二次元ディフューザ流れの数値解析

青木修一*

Numerical Analysis of Flows in Two-Dimensional Diffusers

By
Shuichi AOKI

Abstract

The diffusers are used for converting a part of the excess velocity pressure at inlet of the passage to static pressure by deccelerating the flow in expanding channel. Many types of the diffuser are utilized in piping, turbomachinery and other fluid systems. Such as in the exhaust tube of the internal combustion engine, where pulsating flow exists. In the past, however, the diffuser performance in the pulsating flow has scarcely been investigated because of the fact that a lot of difficulty exist in the experiment as well as in the analysis.

Diffuser performance can be improved by the following four effective methods : Converting a part of the excess velocity pressure at diffuser outlet to static pressure by mixing in a constant cross-section added to a diffuser outlet, removing the low energy flow near the wall by suction, installing vanes within a wide angle diffuser, and re-energizing flow near the wall by blowing.

As above mentioned, the diffuser performance in steady flow has mainly been studying by means of experiments up to the present, but the numerical method has hardly been conducted.

In this paper, a numerical study is conducted to examine a computer simulation method of the steady flow and the pulsating flow in diffusers. The flow is calculated by the finite-difference schemes for solving the Poisson equation of stream function and the vorticity transport equation.

First, the results of the numerical analysis show that the former three methods as previously mentioned are effective enough to prevent separation, but the fourth is not, because the blowing calculated is perpendicular to a diffuser wall. The calculated Reynolds numbers of the steady flow are $Re=0-100$.

Next, the pulsating diffuser flows calculated have the dimensionless periods of $T=10$ and $T=50$ of sinusoidally oscillated velocity respectively, which are superimposed on the steady flow. In the calculated results, the former gives a flow with accelerated and deccelerated parts having a strong non-linearity and unsteadiness, the latter shows a flow near the steady flow. The calculated time-averaged Reynolds number of the pulsating flows is $Re=80$.

* 機関動力部
原稿受付：　平成元年１月２４日

目　次

使　用　記　号

accel	脈動流れの $\theta=270\text{-}90°$ の平均圧力
AR	ディフューザの面積比　$AR=w_2/w_1$
B	脈動流れの入口速度振幅
Cp	圧力回復係数 $Cp=p_x-p_o$
deccel	脈動流れの $\theta=90\text{-}270°$ の平均圧力
i	x方向格子番号
j	y方向格子番号
l	ディフューザ部長さ または，管長
mean	脈動流れの1周期の平均圧力
n	時間格子番号
Δn	壁面に垂直なメッシュ幅
p	圧力
$\bar{p}$	流路断面平均圧力 または，脈動流れの一周期の平均圧力
$\Delta p/l$	圧力勾配
Q	入口流量
q	吹出しまたは吹込み流量
Re	レイノルズ数 または，時間平均レイノルズ数 $Re=w_1u_1/\nu$
T	脈動流れの入口速度の周期
t	時間　$t=n\Delta t$
Δt	時間刻み
u	x方向速度成分
$\bar{u}$	流路断面平均速度 または，時間平均した流路断面平均速度
v	y方向速度成分
w	ディフューザの幅
x	ディフューザ軸方向　$x=i\Delta x$ または，スロート（$x=0$）からの位置
Δx	x方向メッシュ幅
y	x軸に垂直なデカルト座標軸 $y=j\Delta y$
Δy	y方向メッシュ幅
2α	ディフューザ広がり角　$\alpha=tan^{-1}(\Delta y/\Delta x)$
ζ	渦度
θ	脈動流れの速度の位相角 $\theta=\omega t=2\pi n\Delta t/T$
ν	流体の動粘性係数
π	円周率
ρ	流体の密度
ψ	流れ関数

ω	SOR 法の緩和係数
	または，角周波数　$\omega=2\pi/T$

添　　字

0	スロートの位置$x=0$
1	入口
2	出口
c	中心線上の値
i	x 方向格子番号
	または，理論値
j	x方向格子番号
k	計算の繰り返し数
max	最大値
n	時間格子番号
opt	最適値
p	ポアズィユ流れ
	または，脈動流れ
s	定常流れ
u	一様流れ
w	壁面の値
x	x方向
y	y方向
	または，流路断面

1. まえがき

ディフューザは速度エネルギを圧力エネルギに変える流路や機器要素であり，種々のターボ機械，管路系やダクト系などで数多く使われている。また，内燃機関の吸排気系でも使われているが，この中の流れは脈動流れになっている。しかし，非定常流れにおけるディフューザ性能は，層流，乱流を問わず実験的にも解析的にも困難なために殆ど調べられていない。これらの工業的に使用されているディフューザの流れは大部分のものが乱流状態になっているが，乱流はその現象の複雑さ，難しさから未だ解明されていない点が多い。また，各乱流モデルには一長一短があり，その適用は限られている。

そこで，本報告では一歩退いて乱流モデルを避けた層流ディフューザ流れの数値解析を試みることにした。ただし，本来なら，乱流モデルの適用性を検討して乱流場を扱うべきであるが，本報告では，層流解析の適用性を調査する目的で敢えて層流ディフューザ流れを扱うことにした。これに関連した文献として，定常流に対しては古屋ら[1]による吸込みのある広がり角45°の尾管付きディフューザの流れや伊藤ら[2]による純流体素子内流れ，非定常流に対しては横田ら[3]による急縮小管内脈動流れや堀越ら[4]による純流体素子内流れの過渡特性の計算がある。

ディフューザ性能を向上させる方法として，ディフューザ出口に尾管[5,6]を付けて圧力回復に役立てること，大きな広がり角のディフューザでは流れの剝離を防ぐために複数の案内板[5,6]を入れること，ディフューザ部で吹出し[5,6]や吸込み[5-10]を行なうことなどは，効果的である。しかし，これらはあまり理論的に研究されていない。

本報では定常流れにおけるこれらの実験的知見と未だ層流においても解明されていない脈動流れのディフューザ性能を，レイノルズ数は大きくないが，剝離のあるディフューザについて，数値法を用いて確かめることにした。このために，ディフューザは二次元対称，流れは定常流れおよび脈動流れとし，非圧縮性層流を仮定した。基礎式はナビエ・ストークス（$N-S$）方程式と連続の式を流れ関数と渦度で表わした方程式を差分化し，数値的に解いた。

定常流れに対しては入口でポアズイユ流れを与えて，ディフューザ部の短い場合，長い場合，尾管，吸込み，吹出し，案内板のある場合を数値計算した。レイノルズ数 $Re=0$-100，広がり角$2\alpha=28°$，面積比 $AR=2$, 3.5, 6 の場合の流線ψ，渦度ζ，圧力 p，軸速度 u 分布を求めた。また，脈動流れに対しては脈動ポアズイユ流れを与えて，ディフューザ部の短い場合，長い場合，尾管のある場合を計算した。時間平均 $Re=80$，$2\alpha=28°$，$AR=2$，6，脈動流れの速度の周期 $T=10$，50，振幅 $B=1.5$-25%の場合を計算し，1/4周期毎のψ，ζ，p，u 分布を求めた。

2. 基礎方程式と数値計算法

2.1 基礎方程式

ディフューザは二次元対称とし，流れは非定常，非圧縮性層流を仮定する。流れ方向にx軸，それと直角にy軸をとったデカルト座標系（x, y）とその速度成分（u, v）を *Fig.* 1 に示す。連続の式および $N-S$ 方程式は

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \tag{2}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}=-\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) \tag{3}$$

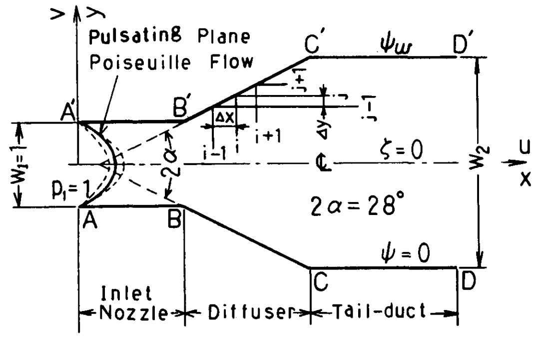


Fig.1 Coordinate system

ここで，長さはディフューザ入口幅 w_1，u，v は入口平均速度 $\bar{u}_1$，圧力 p は $\rho\bar{u}_1{}^2$，時間 t は $w_1/\bar{u}_1$ で無次元化した。(1)式を満足する流れ関数ψは，

$$u=\frac{\partial\psi}{\partial y} \tag{4}$$

$$v=-\frac{\partial\psi}{\partial x} \tag{5}$$

ここで，ψは，$\bar{u}_1 w_1$で無次元化した。

渦度ζは，次式で定義される。

$$\zeta=\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y} \tag{6}$$

ここで，ζは，$\bar{u}_1/w_1$で無次元化した。

(6)式に(4)，(5)式を代入すると，次式の流れ関数のポアッソン方程式がえられる。

$$\zeta=-\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}\right) \tag{7}$$

(2)，(3)式から圧力項を消去し，(4)，(5)，(7)式を代入し整理すると，次式の渦度輸送方程式がえられる。

$$\frac{\partial\zeta}{\partial t}+\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial\zeta}{\partial x}-\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\zeta}{\partial y}=\frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\zeta}{\partial y^2}\right) \tag{8}$$

上式はζに対する放物形偏微分方程式であり，(7)式はψに対する楕円形偏微分方程式である。これらの連立方程式は解析的に解けないので，差分近似して数値的に解くことにする。このために，(7)，(8)式を時間微分に対しては後退差分，空間微分に対しては中心差分近似で離散化した。計算領域を t 方向にΔt，x方向にΔx，y方向にΔyの格子に分割する。格子は流路境界上に格子点がくるようにメッシュ幅Δx，Δyを選ぶ。空間微分の差分化の過程ではテーラー展開の 3 次以上，時間微分では 2 次以上の高次項を省略した。また，*SOR* 法（逐次過緩和法，その緩和係数を ω とする）を用いると，(8)，(7)式は次の差分式になる。

$$\begin{aligned}\zeta_{i,j}^{n,k+1}=&(1-\omega)\zeta_{i,j}^{n,k}+\omega\left\{2\left(\frac{1}{\Delta x^2}+\frac{1}{\Delta y^2}\right)+\frac{Re}{\Delta t}\right\}^{-1}\Big[\frac{Re}{\Delta t}\zeta_{i,j}^{n-1}+\frac{1}{\Delta x^2}(\zeta_{i+1,j}^{n,k}+\zeta_{i-1,j}^{n,k+1})\\&+\frac{1}{\Delta y^2}(\zeta_{i,j+1}^{n,k}+\zeta_{i,j-1}^{n,k+1})-\frac{Re}{4\Delta x\Delta y}\\&\cdot(\psi_{i,j+1}^{n,k}-\psi_{i,j-1}^{n,k+1})(\zeta_{i+1,j}^{n,k}-\zeta_{i-1,j}^{n,k+1})\\&-(\psi_{i+1,j}^{n,k}-\psi_{i-1,j}^{n,k+1})(\zeta_{i,j+1}^{n,k}-\zeta_{i,j-1}^{n,k+1})\}\Big]\end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}\psi_{i,j}^{n,k+1}=&(1-\omega)\psi_{i,j}^{n,k}+\omega\left\{2\left(\frac{1}{\Delta x^2}+\frac{1}{\Delta y^2}\right)\right\}^{-1}\\&\cdot\left\{\frac{1}{\Delta x^2}(\psi_{i+1,j}^{n,k}+\psi_{i-1,j}^{n,k+1})+\frac{1}{\Delta y^2}(\psi_{i,j+1}^{n,k}+\psi_{i,j-1}^{n,k+1})+\zeta_{i,j}^{n,k+1}\right\}\end{aligned} \tag{10}$$

ここでは上式を陽解法で解く。

u，v は，(4)，(5)式を中心差分化した次式より求めた。

$$u_{i,j}^{n}=\frac{\psi_{i,j+1}^{n}-\psi_{i,j-1}^{n}}{2\Delta x} \tag{11}$$

$$v_{i,j}^{n}=-\frac{\psi_{i+1,j}^{n}-\psi_{i-1,j}^{n}}{2\Delta y} \tag{12}$$

また，p については(2)，(3)式に(4)，(5)式と(7)式を代入して変形すると，次式の圧力勾配式が得られる。

$$\frac{\partial p}{\partial x}=-\frac{\partial^2\psi}{\partial t\partial y}+\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}-\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y}-\frac{1}{Re}\frac{\partial\zeta}{\partial y} \tag{13}$$

$$\frac{\partial p}{\partial y}=\frac{\partial^2\psi}{\partial t\partial y}+\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}-\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y}+\frac{1}{Re}\frac{\partial\zeta}{\partial x} \tag{14}$$

上式を差分化すると，次式のようになる。

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{i,j}^{n}=&\frac{\psi_{i+1,j}^{n}-\psi_{i-1,j}^{n}}{2\Delta x}\cdot\frac{\psi_{i,j+1}^{n}-2\psi_{i,j}^{n}+\psi_{i,j-1}^{n}}{\Delta y^2}\\&-\frac{\psi_{i,j+1}^{n}-\psi_{i,j-1}^{n}}{2\Delta y}\cdot\frac{\psi_{i+1,j+1}^{n}+\psi_{i-1,j-1}^{n}-\psi_{i+1,j-1}^{n}-\psi_{i-1,j+1}^{n}}{4\Delta x\Delta y}\\&-\frac{1}{Re}\frac{\zeta_{i,j+1}^{n}-\zeta_{i,j-1}^{n}}{2\Delta y}-\frac{\psi_{i,j+1}^{n}-\psi_{i,j-1}^{n}-\psi_{i,j+1}^{n-1}+\psi_{i,j-1}^{n-1}}{2\Delta t\Delta y}\end{aligned} \tag{15}$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)_{i,j}^{n}=\frac{\psi_{i,j+1}^{n}-\psi_{i,j-1}^{n}}{2\Delta y}\cdot\frac{\psi_{i+1,j}^{n}-2\psi_{i,j}^{n}+\psi_{i-1,j}^{n}}{\Delta x^2}$$

$$-\frac{\psi^{n}_{i+1,j}-\psi^{n}_{i-1,j}}{2\Delta x}\cdot\frac{\psi^{n}_{i+1,j+1}+\psi^{n}_{i-1,j-1}-\psi^{n}_{i+1,j-1}-\psi^{n}_{i-1,j+1}}{4\Delta x\Delta y}$$

$$+\frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{\zeta^{n}_{i+1,j}-\zeta^{n}_{i-1,j}}{2\Delta x}+\frac{\psi^{n}_{i+1,j}-\psi^{n}_{i-1,j}-\psi^{n-1}_{i+1,j}+\psi^{n-1}_{i-1,j}}{2\Delta \mathrm{t}\Delta x} \qquad (16)$$

各点の p は次式のいずれかの圧力勾配項に上式を代入して求めた。

$$p^{n}_{i,j}=p^{n}_{i-1,j}+\Delta x\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^{n}_{i,j} \qquad (17)$$

$$p^{n}_{i,j}=p^{n}_{i,j-1}+\Delta y\left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)^{n}_{i,j} \qquad (18)$$

2.2 境界条件

計算には次の入口，自由流出，壁面渦度，対称，吹出し，吹込み条件を用いた。

2.2.1 入口条件

(1) 脈動ポアズイユ流れ

Fig.1 の入口境界 AA'で，定常なポアズイユ流れに時間的に正弦波状に脈動する流れを重畳した流れ（脈動ポアズイユ流れ）を次式で与える。

$$u=(1.5-6y^{2})\{1+B\sin(2\pi n\Delta t/T)\} \qquad (19)$$

$$v=0 \qquad (20)$$

$$\psi=(0.5+1.5-2y^{3})\{1+B\sin(2\pi n\Delta t/T)\} \qquad (21)$$

$$\zeta=12y\{1+B\sin(2\pi n\Delta t/T)\} \qquad (22)$$

ここでは，入口ノズルが短くても，ディフューザに十分発達した流れが流入する様に，脈動ポアズイユ流れとした。定常流れは上式で変動分ゼロ $(t=0)$ の式を用いた。

ここで，B は脈動流れの速度振幅であり，周期 T は $w_1/\bar{u}_1$ で無次元化した。

(2) 自由流入条件

Fig.1の入口境界 AA'では固定した速度分布を与えず，入口でのψ，ζはこの下流に位置する 4 格子点での値から外挿した次式の値（自由境界条件[2]）を用いた。

$$\psi^{n,k}_{1,j}=3\psi^{n,k}_{2,j}-3\psi^{n,k}_{3,j}+\psi^{n,k}_{4,j} \qquad (23)$$

$$\zeta^{n,k}_{1,j}=3\zeta^{n,k}_{2,j}-3\zeta^{n,k}_{3,j}+\zeta^{n,k}_{4,j} \qquad (24)$$

この条件を使うことにより，(1)と異った流れが与えられる可能性がある[4]。

2.2.2 自由流出条件

尾管のない場合は Fig.1 の出口境界 CC'，ある場合は出口境界 DD'で自由境界条件[2]を与える。出口でのψ，ζはこの上流に位置する 4 格子点での値から外挿した。

$$\psi^{n,k}_{i,j}=\psi^{n,k}_{i-4,j}-2\psi^{n,k}_{i-3,j}+2\psi^{n,k}_{i-1,j} \qquad (25)$$

$$\zeta^{n,k}_{i,j}=\zeta^{n,k}_{i-4,j}-2\zeta^{n,k}_{i-3,j}+2\zeta^{n,k}_{i-1,j} \qquad (26)$$

または，出口境界の上流に位置する 3 格子点での値から外挿した次式の値を用いた。

$$\psi^{n,k}_{i,j}=3\psi^{n,k}_{i-1,j}-3\psi^{n,k}_{i-2,j}+\psi^{n,k}_{i-3,j} \qquad (27)$$

$$\zeta^{n,k}_{i,j}=3\zeta^{n,k}_{i-1,j}-3\zeta^{n,k}_{i-2,j}+\zeta^{n,k}_{i-3,j} \qquad (28)$$

壁近くの流れはディフューザ壁 BC，または尾管 CD に平行に流出すると仮定した。

2.2.3 壁面渦度

Fig.1 の角 B 点と尾管のある場合は角 C 点を除く壁面上の点（i，j）に対するζを次式で与えた。

$$\zeta^{n,k}_{i,j}=\frac{3}{(\Delta y)^{2}}(\psi^{n,k}_{i,j}-\psi^{n,k}_{i,j+1})-\frac{1}{2}\zeta^{n,k}_{i,j+1} \qquad (29)$$

凸角 B 点 (Fig.2 (a)) のζは上式より求めた AB 壁に垂直な B 点のζと，次式より求めた BC 壁に垂直な B 点のζの平均値[11]を用いた。

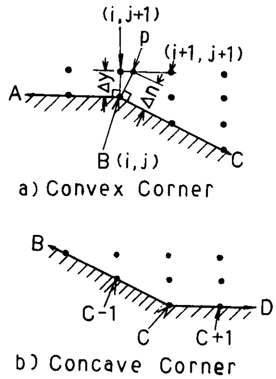


Fig.2 Vorticity at convex or concave corner

$$\zeta^{n,k}_{i,j}=\frac{3}{(\Delta n)^{2}}(\psi^{n,k}_{i,j}-\psi^{n,k}_{p})-\frac{1}{2}\zeta^{n,k}_{p} \qquad (30)$$

ここで，上式の p 点 (Fig.2 (a)) のψ_p，ζ_pの値は格子点（i，$j+1$）と（$i+1$，$j+1$）のψ，ζのそれぞれの内挿値を用いた。また，尾管のある場合の凹角 C 点(Fig.2 (b)) のζはこの 1 つ上流側の BC 壁上の格子点（$C-1$）のζと 1 つ下流側の CD 壁上の格子点（$C+1$）のζの平均値[11]を用いた。

2.2.4 対称条件

対称ディフューザを仮定したので，中心線上では

$$\psi=0.5\{1+B\sin(2\pi n\Delta t/T)\} \qquad (31)$$

$$\zeta=0 \qquad (32)$$

2.2.5 吹出しと吸込み

吸込み（Fig.3 (a)）と吹出し（Fig.3 (b)）はディフューザ壁の対称な位置のスリットで行なった。吹出しは各壁でψに$-q/2Q$, 吸込みは$q/2Q$のジャンプ[1]を，吹出し，吸込み流量は各壁で同量を与えた。入口流量Q, 吹出し，吸込み流量qは$\bar{u}_1 w_1$で無次元化した。

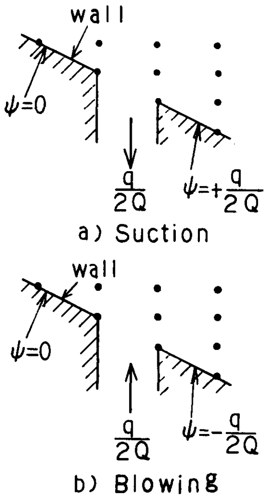


Fig.3 Suction or blowing at diffuser wall

2.3 収束判定条件

全ての格子点の$\psi^n_{i,j}$, $\zeta^n_{i,j}$の値に対して，次式の収束判定条件が満足されるまで計算を繰り返す。

$$\max\left|\psi^{n,k+2}_{i,j}-\psi^{n,k}_{i,j}\right|<0.00005 \tag{33}$$

$$\max\left|\zeta^{n,k+2}_{i,j}-\zeta^{n,k}_{i,j}\right|<0.00005 \tag{34}$$

2.4 安定条件

Δtは次式のフォン・ノイマンの安定条件を満足するように決める。

$$\frac{\Delta t}{Re\Delta x^2}<\frac{1}{2} \tag{35}$$

ここでは，Δtを安全側に決めるために，上の不等式を等式で求めた値の8，9割以下の値[12,13]を用いた。

2.5 一次元非粘性脈動流れの圧力

一次元非定常なN-S方程式は

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}=-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{1}{Re}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \tag{36}$$

で表わされる。

1）定常な一様流れの速度$\bar{u}_u$を

$$\bar{u}_u=1 \tag{37}$$

のように与え，その速度エネルギが圧力エネルギ$\bar{p}_u$に全て変わると仮定すると，$\bar{p}_u$は

$$\bar{p}_u=\bar{u}_u{}^2/2=1/2 \tag{38}$$

2）定常なポアズイユ流れの速度$\bar{u}_p$を

$$\bar{u}_p=1.5-6y^2 \tag{39}$$

のように与えると，その速度エネルギによる流路断面平均圧力$\bar{p}_p$は

$$\bar{p}_p=\bar{u}_p{}^2/2=3/5 \tag{40}$$

ポアズイユ流れと一様流れの圧力比は

$$\bar{p}_p/\bar{p}_u=1.2 \tag{41}$$

3）(36)式で粘性を無視し，対流項$u\partial u/\partial x$が非定常項$\partial u/\partial t$より十分大きい（定常流れに近い流れ）と仮定すると，

$$\frac{\partial p}{\partial x}=-u\frac{\partial u}{\partial x} \tag{42}$$

また，速度振幅B, 角周波数ω（$\bar{u}_1/w_1$で無次元化）の一次元脈動流れの速度uを，

$$u=1+B\sin\omega t \tag{43}$$

のように表わすと，速度エネルギによる圧力pは

$$\begin{aligned}p&=u^2/2=(1+B\sin\omega t)^2/2\\&=(1+2B\sin\omega t+B^2\sin^2\omega t)/2\end{aligned} \tag{44}$$

一次元脈動流れの1周期平均圧力$\bar{p}$は上式を時間について積分し，1周期平均すると，

$$\bar{p}=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}p\omega dt=\frac{1}{2}\left(1+\frac{B^2}{2}\right) \tag{45}$$

速度uが全部圧力エネルギに変わると，$\bar{p}$(Fig.4 (a))は定常な一様流れの場合より$B^2/2$だけ高くなる。また，Bが小さい時，pはBの2倍の振幅で振動し，$\bar{p}$は$\bar{p}_u$に等しい。

4）(36)式で粘性を無視し，非定常項$\partial u/\partial t$は対流項$u\partial u/\partial x$より十分大きいと仮定すると，

$$\frac{\partial p}{\partial x}=-\frac{\partial u}{\partial t} \tag{46}$$

uの加速度du/dtは(43)式を微分して，

$$du/dt=\omega B\cos\omega t \tag{47}$$

(46)式に上式を代入し，管軸方向に積分すると，

$$\frac{\Delta p}{l}=-\omega B\cos\omega t \tag{48}$$

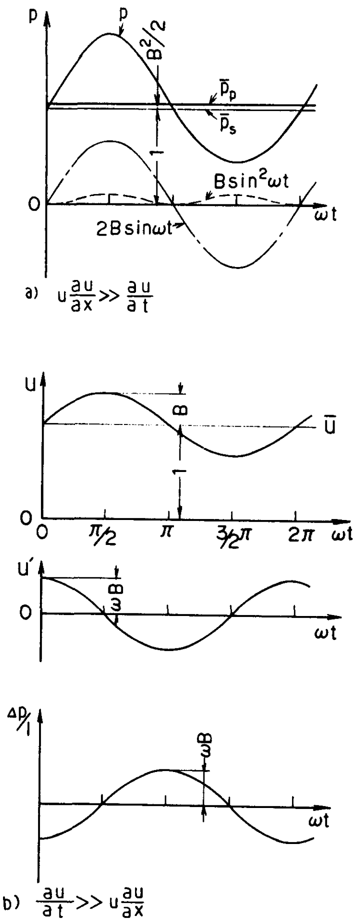


Fig.4 Pressure-rise model for one-dimensional non-viscous pulsating flow

となる。ここで，$\Delta p/l$ は圧力勾配。(43), (48)式より p は u より位相が $\pi/2$進んでいることが分かる。また，上式より脈動成分による1周期の圧力平均 $\bar{p}_p$はゼロとなる。すなわち，非定常項が対流項より十分大きい時，$\bar{p}_p$は変わらない。Fig. 4 (b)に非定常性の強い脈動流れの p について示す。

5）ディフューザの理論圧力 p_iは非粘性流れが入口で持っていた速度エネルギと求める点での速度エネルギの差が圧力エネルギに変わったときの圧力である。

スロート（$x=0$）での速度を $\bar{u}$，広がり半角を $\alpha=14°=tan^{-1}(1/4)$ とすると，x位置での速度 $\bar{u}_x$は

$$\bar{u}_x=\bar{u}/(1+xtan\alpha) \tag{49}$$

よって，p_iは

$$p_i=(\bar{u}^2-\bar{u}_x{}^2)/2$$
$$=\bar{u}^2(1-1/(1+xtan\alpha)^2)/2 \tag{50}$$

ポアズイユ流れの p_iは

$$p_i=3(1-(4/(4+x)^2)/5 \tag{51}$$

2.6 計算法

ψ，ζに関する差分式(9), (10)を2.2，2.3の条件の下に解く。本計算のフローチャートを Fig.5 に示す。

計算手順として，定常流れ（t＝0）の場合は，

1）流れ場全体にψ，ζの適当な近似値を与える。

2）1）の近似値を用いて，収束の確実な $Re=0$ の場合の格子点のψ，ζ値を繰り返し計算で求める。

3）2)で求まったψ，ζを用いて，より大きな Reでの各格子点のψ，ζ値を繰り返し計算する。

4）場合によっては，3）で求めたψ，ζ値を用いてさらに大きな Re での各格子点のψ，ζ値を繰り返し計算する。次に，各格子点のψ，ζの収束値を用いて，u，v は(11)，(12)式,p は(17)または(18)式より求める。

脈動流れの場合は，3）または4）で求まった Re の定常流れの場合のψ，ζ値を初期値として用い，Δt を1ステップづつ上げながら，各時間における各格子点のψ，ζを繰り返し計算する。各時間の u，v，p はその時

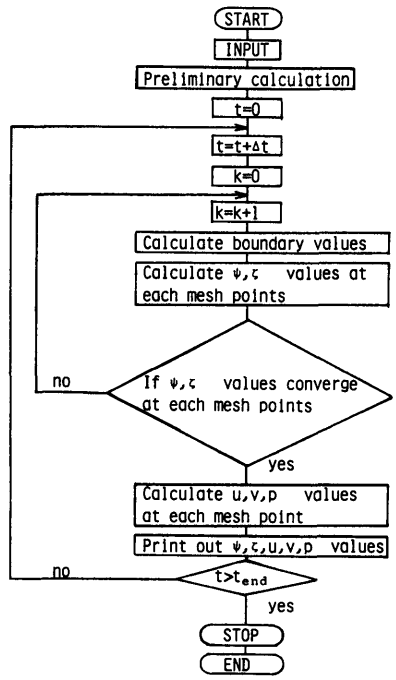


Fig.5 Flow-chart

間の各格子点のψ, ζ値を用いて求める。ここで，Δt は2.4の条件で決めた値を用いた。

計算領域は対称ディフューザを仮定したので，中心線を境にした半領域を使った。計算に用いた広がり角 2α は剥離のあるディフューザ流れの解明とメッシュ幅選択の都合から$2\alpha=28°$とした。入口平均速度 $\bar{u}_1=1$, 幅 $w_1=1$, 圧力 $\bar{p}_1=1$, 流量 $Q=1$と正規化した値を用いた。

乱流域では圧力回復係数 Cp が最大となるディフューザの最適広がり角$2\alpha_{opt}$は円錐ディフューザで AR を一定とした場合約 8°，長さ比(ディフューザ長さ l/入口半径) を一定とした場合約12°，二次元ディフューザで AR を一定とした場合約12°，長さ比 (l/w_1) を一定とした場合 8 −20°と言われている[5]。本計算の二次元ディフューザの2α は$2\alpha_{opt}$より大きい。

2.7 試計算の検討

2.7.1 定常流れ

定常流れの場合に以下の事を検討のために各々数例の試計算を行なった。その結果，

1)定常ポアズイユ流れの場合に(19)-(22)式と自由流入条件(23), (24)式はほぼ一致した。

2) 自由流出条件(25), (26)式と(27), (28)式は一致した。

3) メッシュ幅を$\Delta x=1/4$, $\Delta y=1/16$と，この半分にした$\Delta x=1/8$, $\Delta y=1/32$を用いて計算したがζは角 B で僅かに違う程度であった。

よって，本計算では定常流れおよび脈動流れの全てについて，計算時間の節約を考え，脈動ポアズイユ流れの(19)-(22)式，自由流出条件(27), (28)式，メッシュ幅は$\Delta x=1/4$, $\Delta y=1/16$を用いた。2.3の収束判定値は種々の試計算の結果を考慮して，5×10^{-5}に決めた。

$Re>100$では，解析に用いた中心差分の不安定性に起因して，解の収束性が悪くなり，繰り返し数も急激に増えている。それと共に数値誤差の集積から隣接する格子点の数値のバラツキが大きくなり，解の信頼性が失われた。このため，$Re=250$までの数値解を試みたが，結果は $Re=100$までしか載せなかった。

2.7.2 脈動流れ

脈動流れの数値解は，周期解が安定に収束することが確認された 4 周期以上の 1 周期分を用いた。脈動流れの計算は定常流れの結果を考慮し，流れの剥離がある時間平均 $Re=80$とし，$B=25\%$以下を用いた。ここで，$Re=80$, $B=25\%$の脈動流れは単純には定常流れの $Re=100$に相当する。また，本解析では p をψ, ζの計算にフィードバックしていないので，p の精度は u, v の精度に比べて低いものと思われる。

Table 1 Optimum relaxation factor ω for the SOR method

Reynolds Number Re	Relaxation Factor ω
0 − 55	1·07 − 1·02
60 − 80	0·9
80 − 100	0·3

2.8 SOR 法の緩和係数

SOR 法の緩和係数ωは一般に$\omega=0-2$ を用いる。$\omega=1-2$ は過緩和と言われ，反復ごとに得られる従属変数の値の変化を加速する。$\omega=0\text{-}1$ は不足緩和と言われ，強い非線形方程式を反復法で解く最に発散を避けるために用いられる[14]。ω_{opt}は試行錯誤法により求める。本計算に用いたReに対する ω_{opt} の値をTable 1に示した。

3. 計算結果

結果は，定常流れ，脈動流れに分けて述べる。

3.1 定常流れ

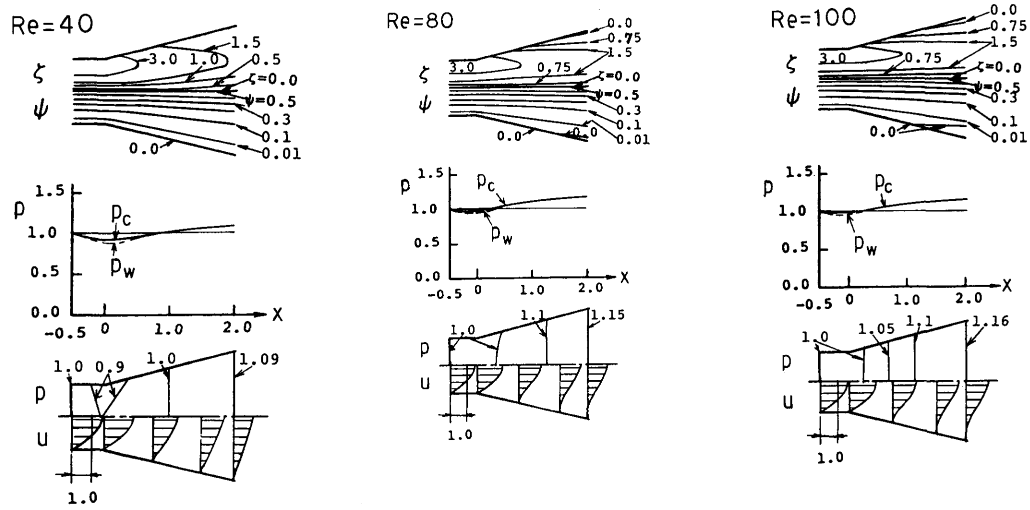
本節ではディフューザ部の短い場合，長い場合，尾管，吸込み，吹出し，案内板のある場合の定常ポアズイユ流れを扱った。

3.1.1 短いディフューザ

Fig. 6(a)-(c)に面積比 $AR=2$ のディフューザのレイノルズ数 $Re=40$, 80, 100の流線ψ, 等渦度線ζ, 圧力 p および軸方向速度 u 分布を示す。ζ, ψの図中，上半分はζ, 下半分はψを示す。

計算した $Re=40$は流れがディフューザ出口壁で剥離する少し手前の Re である。この Re ではψはノズルに平行に，ディフューザ部では放射状に並んでいる。$Re=45$では，流れはディフューザ壁出口で小さな剥離を生ずる。Re を上げて行くと，ζは下流側に伸びて行き，剥離点はディフューザ壁を上流側に遡り，剥離域が拡大することが分かる。

x方向の p 分布図の実線は中心線上の圧力 p_cを，点線は壁面圧力 p_wを示す。$Re=40$の時，p は$-0.3<x<0.7$では，p_cより p_wの方が低い。$x>0.7$では流路断面上で殆んど一様な p になっていることは流路断面圧力 p_y分布より分かる。また，Re が高くなるほど p_cと p_wの差は小さくなり，$Re=100$では，$x=0.4$付近から流路断面上一様な p となる。$Re<100$では，流れに剥離を生じても Re の増加と共に p は増えている。



(a) Re＝40　　(b) Re＝80　　(c) Re＝100

Fig.6 Streamlines ψ, equivorticity-lines ζ, velocity profiles u and pressure distributions p of steady flow in the short diffuser（AR＝2）

3.1.2 長いディフューザ

Fig. 7(a)-(c)に $AR=6$ のディフューザの $Re=20$, 40, 80の ψ, ζ, p, u 分布を示す。

$Re=10$ ではディフューザ内で圧力回復は全く無く，粘性の影響を強く受けて，ディフューザ部でも圧力降下する。$Re=20$ では，ディフューザ部で圧力上昇があることが示された。壁面摩擦によりノズル部で p は直線的に降下し，ディフューザ部に入っても僅かに降下するが，その後上昇に転ずる。スロート付近で p_c と p_w の差が一番大きく，Re が大きくなると共にこの差は縮小し，p_y 分布もスロートに近い方より一様化する。

スロート付近では中心部と壁の間に圧力勾配を生ずる。これは流れが平行壁から凸角を持つ拡大部に流入するときに，その向きを急激に変えられることにより生ずることが ζ, ψ より分かる。p_y はディフューザ下流の流路断面上では一定となる。Re が増すとノズルでの圧力降下は少なくなる。これは Re の増加による粘性効果の減少による。

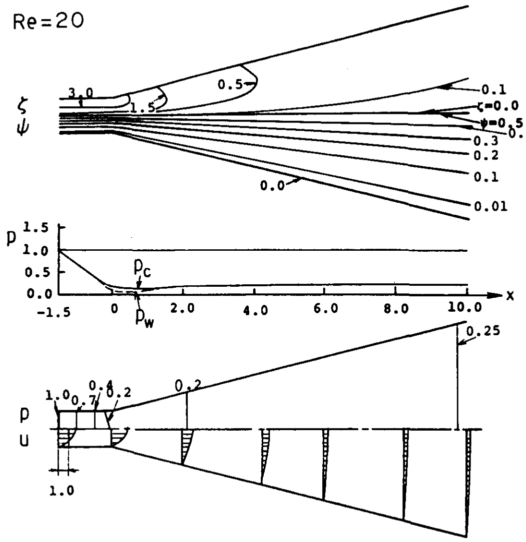
長いノズルを持つディフューザは短いノズルの場合と比べると，ノズル壁面の摩擦による圧力降下が大きいために圧力回復には長いディフューザ部を必要とする。同じ広がり角をもつ大きい AR のディフューザは強く大きな剥離域を生じない限り，小さい AR の方より圧力回復は大きい。また，同じ Re では大きい AR のディフューザは小さい AR の方より剥離点は相対的に上流側にあり，剥離域も広くなっている。また，ζ は Re が高くなるほど下流側へ大きく伸びている。

Fig.8 に Re による p_c 分布の変化を示す。$Re=20$ では，ディフューザ入口付近に最低圧力点があるが，Re が高くなると共にスロートに近づく。$Re=100$ では，ほぼスロートに最低圧力点が移る。p_c は Re が高くなると共にディフューザ部全体で上昇する。また，Re が高くなるほど粘性抵抗が減り，理論圧力分布 p_i に近づくが，逆にディフューザ出口での圧力上昇率は急激に小さくなる。同図に $Re=100$ の時の p_i を示した。

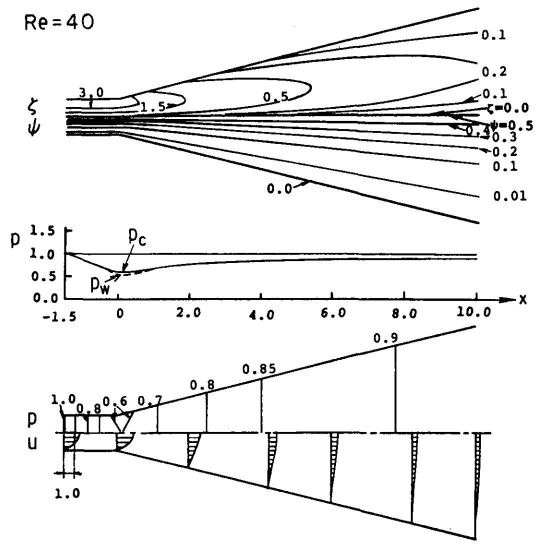
3.1.3 尾管をもつディフューザ

ディフューザ出口に，出口直径と等しい直径の直管（尾管）を取り付ければ，その内部で速度の一様化（混合）および圧力上昇が続くので，ディフューザの見かけの性能は向上する[5,6]。尾管を付けることは手軽な方法なので実用上多く使われている。

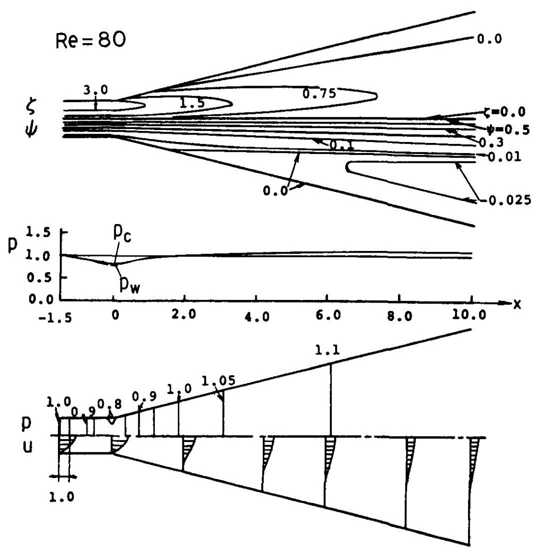
このことを次の2例で確かめる。



(a) Re=20



(b) Re=40



(c) Re=80

Fig.7 ψ, ζ, u and p of steady flow in the long diffuser (AR=6)

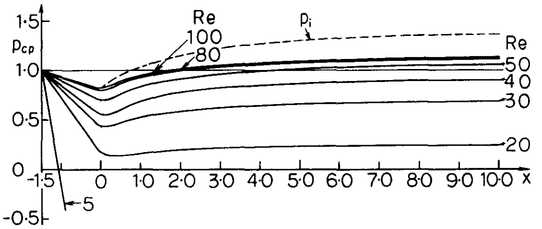


Fig.8 Pressure distributions of steady flow in the long diffuser (AR=6)

(1) 短いディフューザ

Fig. 9(a)-(c)に $Re=40$, 80, 100での，尾管を持つ $AR=2$ のディフューザのψ, ζ, p, u 分布を示す。

短いディフューザ (3.1.1) 出口に付けた尾管は，ディフューザ部で圧力に変換しきれなかった過剰速度エネルギを，尾管部でさらに圧力に変えていることが分かる。最大圧力回復係数 Cp_{max}の位置は $Re=40$の時，尾管入口より0.9($x=2.9$), $Re=80$の時2.9($x=4.9$), $Re=100$の 時4.4($x=6.4$) にある。Re を上げると Cp_{max}の位置は尾管の中で後方に移る。しかし，尾管が長すぎると回復した圧力が粘性抵抗により費やされ，かえって減る。よって，Re に応じた最適な尾管長さが存在する。

$Re=80$, 100では，ψ, ζよりディフューザ部後半から尾管入口にかけて剥離泡があることが分かる。

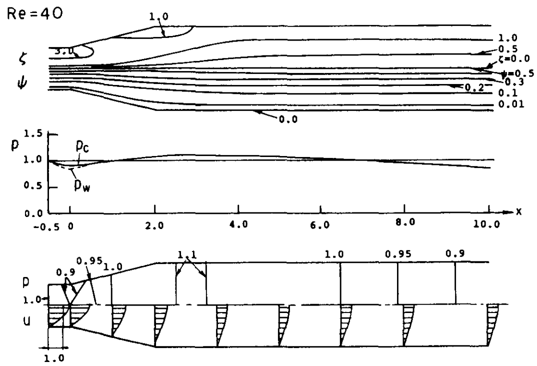
(2) 中位の長さのディフューザ

Fig. 10(a)-(b)に $Re=40$, 50での，尾管を持つ $AR=3.5$のディフューザのψ, ζ, p, u 分布を示す。

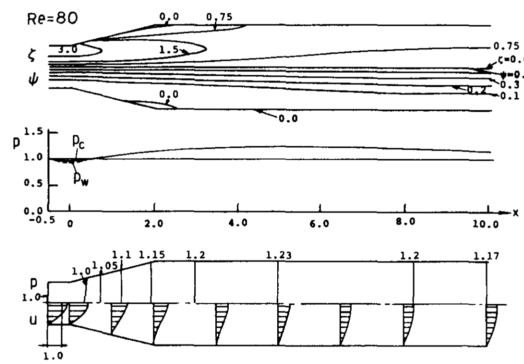
Cp_{max}の位置は $Re=40$の時，尾管入口より2.0($x=7.0$), $Re=50$の時3.6($x=8.6$) にある。同じ Re では圧力回復に必要な尾管の長さは(1)の場合より AR の大きい，本場合の方がより長く要する。また，$Re=40$では流れに剥離はみられないが，$Re=50$ではディフューザ出口付近から尾管入口にかけて(1)の場合より大きな剥離泡がある。

3.1.4 吸込みのあるディフューザ

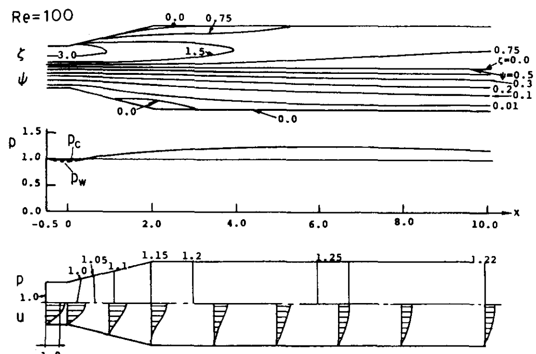
工業上使われているレイノルズ数の大きな層流や乱流では，境界層内で剥離しかかった速度の遅い流れを吸込むことがある。この吸込みは，流れの剥離を防ぐ上からも大変有効なことが実験的[5-10]にも数値的[1]にも確認されている。しかし，吸込みは手軽な方法ではないので風胴以外にはあまり使用されない。



(a) Re=40

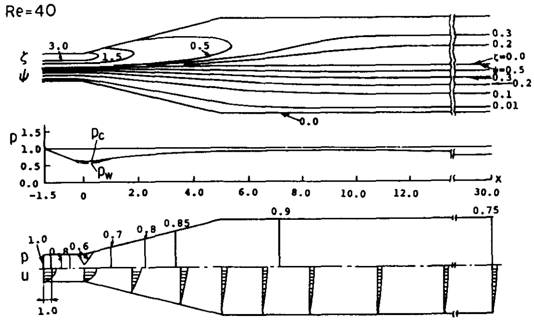


(b) Re=80

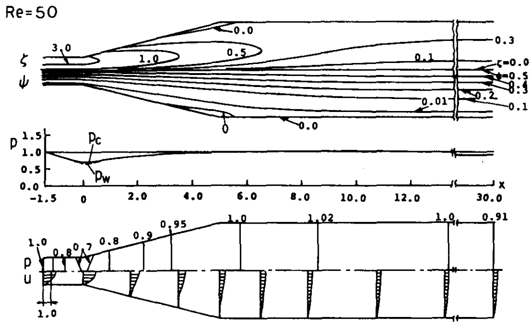


(c) Re=100

Fig.9 ψ, ζ, u and p of steady flow in the short diffuser with tail-duct (AR=2)



(a) Re=40



(b) Re=50

Fig.10 ψ, ζ, u and p of steady flow in the semilong diffuser with tail-duct (AR=3.5)

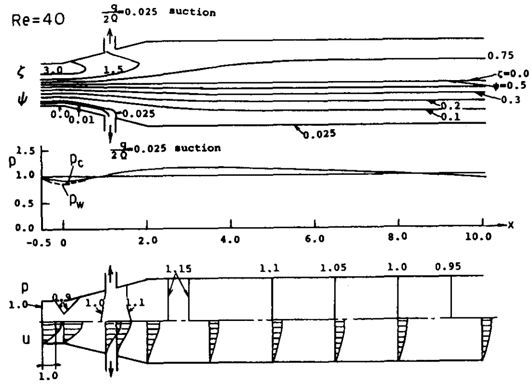
(1) 尾管をもつ短いディフューザ

Fig. 11(a)-(c)に $Re=40$, 80, 100での，尾管を持つ $AR=2$ のディフューザ部に吸込みのある場合(吸込み量 $q/Q=5\%$)のψ, ζ, p, u 分布を示す。ディメンジョンは3.1.3(1)と同じである。

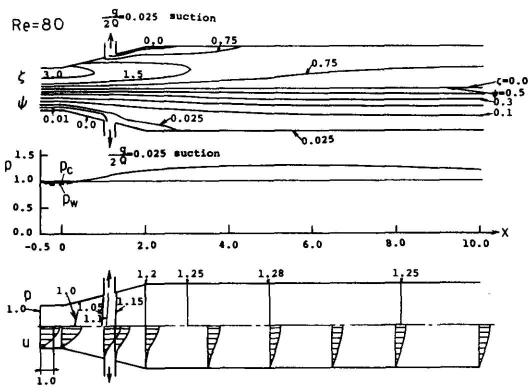
吸込みを行なうことにより，3計算例とも吸込みのない場合より Cp_{max}は5％程上昇している。しかし，Cp_{max}の位置は吸込みのない場合と殆ど変わらない。$Re=40$では流れに剝離泡はなく，吸込み口位置で，上流側からの全吸込み量を吸い込んでいる。$Re=80$, 100では尾管まで及ぶ広い範囲の剝離した壁近くの流れを吸い込んでいる。また，尾管の中では入口付近を除いて吸込みのある場合と無い場合では，ψ, ζに大きな違いは見受けられない。

(2) 尾管をもつ中位の長さのディフューザ

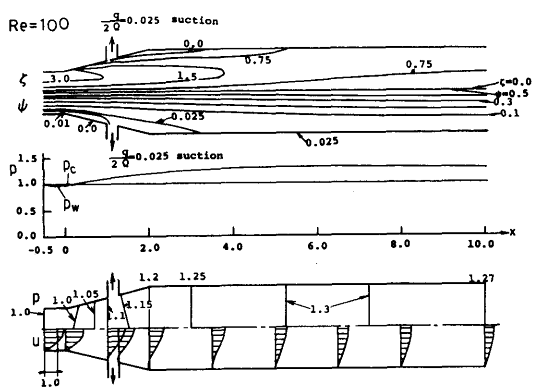
Fig. 12に $Re=50$での，尾管を持つ $AR=3.5$のディフューザ部に吸込みのある場合($q/Q=5\%$)のψ, ζ,



(a) Re=40



(b) Re=80



(c) Re=100

Fig.11 ψ, ζ, u and p of steady flow in the short diffuser with suction-ducts and tail-duct (AR=2, q/Q=5%)

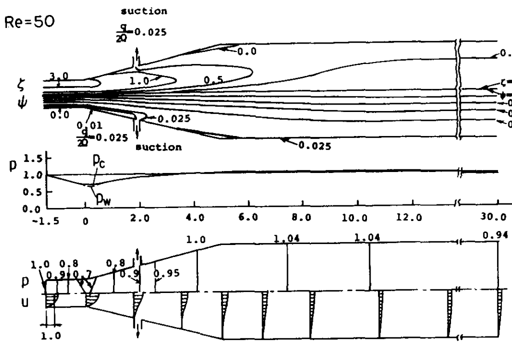


Fig.12 ψ, ζ, u and p of steady flow in the semilong diffuser with suction-ducts and tail-duct (Re=50, AR=3.5, q/Q=5%)

p, u 分布を示す。ディメンジョンは3.1.3(2)と同じである。

吸込みのない場合より Cp_{max} は2.5%程上昇している。しかし，Cp_{max} の位置は吸込みのない場合と殆ど変わらないことは(1)と同様である。

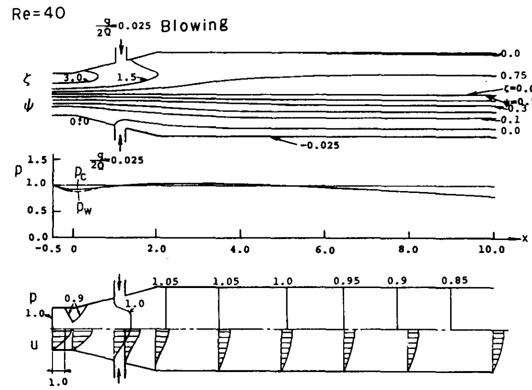
(1)より AR の大きい本ディフューザで，吸込みによる Cp_{max} の上昇が(1)より小さいのはディフューザ部における吸い込み位置が(1)に比べて適切でないことによると考える。同じ Re で吸込みの無い場合 (3.1.3(2)) は流れに剥離泡があるが，吸込みのある本場合には剥離泡が無くなっている。よって，(1)，(2)から，吸い込みは圧力回復や流れの剥離防止に有効であるが，吸込みは適切な位置に設ける必要があることが分かる。

3.1.5 吹出しのあるディフューザ

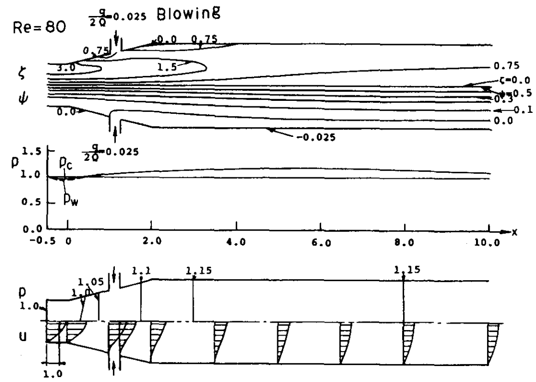
吸込みと同様な役目をする吹出しは境界層内で遅くなり剥離しかかった流れに速度の早い流れを吹き込むことであり，剥離を防ぐ上で有効なことが実験的に確かめられている[5,6]。しかし，吹出しは吸込みより難しくかつ手軽な手段ではないので風胴以外では殆ど使用されない。

Fig. 13(a)-(c)に $Re=40$, 80, 100での尾管を持つ $AR=2$ のディフューザ部で吹出し（吹出し量 $q/Q=5$ %）を行なった場合の ψ, ζ, p, u 分布を示す。ディメンジョンは3.1.3(1)と同じである。

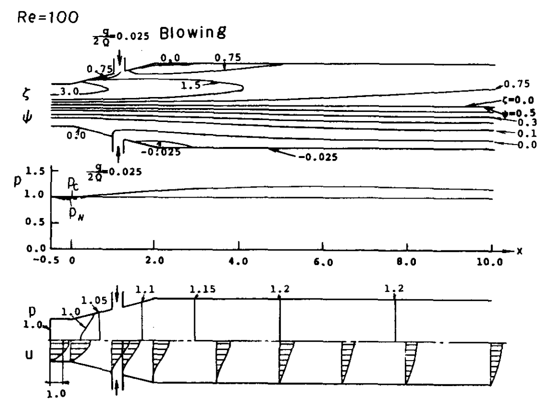
吹出しのある場合は，ない場合に比べて，3例とも Cp_{max} は5%程度低下する。しかし，Cp_{max} の位置は吹出しのない場合と殆ど変わらない。$Re=100$ では吹出しのある場合は無い場合 (3.1.3(1)) より小さい剥離泡がディフューザ出口付近より尾管入口にかけてある。



(a) Re=40



(b) Re=80



(c) Re=100

Fig.13 ψ, ζ, u and p of steady flow in the short diffuser with blowing-ducts and tail-duct (AR=2, q/Q=5%)

この吹出し例は，流れの剝離防止や圧力回復に対して有効ではない。この原因は本方法がディフューザ壁面に垂直に吹き出しており，境界層内で速度の遅くなったまたは剝離した流れをかえって壁面から吹き飛ばし，剝離を助長しているためである。実験上の知見を考慮すると，吹出しは最適な位置で，流れの方向に出来るだけ壁面に平行に吹き出す必要がある。

3.1.6 案内板のあるディフューザ

広がり角の大きいディフューザの内部に適当枚数の中間案内板または翼を挿入して，広がり角の小さい流路に分割する事は，ディフューザ性能を良くするために有効なことが実験的に確かめられている[5,6]。Fig. 14 (a)にその例を示す。この方法は簡単なので，実用上多く使われている。ここでは，ディフューザ部中央から終端までの長さの案内板を，中心線上に1枚挿入した場合を計算した。

(1) 短いディフューザ

Fig. 14(b)に $Re=40$における $AR=2$のディフューザの場合のψ, ζ, p, u 分布を示す。ディメンジョンは3.1.1と同じである。

ψ, ζをみると，流れは案内板に当たって大きくディフューザ壁側に曲げられていることが案内板の無い場合（3.1.1）と大きく異なる点である。

p_c（実線）は流れが案内板に衝突する直前から急激に上昇し，案内板に衝突した点でp_{max}となる。案内板に衝突後急激にpは低下し，その後ディフューザの中ではあるがpを徐々に低下させている。p_w（点線）は案内板先端付近でp_{max}をもつが，p_cに比べてずっと緩やかな分布である。p_wは$x=1.3$以降，p_cと一致し，徐々に圧力は下がる。すなわち，案内板のないディフューザ前半では圧力回復はあるが，案内板のある後半では圧力回復はない。これは，ディフューザの中での圧力上昇より案内板による壁面摩擦が上回っているためである。

uは案内板に衝突すると，流れはふたつに分離され，その上では速度ゼロになり，流路の助走区間流れの速度分布となる。本例はディフューザ部に案内板を一枚挿入したので，その流路の広がり角は半分になり，同じ入口 Re でもそこでは Re が半分になる。本報のような Re の小さな流れでは Re の低下は流れの粘性効果を強くし，圧力回復を無くしている。一般には，広がり角の大きなディフューザに複数の案内板を入れて$2\alpha_{opt}$に近い流路に分割する。

(2) 尾管をもつ短いディフューザ

Fig. 15に $Re=40$での，尾管を持つ $AR=2$のディフ

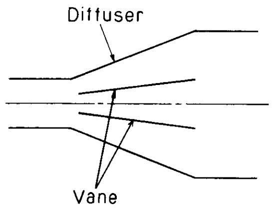


Fig.14 (a) Wide angle diffuser installed vanes

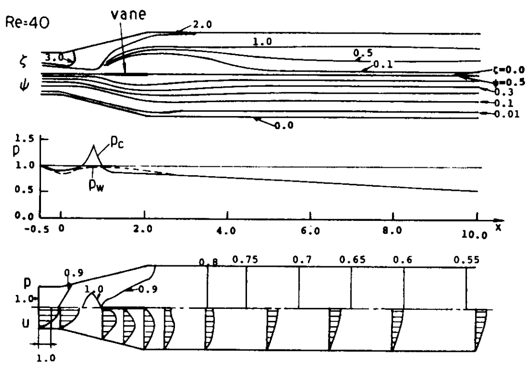


Fig.14 (b) ψ, ζ, u and p of steady flow in the short diffuser with vane (Re=40, AR=2)

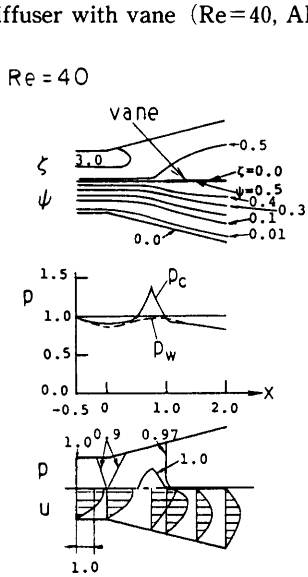


Fig.15 ψ, ζ, u and p of steady flow in the short diffuser with vane and tail-duct (Re=40, AR=2)

ューザのψ, ζ, p, u 分布を示す。ディメンジョンは3.1.3(1)と同じである。

ディフューザ部に置かれた案内板によりψ, ζが大きく曲げられていることは(1)の場合と同様である。しかし，尾管入口ではその上流にある案内板によってふたつに分けられていた流れが再び合流し，物体背後の後流形速度分布から流れは次第に平行流路内の発達した速度分布に移行する。p_w（点線）はディフューザ部では(1)で述べたことと同じであるが，尾管中の$x=2.7$以降では，p_cと一致し，徐々に圧力を低下させる。さらに壁面摩擦係数一定で圧力は直線的に降下する。

p_y分布は案内板の無い場合に比べて，案内板のある前後では大きく歪んでいる。p_{max}の位置は案内板近くにあり，$Re=40$の時，案内板のないディフューザ部前半では圧力回復があるが，案内板のある後半ではpが低下し，ディフューザの中でありながら圧力回復はない。p_x分布も案内板を挿入した事により，案内板前後で大きく歪み，壁と案内板の間に大きな圧力勾配を生じている。

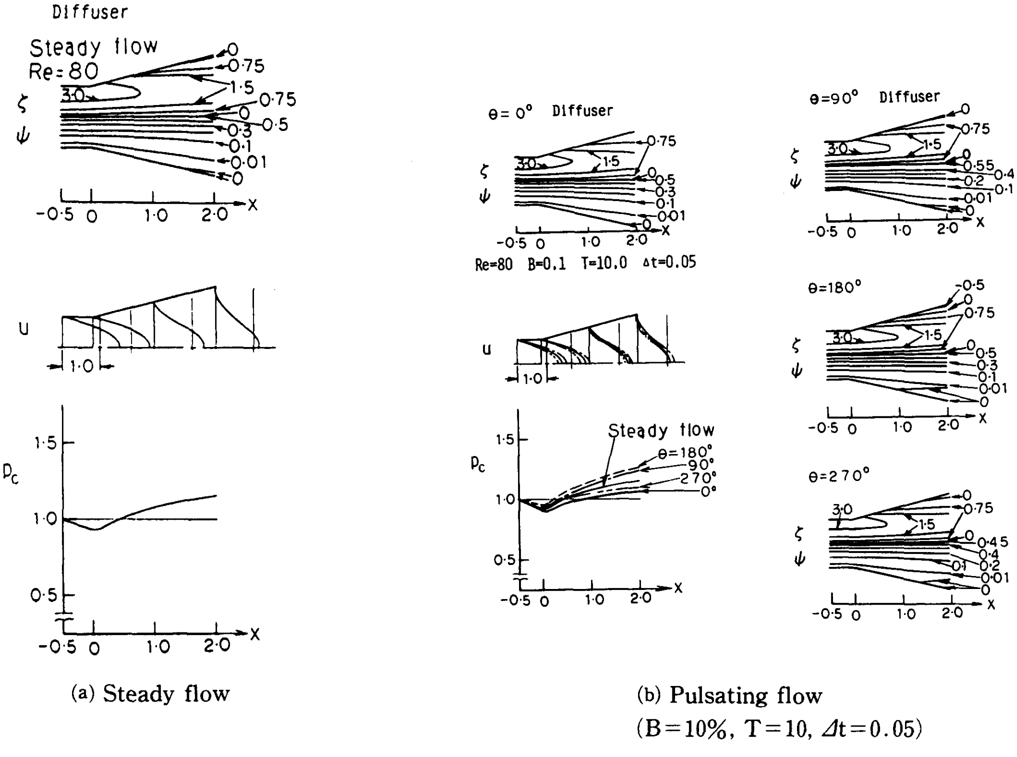
3.2 脈動流れ

この節では，ディフューザ部の短い場合，長い場合，尾管のある場合の脈動ポアズイユ流れを扱った。計算はすべて時間平均$Re=80$の場合である。

3.2.1 短いディフューザ

Fig. 16(a)には，$AR=2$のディフューザにおける定常流れのψ, ζ, u, p 分布を示した。Fig. 16(b)には速度振幅$B=10\%$, 周期$T=10$の脈動流れの1/4周期毎のψ, ζ, u, p 分布を示した。以下に定常流れと脈動流れの場合を比較する。

ψを見ると，定常流れでは剥離域の先端は$x=1.4$の壁面にある。脈動流れの位相$\theta=0$-180°では，正の加速度最大の$\theta=0°$において剥離はない。θが増すと共に剥離域が現れ，だんだん大きくなる。加速度ゼロの$\theta=90°$で$x=1.5$の壁面から剥離し，定常流れより僅かに小さい。更にθを増すと，負の加速度最大の$\theta=180°$で$x=1$の壁面より剥離し，定常流れよりかなり大きく，1周期中最大の剥離域となる。$\theta=180$-360°では，$\theta=180°$での最大剥離域からθを増すと，逆に，剥離域は縮



(a) Steady flow

(b) Pulsating flow
(B=10%, T=10, Δt=0.05)

Fig.16 ψ, ζ, u and p in the short diffuser
(Re=80, AR=6)

小し，加速度ゼロの $\theta=270^\circ$ で $x=1.3$ の壁面から剥離し，定常流れや $\theta=90^\circ$ の剥離域より僅かに大きい。更に θ を増すと剥離域は消え，正の加速度最大の $\theta=360^\circ$ で剥離のない元の流れに戻る。

スロート付近では p_c は p_w より僅かに高いが，その他の断面では p_y は殆ど変わらないので，p には今後 p_c を用いる。p 分布をみると，θ=0-180°では，$\theta=0^\circ$ で定常流れより下流ほど低く，1周期中最低の p 分布となっている。θ が増すと，下流ほど p は高くなる。$\theta=90^\circ$ で定常流れより下流ほど高い p 分布になる。さらに θ を増すと，$\theta=180^\circ$ で定常流れより下流ほど更に高い1周期中最大の p 分布となる。θ=180-360°では，$\theta=180^\circ$ での p_{max} 分布から θ を増すと，逆に，下流ほど p を低下させていく。$\theta=270^\circ$ で $\theta=90^\circ$ や定常流れより下流ほど低い p 分布となる。さらに θ を増すと，下流ほどさらに低くなり，$\theta=360^\circ$ で定常流れより下流ほど低い1周期中最低の元の p 分布に戻る。

1周期中の圧力上昇率は θ=0-90°より θ=90-180°が小さく，降下率は θ=180-270°より θ=270-360°が小さい。また，θ=0-180°の圧力上昇経路は θ=180-360°の降下経路と同じ経路を通らない。

この $T=10$ の場合は1次元脈動流れの加速度項 $\partial u/\partial t$ が対称項 $u\partial u/\partial x$ よりかなり大きい場合(2.5の4))に相当し，流れの非定常性が強く現われたものと考える。すなわち，脈動流れの非定常性が強いために，負の加速域の θ=90-270°では流れを減速させて圧力を上昇させ，逆に，正の加速域の θ=270-90°では圧力を降下させて流れを加速している。また，圧力変動の位相より $\pi/2$ 進んでいる。

3.2.2 長いディフューザ

Fig. 17(a)には，$AR=6$ のディフューザにおける定常流れの ψ，ζ，u，p 分布を示した。

(1) 速度振幅 $B=7.5\%$，周期 $T=10$ の脈動流れ

Fig. 17(b)-(d)には $B=7.5\%$，$T=10$ の場合の1/4周期毎の ψ, ζ, u, p 分布及び負，正の加速度域と1周期の平均圧力分布を示した。

ψ を見ると，定常流れでは剥離域の先端は $x=1.4$ の壁面に，$\psi=-0.025$ の先端は $x=6.4$ にある。θ=0−180°では，$\theta=0^\circ$ で剥離域は1周期中最小であり，その先端は $x=1.9$ の壁面に，$\psi=-0.025$ の先端は $x=8.2$ にある。θ が増すと共に剥離域はだんだん大きくなる。$\theta=90^\circ$ で $x=1.5$ の壁面から剥離し，$\psi=-0.025$ の先端は $x=7$ にある。さらに θ を増すと，$\theta=180^\circ$ で $x=1$ の壁面より剥離し，$\psi=-0.025$ の先端は $x=5.1$ にある。剥離域は定常流れよりかなり大きく1周期中最大となる。θ=180−360°では，$\theta=180^\circ$ の最大の剥離域から θ を増すと，逆に，剥離域は縮小していく。$\theta=270^\circ$ で $x=1.3$ の壁面より剥離し，$\psi=-0.025$ の先端は $x=6.1$ にあり，定常流れや $\theta=90^\circ$ より剥離域はわずかに大きい。更に θ を増すと剥離域は縮小し，$\theta=360^\circ$ で定常流れよりかなり小さい1周期中最小の剥離域をもつ元の流れに戻る。

本例は3.2.1のディフューザより長いので，剥離域もかなり大きい。等渦度線 ζ の拡大，縮小はそれぞれ剥離域の縮小，拡大と同様な関係にある。

p をみると，$\theta=0^\circ$ で定常流れより下流ほど低い1周期中最低の分布となっている。$x=3$ の p_{max} 以降ディフューザ内で圧力は降下し，圧力回復はない。すなわち，定常流れではディフューザ内で p は上昇するが，$\theta=0^\circ$ の正の加速度最大の加速流れではディフューザ部の7割がディフューザとしての役目を失っている。他の θ については，3.2.1で述べたことと同様である。

図中にある *deccel* は負の加速度域（θ=90−270°），*accel* は正の加速度域（θ=270−90°），*mean* は1周期の平均圧力を示した。*accel* 分布は $\theta=0^\circ$ の p と同様にピークをもち，$x=7.3$ の p_{max} 以降ディフューザ内で圧力はゆっくり降下し，圧力回復はない。*deccel* 分布は定常流れよりも下流ほど大きな p 分布となっている。速度振幅は $B=7.5\%$ と小さいので，*mean* 分布は定常流れと殆ど同じである。

(2) $B=15\%$，$T=10$ の脈動流れ

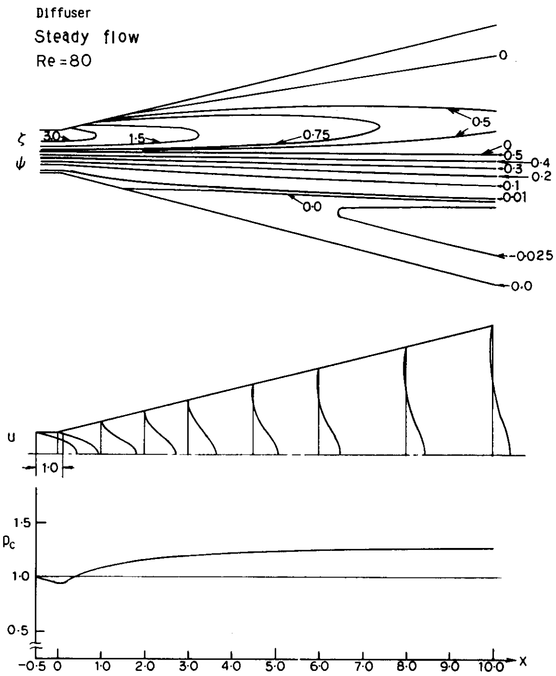
Fig. 17(e)に(1)と同じ周期で B を2倍にした場合の1/4周期毎の p と *deccel, accel, mean* 分布を示す。ここでは，1/4周期毎の ψ，ζ，u 分布は省略した。

p をみると，$\theta=0^\circ$ で定常流れより下流ほど低く，1周期中最低の p 分布となっている。$x=2$ の p_{max} 以降圧力回復はない。また，速度振幅の大きい本 $B=15\%$ の方が(1)より p 分布は大きく降下する。*deccel* 分布は $\theta=0^\circ$ の p と同様にピークをもち，$x=2.5$ 以降ディフューザ内で圧力がゆっくり降下する。これは，正の加速度域では(1)より広い位相範囲でディフューザ内に圧力回復が殆ど無いことを示す。その他の θ の傾向は3.2.1と同様である。ここでは，$B=15\%$ と小さいので，*mean* 分布は定常流れの p よりも1%ほど大きい程度である。また，Bが(1)の2倍なので，圧力振幅もほぼ2倍を示している。

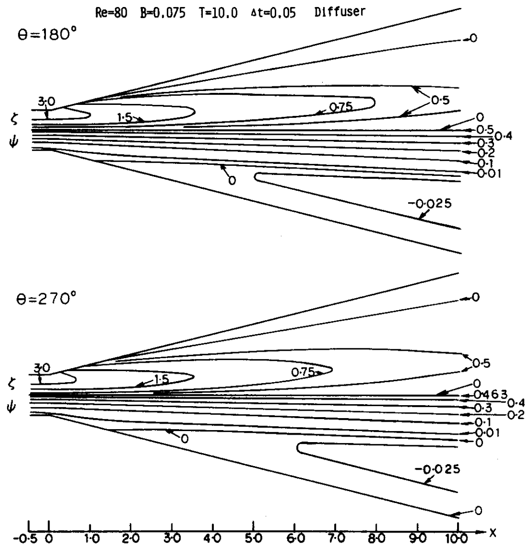
(3) $B=12.5\%$，$T=50$ の脈動流れ

Fig. 17 (f) に T を(1)の5倍，B を5/3倍にした場合の1/4周期毎の p と *deccel, accel, mean* 分布を示す。

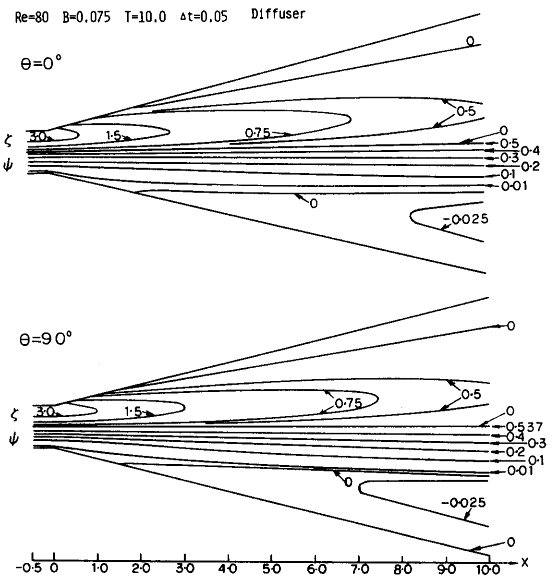
p をみると，θ=270−90°では，負の脈動速度最大の



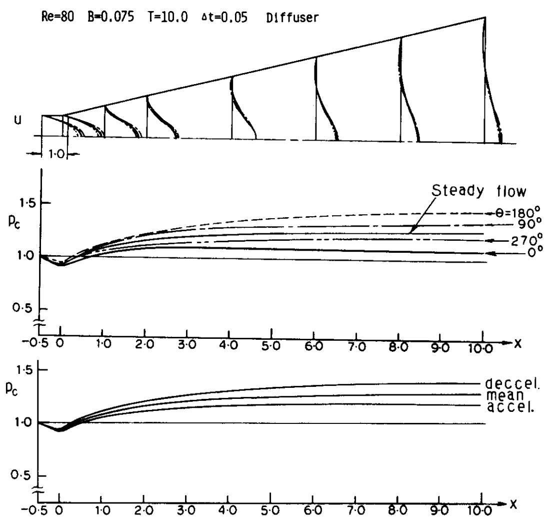
(a) ψ, ζ, u and p of steady flow



(c) ψ, ζ of pulsating flow
(θ=180, 270°, B=7.5%, T=10, Δt=0.05)

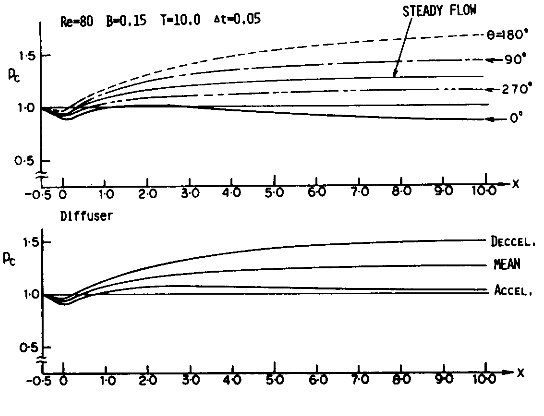


(b) ψ, ζ of pulsating flow
(θ=0, 90°, B=7.5%, T=10, Δt=0.05)

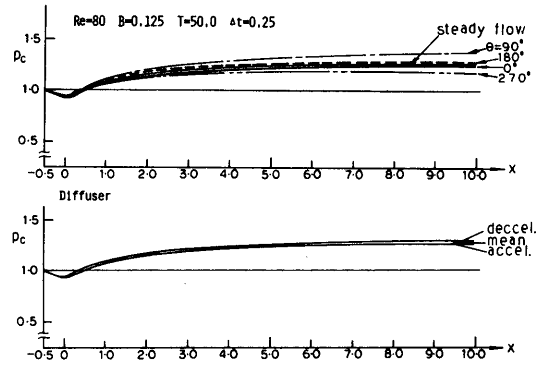


(d) u and p of pulsating flow
(B=7.5%, T=10, Δt=0.05)

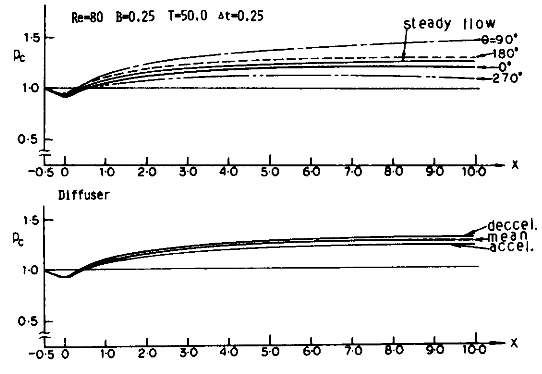
Fig.17 The long diffuser (Re=80, AR=6)



(e) p of pulsating flow
(B=15%, T=10, Δt=0.05)



(f) p of pulsating flow
(B=12.5%, T=50, Δt=0.25)



(g) p of pulsating flow
(B=25%, T=50, Δt=0.25)

Fig.17 The long diffuser (Re=80, AR=6)

$\theta=270°$で下流ほど低い1周期中最低の分布（p_{max}は$x=8.3$）となっている。この点以降圧力回復はない。θを増すと，pは上昇し，全体に下流ほど大きくなる。脈動速度ゼロの$\theta=0°$で定常流れより全体に僅かに低いp分布になる。さらにθが増すと，下流ほどpは大きくなり，正の脈動速度最大の$\theta=90°$で定常流れより下流ほど高い1周期中最大のp分布になる。$\theta=90-270°$では，$\theta=90°$での最大のp分布から，θを増すと，逆にpは下流ほど低くなり，脈動速度ゼロの$\theta=180°$で定常流れより全体に僅かに高いp分布になる。更にθを増すと，下流ほどpが低下する。負の脈動速度最大の$\theta=270°$で下流ほど低い1周期中最低の元のp分布に戻る。

$\theta=0-180°$のpは定常流れより圧力上昇を，$\theta=180-360°$では圧力降下を示す。脈動速度正の$\theta=0-90°$の圧力上昇率は負の$\theta=270-360°$より大きく，一方，脈動速度負の$\theta=180-270°$の圧力降下率は正の$\theta=90-180°$より大きい。また，$\theta=270-90°$の圧力上昇経路は$\theta=90-270°$の降下経路と同じ経路を通らない。よって，脈動流れには流れの履歴がある。ここでは$T=50$，$B=12.5\%$と速度振幅が大きいが，圧力振幅は(1)の$T=10$，$B=7.5\%$より小さい。これは脈動流れによる圧力振幅はTに反比例することを示す。*deccel, accel, mean*分布の傾向は(1)と同じであるが，この3分布は殆ど接近している。

この$T=50$は1次元脈動流れの加速度項$\partial u/\partial t$が対流項$u\partial u/\partial x$よりかなり小さい場合（2.5の(3)）に相当し，定常流れに近い流れが現れたものと考える。一方，1次元脈動流れの圧力勾配（2.5の(4)）は速度が正弦波状のとき，(46)，(48)式より負の加速度に等しく，Tに反比例（角周波数ωに比例）することを示す。すなわち，周期の長い$T=50$の場合は(1)の周期の短い$T=10$より圧力振幅が小さくなる事を示している。脈動流れの非定常性が弱い本例では速度変動の位相と圧力変動の位相は同じである。

(4)　$B=25\%$，$T=50$の脈動流れ

Fig. 17(g)に，Tを(3)と同じで，Bを2倍にした場合の1/4周期毎のpと*deccel, accel, mean*分布を示す。

Bは(3)の2倍なので，圧力振幅もほぼ2倍になっている。また，*mean*分布は定常流れの時より3％程上昇している。その他は(3)で述べた事と同様なので省略する。

3.2.3　尾管をもつ短いディフューザ

Fig. 18(a)には，$AR=2$の尾管をもつディフューザの定常流れのψ，ζ，u，p分布を示した。

(1) $B=7.5\%$, $T=10$の脈動流れ

Fig. 18(b)－(c)に $B=7.5\%$, $T=10$の場合の1/4周期毎のψ, ζ, u, p と *deccel, accel, mean* 分布を示す。

ψを見ると，定常流れでは剥離泡がディフューザ出口角部$x=1.3-2.5$にある。$\theta=0-180°$において，正の加速度最大の $\theta=0°$で定常流れの時にディフューザ出口角部にあった剥離泡はなく（定常流れでは $Re=40$以下に相当する），θ が増すと共に正の加速度が弱まるので剥離泡が現われる。更に θ を増すと，加速度ゼロの $\theta=90°$で剥離泡は定常流よりもわずかに小さい。さらに θ を増すと，負の加速度最大の $\theta=180°$に向かって剥離泡は成長し，そこでは定常流れよりも大きく，1周期中最大となる。$\theta=180-360°$では，$\theta=180°$の最大の剥離泡から θ が増すと，負の加速度の減少にともなって剥離泡は小さくなり，$\theta=270°$で定常流れよりも僅かに大きい。さらに θ を増すと，正の加速度の増大とは逆に小さくなり，ついには消滅し，正の加速度最大の $\theta=360°$で剥離泡の無い元の流れに戻る。

$\theta=90-180°$の剥離域の拡大率は $\theta=0-90°$より大きく，$\theta=270-360°$の減少率は $\theta=180-270°$より大きい。

ζの下流方向への伸長，縮小は剥離域の縮小，拡大と同様な傾向にある。

p をみると，$\theta=0-180°$では，$\theta=0°$で定常流れより下流ほどかなり低下した1周期中最低の分布から，θ が増すと共に下流側ほど増大する。$\theta=90°$で定常流れよりも全体に高い p 分布を持つ。さらに θ が増すと共に p は下流側ほど増大し，$\theta=180°$で定常流れよりもかなり高く，下流に向かって増大した1周期中最大の p 分布（本尾管中には圧力ピークはなく，更に後方）になる。この事より，流れの減速最大の付近では，圧力回復に必要な尾管は本尾管長さでは不足していることがわかる。$\theta=0-90°$の圧力上昇率は $\theta=90-180°$より大きい。$\theta=180-360°$では $\theta=180°$の p_{max}分布から θ を増す時，逆に $\theta=90-180°$での圧力上昇より早く降下する。加速度ゼロの $\theta=270°$で定常流れより全体にわずかに低下した p 分布となる。さらに θ を増す時，p は下流ほど低下する。正の加速度最大の $\theta=360°$で定常流れよりかなり低下した1周期中最低の元の p 分布に戻る。圧力降下率は $\theta=180-270°$が $\theta=270-360°$より大きい。p_{max}点は定常流れでは$x=4.9$にあるが，脈動流れでは $\theta=0°$で$x=2.8$, $\theta=90°$で$x=4.7$, $\theta=180°$で，本尾管内にはない。$\theta=270°$で$x=5.5$, $\theta=360°$で元の$x=2.8$に戻る。すなわち，$\theta=0-180°$では θ の増加と共に p_{max}点は下流方向に移動し，$\theta=180-360°$では θ の増加と共に上流方向に遡り，$\theta=360°$で元の位置に戻る。

deccel 分布は全体が定常流れの場合より高く，下流ほど高い。一方，*accel* 分布は定常流れのそれよりも低く，下流ほど低い。本脈動流れの $B=7.5\%$は小さいので，*mean* 分布は定常流れとほとんど同程度である。

$\theta=0-180°$の圧力上昇，剥離域拡大の経路は $\theta=180-360°$の圧力降下，剥離域縮小の経路とそれぞれ違った経路を通る。3.2.1，3.2.2(1)，(2)と同様に本例の $T=10$は流れの非定常性を強く現わしている。

(2) $B=15\%$, $T=10$の脈動流れ

Fig. 18(d)に(1)と同じ周期で，B を2倍にした場合の1/4周期毎の p と *deccel, accel, mean* 分布を示す。

同じ $T=10$で，Bは(1)の2倍にしたので，圧力振幅はほぼ(1)の2倍であることを示す。p_{max}点は定常流れでは，$x=5$にあるが，$B=15\%$の本脈動流れでは $\theta=0°$で$x=1.7$, $\theta=90°$で$x=4.1$, $\theta=180°$で，本尾管内には現われず，圧力回復には更に長い尾管を必要とする。$\theta=270°$で$x=6.5$にある。$\theta=360°$で元の$x=1.7$に戻る。その他は(1)と同様なので省いた。

(3) $B=1.5\%$, $T=10$の脈動流れ

Fig. 18(e)に(1)と T を同じくし，B を1/5倍にした場合の1/4周期毎の p と *deccel, accel, mean* 分布を示す。

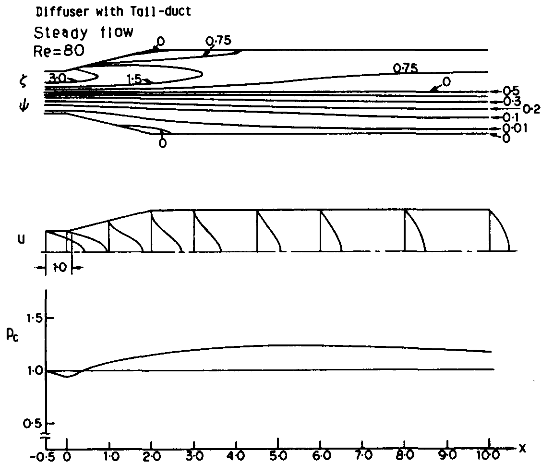
同じ $T=10$で，B は(1)の1/5倍なので，圧力振幅はほぼ1/5倍であることを示す。p_{max}点は定常流れでは，$x=5$にあるが，$B=1.5\%$の本脈動流れでは $\theta=0°$で$x=4.5$, $\theta=90°$で$x=5.1$, $\theta=180°$で$x=6$, $\theta=270°$で$x=5.5$にある。$\theta=360°$で元の壁面$x=4.5$に戻る。

B を小さくすると，圧力振幅もそれに比例して小さくなり，本尾管長さでも十分圧力回復は可能であることが分かる。その他は(1)と同様なので省いた。

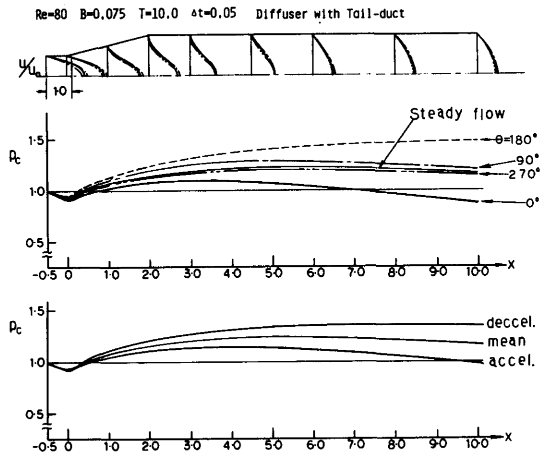
(4) $B=12.5\%$, $T=50$の脈動流れ

Fig. 18(f)－(g)に T を(1)の5倍，B を5/3倍にした脈動流れの1/4周期毎のψ, ζ, p と *deccel, accel, mean* 分布を示す。

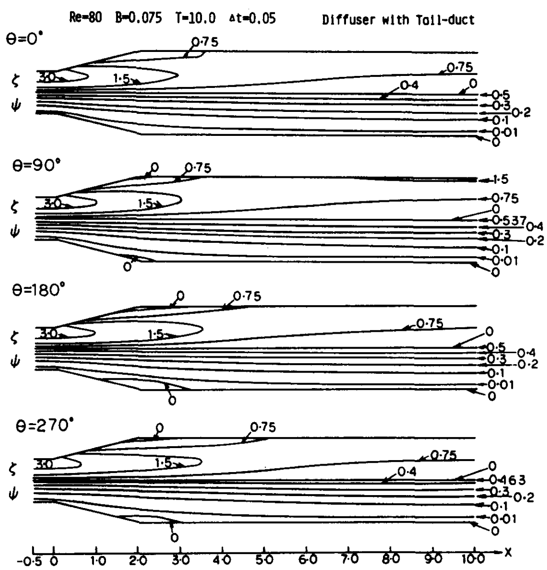
ψをみると，定常流れでは剥離泡がディフューザ出口角部$x=1.3-2.5$にある。$\theta=270-90°$では，定常流れの時にディフューザ出口角部にあった剥離泡は負の脈動速度最大の $\theta=270°$で，1周期中最小の大きさとなっている。θ が増すと共に負の速度が弱まるので剥離泡が徐々に大きくなる。更に θ が増すと，脈動速度ゼロの $\theta=0°$で定常流よりもわずかに小さい剥離泡をもつ。さらに θ が増すと，正の脈動速度最大の $\theta=90°$に向かって剥離泡は成長し，定常流れの場合よりも大



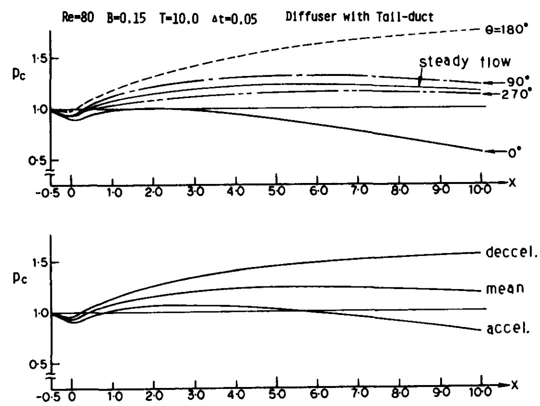
(a) ψ, ζ, u and p of steady flow



(c) u and p of pulsating flow
(B=7.5%, T=10, Δt=0.05)

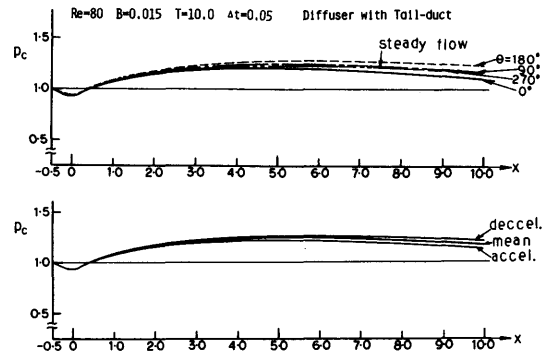


(b) ψ, ζ of pulsating flow
(B=7.5%, T=10, Δt=0.05)

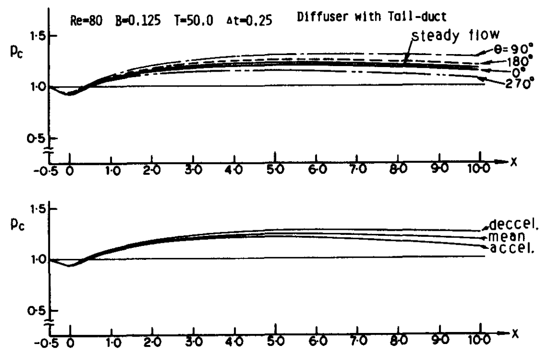


(d) p of pulsating flow
(B=15%, T=10, Δt=0.05)

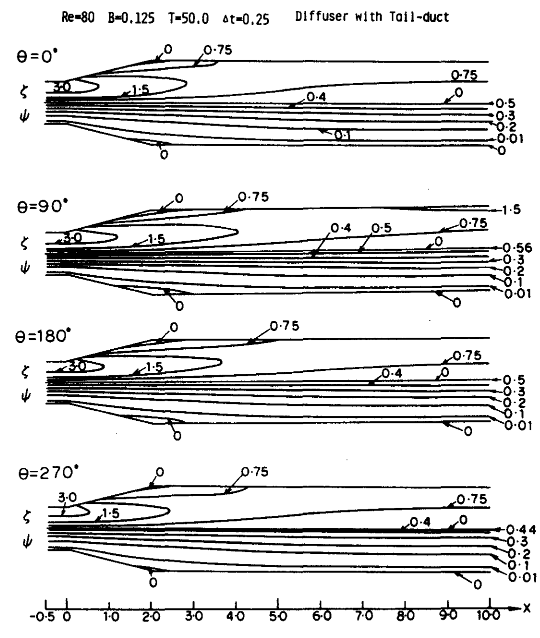
Fig.18 The short diffuser with tail-duct
(Re=80, AR=2)



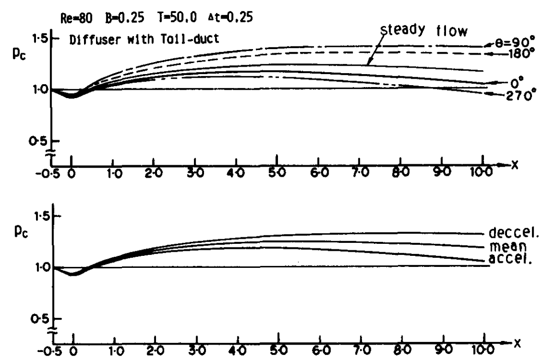
(e) p of pulsating flow
(B=1.5%, T=10, $\Delta t=0.05$)



(g) p of pulsating flow
(B=12.5%, T=50, $\Delta t=0.25$)



(f) ψ, ζ of pulsating flow
(B=12.5%, T=50, $\Delta t=0.25$)



(h) p of pulsating flow
(B=25%, T=50, $\Delta t=0.25$)

Fig.18 The short diffuser with tail-duct
(Re=80, AR=2)

きく，1周期中最大の剥離泡となる。$\theta=90-270^\circ$では，$\theta=90^\circ$の最大の剥離泡からθが増すと，正の速度の減少にともなって小さくなり，脈動速度ゼロの$\theta=180^\circ$で定常流れよりも僅かに剥離泡は大きい。さらにθを増すと，流れの負の速度の増加と逆に剥離泡は更に小さくなり，負の脈動速度最大の$\theta=360^\circ$で1周期中最小の剥離泡となり元に戻る。

(1)の$T=10$，$B=7.5\%$の場合，$\theta=0^\circ$でディフューザ出口角部に剥離泡は無いが，$T=50$，$B=12.5\%$の本脈動流れでは定常流れよりも小さい1周期中最小の剥離泡をもつ。(1)の1周期中最大の剥離泡（$\theta=180^\circ$）はここでのそれ（$\theta=90^\circ$）よりも大きい。すなわち，(1)の場合は本脈動流れ（定常流れに近い流れ）より非定常性が強いと言える。$\theta=0-90^\circ$の剥離域の拡大率は$\theta=270-360^\circ$より大きく，$\theta=180-270^\circ$の剥離域の減少率は$\theta=90-180^\circ$より大きい。

pをみると，$\theta=270-90^\circ$では，$\theta=270^\circ$で定常流れより下流ほど低い1周期中最低のp分布（p_{max}点は$x=4$）となっている。θを増すと，pは上昇し，下流ほどpは大きくなる。$\theta=0^\circ$において定常流れより全体に僅かに低いp分布（p_{max}点は$x=5.5$）になっている。さらにθが増すと，下流ほどpは大きくなり，$\theta=90^\circ$では定常流れより下流ほど高い1周期中最大のp分布（p_{max}点は$x=6.3$）となる。$\theta=90-270^\circ$では，$\theta=90^\circ$で最大のp分布から，θを増すと，逆にpは下流ほど低くなり，$\theta=180^\circ$で定常流れより全体に僅かに高いp分布（p_{max}点は$x=5.7$）になる。さらにθを増すと，下流ほどpを低下させていく。$\theta=270^\circ$で下流ほど低い1周期中で最低の元のp分布に戻る。

$T=50$，$B=12.5\%$の本脈動流れは(1)の$T=10$，$B=7.5\%$より速度振幅は大きいが，圧力振幅は(1)より小さい。これは圧力振幅が前に述べた様にTに反比例するからである。ここのTは3.2.1，3.2.2(3)と同じである。

(5) $B=25\%$，$T=50$の脈動流れ

Fig. 18(h)に，Tを(4)と同じで，Bを2倍にした場合の1/4周期毎のpと*deccel, accel, mean*分布を示す。同じ$T=50$でBを(4)の2倍としたので，圧力振幅もほぼ2倍になっている。また，*mean*分布は定常流れより3％程上昇している。その他については重複するので省いた。

4. 結　論

二次元対称ディフューザ内定常流れおよび脈動流れに対して，非圧縮性層流を仮定し，N－S方程式を流れ関数と渦度で表わした式を差分化し，数値的に解いた。その結果，

定常流れの場合は，ディフューザ性能向上に有効なことが実験的に確かめられている尾管，吸込み，吹出し，案内板について本解析より，

1．ディフューザ部出口に尾管を付けると圧力回復に効果的であるが，レイノルズ数に応じた，圧力回復に適した尾管長さがある。

2．ディフューザ部で境界層吸い込みを行なうと圧力回復に効果的であるが，その効果を上げるには最適位置を選ぶ必要がある。

3．本計算例のように，壁面に垂直に流れを吹き出すとディフューザ内境界層の遅くなったまたは剥離した流れを壁面から吹き飛ばすことになり，圧力回復には効果はない。効果的な吹出しを行なうにはその方向と位置を十分に検討する必要がある。

4．広がり角の大きなディフューザに案内板を挿入すると圧力回復に効果的である。

5．同じ広がり角をもつ面積比の大きいディフューザは小さい場合に比べより大きな圧力回復率が得られるが，流れの剥離域や壁面摩擦も大きくなり，また理論圧力分布に近づくので圧力回復率の上昇には限界がある。

脈動流れについては，

6．変動速度の周期の短い場合には，流れの非定常性が強く，圧力振幅は周期の長い場合より大きくなる。また，変動圧力の位相は変動速度の位相より$\pi/2$進んでいる。また，脈動流れの正の加速度域では圧力を降下させて流れを加速し，その逆に，負の域では流れを減速させて圧力を上昇させている。

7．変動速度の周期の長い場合には定常流れに近くなり，正の変動速度域では定常流れより圧力上昇を，負の域では圧力降下を示す。また，変動圧力の位相は変動速度の位相と同じである。

8．圧力上昇時と降下時の圧力経路は異なり，流れに履歴がある。

これらは，N－S方程式の非定常性と強い非線形性の結合によるものと考える。

最後に，本結果の一部は動脈内拍動流，純流体素子や油圧管路内流れの非定常解析に役立つものと考える。

また，本計算は当所計算センタの電子計算機FACOM M180II－ADを用いたことを付記する。

5. 参考文献

1）古屋善正，藤本哲夫，津和康和：ディフューザ内流れの数値解析（吸込みのある場合），ターボ機械，

第 2 巻，第 4 号（1974），pp. 350－356

2）伊藤忠哉，末松良一，下川行夫，田中勝之：2 安定形純流体素子負荷形発信器の研究（第 1 報，素子内の流動現象と素子特性の表示），日本機械学会論文集，第39巻，第321号（1973），pp. 1599-1608

3）S. Yokota, K. Nakano and T. Yamaguchi : Oscillatory Flow Through a Sharp-edged Sudden Contraction of a Circular Tube, Bulletin of Research Laboratry for Precision Machinery and Electronics, Tokyo Institute of Technology, No. 51（1983），pp. 1-9

4）堀越長次，佐野学：側壁付着形純流体素子内の流れの解析（ナビエ・ストークス方程式の非定常差分近似解による方法），日本機械学会論文集，第43巻，第367号（1977），pp. 1062-1067

5）桜井照男：ターボ流体機械とディフューザ，日刊工業新聞社（1983）

6）D. S. Miller : Internal Flow System, BHRA Fluid Engineering（1978）

7）J. Ackeret : Aspects of Internal Flow, Fluid Mechanics of Internal Flow（Proceedings of the Symposium on the Fluid Mecanics of Internal Flow in 1965）ed. by G. Sovran, Elsevier Publishing Co.（1967）

8）C. A. Holzhauzer and L. P. Hall : Exploratory Investigation of the Use of Area Suction to Eliminate Air-Flow Separation in Diffusers Having Large Expansion Angles, NACA TN-3793（1956）

9）古屋善正，佐藤隆夫，櫛田武広：入口吸込みの場合の円すい広がり管の損失，日本機械学会論文集，第31巻，第224号（1965），pp. 553-560

10）古屋善正，藤本哲夫，山里栄昭，都筑功，西浦一郎：入口吸込みによる二次元ディフューザの性能改善，日本機械学会論文集，第35巻，第274号（1969），pp. 1249-1256

11）P. J. ローチェ：コンピュータによる流体力学（上巻，下巻），構造工学研究所（1978）または，
P. J. Roache : Computational Fluid Dynamics, Hermosa Publishers Inc.（1976）

12）秋元正幸：熱水力保存式の数値解析法，日本機械学会，第579回講習会テキスト（1984），pp. 1-20

13）里深信行：熱・流体工学における差分法の基礎と応用，日本機械学会関西支部，第124回講習会テキスト（1984），pp. 15-30

14）スハスV. パタンカー：コンピュータによる熱移動と流れの数値解析，森北出版（1985）または，
S. V. Patankar : Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere Publishing Co.（1980）