08913	0.06230
0.7575	-0.03220	-0.04024	0.02379	-0.02634	-0.01727	-0.00477	0.00964	0.02629	0.04198	0.03937	0.00971	0.00	0.02936	0.0500	-0.00436
0.8064	0.00137	-0.00129	-0.01342	-0.00751	-0.00365	0.00229	0.01031	0.02103	0.02724	0.00892	-0.02979	-0.02936	0.00	-0.00417	-0.0589
0.8553	0.04963	0.05029	0.01031	0.01437	0.00250	-0.01013	-0.01973	-0.02381	-0.03224	-0.06155	-0.08913	-0.0500	0.00417	0.00	-0.0399
0.9041	0.09150	0.07833	0.04245	0.03581	0.01466	-0.0075	-0.02361	-0.03055	-0.04023	-0.06197	-0.06230	0.00436	0.0589	0.0399	0.00

$$\hat{\omega} = \omega \sqrt{D/g}$$

$$\hat{f}_{ij} = f_{ij} / 0.5 \rho g |a_i| |a_j| L \quad (2.4.6)$$

ここで、 $a_i, a_j$  は 2 成分波のそれぞれの振幅である。  
この図から  $\hat{f}_{ij}$  の実数部は、 $(\hat{\omega}_i, \hat{\omega}_j) = (0.806, 0.806)$  付近にかなり険しい谷がありそれ以外では平坦であることがわかる。また、 $\hat{f}_{ij}$  の虚数部も  $\omega_i = \omega_j$  付近はかなり平坦である。この結果は、今回の構造物の場合、 $f_{ij}$  に Newman 近似が適用できることを示唆するものである。

変動漂流力に関する計算結果と実験結果との比較を Fig. 19 に示す。図中の左側が前後方向波力の 2 次

応答関数 ( $G_2^f = 2 f_{ij}$ ) の振幅部分であり、右側がその位相部分を表している。図中の細い破線等は不規則波中の実験データをクロスバースペクトル解析して求めた結果、実線はポテンシャル流れに基づく計算結果、太い一点鎖線はポテンシャル流れに基づく定常漂流力の計算値と Newman 近似を使用して求めた結果、太い破線は粘性影響を考慮した定常漂流力の計算値と Newman 近似を使用して求めた結果である。また、 $\Delta\omega$  は 2 成分波の差の周波数、横軸はその平均周波数である。なお、変動漂流力は直接実験から求められないので、クロスバースペクトル解析して求めた前後揺れの 2 次の応答関数と静水中自由振動試験から求めた流体

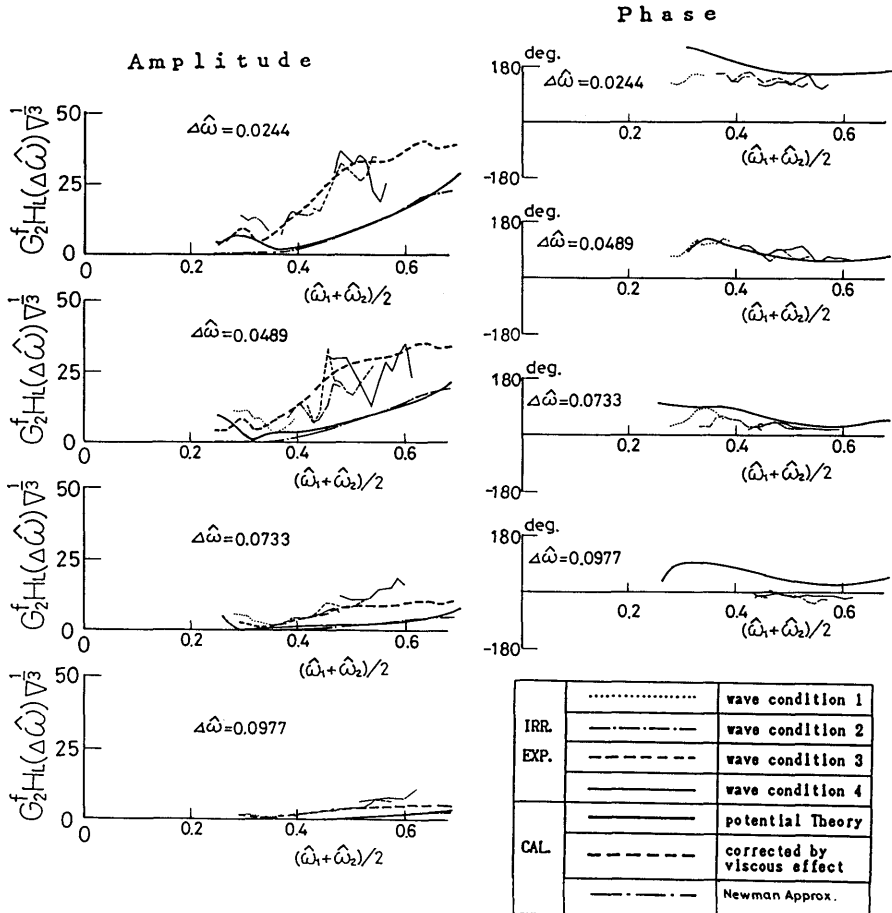


Fig. 19 Comparisons with experimental and numerical results on the quadratic transfer function of low frequency drifting force

力係数を使用して逆算して変動漂流力の応答特性を求め、外力に対する線形な応答関数  $H_L$  と排水容積  $\nabla$  で無次元化した。即ち、次の関係式を使用した。

$$G_2^f(\omega_1, -\omega_2) = \bar{G}_2(\omega_1, -\omega_2) / H_L(\omega_1 - \omega_2) \quad (2.4.7)$$

ここで、

$$H_L(\omega) = 1 / [K - (M + m_{11})\omega^2 + iN^e \omega] \quad (2.4.8)$$

この図から、ポテンシャル流れに基づく計算結果は、全体的に実験結果より低いが、傾向的には良く一致していることが判る。また、実線と一点鎖線の比較から、変動漂流力にはほぼ Newman 近似が適用できることもわかる。さらに、粘性影響を考慮した定常漂流力と Newman 近似を使用して求めた結果と実験結果とは良く一致することから、今回の実験範囲及び構造物の形状に対して、粘性影響が漂流力に大きく寄与することが判る。

### 2.4.7 波浪中に於ける長周期運動の流体力係数の変化

2.1節で波浪での長周期運動の減衰力は、静水中のそれとは異なる可能性があることを述べたが、今回実験に使用した構造物に対しても同じ現象が、起こりうるかどうかを次のような方法で調べる。

まず、前後揺れの2次の応答関数を  $G_2$ 、定常及び変動漂流力の応答関数を  $G_2^f$ 、外力に対する浮体の応答関数を  $\bar{H}_L$  と置き、これらが、(2.4.7)式を満たすとす。次に、以前に著者<sup>26)</sup>らが示した瞬時々の波エネルギーに対する長周期運動の応答関数  $A(\omega)$  を導入する。

$$\begin{aligned} A(\omega) &= S_{x\xi^2} / S_{\xi^2} \\ &= \int S_{\xi}(\omega - \nu) S_{\xi}(\nu) G_2^*(\omega - \nu, \nu) d\nu \\ & \quad / \int S_{\xi}(\omega - \nu) S_{\xi}(\nu) d\nu \end{aligned} \quad (2.4.9)$$

ここで、 $S_{x\xi^2}$  は  $\xi^2$  と前後揺れ  $x$  とのクロススペクトル、 $S_{\xi^2}$  は  $\xi^2$  のオートスペクトルである。

この時、(2.2.23)式と (2.4.7)式から次の関係式が成り立つことは容易に判る。

$$A^*(\omega) = H_L(\omega) W_2(\omega) \quad (2.4.10)$$

従って、もし  $G_2^f$  に Newman 近似が適用できるのであれば、(2.2.23)、(2.4.10)式から波浪中に於ける外力に対する長周期運動の無次元応答関数  $\bar{H}_L$  は次式で表される。

$$(214)$$

$$\bar{H}_L = A^*(\omega) / A(0) \quad (2.4.11)$$

Fig. 20 に (2.4.11)式の関係式から求めた  $\bar{H}_L$  と静水中自由動揺実験から得られる付加質量と等価線形減衰力から求めた無次元応答関数  $\tilde{H}_L$

$$\tilde{H}_L = K / [K - (M + m_{11})\omega^2 + i\omega N^e] \quad (2.4.12)$$

との比較を示す。図中の細線等は  $\bar{H}_L$  の結果、実線は  $\tilde{H}_L$  の結果を表している。なお、 $\bar{H}_L$  の推定に使用した  $A(0)$  の値は、次のようにして求めた。

(2.2.13)式から

$$\begin{aligned} A(0) &= H_L(0) W_2(0) \\ &= 1 / K \bar{F}^{(2)} / \sigma_{\xi}^2 \end{aligned} \quad (2.4.13)$$

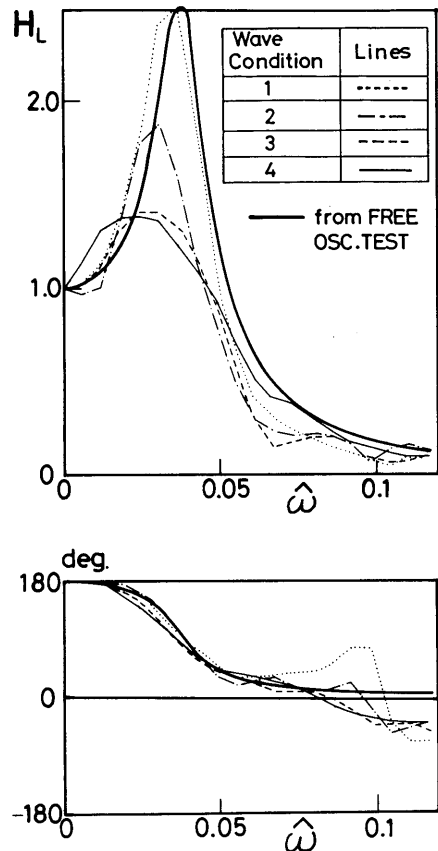


Fig. 20 Frequency surge response function to external forces ( $H_L$ )

が得られる。従って、この関係を用いて  $A(0)$  の値を予測した。

Fig. 20 から  $\bar{H}_L$  は  $\tilde{H}_L$  と傾向的には良く一致するが、長周期運動時の値は静水中自由動揺時の値に対して固有周期が長周期側にづれ、減衰力が大きくなっていることが判る。

そこで、定量的に波浪中に於ける長周期運動の流体力の変化を調べるため、Fig. 20 の  $\bar{H}_L$  が (2.4.12) 式と等価であると仮定し、最小自乗近似法によって  $\bar{m}_{11}$  と  $\bar{N}_{11}^e$  を求めた。その結果を Table 5 に示す。

Table 5 Comparisons with hydrodynamic coefficients in still water and in slow drift oscillations

Wave Cond.	$(M+\bar{m}_{11})/(M+m_{11})$	$\bar{N}_{11}^e/N_{11}^e$
2	1.00	1.39
3	0.89	1.67
4	0.87	1.65

この表から、明らかに波浪中で減衰力増加が生じていることが判る。その量は、静水中の値の1.6~1.7倍である。また、見掛け質量が10%程度減少することも判る。

### 3. 線形ばねで係留された浮体の動揺シミュレーション

#### 3.1 時間領域の運動方程式とその解法

##### 3.1.1 運動方程式とその解法

時間領域の運動方程式は一般に次のように表される。

$$\sum_i [(M_{ki} + m_{ki}(\infty)) \ddot{X}_i + \int_{-\infty}^t K_{ki}(t-\tau) \dot{X}_i d\tau + a_{ki}(\dot{X}_i, \dot{\xi}; t) + b_{ki}(X_i; t) + C_{ki}(X_i, \dot{X}_i, \ddot{X}_i; t) = F^{(1)}_{ki}(t) + F^{(2)}_{ki}(t)] \quad (3.1.1)$$

ここで、  $M_{ki}$ ; 浮体の質量行列

$m_{ki}(\infty)$ ;  $\omega = \infty$  における付加質量行列

$a_{ki}$ ; 粘性減衰力行列

$b_{ki}$ ; 静水圧による復原力の行列

$C_{ki}$ ; 係留反力の行列

$K_{ki}$ ; メモリー影響関数

$F^{(1)}_{ki}$ ; 1次の波力及びモーメントの列ベクトル

$F^{(2)}_{ki}$ ; 2次の波力及びモーメントの列ベクトル

(3.1.1) 式は慣性項以外の項を総て右辺に整理すると次の Newton 方程式で表される。

$$M \ddot{X} = \vec{F} \quad (3.1.2)$$

$M$ ; 質量マトリックス  
 $\vec{X}$ ; 運動変位の列ベクトル  
 $\vec{F}$ ; 外力の列ベクトル

(3.1.2) 式を時間領域で解くために、ここでは Newmark- $\beta$  法<sup>27)</sup>を用いる。

Newmark- $\beta$  法によると、ある時刻における  $i$  モードの変位を  $X_i$  とおくと、 $\Delta t$  時間後の変位  $X_i$  は次式で表される。

$$X_i^{n+1} = X_i^n + \Delta t \dot{X}_i^n + \Delta t^2/2 \ddot{X}_i^n + \beta \Delta t^2 (\ddot{X}_i^{n+1} - \ddot{X}_i^n) \quad (3.1.3)$$

$$\dot{X}_i^{n+1} = \dot{X}_i^n + \Delta t/2 (\ddot{X}_i^{n+1} + \ddot{X}_i^n) \quad (3.1.4)$$

(3.1.2) 式に対し、(3.1.3)、(3.1.4) 式を用いて  $X_i$  に対する収束計算を行うことにより、時刻  $t$  における値から時刻  $t + \Delta t$  における値を求めることができ、(3.1.2) 式は時間領域で解ける。なお、 $\beta$  に対しては無条件安定の1/4を用いる。

また、収束判定は、iteration 中の加速度を  $\ddot{X}_i^{n+1}$  とするとき

$$|\ddot{X}_i^{n+1} - \ddot{X}_i^n| / |\ddot{X}_i^{n+1}| \leq 1/100 \quad (3.1.5)$$

という条件で行う。

##### 3.1.2 時間領域に於ける流体力とその求め方

(3.1.1) 式に示された運動方程式の左辺第2項に対し、フーリエ変換を施すと次のような関係が得られる。

$$m_{ki}(\omega) = m_{ki}(\infty) - 1/\omega \int_0^\infty K_{ki}(t) \sin \omega t dt \quad (3.1.6)$$

$$N_{ki}^{(1)}(\omega) = \int_0^\infty K_{ki}(t) \cos \omega t dt \quad (3.1.7)$$

ここで、 $m_{ki}(\omega)$  は周波数領域の付加質量行列、 $N_{ki}^{(1)}(\omega)$  は周波数領域の造波減衰力行列である。

従って  $0 \leq \omega \leq \infty$  に亘る付加質量、造波減衰力が求められれば時間領域の流体力 ( $m_{ki}(\infty)$ )、メモリー影響関数  $K_{ki}$  が求められる訳だが、実際には不可能に近い。そこで、限られた  $\omega$  の範囲で何点か求められた  $N_{ki}^{(1)}(\omega)$  に対し、スプライン補間を用いて外挿を行

い、その外挿値が0になる $\omega_0$ を求め、 $0 \leq \omega \leq \omega_0$ の範囲で次の積分を行って $K_{ki}$ を求めた。

$$K_{ki}(t) = 2/\pi \int_0^{\omega_0} N_{ki}^{(1)}(\omega) \cos \omega t d\omega \quad (3.1.8)$$

### 3.1.3 時間領域での粘性流体力

浮体の粘性流体力を数値的に求めるに当り、水面下の浮体の各構成要素を複数個のブロックに分割して、それぞれのブロックの体積中心に働く粘性抗力を積分することで浮体全体の粘性流体力を求めた。式で表せば次の通りである。

$$a_{ki} = N_{ki}^{(2)} \dot{X}_i | \dot{X}_i | \quad (3.1.9)$$

$$N_{ki}^{(2)} = 1/2 \rho \iint n_i dS C_a \quad (3.1.10)$$

なお、水平面内以外の運動に対しては文献[31]を参照して、 $C_a=1.5$ とした。また、水平面内の運動に対しては、(3.1.9)式を等価線形化した次式

$$a_{ki} = N_{ki}^e \dot{X}_i \quad (3.1.11)$$

を用い、 $N_{ki}^e$ には2.4.3節で求めた実験値を使用した。

### 3.1.4 時間領域の波力

#### (1) 線形波力

これは線形システム理論に基づき次式で求められる。

$$F_{1k}^{(1)}(t) = \int g_{1k}^f(\tau) \zeta(t-\tau) d\tau \quad (3.1.12)$$

ここで、 $g_{1k}^f$ は線形波力のインパルス応答関数であり、周波数応答関数の逆フーリエ変換によって次のように求められる。

$$g_{1k}^f(\tau) = 1/2\pi \int G_{1k}^f(\omega) \exp(i\omega\tau) d\omega \quad (3.1.13)$$

もし、波スペクトルが与えられているのであれば、Riceの表示に従い次式から求めることもできる。

$$F_{1k}^{(1)}(t) = \int |G_{1k}^f| \cos(\omega t + \epsilon(\omega) - \arg(G_{1k}^f)) \times \sqrt{2U(\omega)} d\omega \quad (3.1.14)$$

ここで、 $U(\omega)$ は one-side 型の波スペクトルである。

#### (2) 定常及び変動波漂流力

(2.2.18)式から波漂流力はシステム関数 $w_{2k}$ を用いると次式のように表される。

$$F_{2k}^{(2)}(t) = \int w_{2k}(\tau) \zeta(t-\tau)^2 d\tau \quad (3.1.15)$$

(216)

ここで、

$$w_{2k}(\tau) = 1/2\pi \int W_{2k}(\omega) \exp(i\omega\tau) d\omega \quad (3.1.16)$$

ただし、

$$W_{2k}(\omega) = \int G_{2k}^f(\omega - \nu, \nu) S_\zeta(\nu) d\nu / \sigma_\zeta^2 \quad (3.1.17)$$

もし、 $G_{2k}^f(\omega_i, \omega_j)$ が、 $\omega_i, \omega_j$ に対し十分滑らかであり、 $\partial G_{2k}^f / \partial \omega_i$ 及び $\partial G_{2k}^f / \partial \omega_j$ が微小であれば、2.2.2節の結果から波漂流力が $\bar{F}^{(2)} \zeta^2(t)$ をローパスフィルターに通すことで発生できる。

### 3.2 シミュレーション結果と実験結果との比較

各 wave condition に対する前後揺れのシミュレーション結果と計測結果の比較を Figs. 21~22 に、またスペクトルの比較を Fig. 23 に示す。波漂流力のシミュレーションには、2.4.6節から(2.2.18)式と(2.2.27)式を使用した。

(2.2.27)式のローパスフィルターの周波数特性を表す $\theta(\omega)$ の振幅特性には、cosine 自乗フィルター( $\omega=0$ で $\theta(\omega)=1$ 、 $\omega=\omega_p$ (波スペクトルピーク周波数)で $\theta(\omega)=0$ の特性を有する)を使用した。なお計算の刻み幅は計測データのサンプリング時間と同じ 60 msec にした。

この図から長周期運動があまり大きく無い場合はシミュレーション結果と計測データは非常に良く一致するが長周期運動が支配的となると、両者は定量的に一致の度合が悪く、シミュレーション結果が計測結果よりやや大きくなることが判る。シミュレーション結果が計測結果より高くなる理由は、波浪中に於ける長周期運動の減衰力増加にあると考えられる。

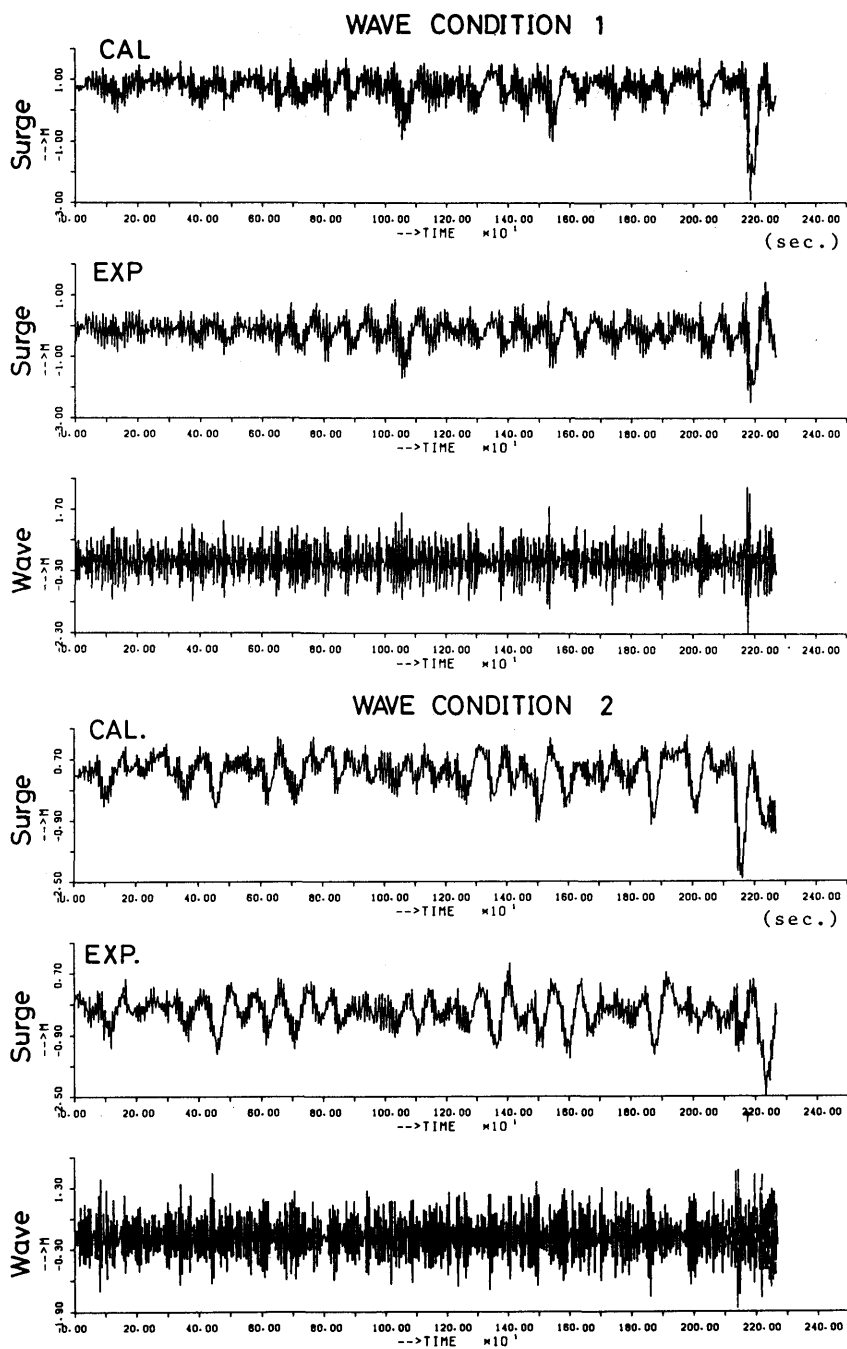


Fig. 21 Comparisons between simulation results and measured ones on the floating body which is moored by linear springs (wave condition 1 and 2)

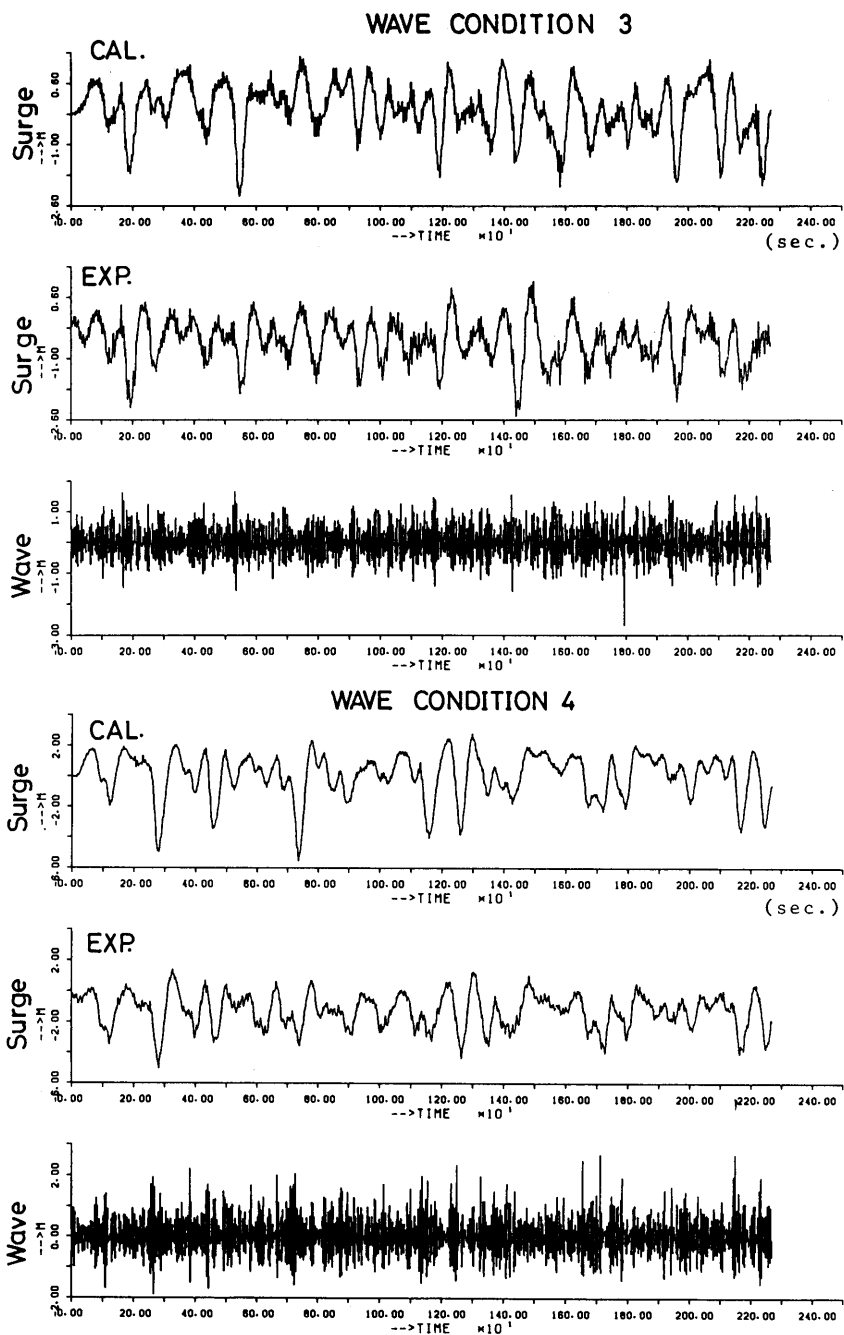


Fig. 22 Comparisons between simulation results and measured ones on the floating body which is moored by linear springs (wave condition 3 and 4)



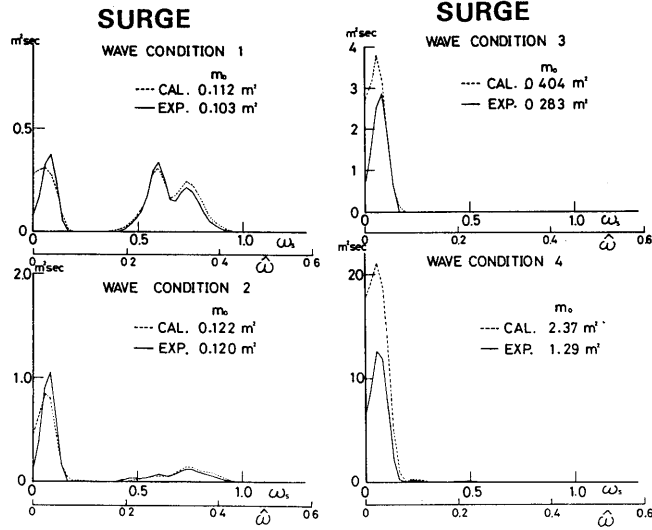


Fig. 23 Comparisons with surge spectra of simulations and experiments

#### 4. 索鎖係留ラインで係留された係留浮体の動揺と係留ラインに働く張力のシミュレーション

##### 4.1 係留反力の取扱

##### 4.1.1 現 状

通常、係留反力は、係留ラインに働く流体力を無視して線形ばねまたは非線形ばねとして考えることが一般的である。これは、係留ラインに働く変動張力特性をばねで十分表し得るとする理由のものではなく、通常の浮体式海洋構造物であれば、浮体の排水量に比べて索鎖の重量が軽く、係留ラインは弛緩状態で使用されるのが一般的であるため、浮体の運動には係留ラインに働く流体力を考慮しても余り差が生じないという理由によるものである。また、海洋構造物が長周期運動を行う場合でも係留鎖の運動速度、運動加速度は極めて小さくカテナリーの变形から生ずる静的復原力で十分であると言われている。確かに、係留ラインが動揺することによって生じる動的張力が構造物の動揺に及ぼす影響は少ないかもしれないが、係留ラインに働く変動張力を予測する場合にはラインに働く流体力による影響を無視しえるのであろうか？このことを確認するために2種類の水槽模型試験を実施して検討することとした。

##### 4.1.2 水槽模型試験による検討

###### (1) 波浪中試験

###### (a) 試験の概要

フーチング付きカラム型支持浮体と上部構造物とから構成される半潜水型浮遊式海洋構造物模型を4条の鉄鎖係留ラインによって Fig. 24 に示すように係留した。

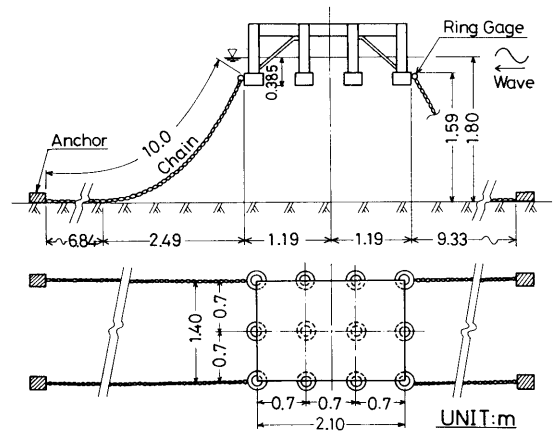


Fig. 24 Configuration of mooring lines

使用した係留ラインは、単位長さ当りの水中重量が  $0.146\text{kg/m}$ 、等価円断面直径が  $3.2\text{mm}$  の鉄製チェーンである。また、静止状態に於ける1条の係留ラインのばね常数は、前後揺れ方向に対し  $0.848\text{kg/m}$  である。なお、使用した係留ラインの静的張力特性を Fig. 25 に示す。

模型試験は、当所の海洋構造物試験水槽で行った。試験に使用した波は、Fig. 26 に示す5種類の不規則波である。不規則波の発生法は2.4.1節で述べた方法と同一である。波との出会い角は  $0^\circ$  である。

計測項目は、浮体中心線上に配置したサーボ式波高計による入射波高、発光体 (L. E. D) を使用した非接触型動揺測定装置による浮体の前後揺れ、上下揺れ及び縦揺れ並びにリングゲージ式張力計による係留ラインに働く張力である。

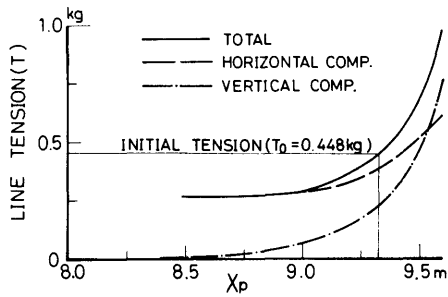


Fig. 25 Static tension characteristics of mooring lines

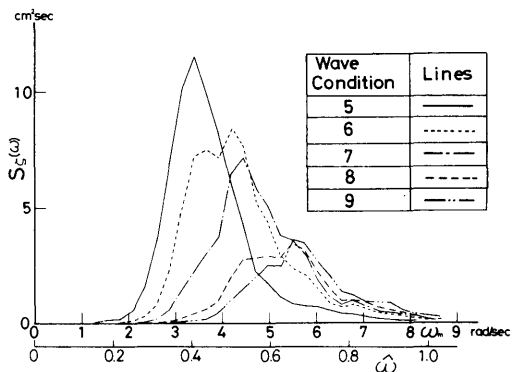


Fig. 26 Wave spectra

(b) 試験結果及び考察

Figs. 27~Fig. 29 に波周波数に対する浮体の動揺の周波数応答特性を示す。図中の丸印は5種類の波スペクトルのピーク値の10%以上のエネルギー密度を有する周波数領域に於ける実験結果、実線は係留ラインによる復原力を線形ばねで近似した場合の理論計算値、破線は係留鎖が動揺することによってラインに生じる流体反力を考慮した理論計算値である。ラインに生じる流体反力の予測値は、後述する簡易推算法によって求めた。Fig. 30 は係留点に於ける上下及び前後方向の動揺応答特性の計算結果である。Fig. 31 は、波上側 (weather side) 右舷の係留ラインに働く変動張力の応答振幅特性である。Fig.31中の実線は、Fig.30の係留点動揺の予測値から係留ラインによる反力を線形ばねだけと考えたときの計算値、破線は簡易推算法に基づきラインの慣性力、減衰力も考慮した計算結果、●印は、ランプドマス法<sup>28)</sup>に基づきラインの慣性力、減衰力及び非線形復原力も考慮した計算結果、□印は規則波中の実験結果、○印は不規則波中の実験結果である。縦軸の変動張力は、一本のコラムの水線面積  $A_{cw}$  と波振幅で無次元化した。なお、簡易推算法に於て、ラインに働く変動張力は次のようにして求めた。

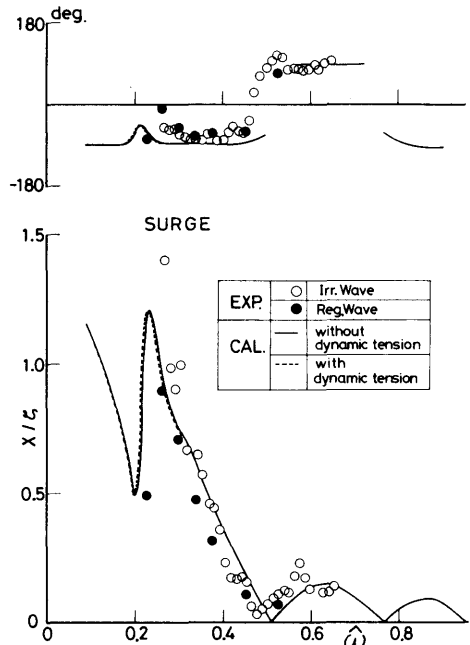


Fig. 27 Linear frequency response function of surge motion

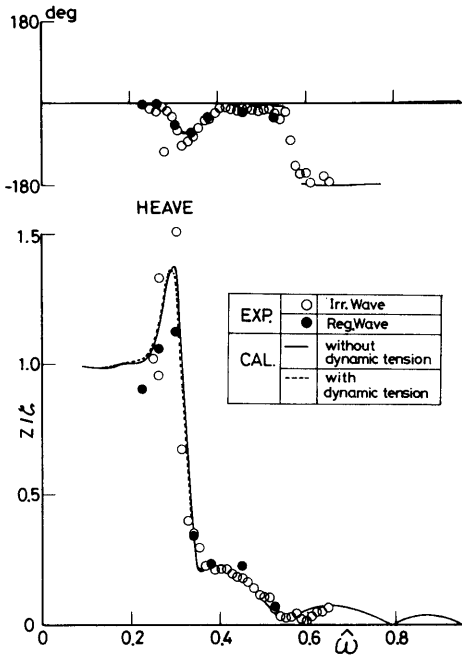


Fig. 28 Linear frequency response function of heave motion

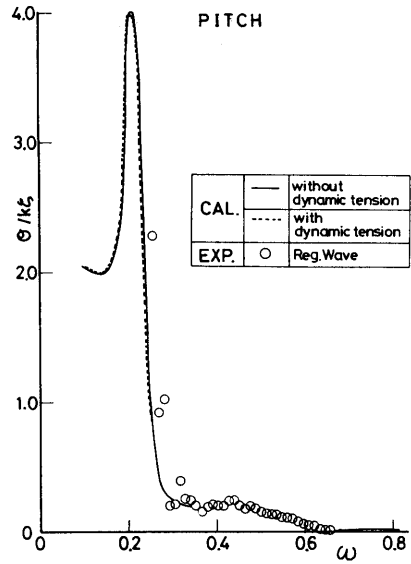


Fig. 29 Linear frequency response function of pitch motion

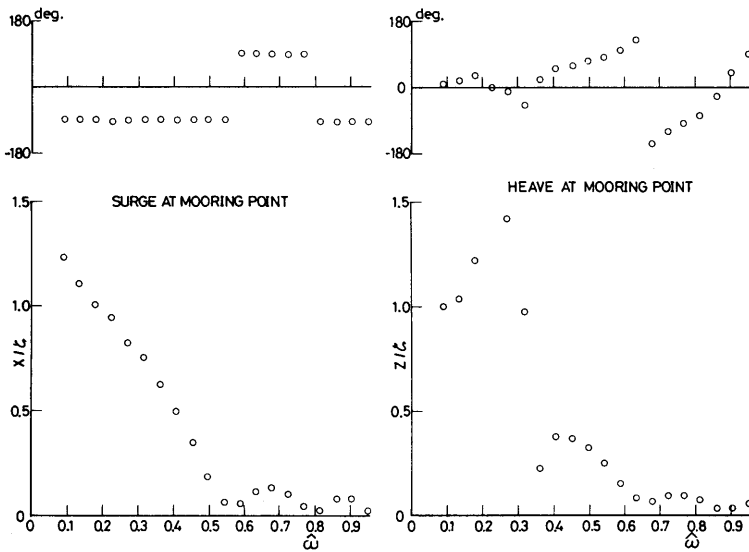


Fig. 30 Frequency response functions of motions at the mooring point

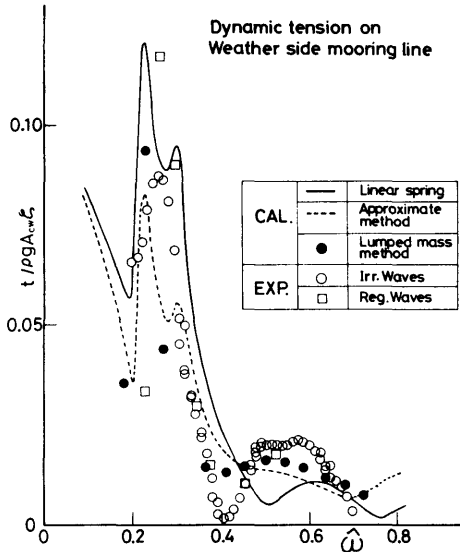


Fig. 31 Frequency response function of dynamic tension on the weather side line

係留点での前後及び上下動揺をそれぞれ  $u, v$  とすれば、文献[29]に従うと係留ラインに働く前後及び上下方向の変動張力は次のように表される。

$$t_u = a_{uu}u + b_{uu}\dot{u}|\dot{u}| + c_{uu}\ddot{u} + a_{uv}v + b_{uv}\dot{v}|\dot{v}| + c_{uv}\ddot{v} \quad (4.1.1)$$

$$t_v = a_{vu}u + b_{vu}\dot{u}|\dot{u}| + c_{vu}\ddot{u} + a_{vv}v + b_{vv}\dot{v}|\dot{v}| + c_{vv}\ddot{v} \quad (4.1.2)$$

従って  $u, v$  が周波数  $\omega$  で調和振動しているのであれば、上式は次のように書き換えられる。

$$t_u = t_{uc} \cos(\omega t) + t_{us} \sin(\omega t) \quad (4.1.3)$$

$$t_v = t_{vc} \cos(\omega t) + t_{vs} \sin(\omega t) \quad (4.1.4)$$

故に係留ライン全体に働く変動張力  $t$  は近似的に次式で与えられる。

$$t = t_c \cos(\omega t) + t_s \sin(\omega t) \quad (4.1.5)$$

ここで、 $t_c = \sqrt{t_{uc}^2 + t_{vc}^2}$ 、 $t_s = \sqrt{t_{us}^2 + t_{vs}^2}$

実際、 $u$  と  $v$  は未知数であるので、iteration によって  $t$  を求めることになる。

まず、Fig. 31 から考察する。

実験結果とランプドマス法及び簡易推算法によって係留ラインの動的影響を考慮した計算結果とは波周波

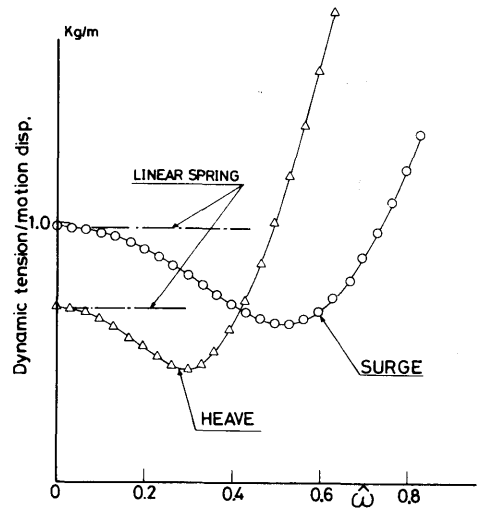


Fig. 32 Dynamic tension characteristics of mooring lines

数  $\omega = 0.4$  付近を除いて良く一致していることが判る。

また、線形ばねで近似した場合の計算結果は、実験結果に対し傾向的には良く一致しているものの、低周波数域で実験値及びラインの動的影響を考慮した計算結果より大きく、周波数が高くなると逆に小さくなる。

係留ラインの動的影響を考慮した結果が考慮しない結果よりも低周波数域で小さくなる理由は、Fig. 32 に示すように係留ラインが運動することによって生ずるラインの慣性力が、復原力の作用する方向に対し反対方向に作用するため、見かけ上係留ラインの復原力が小さくなるためである。この結果は、小寺山ら<sup>30)</sup>が示した結果、即ち係留ラインの動的影響によって係留ラインを線形ばねで近似した場合より、変動張力が大きくなることに矛盾するようにみえるが、彼らの議論は波周波数が高い周波数域での議論であり、今回の結果でも  $\omega$  が 0.45 以上では、彼らと同じ結果が得られており矛盾するものではない。Figs. 27~29 から、各々の動揺応答に対し、同調周波数付近及びそれより低周波数領域に於て係留ラインの動的影響が動揺応答に若干影響を及ぼしているが、それほど顕著ではないことが判る。

## (2) 風浪中試験

## (a) 試験の概要

実際の係留浮体には、波浪の他に風や流れなどの定常外力が作用する。このような状況下に於て浮体の動揺が係留ラインによってどのように変化するか、あるいは係留ラインに働く張力特性が予測可能かどうかを実験的に調べるため、(1)の試験で用いた模型を Fig. 33 に示すように 6 条の係留ラインで係留し、実機換算で風速 15m/sec (operating condition), 35m/sec (storm condition) に対応する風荷重を加え、規則波中の試験を行った。使用した係留ラインは、単位長さ当たりの水中重量が 0.201kg/m, 空中重量が 0.231kg/m の鉄製チェーンである。長さは 9.55m である。試験は(1)の試験と同じ当部の海洋構造物試験水槽で行った。また、波との出会い角は  $0^\circ$  のみである。試験の詳細は、参考文献[31]を参照されたい。

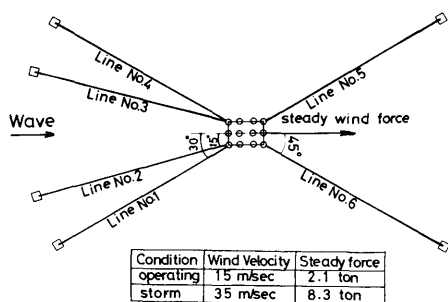


Fig. 33 Set-up of model tests in operating and storm conditions

## (b) 試験結果及び考察

Fig. 34~Fig. 36 は、各 condition に於ける動揺応答振幅特性を示したものである。図中の実線は係留ラインによる反力を線形ばねで近似した場合の計算結果、破線は簡易推算法によって係留ラインの動的影響を考慮した求めた計算結果、○印は実験結果である。同調周波数近傍及びそれより低い周波数域において、係留ラインに作用する流体反力が(1)の実験結果に比べて浮体の動揺に影響を及ぼしている。ちなみに、縦揺れの慣性モーメントと係留ラインに作用する縦揺れ方向の流体反力モーメントとの比は、(1)の実験時が 2.4%, operation condition 時が 5%, storm condition 時が 7% である。Fig. 37~Fig. 38 は各 condition に於ける係留ライン 1 と 2 に働く変動張力の応答振幅特性

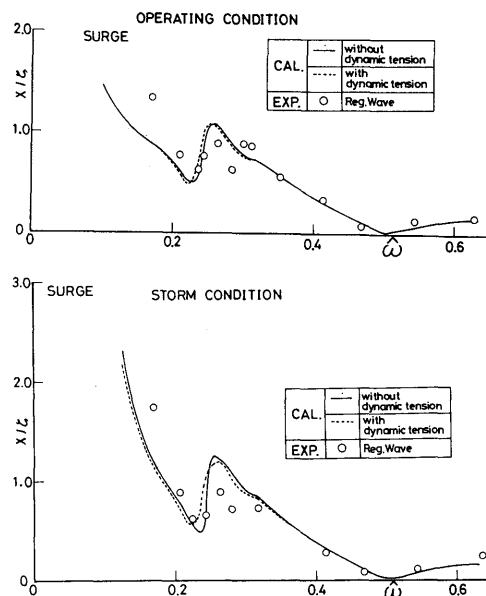


Fig. 34 Comparisons with surge response functions in both conditions (dynamic tension effects)

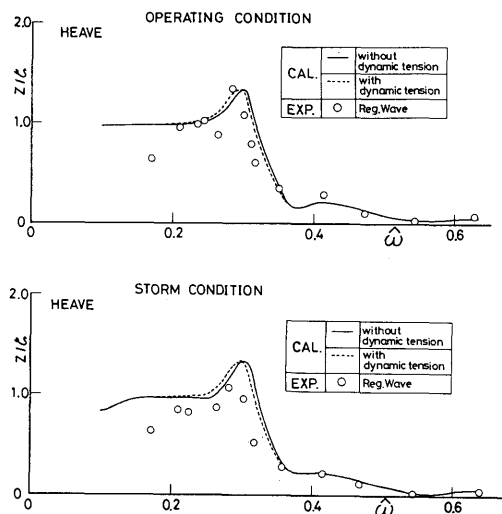


Fig. 35 Comparisons with heave response functions in both conditions (dynamic tension effects)

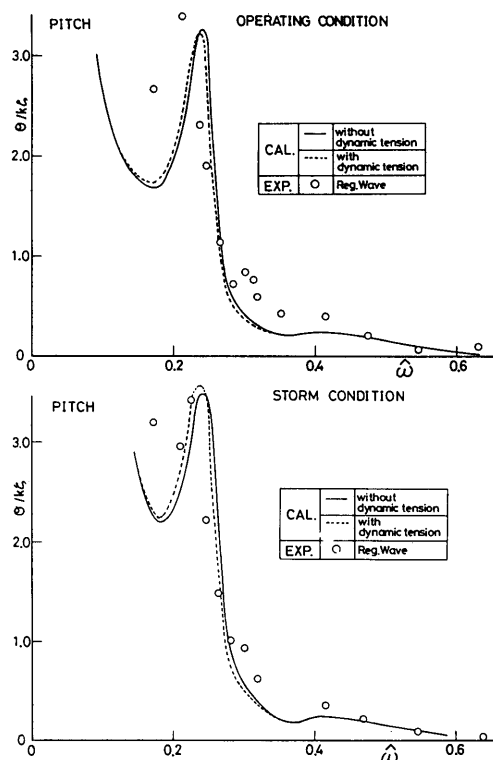


Fig. 36 Comparisons with heave response functions in both conditions (dynamic tension effects)

を示す。記号等は(1)の実験結果と同じである。この図から係留ラインの動的影響を考慮しないと係留力予測を過大評価することがわかる。特に, storm condition時は係留ラインの動的影響は無視できない。

### (3) 試験結果とシミュレーション結果の比較

Fig. 39～Fig. 40に4.1.2節の(1)の試験で取得した計測データと係留ラインの動的影響を考慮してシミュレートした結果の比較例を示す。線形ばねで係留した場合の結果と比較するため、ここでは、長周期運動が支配的な wave condition 6 と wave condition 7 の結果のみを示した。Fig. 40は、波上側右舷の係留ラインに働く変動張力の比較例である。線形ばねで係留した場合の比較結果と比べると実験結果とシミュレーション結果との波形の一致度は、あまり良くないがピークの位置等は傾向的によくあっている。シミュレーション結果が計測結果より大きな張力を発生しているのは、本シミュレーションに対し浮体の定常傾斜や定

(224)

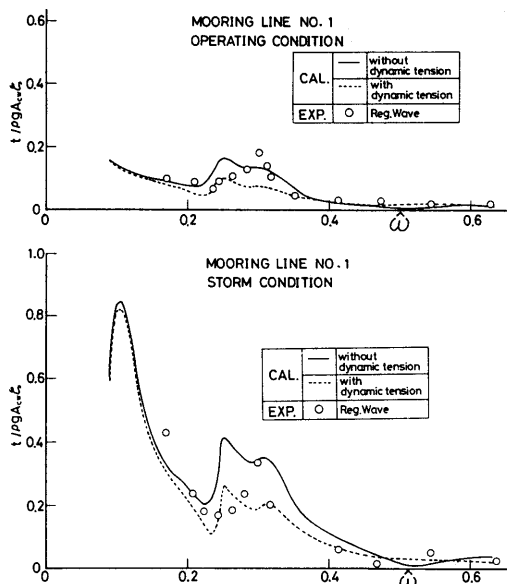


Fig. 37 Comparisons with tensions on mooring line 1 in both conditions (dynamic tension effects)

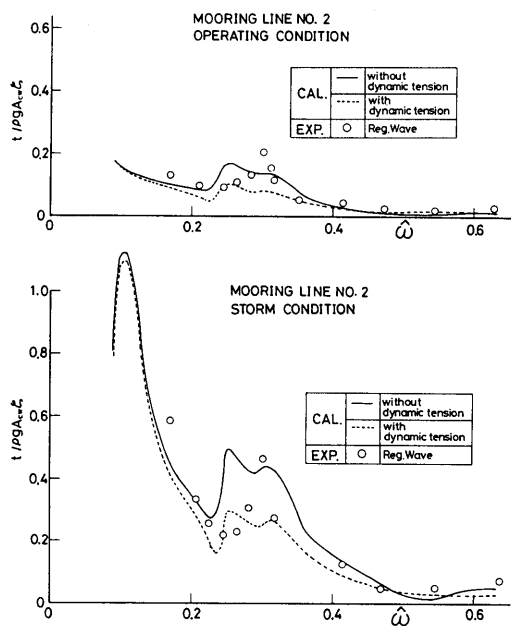


Fig. 38 Comparisons with tensions on mooring line 2 in both conditions (dynamic tension effects)

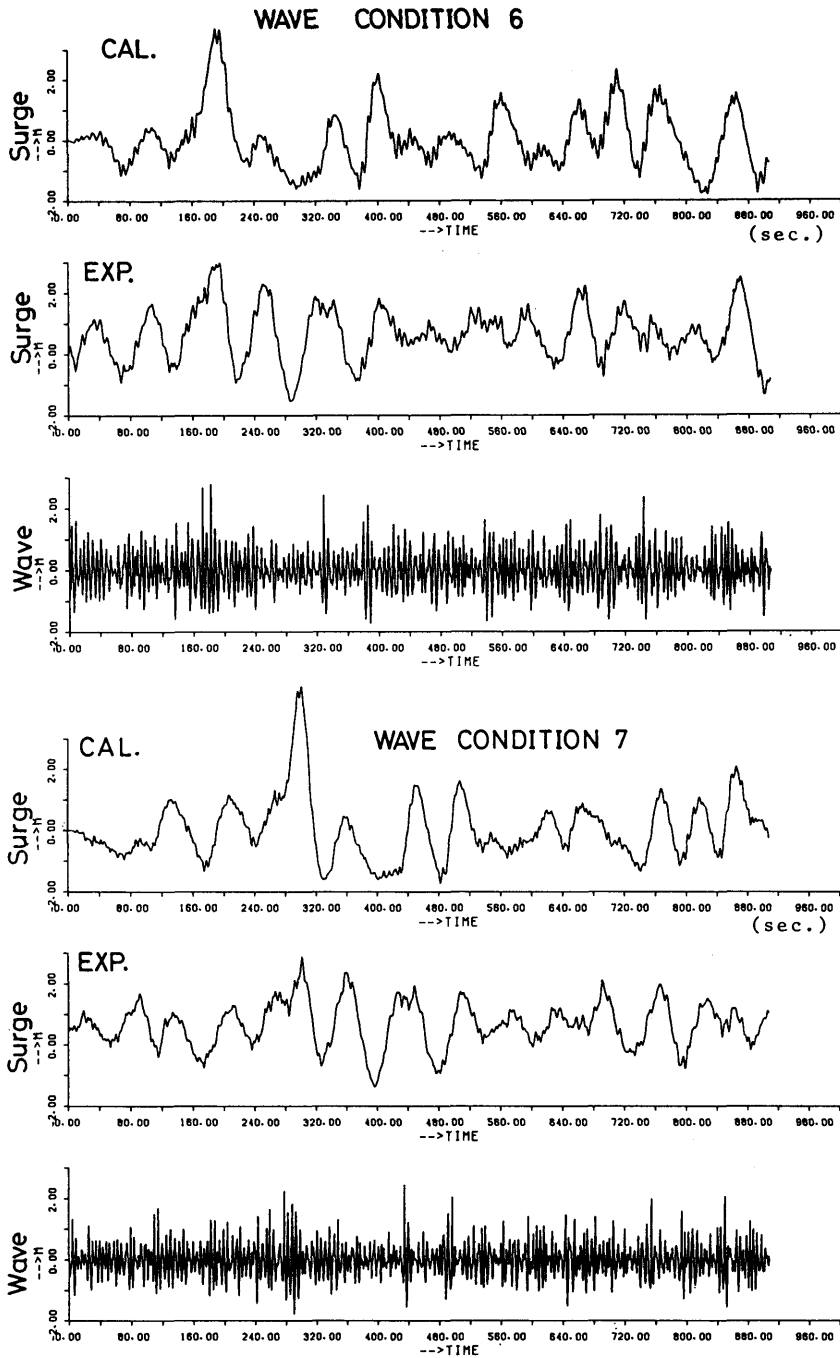


Fig. 39 Comparisons between simulation results and measured ones with surge motion

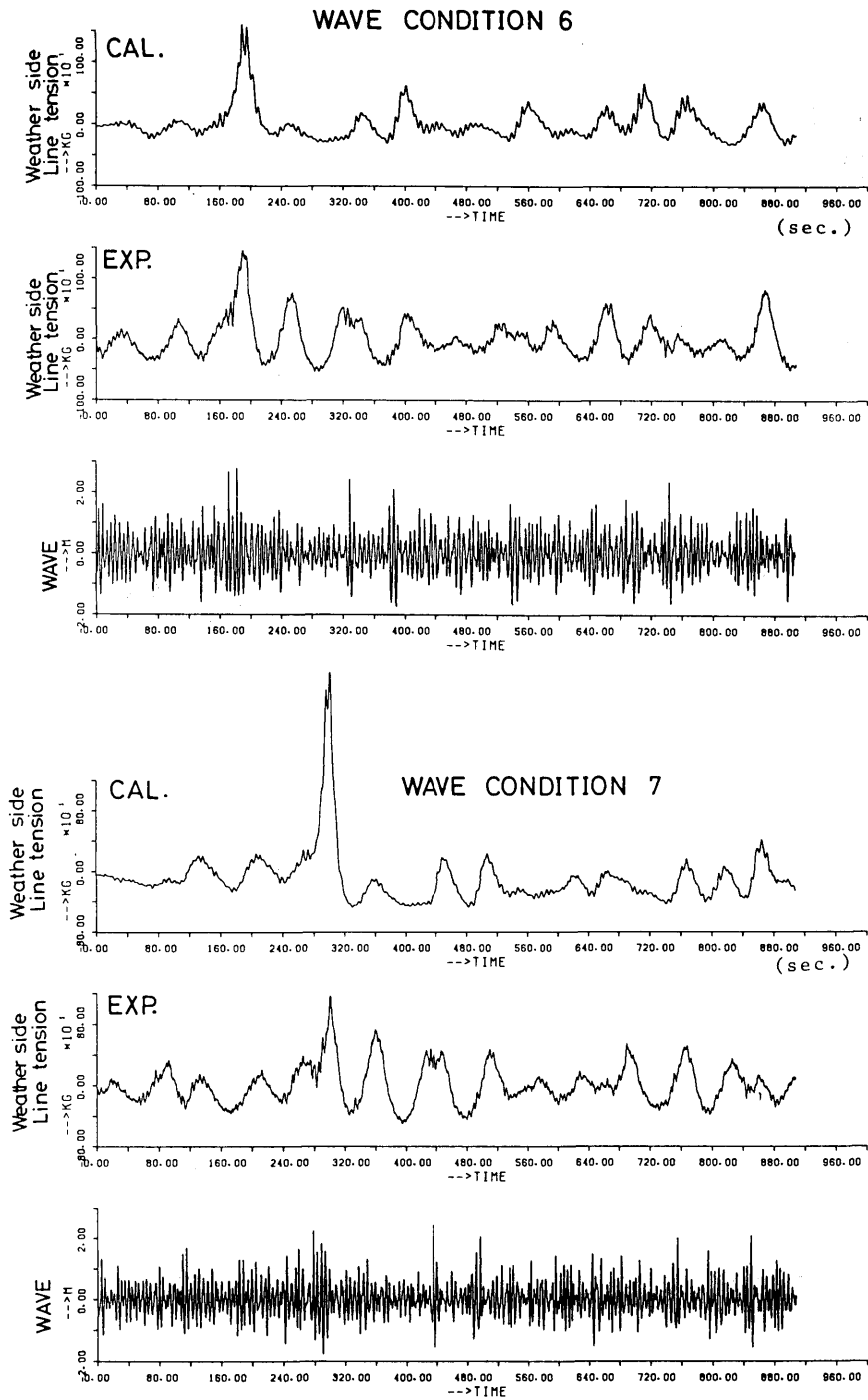


Fig. 40 Comparisons between simulation results and measured ones with weather side line tension



常沈下を考慮していないこと及び波浪中に於ける長周期運動の減衰力の増加にあると考えられる。

## 4.2 実機シミュレーション例

### 4.2.1 対象構造物の概要

Fig. 41 にシミュレーションの対象とした浮遊式海洋構造物“POSEIDON”号の概要図を示す。また、その構造物の主要目を Table 6 に示す。

構造物の設置海域は、山形県鶴岡市由良沖 3.5km (水深約 41m) であり、係留ラインの展張状態を Fig. 42 に示す。構造物は 6 条の係留ラインで係留され、1 本の係留ラインの長さは 260m、単位長さ当りの水中重量は 47.6kg/m である。また、係留鎖の規格は JIS 第 3 種スタッド付き 50mm チェーンで、その破断荷重は 200ton である。

### 4.2.2 波の自然環境条件

山形県温海町に設置した気象庁の波浪計による 1981 年～1984 年の波の観測資料<sup>22)</sup>に基づき波の自然環境条件を Table 7 のように設定した。

波スペクトルは有限 fetch を有する JONSWAP 型を採用し、スペクトルの形状を決定するパラメータは

Table 6 Principal dimensions of proto type structure

ITEMS	DIMENSIONS
Length overall	34.0 m
Length of upper deck	30.0 m
Breadth overall	24.0 m
Breadth of upper deck	20.0 m
Distance between columns	10.0 m
Maximum height	26.0 m
Height of upper deck	2.5 m
Height of C. G. (KG)	6.80 m
Draught	5.5 m
Displacement	527.5 t
Radius of Gyration	
Roll ( $K_{xx}$ )	9.8 m
Pitch ( $K_{yy}$ )	13.1 m
Yaw ( $K_{zz}$ )	14.66 m
Metacentric height	
Transverse ( $GM_t$ )	1.65 m
Longitudinal ( $GM_l$ )	4.80 m

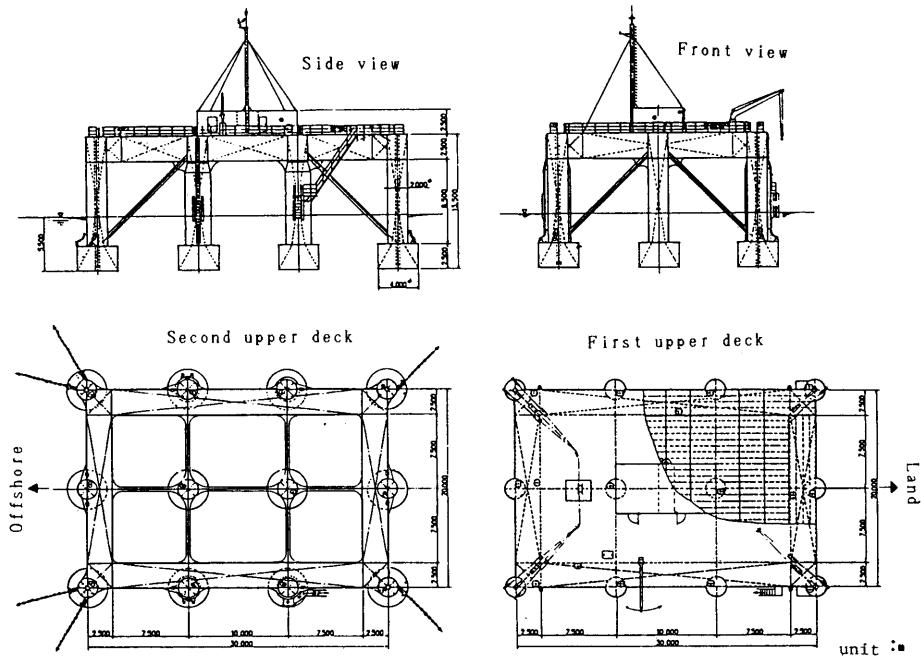


Fig. 41 Proto type structure

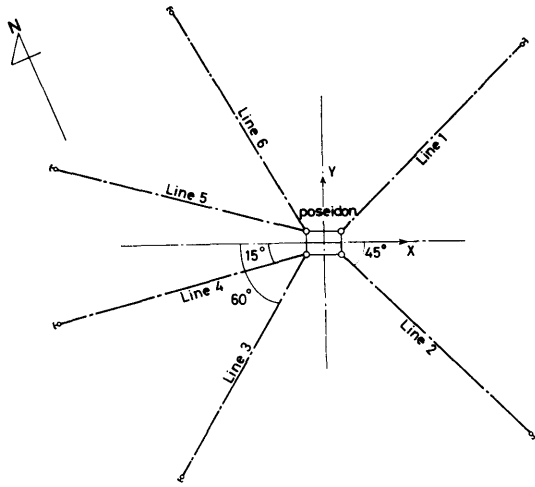


Fig. 42 Configuration of mooring lines

Table 7 Maximum wave conditions

	Maximum Condition
Significant Wave Height $H_{1/3}$ (m)	7.4
Significant Wave Period $T_{H1/3}$ (sec)	9.4
Mean Wave Period T (sec)	7.25
Wave Direction	SW~N
Maximum Wave Height (m)	12.0

次の値を用いた。

$$\gamma=3.3, \sigma_a=0.07, \sigma_b=0.09$$

4.2.3 実機の動揺及び係留力のシミュレーション

Table 7に基づく波向はSW~Nの方向であるが、今回はWNWの方向とした。シミュレーション結果をFig. 43に示す。この図から最大波高10mに対し、左舷15°の係留ライン (line 4 と line 5) に

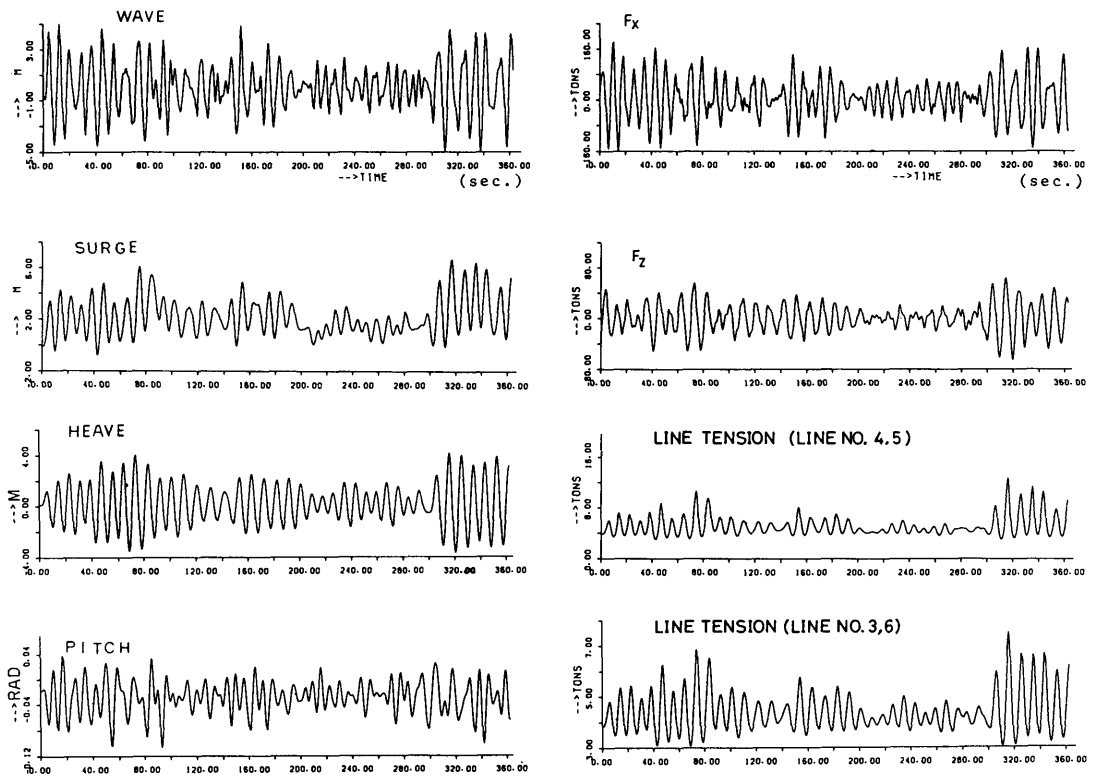


Fig. 43 Simulations of motions and mooring forces

働く最大張力 12.8t, 左舷 60° の係留ライン (line 3 と line 6) に働く最大張力 7.5t, 前後揺れの最大移動量 6.4m, 最大縦揺れの両振幅 8°, 最大上下揺れの両振幅 7.8m, 前後方向の最大波力は両振幅で 344t, 上下方向の最大波力は 128t であることが判る。また, かなり平均波周期が長いにも拘らず, 前後揺れには微かではあるが長周期運動が生じていることも判る。

## 5. 結 言

本研究の成果として次の様な結論が得られた。

(1) 正則摂動法によるポテンシャル流に基づく波漂流理論を紹介し, それに基づく数値計算プログラムを開発した。また, 長周期変動漂流力を入射波の 2 次の汎関数級数で表し, これをウィナー理論を用いてシステム関数として評価する方法を提示した。

変動漂流力をシステム関数表示すると, この周波数特性はクロスバースペクトル解析によって不規則波中の実験から推定できる。実験結果と数値計算結果との比較から, 今回対象とした構造物の場合, 波高が一本のコラム径以下であると両者は良く一致するが, それが一のコラム径以上であると両者は一致せず, 粘性に起因する漂流力成分があることが判明した。

この粘性漂流力は, 入射波の波高の 3 乗に比例し, 2 次の汎関数級数でシステム表示されることをモリソン式と線形波理論を用いて示したが, 実際の構造物に適用できる理論を開発するには至らなかった。そこで, Standing が示した無限水深中に固定された鉛直円柱に働く粘性漂流力の結果を本構造物に適用した。その結果は, 波高が一のコラム径以上の場合の波漂流力の実験結果を良く説明することが判明した。また, 今回の構造物の場合波漂流力に Newman 近似が適用できることも判明した。

これらの波漂流力の研究成果に基づいて係留浮体の長周期運動をシミュレートできるプログラムの開発を行った。

(2) 既に開発済みの時間領域の係留浮体の動揺シミュレーションプログラムを(1)の成果に基づき長周期運動も考慮できるように改造し, そのプログラムによって線形ばねで係留された係留浮体の前後揺れをシミュレートした結果と計測結果を比較した。その結果, 長周期運動が支配的とならない波条件の場合, 両者は良く一致するが, 長周期運動が支配的となるとシ

ミュレーション結果が計測結果を過大評価する。この原因は波浪中に於ける長周期運動の減衰力増加にあると考えられ, その量は今回の構造物の場合, 静水中の 1.6~1.7 倍である。

(3) 索鎖等の係留ラインで係留された場合, 係留鎖が動揺することによって生じる流体反力は, 浮体の動揺の同調点より低い周波数域で動揺応答に影響を及ぼすが, この影響度は致命的に大きいものではない。しかし, 係留ラインに働く張力に対しては, この影響はかなり大きく, 係留ラインに働く流体反力を考慮しないと動揺応答が大きい周波数域で, 張力の過大評価を与えることが判明した。従って, 係留ラインに働く張力を予測する場合は, 係留ラインが動揺することによって生ずる流体反力を考慮しなければならない。

(4) (1)から(3)の成果を総合して係留浮体の動揺及び係留力のシミュレーションプログラムを開発した。そのプログラムを利用して, 実海域実験構造物“POSEIDON”号の年間最大波条件下に於ける動揺及び係留力をシミュレートした。その結果, 波による最大係留力はライン破断荷重の 1/10 程度であることが判明した。

## 謝 辞

本研究は, 運輸省特別研究『浮遊式海洋構造物の係留システムの評価法に関する研究』の一環として昭和 57 年度から 4 ヶ年計画で実施してきた研究の一部である。本研究を実施するに当り東京大学生産技術研究所木下健助教授には, プログラム開発の援助, 討論等で御世話になりここに感謝致します。また, 成果を取りまとめるに当り多くの助言を頂いた海洋開発工学部安藤定雄部長, 並びに海洋開発工学部諸氏に御礼申し上げます。特に星野邦弘技官には, 実験及び実験解析等で多くの御助力を頂き, ここに深く感謝します。数値計算は, 中央計算機センターの大型計算機 FACOM M 180II-AD を使用した。なお, 本研究の成果である浮遊式海洋構造物の係留システム評価プログラムは, 現在, 定常風及び潮流の影響も考慮できるようにバージョンアップされている。

## 参 考 文 献

- 1) Pinkster, J. A. : Low frequency second order wave exciting forces on floating structures, *Neth. Ship Model Basin Pub.* (1980) No. 650
- 2) Ogilvie, T. F. : Second-order hydrodynamic effects on ocean platforms, *Proc. International Workshop on Ship and Platform Motions* (1983)
- 3) Verhagen, J. H. G. , van Sluijs, M. F. : The low-frequency drifting force on a floating body in waves, *Internat. Shipbuilding Progress*, Vol. 17 (1970) pp. 689-703
- 4) Hsu, F. H. , Blenkarn, K. A. : Analysis of peak mooring forces caused by slow vessel drift oscillations in random waves, *Proc. 2nd Offshore Technology Conf.*, (1970) pp. I-135-I-146
- 5) Marthinsen, T. : Calculation of slowly varying drift forces, *Appl. Ocean Res.* , Vol. 5, (1983) pp. 141-144
- 6) Roberts, J. B. : Nonlinear analysis of slow drift oscillations of moored vessels in random seas, *Jour. Ship Res.* , Vol. 25, (1981) pp. 130-140
- 7) Newman, J. N. : Second-order slowly varying forces on vessels in irregular waves, *Proc. Internat. Symp. on Dynamics of Marine Vehicles and Structures in Waves*, Univ. Coll. London, (1974) pp. 182-186
- 8) Pinkster, J. A. : Low frequency phenomena associated with vessels moored at sea, *Soc. of Petroleum Engineers of AIME*, SPE paper No. 4837, (1974) pp. 1-16
- 9) Pinkster, J. A. : Low frequency second order wave forces on vessels moored at sea, *Proc. 11th Symp. on Naval Hydrodynamics*, Univ. Coll. London, (1976) pp. 603-615
- 10) Lighthill, J. : Waves and hydrodynamic loading, *Proc. Symp. on Behaviour of Offshore Structures (BOSS)*, Univ. Coll. London (1979)
- 11) Standing, R. G. , Dacunha, N. M. C. , Matten, R. B. : Slow-varying second order wave forces : Theory and experiment, NMI R138 (1981)
- 12) 松井徹哉 : ピン係留式円筒カラムに働く長周期波浪漂流力—第一報理論—, *日本造船学会論文集*第159号, (1986) pp. 155-170
- 13) Triantafyllou, M. S. : A consistent hydrodynamic theory for moored and positioned vessels, *Jour. Ship Res.* , Vol. 26, (1982) pp. 97-105
- 14) Wichers, J. E. W. , van Sluijs, M. F. : The influence of waves on the low-frequency hydrodynamic coefficients of moored vessels, *OTC paper*, No. 3625, (1979) pp. 2313-2319
- 15) Wichers, J. E. W. : On the low-frequency surge motion of vessels moored in high sea, *OTC paper*, No. 4437, (1982) pp. 711-718
- 16) 加藤俊司, 木下 健 : 速度の自乗に比例する減衰を有する振動系の自由振動及び強制振動に及ぼす外乱の影響について, 第36回海洋工学委員会性能分科会資料 (1983)
- 17) Volterra, V. : *Theory of Functional and Integral and Integro Differential Equations*, Blackie and sons, Ltd. , London (1930)
- 18) Hasselmann, K. : Non linear ship motions in irregular waves, *Jour. Ship Res.* , Vol. 10, (1966) pp. 64-68
- 19) Rice, S. O. : *Mathematical analysis of random noise*, *Bell System Technical Journal* (1944)
- 20) Wiener, N. : *Extrapolation, Interpolation and smoothing of stationary time series*, John Wiley (1949)
- 21) Dalzel, J. F. : Cross-bispectral analysis : Application to ship resistance in waves, *Jour. Ship Res.* , Vol. 18, No. 1 (1974)
- 22) 木下 健, 前田久明, 諸岡一之 : Simulation of motions of moored vessel in waves and comparisons with measured one, *関西造船協会誌* (1987)
- 23) 加藤俊司, 安藤定雄 : 浮体の動揺応答の推定法に関する研究, *船舶技術研究所報告別冊*第6号, (1985) pp. 57-69
- 24) Huse, E. : Wave induced mean force on platforms in direction opposite to wave propagation, *Norwegian Maritime Res.* , Vol. 5, (1977) pp. 2-5
- 25) 安藤定雄外 : 実海域実験用浮遊式海洋構造物に対

する外力及び流体力, 船舶技術研究所海洋開発工学部部内資料 (1986)

- 26) Kato, S., Ando, S.: Statistical analysis of low frequency responses of a moored floating offshore structure (1st report), Papers of Ship Res. Institute, Vol. 23, No. 5, (1986) pp. 17-57
- 27) 戸川隼人: 有限要素法による振動解析, サイエンス社 (1976)
- 28) 中嶋俊夫: 質点系モデルによる各種係留ラインの動的解析に関する研究, 東京大学博士論文 (1980)
- 29) 加藤俊司, 安藤定雄: 鉄鎖係留ラインの静的張力特性と動的変動張力特性について, 西部造船会会報, 第66号 (1983)
- 30) 小寺山亘, 中村昌彦, 大楠 丹: 海洋温度差発電のためのステーションの運動と係留, 西部造船会会報, 第70号 (1985)
- 31) Takaishi, Y., Ando, S., Ohkawa, Y., Yago, K.: Design and model test of the proto-type floating platform for at-sea experiments, Proc. of 5th OMAE Symp., Vol. 1, (1986) pp. 448-454
- 32) 気象庁: 気象庁波浪観測資料第5号~第8号 (1980~1984)
- 33) Chakrabarti, S. K.: Steady drift force on vertical cylinder-viscous vs. potential, A. O. R. Vol. 6, No. 2 (1984) pp. 73-82

## Appendix A 正則摂動法に基づく 波漂流力の理論<sup>2)</sup>

ポテンシャル流に基づく波漂流力は波面上昇や物体運動の有限性に起因する2次のオーダーの波浪外力の長周期成分であり, それを定量的に評価するためには, これらの非線形効果を考慮した流体力の表示式を導く必要がある。ここでは Ogilvie<sup>2)</sup>の理論を紹介する。

### 1. 座標系

座標系を Fig. A-1 に示す。座標系は総て  $z$  軸を上向きとする右手直交座標であり, 各座標を次のように定義する。

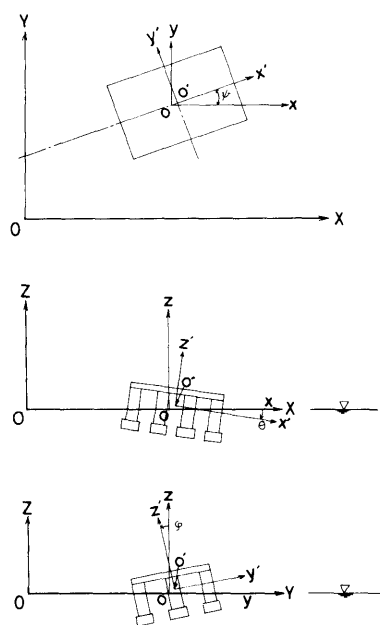


Fig. A-1 System of co-ordinates

#### i) 空間固定座標 $o-x y z$

浮体が外力を受けない状態で係留系と釣り合った位置で静止水面上浮体中央に原点を持ち,  $z$  軸を鉛直上向きに取った空間固定座標である。

#### ii) 物体固定座標 $o'-x' y' z'$

浮体に固定された座標系, 外力を受けない静止状態で  $o$  と  $o'$  は一致する。

## 2. 境界値問題

Fig. A-1 に示すような座標系において波の中で動揺する物体に働く流体力について考える。流体は理想流体（非圧縮，非粘性）で非回転運動とする。この時，速度ポテンシャル  $\Phi(\vec{X}, t)$  が存在し，流体の速度は次式で与えられる。

$$\vec{v} = \text{grad } \Phi \quad (\text{A.1})$$

その支配方程式は連続の式を表す次の Laplace の方程式であり，

$$[L] \Delta \Phi = 0 \quad (\text{A.2})$$

圧力は次の Bernoulli の式によって求められる。

$$p(x, y, z, t)/\rho = -\Phi_t - (\text{grad } \Phi)^2/2 - gz \quad (\text{A.3})$$

但し， $\rho$  = 流体密度， $g$  = 重力加速度

自由表面の方程式を  $z = \zeta(x, y, t)$  とすると，その上では次の 2 つの条件が課せられる。

(i) 運動力学的条件：

$$\begin{aligned} D/Dt(z - \zeta) &= \Phi_z - \zeta_t - \Phi_x \zeta_x - \Phi_y \zeta_y \\ &= 0 \quad \text{on } z = \zeta \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

(ii) 圧力条件：

$$p_0/\rho = -\Phi_t - (\nabla \Phi)^2/2 - gz \quad \text{on } z = \zeta \quad (\text{A.5})$$

ここで  $p_0$  は大気圧である。

(i), (ii) から自由表面条件式は次式となる。

$$\begin{aligned} [F] \quad & \Phi_{zt} + g\Phi_z + 2(\Phi_x\Phi_{zt} + \Phi_y\Phi_{yt} + \Phi_z\Phi_{zt}) \\ & + \Phi_x^2\Phi_{xx} + \Phi_y^2\Phi_{yy} + \Phi_z^2\Phi_{zz} \\ & + 2(\Phi_x\Phi_y\Phi_{xy} + \Phi_y\Phi_z\Phi_{yz} + \Phi_z\Phi_x\Phi_{zx}) = 0 \\ & \text{on } z = \zeta \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

次に物体表面の方程式を  $S_b(x, y, z, t) = 0$  としその上の単位法線ベクトルを  $\vec{n} = (n_1, n_2, n_3)$  とすれば，物体表面条件は次式で与えられる。

$$[H] \quad \partial \Phi / \partial n = \vec{n} \cdot \nabla \Phi = V_n \quad \text{on } S_b \quad (\text{A.7})$$

水底での条件は，水底の方程式を  $z = h(x, y)$  とすれば，

$$[B] \quad \partial \Phi / \partial n = 0 \quad \text{on } z = h(x, y) \quad (\text{A.8})$$

(232)

最後に  $R = \sqrt{x^2 + y^2}$  が無限大に近づく時，発散波だけが残るという放射条件が課せられる。

これらの境界値問題を直接解くにはかなりの困難さを伴う。即ち，自由表面と物体表面の境界は時間とともに移動するが，その移動量を決定するためには境界値問題が既に解けていなければならないし，物体表面上の法線や浸水面積の時間変化についても考慮しなければならない。

通常上記の問題は，摂動展開によって線形化して解くことになる。

速度ポテンシャル及び水面上昇量が微小パラメータ  $\epsilon$  (最大波傾斜) の級数で表されると仮定する。

$$\Phi(x, y, z, t) \sim \sum \epsilon^j \phi_j(x, y, z, t) + O(\epsilon^{N+1}) \quad (\text{A.9})$$

$$\zeta(x, y, t) \sim \sum \epsilon^j \zeta_j(x, y, t) + O(\epsilon^{N+1}) \quad (\text{A.10})$$

これらを自由表面の条件に代入し，さらに  $z = \zeta$  上で定義された式を  $z = 0$  (静水面) のまわりに Taylor 展開する。最終的に  $\epsilon$  のオーダーで整理し， $\epsilon^2$  のオーダーまで書き表すと自由表面の境界条件は次のようになる。

$$O(\epsilon) : \phi_{1zt} + g\phi_{1z} = 0 \quad \text{on } z = 0 \quad (\text{A.11})$$

$$\zeta_1 = -1/g\phi_{1t}|_{z=0} \quad (\text{A.12})$$

$$\begin{aligned} O(\epsilon^2) : \quad & \phi_{2zt} + g\phi_{2z} = -\partial/\partial t(\phi_{1z}^2 + \phi_{1y}^2 \\ & + \phi_{1z}^2) + 1/g\phi_{1t}\partial/\partial z(\phi_{1zt} \\ & + g\phi_{1z}) \quad \text{on } z = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

$$\begin{aligned} \zeta_2 = & [-1/g\phi_{2t} - 1/2g(\phi_{1z}^2 + \phi_{1y}^2 \\ & + \phi_{1z}^2) + 1/g^2\phi_{1t}\phi_{1tz}]|_{z=0} \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

この外に水底条件と放射条件が必要となる。

次に，もう一方の移動境界である物体表面条件について考える。

物体は 3 次元空間で 6 自由度の運動（並進運動  $\xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3)$  と回転運動  $\vec{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ ）とするものとする。簡単のため以下の記号を用いる。

$$\vec{x} = (x, y, z) = (x_1, x_2, x_3) \quad (\text{A.15})$$

$$\vec{x}' = (x', y', z') = (x_1', x_2', x_3') \quad (\text{A.16})$$

o に関する o' の位置ベクトルは  $\vec{\xi}$  で表されるので  $\vec{x}'$  と  $\vec{x}$  との位置ベクトルの間には次の線形変換則が成立する。

$$\vec{x}' = D(\vec{x} - \vec{\xi}) \quad (\text{A.17})$$

$$\vec{x} = D^{-1}\vec{x}' + \vec{\xi} \quad (\text{A.18})$$

ここで、 $D$ は回転行列、 $D^{-1}$ はその逆行列である。

$D$ は、解析力学で利用されるオイラー角とは若干異なるのでその求め方を以下に示す。

$x$ 軸周りの回転を除き  $o-x'y'z'$ 系と一致する新しい座標系  $o-\tilde{x}\tilde{y}\tilde{z}$ を定義する。 $\vec{x} = \tilde{\vec{x}}$ であるから  $\vec{x}'$ から  $x$ 軸まわりに  $\xi_4$ 回転した位置ベクトル  $\tilde{\vec{x}} = (\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$ への変換は

$$\tilde{\vec{x}} = A\vec{x}' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \xi_4 & \sin \xi_4 \\ 0 & -\sin \xi_4 & \cos \xi_4 \end{pmatrix} \vec{x}' \quad (\text{A.19})$$

で与えられる。

次にこの座標系から  $\tilde{y}$ 軸周りに  $\xi_5$ 回転した位置ベクトル  $\hat{\vec{x}} = (\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ への変換は

$$\hat{\vec{x}} = B\tilde{\vec{x}} = \begin{pmatrix} \cos \xi_5 & 0 & -\sin \xi_5 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \xi_5 & 0 & \cos \xi_5 \end{pmatrix} \tilde{\vec{x}} \quad (\text{A.20})$$

で与えられる。

最終的に  $\hat{z}$ 軸周りに  $\xi_6$ 回転した位置ベクトル  $\vec{x}'$ への変換は

$$\vec{x}' = C\hat{\vec{x}} = \begin{pmatrix} \cos \xi_6 & \sin \xi_6 & 0 \\ -\sin \xi_6 & \cos \xi_6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \hat{\vec{x}} \quad (\text{A.21})$$

で表される。

従って、 $D$ は変換順序を  $A, B, C$ に取れば、行列の積の演算に従い

$$D = \begin{pmatrix} c5c6 & c4s6 + s4s5c6 \\ -c5s6 & c4c6 + s4c5s6 \\ s5 & -s4c5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s4s6 - c4s5c6 \\ s4c6 + c4s4s6 \\ c4c5 \end{pmatrix} \quad (\text{A.22})$$

と表される。ただし、 $sn = \sin \xi_n$ ,  $cn = \cos \xi_n$ である。

また  $D$ は直交行列であり、 $D$ の逆行列は転置行列に等しい。

物体の6自由度運動についても次のように  $\epsilon$ のべきで展開できるとする。

$$\vec{\xi} = \epsilon \vec{\xi}_1 + \epsilon^2 \vec{\xi}_2 + O(\epsilon^3) \quad (\text{A.23})$$

$$\vec{a} = \epsilon \vec{a}_1 + \epsilon^2 \vec{a}_2 + O(\epsilon^3) \quad (\text{A.24})$$

これらの式を  $D$ に代入し、 $\epsilon$ のべきに整理すると次のようになる。

$$D = D_0 + \epsilon D_1 + \epsilon^2 D_2 + O(\epsilon^3) \\ = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \xi_6 & -\xi_5 \\ -\xi_6 & 0 & \xi_4 \\ \xi_5 & -\xi_4 & 0 \end{pmatrix} \\ - 1/2 \begin{pmatrix} \xi_5^2 + \xi_6^2 & -2\xi_4\xi_5 & -2\xi_4\xi_6 \\ 0 & \xi_4^2 + \xi_6^2 & -2\xi_5\xi_6 \\ 0 & 0 & \xi_4^2 + \xi_5^2 \end{pmatrix} + O(\epsilon^3) \quad (\text{A.25})$$

従って、(A.18)式から  $\vec{x}$ は

$$\vec{x} = \vec{x}' + [\vec{\xi} + \vec{a} \times \vec{x}'] + \epsilon^2 H \vec{x}' + O(\epsilon^3) \quad (\text{A.26})$$

と表される。ただし、

$$\epsilon^2 H = \epsilon^2 D^{-2} \quad (\text{A.27})$$

もし、 $\vec{x}$ が物体のある固定点を表すのであれば、その点の速度は、

$$\vec{u} = \dot{\vec{x}} = [\dot{\vec{\xi}} + \dot{\vec{a}} \times \vec{x}'] + \epsilon^2 \dot{H} \vec{x}' + O(\epsilon^3) \quad (\text{A.28})$$

と表される。ここで、“ $\cdot$ ”は時間微分を表し、 $\dot{H}$ は、行列  $H$ の各要素に対して時間微分を取ったものに対応する。

$o-x'y'z'$ 系の物体の単位法線ベクトルを  $\vec{n}$ とし、 $o'-x''y''z''$ 系のそのベクトルを  $\vec{n}'$ とすると、法線ベクトルは並進運動  $\vec{\xi}$ に依存しないので、

$$\vec{n} = \vec{n}' + \vec{a} \times \vec{n}' + \epsilon^2 H \vec{n}' + O(\epsilon^3) \quad (\text{A.29})$$

と表される。

回転運動に対する法線ベクトルは、ベクトル演算公式を使用すると

$$\vec{x} \times \vec{n} = \vec{x}' \times \vec{n}' + \vec{\xi} \times \vec{n}' + \vec{a} \times (\vec{x}' \times \vec{n}') \\ + \vec{\xi} \times (\vec{a} \times \vec{n}') + \epsilon^2 H (\vec{x}' \times \vec{n}') + O(\epsilon^3) \quad (\text{A.30})$$

と表される。

これらの準備の基に物体表面条件を考えよう。

物体固定座標系 ( $o'-x'y'z'$ ) において物体表面が次のように表されると仮定する。

$$S'(x', y', z') = 0 \quad (\text{A. 31})$$

空間固定座標系 ( $o-xyz$ ) に対しては

$$S(x, y, z, t) = 0 \quad (\text{A. 32})$$

である。

物体表面の境界条件は

$$\vec{n} \cdot \nabla \Phi = \vec{n} \cdot \vec{u} \text{ on } S \quad (\text{A. 33})$$

で与えられる。但し、 $\vec{u}$  は表面  $S$  の速度である。微小パラメータ  $\epsilon$  を用いると  $\nabla \Phi$  は

$$\nabla \Phi = \epsilon \nabla \phi_1 + \epsilon^2 \nabla \phi_2 + O(\epsilon^3) \quad (\text{A. 34})$$

で与えられるが  $\nabla \phi$  は  $S$  上の値であるので  $S$  の平均位置  $S_m$  周りに Taylor 展開すると

$$\nabla \phi_i = \nabla \phi_i^m + [(\vec{x} - \vec{x}') \nabla] \nabla \phi_i^m + \dots \quad (\text{A. 35})$$

と与えられる。ただし、 $\phi_i^m$  は  $S_m$  上のポテンシャル値を示す。

従って、

$$\begin{aligned} \nabla \Phi = & \epsilon \nabla \phi_1^m + \epsilon^2 \{ \nabla \phi_2^m + [(\vec{\xi}_1 + \vec{a}_1 \times \vec{x}') \nabla] \\ & \cdot \nabla \phi_1^m \} + O(\epsilon^3) \end{aligned} \quad (\text{A. 36})$$

と与えられる。上式を (A. 33) 式に代入し  $\epsilon$  の 2 次のオーダーまで比較整理すると境界条件は

$$O(\epsilon): \vec{n}' \cdot \nabla \phi_1^m = \vec{n}' \cdot [(\vec{\xi}_1 + \vec{a}_1 \times \vec{x}') \nabla] \phi_1^m \text{ on } S_m \quad (\text{A. 37})$$

$$\begin{aligned} O(\epsilon^2): \vec{n}' \cdot \nabla \phi_2^m = & \vec{n}' \cdot \{ (\vec{\xi}_2 + \vec{a}_2 \times \vec{x}') + \dot{H} \vec{x}' \\ & - [(\vec{\xi}_1 + \vec{a}_1 \times \vec{x}') \nabla] \nabla \phi_1^m \} + (\vec{a}_1 \times \vec{n}') \\ & \cdot \{ (\vec{\xi}_1 + \vec{a}_1 \times \vec{x}') - \nabla \phi_1^m \} \text{ on } S_m \end{aligned} \quad (\text{A. 38})$$

で与えられる。

### 3. 2 次の波力

物体に働く力は次のように表される。

$$F_i(t) = - \iint_S n_i p dS \quad (i=1, \dots, 6) \quad (\text{A. 39})$$

ここで、 $S$  は瞬時々の物体の没水表面であり、 $p =$

(234)

$p(x, y, z, t)$  は物体表面の圧力である。

(A. 39) 式を  $S_m$  上の積分に変換するためには、 $p$  を  $S_m$  上の値で表すだけでは不十分で Fig. A-2 に示すように平均水面から水面が上下する部分  $\Delta S$  の積分 (図中の斜線部) も考慮しなければならない。

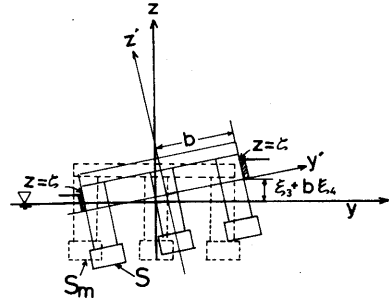


Fig. A-2 Relationship between  $S$  and  $S_m$

$\Delta S$  に渡る積分について以下に考察する。

Fig. A-2 からわかるように  $\Delta S$  の積分範囲は  $z = \xi_3 + y' \xi_4 - x' \xi_5$  と  $z = \zeta$  間 (図中では  $z = \xi_3 + b \xi_4$  と  $z = \zeta$  との間) であるので、

$$\begin{aligned} \iint_{\Delta S} n_i p dS = & -\rho \oint_{C_m} ds \int_0^{\epsilon \{ \xi_1 - \xi_{31} - y \xi_4 + x \xi_5 \} + \dots} dz \{ n'_i + \dots \} \{ g z + \epsilon \phi_{1t} \\ & + \epsilon g \{ \xi_{31} - y \xi_4 + x \xi_5 \} + \dots \} \end{aligned} \quad (\text{A. 40})$$

と表される。ここで、 $C_m$  は静水面と物体の交換である。

浮体が Wall Side の水線近傍で  $n'_i$  が急激に変化しないとするならば、 $\phi_{1t}$ 、 $n'_i$  を  $z=0$  の周りで展開し

$$\begin{aligned} n'_i(x, y, z) = & n'_i(x, y, 0) + O(\epsilon) \\ \phi_{1t}(x, y, z) = & \phi_{1t}(x, y, 0) + O(\epsilon) \\ = & -g \zeta_1 + O(\epsilon) \end{aligned}$$

を利用すると

$$\begin{aligned} \iint_{\Delta S} n_i p dS = & -\rho g / 2 \epsilon^2 \oint_{C_m} n'_i \{ \zeta_1 - \xi_{31} \\ & - y \xi_4 - x \xi_5 \}^2 ds \end{aligned} \quad (\text{A. 41})$$

が得られる。

$S$  を  $S_m + \Delta S$  に分解し  $p$  を  $S_m$  上で展開し

$$p|_S = p|_{S_m} + (\vec{x} - \vec{x}') \Delta p|_{S_m} + O(\epsilon^3) \quad (\text{A. 42})$$



(A. 41)式を考慮すると $\vec{F}$ の2次のオーダーまでの波力は次式で与えられる。(以後 $x'$ ,  $n'$ の添字“'”を無視する。)

$$\begin{aligned} \vec{F} = & -\rho g V \vec{k} - \epsilon \rho \left\{ \iint_{S_m} \vec{n} \phi_{1t} dS + g A_{w\rho} (\xi_{31} + y_f \xi_{41} - x_f \xi_{51}) \vec{k} \right\} - \epsilon^2 \rho \left\{ \iint_{S_m} \vec{n} \{ \phi_{2t} + \right. \\ & 1/2 |\nabla \phi_1|^2 + (\vec{\xi}_1 + \vec{\alpha}_1 \times \vec{x}) \cdot \nabla \phi_{1t} \} + (\vec{\alpha}_1 \times \vec{n}) \phi_{1t} \} \\ & dS - 1/2 g \oint_{C_m} ds \vec{n} \{ \zeta_1^2 - 2 \zeta_1 (\xi_{31} + y_f \xi_{41} - x_f \xi_{51}) \} \\ & + g A_{w\rho} \{ (\xi_{32} + y_f \xi_{42} - x_f \xi_{52}) + \xi_{61} (x_f \xi_{41} \\ & + y_f \xi_{51}) \} \vec{k} + O(\epsilon^3) \end{aligned} \quad (\text{A. 43})$$

ここで、

$\vec{k}$  :  $z$  方向の単位ベクトル

$\vec{n}$ ,  $\vec{x}$  : 物体固定座標系における法線及び位置ベクトル

$V$  : 平衡位置での浮体の排水容積

$$V = \iint_{S_m} z dx dy = \iint_{S_m} x dy dz = \iint_{S_m} y dx dz$$

$A_{w\rho}$  : 平衡位置での浮体の水線面積

$(x_f, y_f)$  : 物体固定座標系における平衡位置の浮面心座標

$$x_f A_{w\rho} = \iint_{S_m} x dx dy = 1/2 \oint x^2 dy$$

$$y_f A_{w\rho} = \iint_{S_m} y dx dy = 1/2 \oint y^2 dx$$

(A. 43)式は波力及び静的・動的流体反力を含んだ2次のオーダーまでの全流体力を表している。

1次, 2次のポテンシャルが次の3つの成分和で表されるとする。

$$\phi_1 = \phi_1' + \phi_1^a + \phi_1^r$$

$$\phi_2 = \phi_2' + \phi_2^a + \phi_2^r \quad (\text{A. 44})$$

ここで, 添字 I は入射波ポテンシャル, d は diffraction ポテンシャル, r は radiation ポテンシャルを意味する。

また, (A. 43)式の左辺を次のように分離すると

$$\begin{aligned} \vec{F} = & -\vec{F}^{(0)}_{HS} - \epsilon (\vec{F}^{(1)}_w + \vec{F}^{(1)}_{HD} + \vec{F}^{(1)}_{HS}) \\ & - \epsilon^2 (\vec{F}^{(2)}_w + \vec{F}^{(2)}_{HD} + \vec{F}^{(2)}_{HS}) + O(\epsilon^3) \end{aligned} \quad (\text{A. 45})$$

ここで, 添字 W は波力, HD は動的流体反力, HS は静的流体反力を表す。

この時, 次のような結果がえられる。

$$O(1) : \vec{F}^{(0)}_{HS} = \rho g V \vec{k} \quad (\text{A. 46})$$

$$O(\epsilon) : \vec{F}^{(1)}_w = \rho \iint_{S_m} \vec{n} (\phi_{1t}' + \phi_{1t}^a) dS \quad (\text{A. 47})$$

$$\vec{F}^{(1)}_{HD} = \rho \iint_{S_m} \vec{n} \phi_{1t}^r dS \quad (\text{A. 48})$$

$$\vec{F}^{(1)}_{HS} = \rho g A_{w\rho} (\xi_{31} + y_f \xi_{41} - x_f \xi_{51}) \vec{k} \quad (\text{A. 49})$$

$$\begin{aligned} O(\epsilon^2) : \vec{F}^{(2)}_w = & -\rho g / 2 \oint_{C_m} ds \vec{n} \{ \zeta_1 - \xi_{31} - y_f \xi_{41} \\ & + x_f \xi_{51} \}^2 + \rho \iint_{S_m} \{ \vec{n} \{ \phi_{2t}' + \phi_{2t}^a + 1/2 \\ & |\nabla \phi_1|^2 + (\vec{\xi}_1 + \vec{\alpha}_1 \times \vec{x}) \cdot \nabla \phi_{1t} \} \} dS + \vec{\alpha}_1 \times \vec{F}_1 \\ & + \rho g A_{w\rho} \xi_{61} (x_f \xi_{41} + y_f \xi_{51}) \vec{k} \end{aligned} \quad (\text{A. 50})$$

$$\vec{F}^{(2)}_{HD} = \rho \iint_{S_m} \vec{n} \phi_{2t}^r dS \quad (\text{A. 51})$$

$$\vec{F}^{(2)}_{HS} = \rho g A_{w\rho} \{ (\xi_{32} + y_f \xi_{42} - x_f \xi_{52}) \} \vec{k} \quad (\text{A. 52})$$

ただし, (A. 50)式を求めるに当り次の関係式を利用した。

$$\begin{aligned} -\epsilon^2 \rho \{ \iint_{S_m} (\vec{\alpha}_1 \times \vec{n}) \phi_{1t} dS - 1/2 g \oint_{C_m} ds \vec{n} \{ \zeta_1^2 \\ - 2 \zeta_1 (\xi_{31} + y_f \xi_{41} - x_f \xi_{51}) \} \} = & -\epsilon^2 \rho \{ \vec{\alpha}_1 \times \vec{F}_1 - g / 2 \\ & \oint_{C_m} ds \vec{n} \cdot [ \zeta_1 - \xi_{31} - y_f \xi_{41} + x_f \xi_{51} ]^2 \} \end{aligned} \quad (\text{A. 53})$$

ここで,  $\vec{F}_1 = \vec{F}^{(1)}_w + \vec{F}^{(1)}_{HD} + \vec{F}^{(1)}_{HS}$  である。

(A. 50)式から2次の波力 $\vec{F}^{(2)}_w$ には次の5つの成分が主に寄与していることが判る。

(1) 平均水面と波面との間に働く流体圧による成分 :

$$\vec{F}_1^{(2)} = -\rho g / 2 \oint_{C_m} ds \vec{n} \{ \zeta_1 - \xi_{31} - y_f \xi_{41} + x_f \xi_{51} \}^2 \quad (\text{A. 54})$$

(2) ベイヌーイ式に於ける速度の自乗に由来する圧力による成分 :

$$\vec{F}_2^{(2)} = \rho / 2 \iint_{S_m} \vec{n} |\nabla \phi_1|^2 dS \quad (\text{A. 55})$$

(3) 浮体の運動により浮体に作用する1次の流体圧の作用位置が変化するために生ずる2次の成分 :

$$\vec{F}_3^{(2)} = \rho \iint_{S_m} \vec{n} \{ (\vec{\xi}_1 + \vec{\alpha}_1 \times \vec{x}) \cdot \nabla \phi_{1t} \} dS \quad (\text{A. 56})$$

(4) 1 次の力の作用方向が浮体の回転運動によって変化するために生ずる 2 次の成分：

$$\vec{F}_i^{(2)} = \vec{\omega}_i \times \vec{F}_i \quad (\text{A.57})$$

(5) 2 次の入射波による 2 次の流体圧による成分：

$$F_s^{(2)} = \rho \iint_{S_m} \vec{n} \cdot (\phi'_{2t} + \phi^a_{2t}) dS \quad (\text{A.58})$$

この外に鉛直方向に回転運動の積によって生ずる  $\rho g A_{wp} \xi_{s1} (x_f \xi_{41} + y_f \xi_{51})$  の項が加わる。モーメントに対しても同様の式が導かれる。

## Appendix B クロスバイスpekトルの推定法<sup>21)</sup>

通常のオートスペクトル、クロススペクトルの推定法に関しては、FFT法、BT法、MEM法と言った推定法が現在使用されているが、信頼限界及びスペクトルの積分値等を求めることを考えるとBT法が良いように思われる。ここでは、BT法を基本としHamming Windowを使用するクロスバイスpekトルの推定法について述べる事にする。

実験で得られたデータは一標本にすぎないので、推定されたクロスバイスpekトルはクロスバイスpekトルの平均値というようなものである。

$$\widehat{C}(\Omega_1, \Omega_2) = \iint d\Omega_3 d\Omega_4 H(\Omega_3, \Omega_4) \cdot C(\Omega_1 + \Omega_3, \Omega_2 + \Omega_4) \quad (\text{B-1})$$

ただし、 $H(\Omega_3, \Omega_4)$  は平均化するための重み関数または、クロスバイスpekトルウィンドウと称されるものである。

通常のスペクトル解析から類推して、このウィンドウ関数は  $(0, 0)$  でピークを有し、この点から放れると急速に減衰し 0 に収束するものでなければならない。また、この関数は次式を満足しなければならない。

$$\iint d\Omega_3 d\Omega_4 H(\Omega_3, \Omega_4) = 1 \quad (\text{B-2})$$

データである  $\eta$  及び  $x$  は順次サンプリングされたものであるので、次の形のラグウィンドウが選ばれる。

$$h^*(\tau_1, \tau_2) = \left\{ \sum a_i \delta(\tau_1 - j\Delta t) \right\} \times \left\{ \sum b_k \delta(\tau_2 - k\Delta t) \right\} \quad (\text{B-3})$$

ここで、 $a_i$  と  $b_i$  は実数で、 $\delta(\tau)$  は Dirac のデルタ関数である。

(236)

この時、クロスバイスpekトルの推定値は次のようになる。

$$\widehat{C}(\Omega_1, \Omega_2) = \sum_{j=-m}^m \sum_{k=-u}^u \widehat{R}_{\eta\eta x}(-j\Delta t, -k\Delta t) a_j b_k \cdot \exp\{i\Delta t(j\Omega_1 + k\Omega_2)\} \quad (\text{B-4})$$

いま、 $t = n\Delta t$  とすれば、上式の 3 次の相関関数は、

$$\widehat{R}_{\eta\eta x}(-j\Delta t, -k\Delta t) = E\{\widehat{\eta}(n\Delta t + j\Delta t) \cdot \widehat{\eta}(n\Delta t - j\Delta t)\{x(n\Delta t + k\Delta t) - \bar{x}\}\} \quad (\text{B-5})$$

と表される。ここで、 $\widehat{\eta}$  は入射波の時系列、 $x$  は応答の時系列である。

相関関数は標本平均として定義されるので、それは

$$\widehat{R}(j, k) = 1/N' \sum_n w(n+j)w(n-j)x(n+k) \equiv \widehat{R}_{\eta\eta x}(-j\Delta t, -k\Delta t) \quad (\text{B-6})$$

と表される。但し、 $N'$  は 3 次の相関の総個数、 $w(n)$  は零平均された水面上昇量の時系列、 $x(n)$  は零平均された動揺の時系列である。

ここで、問題となるのは、クロスバイスpekトルウィンドウ  $H(\Omega_1, \Omega_2)$  の形成である。いま、 $\Omega_1, \Omega_2$  の最大ラグ数を  $m, u$  とすれば、(B-4)式は次のようになる。

$$\widehat{C}(\Omega_1, \Omega_2) = \sum_{j=-m}^m \sum_{k=-u}^u \widehat{R}(j, k) a_j b_k \cdot \exp\{i\pi(jp_1/m + kp_2/u)\} \quad (\text{B-7})$$

ここで、 $\Omega_1 = \pi p_1/m \Delta t$ 、 $\Omega_2 = \pi p_2/u \Delta t$  である。

クロスバイスpekトルのウィンドウを選択する場合、オートスペクトルの推定に使用されるスペクトルウィンドウを 2 次元に拡張して使用することができるものと仮定する。スペクトルの推定に使用されるスペクトルウィンドウに対応する Hamming のラグウィンドウは次の通りである。

$$A(\tau) = q[e_1 + e_2 \cos(\pi\tau/m\Delta t)] \quad (\text{B-8})$$

(B-3)式で、ラグウィンドウは各々ラグ  $\tau$ 、(または、 $\tau_2$ ) に対する係数の積を表しており、その係数はラグによって異なっている。これは、差あるいは和の周波数方向に対して異なるスペクトルウィンドウを掛けることを意味している。しかし、標準なウィンドウの形が分からないので、1次元スペクトルのラグウィンドウをこの各係数に適用する。

$$\begin{aligned} a_j(\tau) &= q_j [e_1 + e_2 \cos(\pi j/m)] \\ b_k(\tau) &= q_k [e_1 + e_2 \cos(\pi k/m)] \end{aligned} \quad (\text{B-9})$$

ここで,  $q_j, q_k$  は  $j, k$  に独立な定数であり, 正規化条件により決定される。

ラグウィンドウとスペクトルウィンドウ  $H(\Omega_1, \Omega_2)$  とはフーリエ変換対の関係にあるので, 次式のように書き表される。

$$\begin{aligned} H(\Omega_3, \Omega_4) &= q_j q_k / (2\pi)^2 \sum_{j=-m}^m (e_1 + e_2 \cos \pi j/m) \\ &\sum_{k=-u}^u (e_1 + e_2 \cos \pi k/u) \exp(-i \Delta t (j \Omega_3 + k \Omega_4)) \end{aligned} \quad (\text{B-10})$$

ここで,  $\sum_{j=-m}^m \sin(\alpha j) = 0, \sum_{j=-m}^m \cos(\alpha j) \sin(\beta j) = 0,$   $q_j, q_k$  は  $j, k$  に独立な定数であるから

$$\begin{aligned} H(\Omega_3, \Omega_4) &= q_j q_k / (2\pi)^2 \sum_{j=-m}^m (e_1 + e_2 \cos \pi j/m) \\ &\cos(\Delta t j \Omega_3) \sum_{k=-u}^u (e_1 + e_2 \cos \pi k/u) \cos(\Delta t k \Omega_4) \end{aligned} \quad (\text{B-11})$$

この式から, クロスバースペクトルウィンドウは実数,  $j, k$  に対して対称,  $\Omega_3, \Omega_4$  に対して連続であることが分かる。また,  $\Omega = 2\pi/\Delta t$  の周期性を有することも分かる。

一定定数  $q_j, q_k$  を決定するために, (B-2) 式の正規化条件に (B-11) 式を代入すると次の関係式が求められる。

$$q_j q_k = \{\Delta t / (e_1 + e_2)\}^2 \quad (\text{B-12})$$

従って, クロスバースペクトルの平均の推定値は次式によって求められる。

$$\begin{aligned} \widehat{C}(\Omega_1, \Omega_2) &= \{\Delta t / (e_1 + e_2)\}^2 \sum_{j=-m}^m \sum_{k=-u}^u (e_1 + e_2 \\ &\cos \pi j/m) (e_1 + e_2 \cos \pi k/u) \exp\{i\pi(p_1 j/m \\ &+ p_2 k/u)\} / N' \sum w(n+j) w(n-j) x(n+k) \end{aligned} \quad (\text{B-13})$$

また, (B-13) 式の両辺に  $\Delta \Omega_1 \Delta \Omega_2 = \pi^2 / (um \Delta t^2)$  の掛け,  $p_1, p_2$  で和をとるとクロスバースペクトルの積分値は次のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta \Omega_1 \Delta \Omega_2 \sum_{p_1, p_2} \widehat{C}(\Omega_1, \Omega_2) &= (2\pi)^2 \widehat{R}(0, 0) [1 + \\ &1/2m + 1/2u + 1/4um + O(1/(um)^2)] \end{aligned} \quad (\text{B-14})$$

従って, (B-14) 式は, ラグ数  $m, u$  に対して誤差を生ずるが, 実際に使用される  $m, u$  を用いれば, ほぼ無視されるものである。

## Appendix C 固定鉛直円柱に働く粘性漂流力

無限水深域に固定された微小径の鉛直円柱に働く波力を考える。この時, 単位深さ当りの水平波力は, 次のモリソン式で表される。

$$f_x = C_m \rho \pi / 4 D^2 \dot{u} + 1/2 \rho D C_d u |u| \quad (\text{C-1})$$

ここで,  $u$  は波粒子速の水平成分,  $D$  は円柱の径,  $C_m, C_d$  はそれぞれ質量力係数と抗力係数である。

流れがなく, 波に線形波理論を用いると, 規則波の水面上昇量と波粒子の水平速度成分は次式で与えられる。

$$\zeta(t) = H_w / 2 \cos \omega t \quad (\text{C-2})$$

$$u(t) = H_w / 2 \omega \exp(kz) \cos \omega t \quad (\text{C-3})$$

ここで  $H_w$  は波高,  $k$  は波数,  $\omega$  は波周波数である。(C-2), (C-3) 式を用いると鉛直円柱に働く水平波力は (C-1) 式から次式で表される。

$$\begin{aligned} F_x &= \int_{-h}^{\zeta} f_x dz = [\pi/4 \rho D^2 C_m (-H_w/2) k g \sin \omega t \\ &+ 1/2 \rho D C_d (H_w/2)^2 \omega^2 \cos \omega t |\cos \omega t|] \\ &\{(\exp(k\zeta) - \exp(-kh)) / k\} \end{aligned} \quad (\text{C-4})$$

そこで,  $k\zeta \ll 1$  とし,  $F_x = F_x^{(1)} + F_x^{(2)}$  に分解すれば,  $F_x^{(1)}$  及び  $F_x^{(2)}$  は次のようになる。

$$\begin{aligned} F_x^{(1)} &= [\pi/4 \rho D^2 C_m (-H_w/2) k g \sin \omega t + 1/2 \rho D C_d \\ &(H_w/2)^2 \omega^2 \cos \omega t |\cos \omega t|] \{1 - \exp(-kh)\} / k \end{aligned} \quad (\text{C-5})$$

$$\begin{aligned} F_x^{(2)} &= [\pi/4 \rho D^2 C_m (-H_w/2) k g \sin \omega t + 1/2 \rho D C_d \\ &(H_w/2)^2 \omega^2 \cos \omega t |\cos \omega t|] \zeta \end{aligned} \quad (\text{C-6})$$

ここで,  $F_x^{(1)}/D^2$  は (C-1) 式を  $-h$  から  $0$  まで積分したものに他ならず,  $k\zeta = O(\epsilon)$  とした時, それは First Order Force を表す。一方  $F_x^{(2)}/D^2$  は Higher Order Force を表し, 喫水に依存しない。

$F_x$  の各成分のうち漂流力として重要となるのは,  $F_x^{(2)}$  の項である。この項は次のようにも表される。

$$F_x^{(2)} = f_x|_{z=0} \times \zeta \quad (\text{C-7})$$

これは, 静止水面に於ける波粒子の水平速度成分に基づく波力 (密度) に水面上昇量を掛けたものに等し

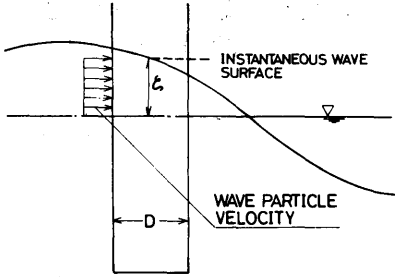


Fig. C-1 Contribution to mean force from portion of wave between mean and instantaneous free surface

く、波粒子の水平速度成分が Fig. C-1 のように分布した時の波力に他ならない。従って、(C-7)式は Free Surface Force<sup>33)</sup>と呼ばれている。

以上の仮定で問題となることは、線形波理論において波粒子速が  $z \leq 0$  の領域しか定義されず、有限と見なされる水面上昇量の最大点まで拡張できないことである。従って、厳密には非線形波として取り扱う必要があるが、粘性に基づく波漂流力の特徴を調べるため、敢えて線形波理論を用いる。

水面上昇量  $\zeta$  の反位相 ( $90^\circ$  位相の反転した) の波は、Hilbert 変換を用いると次のように表される。

$$\eta(t) = -1/\pi \int_{-\infty}^{\infty} \zeta(\tau)/(t-\tau) d\tau \quad (C-8)$$

この波を用いると静止水面位置における波粒子の水平方向速度成分  $u_0$  は、

$$u_0 = \dot{\eta}(t) = 1/\pi \int_{-\infty}^{\infty} \zeta(\tau)/(t-\tau)^2 d\tau \quad (C-9)$$

で表される。

同様に、加速度成分は

$$\dot{u}_0 = \ddot{\eta}(t) = -2/\pi \int_{-\infty}^{\infty} \zeta(\tau)/(t-\tau)^3 d\tau \quad (C-10)$$

と表される。

上式から  $\zeta$  と  $\dot{u}_0$  は同位相であり、 $\zeta$  と  $u_0$  は反位相であることが容易に判る。

モリソン式の  $C_a$ 、 $C_m$  は  $K_c$  数とレイノルズ数の関数であるが、ここではもっと一般に波周波数の関数でもあるとすると (C-1) 式は次のようにシステム表示される。

(238)

$$f_x(t) = \int_{\tau} g_1(\tau) \dot{u}_0(t-\tau) d\tau + \int_{\tau} g_2(\tau) u_0(t-\tau) \cdot |u_0(t-\tau)| d\tau \quad (C-11)$$

この置き換えを (C-7) 式にも適用すると  $F_x^{(2)}$  は

$$F_x^{(2)} = \int_{\tau} g_1(\tau) \dot{u}_0(t-\tau) \zeta(t-\tau) d\tau + \int_{\tau} g_2(\tau) u_0(t-\tau) |u_0(t-\tau)| \zeta(t-\tau) d\tau \quad (C-12)$$

と表される。

一方、 $u_0 |u_0|$  は最小自乗近似に基づく次のように等価線形化される。

$$u_0 |u_0| = \alpha u_0 \quad (C-13)$$

ここで、 $\zeta$  が Gaussian random 波の場合

$$\alpha = \sqrt{8/\pi} \sigma_{u_0} \quad (C-14)$$

であり、規則波の場合

$$\alpha = 8/3 \pi (H_w \omega / 2) \quad (C-15)$$

である。 $\sigma_{u_0}$  は  $u_0$  の標準偏差である。また、 $\alpha$  は  $\omega$  の関数となるから  $g_2$  に含まれることが可能である。従って、(C-12) 式は次のように書き換えられる。

$$F_x^{(2)} = \int_{\tau} g_1(\tau) \dot{u}_0(t-\tau) \zeta(t-\tau) d\tau + \int_{\tau} g_2(\tau) u_0(t-\tau) \zeta(t-\tau) d\tau \quad (C-16)$$

$u_0$  と  $\zeta$  との関係から、上式右辺第一項は 2 成分波の high frequency 成分を表し、第 2 項は slowly varying な成分を含んでいる。以後第 2 項のみを考察する。

(C-9) 式の関係を用いると (C-16) 式の右辺第 2 項は

$$F_{xs}^{(2)} = 1/\pi \int_{\tau_1}^{\tau_2} g_2(\tau_1)/(\tau_2 - \tau_1)^2 \zeta(t - \tau_1) \cdot \zeta(t - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \quad (C-17)$$

と表される。

この式は次のように定義される関数  $g_2(\tau_1, \tau_2)$

$$g_2(\tau_1, \tau_2) = 1/2\pi \{ g_2(\tau_1)/(\tau_2 + \tau_1)^2 + g_2(\tau_2)/(\tau_2 + \tau_1)^2 \} \quad (C-18)$$

を使用すると 2 次のボルテラ核関数を  $g_2$  とするボルテラ級数の第 2 項目を表している。

次のような超関数まで拡張したフーリエ交換公式

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^{-m} e^{-ixy} dx = -\pi i (-iy)^{m-1} / (m-1)! \operatorname{sgny} \quad (\text{C-19})$$

を用いると (C-18) 式のフーリエ変換は次のようになる。

$$G_2(\omega_1, \omega_2) = 1/4 \{ |\omega_2| Q(\omega_1 - \omega_2) + |\omega_1| Q(\omega_1 + \omega_2) \} \quad (\text{C-20})$$

ここで、 $Q$  は  $g_2$  のフーリエ変換である。

従って、モリソン式に基づく波力の slowly varying な 2 次の応答関数は次のように表される。

$$G_2(\omega_1, -\omega_2) = 1/4 \{ |\omega_2| Q(\omega_1 + \omega_2) + |\omega_1| Q(\omega_1 - \omega_2) \} \quad (\text{C-21})$$

もし、 $C_a$  が周波数に依存せず波が 2 成分波であるとすると  $G_2$  は 2 成分波の平均周波数の自乗に比例することになる。

波が 1 成分波の場合

$$G_2(\omega, -\omega) (H_w/2)^2 = 2 H_w^3 / 12 \pi \omega^2 \rho D C_a \quad (\text{C-22})$$

となり、この結果は Standing<sup>11)</sup>らが得た定常粘性漂流流に一致する。即ち、粘性漂流流は入射波の 3 乗に比例する。

また、 $\omega_1 - \omega_2 = \Delta\omega$  とし、 $\Delta\omega$  は  $\omega_1, \omega_2$  に比べてかなり小さく  $C_a$  は周波数に依存しないとすると

$$G_2(\omega_1, -\omega_2) \sim 1/2 \rho D C_a C \omega_1^2 + O(\Delta\omega) \quad (\text{C-23})$$

但し、 $C$  は定数である。

これは、近似的に Newman 近似が成り立つことを示している。