船舶技術研究所報告　第25巻　第2号　研究報告（昭和63年3月）

不規則波中に於ける係留浮体の長周期運動と係留力のシミュレーションについて

加藤　俊司*

On the Simulations of Slow Drift Motions and Mooring Forces of a Moored Floating Platform in Random Waves

By
Shunji KATO

Abstract

The purpose of this paper is to develop the simulation program of slow drift motions and mooring forces of moored floating structures.

The simulation is based on the system functional method (modified Wiener's filtering theory) which is evaluated by using the quadratic transfer function computed from pressure integrals over the instantaneous wetted surface of a floating body. Comparisons between simulated results and experimental ones have been conducted both frequency and time domains, and it has been confirmed that both results are in good agreement while the problem that the added mass and the damping force in still water are modified in waves remains unsolved. Furthermore it has been found from these comparisons that the hydro-dynamic forces acting on the mooring lines should be considered to estimate the mooring forces.

目　　次

* 海洋開発工学部
原稿受付：昭和62年9月1日

1. 緒　　言

近年，海洋資源，海洋エネルギーの開発利用，海洋スペースの有効利用等の観点から，海洋構造物に対する需要が急速に拡大しつつある。とりわけ，深海域，浅海域を問わず建造可能である浮遊式海洋構造物は，海洋開発が深海へと移り行く傾向と相まって，今後その需要は一層増加することが予想される。しかし，過酷な自然環境条件下に置かれるこうした浮遊式海洋構造物の設計に際して，それらを安全に係留する係留システムの設計法や評価法の開発が重要な課題となる。

一般に，係留された浮遊式海洋構造物は，係留系による復原力に比べて排水量がかなり大きいため，水平面動揺に対して長い固有周期を持つ。そのため，不規則波中において，変動漂流力として知られる2次のオーダーの波力の長周期成分と構造物の水平面内動揺の固有周期とが同調して，極めて大きな振幅の長周期動揺が起こる可能性がある。このような長周期動揺は，構造物の位置保持に対し問題となるばかりでなく，係留ラインの破断等の重大な事故を招く可能性があるため，係留システムの安全設計上不可欠の重要項目の一つである。

最近になってようやく浮遊式海洋構造物の係留システムの設計基準や設計指針が，理論的根拠の基に整備されてきているが，浮体動揺推定法及び係留システムに対する基準の記述に関しては，統一のとれたものにはなっていない。

そこで，本論では，基準作成の一助となる係留システム評価プログラムの開発を目的として係留ラインで係留された浮遊式海洋構造物に生じる不規則波中の長周期運動を理論的，実験的に解明し，その定量的予測方法を提示すると共に，係留ラインに働く張力予測を含めた係留浮体の動揺シミュレーションについて述べたものである。

2. 長周期運動

本章ではまず，長周期運動に関する研究の現状を述べ，問題点を整理する。次に，Pinkster[1]の理論を一般化したOgilvie[2]の理論（Appendix A 参照）を用い，波漂流力を発生させる機構をシステム関数で表し，2次のオーダーの波力がボルテラ汎関数級数で表示できることを示す。さらに，それにWienerの沪波理論を適用すると波漂流力は水面上昇量の自乗にローパスフィルターをかけることで発生できることを示す。そして，模型実験結果と理論計算結果とを比較し，本理論の適用性を最終的に検討する。なお本章で取り扱う座標系はAppendix AのFig. A-1に示す。

2.1 研究の現状

不規則波中の係留浮体が波の周期よりもはるかに長い周期の大振幅水平運動を行うことは良く知られており，この運動を通常長周期運動と呼んでいる。この運動はしばしば係留ラインに過大な張力を発生させる原因となるため，係留システム設計にとって最重要検討項目とされ数多くの研究者によって研究されているテーマの一つである。この現象はVerhagen and Sluijs[3]によって報告され，この原因を彼らは次のように説明している。

スラックな係留ラインで係留された浮体は係留系の復原力によって水平面内の運動に固有周期を有することになる。この周期は，浮体の質量が一般に係留系の復原力よりも大きいため通常の波周期の存在範囲よりも長周期側にある。線形な波の場合には水平面内の運動に同調現象が生じることはないが，自由表面の非線形性によって異なる2成分の波にはそれぞれの波周波数の和及び差の周波数成分が含まれる。

従って2成分波の差の周波数成分は長周期成分波と

なり係留系の固有周期と同調する可能性がある。不規則波は連続スペクトルを有するため色々な2成分波の差の周波数成分を含んでおり，また，一般に浮体の減衰力は長周期域でかなり小さいことなどから，不規則波中の係留浮体の水平面運動にかなり大きな同調現象が生ずる。

Hsu and Blenkarn [4] は，長周期運動の原因となる長周期変動外力の予測を物理的考察に基づいて次のように提案した。彼らは，不規則入射波を平均水位を中心にして山と谷をそれぞれ半波長の正弦波と見なして定常力（定常漂流力）を求め，そして連続する半波長の正弦波による定常力の変動，即ち長周期変動外力を求めた。彼らは，また，長周期変動外力の振幅は大まかには波の包絡線の自乗に比例し，その外力の主要因は波漂流力であるとしている。

Marthinsen [5] は最近，Hsu and Blenkarn の提案に対する数学的な正当性を与えた。彼の結果を以下に示す。

もし，入射波が単一周波数成分から成るならば，定常漂流力は次のように表される。

$$\overline{F}=F_d(\omega)a_1^2 \tag{2.1.1}$$

ここで，$F_d(\omega)$ は波振幅に依存しない規則波中の波漂流力の応答関数，a_1 は入射波振幅である。

いま，入射波がN個の周波数成分 $\omega_i\ (i=1,\cdots\cdots,N)$ から成ると仮定する。

$$\zeta_1(x,\ t)=\sum a_i\cos(\omega_i t-k_i x+\delta_i) \tag{2.1.2}$$

ここで，a_i は素成波の振幅，δ_i は任意の位相，k_i は波数である。

彼は，(2.1.2)式を次のように書き直した。

$$\zeta_1(x,\ t)=Re\{A(x,\ t)\exp[i(\omega_p t-k_p x)]\} \tag{2.1.3}$$

ここで，

$$A(x,\ t)=\sum a_i\exp\{i[(\omega_i-\omega_p)t-(k_i-k_p)x+\delta_i]\} \tag{2.1.4}$$

であり，ω_p，k_p はそれぞれ波スペクトルのピーク周波数とそれに対する波数である。

そして，波が狭帯域であれば $A(x,t)$ は時間的にも空間的にも slowly varying となり，slowly varying な関数 $a(x,t)$，$\psi(x,t)$ を用いて (2.1.3)式を

$$\zeta_1(x,\ t)=a(x,\ t)\cos(\omega_p t-k_p x+\psi(x,\ t)) \tag{2.1.5}$$

と表し，"局所周波数" ω_L，"局所波数" k_L

$$\omega_L=\omega_p+\partial\psi/\partial t$$
$$k_L=k_p-\partial\psi/\partial x \tag{2.1.6}$$

の概念（停留位相の原理）を導入し，(2.1.1) 式から最終的に次式を得ている。

$$\overline{F}+\widetilde{F}(t)=F_d(\omega_L)a^2(x_0,\ t) \tag{2.1.7}$$

ここで，x_0 はある空間固定点の座標，$\widetilde{F}$ は長周期変動漂流力である。

また，Marthinsen は (2.1.7)式が Hsu and Blenkarn の方法と等価であり，この式は狭帯域の波に対してのみ適用できることを示している。

Robert [6] も (2.1.7)式と同じ様な式を開発した。彼の式は Marthinsen の表示式に直すと $\omega_L=\omega_p$，即ち $\psi_t=0$ に対応するものである。Marthinsen は，Robert の式は $dF_d/d\omega\ll1$，即ち定常漂流力の応答関数が周波数に対して平坦である場合には valid であるが $dF_d/d\omega\gg1$ であるような場合には invalid になることを示している。

Newman [7] は異なる logic に従い，Marthinsen と同じ様な式を導いている。彼の議論は次の通りである。

ある空間固定点 x での水面上昇量が次のように表されるとする。

$$\zeta_1(t)=Re\{\sum_i a_i\exp(i\omega_i t)\} \tag{2.1.8}$$

ここで，a_i は周波数 ω_i を持つ素成波の複素振幅である。

この波による1次の波力は次のようになる。

$$F_1(t)=Re\{\sum_i f_{1i}a_i\exp(i\omega_i t)\} \tag{2.1.9}$$

ここで，$f_{1i}=f_1(\omega_i)$ は波振幅と位相に対する波力の振幅と位相を表す1次の波力の応答関数である。

2次の波力は波振幅の自乗に依存すると仮定する。この時，次の関係式

$$Re\{a_i\exp(i\omega_i t)\}\times Re\{a_j\exp(i\omega_j t)\}$$
$$=1/2Re\{a_i a_j\exp[i(\omega_i+\omega_j)t]$$
$$+a_i a_j^*\exp[i(\omega_i-\omega_j)t]\}$$

に注意すると，2次の波力は次式で表される。

$$F_2(t)=Re\{\sum_i\sum_j f_{2ij}^{(+)}a_i a_j\exp[i(\omega_i+\omega_j)t]$$
$$+\sum_i\sum_j f_{2ij}^{(-)}a_i a_j^*\exp[i(\omega_i-\omega_j)t]\} \tag{2.1.10}$$

但し，(+)，(−)の記号は2成分波の和及び差の周

波数に対する2次の波力を表す。

また，＊は複素共役を意味する。

$F_2(t)$のうち，我々は低周波数成分に興味があるので(2.1.10)式左辺を$\overline{F}+\widetilde{F}$に置き換え，右辺第一項を無視し添字を総て落とすと

$$\overline{F}+\widetilde{F}(t)=Re\{\sum_i\sum_j f_{ij}\,a_i\,a_j^*\exp[i(\omega_i-\omega_j)t]\} \tag{2.1.11}$$

が得られる。ここで，$f_{ij}=f_2(\omega_i,\omega_j)$である。

(2.1.11)式の時間平均を取ると定常漂流力は

$$\overline{F}=Re\{\sum f_{ii}\,a_i\,a_i^*\} \tag{2.1.12}$$

となる。

なお，$\overline{F}$と$a_i a_i^*$は実数であるから$Im\{f_{ii}\}$は意味を持た無くなる。従って，それを0とおくと

$$f_{ii}=F_d(\omega_i)$$

となる関係が得られる。これはf_{ij}の対角成分が定常漂流力に等しいことを示している。対角成分以外の成分 $f_{ij}\,(i\neq j)$は一般に複素数であるが，(2.1.11)式からf_{ij}はiとjの順序交換に依存しないので

$$f_{ij}=f_{ji}^* \qquad \text{(Hermite 性)}$$

を満足しなければならない。

Newmanはf_{ij}を$(\omega_i,\ \omega_j)$面の曲面と考え，その曲面が滑らかであり，その接平面が$\omega_i-\omega_j$の線に沿って緩やかに変化すると仮定すると

$$f_{ij}=f_{ii}+O(\omega_i-\omega_j) \tag{2.1.13}$$

と近似できることを示した。ここで，Oなる記号はLandouの記号である。

従って，長周期変動漂流力は定常漂流力を用いて次のように表すことができる。

$$\widetilde{F}(t)=Re\{\sum_{i\neq j}\sum f_{ii}\,a_i\,a_j^*\exp[i(\omega_i-\omega_j)t]\}$$
$$\times\{1+O(\omega_i-\omega_j)\} \quad \text{as } \omega_i-\omega_j\to 0 \tag{2.1.14}$$

Pinkster[8]はNewmanと同様の考え方で長周期変動漂流力のスペクトルを与えている。彼は，$F_d(\omega)$がある区間で直線近似できると仮定するとf_{ij}は

$$f_{ij}\fallingdotseq f_{(i+j)/2,\,(i+j)/2}$$

で近似できることを示し，変動漂流力のスペクトルを次式で与えた。

$$S_F(\omega)=2\rho^2 g^2\int_0^\infty S_\zeta(\nu)\,S_\zeta(\nu+\omega)$$
$$\times F_d^2(\nu+\omega/2)\,d\nu \tag{2.1.15}$$

ここで，S_ζは入射波のスペクトルである。

以上は変動漂流力の近似理論であるが，最近Pinkster[1),9)]及びOgilvie[2)]は波浪の作用を受けて動揺する浮体の応答をその平均位置の回りに正則摂動展開し，瞬間的な物体の没水面に作用する流体圧を積分して得られる波力を2次のオーダーまで厳密に評価することによって長周期変動外力（2次のオーダーの波力の長周期成分）の一般的表示式を導いている。彼らによると浮体に作用する2次オーダーの波力は次の5項の和として表される。

(1) 平均水面と瞬間的な波面との間に働く流体圧による成分：

$$\vec{F}_1^{(2)}=-\rho g/2\oint_{C_m}\vec{n}(\zeta_1-\xi_{31}-y\xi_{41}+x\xi_{51})^2\,ds \tag{2.1.16}$$

(2) ベイヌーイ式に於ける速度の自乗項に由来する圧力による成分：

$$\vec{F}_2^{(2)}=\rho/2\iint_{S_m}\vec{n}\,|\nabla\phi_1|^2\,dS \tag{2.1.17}$$

(3) 浮体の運動により浮体に作用する流体圧の作用位置が変化するために生ずる成分：

$$\vec{F}_3^{(2)}=\rho\iint_{S_m}\vec{n}\{(\vec{\xi}_1+\vec{\alpha}_1\times\vec{x})\cdot\nabla\phi_{1t}\}\,dS \tag{2.1.18}$$

(4) 1次のオーダーの波力の作用方向が物体の回転運動によって変化するために生ずる成分：

$$\vec{F}_4^{(2)}=\vec{\alpha}_1\times\vec{F}_1 \tag{2.1.19}$$

(5) 2次のオーダーの入射波に基づく圧力による成分：

$$\vec{F}_5^{(2)}=\rho\iint_{S_m}\vec{n}(\phi^I_{2t}+\phi^d_{2t})\,dS \tag{2.1.20}$$

この外に鉛直方向に回転運動の積によって生ずる$\rho g A_{wp}\xi_{61}(x_f\xi_{41}+y_f\xi_{51})$の項が加わる。モーメントに対しても同様な式が導かれる。

もし，不規則波の瞬間的な波面上昇量が(2.1.8)式で表されるとすれば(2.1.16)～(2.1.20)式はまとめて(2.1.10)式のように表される。

以上の(1)～(4)までは1次のオーダーの値のcross-termによって生ずるもので(5)は純粋の2次のオーダーの波によって生ずるものであり，2次のオーダーのポテンシャル問題を厳密に解かないと求められない成分である。2次のポテンシャル値を求めることは容易

ではないので通常(5)の成分は無視されている。

現在，この Pinkster-Ogilvie の理論が広く用いられているが，その理論に含まれない色々な問題も生じてきている。それは次の通りである。

ⅰ）2次ポテンシャルの漂流力への寄与

$\vec{F}_5^{(2)}$ を計算するためには，先ほど述べたように2次のポテンシャル問題を解かなければならないが，これは容易なことではない。これを行わないでこの成分を評価する方法（Lighthill[10]の方法）が既に開発されている。この方法はグリーンの公式とハスキントの関係を巧みに使用して物体表面の2次のポテンシャル分布を求めることなく $\vec{F}_5^{(2)}$ を求める方法である。この方法はエレガントではあるが，最終結果に自由表面（∞領域）に亘る表面積分の項が現れ，これが数値計算上問題となっている。

Pinkster[9]や Standing[11]は $\vec{F}_5^{(2)}$ に含まれる自由表面の積分を無視して（2.1.20)式を評価して次の結論を得ている。

2次のポテンシャルが長周期漂流力に貢献するのは，1次の波の diffraction 影響が小さい低周波数域においてであり，diffraction 影響が大となる中・高周波数域では2次のポテンシャルによる寄与は小さくなる。同様な結論を松井[12]も導いている。

しかし，Ogilvie[2]も指摘したように没水円柱の場合は，上記の結論はあてはまらず，2次のポテンシャルが全周波数に亘り長周期漂流力に大きく貢献する。

ⅱ）特異摂動法の必要性

Triantafylou[13]は正則摂動法の仮定である長周期運動が構造物の大きさよりも小さいと言う条件は一般的には満足せず，通常の時間変数と長周期運動の時間変数で展開する特異摂動法を用いることを提案している。

ⅲ）長周期運動時の減衰力の増加（Wave Drift(ing) Damping)

Wichers[14),15]は長周期運動する大型タンカー模型に働く減衰力係数を自由動揺試験より求め，波浪中での値は静水中のものより増加することを示し，その増分を Wave damping と呼んだ。彼は，この現象が出会い波に基づく抵抗増加の変化または波漂流力の変化によると主張した。一方，著者ら[16]は波浪中で減衰力が増加することに関連して，動揺速度の自乗に比例する減衰項を含む振動方程式を取り上げ，外乱による強制力があると自由振動の振幅の減衰は外乱がない場合に比較して見かけ上速くなることを摂動法並びに数値計算により示した。彼らの主張は，長周期運動時の減衰力の増加は粘性に起因するとしている。

ⅳ）物理的因果性の問題

システム関数については2.2章で述べるが，もし変動漂流力に Newman 近似が適用できる場合，この近似をシステム関数に導入するとシステム関数が物理的因果性を満たさないと言う不合理な結果になる。これについて若干説明しよう。

波漂流力はシステム関数 $g_2{}^f$ を用いると次のように表される。

$$F^{(2)}(t)=\int_{\tau_1}\int_{\tau_2} g_2{}^f(\tau_1,\ \tau_2)\zeta(t-\tau_1)\zeta(t-\tau_2)d\tau_1 d\tau_2 \tag{2.1.21}$$

ここで，

$$g_2{}^f(\tau_1,\ \tau_2)=1/(2\pi)^2\int_{\omega_1}\int_{\omega_2} G_2{}^f(\omega_1,\ \omega_2)\cdot\exp\{i(\omega_1\tau_1+\omega_2\tau_2)\}d\omega_1 d\omega_2 \tag{2.1.22}$$

$G_2{}^f$ に次のような Newman 近似が成立するとすると

$$G_2{}^f(\omega_1,\ \omega_2)=\begin{cases}0 & \text{as}\quad \omega_1\cdot\omega_2>0\\ G_2{}^f(\omega_1,\ \omega_2) & \text{as}\quad \omega_1\cdot\omega_2<0\end{cases} \tag{2.1.23}$$

この時（2.1.22)式からシステム関数は次のようになる。

$$g_2{}^f(\tau_1,\ \tau_2)=h_2{}^f(\tau_1)\delta(\tau_2) \tag{2.1.24}$$

但し

$$h_2{}^f(\tau)=1/2\pi\int_{\omega} G_2{}^f(\omega,\ -\omega)\exp(i\omega\tau)d\omega \tag{2.1.25}$$

この結果から，$g_2{}^f$ は $(\tau_1,\ \tau_2)$ に対して対称性を満たさないこと及び $G_2{}^f$ が一定でない限り $h_2{}^f(\tau)$ が $\tau<0$ で値をもつ，即ち物理的因果性を満たさないことが判る。

このように，長周期変動漂流力の予測に関して，色々な未解決の問題もある。

本論では，波漂流力をシステム関数で取り扱い，iv)の問題を解決するため Wiener の沪波理論を用いる方法を提示する。この方法を用いるとⅲ)の問題に対して考察が可能となるばかりでなく工学的にも応用範囲が広くなる。ⅰ)，ⅱ)の問題は今後の課題とし本論では取り扱わない。

2.2 波漂流力のボルテラ汎関数級数表示とウイナー理論の応用

2.2.1 ボルテラ汎関数級数と波漂流力との関係

$\vec{F}(t)$ を2次のオーダーまでの波浪外力とし，$\zeta(t)$ をその力を生じさせる波であるとすると $\vec{F}(t)$ は全ての $\zeta(t)$ に対し定まる連続ベクトル量であるので数学的には，次のような汎関数ベクトル表示が可能である。

$$\vec{F}(t)=\vec{F}[\zeta(t)] \tag{2.2.1}$$

いま $\vec{F}$ が $\zeta(t)$ の連続汎関数ベクトルとすると $\vec{F}$ は次の様な汎関数ベクトル級数で展開可能である。

$$\vec{F}(t)=\vec{F}_0+\int \vec{h}_1(t,\ t_1)\zeta(t_1)dt_1+\ldots+\int\ldots\int \vec{h}_n(t,\ t_1,\ldots,\ t_n)\zeta(t_1)\ldots\zeta(t_n)dt_1\ldots dt_n+\ldots \tag{2.2.2}$$

この級数は一様収束する収束半径を持つとしよう。この時この級数が物理因果性を有するならばその核関数ベクトルは次式を満足しなければならない。

$$\vec{h}_n(t,\ t_1,\ t_2,\ldots,\ t_n)=\vec{0} \qquad t_i>t \tag{2.2.3}$$

この特性を有する級数は Volterra[17] によって初めて研究され，ボルテラ汎関数級数ベクトルと呼ばれている。系が time invariant であると仮定すると核関数ベクトルは時間差のみに依存し，(2.2.2)式は次のように表される。

$$\vec{F}(t)=\vec{F}_0+\int \vec{g}'_1(\tau)\zeta(t-\tau)d\tau+\iint \vec{g}'_2(\tau_1,\ \tau_2)\zeta(t-\tau_1)\zeta(t-\tau_2)d\tau_1 d\tau_2+\ldots \tag{2.2.4}$$

一般に (2.2.4)式の核関数ベクトルは変数に対して対称ではないが，任意の核関数ベクトルの変数を入れ換えても積分順序が変わるのみで応答自体に影響しないので核関数ベクトルは次のように対称化される。

$$\vec{g}_n(\tau_1,\ \tau_2,\ldots,\ \tau_n)=1/n!\sum_i \vec{g}'_n(\tau_{i1},\ \ldots,\ \tau_{in}) \tag{2.2.5}$$

ここで $\sum_i$ は添字のすべての順列の個数に対する和を意味する。

2次のオーダーの dynamic な系に限定するとそれは

$$\vec{F}(t)=\int \vec{g}'_1(\tau)\zeta(t-\tau)d\tau+\iint \vec{g}'_2(\tau_1,\ \tau_2)\zeta(t-\tau_1)\zeta(t-\tau_2)d\tau_1 d\tau_2 \tag{2.2.6}$$

と表される。以後簡単のため核関数ベクトルをスカラー関数として取り扱う。

(2.2.6)式は $\zeta(t)$ を入射波とする時の波高及び波高の自乗に比例するシステム応答を取り扱う場合に一般に用いられる。

実際の入射波の場合 $\zeta(t)$ には空間依存性が存在するが分散波系においては波数と波周波数には一対一の対応関係があるので，文献18) に従うとこの空間依存性を考える必要がない。この問題よりも重要な点は $\zeta(t)$ には2次のオーダーの波が含まれるため (2.2.6)式はオーダー的に consistent でなくなることである。

この問題は今後検討を要するがここでは $\zeta(t)$ は linear wave であると仮定する。

(2.2.6)式の右辺第一項は定常な線形応答を表し，g'_1 を線形インパルス応答関数と呼ぶ。右辺第二項は2次の応答を表し，g'_2 を g'_1 に習い2次のインパルス応答関数と呼ぶ。今これらの核関数 g'_i $(i=1,2)$ が連続で絶対可積分であるとするならば，フーリエ変換が可能でそのフーリエ変換は次のように表される。

$$g'_1(\tau)=1/2\pi\int \exp(i\omega\tau)G'_1(\omega)d\omega$$

$$G'_1(\omega)=\int \exp(-i\omega\tau)g'_1(\tau)d\tau$$

$$g'_2(\tau_1,\ \tau_2)=1/(2\pi)^2\iint \exp\{i(\omega_1\tau_1+\omega_2\tau_2)\}\times G'_2(\omega_1,\ \omega_2)d\omega_1 d\omega_2$$

$$G'_2(\omega_1,\ \omega_2)=\iint \exp\{-i(\omega_1\tau_1+\omega_2\tau_2)\}\times g'_2(\tau_1,\ \tau_2)d\tau_1 d\tau_2 \tag{2.2.7}$$

ここで，G'_1 を線形な応答関数，G'_2 を2次の応答関数と呼ぶ。g'_2 は先ほど述べたように対称性を仮定しても一般性を失わないので

$$g'_2(\tau_1,\ \tau_2)=g'_2(\tau_2,\ \tau_1) \tag{2.2.8}$$

この結果から

$$G'_2(\omega_1,\ \omega_2)=G'_2(\omega_2,\ \omega_1) \tag{2.2.9}$$

と2次の応答関数の対称性が生ずる。

$\zeta(t)$ が one-side スペクトル U を有する random 波であるとすると Rice[19] はそれが次のように表されることを示した。

$$\zeta(t)=\int \cos(\omega t-\varepsilon(\omega))\sqrt{2U(\omega)d\omega} \tag{2.2.10}$$

ここで，ε は $0\sim 2\pi$ に一様に分布する random phase である。

この表示は確率積分の表示であり，2乗平均収束の意味で成り立つものである。

(2.2.10)式を (2.2.6)式に代入すると次式を得る。

$$F^{(1)}(t)=\int\cos(\omega t-\varepsilon(\omega)+\theta_1(\omega))\times\sqrt{2|G'_1(\omega)|^2U(\omega)d\omega} \tag{2.2.11}$$

$$\begin{aligned}F^{(2)}(t)=&\iint\cos\{(\omega_1+\omega_2)t-(\varepsilon(\omega_1)+\varepsilon(\omega_2))\\&+\theta_2(\omega_1,\ \omega_2)\}\sqrt{|G'_2(\omega_1,\ \omega_2)|^2U(\omega_1)}\\&\times\sqrt{U(\omega_2)d\omega_1d\omega_2}+\iint\cos\{(\omega_1-\omega_2)t-\\&(\varepsilon(\omega_1)-\varepsilon(\omega_2))+\theta_2(\omega_1,-\omega_2)\}\\&\sqrt{|G'_2(\omega_1,-\omega_2)|^2U(\omega_1)}\times\sqrt{U(\omega_2)d\omega_1d\omega_2}\end{aligned} \tag{2.2.12}$$

ここで，

$$G'_1(\omega)=|G'_1(\omega)|\exp(i\theta_1(\omega))$$

$$G'_2(\omega_1,\ \omega_2)=|G'_2(\omega_1,\ \omega_2)|\cdot\exp(i\theta_2(\omega_1,\ \omega_2))$$

(2.2.12)式から明らかなように右辺第一項は2成分波の和の成分を表し，第二項は差の成分を表している。即ち，右辺第二項は長周期成分を表している。

(2.2.12)式の ε が統計的に独立であることを考慮してアンサンブル平均をとると

$$E[F^{(2)}]=\int G'_2(\omega,-\omega)U(\omega)d\omega \tag{2.2.13}$$

が得られる。一方 $F^{(2)}$ の時間平均は (2.1.12)式より

$$\overline{F}^{(2)}=\sum F_d(\omega_i)|a_i|^2 \tag{2.2.14}$$

が得られる。(2.2.10)式は正弦波の集合であるとすれば形式的に

$$a_i=\sqrt{2U(\omega_i)d\omega_i}$$

なる関係があり，この関係を利用すると (2.2.14)式は次のように積分表示できる。

$$\overline{F}^{(2)}=\int 2F_d(\omega)U(\omega)d\omega \tag{2.2.15}$$

(2.2.13)式と (2.2.15)式が等しいとすれば

$$G'_2(\omega,-\omega)=2F_d(\omega) \tag{2.2.16}$$

なる関係があることがわかる。

同様に (2.2.12)式と (2.1.11)式の比較から

$$G'_2(\omega_1,-\omega_2)=2f_2(\omega_1,-\omega_2) \tag{2.2.17}$$

であることがわかる。

このようにボルテラ級数で表されるシステム関数と波漂流力の周波数特性が関係づけられる。

2.2.2 ウイナー沪波理論の応用

2次のオーダーの波力の内，波漂流力に限定すると(2.2.12)式からこれは確率過程の2次形式で表され，g'_2 は何等かのローパスフィルターのフィルター関数を表すことは容易に想像される。従って g'_2 を確率過程の自乗過程を入力とする確率的に最適な線形フィルターに置き換えることは，もし，系が Ergodic であればウイナー理論から可能である。

ウイナー理論[20]とは以下の3条件の基に最適なフィルター関数を形成する理論である。

(1) フィルター入力の統計学的性質：
フィルター入力は定常・エルゴード過程で，そのスペクトル密度は因数分解可能とする。

(2) 誤差規範：
自乗誤差平均を最小にする。

(3) フィルター動特性：
線形，time invariant かつ因果的である。

まず，最適なフィルター出力（波漂流力）を次のように表す。

$$F^{(2)}(t)=\int w_2(\tau)\zeta^2(t-\tau)d\tau \tag{2.2.18}$$

条件(1)と(3)から誤差規範 J は次のように表される。

$$J=E\{(\iint g'_2(\tau_1,\ \tau_2)\zeta(t-\tau_1)\zeta(t-\tau_2)d\tau_1d\tau_2-\int w_2(\tau)\zeta^2(t-\tau)d\tau)^2\} \tag{2.2.19}$$

但し，$E\{\}$ はアンサンブル平均を取ることを意味する。

問題は，(2.2.19)式で与えられる誤差規範 J を，関数 w_2 に関して最小とする，いわゆる変分法における極値問題となる。ここで，J を $J[w_2]$ と表すことにする。

いま $w_2{}^0$ が $J[w_2]$ を最小にするものと仮定すると，$w_2{}^0$ に対する必要条件は，

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\partial J[w_2{}^0+\varepsilon w_2]/\partial\varepsilon=0 \tag{2.2.20}$$

で与えられる。ここで，w_2 は任意関数である。

(2.2.20)式は次式と等価である。

$$\int_{\tau_1}\int_{\tau_2}[R_\zeta(0)\,R_\zeta(\tau_2-\tau_1)+2R_\zeta(\tau-\tau_2)R_\zeta(\tau-\tau_1)]$$
$$\times\{g'_2(\tau_1,\ \tau_2)-w_2(\tau_1)\delta(\tau_2-\tau_1)\}d\tau_1 d\tau_2=0 \tag{2.2.21}$$

ここで R_ζ は入射波の自己相関関数である。

従って（2.2.12）式を（2.2.18）式で表すための最適なフィルター関数の必要条件は次のようになる。

$$g'_2(\tau_1,\ \tau_2)=w_2(\tau_1)\delta(\tau_2-\tau_1) \tag{2.2.22}$$

もし，w_2 がフーリエ変換可能で，それを W_2 とすれば，上式は周波数領域で次のようになる。

$$G'_2(\omega_1,\ \omega_2)=W_2(\omega_1+\omega_2) \tag{2.2.23}$$

W_2 の具体的な形は，例えば（2.2.23）式の両辺に入射波のスペクトルを掛けて周波数に亘り積分すれば次のように与えられる。

$$W_2(\omega)=\int G'_2(\omega-\nu,\ \nu)S_\zeta(\nu)d\nu/\sigma^2_\zeta \tag{2.2.24}$$

この W_2 なる関数を使用すると波漂流力のシミュレーションは非常に簡単になる。

$G'_2(\omega_i,\ \omega_j)$ が，ω_i, ω_i に対して十分滑らかであり，$\partial G'_2/\partial\omega_i$，$\partial G'_2/\partial\omega_j$ が微小であるという仮定を導入する。（この仮定は，$\omega_i-\omega_j$ の成分を持つ波が極端に浅水波とならないかぎり満たされることをTriantafylou[13]は示している。）

G'_2 は，この仮定から次のようにTaylor展開が可能である。

$$G_2'(\omega-\nu,\ \nu)\sim G_2'(\nu,\ -\nu)+\Xi(\omega)$$
$$=G_2'(\nu,\ -\nu)\theta(\omega) \tag{2.2.25}$$

ここで，$\Xi(\omega)$ は位相を含む複素関数で，その絶対値は微小である。従って $\theta(\omega)$ は，その振幅が指数的に減衰する応答関数となる。

通常良く用いられるNewman近似は，上式で $\theta(\omega)=1$，即ち $\Xi(\omega)=0$ と置いたものに他ならない。

（2.2.25）式を（2.2.24）式に代入すると

$$W_2(\omega)=\overline{F}^{(2)}\theta(\omega)/\sigma^2_\zeta \tag{2.2.26}$$

となる。ここで，$\overline{F}^{(2)}$ は不規則波中の定常漂流力（（2.2.13）式参照）である。

従って，インパルス応答関数は

$$w_2(\tau)=1/2\pi\overline{F}^{(2)}\int\theta(\omega)\exp(i\omega\tau)d\omega/\sigma^2_\zeta \tag{2.2.27}$$

と表される。

これは，$\theta(\omega)$ が指数的に減衰する関数であることを考慮すれば，w_2 が，ローパスフィルターのインパルス応答関数を表すことを意味している。即ち，波漂流力が $\overline{F}^{(2)}\zeta^2(t)$ をローパスフィルターに通すことで発生できる。

2.3 線形波力及び2次のオーダーの波力の応答関数の推定

この節では応答関数 G'_1 と G'_2 の推定法について述べる。

入射波 $\zeta(t)$ が零平均ガウス過程とすると（2.2.6）式から F と ζ との相互相関関数は次式で与えられる。

$$R_{F\zeta}(\tau)=E[(F(t)-\overline{F})\zeta(t-\tau)]$$
$$=\int g'_1(t_1)R_\zeta(t_1-\tau)dt_1 \tag{2.3.1}$$

また，Wiener-Khintchineの関係式からスペクトルは次式で与えられる。

$$S_{F\zeta}(\omega)=G'_1(\omega)S_\zeta(\omega) \tag{2.3.2}$$

ここで，S_ζ は，two-side波スペクトルである。故に

$$G'_1(\omega)=S_{F\zeta}(\omega)/S_\zeta(\omega) \tag{2.3.3}$$

これは F と ζ のクロススペクトルから線形な応答関数が求められることを意味している。

次に，次のような3次モーメントの平均を考える。

$$R_{\zeta\zeta F}(\tau_1,\ \tau_2)=E[\zeta(t+\tau_1)\zeta(t-\tau_1)$$
$$\times(F(t-\tau_2)-\overline{F})] \tag{2.3.4}$$

（2.2.6）式を代入し，g'_2 の対称性を考慮すれば，上式は次のようになる。

$$R_{\zeta\zeta F}(\tau_1,\ \tau_2)=2\iint g'_2(t_1,\ t_2)dt_1dt_2$$
$$\times\{R_\zeta(t_1+\tau_1+\tau_2)R_\zeta(t_2-\tau_1+\tau_2)\} \tag{2.3.5}$$

パーセバルの公式より（2.3.5）式を周波数領域で表せば次のようになる。

$$R_{\zeta\zeta F}(\tau_1,\ \tau_2)=2\iint d\omega_1 d\omega_2\, G_2'^{*}(\omega_1,\ \omega_2)$$
$$\times S_\zeta(\omega_1)S_\zeta(\omega_2)$$
$$\times\exp[i\{(\omega_1-\omega_2)\tau_1+(\omega_1+\omega_2)\tau_2\}] \tag{2.3.6}$$

いま，$R_{\zeta\zeta F}$の２重フーリエ変換をクロスバイスペクトルと定義し，そのフーリエ変換対を

$$R_{\zeta\zeta F}(\tau_1, \tau_2)=\iint \exp\{i(\Omega_1\tau_1+\Omega_2\tau_2)\} \times C_{\zeta\zeta F}(\Omega_1, \Omega_2)d\Omega_1 d\Omega_2 \qquad (2.3.7)$$

$$C_{\zeta\zeta F}(\Omega_1, \Omega_2)=1/(2\pi)^2\iint \exp\{-i(\Omega_1\tau_1+\Omega_2\tau_2)\}R_{\zeta\zeta F}(\tau_1, \tau_2)d\tau_1 d\tau_2 \qquad (2.3.8)$$

とすれば (2.3.6) と (2.3.8) 式から次式が得られる。

$$G'_2(\omega_1, \omega_2)=C^*_{\zeta\zeta F}(\Omega_1, \Omega_2)/(S_\zeta(\omega_1)S_\zeta(\omega_2)) \qquad (2.3.9)$$

この結果は，実験データを利用して (2.3.4) 式の３次の相関関数を求め (2.3.8) 式で波と波力とのクロスバイスペクトルを求めれば (2.3.9) 式より波と波力との２次の応答関数（波漂流力の応答関数）を推定できることを意味している。実際のクロスバイスペクトルの推定については Appendix B に示す。

2.4 模型試験結果と理論計算結果との比較

2.4.1 模型試験

(1) 供試模型

総ての実験に用いた供試模型はフーチング付カラム型浮体12本で支持される浮遊式海洋構造物模型である。その模型の概要図及び入射波の方向を Fig. 1 に，

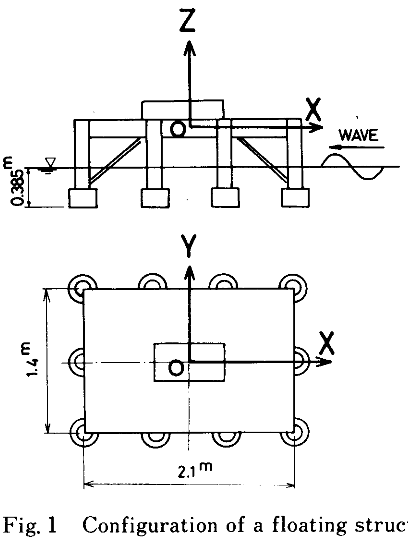


Fig. 1　Configuration of a floating structure and the direction of incident waves

Table 1　Principal dimensions

ITEMS	ACTUAL	MODEL
LENGTH(m)	30.0	2.10
BREADTH(m)	20.0	1.40
DISPLACEMENT(t)	527.5 in sea water	0.168 in water
DRAFT(m)	5.5	0.385
KG(m)	6.8	0.330
K_{yy}	43.7%L	44.0%L
GM_l(m)	4.80	0.269
Scale Ratio	1.0	1/14.3
Mooring	Chain Catenary	Linear Spring

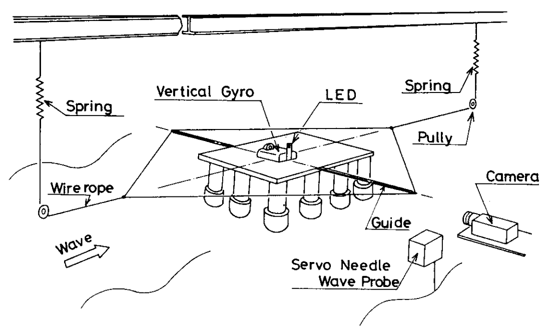


Fig. 2　Set-up of model test

また模型の主要目を Table 1 に示す。なお，本模型は，現在山形県鶴岡市由良沖の日本海で海上実験中の実験構造物“POSEIDON”号の 1/14.3 の模型である。

(2) 模型試験時の状態と計測項目

模型試験は，当所の三鷹第二船舶試験水槽（長さ400m，幅18m，水深8m，フラップ式油圧駆動造波装置）に於いて実施した。試験の状態図を Fig. 2 に示す。この図から判るように模型は，水槽天井に取り付けたH型鋼のある固定点から線形ばね及び滑車を介し模型ガイド装置によって回転運動を拘束されている。なお，1本のばね定数は 1.683kg/m（実機換算で 0.663 ton/m）である。

計測項目は発光体（ＬＥＤ）を使用した非接触型動揺計測装置による浮体の前後揺れ，バーチカルジャイ

ロによる浮体の縦揺れ，浮体中心線上に配置したサーボ式波高計による入射波である。

(3) 模型試験の種類と試験方法

(a) 静水中自由動揺試験

この試験では，係留浮体の前後揺れの固有周期及びその周期に於ける等価減衰力係数を求める。なお，この試験時には，前後揺れの固有周期を変化させるため2種類のばね定数（1.683kg/m と 5.09kg/m）を使用した。

(b) 規則及び不規則強制前後揺れ試験

規則強制動揺試験は，静水中に於て動揺周期 17.5 sec，動揺振幅 3.75～15cm の範囲で行った。この試験時の K_C 数（2π×動揺振幅／一本のコラム径）は，1.6～6.2 の範囲である。なお，この試験は前後揺れの減衰力係数のK_C 数依存性を調べるために行った。

不規則強制動揺試験は，静水中で浮体が長周期運動を含む前後揺れをした場合，長周期運動の流体力係数がどのように変化するかを調べるため Fig. 2 の状態にある模型を三分力計（容量 20kg）を介して大変位強制動揺装置に取り付け後述する(4)の実験で取得した4種類の前後揺れのデータを強制動揺装置に入力して行った。

(c) 定常波漂流力計測試験

波浪中に於ける定常波漂流力を計測するため，波との出会い角を 0°, 30°, 60° 及び 90° の 4 種類変化させて規則波中波漂流力計測試験を行った。試験に使用した規則波は，周波数が 3.0～6.8rad/sec（実機換算 0.79～1.80rad/sec）の範囲である。なお，模型と波との出会い角の変更は，模型ガイド装置の取り付け位置を変えることで行った。定常漂流力は，非接触型動揺計測装置による前後揺れの計測データから定常偏差量をもとめ，それにばね定数をかけることで求めた。

(d) 前後揺れの2次の周波数応答関数計測試験

係留浮体の長周期前後揺れの周波数応答特性（2次の周波数応答特性）を実験的に求めるためには，2.2節で示したように波と応答とのクロスバイスペクトルを推定しなければならない。このためには，Dalzel[21] が示したように長時間の不規則波が必要になる。そこで，今回次のような方法で長時間不規則波を造波した。

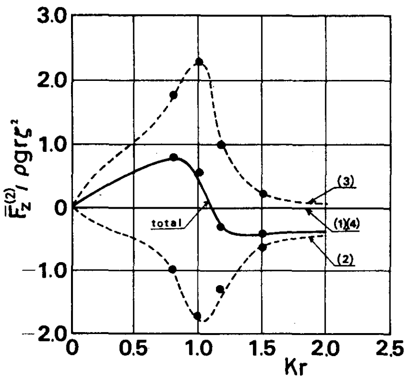
まず，市販のランダムノイズ発生器からの白色雑音信号を 24db/oct の特性を有するバンドパスフィルターを通して有色雑音とし，この信号を造波機駆動用信号として造波した。造波した不規則波はバンドパスフィルターの中心周波数が，0.4, 0.5, 0.6 及び 0.7Hz の 4 種類，造波時間は 0.7Hz の場合が90分間で，その他が45分間である。

不規則波中の試験時における波との出会角は総て 180° の縦波だけである。

2.4.2 理論計算の概要

(1) 計算手法

線形波力及び流体力係数の計算は，既に木下ら[22]により開発済みの三次元特異点分布法による流体力計算プログラムを用いて行った。浮体の線形な周波数応答関数は計算された1次の波力と流体力係数を使用し，既に著者らにより開発済みのプログラム“MOTION”[23] を用いて計算した。三次元特異点分布法による流体力の計算に用いたパネル数は480であり1周波数の計算に要するCPU時間（FACOM M180II AD コンピューター）は約1時間である。定常及び変動漂流力



(1) Surface elevation term
(2) Quadratic pressure term
(3) Structure displacement term
(4) Rotation of force vector

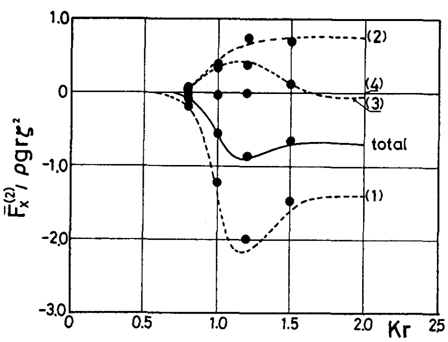


Fig. 3 Components of the computed mean second order forces of a half sphere

の計算は3次元特異点分布法により得られた1次のポテンシャル及び線形応答特性を用いて (2.2.16)～(2.2.19)式に基づいて物体表面積分で求めた。なお，(2.2.20)式の2次の入射波に基づく成分は考慮していない。また，波漂流力の計算に要するＣＰＵ時間は約10分である。

(2) 計算精度のチェック

定常及び変動波漂流力の計算精度をチェックするため半球の規則波中に於ける波漂流力 ($\overline{F}_X^{(2)}$) と上下方向の定常力($\overline{F}_Z^{(2)}$)を計算し，Pinkster[1] の計算結果と比較した。計算は総て倍精度で行った。その結果を Fig. 3 に示す。図中の●印は今回計算した結果であり，破線及び実線は Pinkster の計算結果である。また，図中の(1),(2),(3),(4)及び total は，(2.2.16)～(2.2.19)式に示す定常波漂流力（または定常力）の各成分及びそれらの総和である。

この図から今回の計算結果と Pinkster の計算結果は非常に良く一致しており，計算プログラムに問題が無いことがわかる。

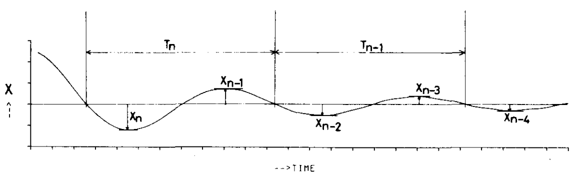


Fig. 4 An example of the surge damping curve

2.4.3 前後揺れの流体力特性

(a) 静水中自由動揺試験

今回実施した静水中に於ける係留浮体の自由前後揺れ試験結果の例を Fig. 4 に示す。

この減衰振動波形から，係留浮体の前後揺れの見掛け質量及び等価減衰力係数を次のようにして求めた。

まず，得られた自由減衰振動波形のピーク値の振幅を x_n とし，相異なる振幅の和 x_n+x_{n-1} と $x_{n-1}+x_{n-2}$ をそれぞれ横軸，縦軸に取って Fig. 5 のような図を描く。次に，これらの実験点を最小自乗法を用いて $x_{n-1}+x_{n-2}=a(x_n+x_{n-1})$ なる直線近似し，定数 a を求める。固有周期はゼロアップクロス周期とゼロダウンクロス周期の平均から求める。これらの値から浮体の見掛け質量及び等価線形減衰力係数が次式で与えられる。

$$M+m_{11}=T_0^2K/(4\pi^2)$$

$$N^e_{11}=-T_0K\ln a/\pi^2 \qquad (2.4.1)$$

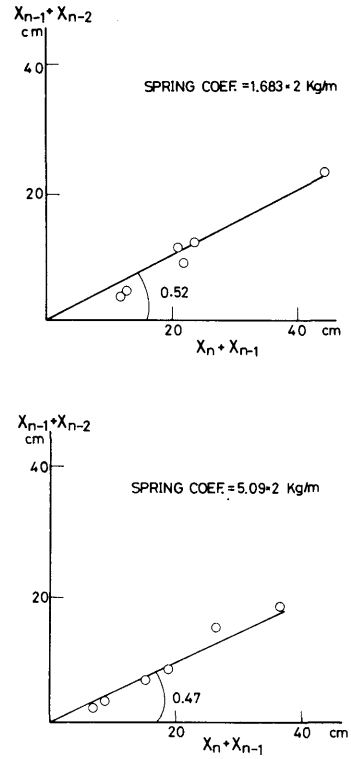


Fig. 5 Extinction curves of surge motion

ここで，T_0 は固有周期，K がばね定数である。

このようにして求めた結果を Table 2 に示す。

上記の方法は，振動振幅の山の数が数十個とかなり多いことが必要であり，今回のように振動振幅の山が数個ときわめて少ない場合は流体力係数の精度が悪くなる。

そこで，以下の方法で流体力の精度の確認を行った。

(b) 不規則強制前後揺れ試験

長周期運動を含む不規則強制前後揺れ試験を行い，静水中の自由前後揺れ試験から求めた流体力係数の精度を以下の手法に基づいて確認する。

不規則強制動揺試験によって計測された流体反力と強制前後揺れ変位の時系列を用いてＦＦＴ法によるス

Table 2 Experimental results of free damping oscillation tests

Spring Coeff. (kg/m)	1.683× 2	5.09× 2
Natural Period (sec.)	21.0	10.6
Virtual Mass ($kgsec^2/m$)	37.60	28.97
Equivalent damping force (kgsec/m)	4.60	8.325

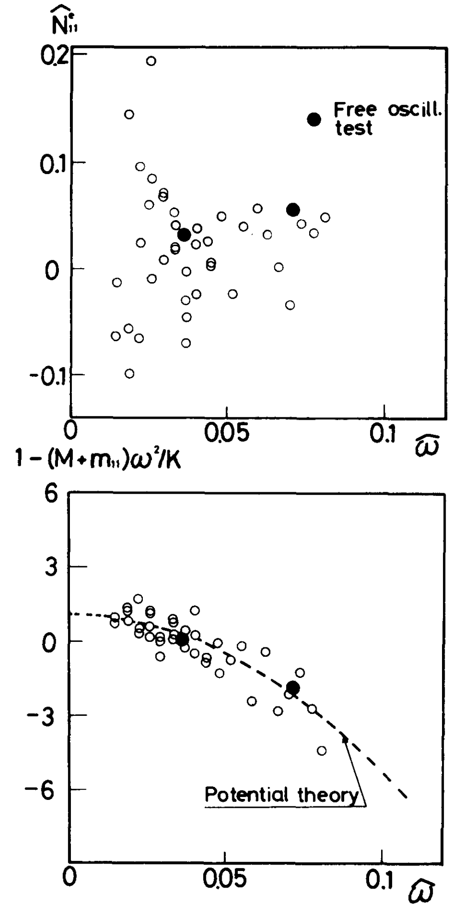


Fig. 6 Hydrodynamic coefficients of surge motion (frequency base)

ペクトル解析を行い，次式によって前後揺れの流体力係数を求めた。

$$K-(M+m_{11})\,\omega^2=Re(S_{XF}/S_X) \tag{2.4.2}$$

$$N^e{}_{11}=Im(S_{XF}/S_X)/\omega \tag{2.4.3}$$

ここでS_{XF}は強制前後揺れ変位と三分力計による水平方向流体反力とのクロススペクトル，S_Xは強制変位のオートスペクトルである。またN^e_{11}は等価減衰力係数である。

自由動揺試験及び不規則強制動揺試験から求めた前後揺れの流体力係数を Fig. 6 に示す。横軸は，$\hat{\omega}=\omega\sqrt{D/g}$ であり，Dは，一本のコラム直径，ωは動揺周波数である。図中の○印は不規則強制動揺試験から求めた流体力係数，●印は自由動揺試験から求めた流体力係数，破線は3次元特異点分布法により求めた流体力係数の数値計算結果である。なお，等価減衰力係数は，$\rho\nabla\sqrt{g/D}$ で無次元化した。この図から，自由動揺試験及び不規則強制動揺試験から求めたばね—質量力係数と数値計算結果とは，ほぼ良く一致していることが判る。また，不規則強制動揺試験から求めた減衰力係数は，負の値も見られ，動揺周波数に対してかなりばらついているが，自由動揺試験結果との一致度は良好である。この結果から，静水中で長周期運動を含む前後揺れを行ったときの長周期域の質量力は，ポテンシャル流に基づく理論計算から求められ，減衰力係数は，自由動揺試験から求められる係数と一致すると言える。しかし，一般に流体反力は，動揺変位の大きさに依存すると言われており，そのことを調べるために規則強制動揺試験を行った。Fig. 7 は，動揺周期17.5sec. ($\hat{\omega}=0.0429$)，振幅を 3.75～15cm に変化させて行った規則強制動揺試験結果を示している。横軸はK_C数（2πA/D：Aは動揺振幅）である。図中の実線は自由動揺試験から求めた結果，破線は，ポテンシャル流の仮定に基づく理論計算値である。この図から今回の構造物に働く長周期域（20秒程度）での流体力係数はあまりK_C数に依存せず，質量力係数（$1+m_{11}/M$）がほぼ2.0，等価減衰力係数（N^e_{11}）が，4.6kg･sec/m（実機換算3.56ton･sec/m）であることがわかる。

2.4.4 前後揺れの線形周波数応答関数

今回の模型試験に使用した4種類の不規則波のスペクトルを Fig. 8 に，それぞれの波の統計量を Table 3 に示す。スペクトル解析のラグ数は256，ウインドウ関数は Hamming 型を利用した。データ数は，wave condition 4 の場合が35500データ，その他の wave

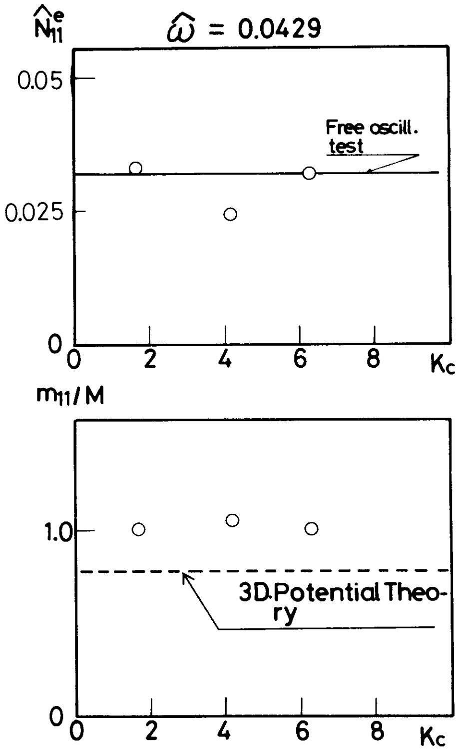


Fig. 7 Hydrodynamic coefficients of surge motion (K_c number base)

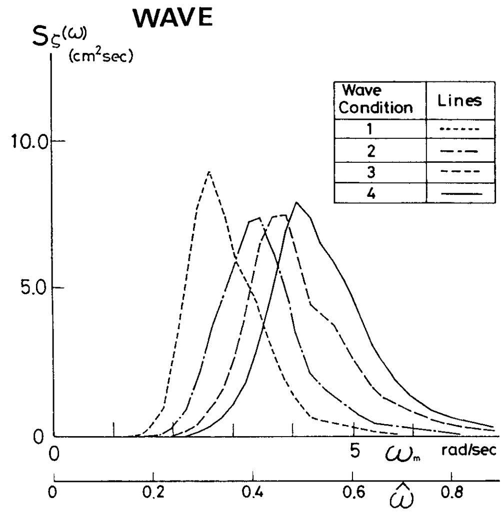


Fig. 8 Wave spectra

conditionの場合が23000データであり，データ解析のサンプリング時間は総て120 msec.である。なお，データ計測時のサンプリング時間は60 msec. である。

通常，B-T法によるオートスペクトル解析ではラグ数をデータ数の1/10以下にすることが望ましいとされているが，Dalzel[21]はクロスバイスペクトル解析ではラグ数をデータ数の1/200～1/250程度にしないと安定なクロスバイスペクトルは得られないことを示している。即ち今回のデータ数に対してはクロスバイスペクトル解析のラグ数は100～150程度が望ましいわけで

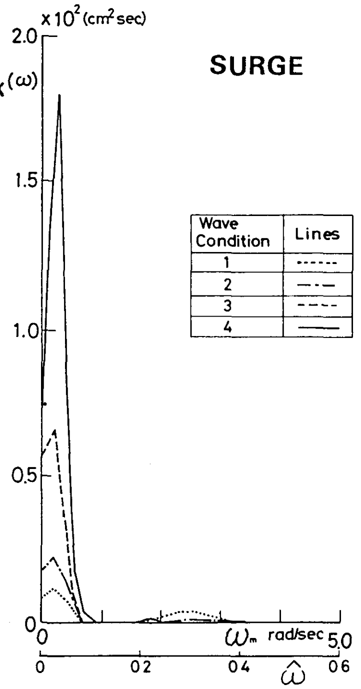
Table 3 Statistical values of waves

wave Condition No.	STATISTICAL ANALYSIS			SPECTRAL ANALYSIS			DURATION TIME (hr)
	V 〔ζ〕 (m²)	$H_{W1/3}$ (m)	T_{zcr} (sec)	m_0 (m²)	$4\sqrt{m_0}$ (m)	T_{01} (sec)	
1	0.2527 (0.00124)	1.954 (0.1366)	7.888 (2.086)	0.2369 (0.00172)	1.958 (0.1369)	8.038 (2.126)	2.84 (0.75)
2	0.2311 (0.00113)	1.869 (0.1307)	6.562 (1.735)	0.2380 (0.00116)	1.952 (0.1365)	6.628 (1.753)	2.84 (0.75)
3	0.2502 (0.00122)	1.957 (0.1368)	5.477 (1.448)	0.2568 (0.00126)	2.027 (0.1417)	5.606 (1.482)	2.84 (0.75)
4	0.3047 (0.00149)	2.219 (0.1552)	5.006 (1.324)	0.3104 (0.00152)	2.229 (0.1559)	5.045 (1.334)	5.67 (1.50)

(　　) : Model Scale

ある。2次の応答関数を推定する場合，Appendix B に示すようにオートスペクトル解析のラグ数はクロスバイスペクトル解析のラグ数のちょうど倍必要である。従って今回は，オートスペクトル解析のラグ数を256に，またクロスバイスペクトル解析のラグ数を128とした。

不規則波中に於ける動揺試験によって求めた前後揺れのオートスペクトルを Fig. 9 に，前後揺れと波とのクロススペクトルから求めた前後揺れの線形な周波数応答関数を Fig. 10 に示す。図中の○印は実験値であり，これは，入射波スペクトルのピーク値に対し10% のパワーを有する周波数範囲で求めている。図中の実線は，文献〔23〕に示される方法と同じ方法で求めた前後揺れの周波数応答関数の理論値で，線形流体力及び波強制力に三次元特異点分布法で求めた計算値を使用し，粘性減衰力は，2. 4. 3 で求めた等価減衰力係数の実験値を使用している。これらの図から，前後揺れは，波のエネルギー密度が高い周波数範囲の応答より長周期運動が支配的であることが判る。また，クロススペクトルから求めた前後揺れの線形な応答関数の実験値と理論値とは，位相を含め非常に良く一致しており線形な周波数応答関数は，たとえ長周期運動を含む場合でも通常の線形計算法によって推定可能であることが判る。



Wave Condition	Lines
1	------
2	—·—
3	----
4	———

Fig. 9 Surge response spectra

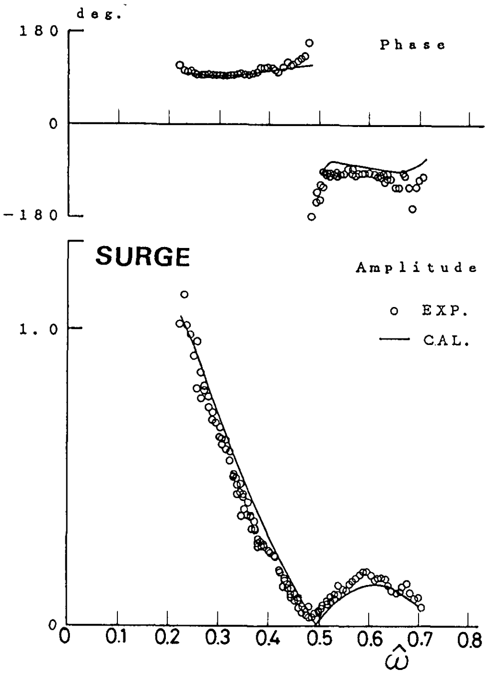


Fig. 10 First order frequency response function of surge motion (G_1)

2. 4. 5 定常波漂流力特性

波との出会い角が 0°, 30°, 60° 及び 90° に対する波浪中の波漂流力特性を Fig. 11～Fig. 14 に示す。図中の記号は，規則波中の実験値を表し，波高が 7cm 以下（実機換算 1. 0m）の場合が○印，波高が 7cm 以上の場合が●印で示されている。実線はポテンシャル流に基づく理論計算値，破線はポテンシャル流に基づく理論計算値に，後述する手法による粘性影響を考慮した結果であり，細い実線や破線等は，不規則波中の実験から求められた前後揺れと波とのデータをクロスバイスペクトル解析して前後揺れの2次の応答関数の定常成分を求め，それにばね常数を掛けて求めた結果である。なお，横軸は無次元波周波数$\hat{\omega}$，縦軸は構造物の長さLで割った波漂流力の絶対値の無次元係数であ

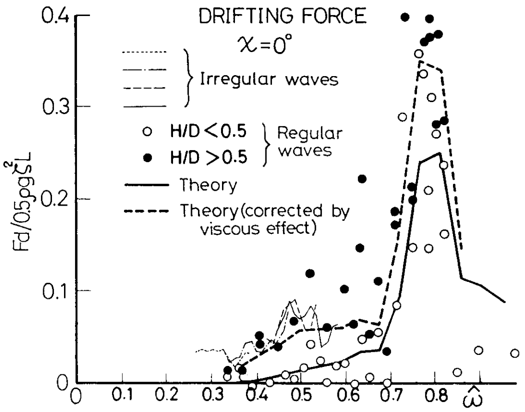


Fig. 11 The mean longitudinal drifting force in head waves

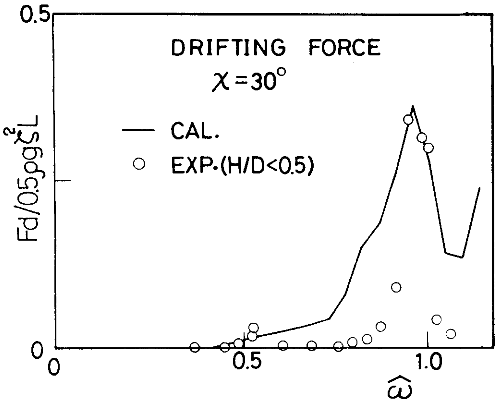


Fig. 12 The mean longitudinal drifting force in oblique waves (χ=30 deg.)

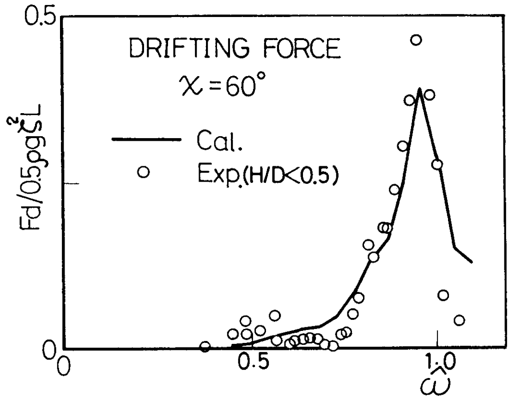


Fig. 13 The mean longitudinal drifting force in oblique waves (χ=60 deg.)

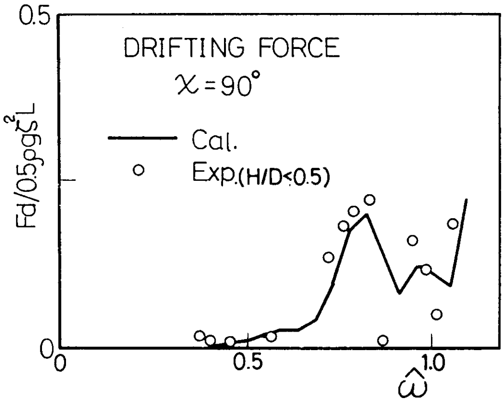


Fig. 14 The mean transverse drifting force in beam waves

る。また，H/Dは規則波の波高と１本のコラム径との比である。これらの図から波高が7.0 cm以下，即ち波高が一本のコラム径の半分以下の場合には，理論計算結果と実験結果とは良く一致するが，波高がそれ以上の場合には，両者はかなり相違することが判る。この原因としては次の４つが考えられる。

(a) 粘性に基づく漂流力
モリソン式中の流速の自乗に比例する波力と水面上昇量との積の非線形波力によって生ずる成分

(b) 同調近傍において線形運動の応答関数の位相がダンピングによって変化するために生ずる成分

(c) 波の質量輸送速度に基づく成分

(d) ２次のポテンシャルによる漂流力成分

このうちから消去法で，考えにくい物から消していくことにする。

Fig. 15 は波周波数が ω =4.387rad/sec.（実機換算で1.16rad/sec, $\hat{\omega}$ =0.5254）の時，波高と共に波漂流力係数がどのように変化するかを示したものであ

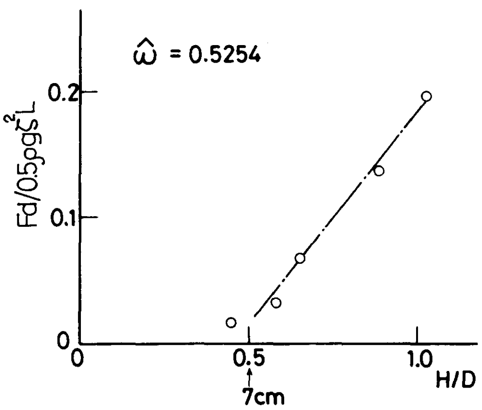


Fig. 15 The wave height effects of mean drifting force in head waves

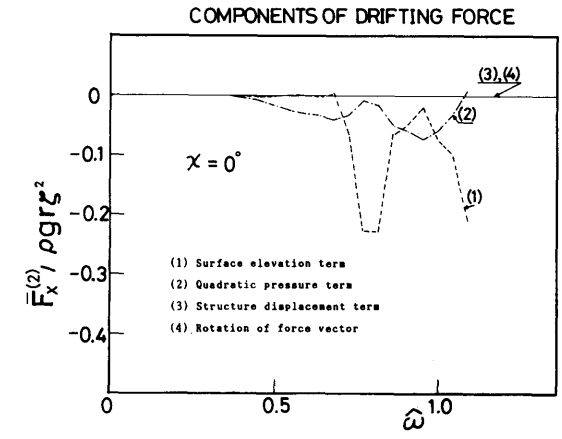


Fig. 16 Components of the mean longitudinal drifting force in head waves (r=L/2)

る。

この結果から，漂流力係数は波高が7cmを超えると明らかに波高に対して直線的に増大することが判る。このことは，漂流力が波高7.0cmを超えると波高の3乗に比例することを意味している。従って，(d)の要因は考えにくい。(b)の要因はHuse[24]が示したように，Heaveあるいは Pitchの同調近傍においてそれらの動揺の位相が，粘性減衰力により変化するために生ずるものである。即ち，(2.2.18)式及び(2.2.19)式で表される(3),(4)の漂流力成分がtotalの漂流力に対し支配的となる場合に生ずるものである。そこで，今回の構造物に対する定常波漂流力の各成分を（2.2.16)～(2.2.19)式に基づいて数値計算によって求め，各成分の定常波漂流力に対する寄与率を調べることにした。Fig. 16は，出会い角0°の規則波中に於ける波漂流力の各成分の寄与を示したものである。この結果から，今回の構造物に対しては(2.2.16)～(2.2.19)式の(3)と(4)の定常漂流力への寄与は非常に小さく，(1)と(2)の寄与が支配的であることが判る。従って，この要因も考え難い。残るは(a)と(c)であるが，漂流力が波高の3乗に比例すること及び今議論している周波数域では円柱の径と波長の比がかなり小さいことなどから(a)の要因説が最も有力である。

そこで，粘性に基づく波漂流力がどのようなものであるかを調べるために，無限水深に固定された喫水 h の微小径の鉛直円柱について線形波理論の範囲内で考察する。この考察を Appendix C に示す。この考察の結果のみを示すと以下通りである。

(1) 粘性定常漂流力は，波高の3乗に比例する。また，それはモリソン式の流速の自乗に比例する波力を等価線形化すると2次のボルテラ級数で表される。

(2) Slowly varyingな粘性変動漂流力は，2成分波の平均周波数の自乗と共に大きくなる。

(3) 粘性漂流力は喫水に依存せず，波高と径の比に依存する。

この結果の重要な点は，たとえ粘性漂流力が含まれていても漂流力は，もしモリソン式の流速の自乗に比例する波力が等価線形化されるのであれば2次のボルテラ級数で表されると言うことである。しかし，厳密に粘性漂流力を取り扱うには，粘性流とポテンシャル流との相互干渉及びモリソン式に diffraction 波の影響が考慮されない等の問題がある。そこで，ここでは近似的に Standing[11]が示した結果をいま考えている構造物に応用する。なお，Appendix Cで示した粘性定常漂流力の結果は，Standingが示したそれと一致する。

Standing は Havelock の式を用いて，無限水深に固定された鉛直円柱に働く粘性定常漂流力とポテンシャルに基づく定常漂流力の比を次のように表した。

$$R=(H/D)/\{2\pi^3(D/\lambda)^2\}C_d \qquad (2.4.4)$$

ここで，Dは円柱の直径，Hは波高，λは波長，C_dは円柱の抗力係数である。

Fig. 17 は (2.4.4)式を用いて求めた定常漂流力に対する粘性とポテンシャルに基づく成分の寄与度を示したものである。図中の破線は砕波限界を示している。また，丸印は今回の実験の範囲を示したものであり，実線は $C_d=1$ の場合の $R=1$ の曲線，即ち粘性とポテンシャルに基づく成分の寄与度が等しい曲線を示している。

この図から，波高が 7.0cm を超える領域，即ち $H/D>0.5$ の領域は，明らかに粘性影響が支配的であることが判る。

この (2.4.4)式の結果を，いま考えている構造物にそのまま適用する。即ち，もし，一本の鉛直円柱に対して $R\gg 1$ であれば，定常漂流力は次のように修正する。

$$\widetilde{F}_d=(1+R)F_d \qquad (2.4.5)$$

ここで，F_d はポテンシャル流に基づく定常漂流力，$\widetilde{F}_d$ は粘性修正後の定常漂流力である。

H に不規則波の有義波片振幅 $(H_{1/3}/2)$ をとり，C_d が0.5（文献〔25〕の曳航試験結果から得られた構造物全体の抗力係数）として求めた粘性修正後の定常漂流力の推定値を Fig. 11 に太い破線で示した。

この図から，粘性修正後の定常漂流力の推定値は，波高が高い場合の規則波中の実験結果及び不規則波中の実験結果を良く表していることが判る。

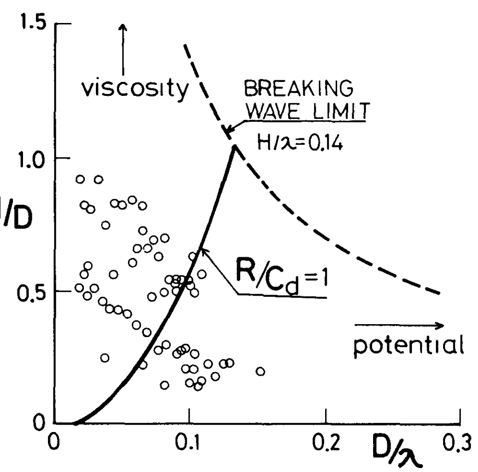
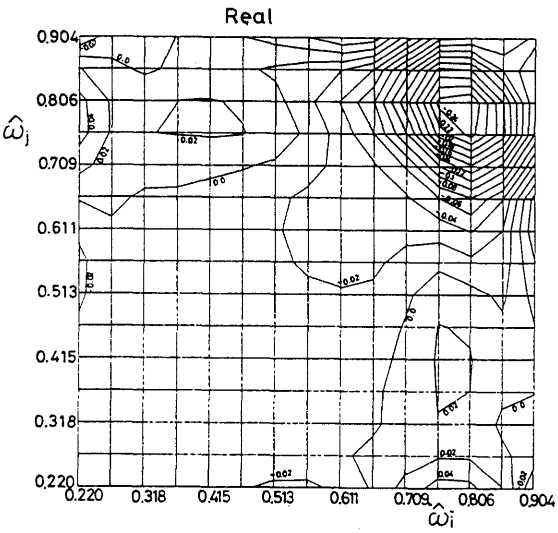


Fig. 17 Comparisons with viscous and potential components of drifting forces to the vertical cylinder

2.4.6 変動波漂流力特性

$(\omega_i,\ \omega_j)$ 面で計算された変動波漂流力 f_{ij} の実数部と虚数部のコンターを Fig. 18 に，それらの数値を Table 4 に示す。図中の $\hat{\omega}$，$\hat{f}_{ij}$ は次式で無次元化されている。



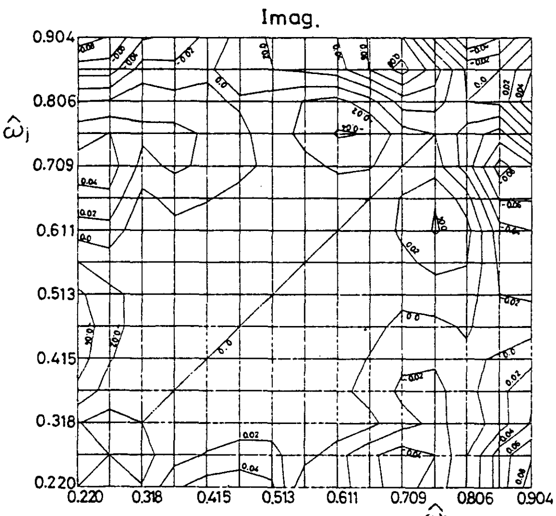


Fig. 18 Quadratic transfer function of the low frequency longitudinal drifting force

Table 4 Numerical tables of the quadratic transfer function of low frequency drifting force

Real part

$\hat{\omega}_i$ \ $\hat{\omega}_j$	0.2199	0.2687	0.3176	0.3665	0.4154	0.4643	0.5131	0.5620	0.6109	0.6597	0.7086	0.7575	0.8064	0.8553	0.9041
0.2199	-0.000293	-0.000633	-0.002154	-0.00465	-0.00988	-0.01737	-0.0240	-0.0246	-0.0154	0.00238	0.02738	0.0490	0.0464	0.0211	-0.0362
0.2687	-0.000633	-0.000266	-0.000565	-0.001045	-0.00224	-0.00426	-0.00636	-0.00625	-0.00214	0.00357	0.01016	0.0178	0.01684	0.00456	-0.01048
0.3176	-0.002154	-0.000565	-0.000509	-0.000801	-0.001504	-0.00278	-0.00416	-0.00471	-0.00441	-0.00237	0.00650	0.01941	0.01547	-0.003691	-0.01318
0.3665	-0.00465	-0.001045	-0.000801	-0.00167	-0.002967	-0.004986	-0.00702	-0.00742	-0.00578	-0.00279	0.00626	0.0210	0.01995	0.00399	0.00101
0.4154	-0.00988	-0.00224	-0.001504	-0.002967	-0.00475	-0.007324	-0.00980	-0.01046	-0.00928	-0.00646	0.00450	0.02227	0.0212	0.00558	0.0107
0.4643	-0.01737	-0.00426	-0.00278	-0.004986	-0.007324	-0.0105	-0.01341	-0.0144	-0.01380	-0.01102	0.00184	0.02086	0.01793	0.00356	0.01918
0.5131	-0.0240	-0.00636	-0.00416	-0.00702	-0.00980	-0.01341	-0.01667	-0.01826	-0.01878	-0.0165	-0.00328	0.0130	0.00625	-0.00375	0.02668
0.5620	-0.0246	-0.00625	-0.00471	-0.00742	-0.01046	-0.01440	-0.01826	-0.02142	-0.02442	-0.0239	-0.01319	-0.00455	-0.01516	-0.01295	0.03931
0.6109	-0.0154	-0.00214	-0.00441	-0.00578	-0.00928	-0.01380	-0.01878	-0.02442	-0.0305	-0.03184	-0.0257	-0.0288	-0.4171	-0.01964	0.05657
0.6597	0.00238	0.00357	-0.00237	-0.00279	-0.00646	-0.01102	-0.01649	-0.0239	-0.03184	-0.03461	-0.03711	-0.0594	-0.07921	-0.0408	0.0504
0.7086	0.02738	0.01016	0.00650	0.00626	0.00450	0.00184	-0.00328	-0.01319	-0.0257	-0.03711	-0.06273	-0.1191	-0.1559	-0.1110	-0.0111
0.7575	0.0490	0.0178	0.01941	0.0210	0.02227	0.02086	0.0130	-0.00455	-0.0288	-0.0594	-0.1191	-0.20833	-0.2479	-0.1881	-0.07609
0.8064	0.0464	0.01684	0.01547	0.01995	0.0212	0.01793	0.00625	-0.01516	-0.04171	-0.07921	-0.1559	-0.2479	-0.26064	-0.1810	-0.08084
0.8553	0.0211	0.00456	-0.003691	0.00399	0.00558	0.00356	-0.00375	-0.01295	-0.01964	-0.0408	-0.1110	-0.1881	-0.1810	-0.12043	-0.0795
0.9041	-0.0362	-0.01048	-0.01318	0.00101	0.0107	0.1918	0.02668	0.03931	0.05657	0.0504	-0.0111	-0.07609	-0.08084	-0.0795	-0.10590

Imag. part

$\hat{\omega}_i$ \ $\hat{\omega}_j$	0.2199	0.2687	0.3176	0.3665	0.4154	0.4643	0.5131	0.5620	0.6109	0.6597	0.7086	0.7575	0.8064	0.8553	0.9041
0.2199	0.00	-0.01886	-0.00080	-0.03595	-0.05041	-0.05470	-0.0444	-0.02034	0.00966	0.03532	0.04695	0.03220	-0.00137	-0.04963	-0.09150
0.2687	0.01886	0.00	0.00782	-0.0112	-0.02149	-0.02740	-0.0244	-0.00965	0.01334	0.03638	0.05063	0.04024	0.00129	-0.05029	-0.07833
0.3176	0.00080	-0.00782	0.00	-0.00771	-0.00946	-0.01153	-0.01430	-0.01685	-0.01596	-0.00576	0.01377	0.02379	0.01342	-0.01031	-0.04245
0.3665	0.03595	0.0112	0.00771	0.00	-0.00656	-0.01214	-0.01468	-0.01261	-0.00572	0.00718	0.02416	0.02634	0.00751	-0.01437	-0.03581
0.4154	0.05041	0.02149	0.00946	0.00656	0.00	-0.00626	-0.01014	-0.01083	-0.00801	0.00104	0.01575	0.01727	0.00365	-0.00250	-0.01466
0.4643	0.05470	0.02740	0.01153	0.01214	0.00626	0.00	-0.00497	-0.00845	-0.01006	-0.00552	0.00525	0.00477	-0.00229	0.01013	0.00750
0.5131	0.0444	0.0244	0.01430	0.01468	0.01014	0.00497	0.00	-0.00523	-0.01011	-0.00980	-0.00492	-0.00964	-0.01031	0.01973	0.02361
0.5620	-0.02034	0.00965	0.01685	0.01261	0.01083	0.00845	0.00523	0.00	-0.00648	-0.0104	-0.01454	-0.02629	-0.02103	0.02381	0.03055
0.6109	-0.00966	-0.01334	0.01596	0.00572	0.00801	0.01006	0.01011	0.00648	0.00	-0.00807	-0.02354	-0.04198	-0.02724	0.03224	0.04023
0.6597	-0.03532	-0.03638	0.00576	-0.00718	-0.00104	0.00552	0.00980	0.0104	0.00807	0.00	-0.02226	-0.03937	-0.00892	0.06155	0.06197
0.7086	-0.04695	-0.05063	-0.01377	-0.02416	-0.01575	-0.00525	0.00492	0.01454	0.02354	0.02226	0.00	-0.00971	0.02979	0.08913	0.06230
0.7575	-0.03220	-0.04024	-0.02379	-0.02634	-0.01727	-0.00477	0.00964	0.02629	0.04198	0.03937	0.00971	0.00	0.02936	0.0500	-0.00436
0.8064	0.00137	-0.00129	-0.01342	-0.00751	-0.00365	0.00229	0.01031	0.02103	0.02724	0.00892	-0.02979	-0.02936	0.00	-0.00417	-0.0589
0.8553	0.04963	0.05029	0.01031	0.01437	0.00250	-0.01013	-0.01973	-0.02381	-0.03224	-0.06155	-0.08913	-0.0500	0.00417	0.00	-0.0399
0.9041	0.09150	0.07833	0.04245	0.03581	0.01466	-0.0075	-0.02361	-0.03055	-0.04023	-0.06197	-0.06230	0.00436	0.0589	0.0399	0.00

$\hat{\omega}=\omega\sqrt{D/g}$

$\hat{f}_{ij}=f_{ij}/0.5\rho g|a_i||a_j|L$ (2.4.6)

ここで，a_i，a_j は2成分波のそれぞれの振幅である。

この図から $\hat{f}_{ij}$ の実数部は，$(\hat{\omega}_i,\ \hat{\omega}_j)=(0.806,\ 0.806)$ 付近にかなり険しい谷がありそれ以外では平坦であることがわかる。また，$\hat{f}_{ij}$ の虚数部も $\omega_i=\omega_j$ 付近はかなり平坦である。この結果は，今回の構造物の場合，f_{ij} に Newman 近似が適用できることを示唆するものである。

変動漂流力に関する計算結果と実験結果との比較を Fig. 19 に示す。図中の左側が前後方向波力の2次の応答関数 $(G_2{}^f=2f_{ij})$ の振幅部分であり，右側がその位相部分を表している。図中の細い破線等は不規則波中の実験データをクロスバイスペクトル解析して求めた結果，実線はポテンシャル流れに基づく計算結果，太い一点鎖線はポテンシャル流れに基づく定常漂流力の計算値と Newman 近似を使用して求めた結果，太い破線は粘性影響を考慮した定常漂流力の計算値と Newman 近似を使用して求めた結果である。また，$\Delta\omega$ は2成分波の差の周波数，横軸はその平均周波数である。なお，変動漂流力は直接実験から求められないので，クロスバイスペクトル解析して求めた前後揺れの2次の応答関数と静水中自由振動試験から求めた流体

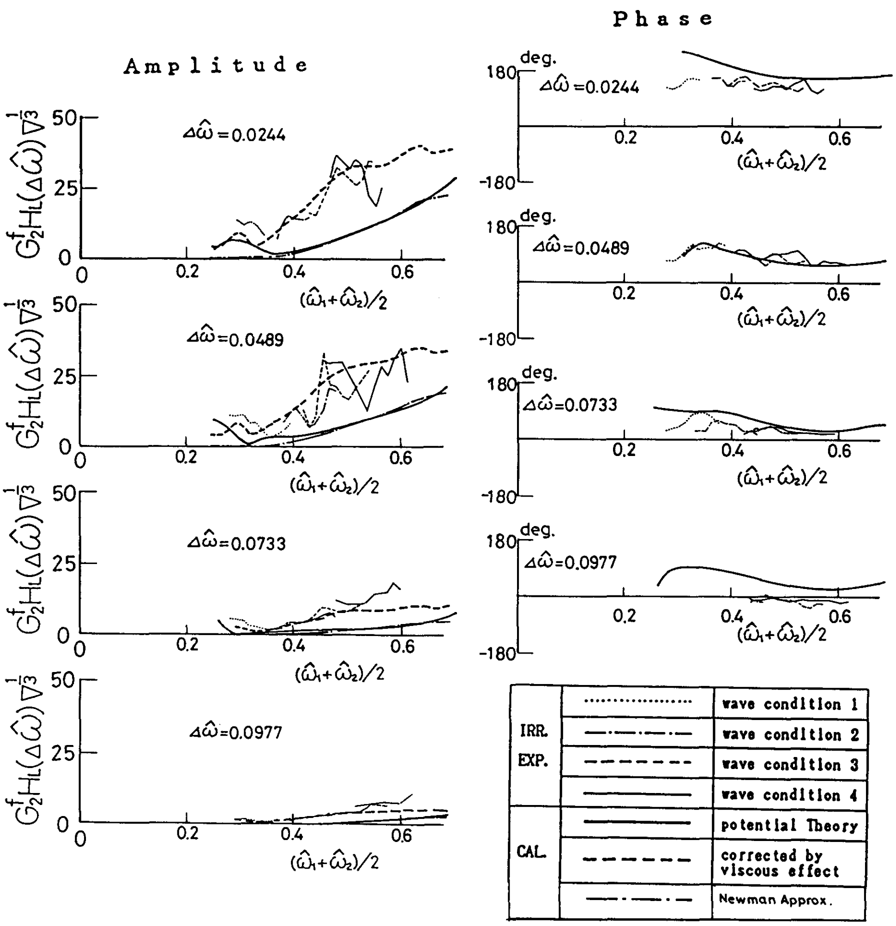


Fig. 19 Comparisons with experimental and numerical results on the quadratic transfer function of low frequency drifting force

力係数を使用して逆算して変動漂流力の応答特性を求め，外力に対する線形な応答関数 H_L と排水容積 ∇ で無次元化した。即ち，次の関係式を使用した。

$$G_2'(\omega_1, -\omega_2)=G_2(\omega_1, -\omega_2)/H_L(\omega_1-\omega_2) \tag{2.4.7}$$

ここで，

$$H_L(\omega)=1/[K-(M+m_{11})\omega^2+iN^e_{11}\omega] \tag{2.4.8}$$

この図から，ポテンシャル流れに基づく計算結果は，全体的に実験結果より低いが，傾向的には良く一致していることが判る。また，実線と一点鎖線との比較から，変動漂流力にほぼ Newman 近似が適用できることもわかる。さらに，粘性影響を考慮した定常漂流力と Newman 近似を使用して求めた結果と実験結果とは良く一致することから，今回の実験範囲及び構造物の形状に対して，粘性影響が漂流力に大きく寄与することが判る。

2.4.7 波浪中に於ける長周期運動の流体力係数の変化

2.1節で波浪での長周期運動の減衰力は，静水中のそれとは異なる可能性があることを述べたが，今回実験に使用した構造物に対しても同じ現象が，起こりうるかどうかを次のような方法で調べる。

まず，前後揺れの2次の応答関数を G_2，定常及び変動漂流力の応答関数を G_2'，外力に対する浮体の応答関数を $\overline{H}_L$ と置き，これらが，(2.4.7)式を満たすとする。次に，以前に著者[26]らが示した瞬時々の波エネルギーに対する長周期運動の応答関数 $\Lambda(\omega)$ を導入する。

$$\Lambda(\omega)=S_{x\zeta^2}/S_{\zeta^2}$$
$$=\int S_\zeta(\omega-\nu)S_\zeta(\nu)G^*_2(\omega-\nu,\ \nu)d\nu \Big/ \int S_\zeta(\omega-\nu)S_\zeta(\nu)d\nu \tag{2.4.9}$$

ここで，$S_{x\zeta^2}$ は ζ^2 と前後揺れ x とのクロススペクトル，S_{ζ^2} は ζ^2 のオートスペクトルである。

この時，(2.2.23)式と (2.4.7)式から次の関係式が成り立つことは容易に判る。

$$\Lambda^*(\omega)=H_L(\omega)W_2(\omega) \tag{2.4.10}$$

従って，もし G_2' に Newman 近似が適用できるのであれば，(2.2.23)，(2.4.10)式から波浪中に於ける外力に対する長周期運動の無次元応答関数 $\overline{H}_L$ は次式で表される。

$$\overline{H}_L=\Lambda^*(\omega)/\Lambda(0) \tag{2.4.11}$$

Fig. 20 に (2.4.11)式の関係式から求めた $\overline{H}_L$ と静水中自由動揺実験から得られる付加質量と等価線形減衰力から求めた無次元応答関数 $\widetilde{H}_L$

$$\widetilde{H}_L=K/[K-(M+m_{11})\omega^2+i\omega N^e_{11}] \tag{2.4.12}$$

との比較を示す。図中の細線等は $\overline{H}_L$ の結果，実線は $\widetilde{H}_L$ の結果を表している。なお，$\overline{H}_L$ の推定に使用した $\Lambda(0)$ の値は，次のようにして求めた。

(2.2.13)式から

$$\Lambda(0)=H_L(0)W_2(0)$$
$$=1/K\overline{F}^{(2)}/\sigma^2_\zeta \tag{2.4.13}$$

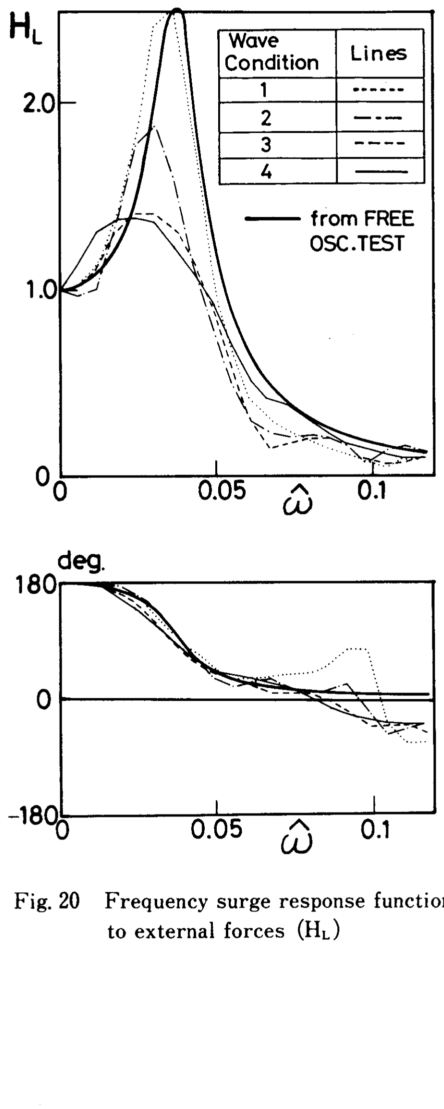


Fig. 20 Frequency surge response function to external forces (H_L)

が得られる。従って，この関係を用いて$\Delta(0)$の値を予測した。

Fig. 20 から$\overline{H}_L$は$\widetilde{H}_L$と傾向的には良く一致するが，長周期運動時の値は静水中自由動揺時の値に対して固有周期が長周期側にづれ，減衰力が大きくなっていることが判る。

そこで，定量的に波浪中に於ける長周期運動の流体力の変化を調べるため，Fig. 20 の$\overline{H}_L$が（2.4.12）式と等価であると仮定し，最小自乗近似法によって$\overline{m}_{11}$と$\overline{N}^e_{11}$を求めた。その結果を Table 5 に示す。

Table 5 Comparisons with hydrodynamic coefficients in still water and in slow drift oscillations

Wave Cond.	$(M+\overline{m}_{11})/(M+m_{11})$	$\overline{N}^e_{11}/N^e_{11}$
2	1.00	1.39
3	0.89	1.67
4	0.87	1.65

この表から，明らかに波浪中で減衰力増加が生じていることが判る。その量は，静水中の値の1.6～1.7倍である。また，見掛け質量が10%程度減少することも判る。

3. 線形ばねで係留された浮体の動揺シミュレーション

3.1 時間領域の運動方程式とその解法

3.1.1 運動方程式とその解法

時間領域の運動方程式は一般に次のように表される。

$$\sum_{l}\Big[(M_{kl}+m_{kl}(\infty))\ddot{X}_l+\int_{-\infty}^{t}K_{kl}(t-\tau)\dot{X}_l\,d\tau + a_{kl}(\dot{X}_l,\ \dot{\zeta}\,;t)+b_{kl}(X_l\,;t) + C_{kl}(X_l,\ \dot{X}_l,\ \ddot{X}_l\,;t)=F^{(1)}{}_k(t)+F^{(2)}{}_k(t) \quad (3.1.1)$$

ここで，
M_{kl}；浮体の質量行列
$m_{kl}(\infty)$；$\omega=\infty$における付加質量行列
a_{kl}；粘性減衰力行列
b_{kl}；静水圧による復原力の行列
C_{kl}；係留反力の行列
K_{kl}；メモリー影響関数
$F^{(1)}{}_{kl}$；1次の波力及びモーメントの列ベクトル
$F^{(2)}{}_{kl}$；2次の波力及びモーメントの例ベクトル

（3.1.1）式は慣性項以外の項を総て右辺に整理すると次の Newton 方程式で表される。

$$M\ddot{\vec{X}}=\vec{F} \quad (3.1.2)$$

M；質量マトリックス
$\vec{X}$；運動辺位の列ベクトル
$\vec{F}$；外力の列ベクトル

（3.1.2）式を時間領域で解くために，ここでは Newmark－β法[27]を用いる。

Newmark－β法によると，ある時刻におけるiモードの変位をX_iとおくと，Δt時間後の変位X_iは次式で表される。

$$X_i{}^{n+1}=X_i{}^n+\Delta t\,\dot{X}_i{}^n+\Delta t^2/2\,\ddot{X}_i{}^n +\beta\Delta t^2(\ddot{X}_i{}^{n+1}-\ddot{X}_i{}^n) \quad (3.1.3)$$

$$\dot{X}_i{}^{n+1}=\dot{X}_i{}^n+\Delta t/2\,(\ddot{X}_i{}^{n+1}+\ddot{X}_i{}^n) \quad (3.1.4)$$

（3.1.2）式に対し，（3.1.3），（3.1.4）式を用いてX_iに対する収束計算を行うことにより，時刻tにおける値から時刻 $t+\Delta t$ における値を求めることができ，（3.1.2）式は時間領域で解ける。なお，βに対しては無条件安定の1/4を用いる。

また，収束判定は，iteration 中の加速度を$\ddot{X}_i{}^{n+1}$とするとき

$$|\ddot{X}_i{}^{n+1}-\ddot{X}_i{}^n|/|\ddot{X}_i{}^{n+1}|\leqq 1/100 \quad (3.1.5)$$

という条件で行う。

3.1.2 時間領域に於ける流体力とその求め方

（3.1.1）式に示された運動方程式の左辺第2項に対し，フーリエ変換を施すと次のような関係が得られる。

$$m_{kl}(\omega)=m_{kl}(\infty)-1/\omega\int_0^\infty K_{kl}(t)\sin\omega t\,dt \quad (3.1.6)$$

$$N_{kl}{}^{(1)}(\omega)=\int_0^\infty K_{kl}(t)\cos\omega t\,dt \quad (3.1.7)$$

ここで，$m_{kl}(\omega)$は周波数領域の付加質量行列，$N_{kl}{}^{(1)}(\omega)$は周波数領域の造波減衰力行列である。

従って$0\leqq\omega\leqq\infty$に亘る付加質量，造波減衰力が求められれば時間領域の流体力（$m_{kl}(\infty)$，メモリー影響関数 K_{kl}）が求められる訳だが，実際には不可能に近い。そこで，限られたωの範囲で何点か求められた$N_{kl}{}^{(1)}(\omega)$に対し，スプライン補間を用いて外挿を行

い，その外挿値が0になるω_0を求め，$0 \leqq \omega \leqq \omega_0$の範囲で次の積分を行って$K_{ki}$を求めた。

$$K_{ki}(t)=2/\pi\int_0^{\omega_0} N_{ki}{}^{(1)}(\omega)\cos\omega t\,d\omega \qquad (3.1.8)$$

3.1.3 時間領域での粘性流体力

浮体の粘性流体力を数値的に求めるに当り，水面下の浮体の各構成要素を複数個のブロックに分割して，それぞれのブロックの体積中心に働く粘性抗力を積分することで浮体全体の粘性流体力を求めた。式で表せば次の通りである。

$$a_{ki}=N^{(2)}{}_{ki}\dot{X}_i|\dot{X}_i| \qquad (3.1.9)$$

$$N^{(2)}{}_{ki}=1/2\rho\iint n_i\,dS\,C_d \qquad (3.1.10)$$

なお，水平面内以外の運動に対しては文献〔31〕を参照して，$C_d=1.5$とした。また，水平面内の運動に対しては，(3.1.9)式を等価線形化した次式

$$a_{ki}=N^e{}_{ki}\dot{X}_i \qquad (3.1.11)$$

を用い，$N_{ki}{}^e$には2.4.3節で求めた実験値を使用した。

3.1.4 時間領域の波力

(1) 線形波力

これは線形システム理論に基づき次式で求められる。

$$F^{(1)}{}_k(t)=\int g'_{1k}(\tau)\zeta(t-\tau)d\tau \qquad (3.1.12)$$

ここで，$g_{1k}{}'$は線形波力のインパルス応答関数であり，周波数応答関数の逆フーリエ変換によって次のように求められる。

$$g'_{1k}(\tau)=1/2\pi\int G'_{1k}(\omega)\exp(i\omega\tau)d\omega \qquad (3.1.13)$$

もし，波スペクトルが与えられているのであれば，Riceの表示に従い次式から求めることもできる。

$$F^{(1)}{}_k(t)=\int|G'_{1k}|\cos(\omega t+\varepsilon(\omega)-\arg(G'_{1k}))\times\sqrt{2U(\omega)d\omega} \qquad (3.1.14)$$

ここで，$U(\omega)$はone-side型の波スペクトルである。

(2) 定常及び変動波漂流力

(2.2.18)式から波漂流力はシステム関数w_{2k}を用いると次式のように表される。

$$F^{(2)}{}_k(t)=\int w_{2k}(\tau)\zeta(t-\tau)^2d\tau \qquad (3.1.15)$$

ここで，

$$w_{2k}(\tau)=1/2\pi\int W_{2k}(\omega)\exp(i\omega\tau)d\omega \qquad (3.1.16)$$

ただし，

$$W_{2k}(\omega)=\int G'_{2k}(\omega-\nu,\ \nu)S_\zeta(\nu)d\nu/\sigma^2_\zeta \qquad (3.1.17)$$

もし，$G_2{}'(\omega_i,\ \omega_j)$が，$\omega_i$，$\omega_j$に対し十分滑らかであり，$\partial G_2{}'/\partial\omega_i$及び$\partial G_2{}'/\partial\omega_j$が微小であれば，2.2.2節の結果から波漂流力が$\overline{F^{(2)}}\zeta^2(t)$をローパスフィルターに通すことで発生できる。

3.2 シミュレーション結果と実験結果との比較

各wave conditionに対する前後揺れのシミュレーション結果と計測結果の比較をFigs. 21～22に，またスペクトルの比較をFig. 23に示す。波漂流力のシミュレーションには，2.4.6節から(2.2.18)式と(2.2.27)式を使用した。

(2.2.27)式のローパスフィルターの周波数特性を表す$\theta(\omega)$の振幅特性には，cosine自乗フィルター($\omega=0$で$\theta(\omega)=1$，$\omega=\omega_p$(波スペクトルピーク周波数)で$\theta(\omega)=0$の特性を有する）を使用した。なお計算の刻み幅は計測データのサンプリング時間と同じ60 msecにした。

この図から長周期運動があまり大きく無い場合はシミュレーション結果と計測データは非常に良く一致するが長周期運動が支配的となると，両者は定量的に一致の度合が悪く，シミュレーション結果が計測結果よりやや大きくなることが判る。シミュレーション結果が計測結果より高めになる理由は，波浪中に於ける長周期運動の減衰力増加にあると考えられる。

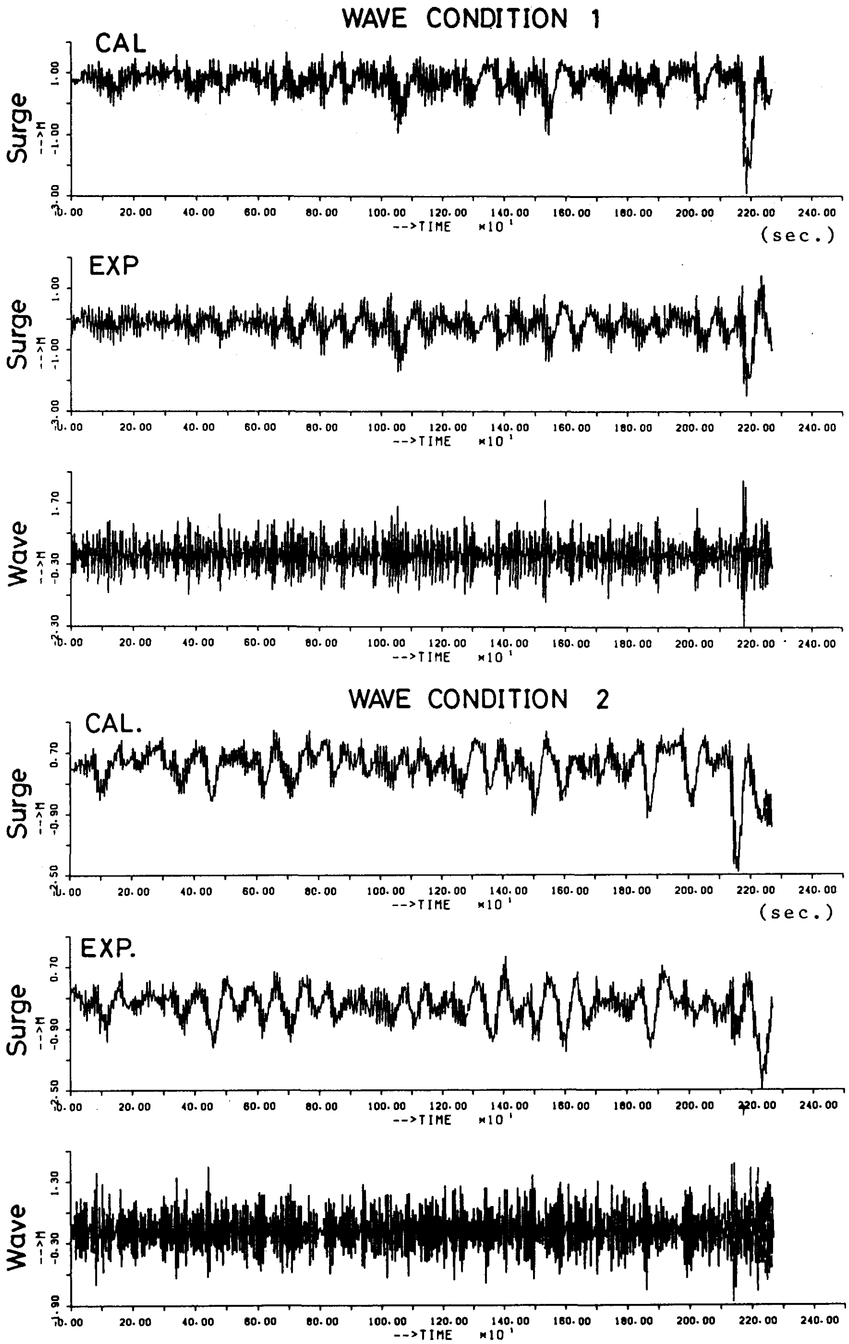


Fig. 21 Comparisons between simulation results and measured ones on the floating body which is moored by linear springs (wave condition 1 and 2)

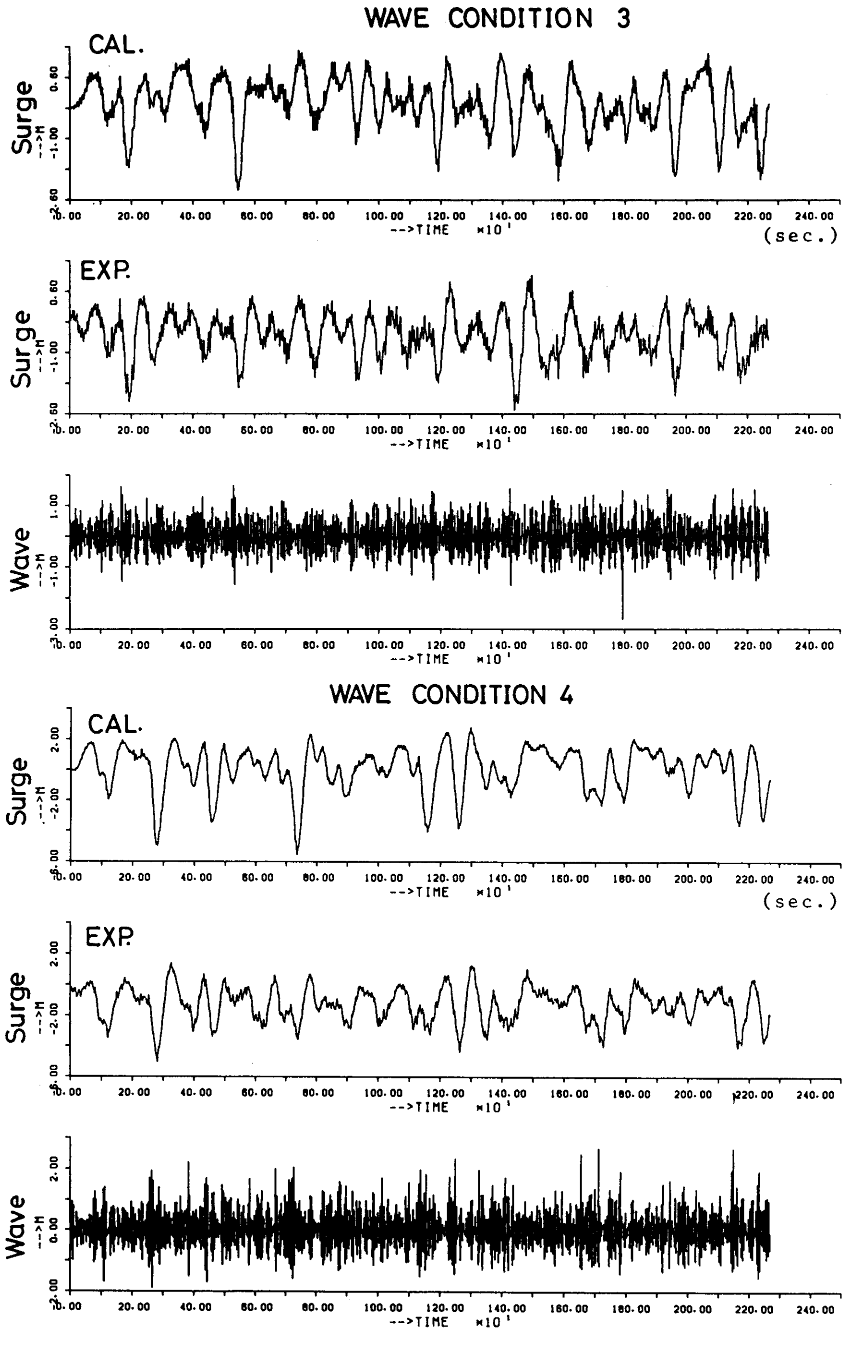


Fig. 22 Comparisons between simulation results and measured ones on the floating body which is moored by linear springs (wave condition 3 and 4)

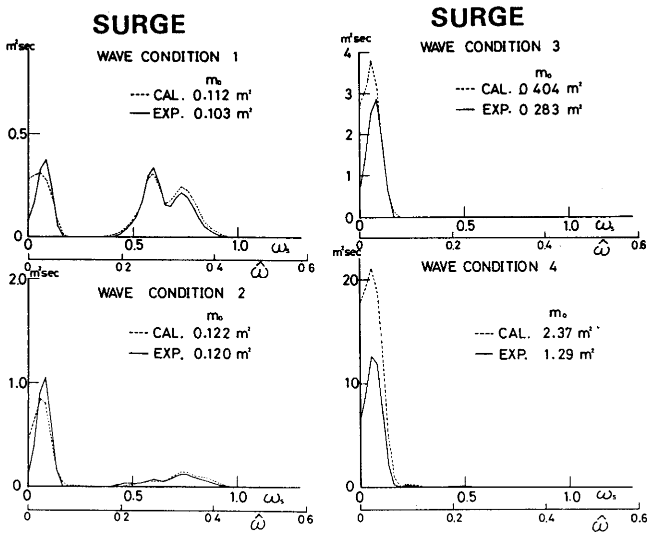


Fig. 23 Comparisons with surge spectra of simulations and experiments

4. 索鎖係留ラインで係留された係留浮体の動揺と係留ラインに働く張力のシミュレーション

4.1 係留反力の取扱

4.1.1 現　状

通常，係留反力は，係留ラインに働く流体力を無視して線形ばねまたは非線形ばねとして考えることが一般的である。これは，係留ラインに働く変動張力特性をばねで十分表し得るという理由のものではなく，通常の浮体式海洋構造物であれば，浮体の排水量に比べて索鎖の重量が軽く，係留ラインは弛緩状態で使用されるのが一般的であるため，浮体の運動には係留ラインに働く流体力を考慮しても余り差が生じないと言う理由によるものである。また，海洋構造物が長周期運動を行う場合でも係留鎖の運動速度，運動加速度は極めて小さくカテナリーの変形から生ずる静的復原力で十分であると言われている。確かに，係留ラインが動揺することによって生じる動的張力が構造物の動揺に及ぼす影響は少ないかもしれないが，係留ラインに働く変動張力を予測する場合にはラインに働く流体力による影響を無視しえるのであろうか？このことを確認するために2種類の水槽模型試験を実施して検討することとした。

4.1.2 水槽模型試験による検討

(1) 波浪中試験

(a) 試験の概要

フーチング付きカラム型支持浮体と上部構造物とから構成される半潜水型浮遊式海洋構造物模型を4条の鉄鎖係留ラインによって Fig. 24 に示すように係留した。

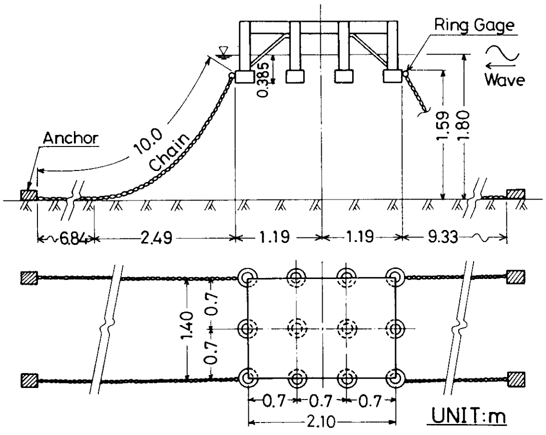


Fig. 24 Configuration of mooring lines

使用した係留ラインは，単位長さ当りの水中重量が0.146kg/m，等価円断面直径が3.2mmの鉄製チェーンである。また，静止状態に於ける1条の係留ラインのばね常数は，前後揺れ方向に対し0.848kg/mである。なお，使用した係留ラインの静的張力特性をFig. 25に示す。

模型試験は，当所の海洋構造物試験水槽で行った。試験に使用した波は，Fig. 26に示す5種類の不規則波である。不規則波の発生法は2.4.1節で述べた方法と同一である。波との出会い角は0°である。

計測項目は，浮体中心線上に配置したサーボ式波高計による入射波高，発光体（L.E.D）を使用した非接触型動揺測定装置による浮体の前後揺れ，上下揺れ及び縦揺れ並びにリングゲージ式張力計による係留ラインに働く張力である。

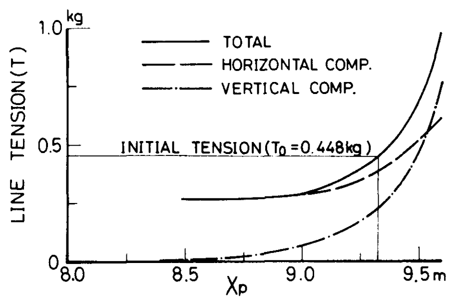


Fig. 25 Statical tension characteristics of mooring lines

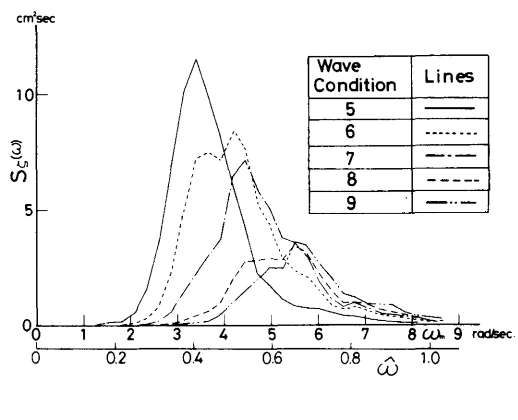


Fig. 26 Wave spectra

(b) 試験結果及び考察

Figs. 27～Fig. 29に波周波数に対する浮体の動揺の周波数応答特性を示す。図中の丸印は5種類の波スペクトルのピーク値の10%以上のエネルギー密度を有する周波数領域に於ける実験結果，実線は係留ラインによる復原力を線形ばねで近似した場合の理論計算値，破線は係留鎖が動揺することによってラインに生じる流体反力を考慮した理論計算値である。ラインに生じる流体反力の予測値は，後述する簡易推算法によって求めた。Fig. 30は係留点に於ける上下及び前後方向の動揺応答特性の計算結果である。Fig. 31は，波上側（weather side）右舷の係留ラインに働く変動張力の応答振幅特性である。Fig.31中の実線は，Fig.30の係留点動揺の予測値から係留ラインによる反力を線形ばねだけと考えたときの計算値，破線は簡易推算法に基づきラインの慣性力，減衰力も考慮した計算結果，●印は，ランプドマス法[28]に基づきラインの慣性力，減衰力及び非線形復原力も考慮した計算結果，□印は規則波中の実験結果，○印は不規則波中の実験結果である。縦軸の変動張力は，一本のコラムの水線面積A_{cw}と波振幅で無次元化した。なお，簡易推算法に於て，ラインに働く変動張力は次のようにして求めた。

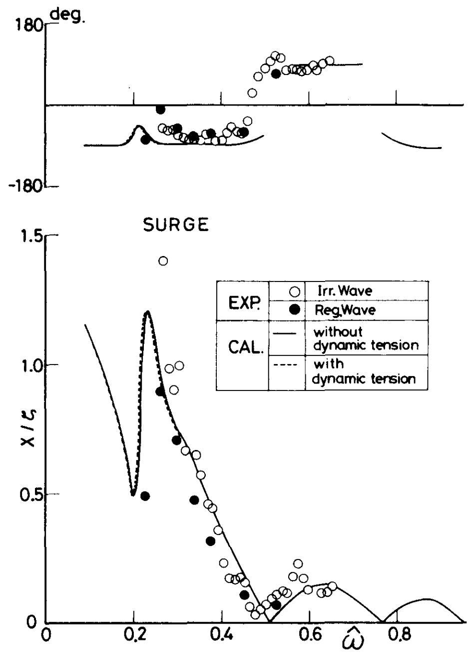


Fig. 27 Linear frequency response function of surge motion

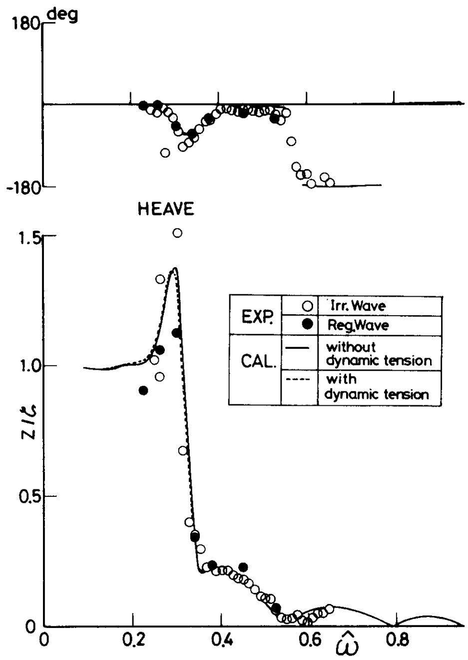


Fig. 28 Linear frequency response function of heave motion

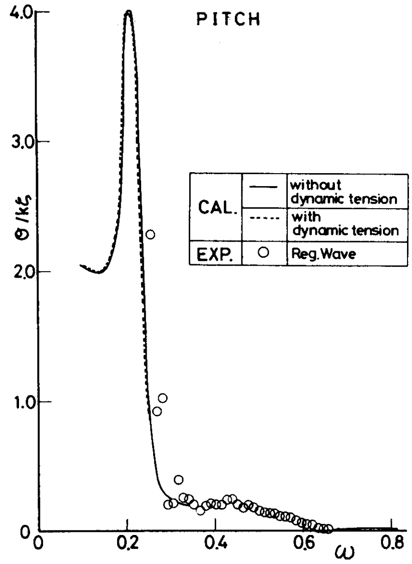


Fig. 29 Linear frequency response function of pitch motion

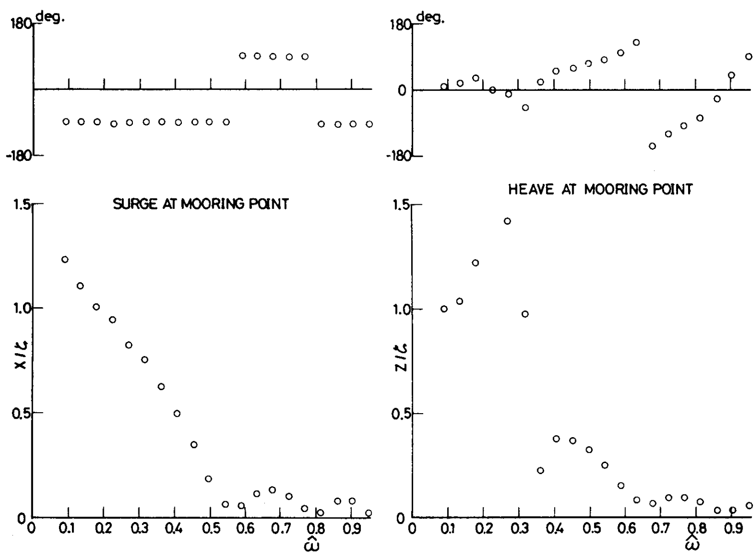


Fig. 30 Frequency response functions of motions at the mooring point

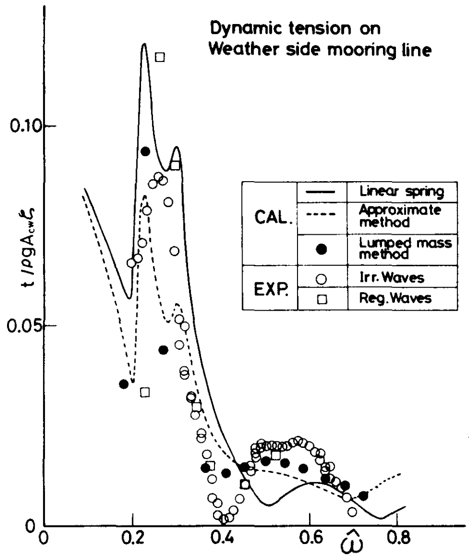


Fig. 31 Frequency response function of dynamic tension on the weather side line

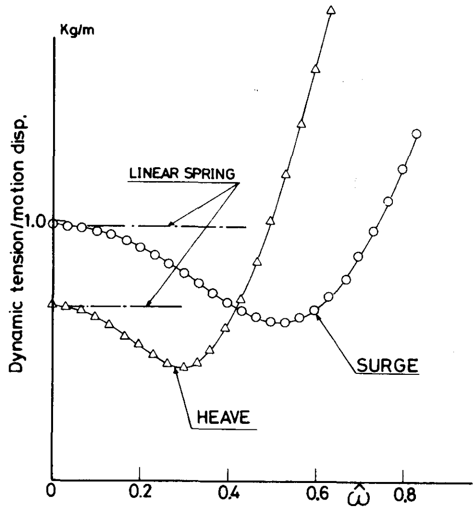


Fig. 32 Dynamic tension characteristics of mooring lines

係留点での前後及び上下動揺をそれぞれ u, v とすれば，文献〔29〕に従うと係留ラインに働く前後及び上下方向の変動張力は次のように表される。

$$t_u = a_{uu}u + b_{uu}\dot{u}|\dot{u}| + c_{uu}\ddot{u}$$
$$+ a_{uv}v + b_{uv}\dot{v}|\dot{v}| + c_{uv}\ddot{v} \qquad (4.1.1)$$
$$t_v = a_{vu}u + b_{vu}\dot{u}|\dot{u}| + c_{vu}\ddot{u}$$
$$+ a_{vv}v + b_{vv}\dot{v}|\dot{v}| + c_{vv}\ddot{v} \qquad (4.1.2)$$

従って u, v が周波数 ω で調和振動しているのであれば，上式は次のように書き換えられる。

$$t_u = t_{uc}\cos(\omega t) + t_{us}\sin(\omega t) \qquad (4.1.3)$$

$$t_v = t_{vc}\cos(\omega t) + t_{vs}\sin(\omega t) \qquad (4.1.4)$$

故に係留ライン全体に働く変動張力 t は近似的に次式で与えられる。

$$t = t_c\cos(\omega t) + t_s\sin(\omega t) \qquad (4.1.5)$$

ここで，$t_c = \sqrt{t^2_{uc} + t^2_{vc}}$，$t_s = \sqrt{t^2_{us} + t^2_{vs}}$

実際，u と v は未知数であるので，iteration によって t を求めることになる。

まず，Fig. 31 から考察する。

実験結果とランプドマス法及び簡易推算法によって係留ラインの動的影響を考慮した計算結果とは波周波数 $\hat{\omega}=0.4$ 付近を除いて良く一致していることが判る。

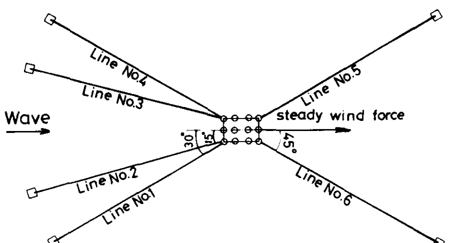
また，線形ばねで近似した場合の計算結果は，実験結果に対し傾向的には良く一致しているものの，低周波数域で実験値及びラインの動的影響を考慮した計算結果より大きく，周波数が高くなると逆に小さくなる。

係留ラインの動的影響を考慮した結果が考慮しない結果よりも低周波数域で小さくなる理由は，Fig. 32 に示すように係留ラインが運動することによって生ずるラインの慣性力が，復原力の作用する方向に対し反対方向に作用するため，見かけ上係留ラインの復原力が小さくなるためである。この結果は，小寺山ら[30]が示した結果，即ち係留ラインの動的影響によって係留ラインを線形ばねで近似した場合より，変動張力が大きくなることに矛盾するようにみえるが，彼らの議論は波周波数が高い周波数域での議論であり，今回の結果でも $\hat{\omega}$ が0.45以上では，彼らと同じ結果が得られており矛盾するものではない。Figs. 27～29 から，各々の動揺応答に対し，同調周波数付近及びそれより低周波数領域に於て係留ラインの動的影響が動揺応答に若干影響を及ぼしているが，それほど顕著ではないことが判る。

(2) 風浪中試験

(a) 試験の概要

実際の係留浮体には，波浪の他に風や流れなどの定常外力が作用する。このような状況下に於て浮体の動揺が係留ラインによってどのように変化するか，あるいは係留ラインに働く張力特性が予測可能かどうかを実験的に調べるため，(1)の試験で用いた模型を Fig. 33 に示すように 6 条の係留ラインで係留し，実機換算で風速 15m/sec (operating condition), 35m/sec (storm condition) に対応する風荷重を加え，規則波中の試験を行った。使用した係留ラインは，単位長さ当たりの水中重量が 0. 201kg/m, 空中重量が 0. 231kg /m の鉄製チェーンである。長さは 9. 55m である。試験は(1)の試験と同じ当部の海洋構造物試験水槽で行った。また，波との出会い角は 0° のみである。試験の詳細は，参考文献〔31〕を参照されたい。



Condition	Wind Velocity	Steady force
operating	15 m/sec	2.1 ton
storm	35 m/sec	8.3 ton

Fig. 33 Set-up of model tests in operating and storm conditions

(b) 試験結果及び考察

Fig. 34～Fig. 36 は，各 condition に於ける動揺応答振幅特性を示したものである。図中の実線は係留ラインによる反力を線形ばねで近似した場合の計算結果，破線は簡易推算法によって係留ラインの動的影響を考慮した求めた計算結果，○印は実験結果である。同調周波数近傍及びそれより低い周波数域において，係留ラインに作用する流体反力が(1)の実験結果に比べて浮体の動揺に影響を及ぼしている。ちなみに，縦揺れの慣性モーメントと係留ラインに作用する縦揺れ方向の流体反力モーメントとの比は，(1)の実験時が 2. 4 %, operation condtion 時が 5%, storm condition 時が 7% である。Fig. 37～Fig. 38 は各 condition に於ける係留ライン 1 と 2 に働く変動張力の応答振幅特性

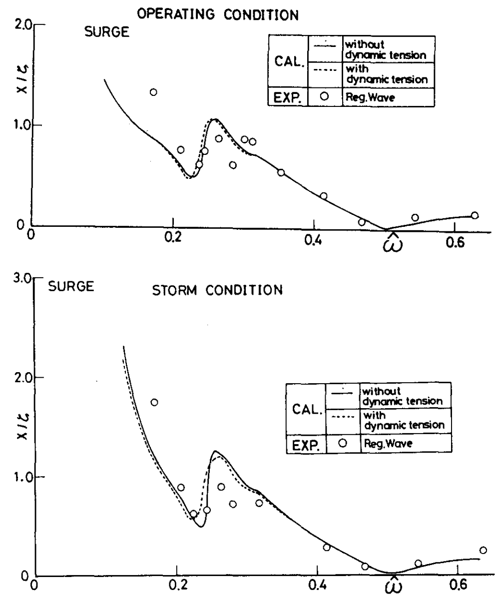


Fig. 34 Comparisons with surge response functions in both conditions (dynamic tension effects)

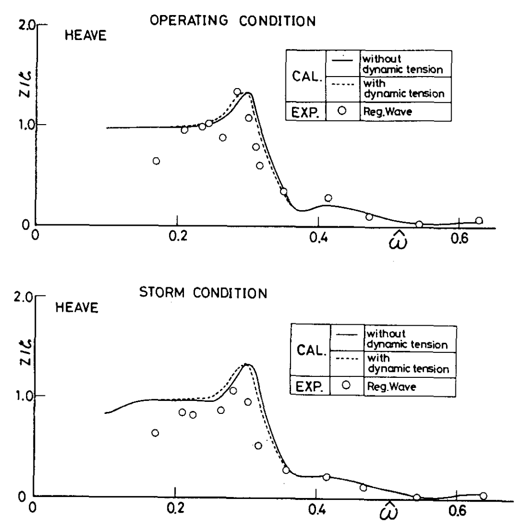


Fig. 35 Comparisons with heave response functions in both conditions (dynamic tension effects)

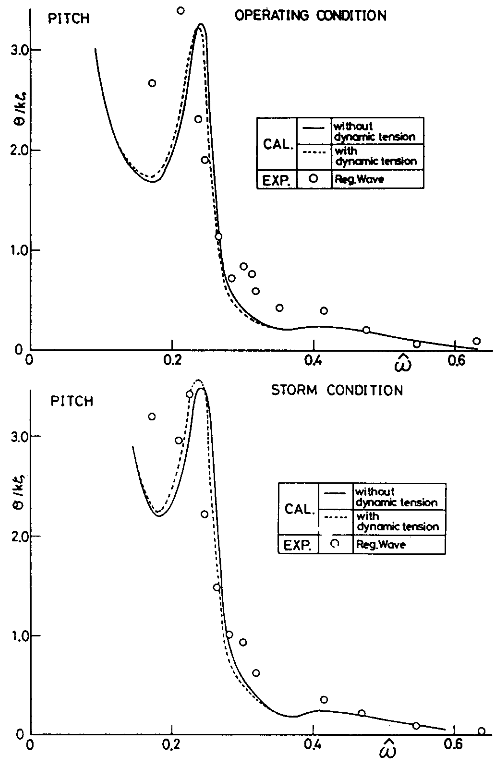


Fig. 36　Comparisons with heave response functions in both conditions (dynamic tension effects)

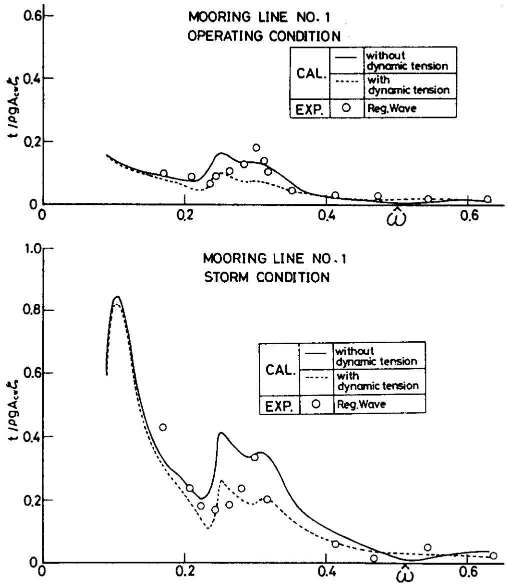


Fig. 37　Comparisons with tensions on mooring line 1 in both conditions (dynamic tension effects)

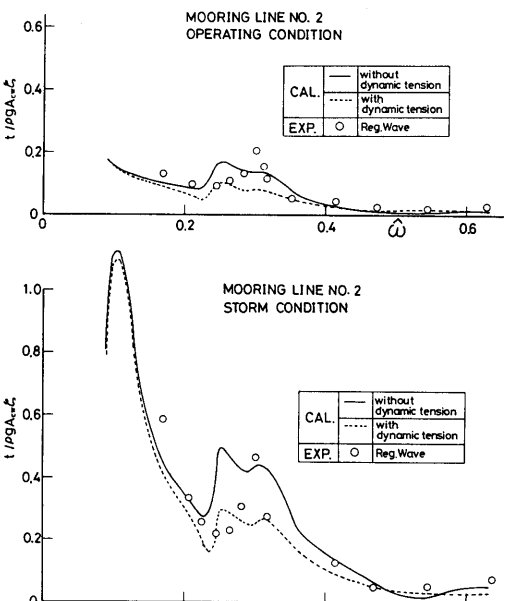


Fig. 38　Comparisons with tensions on mooring line 2 in both conditions (dynamic tension effects)

を示す。記号等は(1)の実験結果と同じである。この図から係留ラインの動的影響を考慮しないと係留力予測を過大評価することがわかる。特に，storm condition 時は係留ラインの動的影響は無視できない。

(3)　試験結果とシミュレーション結果の比較

Fig. 39～Fig. 40 に 4. 1. 2節の(1)の試験で取得した計測データと係留ラインの動的影響を考慮してシミュレートした結果の比較例を示す。線形ばねで係留した場合の結果と比較するため，ここでは，長周期運動が支配的な wave condition 6 と wave condition 7 の結果のみを示した。Fig. 40 は，波上側右舷の係留ラインに働く変動張力の比較例である。線形ばねで係留した場合の比較結果と比べると実験結果とシミュレーション結果との波形の一致度は，あまり良くないがピークの位置等は傾向的によくあっている。シミュレーション結果が計測結果より大きな張力を発生しているのは，本シミュレーションに対し浮体の定常傾斜や定

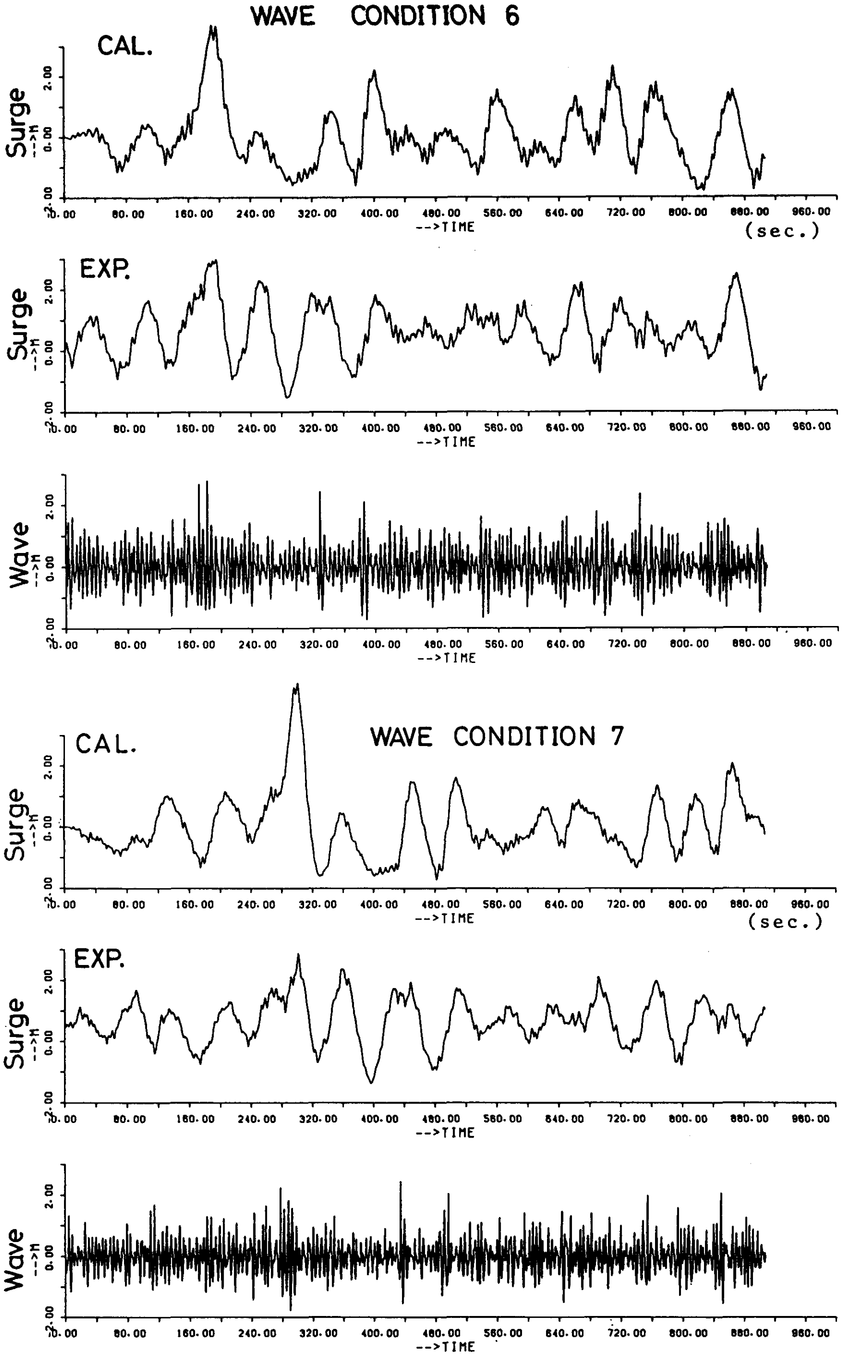


Fig. 39 Comparisons between simulation results and measured ones with surge motion