ガスタービン燃焼器の流動解析

青木修一*

Numerical Analysis of Flows in a Gas

Turbine Combustor

By

Shuichi AOKI

Abstract

The correspondence to the present demand for high powered density gas turbine engines results in establishing the design method of the combustion system to operate at high pressure levels, higher fuel/air velocities at inlet, and increased outlet temperature levels.

One of the flow patterns often employed in modern combustors is that of coaxial jet flow. In this pattern, the central toroidal recirculation zone (CTRZ) is formed in addition to the corner recirculation zone (CRZ). These two regions are the most important flow regions in any combustor flow field. Most of the combustion occurs in and near the CTRZ.

In this report, a numerical study of turbulent, isothermal, confined inert co- and counterswirling axial flows in an axisymmetric model combustor is presented. Closure of the Reynolds equations is achieved by using a conventional $k \cdot \epsilon$ turbulence model.

The results include recirculation zone characterization, predicted streamline pattern, axial and swirl velocity profiles.

The numerical method which models the coaxial jet flow predicts these flow regions reasonably.

Results show that the strength of the outer swirl affects dominantly the size of CTRZ and for co-swirling the outer flow increases both length and width of the CTRZ. However, counter-swirling inner flow decreases the length of CTRZ and its width; therefore, it creates a more compact recirculation zone with a larger recirculating mass and higher turbulence intensities in the immediate upsteam zone.

*機関動力部 原稿受付:平成2年2月5日

目次	D	燃焼器内筒径
	d	噴射弁口径
1.はじめに	е	格子点PとEの中間点
2.基礎方程式と計算方法	E	壁面摩擦係数(=9.8)
 2.1 燃焼器モデル 		または、格子点Pの東側の隣接格子点
2.2 基礎方程式	G	質量流束
2.3 離散化法	Gx	運動量の軸方向流束
2.4 SIMPLE法	G_{ϕ}	角運動量の軸方向流束
2.5 乱流モデルの定数	I	x方向格子点番号
2.6 境界条件	J	y方向格子点番号
2.6.1 流入条件		または、全流束
2.6.2 流出条件	k	乱流運動エネルギ
2.6.3 対称軸上の条件	L	燃焼器内筒長さ
2.6.4 内筒壁上の条件		または、計算領域の長さ
2.6.5 対称軸に近い旋回速度	L_t	乱流の渦スケール
2.7 緩和法	n	格子点PとNの中間点
2.8 TDMA	Ν	格子点Pの北側の隣接格子点
2.9 収束判定	Р	セルペクレ数
2.10 流れ関数	р	压力
2.11 スワール数	Q	流量
2.12 計算法の検討	r	燃焼器半径方向
2.13 計算条件など		または、半径
3.計算結果	R ¢	ソース残差
3.1 環状噴流のみの場合	Re	レイノルズ数
3.1.1 旋回なしの場合	S	格子点PとSの中間点
3.1.2 旋回のある場合	S	スワール数
3.2 環状噴流と中心噴流のある場合		または、格子点Pの南側の隣接格子点
3.2.1 旋回のない場合	S_{ϕ}	一般方程式のソース項
3.2.2 片方の噴流に旋回のある場合	u	軸方向速度
3.2.3 両噴流共旋回のある場合	U	速度uのセル
3.4 CTRZ、CRZコンタのまとめ	v	半径方向速度
3.5 k-εモデルの問題点	V	総接線速度
4.結論		コントロール・ボリュームの体積
謝辞		または、速度vのセル
参考文献	V^+	総摩擦速度
付録A ハイブリッド差分法	W	旋回(周方向)速度
付録B スワールのある場合の壁関数		または、格子点PとWの中間点
使用記号	W	格子点Pの西側の隣接格子点
A 面積	х	燃焼器軸方向
C 速度u、v以外の変数 のセル	У	壁からの距離
C ₁ 乱流モデル定数(=1.44)	\mathbf{Y}^+	壁からの無次元距離
C ₂ 乱流モデル定数(=1.92)	α	旋回羽根角(度)
C _D 乱流モデル定数 (=1.0)	Γ_{ϕ}	乱流の交換係数
C _μ 乱流モデル定数(=0.09)	δx	x方向の格子間距離
(000)		

(266)

壁と一番近い格子との間の距離 δP kの散逸率 æ θ 燃焼器の周方向 または、壁近くのVとuのなす角度 カルマン定数(=0.4187) к 流体の分子粘性係数 μ_1 流体の有効粘性係数 $\mu_{\rm e}$ 流体の乱流粘性係数 μ_{t} 動粘性係数 ν 円周率 π 流体の密度 ρ 乱流のプラントル数 σ_{ϕ} 壁に極近い格子点での_{Tt}の近似値 $au_{
m k}$ 総接線せん断応力 T_{t} 変数(1、u、v、w、k、 ϵ のいずれかをとる) φ または、壁近くのVとvのなす角度 流れ関数 Ŷ 緩和係数 ລ 添 孛 0 原点の値 1 環状噴流 または、環状噴流の外端 2 中心噴流 または、中心噴流の外端 В 壁での値 または、バッフル 格子点PとEの中間点 е ex 燃焼器出口の値 スワラのハブ h in 燃焼器入口の値

max 最大值

n 繰り返し計算の回数

または、格子点PとNの中間点

- コントロール・ボリュームのP点での値
- r 半径方向

Ρ

- s 格子点Pの南側の隣接格子点
- U Uセルの値
- w 格子点PとWの中間点
- x 軸方向
- θ 周方向
- ϕ 変数(1、u、v、w、k、 ϵ のいずれかをとる)
- -緩和計算した値
- ' 補正値
- * 推測值

1. はじめに

ガスタービン燃焼器内の流れは液体燃料の場合、燃 料噴射弁から噴霧された液体燃料が微粒化されなが ら、スワラからの燃焼用空気と一部の再循環した燃焼 ガスとで形成された再循環領域内に到達する。この燃 料の微小液滴はここで高温の空気と混合し、着火遅れ を伴った蒸発燃焼をし、高温燃焼ガスとなり、急激に 体積を膨張させる。二次冷却空気や燃焼筒からの冷却 空気と希釈混合しながら適当な温度を持った燃焼ガス となり、燃焼器出口からタービンへ導かれる¹⁻³⁾。この 燃焼器の模式図をFig. 1 およびFig. 2 に示す。

液体燃料は主に石油系であり、多成分系である。そ の微粒化と液滴の蒸発による着火遅れを伴った燃焼 は、現在それぞれが重要な研究分野となっているほど 複雑である。このため、燃焼現象に関する研究は精力 的に行われているが、そのモデル化はまだあまり進ん でいない。また、気体燃料では総括燃焼反応式の一番



Fig. 1 Main components of a gas turbine combustor¹⁾

(267)



Fig. 2 Schematic figure of a gas turbine combustor

簡単な酸素-水素燃焼火炎一つをとっても燃焼反応は 非常に複雑で、現在数十から百個程の燃焼素反応式を 連立して解かなければ、ある程度の精度で温度分布、 化学種濃度分布および流れ場を予測することが出来な い。このための計算量も膨大であり、実用的ではない。 更に現時点ではノルマルへキサデカン(C₁₆H₃₄)程度 の炭化水素に対するエンタルピを用いた総括反応によ る燃焼計算もできるようになったが、計算した温度と 実測値とはまだ良く合わない。

さて、ガスタービンの性能向上には高温高圧化を行 う必要がある。この燃焼器をコンパクト化し、高温高 圧の燃焼ガスを得るためには高負荷燃焼が不可欠であ る。これを実現化し、安定な燃焼と良好な温度場をも つ燃焼器を設計・開発するためには燃焼器内の流れ場 を十分に把握する必要がある。

このために、当研究所では現在まで舶用ガスタービ ン燃焼器の研究を一貫して行ってきた。その研究は実 験的に行われてきたが、最近の電子計算機及び数値解 析法の急速な発展を勘案し、ここ2~3年、ガスター ビン燃焼器の性能を数値法で把握する事も検討してき た。将来はその燃焼場を数値法で予測することを目標 にしているが、現時点ではそこまで達していない。そ の主な理由は上述したように、燃焼現象が複雑なため に、ある程度の精度をもって燃焼場を予測できる使い 易い燃焼モデルが得られないからである。

しかし、ここでは燃焼を伴う数値計算へのステップ として燃焼を伴わない燃焼器(Cold model)内の流れ 場を数値解析する事にした。このような流れ場でも実 験に先立って知ることが出来れば、実験の目安にする ことが出来るし、実験点数も減らすことができる。ま た、燃焼器を改良する指針にもなり得るからである。

本報告では簡単なガスタービン燃焼器をモデル化

し、軸対称、等温旋回流れ場の仮定の下に、k-ε乱流 モデルを用いて、数値シュミレーションを行った。計 算した燃焼器の流れ場は入口の中心軸上に噴射弁(旋 回なし中心噴射)の有る場合又は無い場合とスワラ(旋 回環状噴流)のある場合である。また、中心噴流に正 または逆の旋回を与え、旋回環状噴流との干渉(拘束 同軸噴流)を調べた。スワラの旋回羽根角は0~70°と し、そこを通る軸速度は52.4 m/s、中心噴流の旋回羽 根角は-45~45°とし、その軸速度は150 m/sの20℃空 気とした。

先に述べたように燃焼は燃焼器内に形成される中心 部再循環領域で主に行われる¹⁴⁾。それ故、本報では拘束 同軸噴流流れ場によって形成される二つの再循環領 域、すなわち中心部及び角部のそれらについて詳述し た。また、計算結果は流れ関数、軸速度、旋回速度分 布などを用いて表した。旋回のある拘束同軸噴流を 扱った数値法の文献には(4-10)、燃焼器内再循環領域 を実験的に扱った文献には(8、11-13)、旋回噴流を 扱った成書には(14-16)、本報に用いた数値法を扱っ た成書には(7)がある。

2. 基礎方程式と計算法

2.1 燃焼器モデル

解析を行った無孔式ガスタービン燃焼器をFig.3 に示す。これは超撹拌型水素燃焼ガスタービン燃焼器 の開発を目的にして、まずライナにある空気冷却孔の 影響を除いた燃焼特性を調べるために設計された燃焼 器である。Fig.4に主な燃焼器の流れ模様を示す。図 aは対向噴流型燃焼器である。図bはスワラ(旋回器)



- Fig. 3 Model of gas turbine combustor for computation
 - 1 : fuel injector with swirl vanes
 - 2 : swirler 3 : ignition plug 4 : liner
 - 5: casing 6: baffle

(268)



Fig. 4 Flow patterns in primary-zone¹⁾ (a) Opposite jet type (b) Swirl-stabilized type

(c) Combined swirl and opposite jet type

付き燃焼器で、本計算に用いた形式である。図 c は対 向噴流型とスワラ付きの複合形で、実用燃焼器はほと んどこの形式である。

2.2 基礎方程式10)

座標系は主流方向をx軸、半径方向をr軸、円周方向 を θ 軸とする円筒座標系を用いた。対応する速度をそ れぞれu、v、w、圧力をpとする。流れは燃焼の無い流 れとし、定常な軸対称、等温旋回流れ場を仮定する。 軸対称な粘性流れ場を支配する時間平均化した Navier-Stokes (N-S) 方程式(または、Reynolds 方程式とも言う)、連続の式及び乱流モデルに標準のk (乱流運動エネルギ)- ϵ (kの散逸率)の2方程式乱流 モデルを用いると、一般方程式は次式で表せる。

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left\{ r \left(\rho u \phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \left(\rho v \phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \right\} \right] = S_{\phi}$$
(1)

ここで、 ρ は流体の密度、 Γ_{ϕ} 、 S_{ϕ} はそれぞれ変数 ϕ の 乱流の交換係数及びソース項である。上式で変数 ϕ に

Table 1The form of the source term in
the general equation for ϕ (eq. (1))

ø	σ_{ϕ}	S _ø
1 .	1.0	0
U	1.0	- 3p + Su
v	1.0	$-\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\rho w^2}{r} - \frac{2\mu v}{r^2} + S_v$
w	1.0	$-\frac{\rho v w}{r} - \frac{w}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r \mu_{\circ})$
k	1.0	G-C _D ρε
3	1.2	$(C_1 \varepsilon G - C_2 \rho \varepsilon^2)/k$

1をとると連続の式、u、v、wをとると、それぞれの運動量方程式、k、 ϵ をとると、それらの輸送方程式を示す。Table 1に一般方程式のソース項S $_{\phi}$ と(7)式にあらわれるプラントル数 σ_{ϕ} を示す。ここで、Table 1のSu、Sv、Gは次式で与えられる。

$$S_{u} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{e} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu_{e} \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$
(2)

$$S_{v} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{e} \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu_{e} \frac{\partial V}{\partial r} \right)$$
(3)

$$G = \mu_{e} \left[2 \left\{ \left(\frac{\partial}{\partial x} \right)^{2} + \left(\frac{\partial}{\partial r} \right)^{2} + \left(\frac{\partial}{\partial r} \right)^{2} + \left(\frac{\partial}{\partial x} \right)^{2} \right\} + \left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \right)^{2} + \left\{ r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{w}{r} \right) \right\}^{2} + \left(\frac{\partial}{\partial x} \right)^{2} \right] \quad (4)$$

また、乱流粘性係数µtは乱流モデルのk、 εを使うと、

$$\mu_{\rm t} = C_{\mu} \rho \, {\rm k}^2 / \varepsilon \tag{5}$$

で表される。

次に、有効粘性係数µeを乱流粘性係数µtと分子粘性 係数µ1との和で定義すると、

$$\mu_{\rm e} = \mu_{\rm t} + \mu_{\rm 1} = C_{\mu} \rho k^2 / \varepsilon + \mu_{\rm 1} \tag{6}$$

で与えられる。乱流の交換係数Γ。を

$$\Gamma_{\phi} = \mu_{\rm e} / \sigma_{\phi} \tag{7}$$

で与える。

2.3 離散化法10,16,17)

(1)式をコントロール・ボリューム法、中心差分と 風上差分のハイブリッド差分スキーム(付録A)、ス タッガード格子(Fig. 5)を用いて差分化した。即ち、 p、w、k、 ϵ はFig. 5の点線で囲ったコントロール・ボ リューム内の格子点P(I, J)(同図の●)に、u、vは それぞれコントロール・ボリュームの境界のw点(同図 の→)、s点(同図の↑)に置いた。P、w(Fig. 6 bの

(269)

→)、s (Fig. 6 cの ↑) 点に対するコントロール・ボ リュームC、U、VをそれぞれFig. 6 a、Fig. 6 b、Fig. 6 cに示す。計算格子は非一様格子系を用いた。差分方 程式の解法にはSIMPLE法 (2.4節)とx、r方向それ ぞれに標準のTDMA(2.8節)を用い、線順緩和法(2. 7節) で解いた。壁面近傍の格子点と壁面とのつなぎ には壁関数(付録B)を用いた。ここで離散化法につい て、以下に少し述べる。

各々の ϕ に対する差分方程式(1)式はそれぞれの ϕ の位置に中心をもつコントロール・ボリューム(p、w、k、 ϵ に対してはFig. 6a、uに対してはFig. 6b、vに対してはFig. 6cのセルを用いたスタッガード格子)で積分(対流項と拡散項はそれぞれ対流流束、拡散流束の表面積分をし、ソース項を線形化)すると、次式の



Fig. 5 Staggered grid system and notation for the rectangular computational mesh for primitive variables.

ように得られる。

$$(\rho u \phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x})_{e} A_{e} - (\rho u \phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x})_{w} A_{w}$$
$$+ (\rho u \phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x})_{n} A_{n} - (\rho u \phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x})_{s} A_{s}$$
$$= (S_{P}^{\phi} \phi_{P} + S_{U}^{\phi}) \cdot V \qquad (8)$$

ここで、 A_e 、 A_w はそれぞれx方向に垂直なe面、w面の面積、 A_n 、 A_s はそれぞれr方向に垂直なn面、s面の面積を表す。また、(1)式のセル体積積分は

$$\int_{V} S_{\phi} dV = S_{P}^{\phi} \phi_{P} + S_{U}^{\phi}$$
(9)

のように線形化した。この線形化したS $_{P}^{\phi}$ 、S $_{U}^{\phi}$ をTable 2に示す。添え字n、s、e、wはそれぞれn、s、e、wセ ル面、Vはコントロール・ボリューム体積を表わす。

Table 2The form of the components of the
linearized source term

ø	Γø	S#/V	S\$/V
1	0	0	0
u	μ.	0	S" - 32 9x
v	μ.	$-2\frac{\mu}{r^2}$	$S^{v} + \frac{\rho w^{2}}{r} - \frac{\partial p}{\partial r}$
w	μ.	0	$-\frac{\rho v w}{r} - \frac{w}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r \mu_{\bullet})$
k	μ./σ.	$-C_{\mu}C_{\nu}\rho^{2}k/\mu$.	G
ε	μ.,/σ _ε	-C2 p & /k	CıC _µ Gρk/µ.



Fig. 6 The three control volumes associated with points of three grids. Areas A_n,A_s,A_e and A_w for C, similar for U and V
(a) Control volume C-face
(b) Control volume U-face
(c) Control volume V-face (8)式を一般差分方程式で書くと次式のようにな る。

$$\sum_{i} a_{i}^{\phi} (\boldsymbol{\phi}_{\mathrm{P}} - \boldsymbol{\phi}_{\mathrm{I}}) = \mathrm{S}_{\mathrm{P}}^{\phi} \boldsymbol{\phi}_{\mathrm{P}} + \mathrm{S}_{\mathrm{U}}^{\phi}$$
(10)

上式は

 $\mathbf{a}_{\mathrm{P}}^{\phi} \phi_{\mathrm{P}} = \sum_{i} \mathbf{a}_{i}^{\phi} \phi_{\mathrm{I}} + \mathbf{S}_{\mathrm{U}}^{\phi} \tag{11}$

のように簡単化できる。ここで、apは

$$\mathbf{a}_{\mathrm{P}}^{\phi} = \sum_{\mathrm{i}} \mathbf{a}_{\mathrm{i}}^{\phi} + \mathbf{S}_{\mathrm{P}}^{\phi} \tag{12}$$

で、Σは中心点Pの隣接点N、S、E、Wの和を表わす。 すなわち、P点は隣接するこれら4点の値と結ばれて いる。

 ϕ =w、k、 ϵ のとき、これらの方程式は格子点Pの値 をとる。一方、 ϕ =u、vはそれぞれP点に対するw点、 s点に置く。u、v運動量方程式にはそれぞれソース項の 他に右辺に圧力勾配 $\partial p/\partial x$ 、 $\partial p/\partial r$ がある。u、v方程 式が繰り返しステップ中で使われるとき、圧力場pは 未知なので圧力場の収束前の推測値p*を使う。この推 測値p*をもつu、vの方程式を解くと流れ場の速度の推 測値u*、v*が求まる。これらのu*、v*、p*は繰り返し ステップでの解に対する第一近似となる。各P点で次 の修正を行う。w面の面積をAwとすると、例えばu^pの 式は

$$a_{P}^{u}u_{P}^{*} = \sum_{i} a_{i}^{u}u_{i}^{*} + S_{U}^{u} + A_{w}(p_{w}^{*} - p_{P}^{*})$$
(13)

となる。真の圧力p、速度u、vは

p=p*+p'	(14)
* 1 1	(1 -

$$u = u^{*} + u \tag{15}$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}^* + \mathbf{v}^\prime \tag{16}$$

で与えられる。

ここで、

$u' = D^{U}(p_{w}' - p_{P}')$	(17)
$v' = D^{v}(p_{s}' - p_{P}')$	(18)

$$D^{U} = A_{W}/a_{P}^{u}$$
(19)

$$D^{v} = (A_{n} + A_{s}) / (2 a_{p}^{v})$$
 (20)

である。これらの修正は圧力修正p'が求まった後で行う。p'は連続の式と運動量方程式からもとめたPoisson 方程式に対する次式の差分方程式から求められる。

$$\mathbf{a}_{\mathrm{P}}^{\mathrm{p}}\mathbf{p}_{\mathrm{P}}^{*} = \sum_{i} \mathbf{a}_{i}^{\mathrm{p}}\mathbf{p}_{i}^{*} + \mathbf{S}_{\mathrm{U}}^{\mathrm{p}} \tag{21}$$

$$\mathbf{a}_{\mathrm{P}}^{\mathrm{p}} = \sum \mathbf{a}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{p}} \tag{22}$$

∑tPの隣接格子N、S、E、Wの和である。また、S^P 推測値u*、v*の質量ソース項である。

2.4 SIMPLE法17)

得られた差分方程式を解く手法としてSIMPLE(圧 力結合方程式の半陰解法、Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations)アルゴリズムを用いた。 この手法は速度成分と圧力を連成させて、予測-修正 演算を繰り返すものである。次にこの計算手順を示す。 SIMPLE法の計算手順

- 1. 圧力場p*を推測する。
- 速度u*、v*を得るために、u、vの運動量方程式の 離散化方程式(13)などを解く。
- 3. 圧力補正式(21)を解き、圧力補正値p'を求める。
- 4. p'をp*に加え、(14) 式からpを計算する。
- 5. 速度補正式(17)、(18)を用いて、u*、v*からu、 vを計算する。
- 6. 他の変数φに対する離散化方程式(11)を解く。
- 7. 補正された圧力pを新しく推測した圧力p*として ステップ2に戻り、収束解が得られるまで各ス テップを繰り返す。

2.5 乱流モデルの定数

乱流モデルの定数はTable 3に与えた。

$$\sigma_{\epsilon} t$$

$$\sigma_{\varepsilon} = \frac{\kappa^{2}}{c_{\mu}^{1/2}(C_{1} - C_{2})}$$
(23)

で与えられる。ここで、xはKarman定数である。

2.6 境界条件

2.6.1 流入条件

乱流エネルギ及びその散逸率は入口で次のように与 えた。

$k_{in} = 0.03 u_{in}^2$	(24)

$$\varepsilon_{\rm in} = k_{\rm in}^{1.5} / L_{\rm t} \tag{25}$$

$$L_t = 0.005 D$$
 (26)

Table 3 Constants of k-ε turbulence model

C,	1.44
C2	1.92
C₀	1.0
С,	0.09
ĸ	0.4187
Cı C₂ C⊳ Cµ κ	1.44 1.92 1.0 0.09 0.4187

(271)

44

ここで、uuは燃焼器入口軸速度で、スワラに対する u,と中心噴流に対するu,の値をとる。

L,は乱流の渦スケール、Dは内筒径である。

入口での軸速度は

, u₂=一定 $u_1 = - 定$ (27)

、旋回速度wは次の一定スワール型分布

(28) $w_1 = u_1 \tan \alpha_1$, $w_2 = u_2 \tan \alpha_2$

または、剛体渦型分布

$$w_1 = u_1 (r/r_1) \tan \alpha_1$$
, $w_2 = u_2 (r/r_2) \tan \alpha_2$ (29)

を与えた。

ここで、αιはスワラ外端での、αιは中心噴孔外端で の旋回羽根角、r1はスワラの外半径、r2は中心噴孔の外 半径である。

2.6.2 流出条件

流れは内筒に平行に流出すると仮定すると、

$$v = \partial u / \partial x = \partial v / \partial x = \partial w / \partial x = \partial k / \partial x = \partial \varepsilon / \partial x$$
$$= \partial p / \partial x = 0$$
(30)

のように与えられる。

2.6.3 対称軸上の条件

流れは対称軸上で、

$$\mathbf{v} = \mathbf{w} = \partial \mathbf{u} / \partial \mathbf{r} = \partial \mathbf{k} / \partial \mathbf{r} = \partial \varepsilon / \partial \mathbf{r} = 0 \tag{31}$$

の条件を与える。

2.6.4 内筒壁上の条件

内筒壁上でkの法線方向勾配がゼロの条件を入れる と、

(32) $\partial \mathbf{k} / \partial \mathbf{r} = 0$

で与えられる。

2.6.5 対称軸に近い旋回速度

対称軸に一番近いr軸方向の旋回速度w(2)は次式 で与えられるような剛体型速度分布を仮定した。

(33)w(2) = w(3)r(2)/r(3)

上式の(2)、(3)はそれぞれ半径方向格子点J=2、 3を表わす。

2.7 緩和法

 $\bar{\boldsymbol{b}}_{n}^{n+1}$ がn+1回の繰り返しで新たに計算した $\boldsymbol{\phi}_{P}$ の 値を表すとすると、それは一般差分方程式

$$\mathbf{a}_{\mathbf{P}}^{\phi} \overline{\phi}_{\mathbf{P}}^{\mathbf{n}+1} = \sum_{i} \mathbf{a}_{i}^{\phi} \phi_{i}^{\mathbf{n}} + \mathbf{S}_{\mathbf{U}}^{\phi} \tag{34}$$

Table 4 Optimum underrelaxation factor ω for the line-by-line SOR method

	ω		
u	0.5 - 0.2		
v	0.5 - 0.2		
w	0.6 - 0.25		
k	0.7 - 0.6		
р	1.0		
8	• 0.8 - 0.55		
ρ	0.7		

から得られる。上式を安定して解くには不足緩和を行 う。その不足緩和係数をωとすると、(34)式は

$$\omega_{\mathrm{P}}^{n+1} = \omega \bar{\phi}_{\mathrm{P}}^{n+1} + (1-\omega) \phi_{\mathrm{P}}^{n*} \tag{35}$$

となる。ここで、 $\bar{\phi}_{P}^{n+1}$ は不足緩和した ϕ_{P} の値、 ϕ_{P}^{n*} は 前回の反復における(緩和していない) opnの値であ る。

不足緩和係数ωは各変数に対しTable 4に示すよう な範囲で変えた。

尚、線順法はPatankarの本¹⁷⁾に詳しく説明されてい るので省く。

2.8 TDMA¹⁰⁾

TDMAは三重対角行列アルゴリズム(Tri-Diagonal Matrix Algorithm)の略である。

未知数三個を持つ方程式(但し、最初と最後は未知 数2個を持つ)を連続的に解く。垂直格子線に沿う格 子点での値は未知(各点Pに対するP、N、Sでの値)と する。各隣接点E、Wでの値(最も最新の値)を既知と する。TDMAをこの垂直格子線に使い、積分領域の左 から右へ連続的にすべての線をスィープする。

2.9 収束判定16)

最終の収束解はソース残差基準を用いて決めた。こ れはP点での変数
の
厳密値からの隔たりを示す尺度 である。ソース残差R#はP点での各変数々に対し次式 で定義される。

$$R_{P}^{\phi} = a_{P}^{\phi} \phi_{P} - \sum a_{i}^{\phi} \phi_{i} - S_{U}^{\phi}$$

$$\tag{36}$$

最終の収束解はP点での変数dの全てに対し、流れ場 を通して残差の絶対値の総和が対応する変数↓のそれ ぞれに対する入口での値の0.001以下となった時とし た。

ここに、各繰り返し計算でのプログラムの収束率を

(272)

Table 5Sweep times for each variable ϕ to improve the convergence rate

u	8
v	6
W	6
k	6
ε	6
р	10

改善するために、各変数 ϕ に対しTable 5に示したようなスィープ回数を与えた。

2.10 流れ関数

無次元流れ関数ψは軸流速度uが求まってから

$$\psi = \int_{0}^{r} \mathrm{urdr} / \int_{0}^{D/2} \mathrm{urdr}$$
(37)

で計算した。

2.11 スワール数

燃焼器の旋回強さを表す指標にスワール数Sが用い られる。

中心噴流と環状噴流を持つ場合に運動量の軸方向流 束をG_x、角運動量の軸方向流束をG₀とすればスワラ 換算のスワール数Sは

$$S = G_{\phi} / (r_1 G_X) \tag{38}$$

で、定義される。

ここで、Gx、Gøは

$G_{\phi_1} = \int_{\Gamma_h}^{\Gamma_1} 2\pi \rho u w r^2 dr$	(39)
$G_{\phi 2} = \int_{0}^{r} 2\pi \rho u w r^{2} dr$	(40)
$G_{x_1} = \int_{r_b}^{r_1} 2\pi \rho u^2 r dr$	(41)
$G_{x2} = \int_{0}^{T} 2\pi \rho u^2 r dr$	(42)
$\mathbf{G}_{\phi} = \mathbf{G}_{\phi 1} + \mathbf{G}_{\phi 2}$	(43)
$G_x = G_{x1} + G_{x2}$	(44)

である。ここで、r_hはスワラのハブ半径、r₁はスワラの 外半径である。また、環状噴流のみのスワール数は (39)、(41) 式を用いて計算する。

次に、環状噴流のみを持つ場合に、αをスワラ外端部 に於ける羽根角とすると、理論的に次式¹⁴⁾で与えられ る。

$$S = \frac{G_{\phi}}{G_{x}r_{1}} = \frac{2}{3} \{ \frac{1 - (r_{h}/r_{1})^{3}}{1 - (r_{h}/r_{1})^{2}} \} \tan \alpha$$
(45)

剛体旋回羽根角αを持ったスワラのスワール数Sは

$$S = \frac{G_{\phi}}{G_{x}r_{1}} = \frac{1}{2} \{ \frac{1 - (r_{h}/r_{1})^{4}}{1 - (r_{h}/r_{1})^{2}} \} \tan \alpha$$
(46)

で与えられる。但し、スワラのベーン厚さはないもの とする。

ここで、剛体旋回羽根角は半径に比例する旋回速度 をもつ剛体渦型スワールを、一定旋回羽根は半径方向 に一定なスワールを与える。スワラ外縁で同じ羽根角 を持つ時一定旋回羽根付きスワラは剛体旋回羽根付き スワラよりスワール数は大きい。

2.12 計算法の検討

米国オクラホマ州立大学Lilley等の計算プログラム STARPIC¹⁰⁾をベースにして、本計算用に修正したプ ログラムを用いて計算を行った。

一方、Fig. 3の燃焼器はスワラ及び冷却空気の流量 分配を計測後、燃焼実験を行い、水素燃焼器としての 総括的な燃焼特性を調べた。そのため、本計算モデル の結果に合う燃焼のない流れ場のフローパターンや、 レーザ・ドップラ流速計(LDV)またはピトー管トラ バース法による流れ場の速度分布等の計測がなされな かったので、比較すべき実験データがない。

ここでは本計算の精度として彼らが行った出入口直 径比=2の2種類の拡大管(90°急拡大管および45°拡 大管)の旋回なし流れの計算値(領域をI=35、J=22の 格子に分割した)と実験結果を比較したFig.7をもっ てそれに代えた。



Fig. 7 Predicted axial velocity profiles showing the effect of swirl vane angle α for wall expansion (Predicted lines by Rhode et al., o-o-o Experiment with $\alpha = 0^{\circ}$)⁸⁾

(a) Baffle angle $\alpha_{\rm B} = 90^{\circ}$

(b) Baffle angle $\alpha_{\rm B} = 45^{\circ}$

(273)

本論文では 35×25 の単一メッシュにて一連の計算 を行った。そのために計算結果の格子依存性が考えら れる。特に混合の激しい 2 噴流出口付近では半径方向 のメッシュの粗さから速度を十分正しく計算していな いことも考えられる。しかし、燃焼に重要な影響を与 える中心部再循環領域についてはこの程度のメッシュ でもほぼ予測できているのではないかと考える。その 理由は、各流路断面で流量をチェックしているからで ある。

一般に、流れ場における乱流値をきちんと押さえた よいデータが不足しており、計算モデルの改良や数値 法による計算機実験との対照を阻害している。

2.13 計算条件など

モデル燃焼器長さ 338 mm (x/D=2.9) であるが、計 算領域は内筒半径D/2=58 mm、噴射弁出口から下流方 向にx=529 mm (x/D=4.5) までとった。バッフルは 70° の傾斜角をもつが、これを階段状に近似した。メッシュ はx軸方向にI=35、r軸方向にJ=25の不等格子に分割 した。これをFig. 8 に示す。尚、不等格子はx軸方向に は入口近くの格子が密になるようにし、下流ほど疎に なるように分割した。また、x/D=3以降は格子幅を一 定にした。r軸方向には対称軸を含む中心噴孔、スワラ 及びステップのところに格子を集中し、内筒に隣接す る格子は内筒径の 0.5%のところにおいた。更に、入口 はI=1と2の中間、燃焼器の中心軸はJ=1と2の中 間、内筒壁はJ=24と 25 の中間とした。

計算に用いた流体は 20℃の空気とした。入口条件と してスワラ(外径 d_1 =46.5 mm、 D/d_1 =2.5、内径 d_h =33. 6 mm、 d_n/d_1 =0.72) 出口軸速度 u_1 =52.4 m/s (実験に よる流量分配から求めた)の一様軸速度とした。スラ ワは一定旋回羽根と剛体旋回羽根の両方の場合につい て羽根角 α_1 =0~40°では 10°毎に、40~70°では 5°毎に 計算した。

また、噴射弁(直径 d_2 =5.2 mm、 d_2/D =0.045)から 噴出する一様軸速度は u_2 =150 m/s(u_2/u_1 =2.86)と仮 定した。旋回中心噴流を発生する噴射弁の羽根は一定 旋回羽根及び剛体旋回羽根とし、羽根角を*a*₂=-45、 0、30、45°として計算した。

本報では、バッフルと内筒の間より噴き出す冷却空 気は省いた。

次に、環状噴流のみの場合にはスラワの水力直径基準の入口レイノルズ数はRe_{in}=3.8×10⁴であり、内筒 径基準の出口のそれはRe_{ex}=3.1×10⁴である。

また、環状噴流と中心噴流のある場合にはスラワを 通る環状噴流の水力直径基準の入口レイノルズ数は $Re_{1in}=3.8\times10^4$ 、中心噴孔を通る噴流の噴孔径基準の それは $Re_{2in}=4.3\times10^4$ 、内筒径基準の出口レイノルズ 数は $Re_{ex}=3.4\times10^4$ である。

中心噴流がある場合は環状噴流の流量 Q_1 と全流量Qの比は $Q_1/Q=93\%$ 、中心噴流の流量 Q_2 とQの比は $Q_2/Q=7\%$ である。

燃焼は中心部再循環領域 (CTRZ) の中で行われる。 保炎効果が高く、安定な燃焼をし、良好な温度場をも つCTRZの形成が不可欠である。このようなCTRZは 燃料噴射弁近くに強い環状渦中心を持つ事が必要で、 それ故にガスタービン燃焼器ではスラワで強い旋回流 を発生させている。そこで計算結果は再循環領域に重 点をおいて述べる。

尚、本計算のu₂は高速なので本来ならマッハ数を考 慮した高亜音速流れの計算が必要であるが、今回は考 慮にいれなかった。しかし、u₂/u₁やレイノルズ数など に注目して本計算結果を見るならば、何等その価値を 減じないものと思う。

3. 計算結果

実験用燃焼器モデルはFig.3に示したように燃焼、 冷却用空気が燃焼ガスと逆行する逆流型である。その 内筒径D=116 mm、長さL=338 mm (L/D=2.9) である が、本計算ではFig.8に示したように、x/D=4.5まで 延長した格子系を用いて計算を行った。





46

(274)

環状噴流(スラワからの空気流)のみの場合と中心 噴流(燃料噴射弁からのガス流(ここでは空気流))と 環状噴流のある場合の拘束同軸噴流による流れ場を計 算した結果について、旋回のある場合、無い場合、同 方向に旋回する場合、互いに逆方向に旋回する場合に 分けて述べる。

ここで、スラワ入口軸速度はu₁=52.4 m/s、中心噴 流はu₂=150 m/sである。

また、以下で示す速度u、wはu₁で、流れ関数ψは全 流量Qで、長さx、rはDで無次元化して示した。

3.1 環状噴流のみの場合

先程述べたようにスラワの水力直径基準の入口レイ ノルズ数は Re_{in} =3.8×10⁴であり、内筒径基準の出口 のそれは Re_{ex} =3.1×10⁴である。

3.1.1 旋回なしの場合

Fig. 9に旋回なし環状噴流 (スラワ羽根角 $\alpha_1 = 0^\circ$)の場合の流線 ψ 及び軸速度u分布を示す。

↓を見ると、角部再循環領域(Corner Recirculation Zone: CRZ)の内縁はスラワ外端から中心軸側に膨ら み、下流に大きく伸びて内筒に付着し、その外縁はバッ フルと内筒壁よりなる環状渦である。この渦中心はx/ D=0.9の近くに、内筒壁上の付着点はx/D=2.4にあ る。この拘束環状噴流はスラワから噴出後、CRZの下 流端までの間は主に内筒の周囲より気流を巻き込み、 噴流流量を増大させる。この環状噴流に巻き込まれた 空気の流れは下流側で向きを変え、上流へ向かって内 筒壁側を逆流し、バッフルに沿って降下し、再び向き を変えて環状噴流に巻き込まれて循環するので、この ようなCRZを形成する。これ以降、流れは一層内筒壁 の影響を強く受け、遷移領域を経て発達した流れへと 移行する。

また、ここでは中心噴流がないので、もう一つの中 心部再循環領域(Central Toroidal Recirculation Zone: CTRZ)が形成される。その外縁はスラワ下端 よりセンタ・ボディ(スラワ内径よりなる壁面)に付 着した長さx/D=0.16の小さな紡錘型環状渦である。 この環状渦流れは主流の環状噴流の下端側に巻き込ま れて下流へ向かい、直に反転して中心軸に沿って逆流 し、センタ・ボディに突き当たり、スラワの方へ引き 込まれる様に遡って元に戻り、再び循環する。

次に、Fig.10 に自由環状噴流の模式図を示す。自由 環状噴流は円環ノズルから噴出した後、周囲の空気を 巻き込みながら下流へ向かう(再循環領域)。中心環状 渦がなくなった後しばらくは、中心部速度の遅い後流 型分布を持った円噴流速度分布(遷移領域)となる。

下流ではさらに周囲の空気を巻き込み、中心に最大 軸速度を持つ自由円噴流速度分布となり、相似な速度 分布を持って広がり、拡散していく(発達した噴流領 域)。

一方、本報で取り扱った様な拘束噴流(管内噴流等) では、噴出直後は自由噴流と似ているが、壁などに取 り囲まれているために噴流が壁からの拘束を受けて、 自由に周囲から空気を巻き込むことが出来なくなる。 このため、遷移領域の流れを経て次第に発達した管内 流れへと変わって行くことが自由噴流と異なる主な点 である。

各断面でのuの最大速度u_{max}は環状噴流中心から下 流に向かって中心軸側に移動し、x/D=2.2 で中心軸 上に移り、以降流れを発達させて行く。しかし、実験 モデルの内筒長さでは充分発達した流れには至らず、 遷移領域の速度分布となっている。

半径方向速度vは図示しなかったが、入口に極近い ところではuに対し、スワラ下端より少し下流で $v_{max}/u_1 = 0.35$ であるが、CTRZ以降急速に滅衰し、CRZ側 の一部に $v_{max}/u_1 = 0.05$ がある程度である。



Fig. 9 Streamlines ψ and velocity profiles u in the model combustor (swirl vane angle $\alpha_1 = 0^\circ$)



Fig. 10 Schematic figure of a free annular jet¹⁸⁾

(275)

48

3.1.2 旋回のある場合

本報の無孔式燃焼器モデルのスワラは螺旋旋回羽根 をもち、その外端部羽根角は $\alpha_1 = 45^\circ$ であるので、主に このタイプの旋回羽根をもつ流れについて調べた。

Fig. 11 に旋回のある環状噴流 (スワラの螺旋旋回羽 根角 α_1 =30°)のみの場合の ψ 、uとw分布を示す。

ここには図示していないが、 $\alpha_1 = 10$ では旋回流の影響は弱いので、CRZは旋回のない場合より少し小さくなり、CTRZは少し伸びる。 $\alpha_1 = 20$ ではCTRZが多少不安定になりながら急に長く伸び、CRZは急速に小さくなり、旋回環状噴流による流れは内筒壁側に押し付けられる様になる。

本図の $\alpha_1 = 30^\circ$ の場合の $\psi \geq \alpha_1 = 0^\circ$ (Fig. 9)の場合 とを比べると、CRZは1/3以下に縮小し、渦中心はx/ D=0.35 にある。一方、CTRZは旋回流の影響を強く受 けて下流方向のx/D=1.65 まで伸び、内筒壁よりスワ ラ外壁の少し外側まで広がっている。x/D>1.2 では 噴流流量の8割が半径比約4割の壁側を内筒壁に沿っ て流れる。uは $\alpha_1 = 0^\circ$ の時と比べると、旋回の影響を受 けて u_{max} の位置を速やかに内筒壁側に移しながら、そ の u_{max} を低下させ、壁近くに u_{max} を持った速度分布と なる。

旋回環状噴流は噴出直後、周囲の空気と激しく混合 するために、v分布はある程度大きな値を持つが、急速 に減少する分布であるのでここにはあえて示さなかっ た。

wは噴出後、直ちに中心部の剛体渦型速度分布とその外側の自由渦型速度分布の合成渦型速度分布をな



Fig. 11 ψ ,u and w in the model combustor (solid body rotation (SBR) type $\alpha_1 = 30^\circ$)



Fig. 12 ψ , u and w in the model combustor (SBR type $\alpha_1 = 45^\circ$)

り、その後下流では内筒付近を除き剛体渦型速度分布 へと移行し、wを減衰させている。

Fig. 12 に旋回のある環状噴流 (螺旋旋回羽根角 $\alpha_1 = 45^\circ$)のみの場合の ψ 、uとw分布を示す。

少をみると、旋回流によってバッフルと内筒壁に挟 まれ、ますます小さく押し込められたCRZと、中心部 には大きく伸びたCTRZがある。u_{max}は旋回流の為に 下流に向かって環状噴流中心から外方へ向かって移動 し、下流端では内筒壁の極近くにある。

 $\alpha_1 = 50^{\circ}$ では、本計算のCTRZは下流端で閉じなくなる。さらに α_1 を増すと下流端でこのCTRZの開いた割合が増し、流れはますます内筒壁に押しつけられ、壁に沿って強く旋回しながら流れる様になる。

Fig. 13 に旋回のある環状噴流 (螺旋旋回羽根角 $\alpha_1 = 60^\circ$)のみの場合の ψ 、uとw分布を示す。

wは強い剛体渦型速度分布となっている。

Fig. 14 a、bに旋回のある環状噴流(一定旋回羽根角 $\alpha_1 = 30^\circ$ 、45°)のみの場合の ψ 、uとw分布を示す。

同じ旋回羽根角をもつ剛体旋回羽根よりCRZが短 く、CTRZが長いのは旋回強さ(スワール数)が大きい 為である。 $\alpha_1 \ge 50^{\circ}$ ではCTRZは剛体旋回羽根の場合と 同様下流端で閉じなくなる。また、 α_1 の増加と共に

(276)

CTRZの下流端の開きも大きくなる。

剛体旋回羽根、一定旋回羽根共に、 $\alpha_1 \ge 55^\circ$ ではCRZ が無くなる。

Fig. 15 に旋回環状噴流のみの場合のスワール数Sに よる再循環領域の内筒壁上長さ(CRZ)及び中心軸上 長さ(CTRZ)の変化を示す。



Fig. 13 ψ ,u and w in the model combustor (SBR type $\alpha_1 = 60^\circ$)





Fig. 15 Change of the lengths of CTRZ and CRZ against the swirl numbers of swirling annular jet flow at combustor inlet

剛体旋回羽根と一定旋回羽根のCRZ、CTRZのそれ ぞれの長さを旋回羽根角 α_1 で整理すると、各羽根の CRZ、CTRZ毎にそれぞれの線に分かれるが、Sで整理 するとCRZ、CTRZがそれぞれ一本の線にまとまる。そ れを示したのがFig. 15 である。

S<0.15ではCTRZおよびCRZの長さはそれほど変 化しないが、0.15<S<0.28ではCTRZの長さは急激 に長くなる。一方、CRZの長さは急激に短くなる。S> 0.28ではSが増すほどCRZの長さは短くなり、その変 化も小さくなる。S=1.1ではCRZは消滅する。CTRZ の長さはS=0.3付近で段ができた後、Sが増すと再び 急激に長くなる。

3.2 環状噴流と中心噴流のある場合

スワラを通る環状噴流の水力直径基準の入口レイノ ルズ数はRe_{11n}=3.8×10⁴、中心噴孔を通る噴流の噴孔 径基準のそれはRe_{21n}=4.3×10⁴、内筒径基準の出口レ イノルズ数はRe_{ex}=3.4×10⁴である。

環状噴流は $u_1 = 52.4 \text{ m/s}$ 、全流量Qに対する環状噴流流量 Q_1 の割合は $Q_1/Q = 93\%$ 、中心噴流は $u_2 = 150 \text{ m/s}$ 、Qに対する中心噴流流量 Q_2 の割合は $Q_2/Q = 7\%$ である。

3.2.1 旋回のない場合

Fig. 16 に旋回のない環状噴流 ($\alpha_1 = 0^\circ$) と中心噴流 ($\alpha_2 = 0^\circ$)の場合の ψ とu分布を示す。

(277)

少をみると、CRZはFig.9の環状噴流のみの場合よ
り下流側へ伸び、燃焼器出口に達する程長く、かつ幅の広い環状渦領域を形成する。すなわちCRZはスワラ
外端から下流に向かって幅を広げ、x/D=0.4−1.0で
最大幅を示す。それ以降幅を縮めながら、x/D=3.0で
内筒壁に付着する。一方、中心軸上では中心噴流が有
るのでCTRZを生じない。

環状噴流の u_1 は噴出後中心噴流の方へ引き寄せら れ、その最大速度 u_{1max} を減少させる。一方、中心噴流 の最大速度 u_{2max} も急激に減り、x/D < 0.8 ではそれぞ れのピークを示す。x/D > 1.2 では単一噴流のu分布と なり、x/D > 3 では遷移領域のu分布となる。

3.2.2 片方の噴流に旋回のある場合

(1) 環状噴流に旋回のある場合

Fig. 17 に旋回を伴う環状噴流(螺旋旋回羽根 α_1 = 30°)と旋回なし中心噴流($\alpha_2 = 0°$)のある場合の ψ 、 uとw分布を示す。

CRZは $\alpha_1 = 0 \rightarrow 30^{\circ}$ と増す(Sを増加する)と、上流 側へ向かって急激に縮小し、角部に押し込められた再 循環渦を形成し、x/D=0.57 で内筒壁に付着する。 $\alpha_1 = 10^{\circ}$ ではCTRZは無いが、 $\alpha_1 = 10 - 20^{\circ}$ で生じ、それ は閉じた小さな二重錐面領域である。 α_1 の増加と共に CTRZの先端は上流に、後端は下流に伸びる。CTRZの 先端はスワラ下端のすぐ後ろ近くにある。本図の $\alpha_1 = 30^{\circ}$ では 20°の時よりCTRZが広くなる。Fig. 11 の中心 噴流のない場合のCTRZに対し、本場合は中心噴流が あるためにCTRZの上流側に貫入し、閉じた二重錐面 で囲まれた領域を形成している。

環状噴流のu₁は旋回により外方へそのu_{1max}の位置 を移す。一方、中心噴流のu₂は環状噴流のu₁が外方へ広 がったその後を埋めるように、急速にu_{2max}を減少させ がら広がる。x/D=0.8 ではまだわずかにそのピーク を示す。下流のx/D≥1.2 では内筒壁側に単一のu_{max} を示す。

wはx/D<0.7 では中心側は剛体渦型、その外側は自 由渦型の合成渦型速度分布をもち、x/D>2 では内筒 近くを除き剛体渦型速度分布となる。

Fig. 18 に旋回を伴う環状噴流(螺旋旋回羽根 α_1 = 45°)と旋回なし中心噴流と($\alpha_2 = 0°$)のある場合の ψ 、 uとw分布を示す。

∳をみると、CTRZの先端はスワラ直後まで広がり、 循環の強い上流側のCTRZ(x/D=0.4に中心を持つ偏 平なドーナツ状の強い再循環渦)と循環の弱い下流側

Fig. 17 ψ , u and w in the model combustor (SBR type $\alpha_1 = 30^\circ$, $\alpha_2 = 0^\circ$)

Fig. 18 ψ , u and w in the model combustor (SBR type $\alpha_1 = 45^\circ, \alpha_2 = 0^\circ$)

50

(278)

のCTRZの2つに分かれている。 α_1 =45°の旋回噴流は Fig.17の α_1 =30°の場合よりSが大きく、流れは旋回の ために内筒側に吹き飛ばされるので、その分中心噴流 はCTRZに貫入し易くなる。中心噴流のないFig. 12(α_1 =45°)と本場合のCTRZの外側形状はほとんど 変わらないので、中心噴流に貫入されたCTRZの内縁 と外縁が接近し不安定になり、2つの渦に分裂したも のと考える。また、 $\alpha_1 \ge 55$ °ではCTRZは閉じなくなり、 一方、CRZは無くなる。

Fig. 19 に旋回を伴う環状噴流(螺旋旋回羽根 $\alpha_1 = 60^\circ$)と旋回なし中心噴流 ($\alpha_2 = 0^\circ$)のある場合の ψ 、

Fig. 19 ψ , u and w in the model combustor (SBR type $\alpha_1 = 60^\circ, \alpha_2 = 0^\circ$)

Fig. 20 ψ , u and w in the model combustor (CS type $\alpha_1 = 30^\circ$, $\alpha_2 = 0^\circ$)

uとw分布を示す。

Fig. 20 に旋回を伴う環状噴流(一定旋回羽根 α_1 = 30°)と旋回なし中心噴流 ($\alpha_2 = 0$ °)のある場合の ψ 、 uとw分布を示す。

Fig. 21 に旋回を伴う環状噴流(一定旋回羽根 α_1 = 45°)と旋回なし中心噴流と($\alpha_2 = 0$ °)のある場合の ψ 、 uとw分布を示す。

 ψ をみると、CTRZの先端はスワラ直後にまで広が り、単一のCTRZを形成している。一方、同じ羽根角を 持つFig.18の剛体旋回羽根ではSが本場合より小さい ためにCTRZの2つに分かれている。 $\alpha_1 > 50^\circ$ では中心 部のCTRZは閉じなくなり、 α_1 の増加と共にCTRZの 出口端での開きは増す。一方、CRZは無くなる。それ 以外の傾向は旋回環状噴流のみの場合と同じである。

Fig. 21 ψ , u and w in the model combustor (CS type $\alpha_1 = 45^\circ, \alpha_2 = 0^\circ$)

(279)

Fig. 22 に旋回環状噴流と旋回なし中心噴流のある 場合のスワール数Sによる再循環領域の内筒壁上長さ (CRZ)及び中心軸上長さ(CTRZ)の変化を示す。

S<0.15ではCTRZは中心噴流があるため形成され ず、S=0.15で形成される。0.15<S<0.63ではCTRZ の長さはほぼ一定であるが、S>0.63ではCTRZの長 さは直線的に増す。一方、CRZの長さは0.15<S<0.32で急激に短くなる。S>0.32ではSが増すほどCRZの 長さはゆるやかに短くなる。中心噴流の無いFig.15 中心噴流のある本図を比べると、Sの増大に対して、 CRZの長さは中心噴流のある本図の方が早く短くな り、一方、CTRZの長さは中心噴流の無いFig.15の方 が早く長くなる。

(2) 中心噴流に旋回のある場合

Fig. 23 に旋回なし環状噴流 ($\alpha_1 = 0^\circ$) と旋回する中 心噴流 (一定旋回羽根 $\alpha_2 = 45^\circ$)のある場合の ψ 、uとw 分布を示す。

↓をみると、スワラ外端から燃焼器出口にかけて大きなCRZがあり、環状噴流(全流量の93%)はCRZに沿って集中して流れることはFig.16の旋回のない場合とほとんど同じである。しかし、旋回のない場合に

Fig. 22 Change of the lengths of CTRZ and CRZ against the swirl numbers of flow with swirling annular jet and non-swirling central jet at combustor inlet

Fig. 23 ψ , u and w in the model combustor (CS type $\alpha_1 = 0^\circ, \alpha_2 = 45^\circ$)

比べて、ここでは中心噴流に旋回を持つため、CRZの 壁への再付着長さが若干短くなっている。CRZの後で は、主流は内筒全体に広がる。

uをみると、中心噴流のu2は噴出後急速に減衰し、主流の環状噴流に合流する。一方、環状噴流はu1maxの位置を中心軸方向に移し、x/D>2ではumaxは中心軸上にあり、uは管内の発達した速度分布へと遷移する領域の速度分布を示す。

wをみると、中心旋回噴流のw₂は急速にwmaxを減衰 させながら、その位置を中心軸上から内筒壁側に移動 させていく。全流量の大部分を占める旋回なし環状噴 流にスワールを与えて急速に旋回速度を減じている。

3.2.3 両噴流共旋回のある場合

Fig. 24、Fig. 25 に剛体旋回羽根を持つ環状噴流
 (*a*₁=45°)と同じ羽根を持つ中心噴流(それぞれ*a*₂=
 30°、45°)の場合のψ、uとw分布を示す。

 $\alpha_2 = 0$ °(Fig. 18)では先に述べたようにCTRZは前後2つに分かれている。 $\alpha_2 = 10 - 20$ °で2つに分かれた CTRZは単一になる。 $\alpha_2 = 30 - 45$ °では α_2 (またはS₂)の増大と共に中心噴流は旋回のために半径方向へ飛ばされるので、CTRZに貫入し難くなり、その内円錐面は上流側に縮少し、外円錐面は中凹から平らへと多少膨らんでいる。すなわち、中心噴流のSの増大と共に CTRZはその領域を広げ、 $\alpha_2 = 45$ °ではx/D=0.4 に強い再循環渦中心を持つ。CRZは $\alpha_2 = 0 - 45$ °ではほとんど変わらない。これは高速旋回中心噴流が全流量の7%であり、スワラ基準に直したS₂は $\alpha_2 = 45$ °の時で

(280)

も、スワラのS₁に対して2%弱しかないからである。 CTRZの先端はすべてスワラ下端の少し下流にある。

中心噴流のu₂は噴出後急速に減衰し、旋回速度w₂に よって外方へ飛ばされ、直ちに環状噴流のu₁に合流す る。その後方では、u分布は中心部に逆流域をもち、外 壁近くにu_{max}を持つ速度分布から、CTRZの終わった 下流では外壁近くにu_{max}のある逆流のない速度分布と なる。

一方、wは噴出直後は中心噴流のw_{2max}と環状噴流の w_{1max}という2つのピークを持つ分布から、急速に前者 は後者に引き寄せられて合体し、合成渦型速度分布に

Fig. 26 ψ , u and w in the model combustor (CS type $\alpha_1 = 30^\circ, \alpha_2 = 45^\circ$)

Fig. 27 ψ , u and w in the model combustor (CS type $\alpha_1 = 45^\circ$, $\alpha_2 = 45^\circ$)

なり、下流では剛体渦型速度分布となる。

この下流端でw分布が剛体渦型速度分布となる点に ついては3.5節で考察する。

Fig. 26、Fig. 27 に一定旋回羽根を持つ環状噴流 (そ れぞれ α_1 =30、45°)と同じ羽根を持つ中心噴流 (α_2 = 45°)の場合の ψ 、uとw分布を示す。

Fig. 23 の $\alpha_2 = 45^\circ$ のCRZはFig. 16 の $\alpha_2 = 0^\circ$ のCRZ より全体に領域が若干小さくなっているが、これは中 心旋回噴流の影響である。CRZが $\alpha_1 = 0 \rightarrow 45^\circ$ へと増 加すると共に縮小し、角部に押し込められるのは剛体 旋回羽根の場合と同様である。一方、 $\alpha_1 = 0^\circ$ では

(281)

CTRZは無く、 $\alpha_1 = 10 - 20^{\circ} \text{cCTRZが形成される}$ 。 $\alpha_1 = 30^{\circ} \text{ctx/D} = 0.6 \text{ct}$ 、 $\alpha_1 = 45^{\circ} \text{ctx/D} = 0.4 \text{ct}$ い環状渦中心をもつCTRZがある。その内円錐面は $\alpha_1 = 30$ 、45°と増すと拡大する。これは中心噴流のS₂が 一定でもスワラのS₁の増大(α_1 の増加)により、流れ がスワールのために内筒壁面に強く押しつけられるた めに、中心噴流が下流側に向かって進入し易くなるた めと考える。その外縁も外方や下流へと広がる。また、 CTRZの先端は α_1 の増加と共にスワラ下端の少し下流 まで遡り、CTRZの後端は一層下流側へ伸びてその領 域は増大する。

uをみると、中心噴流は噴出後急速に減衰し、x/D= 0.4 で消滅する。流れはCTRZの後で内筒に広がる。

wをみると、中心の旋回流は急速に減衰し、旋回環状 噴流と α_1 =30°の場合にはx/D>0.5、 α_1 =45°の場合に dx/D>0.45で合流し、合成渦型速度分布となり、更 に下流では壁の近くまで剛体渦型速度分布となる。

(2) 中心噴流が環状噴流に対して逆旋回する場合

中心噴流に環状噴流と逆の旋回を与えると、両噴流 間の流れに正旋回と逆旋回の旋回差による強いせん断 力が働き、拡散形燃焼器では燃料と空気の混合が促進 されることが考えられるので本例を計算した。

Fig. 28 に剛体旋回羽根を持つ環状噴流 ($\alpha_1 = 45^\circ$) に 対して、同じ羽根を持ち、中心噴流が逆に旋回する場 合 ($\alpha_2 = -45^\circ$)の ψ 、uとw分布を示す。

これはFig.25の中心噴流を環状噴流と逆に旋回させた場合に相当する。

Fig. 18 の $\alpha_2 = 0$ °に対し本図の $\alpha_2 = -45$ °(スワラの

旋回方向を正とした)では、上流側のCTRZ(スワラ出 口直後の強い偏平なドーナツ状再循環渦)は若干下流 方向に移動する。その後にある弱い砲弾形のCTRZは 上流側が削られて短くなっているが、その形は変わら ない。次に、Fig.29の一定旋回羽根と比較すると、同 じ羽根角であるが、一定旋回羽根の方はSが大きいた めに、CTRZは単一領域であるが、本図の螺旋旋回羽根 では2つのCTRZに分かれているところが異なる。 $\alpha_2 = -45°ではCRZは若干下流側に広がる。$

Fig. 29 に一定旋回羽根を持つ環状噴流 ($\alpha_1 = 45^\circ$) に 対して、同じ羽根を持ち、中心噴流が逆に旋回する ($\alpha_2 = -45^\circ$)の場合の ψ 、uとw分布を示す。

ψをみると、中心噴流にFig. 27 の旋回と逆の旋回を 与えたことにより、CTRZの内縁(内円錐面)が大きく 拡大し、中心噴流がかなり下流まで貫入している。 CTRZの外縁(外円錐面)も中凹になり、再循環領域が 狭まっている。すなわち、中心噴流に逆旋回を与えた ことによりCTRZがコンパクトになることがわかる。 次に、Fig.21の $\alpha_2 = 0$ のときの中心部のくびれた CTRZから、 $\alpha_2 = -45$ °ではその内円錐面はわずかに幅 を広げてより下流まで進入し、外円錐面もわずかに下 流側へ移動する。このために $\alpha_2 = 0^\circ$ のときのCTRZ より中央部のくびれが強くなり、2つのCTRZに分裂 する直前の状態にあるといえる。一方、CRZは $\alpha = 0^{\circ}$ (Fig. 21)の狭く、強い再循環領域からα₂=-45°にな ると、逆スワールのためにやや下流に広がり、a2=45° ではα₂=0°よりほんのわずかにCRZが狭くなったい る。

Fig. 28 ψ , u and w in the model combustor (SBR type $\alpha_1 = 45^\circ, \alpha_2 = -45^\circ$)

54

Fig. 29 ψ , u and w in the model combustor (CS type $\alpha_1 = 45^\circ, \alpha_2 = -45^\circ$)

uについては環状噴流と中心噴流の合流後からx/ D<1.2 では正旋回の場合より中心噴流が消滅した後 の逆流域が小さい。x/D>1.2 では中心噴流が正旋回 を持つFig.27 とあまり変わらない。

wをみると、x/D<0.5 では急速に旋回速度を減衰させている。x/D>1.3 では正旋回と逆旋回をする中心 噴流による旋回速度分布の差はほとんどない。

3.4 CTRZ、CRZコンタのまとめ

Fig. 30 aに旋回なし中心噴流 ($\alpha_2 = 0$ °一定)に対し、 環状噴流の剛体旋回羽根角を $\alpha_1 = 0$ 、30、45°と変えた ときの ψ のCRZとCTRZのコンタを示す。

Fig. 30 bに一定旋回羽根を持つ環状噴流 ($\alpha_2 = 45^{\circ}$ 一 定) に対し、同じ羽根を持つ環状噴流の羽根角を $\alpha_1 = 0$ 、30、45°と変えたときのCRZとCTRZのコンタを示 す。

Fig. 31 aに剛体旋回羽根を持つ環状噴流 ($\alpha_1 = 45^{\circ}$ 一定) に対し、同じ羽根を持つ中心噴流の羽根角を $\alpha_2 = -45$ 、0、30、45°と変えたときのCRZとCTRZの コンタを示す。

Fig. 31 bに一定旋回羽根を持つ環状噴流 ($\alpha_1 = 45^\circ$ 一定) に対し、同じ羽根を持つ中心噴流の羽根角を $\alpha_2 = -45$ 、0、45°と変えたときのCRZとCTRZのコン タを示す。

Fig. 30 a、bより、 α_2 (またはS₂)を一定にして α_1 (またはS₁)を増すと、CTRZの内縁は下流側へ広く深くなり、その外縁は外方と下流へ広がり、全体としてCTRZ はその領域を広げる。しかし、その環状再循環渦の中 心は上流側へ遡る。CRZは α_1 (またはS₁)が増すと逆 に急速に縮小し、上流のバッフル側に小さく押し込め られる。そのために環状渦中心もバッフル近くにある。 $\alpha_2 = 0$ °で、 $\alpha_1 \ge 55$ °では強い旋回流のためにCRZは消 減する。

Fig. 31 a、bより α_1 (または S_1)を一定にして α_2 (または S_2)を増すと、CTRZの内縁は上流側へ縮小し、その外縁は外方と下流へ広がるが、Fig. 30 a、bの α_2 (または S_2)を一定にして α_1 (または S_1)を増した場合よ

Fig. 30 The CTRZ and CRZ contours in the model combustor (a) Cases of SBR type $\alpha_1 = 0, 30, 45^\circ$, $\alpha_2 = 0^\circ$ (constant) (b) Cases of CS type $\alpha_1 = 0, 30, 45^\circ$, $\alpha_2 = 45^\circ$ (constant)

55

(283)

- Fig. 31 The CTRZ and CRZ contours in the model combustor
 - (a) Cases of SBR type $\alpha_1 = 45^\circ$ (constant), $\alpha_2 = -45, 0, 30, 45^\circ$
 - (b) Cases of CS type $\alpha_1 = 45^\circ$ (constant), $\alpha_2 = -45, 0, 45^\circ$

りその広がりはわずかである。CRZはα₂(またはS₂) を増すとわずかに小さくなる。これらの理由は中心噴 流の持つS₂が小さいためである。

3.5 k-εモデルの問題点

高城ら¹⁹⁾は円管(内径 60 mm)に旋回空気を流し、管 中心に設けたノズル(内径 3.5 mm)よりヘリュームガ スを噴出し、LDVでガスの混合や流動特性を計測した 結果と密度変化を考慮したN-S方程式、連続の式、化 学種の保存式、乱流モデルにk- ϵ モデル、応力方程式 モデルを用いて数値計算した結果を比較している。計 測点及び計算位置は 200 mm(x/D=3.3)、400 mm(x/D= 6.7) である。

Fig. 32 は入口で計測したu分布 (実線)を与えて、図 a は応力方程式モデル、図 b はk $-\epsilon$ モデルを用いて下 流のu分布を計算したものと実験値 (\bigoplus 、 \blacktriangle)を比較し たものである。実験値はu分布が管軸付近でくぼんだ 分布を下流域でも保つが、k $-\epsilon$ モデルではu分布が平 坦な分布になっている。これはk $-\epsilon$ モデルが軸方向運 動量の半径方向流束 ρ uvを過大に見積もることによる と考えられている。これに対して、応力方程式モデル では下流域でもu分布が管中心軸付近でくぼんだ分布 となることを予測できている。k $-\epsilon$ モデルに比べ応力 方程式モデルでは軸方向運動量の管中心軸方向への乱

The computed turbulence models :

a) Reynolds stress equations model
 b) k-ε model

Fig. 33 Comparison of w profiles with measured and computed swirling flow in the straight pipe¹⁹⁾

The computed turbulence models :

a) Reynolds stress equations model

b)k-ε model

流輸送が抑制されている。

Fig. 33 は入口で計測したw分布(実線)を与えて、 図 a は応力方程式モデル、図 b $dk - \epsilon$ モデルを用いて 下流のw分布を計算したものと実験値を比較したもの である。実験値は下流断面でも管中心軸近くで剛体渦 型分布、周辺部で自由渦型分布である。これに対して、 $k - \epsilon$ モデルを用いた下流のw分布の計算値は自由渦 領域が下流まで維持されず、急速に剛体渦型分布に なっている。すなわち、 $k - \epsilon$ モデルでは周方向運動量 が管壁方向に輸送され、自由渦領域のない剛体渦型分 布が安定な分布となっている。これに対して、応力方 程式モデルを用いた計算ではw分布が管中心軸付近で

56

剛体渦型分布、周辺部で自由渦型分布が下流において も維持され、実験の傾向を良く予測している。

 $k-\epsilon$ モデルはその簡便さから多くの流れの数値計 算に適用され、妥当性が広く検討されている。しかし、 $k-\epsilon$ モデルでは乱流粘性係数を導入するに当たり等 方性平衡乱流を仮定²⁰⁻²³しており、剝離流、逆流、旋 回流れなどの非等方性非平衡性の強い流れには適合し 難いと言れている。そのために、強い旋回流れ場を取 り扱うには乱れの異方性を考慮した乱流モデル(代数 応力モデル、応力方程式モデルや異方性を考慮した $k-\epsilon$ モデルなど)を使う必要がある。

入口条件、管形状は高城ら¹⁹⁾が行った実験、計算と違うが、k-εモデルを用いた本計算も下流端のw分布を 剛体渦型分布に計算してしまうという欠点をもつ。

故に、本計算(標準k-εモデルを使用)は乱流モデ ルに非等方性を考慮していないので、結果をあまり下 流まで適用すべきでない。

4. 結 論

冷却孔のないガスタービン燃焼器をモデル化し、軸 対称、等温旋回流れ場を仮定し、N-S方程式、連続の 式、および乱流モデルに標準のk-ε2方程式モデルを 用い、コントロール・ボリューム法、スタッガード格 子系とSIMPLEアルゴリズムを用いた数値法を使っ て解析を行った。

この簡単な燃焼器モデルの内部流動を表すものとし て、中心噴流および環状噴流よりなる拘束同軸噴流流 れ場とし、旋回する環状噴流のみの場合、中心噴流お よび環状噴流が共に同じ方向に旋回する場合、互いに 逆方向に旋回する場合を計算した。

その結果、角部再循環領域(CRZ)と中心部再循環 領域(CTRZ)について、

1.一定旋回または、剛体旋回する環状噴流場がつくる CRZ及びCTRZの長さはスワール数を用いて整理する と、それぞれ一本の線にまとまる。

2.中心噴流に旋回を与えると、閉じた2重円錐面で構成されたCTRZの内縁形状に強く影響する。

3.環状噴流のスワール数を一定にし、中心噴流のス ワール数を増すとCTRZの内縁は上流側に縮小し、そ の外縁はわずかに膨らむ。全体として、CTRZは少し大 きくなる。

一方、CRZはわずかに小さくなる。

4.中心噴流のスワール数を一定にし、環状噴流のス ワール数を増すと、CTRZの内縁は下流側へ広く、深く 貫入し、その外縁は外方および下流側へ大きく広がる。 しかし、全体として、CTRZはその領域をより広げる。

一方、CRZは急速に入口側角部に縮小する事などを 示した。

また、

5.中心噴流に環状噴流と逆の旋回を与えると、両噴流 間の流れに正旋回と逆旋回の旋回差による強いせん断 力が働き、拡散形燃焼器では燃料と空気の混合が促進 され、中心噴流に正旋回を与える時より、そこに形成 されるCTRZをコンパクトに出来る。

6.k-ε乱流モデルは流れに強い旋回流を与えると周 方向速度が下流で剛体渦型分布となる。強い旋回流れ 場を取り扱うには乱れの異方性を考慮した乱流モデル

(代数応力モデル、応力方程式モデルや異方性を考慮 したk-εモデルなど)を使う必要がある。

尚、本計算には当研究所前電子計算機FACOM M180-IIADと現電子計算機ACOS 910/8を使用し た事を付記する。

謝辞 本研究を初めるに当たり、無孔式ガスタービン 燃焼器関係の資料を戴いた機関動力部燃焼伝熱研究室 長野村雅宣氏に感謝の意を表する。

参考文献

- 1) A.H.Lefebre : Gas Turbine Combustion, Hemisphere Pub., (1983)
- 2)大塚貞吉: ガスタービンの燃焼、日本機械学会第 240回講習会 "高負荷燃焼に関する講習会" (1965)、PP. 69-84
- 3) 飯沼一男:液体の燃焼、日本機械学会第240回講 習会 "高負荷燃焼に関する講習会"(1965)、PP. 27-42
- E.Kilik and R.Finstad Computation of Confined Inert Turbulent Coaxial Jets with Inner Swirl, AIAA Paper, No.85-1272 (1985)
- 5) J.P.Van Doormaal, A Turan and G.D.Raithby : Evaluation of New Techniques for the Calculation of Internal Recirculation Flows, AIAA Paper, No.87-0059 (1987)
- M.Nallasamy;Prediction of Recirculation Zones in Isothermal Coaxial Jets Flows Relevant to Combustors, NASA Contractor Report, No. 4064 (1987)
- 7)江口邦久、藤井昭一:燃焼器バーナ設計のための 基礎コード、第2回航空機計算空気力学シンポジ

ウム論文集、航空宇宙技術研究所特別資料、SP-3 (1984)、PP. 141-148

- 8) D.L.Rhode, D.G.Lilley and D.K.McLaughlin: On the Prediction of Swirling Flowfields in Axisymmetric Combustor Geometries, Transactions of the ASME, Journal of Fluids Engineering, Vol.104 No.3 (1982), PP.378-384
- 9) M.Nikjooy and R.M.C.So: On the Modelling of Non-reactive and Reactive Turbulent Combustor Flows, NASA Contractor Report, No. 4041 (1987)
- 10) D.G.Lilley and D.L.Rhode : A Computer Code for Swirling Turbulent Axisymmetric Recirculating Flows in Practical Isothermal Combustor Geometries, NASA Contractor Report, No. 3442 (1982)
- 11) 萩原明房、S. Bortz: 旋回流燃焼器近傍の空力特性(第1報 拡大管中の等温一様剛体旋回流)、日本機械学会論文集(B編)、第53巻 第495号(1987)、PP. 3409-3415
- 12) 萩原明房、S. Bortz: 旋回流燃焼器近傍の空力特性(第2報 再循環領域の諸特性とその影響因子)、日本機械学会論文集(B編)、第54巻 第505号(1988)、PP. 2598-2604
- 13) 萩原明房、S. Bortz: 旋回流燃焼器近傍の空力特 性(第3報 等温旋回に与えるブラフボデイとー 次噴流の影響)、日本機械学会論文集(B編)、第55 巻 第511号(1989)、PP. 865-870
- 14) J.M.Beér and N.A.Chigier: Combustion Aerodynamics, Applied Science Pub., (1972) または、ベア/シガー: 燃焼の空気力学、省エネル ギーセンター (1976)
- 15) A.K.Gupta, D.G.Lilley and N.Syred:Swirl Flows, Abacus Press, (1984)
- 16) A.K.Gupta and D.G.Lilley : Flowfield Modeling and Diagnostics, Abacus Press, (1985)
- S.V.Patankar: Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere Pub.,(1980) または、スハスV.パタンカー:コンピュータによ る熱移動と流れの数値解析、森北出版(1985)
- 18)日本機械学会編:新版機械工学便覧、A5 流体工 学編、日本機械学会(1986)、P. A5-66
- 19) 高城敏美、平井秀一郎:管内旋回乱流における流 動特性および混合の遅延現象の予測解析、日本機

械学会、RC-80 伝熱数値解析技術の応用調査研究分科会研究調査報告書(1988)、PP. 122-131

- 20)石垣博:乱流の輸送方程式モデル、日本機械学会 第647回講習会"乱流のモデリングと数値シュミ レーションの基礎と応用"(1987)、PP. 41-49
- 21) B.E.Launder: Turbulence Modeling in the Vicinity of a Wall, in 1980-1981 AFOSR-HTTM-STANFORD Conference on Complex Turbulent Flows "Comparison of Computation and Experiment (eds. by S.J.Kline, B.Cantwell, G. M.Lilley)", Stanford University Press, Vol. 2 (1982), PP.691-699
- 22) W.Rodi, I.Celik, A.O.Demuren, G.Scheuerer, E. Shirani, M.A.Leschziner and A.K.Rastogi:Summary Report in 1980-1981 AFOSR-HTTM-STANFORD Conference on Complex Turbulent Flows "Comparison of Computation and Experiment (eds. by S.J.Kline, B.Cantwell, G. M.Lilley)", Stanford University Press, Vol. 3 (1982), PP.1495-1516
- 23) B.E.Launder and D.B.Spalding : The Numerical Computation of Turbulent Flows, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.3 (1974), PP.269-289
- 24) R.G.Blackshall and F.Landis : The Boundary-Layer Velocity Distribution in Turbulent Swirling Pipe Flow, Transactions of the ASME, Journal of Basic Engineering, Vol.91 No.4 (1969), PP.728-733

付録A ハイブリッド差分法^{10,17)}

ハイブリッド差分法はSpaldingによって初められ た。これは中心差分スキームと風上差分スキームの長 所を備え、セル境界で対流と拡散の結合した効果を表 わす。以下に説明を簡単にするために流れ場を定常一 次元流れと単純化してハイブリッド差分法を導き、中 心差分法と風上差分法と比較してその長所を述べる。 但し、ここで単純化した議論は本論の軸対称二次元流 れ場でも成立つ。

(1) 中心差分法

一般微分方程式

 $\partial/\partial \mathbf{x}_{i}(\rho \mathbf{u}_{i}\phi) = \partial/\partial \mathbf{x}_{i}(\Gamma \partial \phi/\partial \mathbf{x}_{i}) + S$ (A1)

(286)

を簡単化し、対流と拡散がある定常一次元流れ場を考 える。ここでは Γ_{ϕ} を Γ 、S $_{\phi}$ をSと置いてある。 その支配方程式は

 $d/dx(\rho u\phi) = d/dx(\Gamma d\phi/dx)$ (A 2)

ここで、uはx方向の速度を表す。連続の式は

 $d/dx (\rho u) = 0 \tag{A 3 - a}$

すなわち ρu=一定 (A3-b) である。

離散化方程式を導くために、Fig.A1のコントロー ル・ボリュームをとる。この界面e,wの位置はそれぞ れ (δx)。離れたPとEの中点、(δx)。離れたWとPの中 点とする。方程式(A2)をFig.A1に示すコントロー ル・ボリュームについて積分すると、

$$(\rho \mathbf{u}\phi)_{\mathbf{e}} - (\rho \mathbf{u}\phi)_{\mathbf{w}} = (\Gamma d\phi/d\mathbf{x})_{\mathbf{e}} - (\Gamma d\phi/d\mathbf{x})_{\mathbf{w}}$$

(A 4)

となる。対流項及び**ゅ**に対して中心差分を行う。中心差 分は

$$\begin{split} \phi_{\rm e} &= (\phi_{\rm E} + \phi_{\rm P}) / 2 & ({\rm A} \ 5 - {\rm a}) \\ \phi_{\rm w} &= (\phi_{\rm P} + \phi_{\rm W}) / 2 & ({\rm A} \ 5 - {\rm b}) \\ ({\rm A} \ 4) \ \vec{\chi} / \vec{\natural} & \\ (\rho {\rm u})_{\rm e} (\phi_{\rm E} + \phi_{\rm P}) / 2 - (\rho {\rm u})_{\rm w} (\phi_{\rm P} + \phi_{\rm W}) / 2 = \\ \Gamma_{\rm e} (\phi_{\rm E} - \phi_{\rm P}) / (\delta {\rm x})_{\rm e} - \Gamma_{\rm w} (\phi_{\rm P} - \phi_{\rm W}) / (\rho {\rm x})_{\rm w} & \\ & ({\rm A} - 6) \end{split}$$

となる。 Γ_{e} 、 Γ_{w} は次式より求める。

 $\Gamma_{\rm e}^{-1} = (\Gamma_{\rm P}^{-1} + \Gamma_{\rm E}^{-1})/2$ (A 7 - a) $\Gamma_{\rm w}^{-1} = (\Gamma_{\rm w}^{-1} + \Gamma_{\rm P}^{-1})/2$ (A 7 - b)

よって、(A6)式の中心差分法による離散化式は

$$\mathbf{a}_{\mathrm{P}}\boldsymbol{\phi}_{\mathrm{P}} = \mathbf{a}_{\mathrm{E}}\boldsymbol{\phi}_{\mathrm{E}} + \mathbf{a}_{\mathrm{W}}\boldsymbol{\phi}_{\mathrm{W}} \tag{A 8}$$

となる。ここで、

$$\mathbf{a}_{\mathrm{E}} = (\Gamma/\delta \mathbf{x})_{\mathrm{e}} - (\rho \mathbf{u})_{\mathrm{e}}/2 \qquad (A 9 - \mathbf{a})$$
$$\mathbf{a}_{\mathrm{w}} = (\Gamma/\delta \mathbf{x})_{\mathrm{w}} - (\rho \mathbf{u})_{\mathrm{w}}/2 \qquad (A 9 - \mathbf{b})$$

$$\mathbf{a}_{\mathbf{P}} = (\Gamma/\delta \mathbf{x})_{\mathbf{e}} - (\rho \mathbf{u})_{\mathbf{e}}/2 + (\Gamma/\delta \mathbf{x})_{\mathbf{w}} - (\rho \mathbf{u})_{\mathbf{w}}/2$$

$$=a_{E}+a_{W}+((\rho u)_{e}-(\rho u)_{w})/2$$
 (A 9 - c)

連続の式から

$$(\rho \mathbf{u})_{\mathbf{e}} = (\rho \mathbf{u})_{\mathbf{w}} \tag{A 10}$$

なので、(A9-c)式より

$$\mathbf{a}_{\mathrm{P}} = \mathbf{a}_{\mathrm{E}} + \mathbf{a}_{\mathrm{W}} \tag{A 11}$$

(2) 風上差分法

拡散項はそのままとし、対流項に対して、"ある界面 でのφの値は、その界面の風上側の格子点でのφの値 に等しい"と仮定する。

$F_e > 0$	ならば	$\boldsymbol{\phi}_{\mathrm{e}}\!=\!\boldsymbol{\phi}_{\mathrm{P}}$	(A 12-a)
$F_{e} < 0$	ならば	$\phi_{\mathrm{e}}\!=\!\phi_{\mathrm{E}}$	(A 12-b)
$F_w > 0$	ならば	$\phi_{\mathrm{w}} = \phi_{\mathrm{w}}$	(A 12 - c)
$F_w < 0$	ならば	$\boldsymbol{\phi}_{\mathrm{w}}\!=\!\boldsymbol{\phi}_{\mathrm{P}}$	$(A \ 12 - d)$
副上主公社	な館畄に実	わオレ	

風上差分法を簡単に表わすと、

$$(\rho \mathbf{u})_{\mathbf{e}} \boldsymbol{\phi}_{\mathbf{e}} = \boldsymbol{\phi}_{\mathbf{P}} \max \left((\rho \mathbf{u})_{\mathbf{e}}, 0 \right) - \boldsymbol{\phi}_{\mathbf{E}} \max \left(- (\rho \mathbf{u})_{\mathbf{e}}, 0 \right)$$
(A 13)

ここで、max(,)は(,)内の数値列の最大 値をとるものとする。

よって、風上差分法による離散化方程式は(A8)式と 同じ次式の一般形で表わせる。

$$\mathbf{a}_{\mathbf{P}}\boldsymbol{\phi}_{\mathbf{P}} = \mathbf{a}_{\mathbf{E}}\boldsymbol{\phi}_{\mathbf{E}} + \mathbf{a}_{\mathbf{W}}\boldsymbol{\phi}_{\mathbf{W}} \tag{A 14}$$

ここで、

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{E} &= (\Gamma/\delta \mathbf{x})_{e} + \max(-(\rho \mathbf{u})_{e}, 0) & (A \ 15-a) \\ \mathbf{a}_{W} &= (\Gamma/\delta \mathbf{x})_{W} + \max((\rho \mathbf{u})_{W}, 0) & (A \ 15-b) \\ \mathbf{a}_{P} &= (\Gamma/\delta \mathbf{x})_{e} + \max((\rho \mathbf{u})_{e}, 0) \\ &+ (\Gamma/\delta \mathbf{x})_{W} + \max(-(\rho \mathbf{u})_{W}, 0) \\ &= \mathbf{a}_{E} + \mathbf{a}_{W} + ((\rho \mathbf{u})_{e} - (\rho \mathbf{u})_{W}) & (A \ 15-c) \end{aligned}$$

(3) 厳密解

$$x = 0$$
 \mathcal{C} $\phi = \phi_0$ (A 16-a) $x = L$ \mathcal{C} $\phi = \phi_L$ (A 16-b)

(287)

60

ならば、(A2)式の厳密解は

$$(\phi - \phi_0)/(\phi_L - \phi_0) = (\exp(Px/L) - 1)/(\exp(P) - 1)$$
 (A 17)

となる。Pは次式で定義されるセルペクレ数で対流と 拡散の強さの比を表わす。

$$P = \rho u L / \Gamma$$
 (A 18)

Fig.A2は厳密解(A17)式を無次元横軸x/L、無次元 縦軸 $(\phi - \phi_0)/(\phi_L - \phi_0)$ にとり、Pをパラメタとして表 わしたものである。

(4)指数法

対流流東 $ho u \phi$ と拡散流東 $-\Gamma d \phi/dx$ からなる全流東 Jを考えると、

 $\mathbf{J} = \rho \mathbf{u} \boldsymbol{\phi} - \Gamma \mathbf{d} \boldsymbol{\phi} / \mathbf{d} \mathbf{x} \tag{A 19}$

上式のJを使うと、(A2)式は

 $dJ/dx = 0 \tag{A 20}$

Fig.A1に示したコントロール・ボリュームで積分を 行うと、

 $\mathbf{J}_{\mathbf{e}} - \mathbf{J}_{\mathbf{w}} = \mathbf{0} \tag{A 21}$

厳密解(A 17)式の $\phi_0 \epsilon \phi_P \tilde{c}, \phi_L \epsilon \phi_E \tilde{c}, L \epsilon (\delta x)_w \tilde{c}$ 置き換えると、点PとEの間の分布形を表わす。この分 布形を(A 19)式に代入すると、

Fig. A 2 ϕ versus x curves for different values of the cell Peclet number P_e (assuming $\phi_0 < \phi_L$)¹⁰⁾

$$J_{e} = (\rho u)_{e} (\phi_{P} + ((\phi_{P} - \phi_{E}) / (\exp(P_{e}) - 1)))$$
(A 22)

ここで、

$$P_{e} = (\rho u)_{e} (\delta x)_{e} / \Gamma_{e}$$
 (A 23)

同様に、厳密解(A 17)式の $\phi_0 & e \phi_W \tilde{v}$ 、 $\phi_L & e \phi_P \tilde{v}$ 、Le (δx)_Wで置き換えると、点EとPの間の分布形を表わ す。この分布形を(A 19)式に代入すると、

$$J_{w} = (\rho u)_{w} (\phi_{w} + ((\phi_{w} - \phi_{P}) / (\exp(P_{w}) - 1)))$$
(A 24)

$$P_{w} = (\rho u)_{w} (\delta x)_{w} / \Gamma_{w}$$
(A 25)

$$(\rho u)_{e} (\phi_{P} + ((\phi_{P} - \phi_{E}) / (\exp(P_{e}) - 1)))) - (\rho u)_{w} (\phi_{w} + ((\phi_{w} - \phi_{P}) / (\exp(P_{w}) - 1))) = 0 (A 26)$$

指数法による離散化方程式を(A8)式と同じ一般形で 書き表すと、

$$\mathbf{a}_{\mathrm{P}}\boldsymbol{\phi}_{\mathrm{P}} = \mathbf{a}_{\mathrm{E}}\boldsymbol{\phi}_{\mathrm{E}} + \mathbf{a}_{\mathrm{W}}\boldsymbol{\phi}_{\mathrm{W}} \tag{A 27}$$

$$\begin{split} & a_{E} = (\rho u)_{e} / (\exp((\rho u)_{e} / (\Gamma / \delta x)_{e}) - 1) \\ & = P_{e} (\Gamma / \delta x)_{e} / (\exp(P_{e}) - 1) & (A \, 28 - a) \\ & a_{W} = (\rho u)_{W} \exp((\rho u)_{W} / (\Gamma / \delta x)_{W}) \\ & / (\exp((\rho u)_{W} / (\Gamma / \delta x)_{W}) - 1) \\ & = P_{w} (\Gamma / \delta x)_{W} \exp(P_{w}) / (\exp(P_{w}) - 1) \\ & (A \, 28 - b) \\ & a_{P} = a_{E} + a_{W} + ((\rho u)_{e} - (\rho u)_{W}) & (A \, 28 - c) \end{split}$$

(5) ハイブリット差分法

(A 28-a)式を

$$a_{E}/(\Gamma/\delta x)_{e} = P_{e}/(\exp(P_{e}) - 1)$$
 (A 29)

と変形する。Fig.A3はP_eに対するa_E/($\Gamma/\delta x$)_eの変化 を示す。図中のESは厳密解、CDSは中心差分法、UDS は風上差分法、HDSはハイブリット差分法を表わす。 P_eの値が正ならば格子点Eは下流側隣接点であり、そ の影響はP_eの増加と共に減少し、P_eが負ならば点Eは 上流側隣接点であり、大きな影響を持つ。

(288)

Fig. A 3 Comparison of exact flux passing through w face with other approaches, as a function of Peclet number P_e (ES,CDS,UDS, and HDS are described in Appendix A)¹⁷⁾

(A 30 - a)

(A 30 - b)

 $a_{E}/(\Gamma/\delta x)_{e}lt$

$$P_e \rightarrow \infty \mathcal{O} \succeq \rightleftharpoons a_E / (\Gamma / \delta x)_e \rightarrow 0$$

$$P_e \rightarrow -\infty \mathcal{O} \succeq \rightleftharpoons \qquad a_E / (\Gamma / \delta x)_e \rightarrow -P_e$$

 $P_e = 0$ の接線は $a_E / (\Gamma / \delta x)_e = 1 - P_e / 2$ (A 30-c)

となる。これら3本の直線は厳密解の包絡線をなし、 妥当な近似を表わす。

ハイブリット差分法はこれらの3本の直線から成立 ち、

$$\begin{split} P_{e} &< -2 \qquad \text{のとき} \quad a_{E}/(\Gamma/\delta x)_{e} = -P_{e} \\ & (A \ 31-a) \\ &-2 \leq P_{e} \leq 2 \ \text{のとき} \quad a_{E}/(\Gamma/\delta x)_{e} = 1 - P_{e}/2 \\ & (A \ 31-b) \\ P_{e} &> 2 \qquad \text{のとき} \quad a_{E}/(\Gamma/\delta x)_{e} = 0 \\ & (A \ 31-c) \end{split}$$

と近似する。

ハイブリット差分法は

1) セルペクレ数 $-2 \leq P_e \leq 2$ の範囲で中心差分法と 一致する。

2)1)の範囲外では拡散をゼロとした風上差分法となる。よって、ハイブリット差分法は中心差分と風上差

分の組合わせであり、3本の直線による厳密解の近似 になっている。ハイブリット差分法に対する対流-拡 散の場合の離散化方程式の一般形は(A8)式と同様な 次式で表わされる。

$$\mathbf{a}_{\mathrm{P}}\boldsymbol{\phi}_{\mathrm{P}} = \mathbf{a}_{\mathrm{E}}\boldsymbol{\phi}_{\mathrm{E}} + \mathbf{a}_{\mathrm{W}}\boldsymbol{\phi}_{\mathrm{W}} \tag{A 32}$$

ただし、

$$a_{E} = \max(-(\rho u)_{e}, (\Gamma/\delta x)_{e} - (\rho u)_{e}/2, 0)$$
(A 33-a)
$$a_{w} = \max((\rho u)_{w}, (\Gamma/\delta x)_{w} + (\rho u)_{w}/2, 0)$$
(A 33-b)
$$a_{P} = a_{E} + a_{w} + ((\Gamma/\delta x)_{e} + (\Gamma/\delta x)_{w})$$
(A 33-c)

本計算に用いたハイブリット差分スキームを次に示 す。 δx 離れた格子点WとP(Fig. 5)の中間にあるw点 で、x方向に垂直な面積A_wのw面を考える。本文(1)式 の対流流束と拡散流束に対するJをw面で表面積分し たものをJ_wとすると、

$$\mathbf{J}_{\mathbf{w}} = (\rho \mathbf{u}\boldsymbol{\phi} - \Gamma_{\boldsymbol{\phi}} \partial \boldsymbol{\phi} / \partial \mathbf{x})_{\mathbf{w}} \mathbf{A}_{\mathbf{w}}$$
(A 34)

である。

$$| P_{w} | < 2 \text{ Tit} \qquad J_{w} = (\rho u)_{w} A_{w} (\phi_{W} + \phi_{P}) / 2$$
$$- (\Gamma_{\phi})_{w} A_{w} (\phi_{P} - \phi_{W}) / \delta x \quad (A 35 - a)$$
$$P_{w} \ge 2 \qquad \text{Tit} \qquad J_{w} = (\rho u)_{w} A_{w} \phi_{W} \qquad (A 35 - b)$$
$$P_{w} \le -2 \qquad \text{Tit} \qquad J_{w} = (\rho u)_{w} A_{w} \phi_{P} \qquad (A 35 - c)$$

(289)

ここで、 P_w はセルのw面でのセルペクレ数であり、 $P_w = (\rho u)_w \delta x / (\Gamma_\phi)_w$ (A 36)

である。

付録B スワールのある場合の壁関数⁸⁾

壁に近い所では壁上の速度、k、εを対数則領域内の それらに結びつけてスワールの効果を表わす壁関数を 導入する。

(1) n壁での壁関数

旋回流の壁関数はRodi²²⁾による普遍速度分布V+

$$Y^+ > 11.63$$
 の時 $V^+ = 1 / \kappa \ell_n(EY^+)$

(B1)

(境界層形速度分布)を応用する。

ここで、n壁近くの総接線速度Vを

 $V = (u^2 + w^2)^{1/2}$ (B 2)

、n壁での総接線せん断応力を

 $\tau_{\rm t} = (\tau_{\rm rx}^2 + \tau_{\rm re}^2)^{1/2} \tag{B3}$

で与えると、総摩擦速度V+は

 $V^{+} = V / (\tau_{t} / \rho)^{1/2}$ (B 4)

、無次元壁距離Y+は

$$Y^{+} = y(\tau_{t}/\rho)^{1/2}/\nu$$
 (B5)

で与えられる。

 ν は動粘性係数、yは壁から格子点までの距離、Eは実験的に求められる摩擦係数で、Rodiら²²⁾は滑らかな壁の場合に、E=9を与えている。ここでは管内乱流旋回流の速度計測結果²⁴⁾からのE=9.8を用いている。 κ はkarman定数で κ =0.4187 である。(B1)式を書直すと、

 $V(\tau_{k}/\rho)^{1/2}/\tau_{t} = 1/\kappa \ell n(Ey(\tau_{k}/\rho)^{1/2}/\nu)$ (B6) \ge \chi_{s} \vert_{s}.

ここで、_なは壁に極近い格子点での_れの近似値である。

乱流の運動エネルギkの対流項と拡散項がこの壁近 傍領域では常にほとんど無視できる。この事から、k-輸送方程式でこれらの項を消去し(Table 2を参照の こと)、等方性を仮定した有効粘性係数(本文の(5式)) を使うと、_{Tk}は

$$r_{\rm k} = (C_{\rm D}C_{\mu})^{1/2}\rho {\rm k}$$
 (B7)

となる。(B6)式より_れは

$$F_{t} = -V_{P} \kappa \rho C_{\mu}^{1/4} C_{D}^{1/4} k_{P}^{1/2} / \ell_{n} (EY_{P}^{+})$$
 (B8)

ここで、πとV[‡]は符号が逆なので(-)を付ける。添 え字Pをもつ量はn壁に近い点での値を用いる。

 $uセルのn壁の拡散流束は<math>\mu_e \partial u / \partial r$ なので、 π の成分 τ_{rx} は

$$\tau_{\rm rx} = \mu_{\rm e} \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \tag{B9}$$

で与えられる。n壁の近くでは

$$\partial \mathbf{v} / \partial \mathbf{x} = 0$$
 (B 10)

であり、uの壁境界条件は

$$\mathbf{u}_{\mathbf{B}} = \mathbf{0} \tag{B 11}$$

であるので、 τ_{xx} を得るためには(B8) * $\cos\theta$ (=u/V) を行って求める。ここで、添え字Bは壁での値を示す。 θ (=tan⁻¹(w/u))は壁近くの総接線速度Vと軸速度u のなす角であり、そこでは θ =一定である。

よって、n壁での速度uに対する壁関数は

$$\mu_{\rm e}\partial u/\partial r = (-\kappa\rho C_{\mu}^{1/4} C_{\rm D}^{1/4} k_{\rm P}^{1/2} / \ell_{\rm I}({\rm EY}_{\rm P}^{+})) u_{\rm P}$$
(B 12)

である。

n壁でのwセルに対する拡散流束は $\mu_e \partial u / \partial r$ である。 πo 成分 $\pi_{r_{\theta}}$ は

$$\tau_{r_{\theta}} = \mu_{e} (\partial w / \partial r - w / r)$$
(B 13)

なので、壁関数 $\tau_t esin\theta(=w/V)$ 倍すると $\tau_{r_{\theta}}$ は

$$\pi_{r_{\theta}} = -w_{P} \kappa \rho C_{\mu}^{1/4} C_{D}^{1/4} k_{P}^{1/2} / \ell_{n} (EY_{P}^{+}) \qquad (B \, 14)$$

となる。

それ故、n壁での速度wに対する壁関数は

$$\mu_{\rm e} \partial_{\rm W} / \partial_{\rm r} =_{\rm W_{\rm P}} (-\kappa_{\rho} C_{\mu}^{1/4} C_{\rm D}^{1/4} k_{\rm P}^{1/2} / \ell_{\rm n} (\rm EY_{\rm P}^{+}) + \mu_{\rm e} / r) (B 15)$$

である。

(2)w壁での壁関数

w壁に沿う運動量の壁関数はn壁と同様に行う。 総接線速度Vは

$$V = (v^2 + w^2)^{1/2} \tag{B16}$$

(290)

である。ここで、w壁での速度uに対する壁関数はτ_{rx}より与えられる。 τ_{rx}は

$$\tau_{\rm rx} = \mu_{\rm e} \partial v / \partial x \tag{B17}$$

である。_{Trx}を得るには(B8) * cos ϕ (=v/V)を行な う。

ここで、 ϕ (=tan⁻¹(w/v))は壁近くの総接線速度V と速度vのなす角であり、そこでは ϕ =一定である。 よって、w壁での速度vに対する壁関数は

$$\mu_{\rm e} \partial v / \partial x = -v_{\rm P} \varkappa \rho C_{\mu}^{1/4} C_{\rm D}^{1/4} k_{\rm P}^{1/2} / \ell_{\rm I}({\rm EY}_{\rm P}^{+})$$
(B 18)

である。

w壁での速度wに対する壁関数は

 $\tau_{\mathbf{x}\theta} = \mu_{\mathbf{e}} \partial \mathbf{w} / \partial \mathbf{x} \tag{B19}$

より与えられる。_{xx}を得るには(B8)*sinφ(=w/V) 倍する。

よって、w壁での速度wに対する壁関数は

$$\mu_{\mathrm{e}} \partial \mathrm{w} / \partial \mathrm{x} = - \mathrm{w}_{\mathrm{P}} \varkappa \rho C_{\mu}^{-1/4} C_{\mathrm{D}}^{-1/4} \mathrm{k}_{\mathrm{P}}^{-1/2} / \ell \mathrm{n}(\mathrm{EY}_{\mathrm{P}}^{+})$$
(B 20)

である。

(3) その他の壁関数

固体境界に近いセルに対してY+<11.63 ならば分 子粘性が卓越する層流底層(Couette流れ)内にある。 よって、

 $Y^+ < 11.63$ の時 $V^+ = Y^+$ (B 21)

この時、n壁のuセルでの壁関数は

 $\mu_{\rm e} \partial u / \partial r = -\mu_1 u_{\rm P} / \delta_{\rm P} \tag{B 22}$

である。

ここでは、 $u_B = 0$ を用いた。他の運動量の拡散項に 対しても同様な式が得られる。

乱流のエネルギは(B13)式から

$$k\rho / | \tau_{\rm B} | = (C_{\mu} C_{\rm D})^{1/2} = -\Xi$$
 (B 23)

である。

ここで、壁境界近くでは壁流束はゼロである。また、 kの法線方向勾配はゼロとなる。壁に沿うkセルのk生 成ソース項にはせん断応力の壁関数を使う。

Gの一般式(Table 2)は

$$G = 2 \mu_{e} \left((\partial u/\partial x)^{2} + (\partial v/\partial r)^{2} + (v/r)^{2} \right) + \left(\tau_{rx}^{2} + \tau_{r\theta}^{2} + \tau_{x\theta}^{2} \right) / \mu_{e}$$
(B 24)

である。

n壁セルでは

$$\tau_{\rm t}^2 = \tau_{\rm rx}^2 + \tau_{\rm r\theta}^2$$
 (B 25)

であるので、

$$G = 2 \mu_{e} ((\partial u/\partial x)^{2} + (\partial v/\partial r)^{2} + (v/r)^{2}) + \tau_{t}^{2}/\mu_{e} + \mu_{e} (\partial w/\partial x)^{2}$$
(B 26)

となる。 ここで、_れは(B8)式を使う。 w壁セルでは

$$\tau_{\rm t}^2 = \tau_{\rm rx}^2 + \tau_{\rm x\theta}^2 \tag{B 27}$$

であるので、

$$G = 2 \mu_{e} ((\partial u/\partial x)^{2} + (\partial v/\partial r)^{2} + (v/r)^{2}) + \tau_{t}^{2}/\mu_{e} + \mu_{e} (\partial w/\partial r - w/r)^{2}$$
(B 28)

となる。

ここで、_エは同様に(B8)式を使う。

エネルギ散逸率εに対して、壁近くでの長さスケー ルは壁からの垂直距離に比例すると仮定すると、εに 対する壁関数は

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \left(\left(C_{\mu} C_{D} \right)^{3/4} / C_{D} \boldsymbol{\varkappa} \right) / \left(k_{P}^{3/2} \delta_{P} \right) \tag{B 29}$$

となる。線形化ソース法より、壁に近い点では壁毎に (B 29)を一定にした。