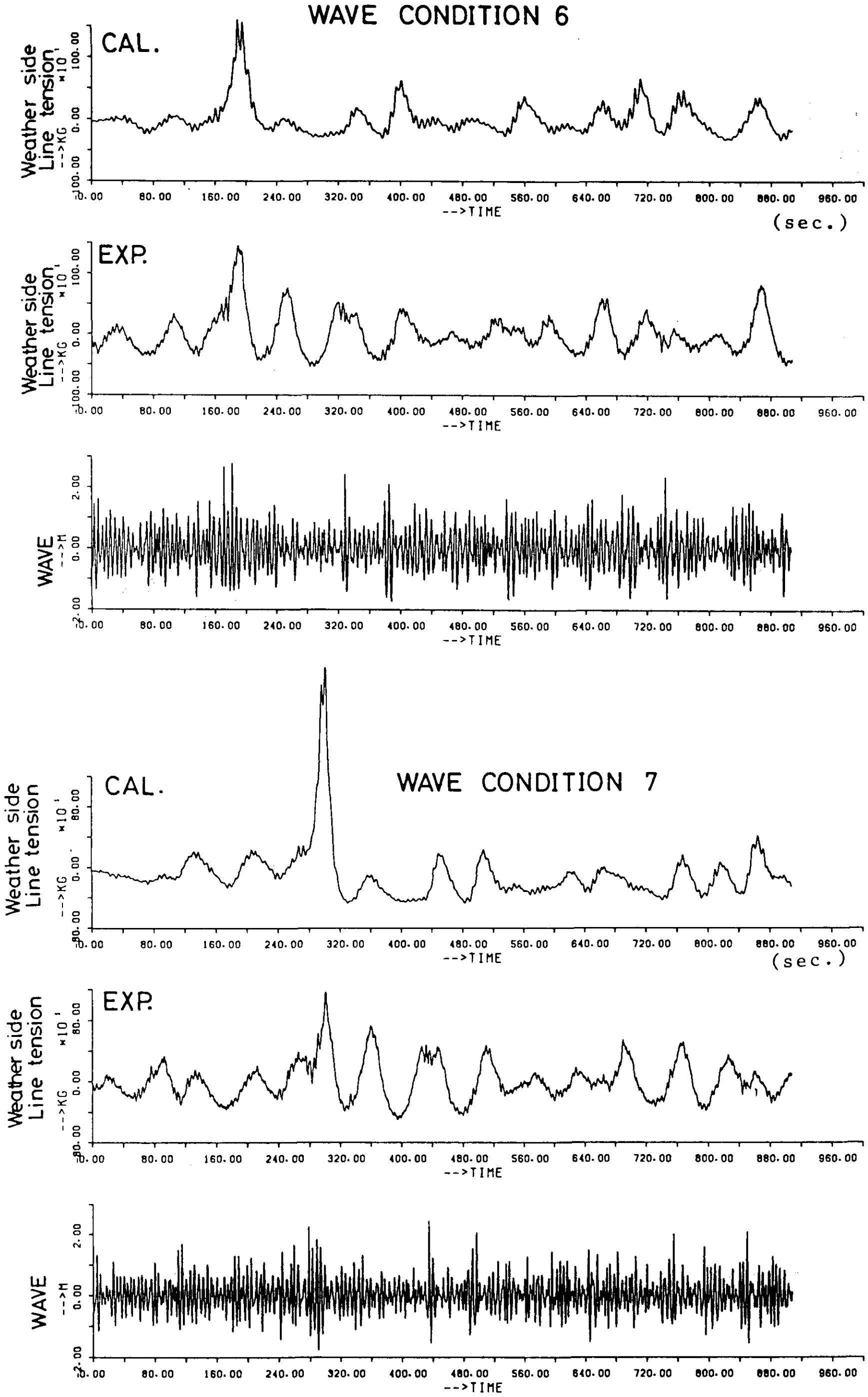

Fig. 40 Comparisons between simulation results and measured ones with weather side line tension

常沈下を考慮していないこと及び波浪中に於ける長周期運動の減衰力の増加にあると考えられる。

4.2 実機シミュレーション例

4.2.1 対象構造物の概要

Fig. 41 にシミュレーションの対象とした浮遊式海洋構造物 "POSEIDON" 号の概要図を示す。また，その構造物の主要目を Table 6 に示す。

構造物の設置海域は，山形県鶴岡市由良沖 3.5km (水深約 41m) であり，係留ラインの展張状態を Fig. 42 に示す。構造物は 6 条の係留ラインで係留され，1 本の係留ラインの長さは 260m，単位長さ当りの水中重量は 47.6kg/m である。また，係留鎖の規格は JIS 第 3 種スタッド付き 50mm チェーンで，その破断荷重は 200ton である。

4.2.2 波の自然環境条件

山形県温海町に設置した気象庁の波浪計による1981年～1984年の波の観測資料[32]に基づき波の自然環境条件を Table 7 のように設定した。

波スペクトルは有限 fetch を有する JONSWAP 型を採用し，スペクトルの形状を決定するパラメータは

Table 6 Principal dimensions of proto type structure

ITEMS	DIMENSIONS
Length overall	34.0 m
Length of upper deck	30.0 m
Breadth overall	24.0 m
Breadth of upper deck	20.0 m
Distance between columns	10.0 m
Maximum height	26.0 m
Height of upper deck	2.5 m
Height of C. G. (KG)	6.80 m
Draught	5.5 m
Displacement	527.5 t
Radius of Gyration	
Roll (K_{xx})	9.8 m
Pitch (K_{yy})	13.1 m
Yaw (K_{zz})	14.66 m
Metacentric height	
Transverse (GM_t)	1.65 m
Longitudinal (GM_l)	4.80 m

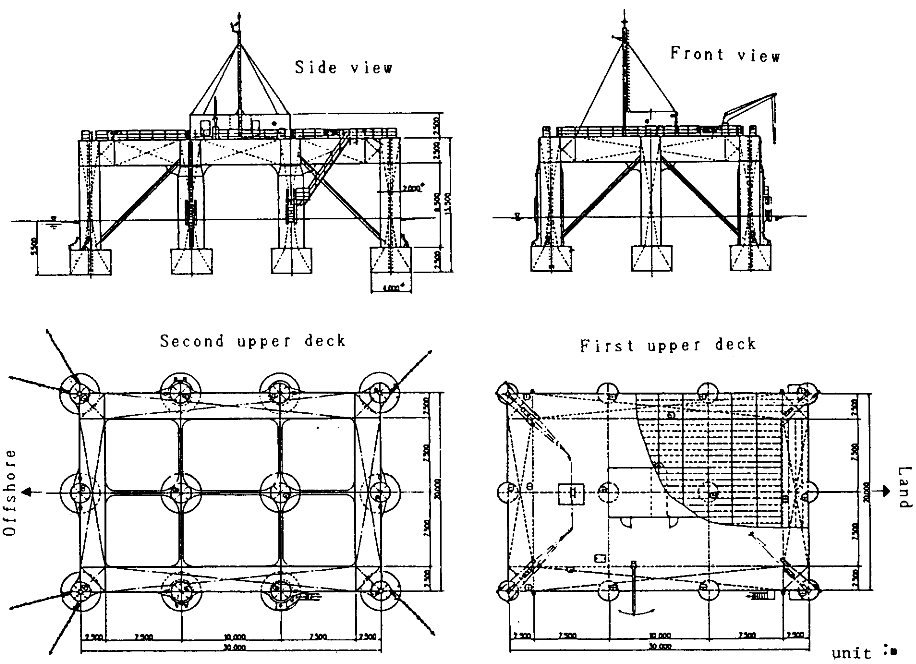

Fig. 41 Proto type structure

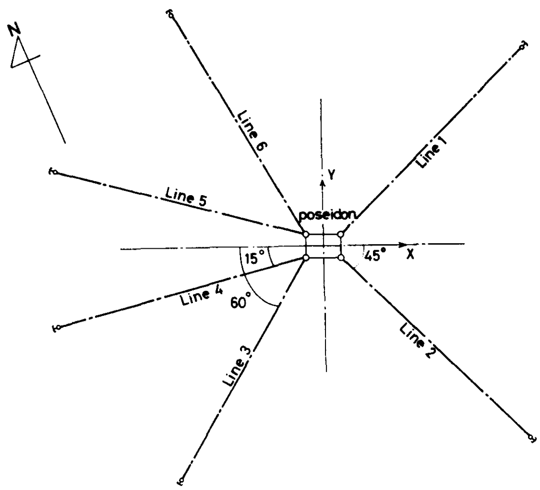

Fig. 42 Configuration of mooing lines

Table 7 Maximum wave conditions

	Maximum Condition
Significant Wave Height $H_{1/3}$ (m)	7.4
Significant Wave Period $T_{H1/3}$ (sec)	9.4
Mean Wave Period T (sec)	7.25
Wave Direction	SW～N
Maximum Wave Height (m)	12.0

次の値を用いた。

$\gamma=3.3$, $\sigma_a=0.07$, $\sigma_b=0.09$

4.2.3 実機の動揺及び係留力のシミュレーション

Table 7 に基づくと波向はＳＷ～Ｎの方向であるが，今回はWNWの方向とした。シミュレーション結果を Fig. 43 に示す。この図から最大波高 10m に対し，左舷 15° の係留ライン（line 4 と line 5）に

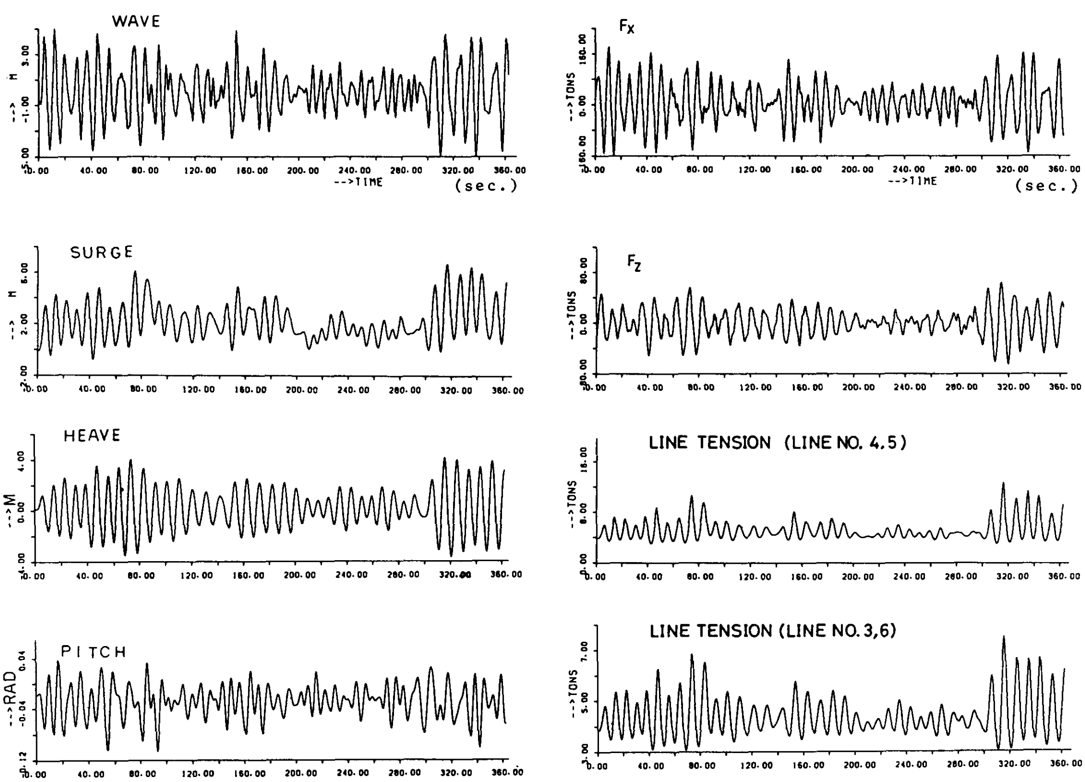

Fig. 43 Simulations of motions and mooring forces

働く最大張力12.8t，左舷60°の係留ライン（line 3とline 6）に働く最大張力7.5t，前後揺れの最大移動量6.4m，最大縦揺れの両振幅8°，最大上下揺れの両振幅7.8m，前後方向の最大波力は両振幅で344t，上下方向の最大波力は128tであることが判る。また，かなり平均波周期が長いにも拘らず，前後揺れには微かではあるが長周期運動が生じていることも判る。

5. 結　　言

本研究の成果として次の様な結論が得られた。

(1) 正則摂動法によるポテンシャル流に基づく波漂流力理論を紹介し，それに基づく数値計算プログラムを開発した。また，長周期変動漂流力を入射波の2次の汎関数級数で表し，これをウィナー理論を用いてシステム関数として評価する方法を提示した。

変動漂流力をシステム関数表示すると，この周波数特性はクロスバイスペクトル解析によって不規則波中の実験から推定できる。実験結果と数値計算結果との比較から，今回対象とした構造物の場合，波高が一本のコラム径以下であると両者は良く一致するが，それが一本のコラム径以上であると両者は一致せず，粘性に起因する漂流力成分があることが判明した。

この粘性漂流力は，入射波の波高の3乗に比例し，2次の汎関数級数でシステム表示されることをモリソン式と線形波理論を用いて示したが，実際の構造物に適用できる理論を開発するには至らなかった。そこで，Standingが示した無限水深中に固定された鉛直円柱に働く粘性漂流力の結果を本構造物に適用した。その結果は，波高が一本のコラム径以上の場合の波漂流力の実験結果を良く説明することが判明した。また，今回の構造物の場合波漂流力にNewman近似が適用できることも判明した。

これらの波漂流力の研究成果に基づいて係留浮体の長周期運動をシミュレートできるプログラムの開発を行った。

(2) 既に開発済みの時間領域の係留浮体の動揺シミュレーションプログラムを(1)の成果に基づき長周期運動も考慮できるように改造し，そのプログラムによって線形ばねで係留された係留浮体の前後揺れをシミュレートした結果と計測結果を比較した。その結果，長周期運動が支配的とならない波条件の場合，両者は良く一致するが，長周期運動が支配的となるとシミュレーション結果が計測結果を過大評価する。この原因は波浪中に於ける長周期運動の減衰力増加にあると考えられ，その量は今回の構造物の場合，静水中の1.6～1.7倍である。

(3) 索鎖等の係留ラインで係留された場合，係留鎖が動揺することによって生じる流体反力は，浮体の動揺の同調点より低い周波数域で動揺応答に影響を及ぼすが，この影響度は致命的に大きいものではない。しかし，係留ラインに働く張力に対しては，この影響はかなり大きく，係留ラインに働く流体反力を考慮しないと動揺応答が大きい周波数域で，張力の過大評価を与えることが判明した。従って，係留ラインに働く張力を予測する場合は，係留ラインが動揺することによって生ずる流体反力を考慮しなければならない。

(4) (1)から(3)の成果を総合して係留浮体の動揺及び係留力のシミュレーションプログラムを開発した。そのプログラムを利用して，実海域実験構造物“POSEIDON”号の年間最大波条件下に於ける動揺及び係留力をシミュレートした。その結果，波による最大係留力はライン破断荷重の1/10程度であることが判明した。

謝　　辞

本研究は，運輸省特別研究『浮遊式海洋構造物の係留システムの評価法に関する研究』の一環として昭和57年度から4ヶ年計画で実施したきた研究の一部である。本研究を実施するに当り東京大学生産技術研究所木下健助教授には，プログラム開発の援助，討論等で御世話になりここに感謝致します。また，成果を取りまとめるに当り多くの助言を頂いた海洋開発工学部安藤定雄部長，並びに海洋開発工学部諸氏に御礼申し上げます。特に星野邦弘技官には，実験及び実験解析等で多くの御助力を頂き，ここに深く感謝します。数値計算は，中央計算機センターの大型計算機FACOM M 180II・ADを使用した。なお，本研究の成果である浮遊式海洋構造物の係留システム評価プログラムは，現在，定常風及び潮流の影響も考慮できるようにバージョンアップされている。

参 考 文 献

1) Pinkster, J. A. : Low frequency second order wave exciting forces on floating structures, Neth. Ship Model Basin Pub. (1980) No. 650
2) Ogilvie, T. F. : Second-order hydrodynamic effects on ocean platforms, Proc. International Workshop on Ship and Platform Motions (1983)
3) Verhagen, J. H. G., van Sluijs, M. F. : The low-frequency drifting force on a floating body in waves, Internat. Shipbuilding Progress, Vol. 17 (1970) pp. 689−703
4) Hsu, F. H., Blenkarn, K. A. : Analysis of peak mooring forces caused by slow vessel drift oscillations in random waves, Proc. 2nd Offshore Technology Conf., (1970) pp. I-135−I-146
5) Marthinsen, T. : Calculation of slowly varying drift forces, Appl. Ocean Res., Vol. 5, (1983) pp. 141−144
6) Roberts, J. B. : Nonlinear analysis of slow drift oscillations of moored vessels in random seas, Jour. Ship Res., Vol. 25, (1981) pp. 130−140
7) Newman, J. N. : Second-order slowly varying forces on vessels in irregular waves, Proc. Internat. Symp. on Dynamics of Marine Vehicles and Structures in Waves, Univ. Coll. London, (1974) pp. 182−186
8) Pinkster, J. A. : Low frequency phenomena associated with vessels moored at sea, Soc. of Petroleum Engineers of AIME, SPE paper No. 4837, (1974) pp. 1−16
9) Pinkster, J. A. : Low frequency second order wave forces on vessels mooerd at sea, Proc. 11 th Symp. on Naval Hydrodynamics, Univ. Coll. London, (1976) pp. 603−615
10) Lighthill, J. : Waves and hydrodynamic loading, Proc. Symp. on Behaviour of Offshore Structures (BOSS), Univ. Coll. London (1979)
11) Standing, R. G., Dacunha, N. M. C., Matten, R. B. : Slow-varying second order wave forces : Theory and experiment, NMI R138 (1981)
12) 松井徹哉：ピン係留式円筒カラムに働く長周期波浪漂流力―第一報理論―，日本造船学会論文集第159号，(1986) pp. 155−170
13) Triantafylou, M. S. : A consistent hydrodynamic theory for moored and positioned vessels, Jour. Ship Res., Vol. 26, (1982) pp. 97−105
14) Wichers, J. E. W., van Sluijs, M. F. : The influence of waves on the low-frequency hydrodynamic coefficients of moored vessels, OTC paper, No. 3625, (1979) pp. 2313−2319
15) Wichers, J. E. W. : On the low-frequency surge motion of vessels moored in high sea, OTC paper, No. 4437, (1982) pp. 711−718
16) 加藤俊司，木下　健：速度の自乗に比例する減衰を有する振動系の自由振動及び強制振動に及ぼす外乱の影響について，第36回海洋工学委員会性能分科会資料 (1983)
17) Volterra, V. : Theory of Functional and Integral and Integro Differential Equations, Blackie and sons, Ltd., London (1930)
18) Hasselmann, K. : Non linear ship motions in irregular waves, Jour. Ship Res., Vol. 10, (1966) pp. 64−68
19) Rice, S. O. : Mathematical analysis of random noise, Bell System Technical Journal (1944)
20) Wiener, N. : Extrapolation, Interpolation and smoothing of stationary time series, John Wiley (1949)
21) Dalzel, J. F. : Cross-bispectral analysis : Application to ship resistance in waves, Jour. Ship Res., Vol. 18, No. 1 (1974)
22) 木下　健，前田久明，諸岡一之：Simulation of motions of moored vessel in waves and comparisons with measured one，関西造船協会誌 (1987)
23) 加藤俊司，安藤定雄：浮体の動揺応答の推定法に関する研究，船舶技術研究所報告別冊第 6 号，(1985) pp. 57−69
24) Huse, E. : Wave induced mean force on platforms in direction opposite to wave propagation, Norwegian Maritime Res., Vol. 5, (1977) pp. 2−5
25) 安藤定雄外：実海域実験用浮遊式海洋構造物に対

する外力及び流体力，船舶技術研究所海洋開発工学部部内資料（1986）

26）Kato, S.，Ando, S.：Statistical analysis of low frequency responses of a moored floating offshore structure（1st report），Papers of Ship Res. Institute，Vol. 23，No. 5，（1986）pp. 17－57

27）戸川隼人：有限要素法による振動解析，サイエンス社（1976）

28）中嶋俊夫：質点系モデルによる各種係留ラインの動的解析に関する研究，東京大学博士論文（1980）

29）加藤俊司，安藤定雄：鉄鎖係留ラインの静的張力特性と動的変動張力特性について，西部造船会会報，第66号（1983）

30）小寺山亘，中村昌彦，大楠　丹：海洋温度差発電のためのステーションの運動と係留，西部造船会会報，第70号（1985）

31）Takaishi, Y.，Ando, S.，Ohkawa, Y.，Yago, K.：Design and model test of the proto-type floating platform for at-sea experiments，Proc. of 5th OMAE Symp.，Vol. 1，（1986）pp. 448－454

32）気象庁：気象庁波浪観測資料第５号～第８号（1980～1984）

33）Chakrabarti, S. K.：Steady drift force on vertical cylinder-viscous vs. potential，A. O. R. Vol. 6，No. 2（1984）pp. 73－82

Appendix A　正則摂動法に基づく波漂流力の理論[2]

ポテンシャル流に基づく波漂流力は波面上昇や物体運動の有限性に起因する２次のオーダーの波浪外力の長周期成分であり，それを定量的に評価するためには，これらの非線形効果を考慮した流体力の表示式を導く必要がある。ここでは Ogilvie[2] の理論を紹介する。

1．座標系

座標系を Fig. A-1 に示す。座標系は総て z 軸を上向きとする右手直交座標であり，各座標を次のように定義する。

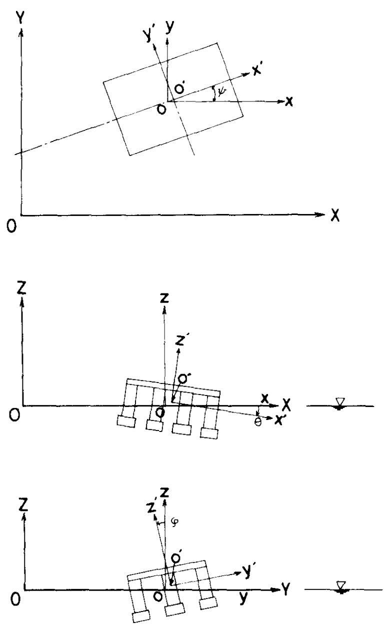

Fig. A-1　System of co-ordinates

ⅰ）空間固定座標　o－x y z

浮体が外力を受けない状態で係留系と釣り合った位置で静止水面上浮体中央に原点を持ち，z 軸を鉛直上向きに取った空間固定座標である。

ⅱ）物体固定座標　o'－x'y'z'

浮体に固定された座標系，外力を受けない静止状態で o と o'は一致する。

2. 境界値問題

Fig. A-1 に示すような座標系において波の中で動揺する物体に働く流体力について考える。流体は理想流体（非圧縮，非粘性）で非回転運動とする。この時，速度ポテンシャル $\Phi(\vec{X}, t)$ が存在し，流体の速度は次式で与えられる。

$$\vec{v} = \mathrm{grad}\,\Phi \tag{A.1}$$

その支配方程式は連続の式を表す次の Laplace の方程式であり，

$$[L]\ \Delta\Phi = 0 \tag{A.2}$$

圧力は次の Bernoulli の式によって求められる。

$$p(x, y, z, t)/\rho = -\Phi_t - (\mathrm{grad}\,\Phi)^2/2 - gz \tag{A3}$$

但し，ρ＝流体密度，g＝重力加速度

自由表面の方程式を $z=\zeta(x, y, t)$とすると，その上では次の 2 つの条件が課せられる。

（ｉ） 運動力学的条件：

$$\begin{aligned} D/Dt(z-\zeta) &= \Phi_z - \zeta_t - \Phi_x\zeta_x - \Phi_y\zeta_y \\ &= 0 \quad \text{on } z=\zeta \end{aligned} \tag{A.4}$$

（ii） 圧力条件：

$$p_0/\rho = -\Phi_t - (\nabla\Phi)^2/2 - gz \ \text{ on } z=\zeta \tag{A.5}$$

ここで p_0 は大気圧である。

（ｉ），（ii）から自由表面条件式は次式となる。

$$\begin{aligned} [F] \quad & \Phi_{tt} + g\Phi_z + 2(\Phi_x\Phi_{xt} + \Phi_y\Phi_{yt} + \Phi_z\Phi_{zt}) \\ & + \Phi_x^2\Phi_{xx} + \Phi_y^2\Phi_{yy} + \Phi_z^2\Phi_{zz} \\ & + 2(\Phi_x\Phi_y\Phi_{xy} + \Phi_y\Phi_z\Phi_{yz} + \Phi_z\Phi_x\Phi_{zx}) = 0 \\ & \text{on} \quad z=\zeta \end{aligned} \tag{A.6}$$

次に物体表面の方程式を$S_b(x, y, z, t)=0$としその上の単位法線ベクトルを $\vec{n}=(n_1, n_2, n_3)$ とすれば，物体表面条件は次式で与えられる。

$$[H] \quad \partial\Phi/\partial n = \vec{n}\cdot\nabla\Phi = V_n \quad \text{on } S_b \tag{A.7}$$

水底での条件は，水底の方程式を $z=h(x,y)$ とすれば，

$$[B] \quad \partial\Phi/\partial n = 0 \ \text{ on } z=h(x, y) \tag{A.8}$$

最後に$R=\sqrt{x^2+y^2}$が無限大に近づく時，発散波だけが残るという放射条件が課せられる。

これらの境界値問題を直接解くにはかなりの困難さを伴う。即ち，自由表面と物体表面の境界は時間とともに移動するが，その移動量を決定するためには境界値問題が既に解けていなければならないし，物体表面上の法線や浸水面積の時間変化についても考慮しなければならない。

通常上記の問題は，摂動展開によって線形化して解くことになる。

速度ポテンシャル及び水面上昇量が微小パラメータ ε（最大波傾斜）の級数で表されると仮定する。

$$\Phi(x, y, z, t) \sim \sum \varepsilon^j \phi_j(x, y, z, t) + O(\varepsilon^{N+1}) \tag{A.9}$$

$$\zeta(x, y, t) \sim \sum \varepsilon^j \zeta_j(x, y, t) + O(\varepsilon^{N+1}) \tag{A.10}$$

これらを自由表面の条件に代入し，さらに $z=\zeta$ 上で定義された式を $z=0$（静水面）のまわりに Taylor 展開する。最終的に ε のオーダーで整理し，ε^2 のオーダーまで書き表すと自由表面の境界条件は次のようになる。

$$O(\varepsilon): \quad \phi_{1tt} + g\phi_{1z} = 0 \quad \text{on } z=0 \tag{A.11}$$

$$\zeta_1 = -1/g\,\phi_{1t}|_{z=0} \tag{A.12}$$

$$\begin{aligned} O(\varepsilon^2): \quad & \phi_{2tt} + g\phi_{2z} = -\partial/\partial t(\phi_{1x}^2 + \phi_{1y}^2 \\ & + \phi_{1z}^2) + 1/g\,\phi_{1t}\,\partial/\partial z(\phi_{1tt} \\ & + g\phi_{1z}) \quad \text{on } z=0 \end{aligned} \tag{A.13}$$

$$\begin{aligned} \zeta_2 = [&-1/g\,\phi_{2t} - 1/2g(\phi_{1x}^2 + \phi_{1y}^2 \\ & + \phi_{1z}^2) + 1/g^2\,\phi_{1t}\phi_{1tz})]|_{z=0} \end{aligned} \tag{A.14}$$

この外に水底条件と放射条件が必要となる。

次に，もう一方の移動境界である物体表面条件について考える。

物体は 3 次元空間で 6 自由度の運動（並進運動 $\xi=(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ と回転運動 $\vec{\alpha}=(\xi_4, \xi_5, \xi_6)$）するものとする。簡単のため以下の記号を用いる。

$$\vec{x} = (x, y, z) = (x_1, x_2, x_3) \tag{A.15}$$

$$\vec{x}' = (x', y', z') = (x_1', x_2', x_3') \tag{A.16}$$

o に関する o'の位置ベクトルは$\vec{\xi}$で表されるので$\vec{x}$と$\vec{x}'$との位置ベクトルの間には次の線形変換則が成立する。

$$\vec{x}' = D(\vec{x} - \vec{\xi}) \tag{A.17}$$

$$\vec{x} = D^{-1}\vec{x}' + \vec{\xi} \tag{A.18}$$

ここで，Dは回転行列，D^{-1} はその逆行列である。D は，解析力学で利用されるオイラー角とは若干異なるのでその求め方を以下に示す。

x 軸周りの回転を除き o－x y z 系と一致する新しい座標系 o－$\tilde{x}\tilde{y}\tilde{z}$を定義する。$x=\tilde{x}$ であるから$\vec{x}$から x 軸まわりに ξ_4 回転した位置ベクトル $\vec{\tilde{x}}=(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$ への変換は

$$\vec{\tilde{x}} = A\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\xi_4 & \sin\xi_4 \\ 0 & -\sin\xi_4 & \cos\xi_4 \end{pmatrix} \vec{x} \tag{A.19}$$

で与えられる。

次にこの座標系から$\tilde{y}$軸周りに ξ_5 回転した位置ベクトル $\vec{\hat{x}}=(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ への変換は

$$\vec{\hat{x}} = B\vec{\tilde{x}} = \begin{pmatrix} \cos\xi_5 & 0 & -\sin\xi_5 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\xi_5 & 0 & \cos\xi_5 \end{pmatrix} \vec{\tilde{x}} \tag{A.20}$$

で与えられる。

最終的に$\hat{z}$ 軸周りに ξ_6 回転した位置ベクトル $\vec{x}'$ への変換は

$$\vec{x}' = C\vec{\hat{x}} = \begin{pmatrix} \cos\xi_6 & \sin\xi_6 & 0 \\ -\sin\xi_6 & \cos\xi_6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \vec{\hat{x}} \tag{A.21}$$

で表される。

従って，D は変換順序をA, B, Cに取れば，行列の積の演算に従い

$$D = \begin{pmatrix} c5c6 & c4s6+s4s5c6 & s4s6-c4s5c6 \\ -c5s6 & c4c6+s4c5s6 & s4c6+c4s4s6 \\ s5 & -s4c5 & c4c5 \end{pmatrix} \tag{A.22}$$

と表される。ただし,$sn=\sin\xi_n$，$cn=\cos\xi_n$である。

またDは直交行列であり，Dの逆行列は転置行列に等しい。

物体の 6 自由度運動についても次にようにεのべきで展開できるとする。

$$\vec{\xi} = \varepsilon\vec{\xi}_1 + \varepsilon^2\vec{\xi}_2 + O(\varepsilon^3) \tag{A.23}$$

$$\vec{\alpha} = \varepsilon\vec{\alpha}_1 + \varepsilon^2\vec{\alpha}_2 + O(\varepsilon^3) \tag{A.24}$$

これらの式をDに代入し，ε のべきに整理すると次のようになる。

$$\begin{aligned} D &= D_0 + \varepsilon D_1 + \varepsilon^2 D_2 + O(\varepsilon^3) \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \xi_6 & -\xi_5 \\ -\xi_6 & 0 & \xi_4 \\ \xi_5 & -\xi_4 & 0 \end{pmatrix} \\ &\quad -1/2 \begin{pmatrix} \xi_5^2+\xi_6^2 & -2\xi_4\xi_5 & -2\xi_4\xi_6 \\ 0 & \xi_4^2+\xi_6^2 & -2\xi_5\xi_6 \\ 0 & 0 & \xi_4^2+\xi_5^2 \end{pmatrix} + O(\varepsilon^3) \end{aligned} \tag{A.25}$$

従って，(A. 18)式から$\vec{x}$は

$$\vec{x} = \vec{x}' + [\vec{\xi} + \vec{\alpha} \times \vec{x}'] + \varepsilon^2 H\vec{x}' + O(\varepsilon^3) \tag{A.26}$$

と表される。ただし，

$$\varepsilon^2 H = \varepsilon^2 D^{-1}{}_2 \tag{A.27}$$

もし，$\vec{x}'$が物体のある固定点を表すのであれば，その点の速度は,

$$\vec{u} = \dot{\vec{x}} = [\dot{\vec{\xi}} + \dot{\vec{\alpha}} \times \vec{x}'] + \varepsilon^2 \dot{H}\vec{x}' + O(\varepsilon^3) \tag{A.28}$$

と表される。ここで，“・”は時間微分を表し，$\dot{H}$は，行列 H の各要素に対して時間微分を取ったものに対応する。

o－x y z 系の物体の単位法線ベクトルを$\vec{n}$とし，o'－x'y'z'系のそのベクトルを$\vec{n}'$とすると，法線ベクトルは並進運動$\vec{\xi}$に依存しないので,

$$\vec{n} = \vec{n}' + \vec{\alpha} \times \vec{n}' + \varepsilon^2 H\vec{n}' + O(\varepsilon^3) \tag{A.29}$$

と表される。

回転運動に対する法線ベクトルは，ベクトル演算公式を使用すると

$$\begin{aligned} \vec{x} \times \vec{n} &= \vec{x}' \times \vec{n}' + \vec{\xi} \times \vec{n}' + \vec{\alpha} \times (\vec{x}' \times \vec{n}') \\ &\quad + \vec{\xi} \times (\vec{\alpha} \times \vec{n}') + \varepsilon^2 H(\vec{x}' \times \vec{n}') + O(\varepsilon^3) \end{aligned} \tag{A.30}$$

と表される。

これらの準備の基に物体表面条件を考えよう。

物体固定座標系（o'－x'y'z'）において物体表面が次のように表されると仮定する。

$$S'(x',\ y',\ z')=0 \qquad (A.31)$$

空間固定座標系（o－x y z）　に対しては

$$S(x,\ y,\ z,\ t)=0 \qquad (A.32)$$

である。

物体表面の境界条件は

$$\vec{n}\cdot\nabla\Phi=\vec{n}\cdot\vec{u} \text{ on } S \qquad (A.33)$$

で与えられる。但し，$\vec{u}$は表面Sの速度である。微小パラメータεを用いると$\nabla\Phi$は

$$\nabla\Phi=\varepsilon\nabla\phi_1+\varepsilon^2\nabla\phi_2+O(\varepsilon^3) \qquad (A.34)$$

で与えられるが$\nabla\phi$はS上の値であるのでSの平均位置S_m周りにTaylor展開すると

$$\nabla\phi_i=\nabla\phi^m{}_i+[(\vec{x}-\vec{x}')\nabla]\nabla\phi^m{}_i+\cdots \qquad (A.35)$$

と与えられる。ただし，$\phi^m{}_i$はS_m上のポテンシャル値を示す。

従って，

$$\nabla\Phi=\varepsilon\nabla\phi^m{}_1+\varepsilon^2\{\nabla\phi^m{}_2+[(\vec{\xi}_1+\vec{\alpha}_1\times\vec{x}')\nabla]\cdot\nabla\phi^m{}_1\}+O(\varepsilon^3) \qquad (A.36)$$

と与えられる。上式を(A.33)式に代入しεの2次のオーダーまで比較整理すると境界条件は

$$O(\varepsilon):\vec{n}'\cdot\nabla\phi^m{}_1=\vec{n}'\cdot[\dot{\vec{\xi}}_1+\dot{\vec{\alpha}}_1\times\vec{x}'] \text{ on } S_m \qquad (A.37)$$

$$O(\varepsilon^2):\vec{n}'\cdot\nabla\phi^m{}_2=\vec{n}'\{(\dot{\vec{\xi}}_2+\dot{\vec{\alpha}}_2\times\vec{x}')+\dot{H}\vec{x}'-[(\vec{\xi}_1+\vec{\alpha}_1\times\vec{x}')\nabla]\nabla\phi^m{}_1\}+(\vec{\alpha}_1\times\vec{n}')\cdot\{(\dot{\vec{\xi}}_1+\dot{\vec{\alpha}}_1\times\vec{x}')-\nabla\phi^m{}_1\} \text{ on } S_m \qquad (A.38)$$

で与えられる。

3.　2次の波力

物体に働く力は次のように表される。

$$F_i(t)=-\iint_S n_i p dS \quad (i=1,\ \ldots,\ 6) \qquad (A.39)$$

ここで，Sは瞬時々の物体の没水表面であり，$p=p(x,y,z,t)$は物体表面の圧力である。

(A.39)式をS_m上の積分に変換するためには，pをS_m上の値で表すだけでは不十分でFig. A-2に示すように平均水面から水面が上下する部分ΔSの積分(図中の斜線部)も考慮しなければならない。

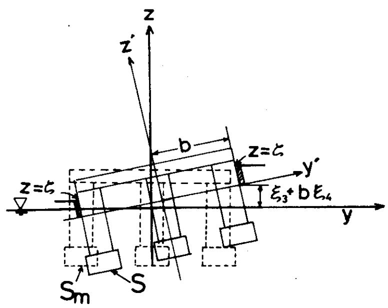

Fig. A-2　Relationship between S and S_m

ΔSに渡る積分について以下に考察する。

Fig. A-2からもわかるようにΔSの積分範囲は$z=\xi_3+y'\xi_4-x'\xi_5$と$z=\zeta$間(図中では$z=\xi_3+b\xi_4$と$z=\zeta$との間)であるので，

$$\iint_{\Delta S} n_i p dS=-\rho\oint_{C_m}ds\int_0^{\varepsilon[\zeta_1-\xi_{31}-y\xi_{41}+x\xi_{41}]+\cdots}dz\{n_i'+\ldots\}\{gz+\varepsilon\phi_{1t}+\varepsilon g[\xi_{31}-y\xi_{41}+x\xi_{51}]+\ldots\} \qquad (A.40)$$

と表される。ここで，C_mは静水面と物体の交換である。

浮体がWall Sideの水線近傍でn'_iが急激に変化しないとするならば，ϕ_{1t}，n'_iを$z=0$の周りで展開し

$$n'_i(x,\ y,\ z)=n'_i(x,\ y,\ 0)+O(\varepsilon)$$

$$\phi_{1t}(x,\ y,\ z)=\phi_{1t}(x,\ y,\ 0)+O(\varepsilon)=-g\zeta_1+O(\varepsilon)$$

を利用すると

$$\iint_{\Delta S} n_i p dS=-\rho g/2\,\varepsilon^2\oint_{C_m}n'_i[\zeta_1-\xi_{31}-y\xi_{41}-x\xi_{51}]^2 d_s \qquad (A.41)$$

が得られる。

Sを$S_m+\Delta S$に分解しpをS_m上で展開し

$$p|_S=p|_{S_m}+(\vec{x}-\vec{x}')\Delta p|_{S_m}+O(\varepsilon^3) \qquad (A.42)$$

(A. 41)式を考慮すると$\vec{F}$の2次のオーダーまでの波力は次式で与えられる。(以後 x', n' の添字 "'" を無視する。)

$$\vec{F}=-\rho g V\vec{k}-\varepsilon\rho\{\iint_{S_m}\vec{n}\phi_{1t}dS+gA_{wp}(\xi_{31}+y_f\xi_{41}-x_f\xi_{51})\vec{k}\}-\varepsilon^2\rho\{\iint_{S_m}[\vec{n}\{\phi_{2t}+1/2|\nabla\phi_1|^2+(\vec{\xi_1}+\vec{\alpha_1}\times\vec{x})\cdot\nabla\phi_{1t}\}+(\vec{\alpha_1}\times\vec{n})\phi_{1t}]dS-1/2g\oint_{C_m}ds\vec{n}[\zeta_1^2-2\zeta_1(\xi_{31}+y\xi_{41}-x\xi_{51})]+gA_{wp}\{(\xi_{32}+y_f\xi_{42}-x_f\xi_{52})+\xi_{61}(x_f\xi_{41}+y_f\xi_{51})\}\vec{k}+O(\varepsilon^3) \qquad (A.43)$$

ここで、

$\vec{k}$：z 方向の単位ベクトル

$\vec{n}$、$\vec{x}$：物体固定座標系における法線及び位置ベクトル

V：平衡位置での浮体の排水容積

$$V=\iint_{S_m}zdxdy=\iint_{S_m}xdydz=\iint_{S_m}ydxdz$$

A_{wp}：平衡位置での浮体の水線面積

(x_f, y_f)：物体固定座標系における平衡位置の浮面心座標

$$x_fA_{wp}=\iint_{S_m}xdxdy=1/2\oint x^2dy$$

$$y_fA_{wp}=\iint_{S_m}ydxdy=1/2\oint y^2dx$$

(A. 43)式は波力及び静的・動的流体反力を含んだ2次のオーダーまでの全流体力を表している。

1次，2次のポテンシャルが次の3つの成分和で表されるとする。

$$\phi_1=\phi_1{}^I+\phi_1{}^d+\phi_1{}^r$$

$$\phi_2=\phi_2{}^I+\phi_2{}^d+\phi_2{}^r \qquad (A.44)$$

ここで，添字 I は入射波ポテンシャル，d は diffraction ポテンシャル，r は radiation ポテンシャルを意味する。

また，(A. 43)式の左辺を次のように分離すると

$$\vec{F}=-\vec{F}^{(0)}{}_{HS}-\varepsilon(\vec{F}^{(1)}{}_W+\vec{F}^{(1)}{}_{HD}+\vec{F}^{(1)}{}_{HS})-\varepsilon^2(\vec{F}^{(2)}{}_W+\vec{F}^{(2)}{}_{HD}+\vec{F}^{(2)}{}_{HS})+O(\varepsilon^3) \qquad (A.45)$$

ここで，添字Wは波力，HDは動的流体反力，HSは静的流体反力を表す。

この時，次のような結果がえられる。

$$O(1):\vec{F}^{(0)}{}_{HS}=\rho gV\vec{k} \qquad (A.46)$$

$$O(\varepsilon):\vec{F}^{(1)}{}_W=\rho\iint_{S_m}\vec{n}(\phi_{1t}{}^I+\phi_{1t}{}^d)dS \qquad (A.47)$$

$$\vec{F}^{(1)}{}_{HD}=\rho\iint_{S_m}\vec{n}\phi_{1t}{}^r dS \qquad (A.48)$$

$$\vec{F}^{(1)}{}_{HS}=\rho gA_{wp}(\xi_{31}+y_f\xi_{41}-x_f\xi_{51})\vec{k} \qquad (A.49)$$

$$O(\varepsilon^2):\vec{F}^{(2)}{}_W=-\rho g/2\oint_{C_m}ds\vec{n}[\zeta_1-\xi_{31}-y\xi_{41}+x\xi_{51}]^2+\rho\iint_{S_m}[\vec{n}\{\phi^I{}_{2t}+\phi^d{}_{2t}+1/2|\nabla\phi_1|^2+(\vec{\xi_1}+\vec{\alpha_1}\times\vec{x})\cdot\nabla\phi_{1t}\}]dS+\vec{\alpha_1}\times\vec{F_1}+\rho gA_{wp}\xi_{61}(x_f\xi_{41}+y_f\xi_{51})\vec{k} \qquad (A.50)$$

$$\vec{F}^{(2)}{}_{HD}=\rho\iint_{S_m}\vec{n}\phi^r{}_{2t}dS \qquad (A.51)$$

$$\vec{F}^{(2)}{}_{HS}=\rho gA_{wp}\{(\xi_{32}+y_f\xi_{42}-x_f\xi_{52})\vec{k} \qquad (A.52)$$

ただし，(A. 50)式を求めるに当り次の関係式を利用した。

$$-\varepsilon^2\rho\{\iint_{S_m}(\vec{\alpha_1}\times\vec{n})\phi_{1t}dS-1/2g\oint_{C_m}ds\vec{n}[\zeta_1^2-2\zeta_1(\xi_{31}+y\xi_{41}-x\xi_{51})]=-\varepsilon^2\rho\{\vec{\alpha_1}\times\vec{F_1}-g/2\oint_{C_m}ds\vec{n}\cdot[\zeta_1-\xi_{31}-y\xi_{41}+x\xi_{51}]^2 \qquad (A.53)$$

ここで、$\vec{F_1}=\vec{F}^{(1)}{}_W+\vec{F}^{(1)}{}_{HD}+\vec{F}^{(1)}{}_{HS}$ である。

(A. 50)式から2次の波力$\vec{F}^{(2)}{}_W$には次の5つの成分が主に寄与していることが判る。

(1) 平均水面と波面との間に働く流体圧による成分：

$$\vec{F_1}^{(2)}=-\rho g/2\oint_{C_m}ds\vec{n}[\zeta_1-\xi_{31}-y\xi_{41}+x\xi_{51}]^2 \qquad (A.54)$$

(2) ベイヌーイ式に於ける速度の自乗に由来する圧力による成分：

$$\vec{F_2}^{(2)}=\rho/2\iint_{S_m}\vec{n}|\nabla\phi_1|^2dS \qquad (A.55)$$

(3) 浮体の運動により浮体に作用する1次の流体圧の作用位置が変化するために生ずる2次の成分：

$$\vec{F_3}^{(2)}=\rho\iint\vec{n}[(\vec{\xi_1}+\vec{\alpha_1}\times\vec{x})\cdot\nabla\phi_{1t}]dS \qquad (A.56)$$

(4) 1次の力の作用方向が浮体の回転運動によって変化するために生ずる2次の成分：

$$\vec{F}_4^{(2)}=\vec{\alpha}_1\times\vec{F}_1 \quad \text{(A.57)}$$

(5) 2次の入射波による2次の流体圧による成分：

$$F_5^{(2)}=\rho\iint_{S_m}\vec{n}\,(\phi^I_{2t}+\phi^d_{2t})\,dS \quad \text{(A.58)}$$

この外に鉛直方向に回転運動の積によって生ずる $\rho g A_{wp}\xi_{61}(x_f\xi_{41}+y_f\xi_{51})$ の項が加わる。モーメントに対しても同様の式が導かれる。

Appendix B クロスバイスペクトルの推定法[21)]

通常のオートスペクトル，クロススペクトルの推定法に関しては，ＦＦＴ法，ＢＴ法，MEM法と言った推定法が現在使用されているが，信頼限界及びスペクトルの積分値等を求めることを考えるとＢＴ法が良いように思われる。ここでは，ＢＴ法を基本としHamming Windowを使用するクロスバイスペクトルの推定法について述べる事にする。

実験で得られたデータは一標本にすぎないので，推定されたクロスバイスペクトルはクロスバイスペクトルの平均値というようなものである。

$$\widehat{C}(\Omega_1,\Omega_2)=\iint d\Omega_3\,d\Omega_4\,H(\Omega_3,\Omega_4)\cdot C(\Omega_1+\Omega_3,\Omega_2+\Omega_4) \quad \text{(B-1)}$$

ただし，$H(\Omega_3,\Omega_4)$は平均化するための重み関数または，クロスバイスペクトルウィンドウと称されるものである。

通常のスペクトル解析から類推して，このウィンドウ関数は（0,0）でピークを有し，この点から放れると急速に減衰し0に収束するものでなければならない。また，この関数は次式を満足しなければならない。

$$\iint d\Omega_3\,d\Omega_4\,H(\Omega_3,\Omega_4)=1 \quad \text{(B-2)}$$

データであるη及びxは順次サンプリングされたものであるので，次の形のラグウィンドウが選ばれる。

$$h'(\tau_1,\tau_2)=\{\sum a_l\,\delta(\tau_1-j\Delta t)\}\times\{\sum b_k\delta(\tau_2-k\Delta t)\} \quad \text{(B-3)}$$

ここで，a_lとb_lは実数で，$\delta(\tau)$はDiracのデルタ関数である。

この時，クロスバイスペクトルの推定値は次のようになる。

$$\widehat{C}(\Omega_1,\Omega_2)=\sum_{j=-m}^{m}\sum_{k=-u}^{u}\widehat{R}_{\eta\eta x}(-j\Delta t,-k\Delta t)a_jb_k\cdot\exp\{i\Delta t(j\Omega_1+k\Omega_2)\} \quad \text{(B-4)}$$

いま，$t=n\Delta t$とすれば，上式の3次の相関関数は，

$$\widehat{R}_{\eta\eta x}(-j\Delta t,-k\Delta t)=E[\widehat{\eta}(n\Delta t+j\Delta t)\cdot\widehat{\eta}(n\Delta t-j\Delta t)\{x(n\Delta t+k\Delta t)-\bar{x}\}] \quad \text{(B-5)}$$

と表される。ここで，$\widehat{\eta}$は,入射波の時系列，xは応答の時系列である。

相関関数は標本平均として定義されるので，それは

$$\widehat{R}(j,k)=1/N'\sum_n w(n+j)w(n-j)x(n+k)\equiv\widehat{R}_{\eta\eta x}(-j\Delta t,-k\Delta t) \quad \text{(B-6)}$$

と表される。但し，N,は3次の相関の総個数，$w(n)$は零平均された水面上昇量の時系列，$x(n)$は零平均された動揺の時系列である。

ここで，問題となるのは，クロスバイスペクトルウィンドウ$H(\Omega_1,\Omega_2)$の形成である。いま，Ω_1,Ω_2の最大ラグ数をm，uとすれば，(B-4)式は次のようになる。

$$\widehat{C}(\Omega_1,\Omega_2)=\sum_{j=-m}^{m}\sum_{k=-u}^{u}\widehat{R}(j,k)a_jb_k\cdot\exp\{i\pi(jp_1/m+kp_2/u)\} \quad \text{(B-7)}$$

ここで，$\Omega_1=\pi p_1/m\Delta t$，$\Omega_2=\pi p_2/u\Delta t$である。

クロスバイスペクトルのウィンドウを選択する場合，オートスペクトルの推定に使用されるスペクトルウィンドウを2次元に拡張して使用することができるものと仮定する。スペクトルの推定に使用されるスペクトルウィンドウに対応するHammingのラグウィンドウは次の通りである。

$$A(\tau)=q[e_1+e_2\cos(\pi\tau/m\Delta t)] \quad \text{(B-8)}$$

(B-3)式で，ラグウィンドウは各々ラグτ，（または，τ_2）に対する係数の積を表しており，その係数はラグによって異なっている。これは，差あるいは和の周波数方向に対して異なるスペクトルウィンドウを掛けることを意味している。しかし，標準なウィンドウの形が分からないので，1次元スペクトルのラグウィンドウをこの各係数に適用する。

$$a_j(\tau)=q_j[e_1+e_2\cos(\pi j/m)]$$

$$b_k(\tau)=q_k[e_1+e_2\cos(\pi k/m)] \qquad \text{(B-9)}$$

ここで，q_j，q_kはj，kに独立な常数であり，正規化条件により決定される。

ラグウィンドウとスペクトルウィンドウ$H(\Omega_1, \Omega_2)$とはフーリエ変換対の関係にあるので，次式のように書き表される。

$$H(\Omega_3, \Omega_4)=q_jq_k/(2\pi)^2\sum_{j=-m}^{m}(e_1+e_2\cos\pi j/m)\sum_{k=-u}^{u}(e_1+e_2\cos\pi k/u)\exp(-i\Delta t(j\Omega_3+k\Omega_4)) \qquad \text{(B-10)}$$

ここで，$\sum_{j=-m}^{m}\sin(aj)=0$，$\sum_{j=-m}^{m}\cos(\alpha j)\sin(\beta j)=0$，$q_j$，$q_k$は$j$，$k$に独立な定数であるから

$$H(\Omega_3, \Omega_4)=q_jq_k/(2\pi)^2\{\sum_{j=-m}^{m}(e_1+e_2\cos\pi j/m)\cos(\Delta t j\Omega_3)\}\{\sum_{k=-u}^{u}(e_1+e_2\cos\pi k/u)\cos(\Delta tk\Omega_4)\} \qquad \text{(B-11)}$$

この式から，クロスバイスペクトルウィンドウは実数，j, kに対して対称，Ω_3, Ω_4 に対して連続であることが分かる。また，$\Omega=2\pi/\Delta t$ の周期性を有することも分かる。

一定常数q_j，q_kを決定するために，(B-2)式の正規化条件に (B-11)式を代入すると次の関係式が求められる。

$$q_jq_k=\{\Delta t/(e_1+e_2)\}^2 \qquad \text{(B-12)}$$

従って，クロスバイスペクトルの平均の推定値は次式によって求められる。

$$\widehat{C}(\Omega_1, \Omega_2)=\{\Delta t/(e_1+e_2)\}^2\sum_{j=-m}^{m}\sum_{k=-u}^{u}(e_1+e_2\cos\pi j/m)(e_1+e_2\cos\pi k/u)\exp\{i\pi(p_1j/m+p_2k/u)\}1/N'\sum w(n+j)w(n-j)x(n+k) \qquad \text{(B-13)}$$

また，(B-13)式の両辺に$\Delta\Omega_1\Delta\Omega_2=\pi^2/(um\Delta t^2)$掛け，$p_1$, p_2 で和をとるとクロスバイスペクトルの積分値は次のようになる。

$$\Delta\Omega_1\Delta\Omega_2\sum_{p_1,p_2}\widehat{C}(\Omega_1, \Omega_2)=(2\pi)^2\widehat{R}(0, 0)[1+1/2m+1/2u+1/4um+O(1/(um)^2)] \qquad \text{(B-14)}$$

従って，(B-14) 式は，ラグ数 m, uに対して誤差を生ずるが，実際に使用される m, uを用いれば，ほぼ無視されるものである。

Appendix C　固定鉛直円柱に働く粘性漂流力

無限水深域に固定された微小径の鉛直円柱に働く波力を考える。この時，単位深さ当りの水平波力は，次のモリソン式で表される。

$$f_x=C_m\rho\pi/4D^2\dot{u}+1/2\rho DC_d u|u| \qquad \text{(C-1)}$$

ここで，uは波粒子速の水平成分，Dは円柱の径，C_m，C_d はそれぞれ質量力係数と抗力係数である。

流れがなく，波に線形波理論を用いると，規則波の水面上昇量と波粒子の水平速度成分は次式で与えられる。

$$\zeta(t)=H_w/2\cos\omega t \qquad \text{(C-2)}$$

$$u(t)=H_w/2\,\omega\exp(kz)\cos\omega t \qquad \text{(C-3)}$$

ここでH_wは波高，kは波数，ωは波周波数である。(C-2)，(C-3)式を用いると鉛直円柱に働く水平波力は(C-1)式から次式で表される。

$$F_x=\int_{-h}^{\zeta}f_x dz=[\pi/4\rho D^2C_m(-H_w/2)kg\sin\omega t+1/2\rho DC_d(H_w/2)^2\omega^2\cos\omega t|\cos\omega t|]\{(\exp(k\zeta)-\exp(-kh))/k\} \qquad \text{(C-4)}$$

そこで，$k\zeta\ll1$とし，$F_x=F^{(1)}{}_x+F^{(2)}{}_x$に分解すれば,$F^{(1)}{}_x$ 及び $F^{(2)}{}_x$は次のようになる。

$$F^{(1)}{}_x=[\pi/4\rho D^2C_m(-H_w/2)kg\sin\omega t+1/2\rho DC_d(H_w/2)^2\omega^2\cos\omega t|\cos\omega t|]\{(1-\exp(-kh))/k\} \qquad \text{(C-5)}$$

$$F^{(2)}{}_x=[\pi/4\rho D^2C_m(-H_w/2)kg\sin\omega t+1/2\rho DC_d(H_w/2)^2\omega^2\cos\omega t|\cos\omega t|]\zeta \qquad \text{(C-6)}$$

ここで，$F^{(1)}{}_x/D^2$ は (C-1)式を$-h$から0まで積分したものに他ならず,$k\zeta=O(\varepsilon)$とした時，それは First Order Force を表す。一方 $F^{(2)}{}_x/D^2$ は Higher Order Force を表し，喫水に依存しない。

F_x の各成分のうち漂流力として重要となるのは，$F^{(2)}{}_x$の項である。この項は次のようにも表される。

$$F^{(2)}{}_x=f_x|_{z=0}\times\zeta \qquad \text{(C-7)}$$

これは，静止水面に於ける波粒子の水平速度成分に基づく波力（密度）に水面上昇量を掛けたものに等し

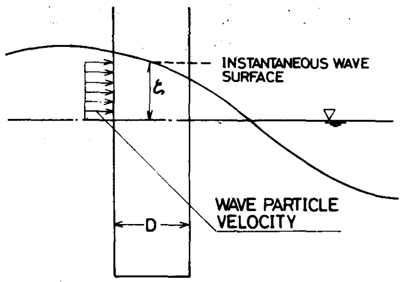

Fig. C−1　Contribution to mean force from portion of wave between mean and instantaneous free surface

く，波粒子の水平速度成分がFig. C-1のように分布した時の波力に他ならない。従って，(C-7)式はFree Surface Force[33]と呼ばれている。

以上の仮定で問題となることは，線形波理論において波粒子速が$z \leqq 0$の領域しか定義されず，有限と見なされる水面上昇量の最大点まで拡張できないことである。従って，厳密には非線形波として取り扱う必要があるが，粘性に基づく波漂流力の特徴を調べるため，敢えて線形波理論を用いる。

水面上昇量ζの反位相（90°位相の反転した）の波は，Hilbert変換を用いると次のように表される。

$$\eta(t) = -1/\pi \int_{-\infty}^{\infty} \zeta(\tau)/(t-\tau)\, d\tau \qquad \text{(C-8)}$$

この波を用いると静止水面位置における波粒子の水平方向速度成分u_0は，

$$u_0 = \dot{\eta}(t) = 1/\pi \int_{-\infty}^{\infty} \zeta(\tau)/(t-\tau)^2\, d\tau \qquad \text{(C-9)}$$

で表される。

同様に，加速度成分は

$$\dot{u}_0 = \ddot{\eta}(t) = -2/\pi \int_{-\infty}^{\infty} \zeta(\tau)/(t-\tau)^3\, d\tau \qquad \text{(C-10)}$$

と表される。

上式からζと$\dot{u}_0$は同位相であり，ζとu_0は反位相であることが容易に判る。

モリソン式のC_d，C_mはK_c数とレイノルズ数の関数であるが，ここではもっと一般に波周波数の関数でもあるとすると(C-1)式は次のようにシステム表示される。

$$f_x(t) = \int_\tau g_1(\tau)\dot{u}_0(t-\tau)\, d\tau + \int_\tau g_2(\tau) u_0(t-\tau) \cdot |u_0(t-\tau)|\, d\tau \qquad \text{(C-11)}$$

この置き換えを(C-7)式にも適用すると$F^{(2)}{}_x$は

$$F^{(2)}{}_x = \int_\tau g_1(\tau)\dot{u}_0(t-\tau)\zeta(t-\tau)\, d\tau + \int_\tau g_2(\tau) u_0(t-\tau)|u_0(t-\tau)|\zeta(t-\tau)\, d\tau \qquad \text{(C-12)}$$

と表される。

一方，$u_0|u_0|$は最小自乗近似に基づくと次のように等価線形化される。

$$u_0|u_0| = \alpha u_0 \qquad \text{(C-13)}$$

ここで，ζがGaussian random波の場合

$$\alpha = \sqrt{8/\pi}\, \sigma_{u_0} \qquad \text{(C-14)}$$

であり，規則波の場合

$$\alpha = 8/3\pi (H_w \omega/2) \qquad \text{(C-15)}$$

である。σ_{u_0}はu_0の標準偏差である。また，αはωの関数となるからg_2に含まれることが可能である。従って，(C-12)式は次のように書き換えられる。

$$F^{(2)}{}_x = \int g_1(\tau)\dot{u}_0(t-\tau)\zeta(t-\tau)\, d\tau + \int g_2(\tau) \cdot u_0(t-\tau)\zeta(t-\tau)\, d\tau \qquad \text{(C-16)}$$

u_0とζとの関係から，上式右辺第一項は2成分波の high frequency 成分を表し，第2項は slowly varying な成分を含んでいる。以後第2項のみを考察する。

(C-9)式の関係を用いると(C-16)式の右辺第2項は

$$F^{(2)}{}_{xs} = 1/\pi \int_{\tau_1}\int_{\tau_2} g_2(\tau_1)/(\tau_2-\tau_1)^2 \zeta(t-\tau_1) \cdot \zeta(t-\tau_2)\, d\tau_1 d\tau_2 \qquad \text{(C-17)}$$

と表される。

この式は次のように定義される関数$g_2(\tau_1, \tau_2)$

$$g_2(\tau_1, \tau_2) = 1/2\pi \{g_2(\tau_1)/(\tau_2+\tau_1)^2 + g_2(\tau_2)/(\tau_2+\tau_1)^2\} \qquad \text{(C-18)}$$

を使用すると2次のボルテラ核関数をg_2とするボルテラ級数の第2項目を表している。

次のような超関数まで拡張したフーリエ交換公式

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^{-m} e^{-ixy} dx = -\pi i (-iy)^{m-1}/(m-1)!\,\mathrm{sgn}y \tag{C-19}$$

を用いると (C-18) 式のフーリエ変換は次のようになる。

$$G_2(\omega_1,\ \omega_2) = 1/4\{|\omega_2|Q(\omega_1-\omega_2) + |\omega_1|Q(\omega_1-\omega_2)\} \tag{C-20}$$

ここで，Q は g_2 のフーリエ変換である。

従って，モリソン式に基づく波力の slowly varying な2次の応答関数は次のように表される。

$$G_2(\omega_1,\ -\omega_2) = 1/4\{|\omega_2|Q(\omega_1+\omega_2) + |\omega_1|Q(\omega_1+\omega_2)\} \tag{C-21}$$

もし，C_d が周波数に依存せず波が2成分波であるとすると G_2 は2成分波の平均周波数の自乗に比例することになる。

波が1成分波の場合

$$G_2(\omega,\ -\omega)(H_w/2)^2 = 2H_w^3/12\pi\omega^2\rho D C_d \tag{C-22}$$

となり，この結果は Standing[11]らが得た定常粘性漂流力に一致する。即ち，粘性漂流力は入射波の3乗に比例する。

また，$\omega_1-\omega_2=\Delta\omega$ とし，$\Delta\omega$ は ω_1，ω_2 に比べてかなり小さく C_d は周波数に依存しないとすると

$$G_2(\omega_1,\ -\omega_2) \sim 1/2\rho D C_d C \omega_1^2 + O(\Delta\omega) \tag{C-23}$$

但し，C は定数である。

これは，近似的に Newman 近似が成り立つことを示している。