

GPS概論とSA対策の一方法

伊藤泰義*、井上圭典*

Outline of GPS and a Measure of SA by

Yasuyoshi ITHO, Keisuke INOUE

Abstract

This paper is divided into two parts. The first part outline of GPS, while the second part describes the method of fixing the position, which can minimize the effect of SA, and gives the result of an experiment that attests to the efficacy and advantage of the method.

Starting with introductory remarks the first part deals with the following themes: the principle of position fix, code pseudoranges, phase pseudoranges, the kinematic method, the OTF technique, and lastly DGPS network both in Japan and the rest of the world.

The second part addresses itself to the following contents: the calculating method of satellite coordinates and its examples, the relationship between the age of ephemeris and the degrees of precision of satellite coordinates, the construction of the observation equation and its solution, the relationship between the stability of the solution and the determinant of the coefficient matrix, examples of inferior precision caused by the effect of SA, and examples in which errors caused by SA are reduced.

Whereas the effect of SA normally produces random variation for a fixed position with the error ranging from 50 to 150 meters, our method could reduce the amount of variation of the error by 50 % approximately.

A glossary of GPS terminology is appended at the end of the paper.

* システム技術部

原稿受付 平成8年11月6日

審査済 平成9年5月7日

目次

1. はじめに2

第1部 GPS概論

2. GPSシステムの3部門

- 2.1 衛星3
- 2.2 衛星の配置3
- 2.3 衛星軌道の規模、公転周期3
- 2.4 衛星からの信号3
- 2.5 衛星監視3
- 2.6 衛星制御4
- 2.7 軌道決定4
- 2.8 受信機4

3. 観測方程式4

- 3.1 疑似距離の原式と観測方程式4
- 3.2 フェイズ観測方程式の応用——未知量、パラメータの消去7
- 3.3 距離差観測7

4. 運用上の諸問題7

- 4.1 利用分野の拡大7
- 4.2 各応用分野の要求精度8
- 4.3 フェイズ観測技術の「遺産相続」8
- 4.4 SAとその対抗策9
- 4.5 SA下の決定位置精度10
- 4.6 米国GPS行政のあれこれ10

5. キネマチック測位10

- 5.1 キネマチック測位の要件10
- 5.2 アンテナスワップ法11
- 5.3 OTF (On The Fly) 法11

6. 内外のDGPS運用12

- 6.1 日本におけるDGPS12
- 6.2 米国におけるDGPS13
- 6.3 諸外国におけるDGPSと国際協力14
- 6.4 民間でのDGPSサービス14

第2部 SA対策の一方法

第2部への序論

7. 衛星の座標、時計補正值16

- 7.1 GPSTIMEについて16
- 7.2 軌道情報、航海情報および衛星情報16
- 7.3 エフェメリス情報16
- 7.4 アルマナック情報16
- 7.5 電離層モデルのパラメータ17
- 7.6 電離層モデル式17
- 7.7 大気層通過による遅延時間の計算17
- 7.8 エフェメリスから衛星の x, y, z 座標、衛星搭載時計補正值の求め方17

8. X, Y, Z, CDTの「寿命」19

- 8.1 X, Y, Z, CDTの計算例とX, Y, Zの「寿命」19

9. 観測方程式と解法25

- 9.1 コード測定によるGPSの観測方程式25
- 9.2 原式の解法—線形化と逐次近似法25
- 9.3 INOUEの解法原式25

10. 解への準備26

- 10.1 エフェメリスの解説26
- 10.2 電離層モデルのパラメータの解説26
- 10.3 相対論を信号、軌道に適用26
- 10.4 ジオイド高の計算27

11. 解の実際27

- 11.1 MX4200の生データを使った計算例27
- 11.2 疑似レンジ観測を基礎にした解法の種々相27
- 11.3 飛来衛星数の増加とコンピュータ性能の向上30

12. 解の安定性について30

- 12.1 不安定な解の存在30

1. はじめに

船舶の運航において自船の位置情報は非常に重要な情報である。

特に、内航の船舶においては、狭水道や沿岸域の航行そして大都市圏への接近が求められるため、輻輳海域を運航せざるを得ない状況にある。そのため岩礁や浅瀬への座礁や乗り上げ、または他船との衝突を防止するため、他船と自船との位置関係や正しく航路内を航行しているか等、自船の正確な位置は、操船者にとって必要不可欠な情報である。こうした状況の中で、技術の発達により最近かなりの精度でかつ容易に位置測定が可能となったGPSに注目してGPSの現状技術を調査した。

GPSが民間に公開されて以来、受信機メーカーと研究者との協力で、メーカー各社が競ってGPS受信機を発売してきた。

利用者が受信機を使い、性能を調べ、メーカーに注文を出す、メーカーは更に性能向上のため研究者から新しい技法の提供をうけソフトを開発するという、お定まりのサイクルでGPSのソフトとハードが発展・進化している。

この研究開発のサイクルの過程で夥しい数の論文が内外で発表されてきた。一説には毎日世界のどこかで一編の論文が生まれているという。⁽³⁾

これらを取って大胆に分類するなら(一)各社受信機の性能テスト結果と適用条件・限界など。(二)利用分野拡大のための各種技法の提唱、ということになる。

これらは、GPSが後述するように、制御・衛星・受信機の3部門からなるシステムでありながら、民間で関与できる部分が受信機部門に限られていることからくる現象であるといえなくはない。通常、システム全体の向上・発展のためには、各部門に関して大いに論議があつてしかるべきであるが、そのようにはなっていない。

小論では、第一部にGPSの概要、GPSの現況、最新の話、応用分野等をGPS概論として記述し、第二部に筆者の一人がエフェメリスと生データとを出力する受信機を

利用して受信機の位置を求めるプログラムを開発した。その概要を記述した。

また、船舶技術を通しての運輸行政の観点からみたGPSの幾つかのトピックをとりあげている。

米国においてはNRC (National Research Council) にCETS (Commission on Engineering and Technical System) なる委員会があり、その下にCFGPS (Committee on the Future of Global Positioning System) GPS未来小委員会なるものがあり、技術的な諸問題が取り上げられ検討されてGPSの未来像を描いているが、その実現には当然行政の問題も絡んでくる。NRCは政・財・学界にテーマ毎に幾つかの勧告を公表している⁽⁴⁾。

わが国において国家行政全体の立場からGPSを正面から取り上げ審議・検討はされておらず、各省庁が個別に取り上げているに過ぎない。最近二、三の省庁で、省庁間の枠を越えた横断的な検討が開始されはじめようとしている。むしろGPSに関しては民間レベルでの利用・開発が先行している。今や応用分野の地平を見きわめることができないうちに発展しているGPSについて行政の立場から見定めておく必要があり、われわれはその問題意識を持ちつつ検討を進めた。

第1部 GPS概論

2. GPSシステムの3部門

GPS (Global Positioning System, 汎世界測位システム) は、次の3部門からなっている。これらを順次概説する。

- (一) 空間部門—衛星、衛星配置、信号
- (二) 制御部門—衛星監視、制御、軌道決定、ダウンロード、アップロード
- (三) 利用部門—軍事利用、民間利用、ハード、ソフトの開発、技法の研究開発

2.1 衛星

実験段階の衛星をブロック I 衛星と称していた。このタイプの衛星は後述するSAをかけることができない衛星であった。

実用段階の衛星をブロック II 衛星といい、この衛星にはSAがかけられるように開発された。更にブロック II A、ブロック II Rというタイプの衛星が打ち上げられはじめていく。これらは、衛星内で独自に衛星軌道要素を計算し、衛星間の通信も可能で、地上から長時間軌道要素が送られてこなくとも正確なエフェメリスを発信し続けることができるようになっていく。衛星の寿命は5~10年であるから、全部の衛星がII Rに替わるのは、2003年頃といわれている。

2.2 衛星配置

衛星の軌道と軌道上の配置は決められており、6軌道、1軌道に4衛星が最終配置で、現在ほぼその配置は完成し、古くなった衛星を次々に新衛星に替えているのが現状である。[用語集、第1図] 湾岸戦争時、SAをOFFにしたが、

衛星配置の関係から一日のうち18時間しか利用できない場合が生じ、当時問題にされた。

1996年4月現在、24衛星と予備衛星が地球を周回している。地球上のどの地点にいようと、上空に少なくとも8個の衛星が受信できるよう配置されている。これに対して米国NRCの下部組織であるGPS未来小委員会では、現状でも不十分であるという意見を発表している。

2.3 衛星軌道の規模、公転周期

軌道の大きさは、半長径 $A = 26000\text{km}$ で、地球半径(6378km)の約4.077倍の大きさである。軌道の傾きは赤道に対して約55度、地球に対する公転周期は約12時間である。

2.4 衛星からの信号

衛星の発信信号の基本周波数は $f_0 = 10.23\text{MHz}$ であり、第1表のような各種の信号が送られてきている。

表-1 GPS周波数

搬送波L1	$154f_0 = 1.57542\text{GHz}$	(波長約 19.0 cm)
搬送波L2	$120f_0 = 1.22760\text{GHz}$	(波長約 24.4 cm)
Pコード	$f_0 = 10.23\text{MHz}$	(波長約 29.3 m)
C/Aコード	$f_0/10 = 1.023\text{MHz}$	(波長約 293 m)
航法情報	$f_0/204600 = 50\text{Hz}$	(波長約 5950 km)

Spilkerはこれを次式で表している。⁽²⁾

$$L1(t) = A_1 P(t) D(t) \cos(2\pi f_1 t) + A_2 C(t) D(t) \sin(2\pi f_1 t)$$

$$L2(t) = A_1 P(t) D(t) \cos(2\pi f_2 t)$$

ここ A_1 , A_2 はそれぞれPコード、C/Aコードの振幅、 $P(t)$, $C(t)$ はそれぞれPコード、C/Aコード、は航法情報データである。

航法情報 $D(t)$ は、1500ビットを1フレームとする情報単位で繰り返し発信されている。1フレームはさらに300ビット毎の5つのサブフレームに分けられ、サブフレームの1,2,3は1ページからなり、4,5フレームは25ページからなっている。それで25フレーム分が発信されて、航海情報は完結される。

1秒50ビットの割りに出力されているから、1フレームの出力に30秒かかり、25フレーム全部の出力に12.5分かかる。

サブフレーム1,2,3は、エフェメリすなわち精密軌道暦、搭載原子時計の補正值、軌道元期の週番号(WN)が含まれている。それでエフェメリスは30秒毎に発信されることになる。

サブフレーム4,5の1セット25ページに、アルマナックすなわちその時点で上げられている全衛星の低精度の軌道情報および衛星の健康状態、注意情報、警報などが含まれている。

2.5 衛星監視

現在世界的に20個所を超えるの衛星監視局が衛星を常時追跡監視し米国防省に協力している。この監視網を

CIGNET (Cooperative International GPS Network) と称している。これから得られた情報は、制御局に集められる。日本の協力局は鹿島の郵政省電波研究所である。

米国NRCは、この監視網の点をもっと増やすよう国防総省に要望している⁽⁴⁾。

2.6 衛星制御

衛星の状況（健康状況、衛星搭載原子時計とTAI, International Atomic Timeとの比較、軌道要素）を調査し、各衛星に最新軌道情報をアップロードする。

軌道情報中のエフェメリスは、修正ケプラー軌道要素[用語集]と呼ばれるもので、これを使い、規定の計算様式に従って計算すれば、衛星の位置が数メートルの誤差範囲に納まると言われている (Remondi, B.W)⁽⁵⁾。この精度の検討については後述する。

マスター制御局 (CSOC, Consolidated Satellite Operations Center) はコロラドスプリングス近郊の空軍基地内にある。

制御・追跡を兼ねた局は、他にHawaii, Ascencion, Diego Garcia, Kwaleinの4箇所がある。

2.7 軌道決定——空間座標系から地球固定座標系へ

軌道決定の詳細は軍事機密とされ公表されていないが、およそ次のようにしているのであろう。

衛星追跡から得られ観測データの、測心座標から地球固定座標への変換、極運動補正、天球座標への変換を行い、更に章動・歳差の座標変換を行い、恒星を基準とした慣性座標系での衛星の位置を計算する。

これから各衛星の軌道を決定しケプラー軌道要素を求め、予報時間帯の衛星の位置を計算する。座標系を歳差運動にあわせ瞬時の平均赤道・平均春分点に移し、それに伴う衛星の座標を変換する。次にこの座標系をさらに瞬時の真赤道・真春分点に移し、それに伴う衛星の座標を変換する。これまでの座標系は天球上で設定した座標系である。

GPSでは衛星の座標を、最終的には地球に固定した座標系で表示するから、これと天球座標系との関係を探めなければならない。この関係は正確には事後に判明するが、1、2週間先の予測は可能で、この関係は極運動として発表されている。これを用いて衛星の座標を地球固定座標系に変換する。

こうして得られた衛星座標から、修正ケプラー軌道要素を、予報時間帯内では所要精度を維持できるよう最小自乗法的手法で求める。これを衛星にアップロードする。

この軌道要素の「寿命」に関しての調査結果は、8 X, Y, Z, CDTの「寿命」で述べる。

ここに、X, Y, Zは衛星の3次元座標であり、CDTは衛星時計のオフセット値で、単位をメートルに換算した値である。

2.8 受信機

これまで述べてきた事項は、与件であって、われわれユーザーが関与出来るものではないが、これまでわれわれが関与出来る受信機関連部門について工夫、改良が重ねられ

てきた。

コンピュータの高速・大容量化、超高密度集積回路の出現、計測・制御技術の向上などで、メーカーに対するユーザーや研究者の要求が満たされつつある。またユーザーの利用分野は多様化し、要求の条件（価格・精度・小型化・取り扱い易さ等）も広がる一方である。

ユーザーや研究者の要求・データ利用の技法に終わりはなく、全体として受信機の廉価・小型化・軽便化・ソフトの向上に向け努力が続けられている。

3. 観測方程式

3.1 疑似距離の原式と観測方程式

3.1.1 コード測定から得られる観測方程式

真空中の光速を c とし、衛星から電波が発信された「正確な時刻」を τ_A 、受信機がそれを受信した正確な時刻を τ_B とすると、発射瞬時の衛星の位置と受信した瞬時の受信機との距離は

$$c (\tau_B - \tau_A) \dots\dots\dots (2.1)$$

である。

しかし、電波は真空中を通過せず、衛星・受信機が持つ時計には誤差が含まれている。

今、衛星時計時刻を t_A 、誤差を Δt_A とすると $\tau_A = t_A + \Delta t_A$ である。

同様に受信機時計時刻 t_B 、を誤差を Δt_B とすると $\tau_B = t_B + \Delta t_B$ である。

電波の電離層通過遅延時間を d_1 、大気層通過遅延時間を d_2 とする。

われわれが観測できるのは時間差 $t_B - t_A$ である。この内容を吟味すると、受信機が受信機時計に従ってつくるPRN (pseudo random noise) コードのレプリカを発信させ、衛星が衛星時計に従って発射する衛星固有のPRNのコードと相互相関 (cross-correlation) をとり、衛星から受信機までの到達時間差を読み取っているのである。それぞれの、PRNコードがそれぞれの時計によって制御されているので、 t_A 、 t_B はそれぞれ衛星時計時刻、受信機時計時刻である。

GPSシステムに用いられている時刻系は、GPS時刻 (GPSTIME) と称する1週間周期の特殊な時刻系であるが、1秒間はTAI (国際原子時) の1秒である。これらについては「7.1 GPSTIMEについて」で詳述する。

さて、 t_A 、 t_B とともに正確な時刻ではないから、 $c (t_A - t_B)$ なるものは衛星受信機間の真の距離とはならず、疑似距離と呼ばれる所以である。

疑似距離とはいうものの、われわれが測れるのはこれであり、次式に見る通り、疑似距離から真距離が求められる。

すなわち、

$c(t_B - t_A) = c(\tau_B - \tau_A) - c(\tau_B - \tau_A) + c(t_B - t_A)$ (2,2)
 であるが、 $\tau_B - \tau_A$ は真空中の衛星から受信機までの到達時間であるから、

$\tau_B - \tau_A = t_B + \Delta t_B - d_1 - d_2 - t_A - \Delta t_A$
 とおける。この関係式を (2,2) 式右辺第2項に入れ、整頓すると

$$c(t_B - t_A) = c(\tau_B - \tau_A) - c\Delta t_B + c\Delta t_A + cd_1 + cd_2 \dots (2,3)$$

となる。 $p = c(t_B - t_A)$ と置き、 $c(\tau_B - \tau_A)$ は衛星・受信機間の真距離でこれを ρ と置くと

$$p = \rho - c(\Delta t_B - \Delta t_A - d_1 - d_2) \dots (2,4)$$

上述の通り疑似距離には求めたい真距離が含まれているのである。右辺は測定値である左辺のモデル式である。

これがPRNコード測定によるGPS測位の原式である。(2,3)式を用いて受信機の位置(u, v, w)、受信機の時刻補正值 Δt_B を求めることを考える。

$$c(\tau_B - \tau_A) = \sqrt{(x-u)^2 + (y-v)^2 + (z-w)^2} \quad (2,5)$$

であるが、右辺の座標(x, y, z)は衛星の時刻 τ_A の座標であり、座標(u, v, w)は受信機の時刻 τ_B の座標である。

両者の座標系は地球に固定した座標系である。衛星の座標とは、時刻 τ_A の座標系に準拠したものである。受信機の座標は時刻 τ_B の座標系に準拠したものである。(2,5)式の右辺から真距離を求めるためには、座標(x, y, z)を時刻 τ_B の座標系に変換しなければならない。

それを実行するためには、衛星の座標は最後に地球固定座標に変換しているため、その変換直前まで、 τ_A における軌道上の位置を求め、最後に τ_B の地球固定座標系に変換する。このようにして、(2,5)の右辺を計算すれば、 τ_A 時点の衛星と τ_B 時点の受信機との間の真距離が計算できる。

今、

$P \equiv c(t_B - t_A)$, $S \equiv c\Delta t_B$,
 $T \equiv c\Delta t_A$, $D_1 \equiv cd_1$, と置き、 $c(\tau_B - \tau_A)$ を $\sqrt{(x_A - u_B)^2 + (y_A - v_B)^2 + (z_A - w_B)^2}$ に置き換えると (2,3) 式は

$P = \sqrt{(x_A - u_B)^2 + (y_A - v_B)^2 + (z_A - w_B)^2} - S + T + D_1 + D_2$
 未知量 u_B, v_B, w_B, S を含む項を左辺に、既知量を右辺に整頓すると

$$\sqrt{(x_A - u_B)^2 + (y_A - v_B)^2 + (z_A - w_B)^2} - S = P - T - D_1 - D_2 \dots (2,6)$$

となる。

これがコード測定値から受信機位置を求める観測方程式である。

3.1.2 フェイズ測定から得られる観測方程式

衛星から発信されるコードは、周波数が10.23MHzのPコードと、1.023MHzのC/Aコードの2種類であり、Pコードは、周波数1.57542GHzと1.22760GHzの2種類の搬送波に乗り、C/Aコードは周波数1.57542GHzの搬送波に乗っている。

どちらのコードを採るにしても、衛星・受信機間距離を精密に測定するためには、搬送波の波の数を測る方が精度は高い。

GPSの搬送波の波長の短いことに着目し、そのフェイズを測定して受信機の位置を求める方法は幾種類も開発され、市販された。このうち幾つかはすでに顧みられなくなった。

事実、ある瞬時に衛星から発射された電波が受信機にとらえられるまでの間の搬送波の振動数の測定は容易ではない。それは搬送波には時刻信号が乗せられていないから、時間間隔を直接測定できないからである。しかし、高周波測定技術の向上とコンピュータの高速化、これを生かしたソフトの開発が、それを容易にしつつある。現在でも新しい方法が提唱され、実用化される可能性はある。ここでは次の二つの測定法を紹介する。

(1)搬送波のビート・フェイズ測定

受信機が作る搬送波と衛星からの到来搬送波とのビート・フェイズを測定して、それが到達時間に周波数を掛けたい値に等しいことを利用して方程式を作る。

その筋道は次の通りである。

一般に、周波数 f と ϕ フェイズとの関係は

$$f = \frac{d\phi}{dt}$$

である。 f の次元は cycle/sec、 ϕ の次元は cycle である。 f を時間に関して積分するとフェイズ ϕ が得られる。すなわち、ある時間帯の周波数 ϕ をカウントすれば、その時間内のフェイズ数が得られる。また、二つの波の振幅 f_1, f_2 が等しく波周波数が非常に近い場合、その合成波はビート現象が生じ、ビート波の周波数は $f_1 - f_2$ である。これを時間で積分すると

$$\Phi_1 - \Phi_2 = \int (f_1 - f_2) dt$$

である。

これを踏まえて、次式を考える。

$$\phi = \phi_i^k = \phi^k(t_A) - \phi_i(t_B) \dots (2,7)$$

ここで t_A, t_B はそれぞれ衛星時計および受信機時計の指示時刻とし、 t_A に衛星から発射された電波が t_B に受信機に到着したものとする。 ϕ_k, ϕ_i はある同一の基準時刻から勘定し始めたフェイズの積算値である。そこで (2,7) 式は次のように書き直せる。

$$\Phi_i^k = \int_{t_0}^{t_A} (f^k - f_i) dt - \int_{t_A}^{t_B} f_i dt$$

測定原点 t_0 が t_A に近ければ

$$\Phi_i^k \approx - \int_{t_A}^{t_B} f_i dt = - f_i (t_B - t_A)$$

とみなせる。

(2,7) は t_A, t_B 間を問題にしており $t_B - t_A$ は 77ms 前後の短い時間であるから、十分な精度で

$$\Phi_i(t_B) = \Phi_i^k(t_A) + f_i(t_B - t_A)$$

と置ける。ここで f は基準周波数である。そこで Φ は

$$\Phi = \Phi^k(t_A) - \Phi_i(t_B) = -f \cdot (t_B - t_A) \dots\dots\dots (2,8)$$

となる。

t_A と t_B との間には、近似的に次の関係式が成り立つ。

$$t_A + \Delta t_A + \rho / c = t_B + \Delta t_B - d_1 - d_2 \dots (2,9)$$

これは、関係式 $(t_B - t_A) = \rho$ から導かれる。

(2,8) 式の右辺と (2,9) 式から

$$\Phi = -\frac{f}{c} \rho - f(\Delta t_A - \Delta t_B + d_1 + d_2) \dots\dots\dots (2,10)$$

が得られる。

これがビート・フェイズ測定による GPS 測位の原式である。右辺は左辺測定値 Φ のモデル式である。

未知量を含む項を左辺に移し整理すると、

$$\rho + c\Delta t_B = -\frac{c}{f} \Phi - c(\Delta t_A + d_1 + d_2) \dots\dots\dots (2,11)$$

この式には、 $\rho = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2}$ であるから未知量 u_B, v_B, w_B と $S \equiv c \Delta t_B$ の 4 個を含む。そこで同一受信機で少なくとも 4 衛星の Φ を測定しなければ解けない。

初期の受信機ではこの方法を採用していたが、今は採用されていないようである。理由は次の(2)で説明するとおりであるが、この Φ_i^k の測定技法は、今は運用されてない NNSS (TRANSIT) の Doppler Integral と本質的に同じであり、それがまた次節の方法への橋渡し役をしているので記述した。

(2)連続ビート・フェイズ測定

そもそも、ビート・フェイズ Φ を測定する意義は、衛星・受信機間の距離の変動を検知することにある。 Φ の数が、ある時間内に 1 増えたことは、その時間内に衛星・受信機間の距離が 1 サイクル分 (1 波長分) 近寄ったことを意味する。どちらが動いたかはわからず、他の状況から判断する事になる。

これを踏まえて考えると、(2,7) 式は衛星時刻 t_A の衛

星と受信機時刻 t_B の受信機間の相対距離をサイクル数で求める式である。

実際の測定は、時刻 t_0 でカウンターをリセット (サイクル・ロックとかロック・オンとか呼ぶ)、 $\Phi^k - \Phi_i$ をカウントしはじめるのである。時刻 t_0 においては $\Phi = 0$ となるが、これはこの瞬時に衛星・受信機間距離に変動がないことを意味するだけで、距離そのものの値についての情報は得られない。

いま、時刻 t_0 における衛星・受信機間距離がサイクル数で整数 $N(t_0)$ であるとする、

ここで

$$\Phi_{total} = \Phi^k(t_A - t_0) - \Phi_i(t_B - t_0) + N(t_0) \dots\dots\dots (2,12)$$

なる式を導入する。この右辺第 1,2 項は上で見たように、時刻 t_0 を起算点とした衛星・受信機間の距離の変動量をサイクル数で表したもので、これに第 3 項を加えることで、時刻 t_B における衛星・受信機間の距離が決まる。

この $N(t_0)$ のことを、cycle ambiguity, cycle unknown あるいは ambiguity integer などと呼んでいる。

問題は、この $N(t_0)$ を如何に、より正確に求めるかである。この約 10 年間、この解法に関する研究論文が多数発表され、より早く、より精密な整数解法が実現してきている。

大洋航海はもとより、海洋測量、沿岸測量、狭水道航海など、又固定点間測量や長時間大量観測では、その要求精度は DGPS で解決しており、すでに実用化の時代に入りつつあるが、 $N(t_0)$ の解法の準リアルタイム化と高精度化により、利用分野によってはコード測定からフェイズ測定に移行していく状況がみえる。

ともかく、 $N(t_0)$ が決まれば、(2,7) 式から (2,9) 式を得たように、

$$\Phi_{total} = -\frac{f}{c} \rho - f(\Delta t_A - \Delta t_B + d_1 + d_2) + N(t_0) \dots\dots (2,13)$$

が得られる。

実際に測定可能なものは (2,10) 式の左辺の量である。これを $\Phi_{measured}$ とすると (2,13) は $\Phi_{total} = \Phi_{measured}$ と書け、波長を $\lambda = c/f$ とし、 $\Phi = -\lambda \cdot \Phi_{measured}$ と定義すると (13) 式は

$$\Phi = \rho(\Delta t_A - \Delta t_B + d_1 + d_2) + \lambda \cdot N(t_0) \dots\dots\dots (2,14)$$

となる。

これが連続ビート・フェイズ測定による GPS 測位の原式である。

(2,14) は、コード測定から得られる (2,4) 式に対応するものである。

$\rho = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2}$ 、 $S = c \Delta t_B$ 、未知数を含む項を左辺に集め整理すると、

$$\sqrt{(x_A - u_0)^2 + (y_A - v_0)^2 + (z_A - w_0)^2} - S = \Phi - c(\Delta t_A + d_1 + d_2) - \lambda \cdot N(t_0) \quad (2,15)$$

となる。

これが連続ビート・フェイズ測定値から受信機位置を求める観測方程式である。

3.2 フェイズ観測方程式の応用——未知量、パラメータの消去

前節(2,14)式の連続フェイズ観測方程式は、1受信機が4衛星以上からの電波を受信すれば受信機位置を得られるが、その前に各衛星までの $N(t_0)$ を求めなければならない。単機でもそれが可能であるが、通常は受信機2台を使って求めている。評価の高いアンテナ・スワップ法やOTF法は受信機2台を使った $N(t_0)$ の解法である。(2,14)は以下に述べる方法の基礎方程式になっている。この方法による成果の精度は高く精密測量分野ではこれによって精密な測点網を形成している。

計算原式は複雑であるので詳述しないが、方法原理と利点を概説する⁽⁹⁾。

(2,14)の右辺は Φ と大文字で、上付、下付添え字、時間引数もないが、以下の記述では、 Φ の代わりに ϕ を使い、説明の必要上、上付、下付添え字、時間引数を加えた。

3.2.1 一回差分法 (Single Differences)

時刻 t に、1個の衛星 p を、2個の受信機 a, b が観測する。 $\phi_{ab}^p(t) \equiv \phi_a^p(t) - \phi_b^p(t)$ が定義式である。この方法の主要な利点は衛星時計誤差 δt^p が方程式から消去されることである。また受信機 a, b 間が近づけば、衛星周波数のバイアスは無視できる。衛星回路内部遅延も消去される。ただし受信機時計の誤差 $\delta t_a, \delta t_b$ は消去されない。

3.2.2 二回差分法 (Double Differences)

2個の衛星 p, q を、2個の受信機 a, b が観測する。 $\phi_{ab}^{pq}(t) \equiv \phi_{ab}^p(t) - \phi_{ab}^q(t)$ が定義式である。この方法の主要な利点は受信機時計誤差 $\delta t_a, \delta t_b$ が方程式から消去されることである。一回差分法の段階ですでに衛星時計の誤差項がすでに消去されているので、この段階では時計誤差を考慮しないで解いてゆくことができる。

3.2.3 三回差分法 (Triple Differences)

2個の衛星 p, q を、2個の受信機 a, b が、時刻 t_1, t_2 で観測する。

$\phi_{ab}^{pq}(t_2, t_1) \equiv \phi_{ab}^{pq}(t_2) - \phi_{ab}^{pq}(t_1)$ が定義式である。この定義式の展開は何種類か組み合わせが考えられる。例えば

$$\phi_{ab}^{pq}(t_2, t_1) = \phi_{ab}^p(t_2, t_1) - \phi_{ab}^q(t_2, t_1)$$

$$\phi_{ab}^{pq}(t_2, t_1) = \phi_a^{pq}(t_2, t_1) - \phi_b^{pq}(t_2, t_1)$$

のように、目的に応じて使用する。この方法の利点は初期整数値 $N(t_0)$ が消去されることである。

3.3 距離差観測

差分法は、複数の受信機での観測データを要求する。1個の受信機で、1個あるいは複数個の衛星時刻 t_1, t_2 での観測をし、時間についての差を求め、観測方程式を作ることができる。これを距離差観測という⁽⁹⁾。例えば

$$\phi_a^p(t_2, t_1) = \phi_a^p(t_2) - \phi_a^p(t_1)$$

$$\phi_a^{pq}(t_2, t_1) = \phi_a^{pq}(t_2) - \phi_a^{pq}(t_1)$$

を考え、方程式を立てることができる。この方法の長所は t_1, t_2 の間に距離観測の欠測(衛星信号捕捉失敗等)がなければ整数初期値 $N(t_0)$ の設定は不要である。短所は、受信機時計、衛星時計の誤差の管理を厳重にしなければならないことである。

4. 運用上の諸問題

4.1 利用分野の拡大

GPSは、最初は地球表面あるいは上空を運動する物体の位置を何時いかなる場所においても求めることができるような軍事システムとして出発した。

その後、民間に開放され、本来の目的が民間でも利用できるようになり、利用は広がる一方である。

移動体の位置(航法)、未知固定点の確定(測地・測量)などが通常の利用分野であるが、次のような分野にも利用されている。

4.1.1 原子時計、周波数検定

GPSでは常時数個の衛星が間断なく基準周波数の整数倍のマイクロ波を発信している。この周波数を高精度で安定化させることが必要である。その精度は 10^{-12} 程度である。それでは、公称精度の位置を求めることができない。この安定化した基準周波数に目を付け手持ちの原子時計との比較・校正に用いたのが時刻管理を役目とする天文関係者であった。

既知量として衛星搭載の原子時計の補正量を含む観測方程式を解けば受信機時計のGPS時刻に対する補正量を求めることができる。GPS時刻とTAIとの関係は確定しているので、手元の原子時計とTAIとの比較は、GPS時刻との比較で代替できる。

ある同一時刻におけるGPS時刻の読みを τ_G 、受信機時計の読みを τ_R 、手元の原子時計の読みを τ_A とすると

$$\tau_G - \tau_A = \tau_R - \tau_A + (\tau_G - \tau_R)$$

であって、右辺第3項が上述の観測方程式を解いて得られた受信機時計のGPS時刻に対する補正量である。

この比較を定時的に行えば、手持ち時計の補正式の初項、1次項、2次項が得られる。

4.1.2 ジオイド高の検定

GPSに用いている地球基準楕円体は、ジオイドに最も適合(フィット)するものを選んでいる。ジオイドの定義はいくつかあるが、平均海面に最も適合する等ポテンシャル面である。大陸地形・潮流・地球の内部構造などでこのポテンシャル面は当然凹凸がある。

この凹凸を、地球基準楕円体からの高低で表現したのがジオイド高である。

洋上に浮かぶ船舶はジオイド高に近い点に在るはずである。GPS測位の精度が向上すると、ジオイド高補正に利用できるが、そこまでゆかずとも、ある点でのジオイド高観測データの一つとして参考資料となる。

ある海域を規則的に、ある期間繰り返し洋上観測することがある（海洋測量の一つ）が、繰り返し航行することにより、その船舶は平均海面に近い海面を航行したとみることができる。すなわちジオイド上にいたとみることができる。

同一観測点の近傍におけるGPSの3次元測位によって、地球基準楕円体からの高さの平均値が得られる。受信機の精度が高く、ジオイド高の高さが正確であれば両者はかなりの精度で一致するはずである。

しかし完全には一致しない。一致しない理由の調査の過程でジオイド高に関する新しい知見が得られる筈である。

4.1.3 プレートの移動、地殻の収縮・周期変動の検出

プレートをマンツルの「海」に浮かぶ地球大の巨大な舟と考えれば、地球基準楕円体に対する位置・移動は、GPS観測の対象になる。またプレート同士の衝突による地殻の歪、火山活動による地殻変動なども、GPS観測の対象となる。基準楕円体上に設定した座標軸は地殻に固定しているので、相対位置、相対移動量が検出される。

これらはタイムスパンの長い観測が要求されるが、定時・定点観測網の膨大な観測結果を利用すれば、長期変動と短期変動とが析出される。

プレートの移動に関してはVLBI (Very Long Baseline Interferometry、超長基線電波干渉計)、SLR (Satellite Laser Ranging、衛星レーザー測距) が先行していたが、GPSがこれに参入して三者の観測成果が比較検討されるまでに至っている。

研究目的に従い、受信機の展開、整約 (Reduction) 法が多数案出されている。

4.1.4 地球温暖化監視

地球上空に低高度衛星を上げ、GPS衛星が地平線から昇り、あるいは降る時刻を測定し、予想計算時刻とのずれから電波の屈折状況が感知できる。屈折する要因の中から気温による影響が析出でき、地球上層の気温が測定できる。このような観測を全衛星に対し、全地球規模で連続観測すれば、地球温暖化のモニターの一役をGPS衛星が担うことができる。この方法はNASAが開発し、バルーンの測定結果とよく一致することが確かめられ、本格的観測に入っている。

4.2 各応用分野の要求精度

前節において色々な分野でGPSが応用されていることを述べた、応用分野での要求精度には大きな開きがある。受信機メーカーは多様な要求を満たすために、精度・重量・価格に変化を持たせ需要に応じている。

次表は米国GPS将来小委員会がまとめた各応用分野の要求精度である。精度は2drms (distance root mean squareの2倍、 $drms = \sqrt{\sigma^2_E + \sigma^2_N}$) で、単位は付記のとおりである。但し、主要事項の抄録であり、軍事面の資料は全部省略した⁽⁴⁾。

(a) 海事

航海	大洋	1800~3700m または 1~2 naut.mi
----	----	----------------------------

	沿岸	460m または 0.25naut. mi
	港湾	8.0~20.0m
	内海・湾内水路	3.0m
	レジャーボート	10.0m
警備	船舶・貨物船	10.0m
測位	海中資源・海洋調査	1.0~3.0m
(b) 陸上輸送		
鉄道	運転制御	1.0m
道路	高速道路運行	5.0~20.0m
運行管理	無線電話位置・事故箇所	5.0~30.0m
位置情報	輸送車両編隊監視	25.0~1500m
	非常事態対処	75.0~100.0m
	自動操縦バス運行通報	5.0~30.0m
	車両指示・制御	30.0~50.0m
	衝突防止制御	1.0m
	事故データ集積	30.0m
精密農業経営	自動車両制御	0.05m
警備・救難	場所特定	10.0m
レクリエーション	ハイカー、山間僻地、スキーヤ	5.0m
(c) 地図作成基礎資料—地図投影、測量、測地		
	地理情報システム	1.0~10.0m
	写真測量学	0.02~0.05m
	リモートセンシング	0.1~20.0m
	測地学	0.01~0.05m
	地図作成	0.1~10.0m
測量術	水路測量	0.05~10.0m
	詳細地形(地勢)図	0.01~0.5m
	地所境界線図	0.01~0.05m
(d) 地球科学		
静的状態	気象学	0.01m
	海洋学	0.01m
動的状態	海洋学(リアルタイム観測)	10.0~30.0m
	気層地球物理学	3.0m 垂直方向
(e) 報時、電気通信 (時間) (周波数)		
共通時系	NASA 惑星間通信網	1ns 1×10^{-15}
報時	TAI, UTC	1ns 1×10^{-14}
	国際報時センター	0.1~1ns 1×10^{-14}

4.3 フェイズ観測技術の「遺産相続」

前々節の例3で他観測成果との比較検討の新しいツールとしてGPSの成果が入れられていることを紹介した。GPSには次のような側面もあることに注意したい。

GPS観測に先行する搬送波のフェイズ観測には、VLBI、NNSS (Navy Navigation Satellite System, Transit) があり、観測技術の積み重ねがすでにある。それがGPS観測に活用されている。

三者の観測方程式を変形して行くと、同一の方程式に帰着されることが数式的に導かれている⁽²⁾。これは先行の観測技術がそのまま応用できることを意味する。NNSSは既に役目を果たした航法であるがGPSがその技法を継承し

ている。

4.4 SAとその対策

GPSの実験段階において、民間用として公開したC/Aコードによる位置決定精度が意外に高精度であることが知られ、米国議会で国防上の問題となった。潜在敵性国のミサイルがGPSに誘導されて重要機関を破壊させることができるという理由からである。国防省は、ブロックII衛星から、この精度劣化処置を始めた。個々の衛星毎にこの処置をすることを、SA (Selective Availability) 処置 [用語集] という。通常これをSAがかけられている (SA on あるいは with SA) などという。

SA処置の実態は、修正ケプラー軌道要素の有効桁を下げ、衛星時計の時刻を振らす処置をランダムに行っているものである。時刻の振れは疑似距離測定に直接効いてくる。

このSAによって、測定位置のズレは周期が5~10分、振幅平均70mに及ぶ。

民間での利用に当たっては、この対策として、以下のような手段が考案されているが、そのSAの影響を完全に除去するまでには至っていない。

4.4.1 ディファレンシャル補正

現在、ディファレンシャル補正といわれているものは、コードの疑似距離またはフェイズの疑似距離へ補正値を加えて、SAの影響を除去しようとするものである。

補正原理は概略以下のとおりである。

SAがかかっていなければ、[疑似距離 (観測値) = モデル式]として解くところ、SAがかかっているので、[疑似距離 = モデル式 + SAによる影響付加量]から解を求めさせられている。この得られた受信機位置がどのような影響を受けたかは、受信機が未知点に置かれていたのでは明らかではない。

既知点でのSAの影響は、解いた結果の位置が既知点と一致しないとして現れる。そこで

疑似レンジ SAの付加量 = モデル式

(一部SAの影響を抱えている)

から、SAの付加量を未知数として求め、逐次近似の繰り返しからより確からしいSA付加量 (SAの影響を除去するため各衛星の疑似レンジへの付加量) を求めてゆく。これがディファレンシャル補正量である。

このディファレンシャル補正を、即時処理 (リアルタイム) するか、必要データを蓄積して事後処理 (ポストプロセッシング) するか、の処理法がある。前者については、現在日本では、公的機関としては海上保安庁灯台部が、1995年12月からディファレンシャル補正値を、実験電波にのせ発信している。発信地は目下、釧崎 (神奈川県)、大王崎 (三重県) の2箇所であるが将来、全国ネットを形成する予定である。利用有効範囲は各発信地を中心に200kmとされている。

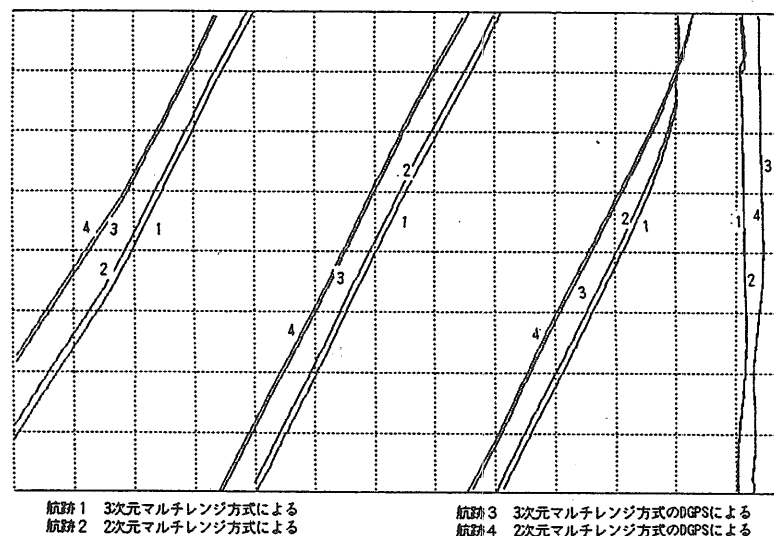
ディファレンシャル補正値を即時に得られない条件下では、観測データを蓄積して持って帰り、既知点における同じ観測時間帯のディファレンシャル補正値を利用して事後処理をする。

これらDGPSの現況については [6 内外のDGPS運用] で述べる。

なお、ディファレンシャル補正の目的はSA対策ではあるが、SAがOFFの場合でも、より精密な位置を求めるにはディファレンシャル補正は有効である。

主要な理由は、計算に用いている大気層通過遅延モデル式、電離層通過遅延モデル式が不十分であることに起因する誤差を補正するためである。

雲仙普賢岳が噴火していた当時、水路部観測船「明洋」が付近の海洋調査を行った。この時、船上には移動局受信機、東京築地の水路部屋上に基準局受信機を置き、同時帯のGPS受信をした。双方で収録した生データを用いて、今回改めてマルチレンジ方式で船位を求め、かつディファレンシャル補正を計算した。第1図がその結果の一部である。



第1図 DGPSによる航跡図例 方眼の単位は50メートル

る。図中のメッシュの縦横の幅は50メートルである。線1は3次元マルチレンジ方式から得られた航跡、線2は2次元マルチレンジ方式から得られた航跡、線3は各レンジにディファレンシャル補正値を加えた後に3次元マルチレンジ方式を適用して得られた航跡、線4は各レンジにディファレンシャル補正値を加えた後に2次元マルチレンジ方式を適用して得られた航跡である。真の航跡は線3、線4の近くにあると推定できる。船は南から北へと航行している。第1図は4つの線群からなっているように見えるが、一連の航跡である。最左側の最上部は左側から第2番目の線群の最下部に連続する。すなわち各線のX座標はそのままにして、Y座標を400メートル減じてプロットした。以下同様である。ただし第4番目の線群の最下部は、X座標を50メートル増やし、Y座標は400メートル減らし、線の幅を避けた。この間の航行時間は1393秒である。

4.4.2 確率過程の時系列理論の適用

SAがかけられた量を時系列に並べると、信号にランダムな雑音を加えられている様子がよく分かる。最近めざましく発達している確率過程の時系列理論をこれに適用して一応の成果上げている例が発表されている⁽⁹⁾。これによると、10分前後の短時間を考え、この時間帯では、SAによる軌道要素の変動、大気層・電離層遅延量等はトレンド量として除去し、衛星の原子時計を遅らせたり、進めたりするSA部分の確率過程モデル式を作り、時系列の時間変数は受信機時計からとり等時間間隔を維持し計算させる。この計算値と修正観測値との差は、平均値0、標準偏差4.12mmの結果を得ている。

予測理論として一般化するまでには至っていないが、DGPSでSAを除く行き方と異なる方法でSAに対処しているので、この方法の将来の発展を大いに期待したい。

4.4.3 SA廃止要求

SA対策のうち、廃止要求運動もその一つとして挙げられよう。

民主主義国米国では、SA廃止の声が各方面から自由に国防総省に向けてあげられている。

米国のNRCは、2,3年先にSAを廃止すべきだとの勧告を政府に進言している。いくつかの理由を挙げているが、要するにそれが国防を含めた国家政策にとってよりよい選択であるというのである⁽⁴⁾。

4.5 SA下の決定位置精度

NASAのジェット推進研究所(JPL)では、SA下の位置決定精度を、以下のように見積もっている。精度は 1σ で、単位はメートルである⁽⁴⁾。

誤差源	SPS	PPS
SA (Selective Availability)	24.0	0.0
大気層通過遅延	7.0	0.7
衛星時計、精密軌道暦	3.6	3.6
マルチパス	1.2	1.8
受信機ノイズ	0.6	0.6
UREE (確率50パーセントの半径)	25.3	4.1

水平方向のDOP (HDOP)	2.0	2.0
水平方向単独測位総合精度 (2drms)	101.2	16.4

4.6 米国GPS行政のあれこれ⁽⁴⁾

4.6.1 国防総省 (DOD)

1973年に国防総省はGPSを正式採用とし、空軍宇宙ミサイル機構の下に統合計画室(JPO)を設置、1978年には実験用GPS衛星が打ち上げられた。GPS行政一般はJPOが行っているが、研究・開発は宇宙ミサイルシステムセンターが、試験・評価は空軍試験・評価センターが、運用・保守は空軍宇宙指揮所が、それぞれ行っている。

1974～1994年の20年間に、地上施設、衛星製作に35億ドル、研究、開発、実験、評価に37億ドルを支出している。(1995年ドル価換算)

4.6.2 運輸省 (DOT)

1987年、DODの要請、市民ユーザーの要望に応え市民GPSサービス(CGS)が設立された。CGSはDOTの監督下に置かれ、実務は沿岸警備隊が行っている。

サービス内容は、

- (1)航法情報の提供
- (2)市民GPS組織との間の窓口、技術情報交換のフォーラム
- (3)市民PPS計画事務局。これは市民がPPS信号(Pコード)にアクセスできるような全国的な活動組織の事務局。

4.6.3 DOD/DOT合同委員会発足

1993年5月、国防長官と運輸長官との間で、増大するGPSの利用の現状から、運用・技術・制度上の諸問題の検討、軍と市民の双方の要求を満足させるための協議を始めることで合意した。

1993年12月、「GPS：その二元的利用システムの管理と運営、国防・運輸両長官への答申」がDOD/DOT合同作業部会によって出された。

この答申によれば、DOTに位置・航法実行委員会を設け、DODの位置・航法委員会と直接交渉できるようにし、座長は運輸行政に関し副長官を選任できることになる。副長官は、DOD/DOT GPS実行委員会を結びつけ、新しい協力関係を生み出すことが期待される。

同委員会には、沿岸警備隊、連邦航空局(FAA)、連邦高速道路局(FHWA)、連邦鉄道局(FRA)、が加入している。

5. キネマチック測位

5.1 キネマチック測位の要件

キネマチック測位は、移動体の位置を相対誤差がセンチメートル程度になるように計画されたものである。位置が既知の固定局と移動局に受信機を置き、移動局が同一点に回帰した時の決定緯度・経度が同一であることがキネマチックであることの条件である。

この測位システムが、機器性能で使われる言葉でいう、

回帰性・再現性に優れているので、例えば数カ月の海洋開発プロジェクト関連の測量に最適である。

ただし、これはGPSというシステムの中に、更にシステムを組み込んでいるので、運用に諸要件と限界のあることは否めない。

キネマチック測位という場合、少なくとも次の要件を備えていなければならない。

- (a) 受信機R1、R2の2台を備え、R1を固定点に、R2を移動体に設置する。
- (b) 固定点から移動体へのリアルタイムの通信手段が確保されている。
- (c) 同一時間帯に、少なくとも4個の同一衛星を、両受信機がとらえ続けていなければならない。

これらの要件を満たした上で、さらに次の処置をとらねばならない。

R1、R2を隣接したところに置き、少なくとも同一の4衛星のフェイズ測定をし、Ambiguity 整数を確定しておかねばならない。

ここで、ambiguityなる言葉がでてきたので、その解説をする。

キネマチック法を離れ一般にフェイズ測定について考える。受信機が出す基準周波数とドプラーシフトした衛星からの周波数との差をカウントすることであるが、カウント開始時刻(フェイズロック時刻)における、衛星と受信機間のフェイズの整数値(波の数)は不明である。不明であるとはいいつつも、受信機の大体の位置は知られているはずであるから、大凡の波数 N_0 は分かっている。正確な数 $N=N_0+dN$ は、 dN を未知数として解いて決まる。この N をambiguityと呼んでいる。

解いて得られた確定ambiguityのことをambiguity整数と呼ぶことにする。

従来は、このambiguity整数を確定するために時間をかけていたが、次節のアンテナスワップ法が開発され、この準備時間が非常に短縮された。

さて、キネマチック法の話に戻り、このR1、R2の各衛星のambiguity整数を定めた上で、はじめて移動体に搭載されたR2はR1を離れ、本来の目的の移動を開始する。

この後も、R1、R2ともフェイズ測定を連続して行ない、R1で取得したデータは、R2へリアルタイムで送られ、R2の位置決定の一要素となる。

このキネマチック法の短所は、R2でのフェイズ測定が中断(サイクルスリップ)すると、R1の振出点に戻り、ambiguity整数確定をやり直しせねばならなかったことであった。やり直しがきくという点では長所でもあるが、この難点を、後述のOTF(On The Fly)法によって克服した。

5.2 アンテナスワップ法

前節で述べたambiguity整数確定のための時間を大幅に短縮したアンテナスワップ法について、Leick⁽³⁾に従い概説する。

はじめ、固定点Kに受信機R1とアンテナA1を置き、移動体Mに受信機R1とアンテナA2を置く。同一の2衛星のフェイズ測定をする。

次にアンテナA1をA2の位置に、アンテナA2をA1に置き、同様な測定をする。

時刻 t におけるKP間のフェイズ観測値を $\phi_{k^p}(t)$ 、真距離を $\rho_{k^p}(t)$ 、ambiguityを N_{k^p} などと記すと、スワップ前の場合の

$$\phi_{k^p}(1) - \phi_{m^p}(1) - \phi_{k^q}(1) + \phi_{m^q}(1) \quad \dots (5.1)$$

$$f/c[\rho_{k^p}(1) - \rho_{k^q}(1) - \rho_{m^p}(1) + \rho_{m^q}(1)] + N_{k^p} - N_{k^q} - N_{m^p} + N_{m^q} \quad (5.2)$$

である。

スワップ後の場合には、

$$\phi_{k^p}(t) - \phi_{m^p}(t) - \phi_{k^q}(t) + \phi_{m^q}(t) \quad \dots (5.3)$$

$$f/c[\rho_{m^p}(t) - \rho_{m^q}(t) - \rho_{k^p}(t) + \rho_{k^q}(t)] + N_{k^p} - N_{k^q} - N_{m^p} + N_{m^q} \quad (5.4)$$

である。

(5.3) から (5.1) を引くと、ほとんど

$2f/c[-\rho_{k^p}(t) + \rho_{k^q}(t) + \rho_{m^p}(t) - \rho_{m^q}(t)]$ に等しくなり、K点からM点へのベクトルが定まり、K点は既知点であるからM点も決まり、各衛星までのambiguity整数が決まる。

この方法はRemondiが考案したもので、この決定の所要時間は2分前後である。

5.3 OTF (On The Fly) 法

センチメートルの精度を要求されるキネマチック法では誤差なしのambiguity整数の確定は、根本問題である。一波長は19cmである。ambiguity整数の1の違いは19cmの受信機・衛星間距離の違いにつながるからである。

OTF法は、もしサイクルスリップ(衛星からの周波数の連続受信の失敗)が起きても、すぐにフェイズロックをし、あたらしいambiguity整数を求めることができる。また、しばしば、繰り返しサイクルスリップが起きても、短時間でambiguity整数を求めることができる。

一たび、ambiguity整数が決まれば、その前後の時刻の移動体の位置を求めることができる。

以下、再びLeick⁽³⁾に従って解説する。

5.3.1 探索立方体と試行ambiguity

ある瞬時に移動体の真の位置を確実にその内側に含んでいる立方体を探索立方体(Search Volume)といい、初期探索位置は、PコードまたはC/Aコードから得られる疑似距離式の2回差分から求めるのが最も便利である。

この初期位置が、より正確であればある程、正解が早く出るようなアルゴリズムとなっている。

また、精度の標準誤差が探索立方体の大きさを決める。

まず、時刻1における初期位置は

$$P_{km^p}^q(1) = P_{km^p}^q(t) - c/f[\phi_{km^p}^q(t) - \phi_{km^p}^q(1)] \quad (5.5)$$

で計算する。

ここで、演算子 $D_{km^p}^q$ は、

$D_{km^p}^q = D_{km^p} - D_{km^q} = D_k^p - D_m^p - D_k^q + D_m^q$ を意味する。そして例え

ば P_k^p は k 点と衛星 p との間の疑似距離 (メートル)、 ϕ_k^p は k 点で測った衛星 p のフェイズ (サイクル) である。

Abidin (1993) は、はじめ探索楕円体を提唱したが、後に前記のような立方体に平易化した。

この立方体の中に、受信機の真の位置は勿論、初期位置、中間の解が含まれていなければならない。そのような設定でなければならない。

この立方体の一つの頂点 C の ambiguity 整数は

$$N_{km}^{pa}(1) = \phi_{km}^{pa}(t) - f/c [\rho_{kp}(t) - \rho_{m,c}^p(t)] + f/c [\rho_{ka}(t) - \rho_{m,c}^a(t)] \dots\dots\dots (5,6)$$

から計算する。8 個の頂点全部の計算をすると、真の ambiguity 整数を含む、ambiguity 範囲が得られる。

これを観測衛星全部について実行し、各衛星にそれぞれ ambiguity 範囲が定まる。

受信機の位置 x,y,z を求めるには、3 個の方程式が必要である。すなわち、3 衛星のフェイズ測定方程式中に試行 ambiguity 整数を置かねばならない。

各衛星の ambiguity 範囲の整数の数を考えると、この組み合わせは大変な数となる。

5.3.2 拡大一方の試行位置群

通常、キネマチック法では、探索立方体中の試行 ambiguity 数と衛星数とを掛けた数程の組み合わせで、各衛星の真の ambiguity 整数を見つけ出している。

次の 3 回差分式が成り立つ。

$$[\rho_{mp}(t_2) - \rho_{kp}(t_1)] - [\rho_{ma}(t_2) - \rho_{ma}(t_1)] = [\rho_{kp}(t_2) - \rho_{kp}(t_1)] - [\rho_{ka}(t_2) - \rho_{ka}(t_1)] - c/f \phi_{km}^{pa}(t_2, t_1) \dots\dots\dots (5,7)$$

これをコンパクトにまとめると、

$$\rho_{mp}^{pa}(t_2) = \rho_{mp}^{pa}(t_1) + \rho_{kp}^{pa}(t_2, t_1) - c/f \phi_{km}^{pa}(t_2, t_1) \dots\dots\dots (5,8)$$

となる。

これは、 t_2 における移動体の各衛星までの距離を求めるためには、それ以前の t_1 のときの距離が知られていなければならない。衛星の増加に伴い計算量も増大する。

5.3.3 OTF 技法

OTF 法は次のとおりである。簡単のため 4 衛星の場合を考える。固定点受信機 k の位置は既知である。

(1) 探索立方体を決め、ambiguity 範囲を定め、3 組の方程式 (trial triplet) を決める。これを仮に試行セットと呼ぶ。

(2) 移動体と衛星とのレンジを

$$\rho_{m,t}^{pa}(t_1) = \rho_{kp}^{pa}(t_1) - \phi_{km}^{pa}(t_1) + N_{km,t}^{pa}(1) \quad (5,9)$$

(110)

から計算する。添字の t は試行 ambiguity に関わるものであることを意味する。

この結果、試行位置が求まり、これが探索立方体に入っていれば残し、入っていなければ、その試行セットは捨てる。

すべての試行セットに対し試行位置を求め、総合的に見て、物理的に意味のあるセットを拾い出す。

(3) (5.8) 式を用い、時刻 t_2 における $\rho_{m,t}^{pa}(t_2), \rho_{m,t}^{pa}(t_1)$ を計算する。

(4) 以上の準備をしてから、次式によって ambiguity を再計算する。

$$N_{km,t}^{pa}(2) = \rho_{m,t}^{pa}(t_2) - \rho_{kp}^{pa}(t_2) + \phi_{km}^{pa}(t_2) \dots\dots\dots (5,10)$$

これを、残された試行セットに対して行い、

$$N_{km,t}^{pa}(1) = N_{km,t}^{pa}(2)$$

となる試行セットは、実は正しい ambiguity 整数セットとみなしうる。

6. 内外の DGPS 運用

6.1 日本における DGPS

6.1.1 港湾建設局における事例^{例)}

運輸省第四港湾建設局は平成元年度から 5 年度にかけて、古野電気 (株) と共同で関門航路の開発・保安及び港湾建設に必要な浚渫船、測量船等の作業船について、一つの基準局から発射する位置補正データの電波を受信する移動局 (作業船) を高精度、リアルタイムで 3 次元測位する RTK/GPS 測量システムを開発した。当局は本システムを運用するために民間会社、公益法人から構成される「海上測量技術高度化協議会」を創設し、電波免許の取得、基準局の設置、システムの改良及び技術の向上に関する実験を行っている。基準局運営費は加盟団体と電波利用者の負担によっているが、従来の電波測距儀の経費を下回り、水平測位精度も 1 桁以上向上している。

本システムは電波障害物の少ない港湾を含む沿岸海域では良好に適用できる。また、高精度であるため作業船だけでなく、阪神・淡路大震災による岸壁、防波堤等の港湾施設の変位測量に利用された。基準局の運営には経費を要するが、一つの基準局に対して利用者が多いほど利用者の経費が少なくなるという特長を有している。

運輸省港湾局はこのシステムを全国的に展開しようとしている。

6.1.2 神戸・大阪海域における事例^{例)}

第五管区海上保安本部の水路部では、平成 8 年 1 月から、GPS 受信機とマイクロ波測距儀とを組み合わせ、基準局移動型 DGPS システムとも呼ぶべき方式を考案し、実際に運用し成果を挙げている。このシステムの概要を次に示

す。

測量海域を見渡せる陸上の既知点に基準局用GPS受信機とマイクロ波測距儀の従局とを設置する。測量船上にGPS受信機とマイクロ波測距儀の主局を設置する。GPS受信機とマイクロ波測距儀とはハードの基板上で結合されている。

基準局からのディファレンシャル補正値はマイクロ波測距儀を介して船上の受信機にリアルタイムで送信される。同時に、船上のマイクロ波測距儀によって受信機・基準局間の距離を求め、コンピュータに蓄積しておく。

この距離データは、基準局からのディファレンシャル補正値の送信が途絶えた場合、船位の見かけ上の「飛び」を消去するために、役立つ。水平方向の精度は±1m程度である。

また、1995年12月に水路部所属の測量船「うずしお」が竣工した。この船には原点測量用の精密GPS受信機(RTK-OTF)が搭載されている。本来の目的は、これを海岸の一点に据えつけ、この地点の単独(Stand Alone)精密測定に用いるのであるが、丁度、郵政省独自の調査研究目的で、同省が神戸の鉢伏山山頂のアンテナから、ディファレンシャル補正値を発信していたので、これを受信し、受信機をディファレンシャル補正値受容モードにして船位を求め良好な結果を得ている。

ただ、この電波は、試験電波で、運用期間は決まっていないが、今後1年くらいは運用する予定である。

6.1.3 海上保安庁灯台部の取り組み

かねて海上保安庁灯台部電波標識課では、ラジオビーコン局を利用したDGPSの可能性を実験してきたが、昨年(1995年)12月から釧崎(神奈川県)と大王崎(三重県)からディファレンシャル補正値を乗せた試験電波を発射し始めた。将来は日本全域をカバーする予定だそうである。

セナー(株)において、この電波を受信し、この補正値を用いて自社屋上のアンテナ位置を得るため、約10,000個毎のデータを収録した。解析結果アンテナ位置の最確値標準偏差が2~5cm、個々の標準偏差は2mであった。

さらに、伊東、石廊崎、御前崎で国産のローコスト受信機で受信した結果、個々の測定値の標準偏差が±1m前後、最確値(平均値)の標準偏差が±2~5cm、高精度受信機での測定では、個々の標準偏差が±0.5m、最確値の標準偏差±1cmという結果を得ている。

6.1.4 日本航路標識協会の調査研究成果¹³⁾

日本航路標識協会は平成6,7年度の2か年にわたり「航行測位衛星システムを使った測位の位置誤差補正に関する調査研究」を行った。報告書において精度及び運用に当たっての所見がまとめられている。それによると、①補正データの復調にミスがなければ、測位精度は、ローコスト受信機で各成分共RMSは±2m、高精度受信機で±0.5mが期待できる。②基準局から100km程度ではほぼ終日、高精度利用が期待でき、180kmを多少越えても中間に陸地がなければ高精度利用が可能。③ビーコン受信機の補正情報

復調能力は、電波のS/Nに左右される。特に夜間、S/Nが低下し利用可能範囲は狭くなる。④補正データの更新時間が長引くと精度は低下する。SA下では補正データは数分周期で変動する。⑤中波ビーコン受信機は雑音に弱いので、ビーコン局新設に際しては雑音対策を第一にすると述べている。

なお、同委員会メンバーの小野房吉氏¹⁴⁾によると、すでに試験電波を出している釧崎と大王崎のDGPS補正値を用い、ある固定既知点で長時間連続観測を繰り返してゆくと、同固定点はじめ、基準局の位置の改良、——これはDGPS補正値の精密化につながる——さらには地殻変動による位置の変動を検出することができるとの見通しを得ている。

6.1.5 NTTの補正データサービス

現在、NTTが横浜市鶴見区に設置した基準局から、携帯電話で受信可能な補正データが終日発信されている。契約料、利用料、通信ユニット代、通話料金などの費用がかかるが、半径300km以内で精度1mの高精度を維持しているという。

6.2 米国におけるDGPS

以下恒常的なDGPSサポートの現況(1995年時点)について述べる。

6.2.1 政府サポート

約12の部局がDGPSのネットワークが運営または計画している。特に以下の3局を紹介する。

(1)FAA(Federal Aviation Administration、連邦航空庁)のWide-Area and Local-Area DGPS

全米を24の広域に分け各基準局を設置、各局が地上回線で結ばれている。補正値などが静止衛星を通しユーザーに送信されている。完成は1998年。

このシステムはWAAS(Wide-Area Augmentation System)として知られている。

局地空域については計画中で、約120の滑走路から要求が出されている。

(2)U.S.Coast Guard(沿岸警備隊) DGPS Services

全米沿岸に50の基準局を設け、RTCM SC-104のフォーマットで、ラジオビーコン局から補正値等を発信している。半径460km以内であれば精度1.5m(2drms)であると言われている。

将来、Army Corps of Engineersの了解を受け、例えばミシシッピ河の航海にも利用できるよう計画している。

(3)NOAA's Continuously Operated Reference Station (CORS)

これは、DGPSの補正値を集積しておくセンター的な役割をしている。補正値をリアルタイムで得ることはできないが、(1)、(2)の発信した補正値を、ユーザーが容易に取得できる形式で磁気記憶装置に蓄積している。ユーザーは、後処理用データとして利用できる。

6.2.2 州、地方のサポート

カリフォルニア州では恒久的なGPS測地配列を敷いて

いるが、その一部としてまた恒久的な DGPS の基準局にしている。この協力機関は、連邦地方局、州当局、地方局、大学である。主目的は地震監視、地震予知である。

ところが、付近のリバサイド地方の技術者、測量家はこの補正値を受信し DGPS に利用している。

6.3 諸外国における DGPS と国際協力

6.3.1 Maritime DGPS Services

国際灯台部協会 International Association of Lighthouse Authorities (IALA) は、各国の沿岸、港湾にある中波のラジオビーコン局を利用して、DGPS 情報を流すことの橋渡しをしている。目下、スウェーデン、フィンランド、オランダ、デンマーク、アイスランド、ドイツが協力し、全沿岸の大部分をカバーしている。予備実験、公開実験中は、オーストラリア、カナダ、中国、ノルウェー、ポーランドである。計画中はインド、南アメリカである。

6.3.2 FFA (連邦航空庁) の WAAS 方式による国際的協力

FFA が採用した WAAS は、航空機に有効である。静止衛星のが利用できる国、カナダ、オーストラリア、ニュージーランド、日本などが関心を示している。

6.3.3 International GPS Service for Geodynamics (IGS)

これは DGPS の補正値をサービスするものではないが、DGPS の目的が精密な位置を求めるとするならば、このサービスはその目的にかなうものである。

全世界の 50 個所以上の GPS 追跡基地が NASA を始め各国の機関が、測地学・地球物理研究活動を支援するために活動している。追跡の目的はリアルタイムのディファレンシャル補正値を求めるのではなく、後処理用の 10-30cm の精度の GPS 軌道、エフェメリスを求めるためのものである。

観測値は NASA のジェット推進研究所で処理される。この軌道要素を用いた X, Y, Z, 衛星時計のオフセット値は、インターネットを通して得られる。アドレスは以下の通り

<http://igsceb.jpl.nasa.gov/igsceb/product/>

6.4 民間での DGPS サービス

民間の DGPS サービスは、精度幅、価格幅、データリンクの方式が多様であるが、利用者は契約者に限られる。⁽⁴⁾

6.4.1 Racal Survey

これは SkyFix として知られた英国 Racal 社のシステムで、多方面の測量に適用されている。全世界に 25 の基準局をもち、ディファレンシャル補正値を各地の静止衛星と Inmarsat 衛星を介して送信し、全世界をカバーしている。精度は 3-5m であると言われる。

6.4.2 Jhon E. Chance & Associates, Inc.

これは Starfix II として知られ、ディファレンシャル補正値を、全世界に向け、静止通信衛星を介して送信している。リアルタイム処理で精度は 53cm (2drms) であると言われる。

6.4.3 Differential Corrections Inc.

ディファレンシャル補正値提供有限会社とでも訳すのか、そのものズバリの会社が、FM ラジオを介して、現在

は全米に補正値を流している。現在 46 の FM 局があり、さらに 51 局増やすそうである。1 秒間に 1187.5bits のデータを発信している。

このサービスの特徴は、使用料が上、中、下の 3 段階に分かれ、上の料金を支払えば上のデータが使い、精度は 1m (2 drms) と高い。中は 5m (2 drms)、下は 10m (2 drms) となる。

第 2 部 SA 対策の一方法

第 2 部への序論

(1) SA 対策の意義

各衛星に SA の指示を与えると、それぞれ固有の仕方で故意に信号・軌道要素を狂わせた情報が各衛星から発信される。狂わされるのは C/A コードだけであるが、民間では C/A コードしか利用できない。

SA 下での測位精度は水平面上で 50m ~ 150m の誤差を生じ、しかもその変動周期はランダムである。

現在、この SA による誤差の影響を減殺する方法が幾つか見いだされ実行に移されている。

SA 対策の意義は、現在開発されている対策を一層有効化することと共に、新たな対策を開発することにある。

(2) 小論の SA 対策がどのようなことに役立つか。

小論の方法は後述するように、誤差の拡散を 3 分の 1 前後に絞り込むことができる。

これは単独測位 (stand alone) の場合には受信機搭載の移動体の SA による「見かけ」の変動を、50m 以内に押さえることができる。例えば、海洋観測における位置データとして使用する際、平滑化が容易なばらつき範囲である。

ディファレンシャル GPS (DGPS) を適用している場合、基準局からの交信が途絶えたり、空中状態が悪く補正データが使えない場合、また補正データは得られても適用範囲時間外のデータであった場合などは、補正値なしで処理をする。この場合の受信機位置の飛びは SA の影響を受けた分程度のものとなる。小論の方法で連続的に単独測位を並行して実行しておけば、飛びを少なく押さえることができ、モニター役の働きをする。

(3) 小論では、衛星配置から得られる DOP を事前に計算し、採用衛星配置の取捨選択する方法を採用しないことにした。

解くべき原方程式は非線形であるが、これを線形化し逐次近似の手法で解く。この際線形方程式を解くことになるが、解の性格づけをするのが係数行列である。小論はこの行列に着目した。解の安定・不安定はこの行列の行列式値の大小に依存するからである。

実際、解の振る舞いを調べると行列式値の値が大きいと解の振る舞いは衛星の動きを反映する程度の動きをするが、その値が 0 に近づくと解は大きく振動する。後者は「性質の悪い行列式」となって、係数・定数項の微妙な

変動に敏感に反応するからである。

常時8~12個の衛星が観測されるとなると、最小限位置決定に必要な衛星の数は、2次元で3個、3次元で4個である。そこで nC_3 、 nC_4 の組み合わせ数の解が1時点において得られる。これらの解をある基準点(正解がわかればその点)を原点とする平面上にプロットすると、一般に各象限に万偏なく落ちる。

SAの有無によってプロット点が移動するが、散布状況、全体状況の性格は変わらない。

さて、ある1時点に多数の散布点が存在する場合、どうすれば正解点を見いだすことができるか。各点の性格を勘案すると、単純平均は好ましくないことがわかる。動きの大きな点には小さな重み、動きの小さな点には大きな重みを与えて、加重平均をとるほうが好ましい。こうすれば大きな動きを押さえ込むことができる。

考察している問題においては、行列式値の大小と決定位置の動きとは逆比例にある。何故なら、解は行列式の逆数を掛けて得られるのだから。

それで第2部を記した目的は、序論に述べたことを、具体的に展開して実証し、見通しどおりの結果を得たことを示すことにある。

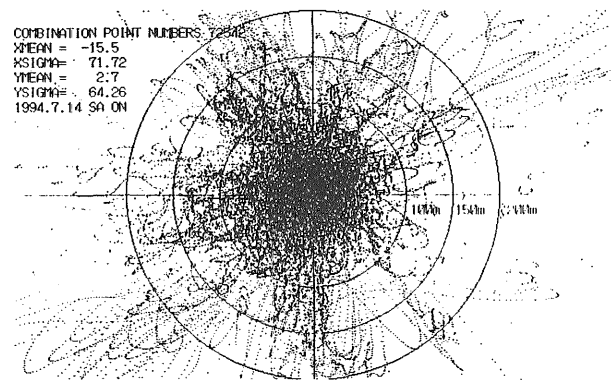
このためには、衛星からの生データ等すなわち、疑似距離、エフェメリス、アルマナックを取り出し、解読すべきものは解読し、観測方程式を組み立てる。これを線形化し、正規方程式をつくる。この解と解に使った行列式値を所定の変数に記録しておく。この段階で1時点でのある1組の衛星配置の解が得られただけである。これをすべての組み合わせについて計算する。得られた全結果に「重み」をつけて平均し、最も確からしい解(位置点)とする。

今回発表する結果は、1994年1月19日と1994年7月14日に取得したデータを使ったものである。それぞれ「重み」の付け方は異なる。

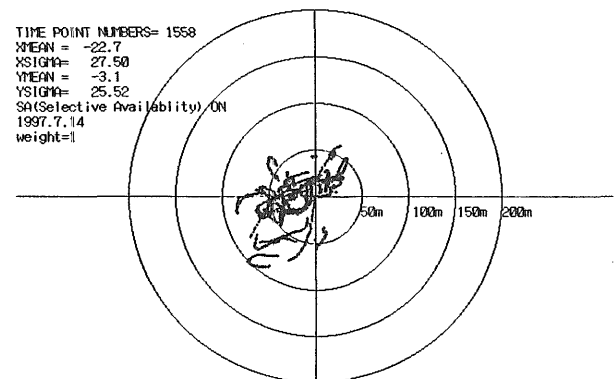
1月19日のデータ処理には、全組み合わせ数の解の平均をとり、これを「仮の重心」とし、これと各解の距離を計算し、この距離の4乗の逆数を各解への「重み」とし加重平均をとり、それを解とする方法を使った。動きの激しい解でも、たまには正解近くにくることがある。この場合には「重み」を小さくしないという考えである。動きに着目せず、現時点での位置に着目した。ここでの問題は「仮の重心」の計算法の妥当性である。遠く離れている解も各象限に万偏なく散布しているとの仮定が常にあてはまるかということである。この詳細については「13.2 SA対策の一つの試み」の項で述べた。

7月14日のデータ処理には、「重み」として行列式値の自乗を採用し実行させた。解をできるだけ安定させるためには、動きを激しくする要因を除去するためである。「自乗」の採用は、理論からでなく実践からのものである。本格的に「N乗」($N=1,2,3 \dots$)によるシミュレーションから $N=2$ と決定したものではない。状況によっては $N=1$ の場合、 $N=1/2$ の場合の方が良好な結果を得ることが

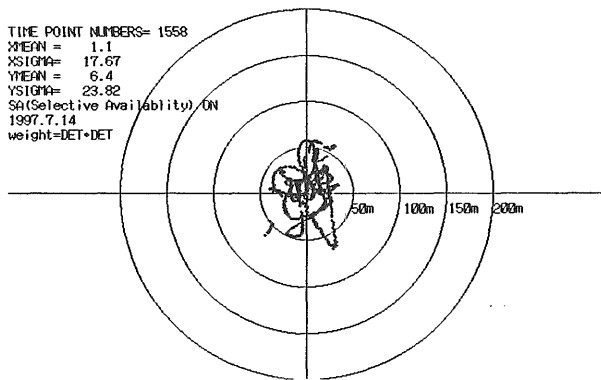
ある。しかしながらいずれにしても「重み」なしの結果は思わしくない。第17図は3次元測位から得られた全結果の緯度・経度の誤差をプロットしたものである。約1時間の連続観測で、毎4秒の観測データであるが、1時点で nC_4 組の測位点が求まるので、プロット点の数は72542個に達する。固定点での観測であるから原点にもっと集中してもよさそうだが x,y 座標の標準偏差はそれぞれ72m、64mにも達する。このばらつきの原因は後述するように観測値から導かれる線形方程式の係数行列式が「悪条件」の場合には係数の微小変動が解を大きく狂わせることがわかっている。微小変動として観測誤差、電離層・大気層通過遅延の見積誤差、それにSAによる「誤差」が考えられる。これらによって係数行列式の値は微妙に変動する。行列式の値の絶対値が大きければ決定位置のずれはさほど大きくはならないが、絶対値の値が小さければ決定位置は敏感に反応して大きくずれる。第17図はそれをよく示してくれている。それで、ある時点における決定位置を nC_4 組の点の単純平均したものと、各点に「 $N=2$ の重み」をつけ平均したものを求めプロットしたものが、それぞれ第18図第19図である。これらの統計値諸要素は以下ようになる。



第17図 決定位置の全データの散布状況



第18図 単純平均位置の散布状況



第19図 加重平均位置のの散布状況

図	標点x座標の平均値	標準偏差	y座標の平均値	標準偏差	
18	1558個	-22.7m	27.5m	-3.1m	25.5m
19	1558個	1.1m	17.7m	6.4m	23.8m

これらの処理の目的は、「平均」という手続きで、SAの影響を中心に向かって絞り込むこと（第17図から第18図へ）、と、「行列式の値」がSAによって敏感に反応する場合の影響を小さくすること（第18図から第19図）の、2段階構えでSAに対処しようとするものである。

7. 衛星の座標、時計補正值

7.1 GPSTIME について

GPSでは、特別な時系をもちいている。その概要は以下の通りである。

GPSTIMEは一週間を周期とする時系で、周期は604800秒である。GPSTIMEのカウント開始原点は、1980年1月6日0時UTC（協定世界時）にとる。カウントの仕方は、1秒を積み上げてゆくだけで、60秒で1分、60分で1時間というようには換算せず、0～604799秒で表す。この場合の1秒はUTCの1秒と同じのSI秒である。これは厳密にTAI（国際原子時）の1秒である。

ここで注意すべきことは、GPSTIMEの出発時はUTCと一致させているが、(1msまで一致させたと言われている)それ以後、GPSTIMEは「うるう秒」なるものは入れず、UTCは必要に応じて「うるう秒」が入れており、両者の指示時刻は同一瞬時に異なる。

GPSTIMEは604800秒に達すると0秒に戻るので、現に受信しつつあるGPSTIMEと、UTCとの関係は、GPSTIMEとUTCとの換算表および $\Delta T = \text{TAI} - \text{UTC}$ によってわかる。しかし、過去の取得データのGPSTIMEからだけでは、正確なUTCは分からない。そのためにWN（週番号、WEEK NO.）が与えられている。WNのカウント原点は、GPSTIMEの原点と同一瞬時にある。以後604800秒経過する毎にWNに1が加えられる。

1980年以後「うるう秒」が何回か挿入されている現在、GPSTIMEの週のはじめと、われわれが日常使っている

UTCの週のはじめとは、挿入された回数の秒数だけ違っていている。現在GPSTIMEがUTCに数秒先行している。

更に注意すべきことは、GPS受信機が出力する、衛星からの発信時刻、受信機の受信時刻は、GPSTIME系ではあるが、正真正銘のGPSTIMEではないことである。各衛星に搭載されている原子時計、受信機の原子時計は、可能な限りGPSTIMEに近づけているが、それでも誤差を含んでいる。

衛星搭載時計の誤差（オフセットと称している）は、衛星が発信する補正值情報によって補正可能である。受信機時計の誤差は、未知量として方程式に組み込み解いて得られる。

ただし得られた誤差には小さい不確定な誤差を含んでいることも注意すべきである。

これは決定位置には小さな誤差を含んでいるのと同類である。

7.2 軌道情報、航海情報および衛星情報

衛星から発信されている搬送波上には、PRNコードのほかに軌道情報、航海情報および衛星情報、場合によっては軍事情報が乗っている。2.4の第1表中の最後に挙げた航海情報 $f_0/204600=50\text{MHz}$ がそれである。これは、英数字をASCIIコード化しチェックサム付きで送られてきている。

受信機内部ではこれらの情報を基礎に、受信機位置、速度、加速度、高度・方位などを計算し、衛星状況、受信状況なども加え受信機から出力している。低価格の受信機では大体以上のデータだけしか取得できない。

高価格・高性能受信機では、疑似距離データだけでなく、衛星から受けた軌道情報・航海情報・衛星情報をそのまま出力する機種がある。それもオプションに従い出力データの選択が可能である。

以下のの所論では、これらの諸データが自由に取得できることを前提にしている。

7.3 エフェメリス情報

エフェメリスはどのような形で、衛星が出力し、これを受信機がアレンジして出力するか。その実際を略述する。⁽⁹⁾

精密軌道情報の何が、どのような形式でわれわれが受け取るか。実際は、3フレームを一組として送られてくる。1フレームは、16進数の48桁がASCIIコードで出力されている。これをみたり限り精密軌道情報は直ちに読み取れない。

ASCIIコードを2進数列に分解し、決められた箇所まで再分割し、新たに得られた2進数に、これまた決められた係数（scale factor）を掛けて得られる。

詳しい分割・換算・係数操作は付録を参照されたい。

7.4 アルマナック情報

サブフレーム4の2～5,7～10ページ、サブフレーム5の1～24ページは全衛星の簡易軌道情報である。⁽⁹⁾これもエフェメリス情報と同様に、ASCIIコードを2進数に分解し、決められた箇所まで分割し、新たに得られた2進数に、これ

また決められた係数 (scale factor) を掛けて得られる。

詳しい分割・換算・係数操作は付録を参照されたい。

7.5 電離層モデルのパラメータ

サブフレーム4の18ページには、電離層モデルのパラメータ $a_1, a_2, a_3, a_4, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ が含まれている。

詳しい分割・換算・係数操作は付録を参照されたい。

7.6 電離層モデル式

GPSで採用している電離層モデルは、Klobuchar's model (1987) であるが、これをJorgensenが次のように簡便化した。⁽²⁾

$$\Delta T_{Ii} = A_1 + A_2 \cos \left[\frac{2\pi(t-A_3)}{A_4} \right]$$

ここで

$$A_1 = 5 \times 10^{-9} s = 5 ns$$

$$A_2 = \alpha_0 + \alpha_1 \Phi_{Ii}^n + \alpha_2 \Phi_{Ii}^{n^2} + \alpha_3 \Phi_{Ii}^{n^3}$$

$$A_3 = 14^h \text{ local time}$$

$$A_4 = \beta_0 + \beta_1 \Phi_{Ii}^n + \beta_2 \Phi_{Ii}^{n^2} + \beta_3 \Phi_{Ii}^{n^3}$$

ここで t は I_i における local time (地方時) である。 I_i は Ionospheric point であって、第 i 番目の衛星と受信機とを結ぶ線と電離層との交点を意味する。遅延をもたらす電離層の性格からしてそれほど正確な位置は要求されないが、この位置は衛星の地球固定座標系の位置 X_i, Y_i, Z_i ($i=1,2,\dots,N$; N は測定衛星数) および船位 u,v,w を知ってから計算可能である。

いま、これらの値を既知とすると計算式は次のようになる。

$$\xi_i = x_i - u, \quad \eta_i = y_i - v, \quad \zeta_i = z_i - w$$

$$\tan \Lambda_i = \frac{y_i}{x_i}, \quad \tan \Phi_i = \frac{z_i}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2}},$$

$$\tan \lambda = \frac{v}{u}, \quad \tan \phi' = \frac{w}{\sqrt{u^2 + v^2}}$$

から $\Lambda_i, \Phi_i, \lambda, \phi'$ を求めておく。 Λ_i, Φ_i の象限は、例えば FORTRAN 言語の ATAN2 から得られたものと同一である。

また計算を始める前に $x_i, y_i, z_i; u, v, w; \xi_i, \eta_i, \zeta_i$ を正規化しておく。

電離層の高さを h , 地球の赤道半径を a_e とする。

$$\sin a_i = u\xi_i + v\eta_i + w\zeta_i$$

$$\cos \Psi_i = u x_i + v y_i + w z_i$$

$$\sin \Psi_i \sin Z_i = \cos \Phi_i \sin (\Lambda_i - \lambda)$$

$$\sin \Psi_i \cos Z_i = \sin \Phi_i \cos \phi' - \cos \Phi_i \sin \phi' \cos (\Lambda_i - \lambda)$$

$$\Theta_i = 90^\circ - a_i - \sin^{-1} \left[\frac{a_e}{a_e + h} \cos a_i \right]$$

$$\begin{aligned} \sin \phi_{Ii} &= \sin \phi' \cos \Theta_i \\ &\quad + \cos \phi' \sin \Theta_i \cos Z_i \\ \cos \phi_{Ii} \sin (\Lambda_{Ii} - \lambda) &= \sin Z_i \sin \Theta_i \\ \cos \phi_{Ii} \cos (\Lambda_{Ii} - \lambda) &= \cos \phi' \cos \Theta_i \\ &\quad - \sin \phi' \sin \Theta_i \cos Z_i \end{aligned}$$

最後の3式から i 番目の衛星の IP の位置 ϕ_{Ii}, λ_{Ii} が得られる。

これから t, ϕ_{m_i} は次式から計算できる。

$$t = \frac{\lambda_{Ii}}{15} + t_{UT}$$

$$\begin{aligned} \sin \phi_{Ii}^p &= \sin \phi_{Ii} \sin \phi_P \\ &\quad + \cos \phi_{Ii} \cos \phi_P \cos (\Lambda_{Ii} - \lambda_P) \end{aligned}$$

上式において t_{UT} は受信機の世界時であり、 ϕ_P, λ_P は地磁気の北極であり、現在それぞれ $\phi_P = 78.^\circ 3, \lambda_P = 291.^\circ 0$ である。(Walser, 1988)

以上から電離層通過による遅延量をメートルに換算すると

$$\sin d_i = \frac{a_e}{a_e + h} \cos a_i$$

$$d_{Ii} = c \cdot \sec d_i \Delta T_{Ii} \text{ meter} \dots \dots \dots (15)$$

ここで $c = 299792458$ (m/s)

d_{Ii} が衛星 i からの信号の電離層通過遅延量である。小論ではこの計算式を採用した。

7.7 大気層通過による遅延時間の計算

通常、遅延時間 (s) に光速度 (m/s) を掛けた距離 (m) で遅延のモデル式が発表されている。

例えば Hopfield model (1969),

Modified Hopfield model, Saastamoinen model (1973),

Bauersima model (1983) など。

次式は Saastamoinen model 式である。

$$d_{2i} = \frac{0.002277}{\sin a_i} \left[p + \left(\frac{1255}{T} + 0.05 \right) e - \cot^2 a_i \right] \text{ meter}$$

ここに P は気圧 (mbar)、 T は気温 (Kelvin)、 e は水蒸気分圧 (mbar) である。

7.8 エフェメリスから衛星の x, y, z 座標、衛星搭載時計補正值の求め方

GPSでの座標系は、地球に固定した座標系である。現在では極運動現象が確認されており、地球自転軸と地球の極とは一致しないばかりか、両者は周期的な変動とともに、徐々に両者は離れてゆく性格の相互運動をしている。

自転軸と地球の極とはできるだけ近い方がよい。

地球自転軸の北極の位置はその平均位置 (IERS 基準局原点、IRP) に準拠した座標 X, Y で表される。IRP は地球上の一点であるが、そこが IRP の恒久的な位置ではない。必要に応じ事前の予告の後に変更する。この IRP の移動によって地球上の主要天文台の経度・緯度の数値は一斉に変更

される。

なお、IERSはInternational Earth Rotation Service、IRPはInternational Rotation Poleの略記である。x, yの予測値、確定値はIERS中央局発行のBulletin B上に発表されている。

一方、人工衛星といえども天体の仲間であるから、その運動を記述するには天文学に用いられる座標系を使う。この座標系の基礎は、恒星系である。

この恒星系と太陽系との間では、歳差・章動の長期的・周期的な動きがある。人工衛星(GPS)の運動は、モニター局で常時追跡観測されるが、できるだけ宇宙空間に静止しているとみなされる座標系に対して測定される。このデータをコントロール局が受けて、衛星の軌道要素を計算するのであるが、最初は空間の固定座標系での軌道要素を求め、さらに歳差・章動の補正、すなわち太陽系に準拠した軌道要素に変換し、これを更に地球に固定した座標系に直すために、極運動の予測、すなわち地球極と自転軸との位置関係とを予測して、エフェメリスを計算して、各衛星に送信する。これを受けた衛星は、決められた周期と形式で地球に向けて発信する。

以上のような事情から、得られたエフェメリスの耐用期間は約4時間とみなされている。この実証をするデータはエフェメリを分析することで得られる。

次に、実際の計算法を解説する。これは米国国防総省が発表している計算式である。

7.8.1 衛星搭載時計の補正值

補正式は次の通りである。

$$\Delta t_{i,v} = (a_0 - a_{0,r}) + (a_1 - a_{1,r})(t - t_{o,c}) + (a_2 - a_{2,r})(t - t_{o,c})^2 + \Delta t_r(t)$$

ここに

$$a_{0,r} = \Delta t_r(t_{o,c}) \div K \sin(M(t_{o,c}))$$

$$a_{1,r} = \left(\frac{d\Delta t_r(t)}{dt} \right)_{t=t_{o,c}} \div K n \cos(M(t_{o,c}))$$

$$a_{2,r} = \frac{1}{2} \left(\frac{d^2\Delta t_r(t)}{dt^2} \right)_{t=t_{o,c}} \div \frac{K}{2} n^2 \sin(M(t_{o,c}))$$

$$K = (-4.443 \times 10^{-10} \text{s} / \sqrt{m}) e \sqrt{A}$$

$$\Delta t_r(t) \approx 6.869 \times 10^{-8} \sin E \left(\frac{t - t_{o,c}}{2} \right)$$

M (平均近点離角), n (平均角運動), $t_{o,c}$ (時計補正の展開式原点), $t_{o,e}$ (軌道要素の展開時刻原点), a_0, a_1, a_2 (時計補正展開式の定数項、1次項・2次項の係数) はエフェメリスから得られる値である。M ($t_{o,c}$) は $t_{o,c}$ における値である。K の次元は s (秒) である。E 離心近点離角である。

7.8.2 WGS84定数

重力定数 $\mu = 3.986005 \times 10^{14} \text{m}^3/\text{s}^2$

平均自転率 $\omega_e = 7.292115147 \times 10^{-5} \text{rad/s}$

7.8.3 真近点離角 f_k

元期からの経過時間 $t_k = t - t_{o,c}$ は計算しようとするGPS時刻 f_k における平均近点離角

$$M_k = M_0 + \left[\sqrt{\frac{\mu}{A^3}} + \Delta n \right] t_k$$

次のKepler方程式を解いて離心近点離角 E_k を求める。

$$M_k = E_k - e \sin E_k$$

これは、一種の超越方程式であって、 $E_k = M_k$ を出発値として逐次近似値法によって、必要な精度を得るまで繰り返す。

E_k が得られれば、真近点離角 f_k は、次式から求まる。

$$f_k = \tan^{-1} \left[\frac{\sqrt{1-e^2} \sin E_k}{\cos E_k - e} \right]$$

7.8.4 黄緯引数

$$u_k = \omega + f_k + C_{u,c} \cos 2(\omega + f_k) + C_{u,s} \sin 2(\omega + f_k)$$

これは昇交点から衛星までの軌道上の角距離である。

7.8.5 動径

$$r_k = A(1 - e \cos E_k) + C_{r,c} \cos 2(\omega + f_k)$$

$$+ C_{r,s} \sin 2(\omega + f_k)$$

これは地球中心から衛星までの距離である。

7.8.6 傾斜角

$$i_k = i_0 + \frac{di}{dt} t_k + C_{i,c} \cos 2(\omega + f_k) + C_{i,s} \sin 2(\omega + f_k)$$

これは赤道と衛星軌道との交角である。

7.8.7 昇交点経度

$$\lambda_k = \Omega_0 + \left(\frac{d\Omega}{dt} - \omega_e \right) t_k - \omega_e t_{o,c}$$

これはGPS時刻0時におけるグリニッジ子午線から昇交点までの赤道上の角距離である。

7.8.8 地球固定座標系に準拠した衛星の座標

$$\begin{pmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{pmatrix} = R_3(-\lambda_k) R_1(-i_k) R(-u_k) \begin{pmatrix} r_k \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

R_1, R_3 は、次の回転マトリックスの意味である。

$$R_1(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

$$R_3(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

8. X, Y, Z, CDTの「寿命」

8.1 X, Y, Z, CDTの計算例とX, Y, Zの「寿命」

エフェメリスから修正ケプラー軌道要素が得られれば、衛星のX, Y, Z座標と衛星搭載時計の補正值(オフセット値)が得られる。

第2表は、エフェメリス16進データから、軌道要素を求めた中間結果と、X, Y, Z座標、オフセット値である。

エフェメリスは通常約2時間毎に更新される。何故、これほど頻りに更新される理由については先に触れた。実際にそれほどの頻度が必要なのか、あるいはそれで十分なのか、を、いくつかの衛星の何世代かにわたるエフェメリスを用いて調べて見た。

それは、ある同一の時刻に対して、新旧エフェメリスを用いてx, y, z, cを計算すれば全く同一の値とはならないが、両者の値が近いことが期待されるし、そのように作られている。それを実際に確かめておく必要があるからである。

すなわち、同一のGPS時刻に対して、ある衛星のX, Y, Zおよびオフセットを、何世代かのフェメリスを用いて計算してみた。その一部分の出力例を第3表、第4表に挙げた。見やすくするため、ある基準の値に対する差をとっている。

エフェメリス世代の違いがX, Y, Z, C(オフセット値)の値を変えていることは、数値比較で了解できる。この数値比較を視覚に訴えたものが、第2~5図の諸図である。

第2表 エフェメリスから衛星の位置、時計オフセット値を求める

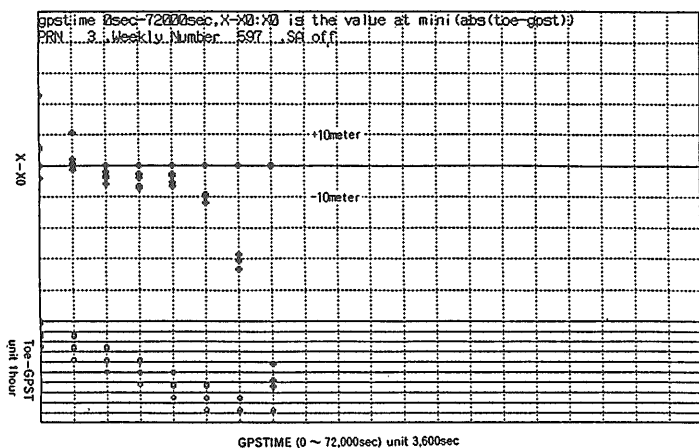
		エフェメリス 16進データ-----MX4200から出力	
200	12	201 95 14 02 73 DF 35 5A 65 BC 0A 02 86 B3 09 06 CD 91 05 00 FF FC 00 0A B8	
		202 CD 0A C5 0F 9F 44 9C 59 5B 09 1E 05 BD F5 BA 18 5B A1 0D 64 19 91 05 55	
		203 00 2E 28 B3 22 DA 00 36 2C D1 50 0B 1C 1B ED D2 32 21 FF BB A4 CD FF 3C	
上記エフェメリスの解説			
有意なデータとして切り出す方法については、付録に解説した。			
201	12	WEEKLY NUMBER	596.0000000000000000
		L2	1.0000000000000000
		C/A	4.0000000000000000
		HEALTH	0.0000000000000000E+000
		TGD	2.793967723800000E-009
		AODE(s)	419840.0000000000000000
		TOC(s)	594000.0000000000000000
		A2(s/(s*s))	0.0000000000000000E+000
		A1(s/s)	-4.547473520000000E-013
		A0(s)	3.194436430878000E-007
202	12	AODE(s)	419840.0000000000000000
		CRS(m)	86.1562500000000000
		dN(rad/s)	1.428273782547541E-009
		Mo(rad)	1.683960874124538
		CUC(rad)	4.347413777660000E-006
		e	1.121490378604632E-002
		CUS(rad)	1.161359250401500E-005
		A(m)	2.656035442341521E+007
		TOE(s)	594000.0000000000000000
203	12	CIC(rad)	8.568167685399999E-008
		OMEGA(rad)	9.989221664497822E-001
		CIS(rad)	1.005828380460000E-007
		i(rad)	1.099990075349328
		CRC(m)	224.8437500000000000
		omega(rad)	-4.461778880411092E-001
		OMEGA/dt(rad/s)	-6.250260363736426E-009
		AODE2(s)	419840.0000000000000000
		di/dt(rad/s)	-1.750072901846199E-011
上記のエフェメリスを使い、次のような衛星のX, Y, Z, 衛星時計のオフセット値が得られる。その計算のアルゴリズムは、米国防総省から発表されている。			
		衛星PRN番号	12
		週番号	596
		エフェメリス時刻元期	594000.0s
		GPSTIME	0.0s
		衛星のX座標	-17710420.5m
		衛星のY座標	-15441568.5m
		衛星のZ座標	13004984.5m
		衛星時計のオフセット値	-28448.6m 1/c を掛けるとs単位の時間値が得られる。

第3表 異なるエフェメリスによるx, y, z, オフセット値の相違、PRN=3の場合

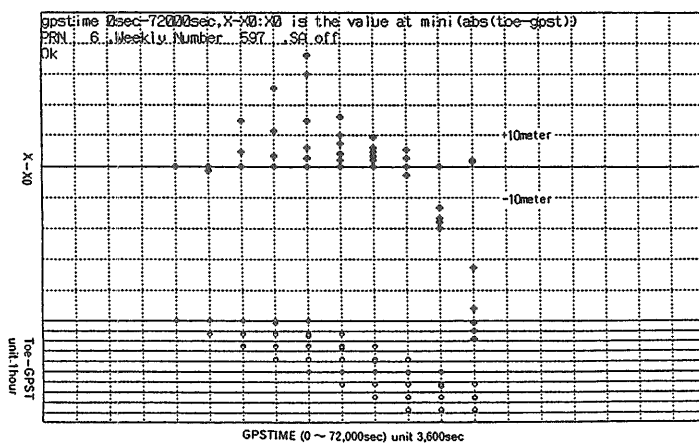
PRN WEEKLY	GPST	DX	DY	DZ	DC	TOE-GPST
3 597	0.	0.0	0.0	0.0	0.0	7200.
3 597	0.	-4.6	1.0	3.4	-1.8	10800.
3 597	0.	6.1	-3.2	3.8	-7.7	14400.
3 597	0.	5.7	-5.2	7.6	0.2	10304.
3 597	0.	23.1	3.6	3.8	-5.3	13904.
3 597	0.	-42.2	-23.7	-209.0	35.2	57600.
3 597	3600.	0.0	0.0	0.0	0.0	3600.
3 597	3600.	-1.8	2.5	-3.4	-0.7	7200.
3 597	3600.	1.1	1.3	-4.8	-3.7	10800.
3 597	3600.	2.2	-0.8	-1.9	1.1	6704.
3 597	3600.	11.3	1.6	-3.1	-1.7	10304.
3 597	3600.	-51.5	152.2	-147.3	30.1	54000.
3 597	7200.	0.0	0.0	0.0	0.0	0.
3 597	7200.	-3.4	3.9	-2.1	-0.1	3600.
3 597	7200.	-6.0	6.9	-4.0	-1.2	7200.
3 597	7200.	-4.0	4.4	-2.6	1.5	3104.
3 597	7200.	-2.3	5.7	-3.9	0.5	6704.
3 597	7200.	20.9	266.9	-58.1	23.5	50400.
3 597	10800.	0.0	0.0	0.0	0.0	-3600.
3 597	10800.	-3.1	3.6	0.4	-0.1	0.
3 597	10800.	-6.9	8.1	0.8	-0.3	3600.
3 597	10800.	-4.5	5.4	0.4	1.4	-496.
3 597	10800.	-7.5	9.0	0.8	1.3	3104.
3 597	10800.	145.2	267.6	10.3	15.2	46800.
3 597	14400.	0.0	0.0	0.0	0.0	-7200.
3 597	14400.	-3.3	3.7	3.2	-0.5	-3600.
3 597	14400.	-5.9	6.8	5.6	-0.8	0.
3 597	14400.	-3.6	4.5	3.3	1.1	-4096.
3 597	14400.	-6.8	8.3	6.3	0.8	-496.
3 597	14400.	243.4	174.1	10.9	5.5	43200.
3 597	18000.	0.0	0.0	0.0	0.0	-10800.
3 597	18000.	-9.4	-1.1	12.6	-1.5	-7200.
3 597	18000.	-12.2	1.0	17.6	-2.9	-3600.
3 597	18000.	-10.1	-0.1	13.8	0.2	-7696.
3 597	18000.	-12.2	1.6	17.7	-1.1	-4096.
3 597	18000.	255.2	69.5	-43.2	-5.9	39600.

第4表 異なるエフェメリスによるx, y, z, オフセット値の相違、PRN=17の場合

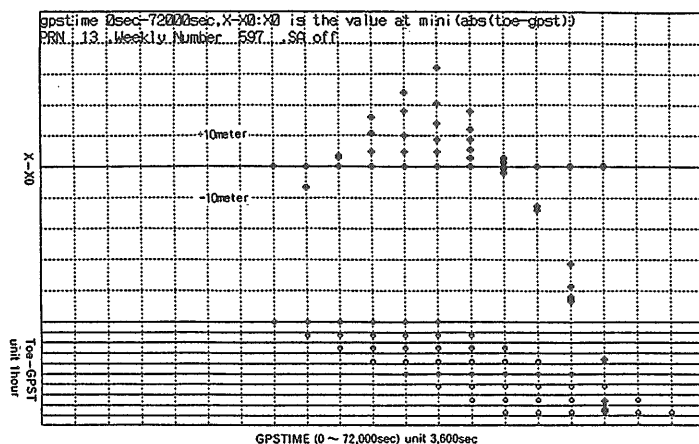
PRN WEEKLY	GPST	DX	DY	DZ	DC	TOE-GPST
17 597	0.	0.0	0.0	0.0	0.0	7200.
17 597	0.	-22.1	-5.2	-9.0	-5.5	14400.
17 597	0.	-22.6	-7.1	-9.3	4.2	10304.
17 597	3600.	0.0	0.0	0.0	0.0	3600.
17 597	3600.	-4.3	4.4	-8.1	-2.7	10800.
17 597	3600.	-4.5	2.7	-8.4	5.1	6704.
17 597	3600.	41.0	51.7	-6.9	-0.2	13904.
17 597	7200.	0.0	0.0	0.0	0.0	0.
17 597	7200.	-2.7	5.8	-8.8	-0.9	7200.
17 597	7200.	-2.9	4.5	-9.3	5.6	3104.
17 597	7200.	15.5	22.6	-12.4	3.2	10304.
17 597	10800.	0.0	0.0	0.0	0.0	-3600.
17 597	10800.	-6.2	4.9	-6.7	-0.2	3600.
17 597	10800.	-6.5	4.2	-7.1	5.8	-496.
17 597	10800.	-6.1	10.5	-12.3	5.1	6704.
17 597	14400.	0.0	0.0	0.0	0.0	-7200.
17 597	14400.	-8.9	5.4	-3.5	-0.7	0.
17 597	14400.	-9.0	5.4	-3.7	5.5	-4096.
17 597	14400.	-17.5	10.4	-6.9	5.2	3104.
17 597	18000.	0.0	0.0	0.0	0.0	-10800.
17 597	18000.	-14.0	3.2	1.2	-2.2	-3600.
17 597	18000.	-13.5	3.7	1.2	4.8	-7696.
17 597	18000.	-22.8	8.7	2.4	3.8	-496.
17 597	21600.	0.0	0.0	0.0	0.0	-14400.
17 597	21600.	-26.8	-10.0	12.6	-4.9	-7200.
17 597	21600.	-25.6	-9.3	12.6	3.7	-11296.
17 597	21600.	-34.2	-5.6	18.1	0.7	-4096.
17 597	25200.	-47.0	-41.6	32.9	-8.7	-10800.
17 597	25200.	-56.3	-35.6	43.5	-4.1	-7696.
17 597	28800.	-70.2	-95.5	53.0	-13.6	-14400.
17 597	28800.	-83.9	-79.3	67.2	-10.5	-11296.



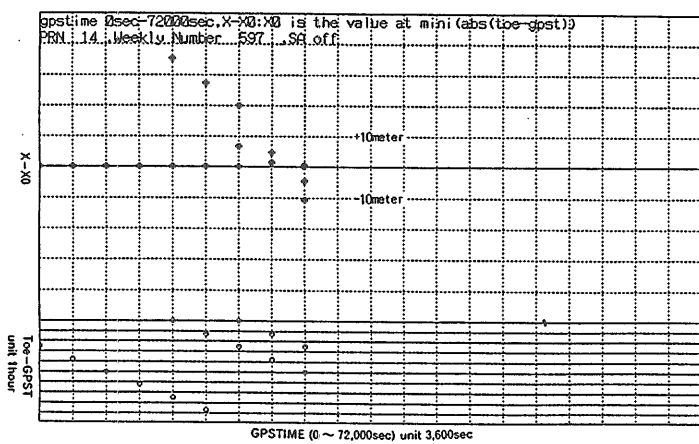
第2a図 異なるエフェメリスによるxの値の相違、PRN=3



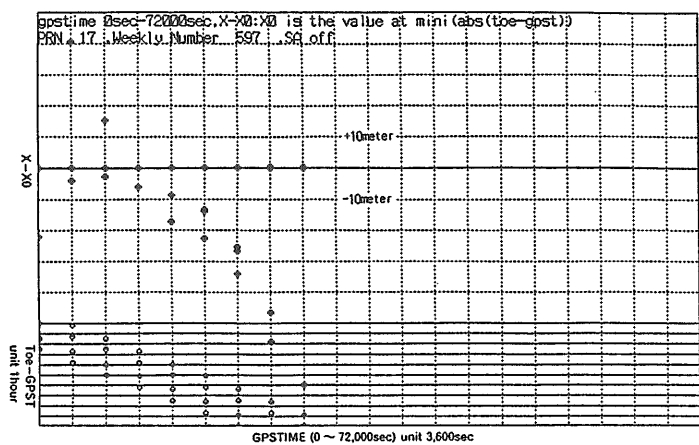
第2b図 異なるエフェメリスによるxの値の相違、PRN=6



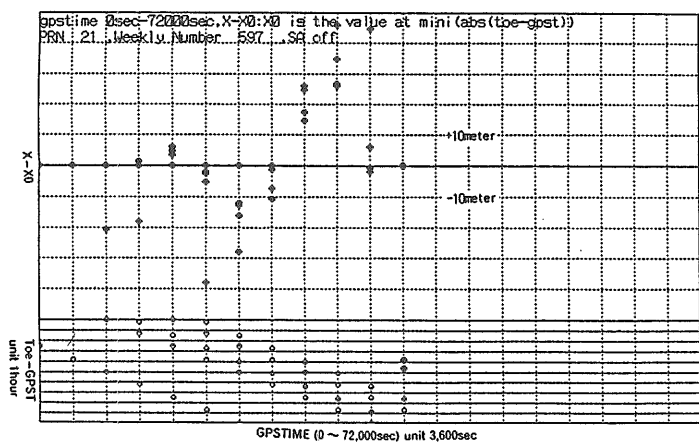
第2c図 異なるエフェメリスによるxの値の相違、PRN=13



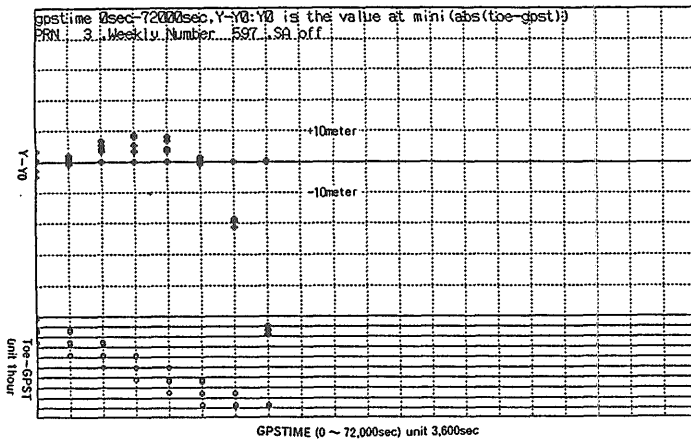
第2d図 異なるエフェメリスによるxの値の相違、PRN=14



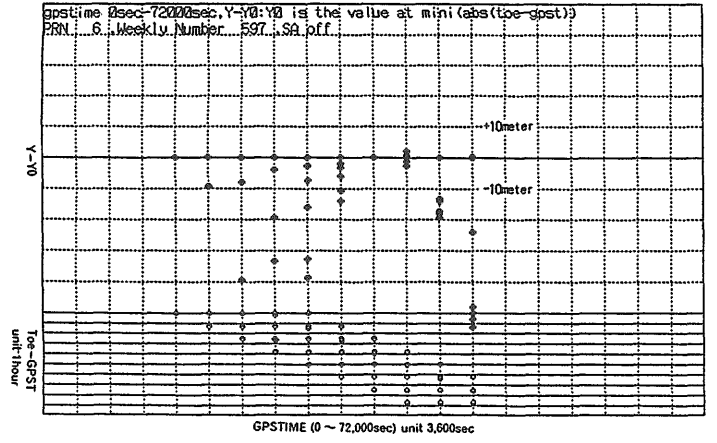
第2e図 異なるエフェメリスによるxの値の相違、PRN=17



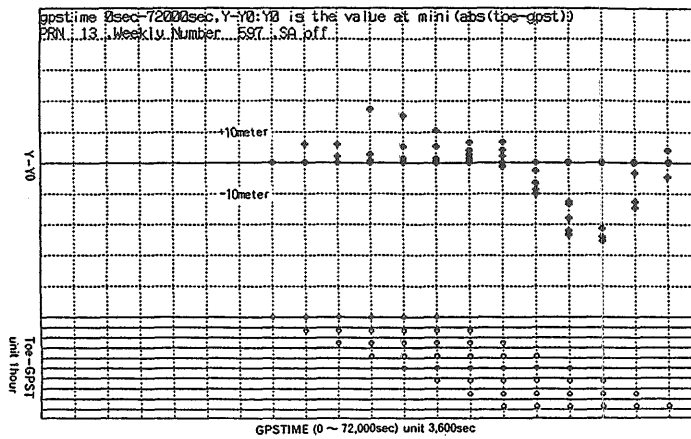
第2f図 異なるエフェメリスによるxの値の相違、PRN=21



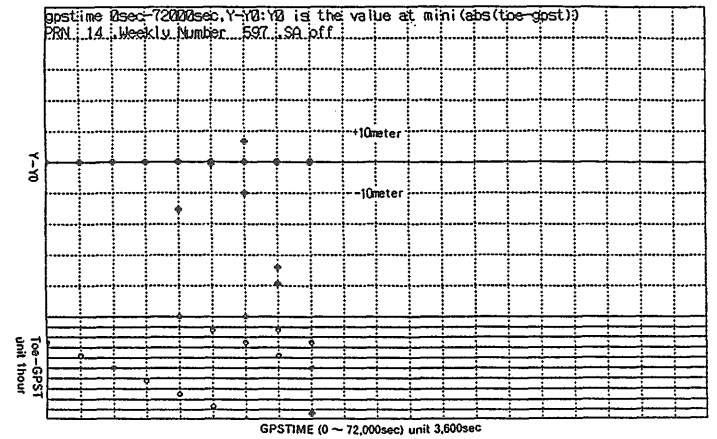
第3a図 異なるエフェメリスによるyの値の相違、PRN=3



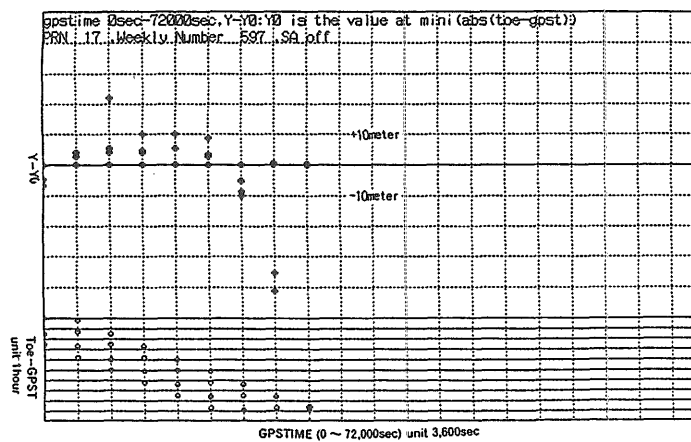
第3b図 異なるエフェメリスによるyの値の相違、PRN=6



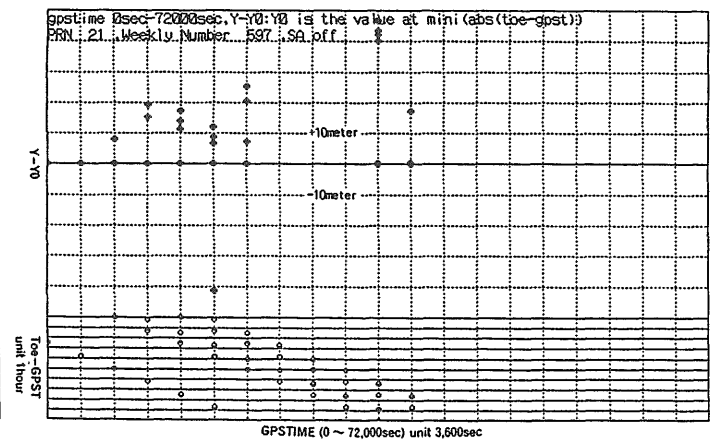
第3c図 異なるエフェメリスによるyの値の相違、PRN=13



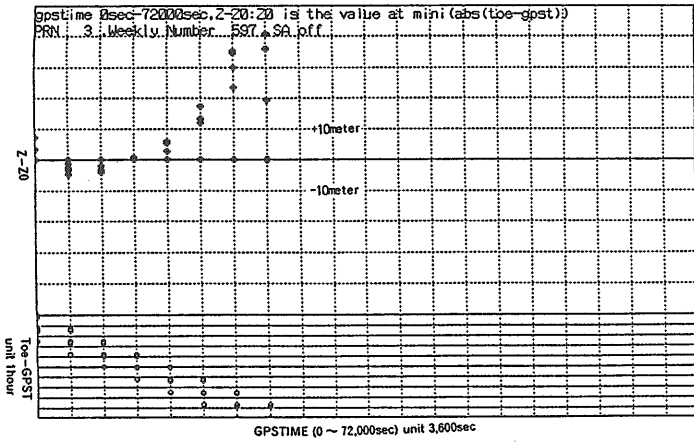
第3d図 異なるエフェメリスによるyの値の相違、PRN=14



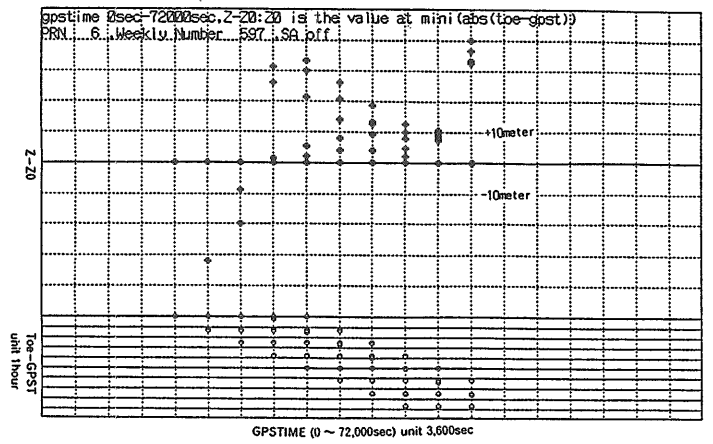
第3e図 異なるエフェメリスによるyの値の相違、PRN=17



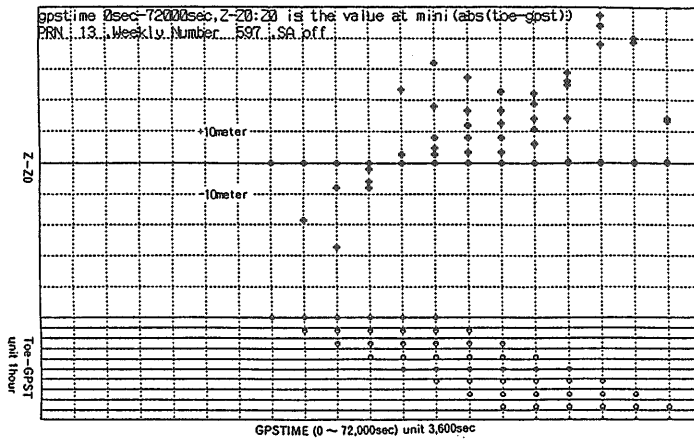
第3f図 異なるエフェメリスによるyの値の相違、PRN=21



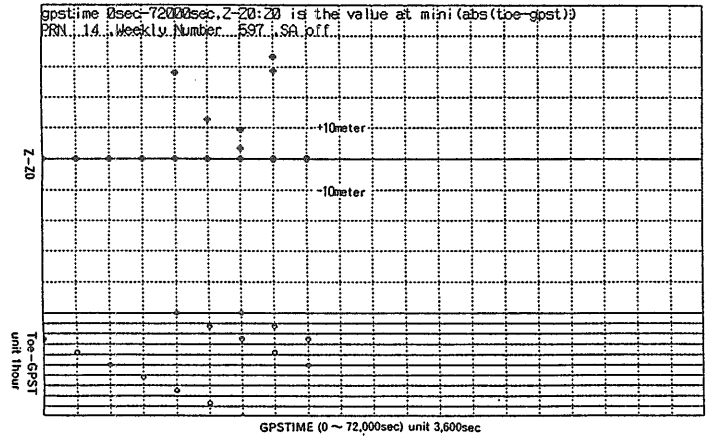
第4a図 異なるエフェメリスによるzの値の相違、PRN=3



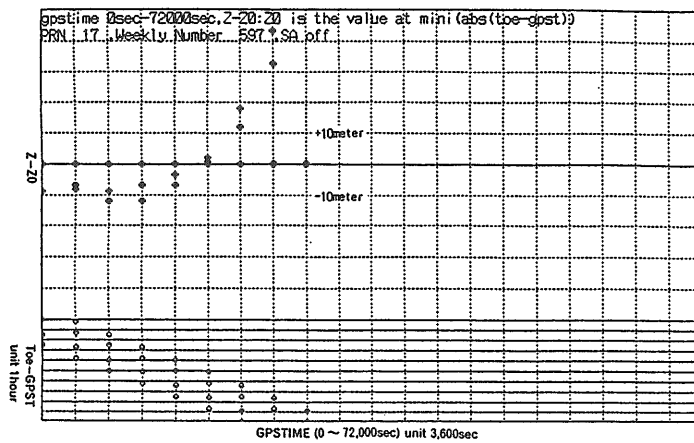
第4b図 異なるエフェメリスによるzの値の相違、PRN=6



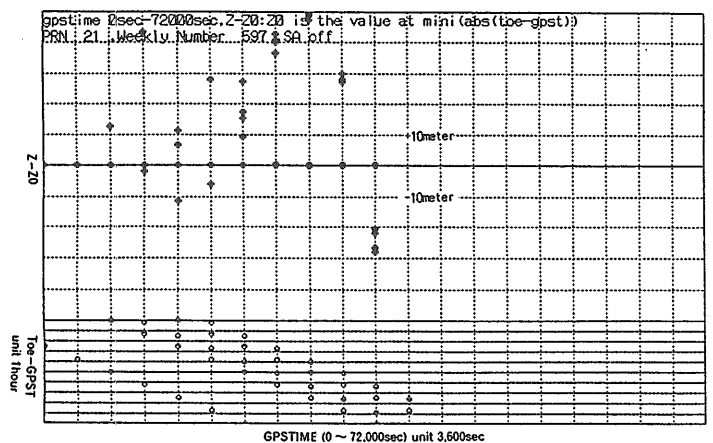
第4c図 異なるエフェメリスによるzの値の相違、PRN=13



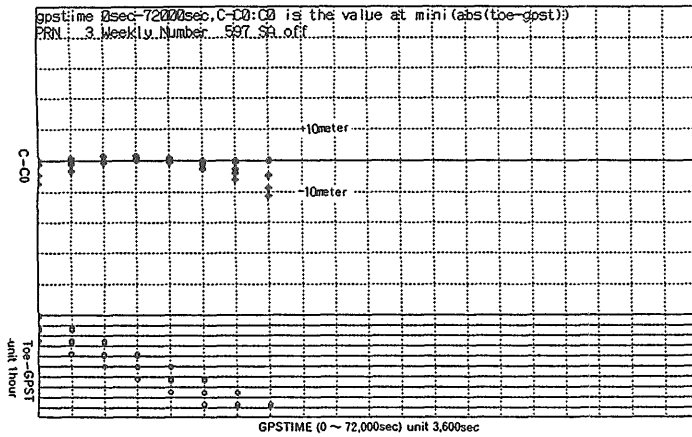
第4d図 異なるエフェメリスによるzの値の相違、PRN=14



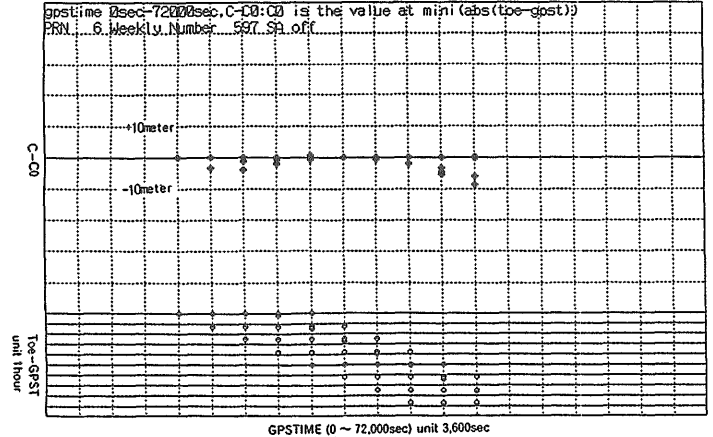
第4e図 異なるエフェメリスによるzの値の相違、PRN=17



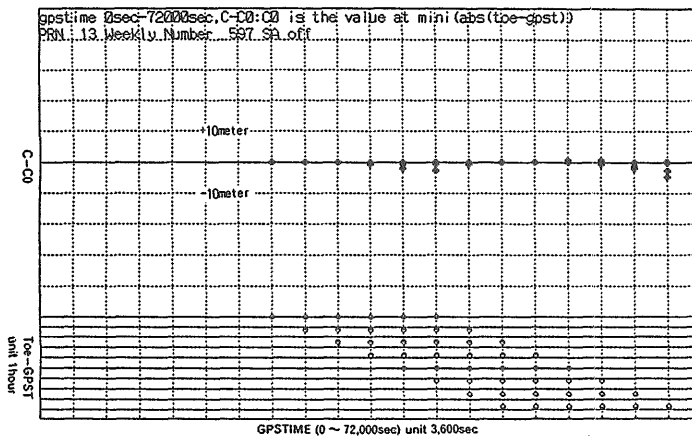
第4f図 異なるエフェメリスによるzの値の相違、PRN=21



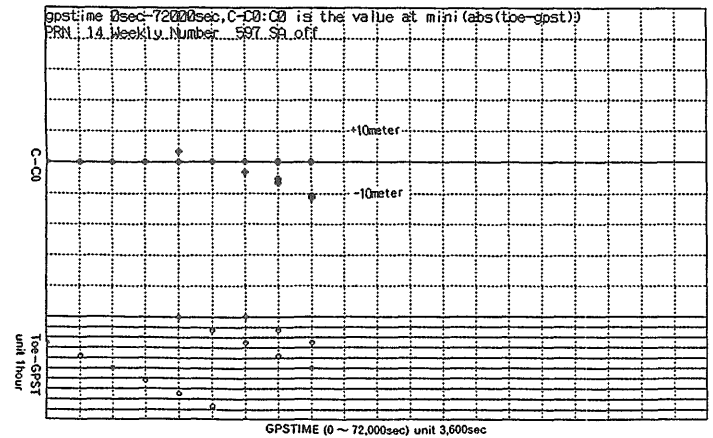
第5a図 異なるエフェメリスによるオフセット値の相違、PRN=3



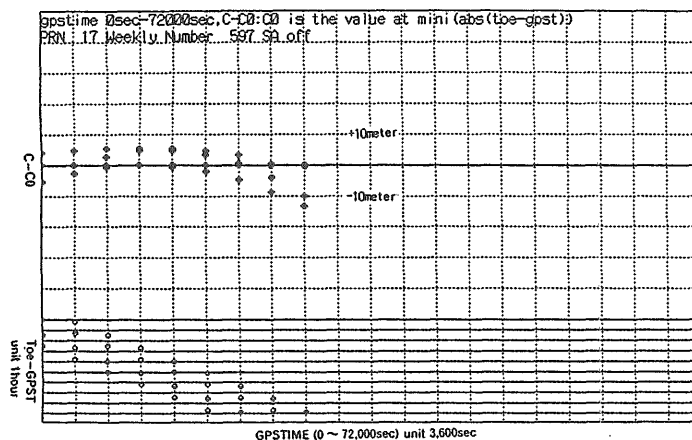
第5b図 異なるエフェメリスによるオフセット値の相違、PRN=6



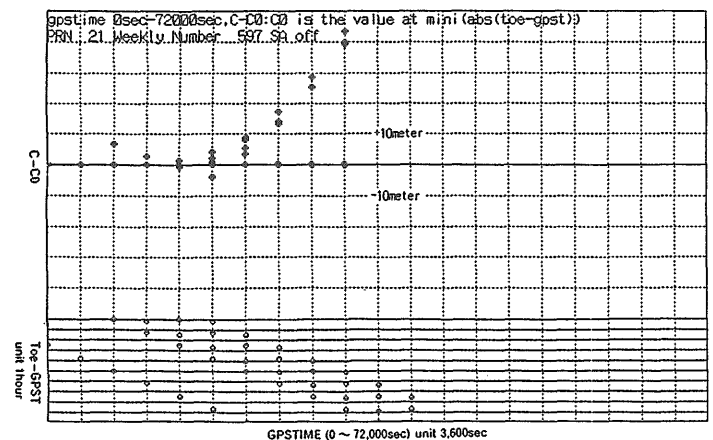
第5c図 異なるエフェメリスによるオフセット値の相違、PRN=13



第5d図 異なるエフェメリスによるオフセット値の相違、PRN=14



第5e図 異なるエフェメリスによるオフセット値の相違、PRN=17



第5f図 異なるエフェメリスによるオフセット値の相違、PRN=21

幸い、この時得られたエフェメリスは、SA (精度故意劣化措置) がされていない時期のものであったので、エフェメリスの寿命、耐用精度維持期間を調べるのに好都合である。

各図の横軸は時間 (目盛単位3600sec)、縦軸は、Xi-Xo, Yi-Yo, Zi-Zo, Ci-Coであって、Xo, Yo, Zo, Coは、ある世代のエフェメリスから得られたもので、各世代から得られるものとの比較のために選んだに過ぎない。横軸の目盛単位は3600sec、縦軸の目盛単位は10meterである。

各図の下方のグラフは Toe-GPST をプロットしたもので、この値のマイナスの度合いが大きいと差が大きくなる。この部分の縦軸の目盛単位は3600secである。これはエフェメリスが予測を主にしていることを物語っている。

この図では、どの世代のエフェメリスが何処にプロットされているか不明である。世代の違いが、それぞれの値にどのように跳ね返るかを、概括的にとらえるために載せた。

エフェメリスは約2時間毎に更新されるのが原則であるが、場合によっては4、5時間も更新されないことがある。その影響が決定位置をどの程度狂せたかの大凡が推定できる。

特に、過去数時間前のToe (エフェメリス元期) のエフェメリスは、位置決定に加えないように、ソフト化されるべきである。

9. 観測方程式と解法

9.1 コード測定によるGPSの観測方程式

3.1.1「コード測定から得られる観測方程式」の項で観測方程式を誘導したので結果だけを掲げる。但し (2,6) 式の記号を次のように置き換えた。すなわち

$x=x_A, y=y_A, z=z_A, \xi=u_B, \eta=v_B, \zeta=w_B, p=P, dt=T, d_1=D_1, d_2=D_2$ と置き

$\sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2}-S = p-dt-d_1-d_2$
未知量は ξ, η, ζ, S の4個であるから、少なくとも4衛星の測定データが得られないと原式は解けない。

9.2 原式の解法-----線形化と逐次近似法

測位原式には、未知量が4個あるので、少なくとも4衛星の測定情報が必要である。換言すれば、少なくとも4個以上の衛星の原式が必要である。すなわち

$$\sqrt{(x_i-\xi)^2+(y_i-\eta)^2+(z_i-\zeta)^2}-S = p_i-dt_i-d_{1i}-d_{2i} \quad (9.1)$$

ここで $i=1,2,\dots,N$ は受信した衛星の数である。

これは ξ, η, ζ に関しては非線形な方程式群である。

このままで解けないことはないが、連続的に受信機の位置を求める場合には、概略の位置は分かっているのが通常の場合であるから、次のように(5)式を線形化して解いてゆく。いま、

$$F_i = \sqrt{(x_i-\xi)^2+(y_i-\eta)^2+(z_i-\zeta)^2}-S-p_i+dt_i+d_{1i}+d_{2i}$$

$F_i=0$ を満足させる ξ, η, ζ, S の近似値を $\xi_k, \eta_k, \zeta_k, S_k$ と置く

$$F_{i,k} + \frac{\partial F}{\partial \xi} \Delta \xi_k + \frac{\partial F}{\partial \eta} \Delta \eta_k + \frac{\partial F}{\partial \zeta} \Delta \zeta_k + \frac{\partial F}{\partial S} \Delta S_k + o\{(\Delta \xi_k)^2, (\Delta \eta_k)^2, (\Delta \zeta_k)^2, (\Delta S_k)^2\} = 0 \quad (9.2)$$

ここに

$$F_{i,k} = \sqrt{(x_i-\xi_{k-1})^2+(y_i-\eta_{k-1})^2+(z_i-\zeta_{k-1})^2}-S_{k-1}-p_i+dt_i+d_{1i}+d_{2i}$$

$$\Delta \xi_k = \xi_k - \xi_{k-1}, \Delta \eta_k = \eta_k - \eta_{k-1}, \Delta \zeta_k = \zeta_k - \zeta_{k-1}, \Delta S_k = S_k - S_{k-1}$$

で、 $\xi_k, \eta_k, \zeta_k, S_k$ はそれぞれ第k番目の逐次近似値である。

従って $\Delta \xi_k, \Delta \eta_k, \Delta \zeta_k, \Delta S_k$ が収束する方向に向かい、十分小さくなれば、解は次の線形方程式を逐次近似法によって求めることができる。

$$F_{i,k} + \frac{\partial F}{\partial \xi} \Delta \xi_k + \frac{\partial F}{\partial \eta} \Delta \eta_k + \frac{\partial F}{\partial \zeta} \Delta \zeta_k + \frac{\partial F}{\partial S} \Delta S_k = 0 \quad (9.3)$$

ここに $i=1,2,3,\dots,N$ で衛星の個数であるから、

$N=4$ ならば、4元連立1次方程式の解。

$N \geq 5$ ならば、最小自乗法による解、または $N C_4$ の組み合わせ数の4元連立1次方程式の解。

9.3 INOUEの解法原式

航海中の船舶は、常にジオイド (geoid) 上にいることを利用して、筆者の一人は次のような解法で、GPS受信機から得られる生データ (RAW DATA) とエフェメリスとから船位を求める手法を開発しプログラム化した。

地球標準楕円体上の緯度 ϕ 、経度 λ における地心距離 ρ は

$$\rho^2 = \frac{\cos^2 \phi + (1-f)^2 \sin^2 \phi}{\cos^2 \phi + (1-f)^2 \sin^2 \phi}$$

から得られる。

ここで f は地球標準楕円体の扁率で、WGB84の値は $\frac{1}{f} = 298.257223563$ である。

また ρ の単位は、地球標準楕円体の赤道半径で、WGB84の値は、 $a=6378137m$ である。

ジオイド高と吃水線から受信機までの高さ h とを加えた高さ h とすると、十分な精度で、

$$(\rho + h)^2 \approx \xi^2 + \eta^2 + \frac{1}{(1-f)^2} \zeta^2$$

成り立つ。ここで ξ, η, ζ は受信機のアンテナ位置である。

そこで、逐次近似の過程で

$$\zeta_k^2 = (1-f)^2 \{ (\rho_{k-1} + h)^2 - \xi_k^2 - \eta_k^2 \}$$

と置くことができ、 ζ は ξ, η の関数となり、未知量が一つ減る。

GPSの世界では、このような解法は2次元解法と呼ばれている。

そこで、 $z_k = \pm \sqrt{z_k^2}$ から

$$\Delta \zeta = \frac{F(1-f)}{\sqrt{(\rho+h)^2 - \xi^2 - \eta^2}} (\xi \Delta \xi + \eta \Delta \eta) \dots\dots\dots (9,4)$$

が成り立つ。複号は船位が北緯地帯にいればマイナス、南緯にいればプラスをとる。

また

$$\frac{\partial F_1}{\partial \zeta} = \frac{-(z_1 - \zeta)}{\sqrt{(x_1 - \xi)^2 + (y_1 - \eta)^2 + (z_1 - \zeta)^2}}$$

であるから。

$$\frac{\partial F_1}{\partial \zeta} \Delta \zeta = \frac{\pm(1-f)(z_1 - \zeta)(\xi \Delta \xi + \eta \Delta \eta)}{\sqrt{(\rho+h)^2 - \xi^2 - \eta^2} \sqrt{(x_1 - \xi)^2 + (y_1 - \eta)^2 + (z_1 - \zeta)^2}} \dots\dots\dots (9,5)$$

同様に、

$$\frac{\partial F_1}{\partial \xi} \Delta \xi = \frac{-(x_1 - \xi) \Delta \xi}{\sqrt{(x_1 - \xi)^2 + (y_1 - \eta)^2 + (z_1 - \zeta)^2}} \dots\dots\dots (9,6)$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial \eta} \Delta \eta = \frac{-(y_1 - \eta) \Delta \eta}{\sqrt{(x_1 - \xi)^2 + (y_1 - \eta)^2 + (z_1 - \zeta)^2}} \dots\dots\dots (9,7)$$

いま、

$$A_{1,k} = \frac{1}{\sqrt{(x_1 - \xi_k)^2 + (y_1 - \eta_k)^2 + (z_1 - \zeta_k)^2}}$$

$$B_{1,k} = \frac{F(1-f)(z_1 - \zeta_k)}{\sqrt{(\rho_k + h)^2 - \xi_k^2 - \eta_k^2}}$$

$$C_{1,k} = \frac{1}{A_{1,k}} - S_k - p_1 + dt_1 + d_{11} + d_{21}$$

$\Delta \xi_{k+1} = \xi_{k+1} - \xi_k, \Delta \eta_{k+1} = \eta_{k+1} - \eta_k, \Delta \zeta_{k+1} = \zeta_{k+1} - \zeta_k, \Delta S_{k+1} = S_{k+1} - S_k$
と置き、(9,1), (9,5), (9,6), (9,7) 式から

$$A_{1,k} [(x_1 - \xi_k) - B_{1,k} \xi_k] \Delta \xi_{k+1} + [(y_1 - \eta_k) - B_{1,k} \eta_k] \Delta \eta_{k+1} - \Delta S_{k+1} = C_{1,k} \dots\dots\dots (9,8)$$

これが、INOUEの解法の計算原式である。

10. 解への準備

10.1 エフェメリスの解読

(12)の既知量は、定数を除き、すべてコードを解読し、場合によっては繰り返し計算の度毎に、再計算する必要がある。

再計算の内容は大別して、エフェメリス・コードを解読し、エフェメリスを計算し、衛星の位置、衛星搭載時計の補正値を計算することと、この方式で必須のジオイド高の

計算である。

エフェメリスの解読法は付録で解説する。⁽⁹⁾

10.2 電離層モデルのパラメータの解読

アルマナックのtype135は電離層モデルのパラメータが入っている。[9] これはtype201,202,203と同様に48個の16進数(hexadecimal number)列がASCIIで与えられており、これらを

$d_1, d_2, \dots, d_{47}, d_{48}$

とする。

$$\alpha_0 = (d_3 \times 2^8 + d_4) \times 2^{-31}$$

$$\alpha_1 = (d_5 \times 2^8 + d_6) \times 2^{-31}$$

$$\alpha_2 = (d_7 \times 2^8 + d_8) \times 2^{-29}$$

$$\alpha_3 = (d_9 \times 2^8 + d_{10}) \times 2^{-29}$$

$$\beta_0 = (d_{11} \times 2^8 + d_{12}) \times 2^8$$

$$\beta_1 = (d_{13} \times 2^8 + d_{14}) \times 2^9$$

$$\beta_2 = (d_{15} \times 2^8 + d_{16}) \times 2^{10}$$

$$\beta_3 = (d_{17} \times 2^8 + d_{18}) \times 2^{12}$$

符号についての注意

各データの最上位ビット(MSB)が1なら負数で、絶対値は2の補数である。

10.3 相対論を信号、軌道に適用

前節までは、受信機と衛星間に働く力はニュートン力学、古典電磁気学によるものであった。精密な位置を求めるには信号、軌道等に関して相対論効果を検討しなければならない。

この検討結果を紹介する。[2,PP 117-123]

10.3.1 衛星軌道への効果

$$\frac{d^2 \vec{\rho}}{dt^2} = - \frac{3\mu^2 a(1-e^2)}{c^2} \frac{\vec{\rho}}{\rho^5}$$

ここに $\vec{\rho}$ は受信機から衛星へのベクトル、 μ は万有引力定数 a, e はそれぞれ衛星軌道の半長径、離心率、 c は光速である。

Zhu and Groten (1988)の計算によると、加速度の摂動部分は $3 \times 10^{-10} \text{m/s}^2$ である。

一方、衛星に働く力は平均して 0.5896m/s^2 であり、加速度の摂動による影響は、エフェメリスから求められる加速度の精度以下である。計算精度に埋まってしまう。

10.3.2 衛星信号への効果

地球重力場の時空の歪みによる衛星信号への影響は、衛星・受信機間距離の補正量として表現される。

Holdridge (1967)によると

$$\Delta d_s = \frac{2\mu}{c^2} \ln \left(\frac{\rho^1 + \rho_1 + \rho_1^1}{\rho^1 + \rho_1 - \rho_1^1} \right)$$

である。ここに、 μ は地球重力定数、 c は光速、 ρ^1 は地心・衛星間距離、 ρ_1 は地心・受信機間距離、 ρ_1^1 は受信機・衛星間距離である。

Zhu and Groten (1988)の計算によると、0.001ppmの

微小変動の影響でしかない。

10.3.3 衛星搭載時計への効果

時計の基本周波数は $f_0 = 10.23\text{MHz}$ であるが、衛星の運動による特殊相対論の効果と、地球重力場による一般相対論の効果によって

$$\frac{f_0' - f_0}{f_0} = \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c} \right)^2 + \frac{\mu}{c^2} \left[\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right]$$

である。

これは簡単のために円軌道を適用して算出したもので、この平均値を求めると、

$$\frac{f_0' - f_0}{f_0} = 4.464 \times 10^{-10}$$

となる。

これは無視できない効果であるから、衛星時計の信号は、10.22999999545MHzで発射している。

衛星は楕円軌道上を運行しているから、更に次の補正が必要である。

$$\frac{2}{c} \sqrt{\mu A} e \sin E \quad (\text{Gibson, 1983})$$

ここで A , e , E は、それぞれ軌道半長径、離心率、離心近点離角である。

この影響は、近似的に、エフェメリス中の衛星時計の補正式の係数に加味されている。

10.3.4 受信機時計への効果

地心を原点とした静止座標系に対し、受信機は地球自転に伴い回転している。赤道上に置かれた受信機の場合その効果は、 $\frac{f_0' - f_0}{f_0} = 4.464 \times 10^{-10}$ であり、周波数シフトは、相対誤差で 10^{-12} 程度で、3時間で、1ns = 10^{-9} ≒ 30cmの誤差を生じる。

10.4 ジオイド高の計算

通常、ジオイド高とは、地球基準楕円体からの高さを符号付きで表されている。現在GPSの位置はWGS84系の基準楕円体で得られているから、ジオイド高はこの基準楕円体に対するものでなければならない。

3次元測位するのであれば、測位に際してジオイド高は無関係である。

2次元測位であれば、ジオイド高は測位に際しては必須のデータである。それは、未知量の一つ減らし、一つの拘束条件を増やしたことであり、ジオイド高は拘束条件に必須なデータだからである。

通常、ジオイド高は、各国の海洋測地関係機関が公表するジオイド・マップかジオイド高表から得られる。

これは海上重力観測データ及び人工衛星観測データ等の解析から得られもので、必要に応じて、数式でモデル化している。

通常流布されている計算式は、2次元調解析の係数と2引数 (ϕ, λ) の三角関数の級数で表している。

筆者の場合、日本近海を航行する船舶に搭載される受信機に対して、Ganeko (J.H.D, 1990) のジオイド高表を2次元調解析した式を用いた。

関数関係式で表現すれば $h = f(\phi, \lambda)$ 、で、緯度 ϕ 、経度 λ を度とその端数を与えてジオイド高がメートル単位で得られる。

11. 解の実際

11.1 MX4200の生データを使った計算例

5.3の解法原式を適用して解がどのように求められて行くかの例を第5表に示した。

例では5回繰り返し計算をしているが、平均的には3回目に収束する。

11.2 疑似距離観測を基礎にした方程式解法の種々相

11.2.1 3次元解法

未知量を ξ, η, ζ, S とした方程式を解くには、健康な状態の衛星の測定値の組が最低4組必要である。

4組の場合は、問題なくこの組を使用するが、DOP値が設定域値を超える場合には、位置決定を一時中止し、DOP値が域値内に戻るまで待つか、新しい衛星が見えはじめ、そのDOPが域値内にあるのを待つことになる。

ここでDOPとは、Dilution of Precisionのことで、決定位置の精度を大きく支配する精度係数である。

5組、またはそれ以上のN組の衛星が測定出来ていれば、解法は次の3つに大別できる。

(1) nC_4 個の組み合わせの中から、DOPの最小値を持つ組み合わせ衛星の組を方程式群から抜き出し位置決定の為の4方程式とする。幾つかの測定値は捨てられることになる。

この方式の欠点は、受信機の決定位置と実際の位置とのズレがDOP値に比例して大きくなることである。また、衛星の組み合わせを変えた場合には、決定位置が大きく飛ぶことである。

初期のGPS受信機が出力する決定位置が、しばしば、あらゆる方向にかけ離れて行ったり、急に位置が大きく飛ぶことがあったのは、主として4衛星一組に限定して使っていたからである。

これは、取得生データを用い、後ほど数値実験によって確かめることができる。

(2) N個の全測定データの方程式群を最小自乗法で解く。

天文航法、電波航法の用語を借用してマルチレンジ方式などと称しているのがこの方法であり、(1)の方法に比べ、一般に優れているが、その計算過程にいくつかのチェック機構を設けておく必要がある。

それは、例えば、(1)の場合には排除されるDOP値が高い組み合わせに相当する衛星の諸量が、観測方程式群に潜りこんでいるせいか、正規方程式の解が不安定になり、決定位置が大きく振動する場合がある。さらに最悪の場合には位置が決まらないことがある。

機械的に全データを観測方程式に組み込むことをすると

第5表 生データを使った計算例

```

SHPLAT= 35.634051666666660 計算初期値 概略受信機 緯度
SHPLON= 139.778766666666700 経度
SHPGD = 35.792566608569100 アンテナ高
SHIP U -6.212965769239496E-001 受信機X座標 (WGS84)
SHIP V 5.254311907319321E-001 " Y座標
SHIP W 5.793701583858044E-001 " Z座標
INITIAL DATE YMD 1990 12 14 計算開始年月日 湾岸危機の最中でSAはoff
GPST 431999.99999970500000 開始時刻 世界時をGPSTIMEに換算
WEEKLY NUMBER 570 週番号 1980年1月6日0時UTC から起算
STARTING DATA 出発値
M.NSAT 1 3
X = 2.193512574823017E-001
Y = 3.694507497345897
Z = 1.792182877934690
C = -1.072354575130547E-002
P = -25.848532111194560 PRN 3 の疑似レンジ
M.NSAT 2 6
X = -3.820031035992311
Y = 6.835915734801156E-001
Z = 1.515267037375766
C = -5.153525363237455E-003
P = -26.015026638468420 PRN 6 の疑似レンジ
M.NSAT 3 16
X = -2.631145160869447
Y = 1.003555832950202
Z = 3.057627899324454
C = -2.608225653591060E-002
P = -26.100802613755430 PRN 16 の疑似レンジ

INITIAL VALUE OF U,V,S 逐次近似の初期値
U -6.212965769239496E-001 受信機のX座標
5.254311907319321E-001 " Y座標
0.000000000000000E+000 受信機時計の補正量 (0 として出発)
INDEX PRN NUMBER= 1 3
COEF OF DU RRR(I) (AE) = -6.100344759462467E-001 3元連立1次方程式の係数

COEF OF DV SSS(I) (AE) = -5.939951208683673E-001 "
COEF OF DS -1 "
GIVEN VALUE TTT(I) (AE) = -29.355050963745950 "
INDEX PRN NUMBER= 2 6
COEF OF DU RRR(I) (AE) = 6.599192298186085E-001 "
COEF OF DV SSS(I) (AE) = 2.052659478087888E-001 "
COEF OF DS -1 "
GIVEN VALUE TTT(I) (AE) = -29.356767417778760 "
INDEX PRN NUMBER= 3 16
COEF OF DU RRR(I) (AE) = -1.952613936531875E-001 "
COEF OF DV SSS(I) (AE) = 5.437472019734900E-001 "
COEF OF DS -1 "
GIVEN VALUE TTT(I) (AE) = -29.353311461255640 "
GPSTIME = 451114.000000000000000
ITERATION COUNT KAI= 1 iteration 開始
DU (AE) = -3.002779594143491E-003 出発値 u の第1回目の補正值
DV (AE) = 2.623594620760204E-003 出発値 v の第1回目の補正值
DS (AE) = 29.355324360418170 出発値 s の第1回目の補正值
DETERMINANT = -1.113368102086462 係数行列の行列式の値
GPSTIME 451114.000000000000000 受信機時計の指示時刻
UB=UA+DU(AE) -6.242993565180931E-001 第2回目の出発値
VB=VA+DV(AE) 5.280547853526923E-001 "
WB (AE) 5.737675061117470E-001 "
SB=SA+DS(AE) 29.355324360418170 "
    
```

ITERATION CURRENT INTERMEDIATE DATA 主要中間結果の出力
 COUNT KAI 1
 NSAT=PRN 3
 GPSTIME (sec)= 451114.0000000000000000
 TRUE DISTANT(AE)= 3.496095480541424 PRN 3 と受信機間の真距離
 X (AE)= 2.193414288457058E-001 衛星の X 座標
 Y (AE)= 3.694654803580100 衛星の Y 座標
 Z (AE)= 1.791881071632852 衛星の Z 座標
 C (AE)= -1.072354847059158E-002 衛星時計のオフセット
 D1 (AE)= 5.214233781986491E-006 電離層遅延補正
 D2 (AE)= 6.866646760567293E-007 大気層遅延補正
 ALTITUDE (deg)= 31.879023314665450 衛星高度
 AZIMUTH (deg)= 273.716952761196100 方位角

ITERATION CURRENT INTERMEDIATE DATA
 COUNT KAI 1
 NSAT=PRN 6
 GPSTIME (sec)= 451114.0000000000000000
 TRUE DISTANT(AE)= 3.335166645821690 PRN 6 と受信機間の真距離
 X (AE)= -3.819909817979251
 Y (AE)= 6.835669546265436E-001
 Z (AE)= 1.515577250850568
 C (AE)= -5.153525692492487E-003
 D1 (AE)= 3.768062533877853E-006
 D2 (AE)= 4.685027854619004E-007
 ALTITUDE (deg)= 51.785049780449980
 AZIMUTH (deg)= 109.485479343380400

ITERATION CURRENT INTERMEDIATE DATA
 COUNT KAI 1
 NSAT=PRN 16
 GPSTIME (sec)= 451114.0000000000000000
 TRUE DISTANT(AE)= 3.228481140219743 PRN 16 と受信機間の真距離
 X (AE)= -2.631351997840060
 Y (AE)= 1.003426637912382
 Z (AE)= 3.057491562805491
 C (AE)= -2.608225799714082E-002
 D1 (AE)= 3.298172868813547E-006
 D2 (AE)= 4.069711347683090E-007
 ALTITUDE (deg)= 65.267076917928240
 AZIMUTH (deg)= 43.699307674400470

UB=UA+DU(AE) -6.242384664998600E-001
 VB=VA+DV(AE) 5.280389269325955E-001
 WB (AE) 5.738478034259916E-001
 SB=SA+DS(AE) 29.355345890296280

以下抄録

TRUE DISTANT(AE)= 3.496096136053179 PRN 3 と受信機間の真距離
 TRUE DISTANT(AE)= 3.335169966615058 PRN 6 と受信機間の真距離
 TRUE DISTANT(AE)= 3.228464732182196 PRN 16 と受信機間の真距離

DU (AE) = 3.848985264942007E-009
 DV (AE) = -4.697324275115786E-009
 DS (AE) = 5.190423761929875E-009
 DETERMINANT = -1.126766160581672

UB=UA+DU(AE) -6.242384626508748E-001
 VB=VA+DV(AE) 5.280389222352712E-001
 WB (AE) 5.738478118783480E-001
 SB=SA+DS(AE) 29.355345895486700

TRUE DISTANT(AE)= 3.496096136453417 PRN 3
 TRUE DISTANT(AE)= 3.335169968114581 PRN 6
 TRUE DISTANT(AE)= 3.228464728776454 PRN 16

DU (AE) = 3.396136681667551E-014
 DV (AE) = -2.556431283455388E-014
 DS (AE) = -4.129808346236999E-015
 DETERMINANT = -1.126766139354649

UB=UA+DU(AE) -6.242384626508408E-001
 VB=VA+DV(AE) 5.280389222352456E-001
 WB (AE) 5.738478118784081E-001
 SB=SA+DS(AE) 29.355345895486700

FINAL SOLUTION 最終結果 収束条件 root(du*du+dv*dv+dw*dw+ds*ds)<10**-10
 GPS TIME= 451114.624540120400000 受信機時計指時+SB*AE/C (sec)
 U = -6.242384626508408E-001 受信機の X 座標 (WGS 84) (AE)
 V = 5.280389222352456E-001 衛星の Y 座標 (") (AE)
 W = 5.738478118784081E-001 衛星の Z 座標 (") (AE)
 S = 29.355345895486700 受信機時計の補正值 (AE)
 LAT = 35.244397738472870 受信機の緯度 X 座標 (WGS 84) (度)
 LON = 139.772353620172700 受信機の経度 X 座標 (") (度)
 HEIGHT = 61.792566608569100 受信機の標高 (") (メートル)
 DETERM = -1.126766139354649 行列式の値

問題が生じる。

(3) n C 4 個の組み合わせの方程式を全部解き、その決定位置を吟味し、取捨選択を、プログラムで自動化する。

11.2.2 2次元解法

既述のように、船舶に搭載している受信機は、ジオイド上にある船舶の、そのまた吃水線から一定の位置に置かれている。従って、現在何処に位置してしているかの大体を知られば、ジオイド高が分かり、船位 (ξ, η, ζ) の ζ は、

逐次近似法で得られた直前の (ξ, η, ζ) を用い ξ, η の関数とみなすことができる。

ただし、これは期待どおり収束すればという条件が付く。収束状況が良好な地域は、地球上の大部分の地域と重なるが、 $\zeta = 0$ 付近、すなわち赤道付近では収束しない。この場合は3次元解法に切り替える。

解法の実際は、3次元解法の場合の4衛星が3衛星となり、5衛星以上が4衛星以上となる。これは未知量が1つ減ったことによることに他ならない。

(1) n C 3 個の組み合わせの中から、DOPの最小値を持つ組み合わせ衛星の組を方程式群から抜き出し位置決定の為の3方程式とする。幾つかの測定値は捨てられることになる。

この方式の欠点は、受信機の決定位置と実際の位置とのズレがDOP値に比例して大きくなることである。また、衛星の組み合わせを変えた場合には、決定位置が大きく飛ぶことである。

初期のGPS受信機が出力する決定位置が、しばしば、あらぬ方向にかけ離れて行ったり、急に位置が大きく飛ぶことがあったのは、主として3衛星一組に限定して使っていたからである。

これは、取得生データを用い、後ほど数値実験によって確かめることができる。

(2) N 個の全測定データの方程式群を最小自乗法で解く。

天文航法、電波航法の用語を借用してマルチレンジ方式などと称しているのがこの方法であり、(1)の方法に比べ、一般に優れているが、その計算過程にいくつかのチェック機構を設けておく必要がある。特に観測方程式から正規方程式を作り、これを解くのであるが、係数行列の行列式の値が異常に小さくなる場合があるので、注意を要する。

(3) n C 3 個の組み合わせの方程式を全部解き、その決定位置を吟味し、取捨選択を、プログラムで自動化する。

11.3 飛来衛星数の増加とコンピュータ性能の向上

GPS衛星のPRN番号は1~32までであるから、最大32個の衛星を打ち上げても各信号間の混線はない。しかし、計画は高々24衛星と予備衛星が打ち上げられることになる。

24個の衛星が上げられた場合、衛星相互の空間配置が理論通りになされていれば、地球上どの地点においても、その半数12個の衛星から信号を受けることができる。

現在、12チャンネルを持つGPS受信機が市販されているのはそれに備えてのことである。

(128)

得られた12個の信号すべてを使って、受信機の位置を求めることになる。

12. 解の安定性について

12.1 不安定な解の存在

GPS受信機から出力される生データを用いて、独自に受信機の位置を求めてゆく過程において、幾つかの問題に遭遇した。

ここでは、特に解が突如不安定になる場合に出会ったことに関して述べる。

問題の発端は、マルチレンジ方式すなわち、入手した疑似レンジのすべてに観測方程式が得られ、これから正規方程式を作って解を得る方式において発見されたものである。

それまで正常な位置を出していたものが、突然動きが早くなり、2次的には地球上の遙か彼方の位置を示し、やがて解が存在しなくなり、やがてまた遙か彼方の位置にもどり、同じ様な行程を逆に辿り、正常な位置を示すようになるという類である。

この解の振る舞いの原因は、正規方程式の係数行列の行列式の値にあった。この値が0に近づくと、解は異常に大きくなる。逐次近似法において期待されるのは補正項が次第に小さくなり、0に収束することである。これが、逆に無限大になってしまう。

この現象を数値計算論の立場から考察する。

12.2 「悪条件」な行列

A を $n \times n$ のマトリックス、 X, F をそれぞれ N 次の列ベクトルとすると

$AX=F$ から $X=A^{-1}F$ を求めることは数理科学のすべての分野で行われている。

そして行列 A の「悪条件」が問題にされてきた。

行列 A とベクトル F がわずかに変動したり、計算の途中で誤差が僅かに混入しただけで、解 X が大幅に変動することがある。これは行列 A の「条件が悪い (ill-conditioned)」または「悪条件」という。

次の例は線形代数の文献⁽⁵⁾でよく見かけるものである。

$$W = \begin{bmatrix} 5 & 7 & 6 & 5 \\ 7 & 10 & 8 & 7 \\ 6 & 8 & 10 & 9 \\ 5 & 7 & 9 & 10 \end{bmatrix}, \quad |W| = \det(W) = 1.0, \quad W^{-1} = \begin{bmatrix} 68 & -41 & -17 & 10 \\ -41 & 25 & 10 & -6 \\ -17 & 10 & 5 & -3 \\ 10 & -6 & -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$W_1 = \begin{bmatrix} 4.99 & 7 & 6 & 5 \\ 7 & 10 & 8 & 7 \\ 6 & 8 & 10 & 9 \\ 5 & 7 & 9 & 10 \end{bmatrix}, \quad |W_1| = \det(W_1) = 0.320$$

$$W_1^{-1} = \begin{bmatrix} 204.82 & -128.12 & -53.12 & 31.25 \\ -128.12 & 77.53 & 31.78 & -18.81 \\ -53.12 & 31.78 & 14.03 & -8.31 \\ 31.25 & -18.81 & -8.31 & 5.12 \end{bmatrix}$$

行列の一要素 $W_{11}=5$ が 4.99 に微小変化した場合に、行列式の値が1から0.320に急変し、逆行列の要素は上記のように1桁上昇する。

更に同文献⁽⁵⁾によれば、一般に

$A = (a_{ij}), A^{-1} (\alpha_{ij})$ とすると

$$d\alpha_{ki} = - \sum_j \alpha_{kj} \alpha_{ji} da_{ij}$$

$$dx_k = \sum_j -\alpha_{kj} x_j da_{ij}$$

$$dx_k = \sum_j \alpha_{kj} df_j$$

である。これから行列Aの要素、ベクトルFの要素の微小変動が、逆行列、解ベクトルに及ぼす影響を見積ることができる。

12.3 「悪条件」の定量化

ある行列が「悪条件下」にあるか否かを、定量的に判定する方法として、ノルム概念を導入して判定する。関数空間の物差しとして多くのノルムが定義されているが、ここでは行列の大きさを判定する物差しとしてフロベニウスのノルムを採用する。

フロベニウスのノルムとは次のように定義されている。

$$\|A\| = \sqrt{\sum a_{ij}^2}$$

これは、全要素の2乗和の平方根という、行列の大きさ見るのに直観的に分かりやすい。

行列の良否を判定に行列のノルムと逆行列のノルムの積を導入し、これを条件数などと称する。

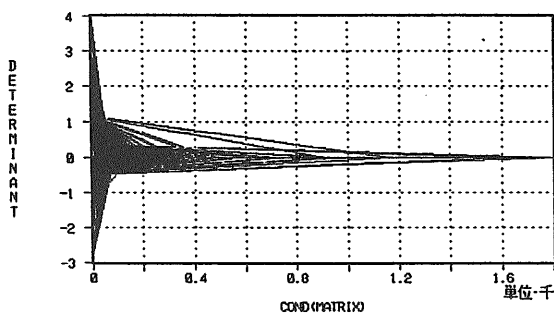
即ち、 $cond(A) = \|A\| \|A^{-1}\|$ で定義する。

そして、この値が大きければ大きいほど行列は「悪条件」であるとする。[6, pp 307-309]

これをフロベニウスのノルムに適用し、COND(A)を計算することができる。このCOND(A)は、行列式の値(det)とは逆相関がある。

12.4 2, 3の実例

第6図は1990年12月14日に水路部観測船が取得したGPS受信機の実データを使い、係数行列(det)とCOND(係数行列)とを計算してみたもので、件数は4728件である。



第6図 係数行列と条件数との相関
DET. と COND (MATRIX) との相関 4728組
1990.12.14 航海

一般にCOND(係数行列)と行列式の値(det)とは、逆相関の関係があり、detが小さくなればなるほどCONDが大きくなり、「悪条件」となる。

GPS原式は非線形な方程式であるが、これを線形方程式化して解いている。時々刻々に位置を変える衛星群から作られる係数行列の係数は僅かずつ変動する。これは膨大な個数の係数行列を相手にすることである。「悪条件」行列に出会うことはやむをえない。換言すれば、係数を9個のパラメータと考え、このパラメータに関してシミュレーションをしているようなものである。そこでCOND(係数行列)が大きくなる場合を見つけ、その場合には解を求めないようなプログラム回路が要求される。

このバイパスを設けないプログラムの結果の幾つかを次に例示する。

行列が「悪条件」になれば決定船位の精度も悪化する。第7a図から第8b図はそれを例示するものである。第7a図は、3衛星PRN 03,06,16の組み合わせから求めた航跡図である。途中航跡が北西方向に大きくずれ、はるか南東方向から正常な航跡に戻る。この時のCOND(係数行列)をプロットしたのが第7b図である。

第8a図、第8b図はPRN 06,16,17の組み合わせの同様な図である。この場合は、途中で船位は東北の彼方に飛んでゆき、西南の彼方から正常の航跡に復帰する。

また、第9a図、第9b図はPRN 03,06,17の組み合わせの図である。第9a図のように相模湾から浦賀水道を通り、東京湾口に至る航跡で異常な動きをしてない。第9b図はこの時間帯のCOND(係数行列)の図で、大きな値にはならない。悪条件にはならない。

以上の議論は「解の安定性」についてのもので、どういう条件下で解が不安定となるか、線形代数の立場から論じた。即ちGPSに固有の現象でないことが分かり、DOPというような電波航法の概念を用いずに、一般的に論ずる道を選んだ。

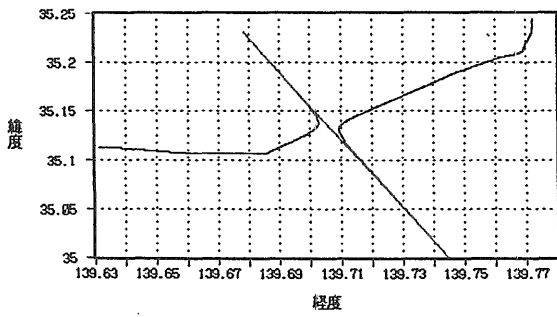
12.5 「回避」から「克服」へ

上述のように筆者の解法は、いわば危険地帯を回避する「消極的」態度であった。この前提には、3衛星の組み合わせのどれかを採れば、安定した解が得られるとの楽観的な考えがあった。そしてそれで実用的に十分であるが、計算技術的には不十分である。この壁を乗り越える「積極的」態度が要求される。そのためには数値計算の分野で開発されている技法が有効である。

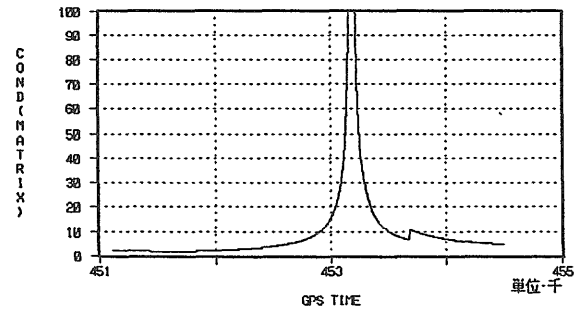
以下、その方法の概要を記す。

12.5.1 連立一次方程式を解く場合

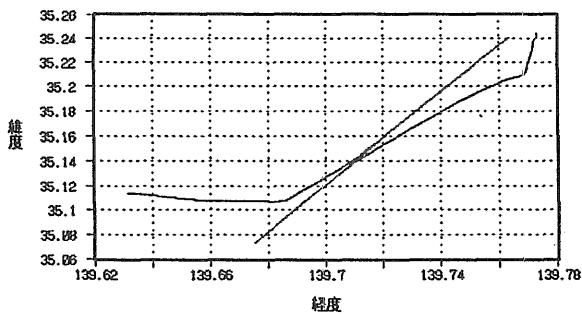
4衛星による3次元解法、3衛星による2次元解法は、いずれも連立一次方程式を解くことになる。この場合、係数行列式Aの条件数cond(A)が大きい場合には、方程式の解は大きな誤差を含んでいる。この誤差を小さくする方法の一つに、「反復改良法」がある⁽⁸⁾。この方法は、条件数が極端に大きくなければ精密解を得るのに有効である。



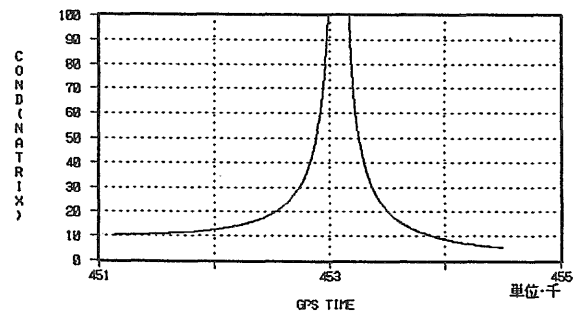
第7a図 PRN 3, 6, 16の組の航跡
PRN 03 06 16
1990.12.14 航海



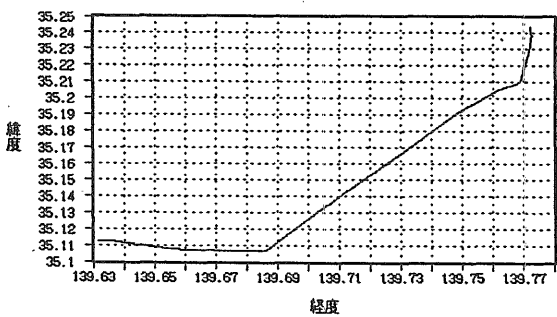
第7b図 PRN 3, 6, 16の組の条件数
PRN 03 06 16
1990.12.14 航海



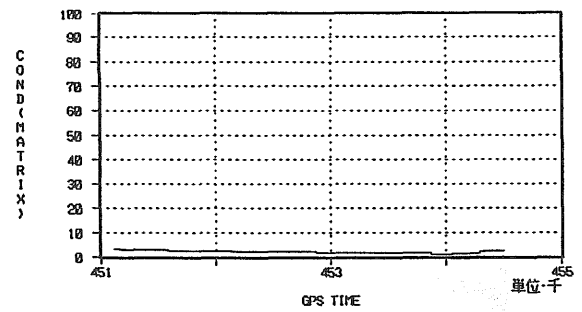
第8a図 PRN 6, 16, 17の組の航跡
PRN 03 16 17
1990.12.14 航海



第8b図 PRN 6, 16, 17の組の条件数
PRN 06 16 17
1990.12.14 航海



第9a図 PRN 3, 6, 17の組の航跡
PRN 03 06 17
1990.12.14 航海



第9b図 PRN 3, 6, 17の組の条件数
PRN 03 06 17
1990.12.14 航海

12.5.2 最小自乗法で解く場合

マルチレンジ方式、すなわち測定できたすべての衛星の観測方程式から正規方程式を作り解を求める方式においても、正規方程式の係数行列Aの条件数 $\text{cond}(A)$ が大きくなる場合がある。すなわちAの値が0に近くなる場合がある。

このような場合、行列Aを特異値分解 (SVD, Singular Value Decomposition) し、得られた特異値で0に近いものを、そのまま特異値と認め採用するか、0とするか選択する。この選択の基準をどこに置くかで、行列式の値が微妙に違い、これを使って得られる解が変動する。この解の中に最も確からしい解の組が存在する⁽⁸⁾。

13. より正確な位置を求める

13.1 リアル処理とポスト処理

解法を大別すると、解を即時必要な場合の処理 (リアルタイム処理) と、ある航海終了後に、記録しておいたデータをじっくり処理して解を出せばよい場合の処理 (ポスト・プロセッシング、後処理) がある。

後者の場合の例は、海洋調査作業であって、航海中はできるだけ与えられた海域での沢山の種類の観測値を得ることが主目的である。その時の船位は精密であることに越したことはないが、その精度向上のために精力を注がない。大切な観測値が、いかなる地点 (地球上の地点) のものであるかの分析・検討は陸に戻った後にする。

こういう考え方が、疑問視されないのは、現在の航法による決定位置に対する信頼性の低さからくるのであろうか。どのような、航法手段を用いようと、観測値の引数の一つとしての位置を、生のまま用いることが出来ないという「合意」が形成されている。

これは、数式を用いて表現すると、この間の事情がはっきりする。すなわち、ある観測値を v とすると、これは、時刻 t 、位置 (ϕ, λ) 、観測に付随するパラメータ

$$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$$

の関数 $v = f(t, \phi, \lambda, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots)$ である。航海中、船上で得られた位置を $\phi_{obs}, \lambda_{obs}$ とすると、 $\phi = \phi_{obs} + (\phi - \phi_{obs}), \lambda = \lambda_{obs} + (\lambda - \lambda_{obs})$ であり、 $\Delta\phi = \phi - \phi_{obs}, \Delta\lambda = \lambda - \lambda_{obs}$ とおくと

$$v = f(t, \phi_{obs} + \Delta\phi, \lambda_{obs} + \Delta\lambda, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots)$$

$$= f(t, \phi_{obs}, \lambda_{obs}, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots) + \frac{\partial f}{\partial \phi} \Delta\phi + \frac{\partial f}{\partial \lambda} \Delta\lambda + \dots$$

となる。

後処理作業は、この $\Delta\phi$ 、 $\Delta\lambda$ を何らかの方法で求め、Vを得る作業である。

13.2 SA対策の一つの試み

GPS測位システムは、文字通り世界中どこにおいても高精度の位置が得られるシステムである。一般ユーザーにとっては、にもかかわらずと言いたいところであろうし、国防総省にとっては、それであるが故にと言いたいところであ

ろうが、衛星のエフェメリスや、信号を操作して、決定位置精度を故意に劣化させる処置、SAをほどこしている。

筆者の一人は、前職中、SAに対抗して決定位置の拡散を防ぐ試みの研究をした。その結果だけを紹介する。

1994年1月19日約6時間、屋上に取り付けたMX4200 (Magnavox社製、6チャンネル受信機) が位置情報・エフェメリス・生データを受信した。これをリアルタイム処理で、高々6C3通りの3衛星の組み合わせに分類し、各組み合わせ一つ一つに対して2次元解法で位置を決定した。同一時刻の多数の位置点が、SAによって散乱させられて生じる。これを一種の加重平均法の手法で最確値と見られる位置点を求めていった。

第10図が真値との差の散布図である。同心円の内側から、それぞれ半径50,100,150,200メートルである。第11図はMX4200が出力した緯度・経度の同じく真値からのずれの散布図である。SAによって約150メートルにまでずれる位置をMX4200が約50メートル以内に抑え込んだのか不明であるが、われわれの方法によっても同程度の平均、標準偏差を持つデータ群に修正し、SAの影響を約3分の1のばらつきに抑え込むことができた。

この方法を振り返ってみると、不十分な点が幾つか見つかった。すなわち、

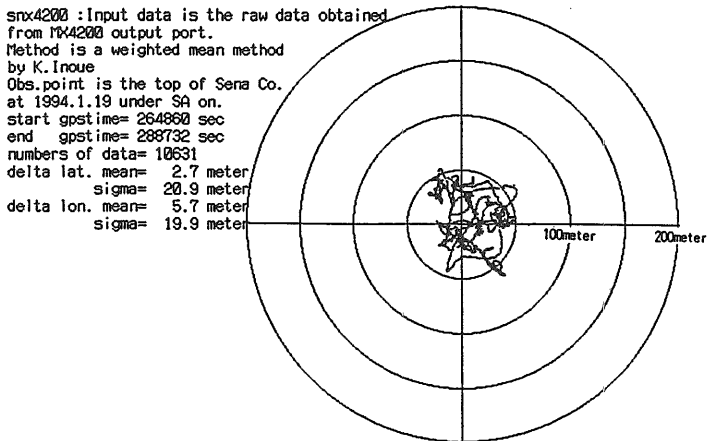
- (1) 解を持つすべての組み合わせを取り入れることにこだわり、悪条件の行列式から得られる解が、解の精度を低下させてしまった。これらは除去すべきであった。
- (2) 同一時刻に多くの解が存在しこの中からもっとも確からしい値を求める。そのため各解の相加平均をとり、それを「仮の重心」とし、これから各解までの距離を求める。この距離の4乗の逆数を重みとして各解に掛け、加重平均値を求め最確値とした。これは、得られた中間結果から重みを設定したものである。この方法を用いるよりは、この中間結果を生じさせる原因に目を付けるべきであった。すなわち係数行列の行列式の値を重みとした方がより好い結果が得られることがわかった。

そこで、これらの改良を加えれば、SA対策としてより有効ではないかと考えられる。

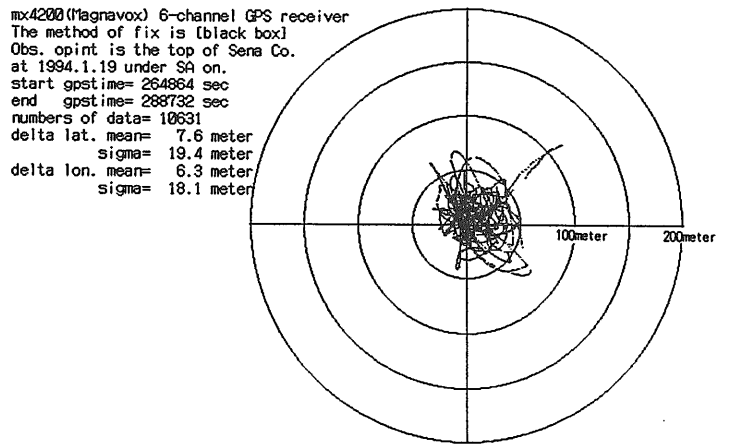
参考のため、3衛星の組み合わせの決定位置がSAの影響によって如何なる振る舞いをしているかの例を第12図～第15図に挙げておいた。行列式の値 (Determinant) によって解のバラツキが異なることが見てとれる。

GPSが試験的に運用されていた時代、SAをかけるにもかかけられない時代に起きた決定位置の異常な振る舞い—船位が飛ぶ、遙か彼方になってしまう—に似た衛星の組も散見されて興味深い。これに関しては「12 解の安定性についての一考察」のなかで吟味した。

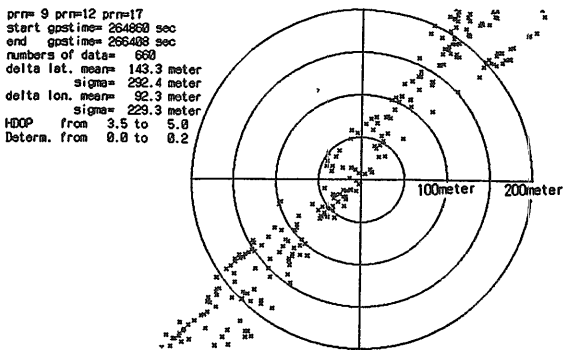
なお、この計算時間帯の衛星飛来のTIME TABLEは第16図の通りである。極大8衛星、極小3衛星の時間帯のあることがわかる。また、まだブロック I 衛星が2個健在であった。



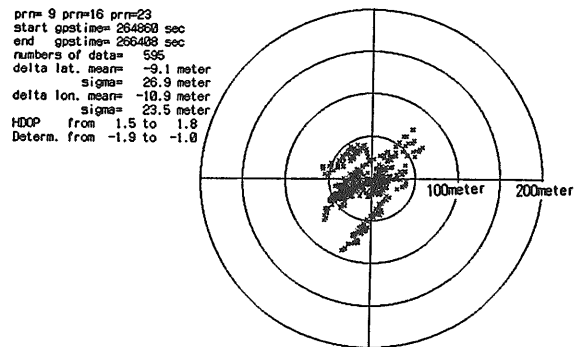
第10図 SAの影響軽減への試み



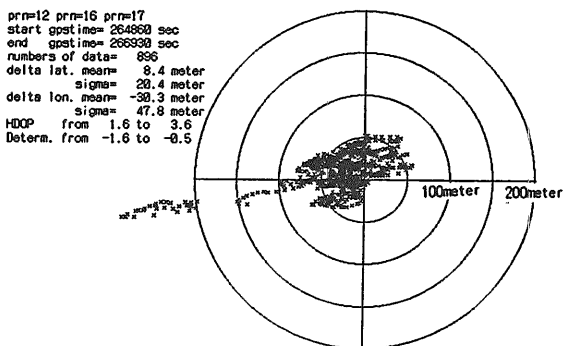
第11図 あるメーカーの受信機の決定位置



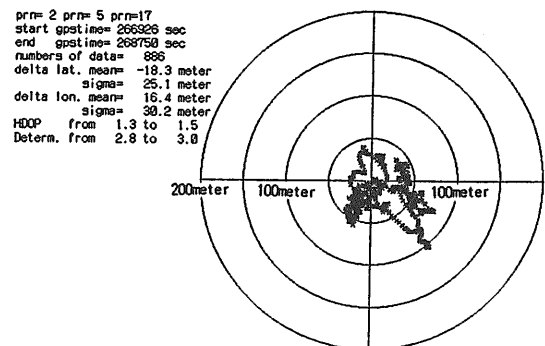
第12図 PRN 9, 12, 17の組の散布図



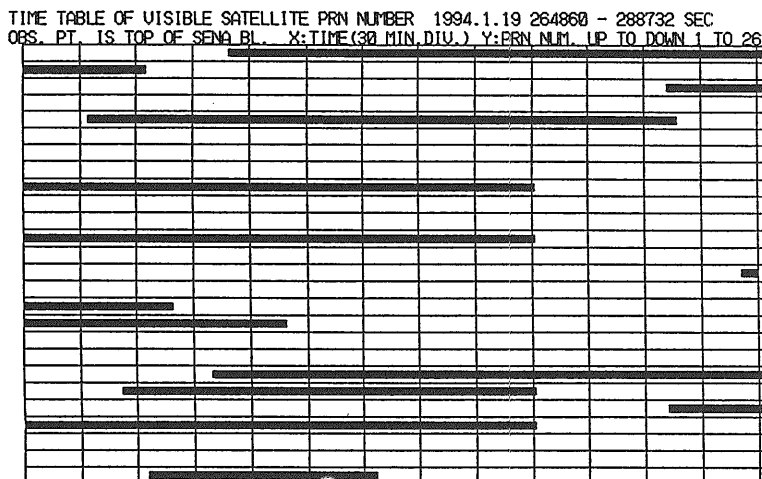
第13図 PRN 9, 16, 23の組の散布図



第14図 PRN 12, 16, 17の組の散布図



第15図 PRN 2, 5, 7の組の散布図



第16図 衛星飛来状況

終わりに

第一部は、GPSに関しての概要、その応用分野の現況に関心のある方を念頭において書き、第二部は、GPS受信機からどのような情報が送られ、それをどのように処理すれば受信機の位置が求められるのかについて議論した。また、一般になじみのない用語を使用しているので用語集を付け加えることにしたが、やや厳密さに欠けるものの用語集にありがちな無味乾燥を避けることに心掛けた。

GPS受信機からの生データは、海上保安庁水路部およびセナー株式会社横浜事業所の好意によって提供を受けたものである。

DGPS利用の現況調査に際しては、第五管区海上保安庁水路部、運輸省第四港湾建設局、セナー株式会社横浜事業部の方々のお世話になった。

その他、小論執筆にあたり機会と忠告と便宜と与えて下さった多くの方々がおられた。

これらの機関・方々に心から謝辞を呈します。

参考文献資料

[1] Wells,D.edit. Guide to GPS Positioning,Prepared under the Canadian GPS Associates.1987
 (文献 [1] はGPSの教科書として明解な記述方法をとっているので参考として揚げた。)
 [2] Hofmann-Wellenhof, B., Lichtegger, H., and Collins, J. GPS Theory and Practice , Third revised edition, Springer-Verlag Wien New York,1994
 [3] Leick, A. GPS Satellite Surveying, Second edition, John Wiley & Sons, 1995
 [4] National Research Council, The Global Positioning System, Recommendations for Technical Improvements and Enhancements, National Academy Press,1995

[5] ファジューエフ、F著、小国 力訳、線形代数の計算法 (上)、産業図書、1971年
 [6] ストラング、G著、井上 昭訳、線形代数とその応用、産業図書、1978年
 [7] Numerical Recipes in FORTRAN,Second Edition, Cambbridge Univ.Press,1992
 [8] 森 正武、名取 亮、鳥居達生、数値計算、岩波書店、1982年
 [9] The GPS Navigation Message,A.J.Van Dierendonck, S.S.Russell,E.R. Kopitzke, and M.Birbaum,Journal of The Institute of Navigation,Vol.25,No.2, Summer 1978
 [10] 小野房吉、「水路」98号「海上保安庁が展開を図るDGPSの精度」、1996年
 [11] 中園嘉治、「GPS測量システムの港湾工事への導入について」平成8年1月 運輸省第三港湾建設局神戸機械整備事務所
 [12] 安城たつひこ (第五管区海上保安部水路部水路課長)、私信
 [13] 日本航路標識協会「平成七年度 航行測位衛星システムを使った測位の位置誤差補正に関する調査研究」平成8年3月

付録

7.3 エフェメリス情報の付録

これを以下具体的に例示する。

サブフレーム 1

5C5100000000000000000000000000006554100FFF3FFB888

サブフレーム 2

06FC2511801343682CFC5C05EF458810DFA11FF98E554156

サブフレーム 3

003FFC935206FFA02D25E9A025B269A72C74FFBA0406FCBA

これが、直接受信する精密軌道情報である。

サブフレーム 1 から説明する。

5C5h=010111000101 のうち 0101110001 は WN すなわち週番号で、SCALE FACTOR (以後 S.F. と略記) は 1、そこで WN は 0101110001 である。残りの 01 は L2 変調の指示である。

100h=000100000000 のうち 0001 は C/A 精度、000000 は HEALTH すなわち衛星の健康状態を示し、この場合は健康である。いずれの場合も S.F.=1。

途中飛ばして、

06h=00000110 は AODC (衛星搭載時計の元期の年齢)、S.F.=2¹¹。

5541h=0101010101000001 は Toc (衛星時計補正式の時刻原点)、S.F.=2²。

00h=00000000 は a₂ (上記補正式の 2 次項の係数)、S.F.=2⁻⁵⁵。

FFF3h=111111111110011 は a₁ (1 次項の係数)、S.F.=2⁻⁴³。この場合は、負の数である。

FFB888h=11111111011100010001000 のうち

111111110111000100010 が a₀ (定数項)、

S.F.=2⁻³¹。

サブフレーム 2 の説明をする。サブフレーム 2 を再掲すると。

06FC2511801343682CFC5C05EF458810DFA11FF98E554156

06h=00000110 は AODE (衛星暦の元期の年齢) で、S.F.=2¹¹。

FC25h=1111110000100101 は、Crs (動径の摂動の SINE 項) で、S.F.=2⁻⁵。

1180h=0001000110000000 は Δn (n の補正項、n は衛星の daily motion) で、S.F.=2⁻⁴³。

1343682Ch=00010011010000110110100000101100 は M₀ (元期での平均近点離角) で、S.F.=2⁻³¹。

FC5Ch=1111110001011100 は、Cuc (黄緯引数の摂動の COSINE 項) で、S.F.=2⁻²⁹。

05EF4588h=0000010111101110100010110001000 は e 衛星軌道の離心率) で、S.F.=2⁻³³。

10DFh=0001000011011111 は、Cus (黄緯引数の摂動の SINE 項) で、S.F.=2⁻²⁹。

A11FF98Eh=1010000100011111111100110001110 は、A の平方根 (A は衛星軌道の半長径) で、S.F.=2⁻¹⁹。

5541h=0101010101000001 は Toe (軌道暦の計算元期) で、

S.F.=2¹。

最後の 56) HEX は予備データである。意味不明。

サブフレーム 3 の説明をする。サブフレーム 3 を再掲すると。

003FFC935206FFA02D25E9A025B269A72C74FFBA0406FCBA003Fh=0000000000111111 は、Cic (軌道傾斜角の摂動の COSINE 項) で、S.F.=2⁻²⁹。

FC935206h=11111100100100110101001000000110 は、 Ω_0 (衛星暦元期での昇交点経度) で、S.F.=2⁻³¹。

FFA0h=111111110100000 は、Cis (軌道傾斜角の摂動の SINE 項) で、S.F.=2⁻²⁹。

2D25E9A0h=00101101001001011110100110100000 は、i₀ (衛星暦元期での軌道傾斜角) で、S.F.=2⁻³¹。

25B2h=0010010110110010 は、Crc (動径の摂動の COSINE 項) で、S.F.=2⁻⁵。

69A72C74h=01101001101001110010110001110100 は、 ω (近地点経度) で、S.F.=2⁻³¹。

FFBA04h=1111111101101000000100 は、d Ω /dt (昇交点経度の時間的変化) で、S.F.=2⁻⁴³。

06h=00000110 は AODE (衛星暦の元期の年齢) で、S.F.=2¹¹。これはサブフレーム 1 の AODE と同一である。検査照合に使う。

FCBAh=1111110010111010 のうち、

FCBAh=11111100101110 は、di/dt (衛星軌道傾斜角の時間的変化) で、S.F.=2⁻⁴³。

7.4 アルマナック情報の付録

例示すると次のような 48 の ASCII 文字からなっている。

035EEA086BFD FDE400A11FE0F798F169A871C29E85FFF FF2

03h=00000011 のうち、00 は DATA ID、000011 は SV/PAGE ID である。S.F.=1。

5EEAh=010111011101010 は、e (衛星軌道の離心率) で、S.F.=2⁻²¹。

08h=00001000 は、toa (アルマナックの計算元期) で、S.F.=2¹²。

6BFDh=01101011 は、 δi ($i=60-\delta i$ 、 i は軌道傾斜角) で、S.F.=2⁻¹⁹。

FDE4h=111111011100100 は、d Ω /dt (昇交点経度の時間的変化) で、S.F.=2⁻³⁸。

00h=00000000 は、衛星の健康状態の指標である。この場合は健康状態は「良」、すなわち健全な運航をしていることを意味する。

A11FE0h=10100001000111111100000 は、A の平方根 (A は衛星軌道の半長径) で、S.F.=2⁻¹¹。

F798F1h=11110111001100011110001 は、 Ω_0 (計算元期の昇交点経度) で、S.F.=2⁻²³。

69A871h=011010011010100001110001 は、 ω (近地点経度) で、S.F.=2⁻²³。

C29E85h=110000101001111010000101は、 M_0 (計算元期の平均近点離角) で、 $S.F.=2^{-23}$ 。

FFFF2h=1111111111111111110010は、やや面倒である。

11111111 11111111 111 100 10 それぞれをA,B,C,D,E とすると、

A+D を a_0 , B+C を a_1 とするのである。Eの意味は不明である。 $a_0.a_1$ は、衛星搭載時計の補正式の係数であるが、航海計画のための衛星位置の計算にはこの補正はあまり効かない。S.F.はそれぞれ、 $2^{-17}, 2^{-35}$ である。

以上が米国防省の公表している軌道情報のサブフレームの桁区切り個所、スケール・ファクターの値、負数の取り扱い方などである。

実際の計算に当たっては、わざわざ2進数に分解せず、得られた16進数をそのまま用いて計算する方法を「10.1 エフェメリスの解説・計算式の付録」の項で紹介する。

7.5 電離層モデルのパラメータの付録

以下例示する。⁽⁹⁾

382B01FD0049FEFD02FFFF480000003932FE05A00505AAA9のうち、

2B01FD0049FEFD02の部分が、それであり、これらはまた、それぞれ 2B 01 FD 00 49 FE FD 02 に分かれている。それぞれ $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$, はつぎの値となる。

$$\alpha_0=2Bh=00101011= 43 \text{ S.F.}=2^{-31}$$

$$\alpha_1=01h=00000001= 1 \text{ S.F.}=2^{-31}$$

$$\alpha_2=FDh=11111101= 253, \text{最上位が}^s1 \text{であるから、} 253-257=-4 \text{ S.F.}=2^{-29}$$

$$\alpha_3=00h=00000000= 0 \text{ S.F.}=2^{-28}$$

$$\beta_0=49h=01001001= 73 \text{ S.F.}=2^8$$

$$\beta_1=FEh=11111110= 254, \text{最上位が}^s1 \text{であるから、} 254-257=-3 \text{ S.F.}=2^9$$

$$\beta_2=FDh=11111101= 253, \text{最上位が}^s1 \text{であるから、} 253-257=-4 \text{ S.F.}=2^{10}$$

$$\beta_3=02h=00000010= 2 \text{ S.F.}=2^{12}$$

これも米国防省が公表した、サブフレームの桁区切り個所、スケール・ファクターなどである。実際の計算は、16進数をそのまま用いて行うが^s、後述する。

10.1 エフェメリスの解説・計算式の付録

以下の例は、Magnavox社の受信機から出されるエフェメリス・コードの解説法を解説する。これはもともと衛星から発信されたものであるから、何処の社の受信機から発信されるものも本質的に同一である。

Magnavox社の受信機からエフェメリス・コードは、どの機種でもtype200,201,202,203というコード番号に統一されている。

type200は衛星のPRN (Pseudo Random Noise) 番号である。これは衛星番号そのものではないが、衛星を同定するにはPRN番号を使うのが一番確かである。

type201,202,203はいずれもASCIIコード48個の16進数

(hexadecimal number) 列からなるもので、これらを、

$$a_1, a_2, \dots, a_{47}, a_{48}$$

$$b_1, b_2, \dots, b_{47}, b_{48}$$

$$c_1, c_2, \dots, c_{47}, c_{48}$$

とする。

以下の単位表示においてs.c.とはsemi.circleの略で、180度を1とする単位である。

ディメンション式は、 $[\text{rad}] = \pi [\text{s.c.}], [\text{deg}] = 180 [\text{s.c.}]$ である。

$$\text{WN(Weekly Number)} = (a_1 \times 2^8 + a_2) \div 4 \text{ の整数部}$$

$$\text{AODC} = (a_{31} \times 2^8 + a_{32}) \times 2^{11} \text{ s}$$

$$t_{0c} = (a_{33} \times 2^{24} + a_{34} \times 2^{16} + a_{35} \times 2^8 + a_{36}) \times 2^4 \text{ s}$$

$$t_2 = (a_{37} \times 2^8 + a_{38}) \times 2^{-55} \text{ s/s}^2$$

$$t_1 = (a_{39} \times 2^{24} + a_{40} \times 2^{16} + a_{41} \times 2^8 + a_{42}) \times 2^{-43} \text{ s/s}$$

$$t_0 = (a_{43} \times 2^{40} + a_{44} \times 2^{32} + a_{45} \times 2^{24} + a_{46} \times 2^{16} + a_{47} \times 2^8 + a_{48}) \times 2^{-33}$$

$$\text{AODE} = (b_1 \times 2^8 + b_2) \times 2^{11} \text{ s}$$

$$C_{r,s} = (b_3 \times 2^{24} + b_4 \times 2^{16} + b_5 \times 2^8 + b_6) \times 2^{11} \text{ m}$$

$$\Delta n = (b_7 \times 2^{24} + b_8 \times 2^{16} + b_9 \times 2^8 + b_{10}) \times 2^{-43} \text{ s.c. / s}$$

$$M_0 = (b_{11} \times 2^{56} + b_{12} \times 2^{48} + b_{13} \times 2^{40} + b_{14} \times 2^{32} + b_{15} \times 2^{24} + b_{16} \times 2^{16} + b_{17} \times 2^8 + b_{18}) \times 2^{-31} \text{ s.c.}$$

$$C_{u,o} = (b_{19} \times 2^{24} + b_{20} \times 2^{16} + b_{21} \times 2^8 + b_{22}) \times 2^{-29} \text{ rad}$$

$$e = (b_{23} \times 2^{56} + b_{24} \times 2^{48} + b_{25} \times 2^{40} + b_{26} \times 2^{32} + b_{27} \times 2^{24} + b_{28} \times 2^{16} + b_{29} \times 2^8 + b_{30}) \times 2^{-33}$$

$$C_{u,s} = (b_{31} \times 2^{24} + b_{32} \times 2^{16} + b_{33} \times 2^8 + b_{34}) \times 2^{-29} \text{ rad}$$

$$\sqrt{A} = (a_{33} \times 2^{56} + b_{35} \times 2^{48} + b_{37} \times 2^{40} + b_{38} \times 2^{32} + b_{39} \times 2^{24} + b_{40} \times 2^{16} + b_{41} \times 2^8 + b_{42}) \times 2^{-19} \sqrt{\text{m}}$$

$$t_{0,s} = (b_{43} \times 2^{24} + b_{44} \times 2^{16} + b_{45} \times 2^8 + b_{46}) \times 2^4 \text{ s}$$

$$C_{i,o} = (c_1 \times 2^{24} + c_2 \times 2^{16} + c_3 \times 2^8 + c_4) \times 2^{-29} \text{ rad}$$

$$\Omega_0 = (c_5 \times 2^{56} + c_6 \times 2^{48} + c_7 \times 2^{40} + c_8 \times 2^{32} + c_9 \times 2^{24} + c_{10} \times 2^{16} + c_{11} \times 2^8 + c_{12}) \times 2^{-31} \text{ s.c.}$$

$$C_{i,s} = (c_{13} \times 2^{24} + c_{14} \times 2^{16} + c_{15} \times 2^8 + c_{16}) \times 2^{-29} \text{ rad}$$

$$i_0 = (c_{17} \times 2^{56} + c_{18} \times 2^{48} + c_{19} \times 2^{40} + c_{20} \times 2^{32} + c_{21} \times 2^{24} + c_{22} \times 2^{16} + c_{23} \times 2^8 + c_{24}) \times 2^{-31} \text{ s.c.}$$

$$C_{r,c} = (c_{25} \times 2^{24} + c_{26} \times 2^{16} + c_{27} \times 2^8 + c_{28}) \times 2^{-5} \text{ m}$$

$$\omega = (c_{29} \times 2^{56} + c_{30} \times 2^{48} + c_{31} \times 2^{40} + c_{32} \times 2^{32} + c_{33} \times 2^{24} + c_{34} \times 2^{16} + c_{35} \times 2^8 + c_{36}) \times 2^{-31} \text{ s.c.}$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = (c_{37} \times 2^{40} + c_{38} \times 2^{32} + c_{39} \times 2^{24} + c_{40} \times 2^{16} + c_{41} \times 2^8 + c_{42}) \times 2^{-43} \text{ s.c. / s}$$

$$\text{AODE2} = (c_{43} \times 2^8 + c_{44}) \times 2^{11} \text{ s}$$

$$\frac{di}{dt} = (c_{45} \times 2^{24} + c_{46} \times 2^{16} + c_{47} \times 2^8 + c_{48}) \times 2^{-43} \text{ s.c. / s}$$

符号についての注意事項

WN, AODC, AODE, $t_{0c}, e, \sqrt{A}, t_{0s}, \text{AODE2}$ は常に正である。その他の値は正負の数であり、各データの最上位ビット(MSB) が1なら負数で、絶対値は2の補数である。

GPS用語集

★アルマナック (almanac)

簡易軌道暦と訳されることもある。この内容は、現在打ち上げられている全衛星の粗い精度の衛星座標と電離層モデルのパラメータとの情報を得るための基礎データ、衛星の健康状態、海事情報、必要なら空欄部分に軍事情報等からなっている。衛星座標と電離層モデルパラメータを取り出す方法は付録「7.4 アルマナック情報の付録」で解説した。

★アンビギュイティ整数 (ambiguity integer)

フェイズ測定による位置決定法において、基本的な課題はフェイズ・ロック・オン時における衛星・受信機間の搬送波の波数(整数)を決めることである。

最近、アンテナ・スワップ (antenna swap) 法、OTF (On The Fly) など、より正確な整数が、短時間で得られるようになったが、厳密に正しい整数値が常に得られるわけではない。

アンビギュイティとは、曖昧なという意味で、求められたNは、たとえば n_1 と n_2 の間にあるとまでしか言えないということである。ここで $n_1 < n_2$ であり、 n_1 と n_2 との差が小さい程、受信機の性能は良いことになる。

★ビート (beat)

同一の振幅Aをもち、2つの正弦波の周波数を f_1, f_2 とする。 f_1 と f_2 との差が小さいとき、合成波の振幅は $2A \cos [2\pi(f_1 - f_2)t/2] \sin [2\pi(f_1 + f_2)t/2]$ となる。すなわち、 $(f_1 + f_2)/2$ の周波数をもつ波の振幅が、最大2Aから最小0までの変化を繰り返す。これをビート現象として知られている。

この繰り返し数、すなわちビート周波数は f_1 と f_2 との差になるから、このビート周波数を測定すれば、 f_1 と f_2 との差を知ることができる。

★C/Aコード (Coarse/Acquisition code) ,Pコード (Precision code)

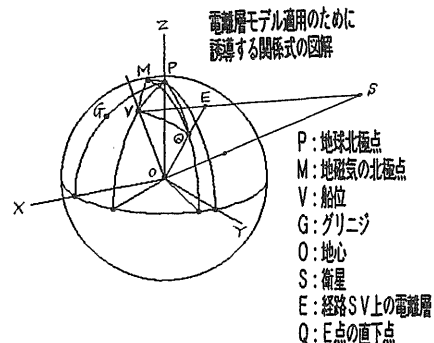
衛星からの受信信号がどの衛星からのものであるかの識別は、各衛星に割り当てられたコードを解読することで可能となる。

しかし、このコードは識別のためだけではなく、衛星・受信機間の電波到来時間を測定する物差しの役目もする。本文の「2.4 衛星からの信号」の第1表にあるように、Pコードは波長約29.3m毎の目盛り、C/Aコードは波長約293m毎の目盛り尺が、それぞれ受信機に飛び込んでくる。目盛り間隔の粗い (coarse) C/Aコードの測定精度はPコードの精密さ (precisely) に劣る。

★電離層通過遅延概念図

衛星からの信号は電離層を通過して受信機に到着する。付図1においてE点とその近傍が電離層である。この電離層の状態は、正午からの経過時間と地磁気の極からの極距離MQとの変数を用いモデル化されている。正午はその地

方の正午であるから、受信機が置かれている位置の概略の経度は必要である。付図1の角GPVはその経度である。世界時に経度時(経度を時間単位に換算した量)を加えたのが地方時であるから、地方時の正午からの経過時間は分かり、モデル適用が可能となる。



用語集第1図 (電離層通過遅延の説明)

★DOP (Dilution of Precision)

疑似距離測定の標準誤差 σ_0 が得られると、決定位置は疑似距離の関数とみることができ、決定位置の標準誤差 σ を見積ることができる。この見積り方法の一つとして、DOPなるものが導入されている。これは多変数正規分布関数を取り扱う際に出てくる分散共分散行列から導かれ、 $\sigma = \text{DOP} \sigma_0$ なる関係にあり、精度を支配する係数である。

DOP値が大きくなれば、位置決定精度が劣化する。

通常、DOP値を云々する場合、VDOP (高さ方向精度)、HDOP (水平方向精度)、PDOP (位置精度)、TDOP (時間精度)、GDOP (幾何学的精度)の係数値が問題にされる。最後のGDOPは、位置と時間と相互の関係を調べるときの目安になる。

具体的な数値例を挙げると、観測点に関して良好な幾何学的配置にある4衛星のHDOP, VDOPの平均値は約2である。

★エフェメリス (ephemeris)

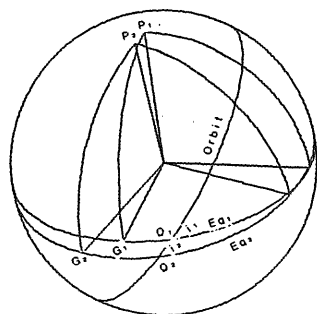
精密軌道暦と訳されることもある。この内容は、衛星の x, y, z 座標と衛星に搭載されている原子時計のオフセット値との情報を得るための修正ケプラー要素からなっている。この情報を取り出す方法は、付録「7.3 エフェメリス情報の付録」及び「10.1 エフェメリスの解説・計算式の付録」で解説した。

ここでいうエフェメリスとは放送エフェメリスのことで、衛星から送信されるものを言っている。これとは別に、制御局で用意されているより精度の高いエフェメリスがある。これは事後処理に利用される。

★エフェメリスの座標系

エフェメリスが準拠する座標系は、一週間単位で変更される特殊な座標系である。その座標の枠組みは、 xy 平面はGPSTIME 0^hの平均赤道をとり、 zx 平面はGPSTIME 0^hの

グリニジ平面をとり、y軸はx軸、z軸とで右手系をつくる。



P₁は北極点、G₁は昇交点の起算点
Eq₁は赤道、O₁は昇交点
i₁は軌道面傾斜角
i₁は選番号NのGPSTIME=0の瞬時の値
i₂は選番号N+1のGPSTIME=0の瞬時の値
要するに、1選番毎に座標系が「飛ぶ」

用語集第2図 (GPS基準座標系)

★ジオイド (geoid)

地球重心の回りには等ポテンシャル面が無数に存在するが、平均海面に接する等ポテンシャル面をジオイドと称する。平均海面の高さを測る基準面は基準楕円体の表面である。世界各国は独自の基準楕円体をそれぞれ設定しているから、ジオイド高を議論する場合、基準楕円体を同時に示す必要がある。

GPSの場合、基準楕円体としてWGS84を採用している。ジオイド高は通常、緯度・経度の関数としてメートル単位で表現されている。

★疑似距離 (pseudo-range)

GPS測位では、受信機のアンテナと衛星との距離を知ることが基本である。しかしこれを直接測ることはできない。直接測れるのは、疑似距離と称する量で、この量の中に真距離、受信機時計の補正值、電離層通過遅延、大気層通過遅延、電子回路遅延、計測誤差が含まれている。

何を直接測定するかで次のコードの疑似距離、フェイズの疑似距離の二つに分けられる。

☆コードの疑似距離 (code's pseudo-range)

各衛星毎に搬送波に乗せられているコードは決まっている。このコードを測定することによって衛星から受信機までの電波到着時間を測定する。この時間に光速度を掛けたものがコード測定による疑似距離である。測定時間は、衛星時計と受信機時計との時間差であるから、光速度を掛けても真距離にはならない。

測定の実際は、C/Aコードでは1ms周期で繰り返し発信されており、受信機側では同周期でこのコードのレプリカを発振させ、両コードの時間に関する相互相関 (cross-correlation) を取り続け、衛星から受信機までの電波の平均到達時間が約77msであることを勘案して到達時間を決定する。

Pコードについても同様である。

なお、Pコードの1チップの波長は約29.2m、C/Aコードは約293mであるから、後者による測定精度は、前者に劣る。

☆フェイズの疑似距離 (phase's pseudo-range)

衛星からの信号は、波長約19.0cmの搬送波L1と、波長約24.4cmの搬送波L2とで送られてくる。いずれにしても、ある瞬時に衛星から発信された搬送波が受信機に到達までのフェイズの繰り返し数が分かれば、それに波長を掛け衛星・受信機間の疑似距離が得られる。測距精度は、コード測定による測距精度を大きく上回る。

例えば受信機がL1と同一の基準周波数を作り、ドップラーシフトした到来周波数とを重ね合わせるとビートが生じる。このビートのフェイズ数をカウントすれば、基準周波数のフェイズ数もカウントでき既知であるから、到来周波数のフェイズ数が得られる。但しこれは、两周波数のフェイズが揃った時点からの周波数のカウント数であって、これに波長λを掛ければカウント開始時から測定時までの距離が得られる。

カウント開始時の衛星・受信機間の波の数は不明である。

このカウント開始時の衛星・受信機間の波の数の整数部分の値をアンビギュイティ整数

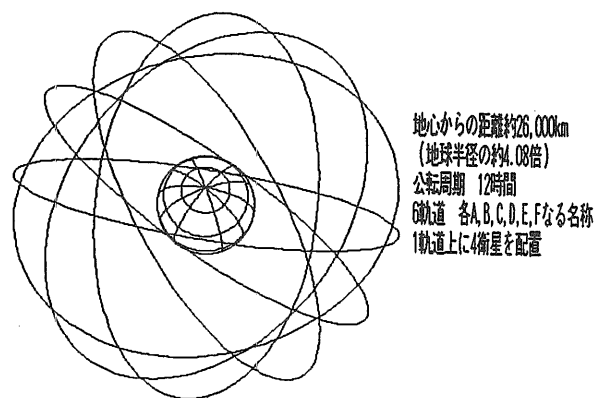
(ambiguity integer) と称し、通常これをNで表している。

何らかの方法で、このNが得られれば、これに波長λを掛け、カウント開始時の衛星・受信機間の距離が得られる。

この両者も距離を加えたものがフェイズ測定から得られた距離すなわちフェイズの疑似距離である。

★GPS衛星軌道と地球との相対関係

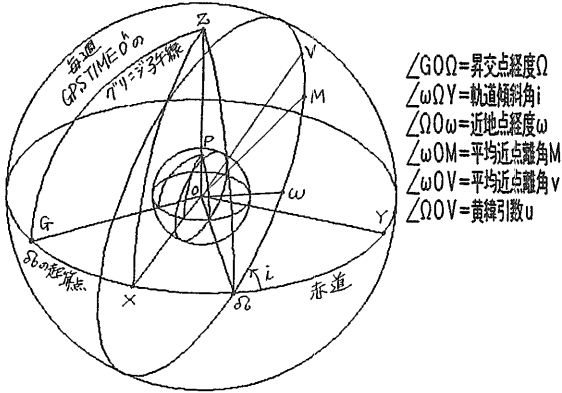
GPS衛星が地球に対してどのような位置関係にあるか図示した。図中央の経緯度線を描いてある球が地球である。



用語集第3図 (GPS衛星軌道と地球)

★軌道要素の幾何学的説明

エフェメリスの中で、主要なケプラー軌道要素の幾何学的関係を図示した。修正ケプラー要素についてもほぼ同様である。



用語集第4図 (軌道要素中の角度に関する要素)

★生データ (raw data)

通常、ある物理現象を計測機器で測って得られたままのデータをいう。あるいは、明らかな器差、測定者でなければ除去できない誤差等を除去した後のデータを生データという場合もある。

ここでいう生データは、生データにフィルター等がかけられた後のものを言う。

GPS受信機が生データとしては、コードの疑似距離、衛星発信時刻、受信時刻、衛星・受信機間のフェイズ積算値、SN比などで、これとエフェメリスとから、観測方程式が作成できる。

★NNSS (Navy Navigation Satellite System)

米国海軍航行衛星システムなどと訳されているが、しばしば、トランジット (Transit) などとも呼ばれている。GPS測位システムが利用される以前には、航行船舶の位置、測地観測などに広く利用されていた。高さ約1,100km, 周期107分で極軌道を回る、5衛星が、周波数150MHzと400MHzの電波を発射していた。これには2秒毎に時刻信号が刻まれていた。

衛星から発信される周波数一定の電波はドップラー・シフトして受信機に入る。シフト量の時間的積分が衛星と受信機との相対位置の関係式に等しいことを利用して、受信機位置を求めることができた。

一時期、NNSS全盛時代があり、外航船にNNSS受信機搭載を義務付けるべきだと海運界の世論が盛りあがった程であった。GPSシステムが実用段階に入り、NNSSの運用は中止したが、次々と開発されたNNSS測位技法の一部はGPS技法の開発に生かされている。

★フェイズ (phase)

GPS衛星が発射する搬送波は規則正しい正弦波であるから、同一位相の繰り返しの測定から周期が得られる。電磁

波の場合周期が得られれば波長も定まる。周期一定の現象であれば、ある位相から他の位相までの時間差から位相間の距離が波長単位で分かる。

GPSでは、周波数 f とフェイズ ϕ との関係は、 $f = \frac{d\phi}{dt}$ と定義されている。

f のディメンションは cycle/sec、 ϕ のディメンションは cycle である。そしてフェイズ計測値は通常、 $\phi = \int f dt + C$ のように、 f を t について積分した値である。

★PRNコード (pseudorandom noise code)

衛星を同定する場合に使われているコード。民間用に開放されている C/Aコードと軍事用の Pコードの二種がある。⁽²⁾

C/Aコードは、2個の10ビット・フィードバック・シフト・レジスターを用いて32種類が作られる。それぞれのコード長は1023チップからなり、1msの繰り返しで発信されている。このコードのチップ長は約300メートルである。

Pコードは、15345000ビット列と15345037ビット列のコードの組み合わせから235469592765000ビットのコードが出来る。このコードを出し切る時間は、約266.4日である。このコードを37分割して各部分を各衛星のPRNとして割り当てると約1週間周期のコードとなる。このコードは1週間毎に更新される。このコードのチップ長は約30メートルである。

★RTCM SC-104 Standard

Radio Technical Commission for Maritime Services (RTCM) では、ディファレンシャルGPSの補正值のデータフォーマットの統一を手がけてきた。その実際の作業はRTCMのSpecial Committee 104が担当し、その標準化を進めてきている。

そのフォーマットがRTCM SC-104 Standard (簡略に、RTCM-104とも書く) で、最新バージョンは1994年に発表されたver.2.1である。

補正值の一般式はコードの疑似距離に対しては

$$\Delta P^k(t) = \Delta P^k(t_0) + \frac{\partial \Delta P^k}{\partial t}(t - t_0)$$

フェイズの疑似レンジに対しては

$$\Delta \Phi^k(t) = \Delta \Phi^k(t_0) + \frac{\partial \Delta \Phi^k}{\partial t}(t - t_0)$$

となり、各衛星に対して、すくなくとも補正量とその時間的変化量とが必要となる。

記号、添字に関しては、本文「2.9 疑似レンジの原式と観測方程式」参照。

VER.2.1には、使用エフェメリスの元期を記録する項目欄がある。これは重要なことで、基準局が使ったエフェメリスと移動局が使ったエフェメリスの元期は同一でなければならない。

さらに大きな改訂は、最新の技法、例えばOTFの補正に

必要なデータを入れる項目を加えたことである。

★SA (Selective Availability)

直訳すれば選択的有効性、あるいは効果選択権とでも訳せるが、要するにGPSシステムの一部を故意に操作して、決定位置の精度を劣化させることを言う。

このSA処置は、衛星時計を狂わせる処置、——これを δ プロセスという——とエフェメリスの有効精度を下げる処置——これを ϵ プロセスという——からなっている。

δ プロセスは衛星時計の基本周波数を狂わせることで実現する。基本周波数に余計なバイアスがあれば、疑似距離決定に直接効いてくる。 δ プロセスは数分前後のランダムな周期で疑似レンジを50m前後振動させることになる。

ϵ プロセスは、エフェメリスの軌道情報の有効桁を切り捨てる処置をして、衛星の軌道上の位置を狂わせる。 ϵ プロセスも疑似距離を狂わせる。この場合、エフェメリスの更新は2~4時間毎に行われるので、疑似レンジを狂わす周期は数時間、決定位置の誤差に引き直して振幅50m~150mの変動となる。

以上から、SAによる疑似レンジの変動は δ プロセスと ϵ プロセスとの合成された複雑なものとなる。⁽²⁾

★SLR (Satellite Laser Ranging)

衛星レーザ測距と訳されている。衛星に向けレーザ光線を断続的に当て、反射光が戻るまでの時間を計測すると、衛星・発射装置間の距離、発射装置の座標 x,y,z が求まる。

地球上に数多くある測地網の基準楕円体は、それぞれの基準原点を接点とし、向きと大きさが定まっている。局地的な地点の座標は、その座標系で表している。SLRでは衛星の位置、発射装置の位置が世界測地系WGS84で求まるので、測地測量では、結び付けることのできなかつた世界各地の測地網間の関係を知ることができる。

GPS測位はWGS84系で得られ、通常これを局地座標系に変換する。この変換のパラメータはSLR観測の成果である。

海上保安庁水路部が追跡・管理している衛星「あじさい」は全面にキューブコーナーを張り付け、入射レーザ光を同一方向に反射するようになっており、世界のSLR観測に貢献している。

★修正ケプラー軌道要素

まず、ケプラー軌道要素が何であるかを解説する。

位置天文学・天体力学では、二体問題を解く場合、軌道要素を既知として出発する。多体問題を解く場合も、このうち二体間に働く力が他の力に卓越している場合、平均軌道要素、接触軌道要素から出発して摂動法で解いてゆく。これらをまとめてケプラー軌道要素と呼ぶことがある。これから天体の3次元間座標 (x,y,z) 、天球座標(赤経・赤緯、黄経・黄緯など)が求められるが、座標系は天球上の黄道、赤道、春分点などを基準にして設定されている。これを地球に固定した座標系に準拠した座標に変換するには通常次のような順序を踏む。

①日心座標から地心座標への変換(恒星、惑星、彗星)

②年周光行差の補正(恒星、惑星、彗星、月、太陽)

③歳差・章動の補正(恒星、惑星、彗星、月、太陽、人工衛星等の全天体)

④地心座標から測心座標への変換(全天体)

⑤日周光行差、大気差の補正(全天体)

⑥極運動補正(全天体)

GPSの修正ケプラー軌道要素は、第4図で示したような座標系に準拠して決められている。同図の $P_1, Eq_1, G_1, \Omega_{1,i_1}$ はそれぞれ、週番号 $N_1, GPSTIME_0$ 時の平均の天の北極、平均赤道、 P_1 と Eq_1 との交点、衛星軌道面(Orbit)と Eq_1 との交点、その傾斜角である。

同様にして $P_2, Eq_2, G_2, \Omega_{2,i_2}$ はそれぞれ、週番号 $N_2, GPSTIME_0$ 時に対応する。

この座標系に準拠したケプラー要素は、衛星の観測データを集め軌道決定理論から得られるが、この要素に修正を加えたものが修正ケプラー軌道要素である。この修正量の特色は、この修正した要素を使い軌道上の位置を求め、2回の座標回転をするだけで、上記の通常の手続き③、④、⑥を経て得られる x,y,z と同一精度のものが得られることである。ただし、この修正ケプラー軌道要素の有効期間は4時間前後の短時間である。本文「8 X,Y,Z,CDTの『寿命』」参照。

なお、軌道要素の個々の幾何学的意味については、「軌道要素の幾何学的説明」参照。

★SPSとPPS

SPSはStandard Positioning Serviceの略であり、民間向けにC/Aコードが提供されている。現在は受信機による単独測位精度が100m(95%)となるように運用されている。

PPSはPrecise Positioning Serviceの略であり、軍事用でPコードが提供され、高精度な測位が可能である。

★TAI (International Atomic Time)

国際原子時のこと。今世紀初頭あたりから地球自転の速度は一樣ではなく、遅れつつあるのではないかと天体観測と力学理論との差から予想されていたが、水晶時計の出現で、その裏付けるとともに不規則な小変動も加わっていることもわかり、時間単位は地球自転から決められないことになった。そこでより安定している地球の公転周期から、1秒間を定義した。しかし、この定義では実用にならないので、この1秒間に可能な限り等しい時間を原子が発する周波数の振動数から定義しなおした。選ばれた原子はセシウム133で、この原子のエネルギー準位が遷移する際に発する周波数の振動数9192631770を、国際原子時の1秒と定義した。TAIの積算起点時は1958年1月1日0時0分0秒UT2であり、1分=60秒、1時間=60分で積算し、うるう秒は挿入しない。GPSTIMEはこの時系に属する。

世界各国の研究機関で原子時計が運転されており、その数は200台を越える。その時計の保持する時刻を集め、ウェイトを掛けて平均したものが、TAIであって、TAIを指示する時計がどこかに存在するわけではない。ウェイトを

決める機関は、国際度量衡局（フランス）である。

★UTC (Coordinated Universal Time)

協定世界時のこと。UTC に9 時間加えた時刻が、われわれが日常使用している日本時（JST）である。1秒間の長さは国際原子時の1秒である。天文観測から得られる世界時（UT）に合わせるため、約1年に1回、うるう秒〔用語集〕が挿入される。世界各地から発射されている報時信号はUTCまたはUTC系である。

★うるう秒

時間間隔の単位は、国際原子時から定義されているが、TAIをそのまま市民生活に持ち込むと、「正午」「日出」「日没」などの市民生活に深く浸透している用語とTAIで表示された時刻との対応が次第にずれていってしまう。例えば12時といっても太陽はまだ東の空にいるという事態が必ずくる。

そこで、市民の暮らしと太陽との関係を保持するためには、先行するTAIは、遅れがちなUTがついてくるのを足踏みして待つことを、年に約一回しなければならぬ。具体的には、ある年の7月1日8時59分日本時に続く1分間は61秒としている。この余分の1秒間が、「うるう秒」である。「うるう秒」を挿入する時系がUTCである。常に $|UTC-UT| < 0.9$ 秒に収まるようにUTCに「うるう秒」を挿入してゆく。0.9秒は天文航法関係者の要請によるもので、航海暦のUTをUTCとみなして使用して生じる船位誤差の限界からきた限界値である。

GPSTIMEの時系は、TAIの時系であるから「うるう秒」は入れない。われわれ、が日常使う日本時はUTCの時系であるから、「うるう秒」が入っている。ある時点での差は、1980年1月6日以後この時点までの挿入された「うるう秒」の数に等しい。

★VLBI (Very Large Baseline Interferometer)

超長基線干渉計と訳され、地球大の基線測量に威力を発揮している。周波数1～10GHzの白色雑音に近い電波を出している電波星がある。地球上、数千キロ離れた地点A,Bで同じ時間帯に、同一の電波星からの電波の強さの変化を精密な原子時計の読みと共に磁気テープに記録しておく。後日、両地点の記録を干渉計にかけ、相互相関をとり、到来電波の同一波面がA,Bに到着する場合のフェイズ差から、時間差を得、点A,B間の直線距離が得られる。

世界各地にVLBI基地局があり固有の仕事以外に、GPS衛星の追跡局の役割もしている。鹿島のVLBI局もGPS衛星のモニター局を引き受けている。

なお、電波望遠鏡の立場からすると、VLBIは測地が最終目標ではなく将来、宇宙ステーション、月面などに局を設置して巨大基線とし、宇宙の深部、3次元像を探ることが最終目標である。VLBIをこの意味で解説されている文献もある。日本では1997年2月打ち上げの国産衛星「はるか」はこの目的・使命をもったものである。