

問題が生じる。

(3) $n$ C $4$ 個の組み合わせの方程式を全部解き、その決定位置を吟味し、取捨選択を、プログラムで自動化する。

### 11.2.2 2次元解法

既述のように、船舶に搭載している受信機は、ジオイド上にある船舶の、そのまた吃水線から一定の位置に置かれている。従って、現在何処に位置してしているかの大体を知れば、ジオイド高が分かり、船位 ( $\xi, \eta, \zeta$ ) の  $\zeta$  は、

逐次近似法で得られた直前の ( $\xi, \eta, \zeta$ ) を用い  $\xi, \eta$  の関数とみなすことができる。

ただし、これは期待どおり収束すればという条件が付く。収束状況が良好な地域は、地球上の大部分の地域と重なるが、 $\zeta = 0$  付近、すなわち赤道付近では収束しない。この場合は3次元解法に切り替える。

解法の実際は、3次元解法の場合の4衛星が3衛星となり、5衛星以上が4衛星以上となる。これは未知量が1つ減ったことによることに他ならない。

(1) $n$ C $3$ 個の組み合わせの中から、DOPの最小値を持つ組み合わせ衛星の組を方程式群から抜き出し位置決定の為の3方程式とする。幾つかの測定値は捨てられることになる。

この方式の欠点は、受信機の決定位置と実際の位置とのズレがDOP値に比例して大きくなることである。また、衛星の組み合わせを変えた場合には、決定位置が大きく飛ぶことである。

初期のGPS受信機が出力する決定位置が、しばしば、あらぬ方向にかけ離れて行ったり、急に位置が大きく飛ぶことがあったのは、主として3衛星一組に限定して使っていたからである。

これは、取得生データを用い、後ほど数値実験によって確かめることができる。

(2) $N$ 個の全測定データの方程式群を最小自乗法で解く。

天文航法、電波航法の用語を借用してマルチレンジ方式などと称しているのがこの方法であり、(1)の方法に比べ、一般に優れているが、その計算過程にいくつかのチェック機構を設けておく必要がある。特に観測方程式から正規方程式を作り、これを解くのであるが、係数行列の行列式の値が異常に小さくなる場合があるので、注意を要する。

(3) $n$ C $3$ 個の組み合わせの方程式を全部解き、その決定位置を吟味し、取捨選択を、プログラムで自動化する。

### 11.3 飛来衛星数の増加とコンピュータ性能の向上

GPS衛星のPRN番号は1~32までであるから、最大32個の衛星を打ち上げても各信号間の混線はない。しかし、計画は高々24衛星と予備衛星が打ち上げられることになる。

24個の衛星が上げられた場合、衛星相互の空間配置が理論通りになされていれば、地球上どの地点においても、その半数12個の衛星から信号を受けることができる。

現在、12チャンネルを持つGPS受信機が市販されているのはそれに備えてのことである。

(128)

得られた12個の信号すべてを使って、受信機の位置を求めることになる。

## 12. 解の安定性について

### 12.1 不安定な解の存在

GPS受信機から出力される生データを用いて、独自に受信機の位置を求めてゆく過程において、幾つかの問題に遭遇した。

ここでは、特に解が突如不安定になる場合に出会ったことに関して述べる。

問題の発端は、マルチレンジ方式すなわち、入手した疑似レンジのすべてに観測方程式が得られ、これから正規方程式を作って解を得る方式において発見されたものである。

それまで正常な位置を出していたものが、突然動きが早くなり、2次的には地球上の遙か彼方の位置を示し、やがて解が存在しなくなり、やがてまた遙か彼方の位置にもどり、同じ様な行程を逆に辿り、正常な位置を示すようになるという類である。

この解の振る舞いの原因は、正規方程式の係数行列の行列式の値にあった。この値が0に近づくと、解は異常に大きくなる。逐次近似法において期待されるのは補正項が次第に小さくなり、0に収束することである。これが、逆に無限大になってしまう。

この現象を数値計算論の立場から考察する。

### 12.2 「悪条件」な行列

$A$  を  $n \times n$  のマトリックス、 $X, F$  をそれぞれ  $N$  次の列ベクトルとすると

$AX=F$  から  $X=A^{-1}F$  を求めることは数理科学のすべての分野で行われている。

そして行列  $A$  の「悪条件」が問題にされてきた。

行列  $A$  とベクトル  $F$  がわずかに変動したり、計算の途中で誤差が僅かに混入しただけで、解  $X$  が大幅に変動することがある。これは行列  $A$  の「条件が悪い (ill-conditioned)」または「悪条件」という。

次の例は線形代数の文献<sup>(5)</sup>でよく見かけるものである。

$$W = \begin{bmatrix} 5 & 7 & 6 & 5 \\ 7 & 10 & 8 & 7 \\ 6 & 8 & 10 & 9 \\ 5 & 7 & 9 & 10 \end{bmatrix}, \quad |W| = \det(W) = 1.0, \quad W^{-1} = \begin{bmatrix} 68 & -41 & -17 & 10 \\ -41 & 25 & 10 & -6 \\ -17 & 10 & 5 & -3 \\ 10 & -6 & -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$W_1 = \begin{bmatrix} 4.99 & 7 & 6 & 5 \\ 7 & 10 & 8 & 7 \\ 6 & 8 & 10 & 9 \\ 5 & 7 & 9 & 10 \end{bmatrix}, \quad |W_1| = \det(W_1) = 0.320$$

$$W_1^{-1} = \begin{bmatrix} 204.82 & -128.12 & -53.12 & 31.25 \\ -128.12 & 77.53 & 31.78 & -18.81 \\ -53.12 & 31.78 & 14.03 & -8.31 \\ 31.25 & -18.81 & -8.31 & 5.12 \end{bmatrix}$$

行列の一要素  $W_{11}=5$  が 4.99 に微小変化した場合に、行列式の値が1から0.320に急変し、逆行列の要素は上記のように1桁上昇する。

更に同文献<sup>(5)</sup>によれば、一般に

$A = (a_{ij}), A^{-1} = (\alpha_{ij})$  とすると

$$d\alpha_{ki} = - \sum_j \alpha_{kj} \alpha_{ji} da_{ij}$$

$$dx_k = \sum_j -\alpha_{kj} x_j da_{ij}$$

$$dx_k = \sum_j \alpha_{kj} df_j$$

である。これから行列Aの要素、ベクトルFの要素の微小変動が、逆行列、解ベクトルに及ぼす影響を見積ることができる。

### 12.3 「悪条件」の定量化

ある行列が「悪条件下」にあるか否かを、定量的に判定する方法として、ノルム概念を導入して判定する。関数空間の物差しとして多くのノルムが定義されているが、ここでは行列の大きさを判定する物差しとしてフロベニウスのノルムを採用する。

フロベニウスのノルムとは次のように定義されている。

$$\|A\| = \sqrt{\sum a_{ij}^2}$$

これは、全要素の2乗和の平方根という、行列の大きさ見るのに直観的に分かりやすい。

行列の良否を判定に行列のノルムと逆行列のノルムの積を導入し、これを条件数などと称する。

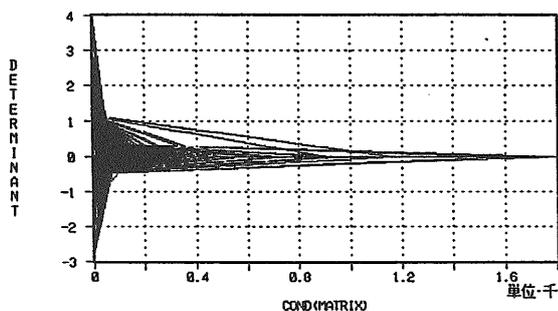
即ち、 $\text{cond}(A) = \|A\| \|A^{-1}\|$  で定義する。

そして、この値が大きければ大きいほど行列は「悪条件」であるとする。[6, pp 307-309]

これをフロベニウスのノルムに適用し、COND(A)を計算することができる。このCOND(A)は、行列式の値(det)とは逆相関がある。

### 12.4 2, 3の実例

第6図は1990年12月14日に水路部観測船が取得したGPS受信機の実データを使い、係数行列(det)とCOND(係数行列)とを計算してみたもので、件数は4728件である。



第6図 係数行列と条件数との相関  
DET. と COND (MATRIX) との相関 4728組  
1990.12.14 航海

一般にCOND(係数行列)と行列式の値(det)とは、逆相関の関係があり、detが小さくなればなるほどCONDが大きくなり、「悪条件」となる。

GPS原式は非線形な方程式であるが、これを線形方程式化して解いている。時々刻々に位置を変える衛星群から作られる係数行列の係数は僅かずつ変動する。これは膨大な個数の係数行列を相手にすることである。「悪条件」行列に出会うことはやむをえない。換言すれば、係数を9個のパラメータと考え、このパラメータに関してシミュレーションをしているようなものである。そこでCOND(係数行列)が大きくなる場合を見つけ、その場合には解を求めないようなプログラム回路が要求される。

このバイパスを設けないプログラムの結果の幾つかを次に例示する。

行列が「悪条件」になれば決定船位の精度も悪化する。第7a図から第8b図はそれを例示するものである。第7a図は、3衛星PRN 03,06,16の組み合わせから求めた航跡図である。途中航跡が北西方向に大きくずれ、はるか南東方向から正常な航跡に戻る。この時のCOND(係数行列)をプロットしたのが第7b図である。

第8a図、第8b図はPRN 06,16,17の組み合わせの同様な図である。この場合は、途中で船位は東北の彼方に飛んでゆき、西南の彼方から正常の航跡に復帰する。

また、第9a図、第9b図はPRN 03,06,17の組み合わせの図である。第9a図のように相模湾から浦賀水道を通り、東京湾口に至る航跡で異常な動きをしてない。第9b図はこの時間帯のCOND(係数行列)の図で、大きな値にはならない。悪条件にはならない。

以上の議論は「解の安定性」についてのもので、どういう条件下で解が不安定となるか、線形代数の立場から論じた。即ちGPSに固有の現象でないことが分かり、DOPというような電波航法の概念を用いずに、一般的に論ずる道を選んだ。

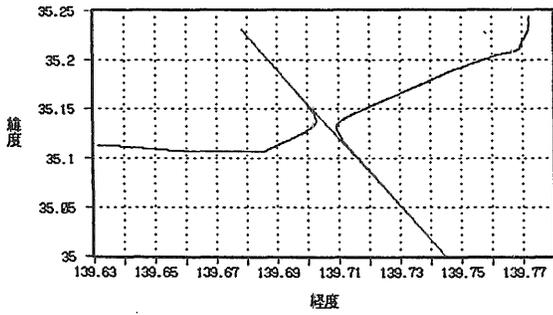
### 12.5 「回避」から「克服」へ

上述のように筆者の解法は、いわば危険地帯を回避する「消極的」態度であった。この前提には、3衛星の組み合わせのどれかを探れば、安定した解が得られるとの楽観的な考えがあった。そしてそれで実用的に十分であるが、計算技術的には不十分である。この壁を乗り越える「積極的」態度が要求される。そのためには数値計算の分野で開発されている技法が有効である。

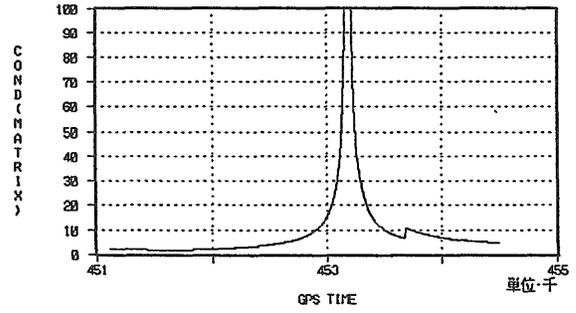
以下、その方法の概要を記す。

#### 12.5.1 連立一次方程式を解く場合

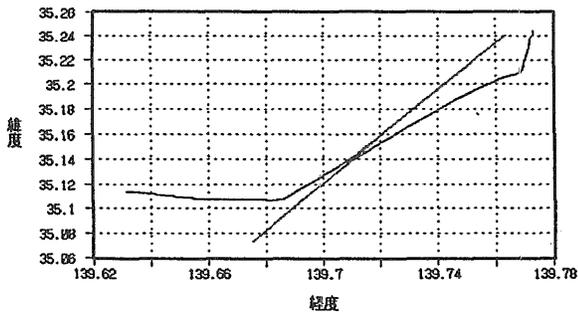
4衛星による3次元解法、3衛星による2次元解法は、いずれも連立一次方程式を解くことになる。この場合、係数行列式Aの条件数cond(A)が大きい場合には、方程式の解は大きな誤差を含んでいる。この誤差を小さくする方法の一つに、「反復改良法」がある<sup>(8)</sup>。この方法は、条件数が極端に大きくなければ精密解を得るのに有効である。



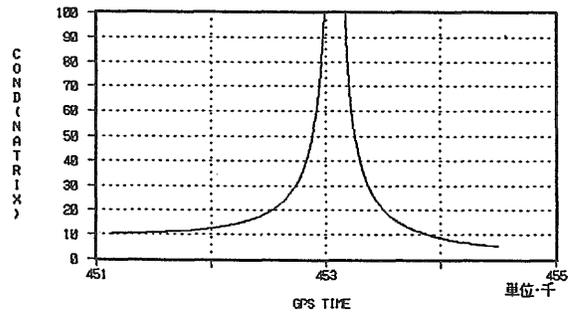
第7a図 PRN 3, 6, 16の組の航跡  
PRN 03 06 16  
1990.12.14 航海



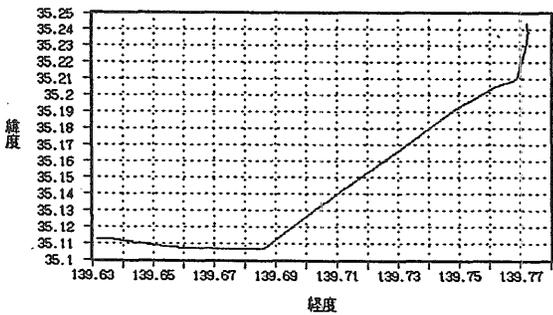
第7b図 PRN 3, 6, 16の組の条件数  
PRN 03 06 16  
1990.12.14 航海



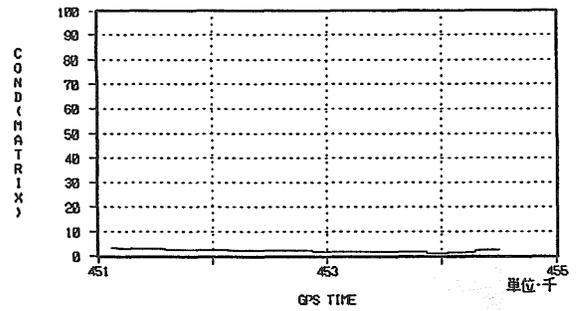
第8a図 PRN 6, 16, 17の組の航跡  
PRN 03 16 17  
1990.12.14 航海



第8b図 PRN 6, 16, 17の組の条件数  
PRN 06 16 17  
1990.12.14 航海



第9a図 PRN 3, 6, 17の組の航跡  
PRN 03 06 17  
1990.12.14 航海



第9b図 PRN 3, 6, 17の組の条件数  
PRN 03 06 17  
1990.12.14 航海

### 12.5.2 最小自乗法で解く場合

マルチレンジ方式、すなわち測定できたすべての衛星の観測方程式から正規方程式を作り解を求める方式においても、正規方程式の係数行列Aの条件数  $\text{cond}(A)$  が大きくなる場合がある。すなわちAの値が0に近くなる場合がある。

このような場合、行列Aを特異値分解 (SVD, Singular Value Decomposition) し、得られた特異値で0に近いものを、そのまま特異値と認め採用するか、0とするか選択する。この選択の基準をどこに置くかで、行列式の値が微妙に違い、これを使って得られる解が変動する。この解の中に最も確からしい解の組が存在する<sup>(8)</sup>。

## 13. より正確な位置を求める

### 13.1 リアル処理とポスト処理

解法を大別すると、解を即時必要な場合の処理 (リアルタイム処理) と、ある航海終了後に、記録しておいたデータをじっくり処理して解を出せばよい場合の処理 (ポスト・プロセッシング、後処理) がある。

後者の場合の例は、海洋調査作業であって、航海中はできるだけ与えられた海域での沢山の種類の観測値を得ることが主目的である。その時の船位は精密であることに越したことはないが、その精度向上のために精力を注がない。大切な観測値が、いかなる地点 (地球上の地点) のものであるかの分析・検討は陸に戻った後にする。

こういう考え方が、疑問視されないのは、現在の航法による決定位置に対する信頼性の低さからくるのであろうか。どのような、航法手段を用いようと、観測値の引数の一つとしての位置を、生のまま用いることが出来ないという「合意」が形成されている。

これは、数式を用いて表現すると、この間の事情がはっきりする。すなわち、ある観測値を  $v$  とすると、これは、時刻  $t$ 、位置  $(\phi, \lambda)$ 、観測に付随するパラメータ

$$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$$

の関数  $v = f(t, \phi, \lambda, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots)$  である。

航海中、船上で得られた位置を  $\phi_{obs}, \lambda_{obs}$  とすると、

$$\phi = \phi_{obs} + (\phi - \phi_{obs}), \lambda = \lambda_{obs} + (\lambda - \lambda_{obs}) \text{ であり、}$$

$$\Delta \phi = \phi - \phi_{obs}, \Delta \lambda = \lambda - \lambda_{obs} \text{ とおくと}$$

$$v = f(t, \phi_{obs} + \Delta \phi, \lambda_{obs} + \Delta \lambda, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots)$$

$$= f(t, \phi_{obs}, \lambda_{obs}, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots) + \frac{\partial f}{\partial \phi} \Delta \phi + \frac{\partial f}{\partial \lambda} \Delta \lambda + \dots$$

となる。

後処理作業は、この  $\Delta \phi$ 、 $\Delta \lambda$  を何らかの方法で求め、 $V$  を得る作業である。

### 13.2 SA対策の一つの試み

GPS測位システムは、文字通り世界中どこにおいても高精度の位置が得られるシステムである。一般ユーザーにとっては、にもかかわらずと言いたいところであろうし、国防総省にとっては、それであるが故にと言いたいところであ

ろうが、衛星のエフェメリスや、信号を操作して、決定位置精度を故意に劣化させる処置、SAをほどこしている。

筆者の一人は、前職中、SAに対抗して決定位置の拡散を防ぐ試みの研究をした。その結果だけを紹介する。

1994年1月19日約6時間、屋上に取り付けたMX4200 (Magnavox社製、6チャンネル受信機) が位置情報・エフェメリス・生データを受信した。これをリアルタイム処理で、高々6C3通りの3衛星の組み合わせに分類し、各組み合わせ一つ一つに対して2次元解法で位置を決定した。同一時刻の多数の位置点が、SAによって散乱させられて生じる。これを一種の加重平均法の手法で最確値と見られる位置点を求めていった。

第10図が真値との差の散布図である。同心円の内側から、それぞれ半径50,100,150,200メートルである。第11図はMX4200が出力した緯度・経度の同じく真値からのずれの散布図である。SAによって約150メートルにまでずれる位置をMX4200が約50メートル以内に抑え込んだのか不明であるが、われわれの方法によっても同程度の平均、標準偏差を持つデータ群に修正し、SAの影響を約3分の1のばらつきに抑え込むことができた。

この方法を振り返ってみると、不十分な点が幾つか見つかった。すなわち、

(1) 解を持つすべての組み合わせを取り入れることにこだわり、悪条件の行列式から得られる解が、解の精度を低下させてしまった。これらは除去すべきであった。

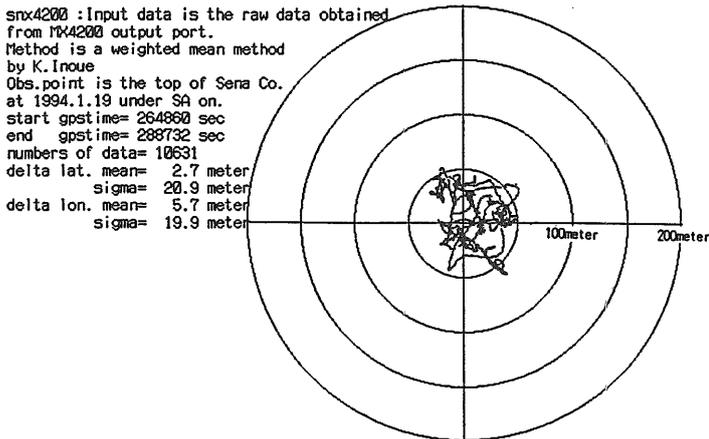
(2) 同一時刻に多くの解が存在しこの中からもっとも確からしい値を求める。そのため各解の相加平均をとり、それを「仮の重心」とし、これから各解までの距離を求める。この距離の4乗の逆数を重みとして各解に掛け、加重平均値を求め最確値とした。これは、得られた中間結果から重みを設定したものである。この方法を用いるよりは、この中間結果を生じさせる原因に目を付けるべきであった。すなわち係数行列の行列式の値を重みとした方がより好い結果が得られることがわかった。

そこで、これらの改良を加えれば、SA対策としてより有効ではないかと考えられる。

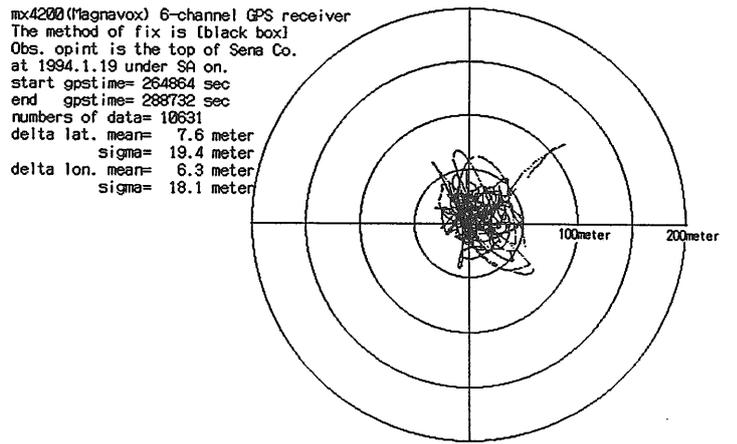
参考のため、3衛星の組み合わせの決定位置がSAの影響によって如何なる振る舞いをしているかの例を第12図～第15図に挙げておいた。行列式の値 (Determinant) によって解のバラツキが異なることが見てとれる。

GPSが試験的に運用されていた時代、SAをかけるにもかかけられない時代に起きた決定位置の異常な振る舞い—船位が飛ぶ、遥か彼方になってしまう—に似た衛星の組も散見されて興味深い。これに関しては「12 解の安定性についての一考察」のなかで吟味した。

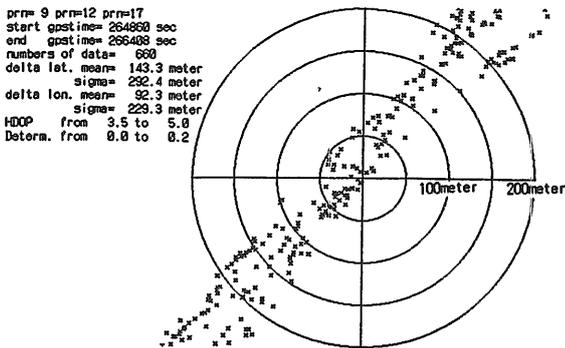
なお、この計算時間帯の衛星飛来のTIME TABLEは第16図の通りである。極大8衛星、極小3衛星の時間帯のあることがわかる。また、まだブロック I 衛星が2個健在であった。



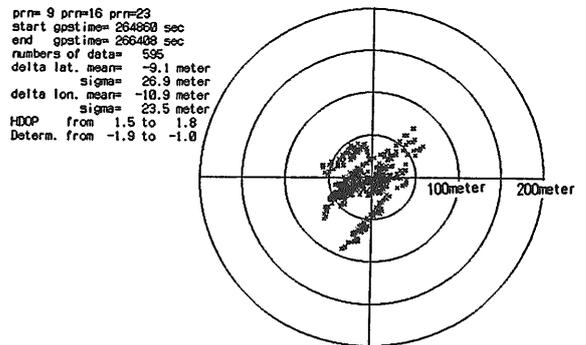
第10図 SAの影響軽減への試み



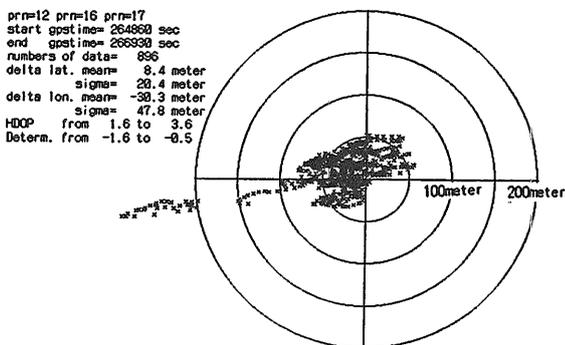
第11図 あるメーカーの受信機の決定位置



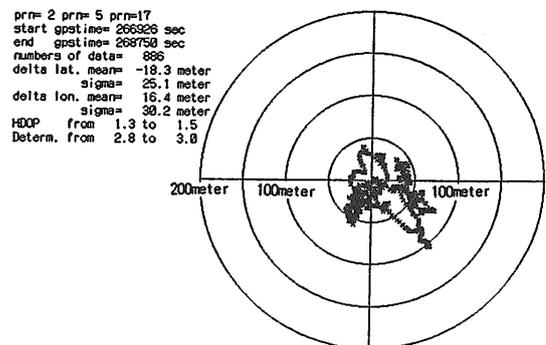
第12図 PRN 9, 12, 17の組の散布図



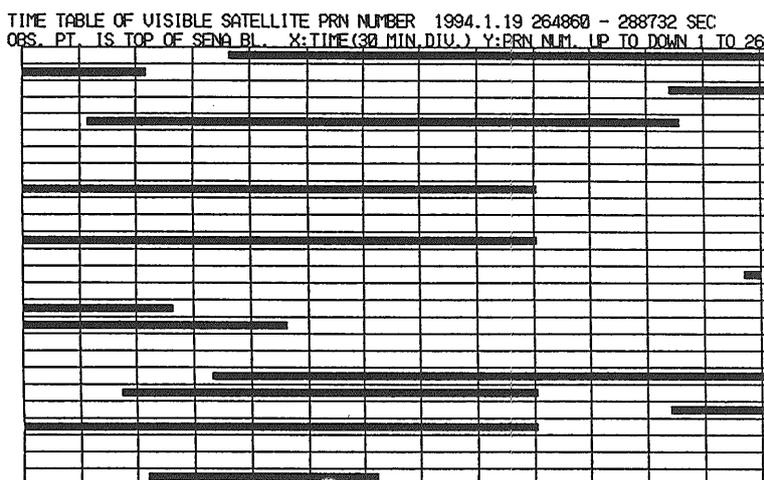
第13図 PRN 9, 16, 23の組の散布図



第14図 PRN 12, 16, 17の組の散布図



第15図 PRN 2, 5, 7の組の散布図



第16図 衛星飛来状況

### 終わりに

第一部は、GPSに関しての概要、その応用分野の現況に関心のある方を念頭において書き、第二部は、GPS受信機からどのような情報が送られ、それをどのように処理すれば受信機の位置が求められるのかについて議論した。また、一般になじみのない用語を使用しているので用語集を付け加えることにしたが、やや厳密さに欠けるものの用語集にありがちな無味乾燥を避けることに心掛けた。

GPS受信機からの生データは、海上保安庁水路部およびセナー株式会社横浜事業所の好意によって提供を受けたものである。

DGPS利用の現況調査に際しては、第五管区海上保安庁水路部、運輸省第四港湾建設局、セナー株式会社横浜事業部の方々のお世話になった。

その他、小論執筆にあたり機会と忠告と便宜と与えて下さった多くの方々がおられた。

これらの機関・方々に心から謝辞を呈します。

### 参考文献資料

[1] Wells,D.edit. Guide to GPS Positioning,Prepared under the Canadian GPS Associates.1987  
 (文献 [1] はGPSの教科書として明解な記述方法をとっているので参考として揚げた。)

[2] Hofmann-Wellenhof, B., Lichtegger, H., and Collins, J. GPS Theory and Practice , Third revised edition, Springer-Verlag Wien New York,1994

[3] Leick, A. GPS Satellite Surveying, Second edition, John Wiley & Sons, 1995

[4] National Research Council, The Global Positioning System, Recommendations for Technical Improvements and Enhancements, National Academy Press,1995

[5] ファジューエフ、F著、小国 力訳、線形代数の計算法 (上)、産業図書、1971年

[6] ストラング、G著、井上 昭訳、線形代数とその応用、産業図書、1978年

[7] Numerical Recipes in FORTRAN,Second Edition, Cambbridge Univ.Press,1992

[8] 森 正武、名取 亮、鳥居達生、数値計算、岩波書店、1982年

[9] The GPS Navigation Message,A.J.Van Dierendonck, S.S.Russell,E.R. Kopitzke, and M.Birbaum,Journal of The Institute of Navigation,Vol.25,No.2, Summer 1978

[10] 小野房吉、「水路」98号「海上保安庁が展開を図るDGPSの精度」、1996年

[11] 中園嘉治、「GPS測量システムの港湾工事への導入について」平成8年1月 運輸省第三港湾建設局神戸機械整備事務所

[12] 安城たつひこ (第五管区海上保安部水路部水路課長)、私信

[13] 日本航路標識協会「平成七年度 航行測位衛星システムを使った測位の位置誤差補正に関する調査研究」平成8年3月

## 付録

## 7.3 エフェメリス情報の付録

これを以下具体的に例示する。

サブフレーム 1

5C5100000000000000000000000000006554100FFF3FFB888

サブフレーム 2

06FC2511801343682CFC5C05EF458810DFA11FF98E554156

サブフレーム 3

003FFC935206FFA02D25E9A025B269A72C74FFBA0406FCBA

これが、直接受信する精密軌道情報である。

サブフレーム 1 から説明する。

5C5h=010111000101 のうち 0101110001 は WN すなわち週番号で、SCALE FACTOR (以後 S.F. と略記) は 1、そこで WN は 0101110001 である。残りの 01 は L2 変調の指示である。

100h=000100000000 のうち 0001 は C/A 精度、000000 は HEALTH すなわち衛星の健康状態を示し、この場合は健康である。いずれの場合も S.F.=1。

途中飛ばして、

06h=00000110 は AODC (衛星搭載時計の元期の年齢)、S.F.=2<sup>11</sup>。

5541h=0101010101000001 は Toc (衛星時計補正式の時刻原点)、S.F.=2<sup>2</sup>。

00h=00000000 は a<sub>2</sub> (上記補正式の 2 次項の係数)、S.F.=2<sup>-55</sup>。

FFF3h=111111111110011 は a<sub>1</sub> (1 次項の係数)、S.F.=2<sup>-43</sup>。この場合は、負の数である。

FFB888h=11111111011100010001000 のうち

111111110111000100010 が a<sub>0</sub> (定数項)、

S.F.=2<sup>-31</sup>。

サブフレーム 2 の説明をする。サブフレーム 2 を再掲すると。

06FC2511801343682CFC5C05EF458810DFA11FF98E554156

06h=00000110 は AODE (衛星暦の元期の年齢) で、S.F.=2<sup>11</sup>。

FC25h=1111110000100101 は、Crs (動径の摂動の SINE 項) で、S.F.=2<sup>-5</sup>。

1180h=0001000110000000 は  $\Delta n$  (n の補正項、n は衛星の daily motion) で、S.F.=2<sup>-43</sup>。

1343682Ch=00010011010000110110100000101100 は M<sub>0</sub> (元期での平均近点離角) で、S.F.=2<sup>-31</sup>。

FC5Ch=1111110001011100 は、Cuc (黄緯引数の摂動の COSINE 項) で、S.F.=2<sup>-29</sup>。

05EF4588h=0000010111101110100010110001000 は e 衛星軌道の離心率) で、S.F.=2<sup>-33</sup>。

10DFh=0001000011011111 は、Cus (黄緯引数の摂動の SINE 項) で、S.F.=2<sup>-29</sup>。

A11FF98Eh=1010000100011111111100110001110 は、A の平方根 (A は衛星軌道の半長径) で、S.F.=2<sup>-19</sup>。

5541h=0101010101000001 は Toe (軌道暦の計算元期) で、

S.F.=2<sup>1</sup>。

最後の 56) HEX は予備データである。意味不明。

サブフレーム 3 の説明をする。サブフレーム 3 を再掲すると。

003FFC935206FFA02D25E9A025B269A72C74FFBA0406FCBA003Fh=0000000000111111 は、Cic (軌道傾斜角の摂動の COSINE 項) で、S.F.=2<sup>-29</sup>。

FC935206h=11111100100100110101001000000110 は、 $\Omega_0$  (衛星暦元期での昇交点経度) で、S.F.=2<sup>-31</sup>。

FFA0h=111111110100000 は、Cis (軌道傾斜角の摂動の SINE 項) で、S.F.=2<sup>-29</sup>。

2D25E9A0h=00101101001001011110100110100000 は、i<sub>0</sub> (衛星暦元期での軌道傾斜角) で、S.F.=2<sup>-31</sup>。

25B2h=0010010110110010 は、Crc (動径の摂動の COSINE 項) で、S.F.=2<sup>-5</sup>。

69A72C74h=01101001101001110010110001110100 は、 $\omega$  (近地点経度) で、S.F.=2<sup>-31</sup>。

FFBA04h=1111111101101000000100 は、d $\Omega$ /dt (昇交点経度の時間的変化) で、S.F.=2<sup>-43</sup>。

06h=00000110 は AODE (衛星暦の元期の年齢) で、S.F.=2<sup>11</sup>。これはサブフレーム 1 の AODE と同一である。検査照合に使う。

FCBAh=1111110010111010 のうち、

FCBAh=11111100101110 は、di/dt (衛星軌道傾斜角の時間的変化) で、S.F.=2<sup>-43</sup>。

## 7.4 アルマナック情報の付録

例示すると次のような 48 の ASCII 文字からなっている。

035EEA086BFD FDE400A11FE0F798F169A871C29E85FFF FF2

03h=00000011 のうち、00 は DATA ID、000011 は SV/PAGE ID である。S.F.=1。

5EEAh=01011101110101010 は、e (衛星軌道の離心率) で、S.F.=2<sup>-21</sup>。

08h=00001000 は、toa (アルマナックの計算元期) で、S.F.=2<sup>12</sup>。

6BFDh=01101011 は、 $\delta i$  ( $i=60-\delta i$ 、 $i$  は軌道傾斜角) で、S.F.=2<sup>-19</sup>。

FDE4h=111111011100100 は、d $\Omega$ /dt (昇交点経度の時間的変化) で、S.F.=2<sup>-38</sup>。

00h=00000000 は、衛星の健康状態の指標である。この場合は健康状態は「良」、すなわち健全な運航をしていることを意味する。

A11FE0h=10100001000111111100000 は、A の平方根 (A は衛星軌道の半長径) で、S.F.=2<sup>-11</sup>。

F798F1h=11110111001100011110001 は、 $\Omega_0$  (計算元期の昇交点経度) で、S.F.=2<sup>-23</sup>。

69A871h=011010011010100001110001 は、 $\omega$  (近地点経度) で、S.F.=2<sup>-23</sup>。

C29E85h=110000101001111010000101は、 $M_0$  (計算元期の平均近点離角) で、 $S.F.=2^{-23}$ 。

FFFF2h=1111111111111111110010は、やや面倒である。

11111111 11111111 111 100 10 それぞれをA,B,C,D,E とすると、

A+D を  $a_0$ , B+C を  $a_1$  とするのである。Eの意味は不明である。 $a_0.a_1$ は、衛星搭載時計の補正式の係数であるが、航海計画のための衛星位置の計算にはこの補正はあまり効かない。S.F.はそれぞれ、 $2^{-17}, 2^{-35}$ である。

以上が米国防省の公表している軌道情報のサブフレームの桁区切り個所、スケール・ファクターの値、負数の取り扱い方などである。

実際の計算に当たっては、わざわざ2進数に分解せず、得られた16進数をそのまま用いて計算する方法を「10.1 エフェメリスの解説・計算式の付録」の項で紹介する。

### 7.5 電離層モデルのパラメータの付録

以下例示する。<sup>(9)</sup>

382B01FD0049FEFD02FFFF480000003932FE05A00505AAA9のうち、

2B01FD0049FEFD02の部分が、それであり、これらはまた、それぞれ 2B 01 FD 00 49 FE FD 02 に分かれている。それぞれ  $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ , はつぎの値となる。

$$\alpha_0=2Bh=00101011= 43 \text{ S.F.}=2^{-31}$$

$$\alpha_1=01h=00000001= 1 \text{ S.F.}=2^{-31}$$

$$\alpha_2=FDh=11111101= 253, \text{最上位が}^s1 \text{であるから、} 253-257=-4 \text{ S.F.}=2^{-29}$$

$$\alpha_3=00h=00000000= 0 \text{ S.F.}=2^{-28}$$

$$\beta_0=49h=01001001= 73 \text{ S.F.}=2^8$$

$$\beta_1=FEh=11111110= 254, \text{最上位が}^s1 \text{であるから、} 254-257=-3 \text{ S.F.}=2^9$$

$$\beta_2=FDh=11111101= 253, \text{最上位が}^s1 \text{であるから、} 253-257=-4 \text{ S.F.}=2^{10}$$

$$\beta_3=02h=00000010= 2 \text{ S.F.}=2^{12}$$

これも米国防省が公表した、サブフレームの桁区切り個所、スケール・ファクターなどである。実際の計算は、16進数をそのまま用いて行うが<sup>s</sup>、後述する。

### 10.1 エフェメリスの解説・計算式の付録

以下の例は、Magnavox社の受信機から出されるエフェメリス・コードの解説法を解説する。これはもともと衛星から発信されたものであるから、何処の社の受信機から発信されるものも本質的に同一である。

Magnavox社の受信機からエフェメリス・コードは、どの機種でもtype200,201,202,203というコード番号に統一されている。

type200は衛星のPRN (Pseudo Random Noise) 番号である。これは衛星番号そのものではないが、衛星を同定するにはPRN番号を使うのが一番確かである。

type201,202,203はいずれもASCIIコード48個の16進数

(hexadecimal number) 列からなるもので、これらを、

$$a_1, a_2, \dots, a_{47}, a_{48}$$

$$b_1, b_2, \dots, b_{47}, b_{48}$$

$$c_1, c_2, \dots, c_{47}, c_{48}$$

とする。

以下の単位表示においてs.c.とはsemi.circleの略で、180度を1とする単位である。

ディメンション式は、 $[\text{rad}] = \pi [\text{s.c.}], [\text{deg}] = 180 [\text{s.c.}]$ である。

$$\text{WN (Weekly Number)} = (a_1 \times 2^8 + a_2) \div 4 \text{ の整数部}$$

$$\text{AODC} = (a_{31} \times 2^8 + a_{32}) \times 2^{11} \text{ s}$$

$$t_{0c} = (a_{33} \times 2^{24} + a_{34} \times 2^{16} + a_{35} \times 2^8 + a_{36}) \times 2^4 \text{ s}$$

$$t_2 = (a_{37} \times 2^8 + a_{38}) \times 2^{-55} \text{ s/s}^2$$

$$t_1 = (a_{39} \times 2^{24} + a_{40} \times 2^{16} + a_{41} \times 2^8 + a_{42}) \times 2^{-43} \text{ s/s}$$

$$t_0 = (a_{43} \times 2^{40} + a_{44} \times 2^{32} + a_{45} \times 2^{24} + a_{46} \times 2^{16} + a_{47} \times 2^8 + a_{48}) \times 2^{-33}$$

$$\text{AODE} = (b_1 \times 2^8 + b_2) \times 2^{11} \text{ s}$$

$$C_{r,s} = (b_3 \times 2^{24} + b_4 \times 2^{16} + b_5 \times 2^8 + b_6) \times 2^{11} \text{ m}$$

$$\Delta n = (b_7 \times 2^{24} + b_8 \times 2^{16} + b_9 \times 2^8 + b_{10}) \times 2^{-43} \text{ s.c. / s}$$

$$M_0 = (b_{11} \times 2^{56} + b_{12} \times 2^{48} + b_{13} \times 2^{40} + b_{14} \times 2^{32} + b_{15} \times 2^{24} + b_{16} \times 2^{16} + b_{17} \times 2^8 + b_{18}) \times 2^{-31} \text{ s.c.}$$

$$C_{u,o} = (b_{19} \times 2^{24} + b_{20} \times 2^{16} + b_{21} \times 2^8 + b_{22}) \times 2^{-29} \text{ rad}$$

$$e = (b_{23} \times 2^{56} + b_{24} \times 2^{48} + b_{25} \times 2^{40} + b_{26} \times 2^{32} + b_{27} \times 2^{24} + b_{28} \times 2^{16} + b_{29} \times 2^8 + b_{30}) \times 2^{-33}$$

$$C_{u,s} = (b_{31} \times 2^{24} + b_{32} \times 2^{16} + b_{33} \times 2^8 + b_{34}) \times 2^{-29} \text{ rad}$$

$$\sqrt{A} = (a_{33} \times 2^{56} + b_{35} \times 2^{48} + b_{37} \times 2^{40} + b_{38} \times 2^{32} + b_{39} \times 2^{24} + b_{40} \times 2^{16} + b_{41} \times 2^8 + b_{42}) \times 2^{-19} \sqrt{\text{m}}$$

$$t_{0,s} = (b_{43} \times 2^{24} + b_{44} \times 2^{16} + b_{45} \times 2^8 + b_{46}) \times 2^4 \text{ s}$$

$$C_{i,o} = (c_1 \times 2^{24} + c_2 \times 2^{16} + c_3 \times 2^8 + c_4) \times 2^{-29} \text{ rad}$$

$$\Omega_0 = (c_5 \times 2^{56} + c_6 \times 2^{48} + c_7 \times 2^{40} + c_8 \times 2^{32} + c_9 \times 2^{24} + c_{10} \times 2^{16} + c_{11} \times 2^8 + c_{12}) \times 2^{-31} \text{ s.c.}$$

$$C_{i,s} = (c_{13} \times 2^{24} + c_{14} \times 2^{16} + c_{15} \times 2^8 + c_{16}) \times 2^{-29} \text{ rad}$$

$$i_0 = (c_{17} \times 2^{56} + c_{18} \times 2^{48} + c_{19} \times 2^{40} + c_{20} \times 2^{32} + c_{21} \times 2^{24} + c_{22} \times 2^{16} + c_{23} \times 2^8 + c_{24}) \times 2^{-31} \text{ s.c.}$$

$$C_{r,c} = (c_{25} \times 2^{24} + c_{26} \times 2^{16} + c_{27} \times 2^8 + c_{28}) \times 2^{-5} \text{ m}$$

$$\omega = (c_{29} \times 2^{56} + c_{30} \times 2^{48} + c_{31} \times 2^{40} + c_{32} \times 2^{32} + c_{33} \times 2^{24} + c_{34} \times 2^{16} + c_{35} \times 2^8 + c_{36}) \times 2^{-31} \text{ s.c.}$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = (c_{37} \times 2^{40} + c_{38} \times 2^{32} + c_{39} \times 2^{24} + c_{40} \times 2^{16} + c_{41} \times 2^8 + c_{42}) \times 2^{-43} \text{ s.c. / s}$$

$$\text{AODE2} = (c_{43} \times 2^8 + c_{44}) \times 2^{11} \text{ s}$$

$$\frac{di}{dt} = (c_{45} \times 2^{24} + c_{46} \times 2^{16} + c_{47} \times 2^8 + c_{48}) \times 2^{-43} \text{ s.c. / s}$$

符号についての注意事項

WN, AODC, AODE,  $t_{0c}, e, \sqrt{A}, t_{0s}, \text{AODE2}$  は常に正である。その他の値は正負の数であり、各データの最上位ビット (MSB) が1なら負数で、絶対値は2の補数である。

## GPS用語集

### ★アルマナック (almanac)

簡易軌道暦と訳されることもある。この内容は、現在打ち上げられている全衛星の粗い精度の衛星座標と電離層モデルのパラメータとの情報を得るための基礎データ、衛星の健康状態、海事情報、必要なら空欄部分に軍事情報等からなっている。衛星座標と電離層モデルパラメータを取り出す方法は付録「7.4 アルマナック情報の付録」で解説した。

### ★アンビギュイティ整数 (ambiguity integer)

フェイズ測定による位置決定法において、基本的な課題はフェイズ・ロック・オン時における衛星・受信機間の搬送波の波数(整数)を決めることである。

最近、アンテナ・スワップ (antenna swap) 法、OTF (On The Fly) など、より正確な整数が、短時間で得られるようになったが、厳密に正しい整数値が常に得られるわけではない。

アンビギュイティとは、曖昧なという意味で、求められたNは、たとえば $n_1$ と $n_2$ の間にあるとまでしか言えないということである。ここで $n_1 < n_2$ であり、 $n_1$ と $n_2$ との差が小さい程、受信機の性能は良いことになる。

### ★ビート (beat)

同一の振幅Aをもち、2つの正弦波の周波数を $f_1, f_2$ とする。 $f_1$ と $f_2$ との差が小さいとき、合成波の振幅は $2A \cos [2\pi(f_1 - f_2)t/2] \sin [2\pi(f_1 + f_2)t/2]$ となる。すなわち、 $(f_1 + f_2)/2$ の周波数をもつ波の振幅が、最大2Aから最小0までの変化を繰り返す。これをビート現象として知られている。

この繰り返し数、すなわちビート周波数は $f_1$ と $f_2$ との差になるから、このビート周波数を測定すれば、 $f_1$ と $f_2$ との差を知ることができる。

### ★C/Aコード (Coarse/Acquisition code) ,Pコード (Precision code)

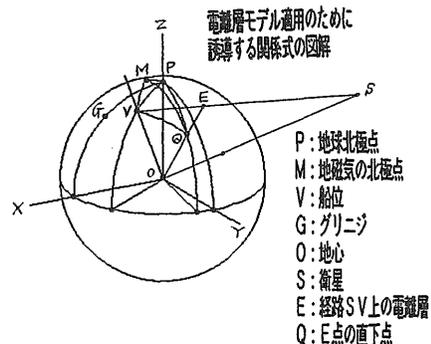
衛星からの受信信号がどの衛星からのものであるかの識別は、各衛星に割り当てられたコードを解読することで可能となる。

しかし、このコードは識別のためだけではなく、衛星・受信機間の電波到来時間を測定する物差しの役目もする。本文の「2.4 衛星からの信号」の第1表にあるように、Pコードは波長約29.3m毎の目盛り、C/Aコードは波長約293m毎の目盛り尺が、それぞれ受信機に飛び込んでくる。目盛り間隔の粗い (coarse) C/Aコードの測定精度はPコードの精密さ (precisely) に劣る。

### ★電離層通過遅延概念図

衛星からの信号は電離層を通過して受信機に到着する。付図1においてE点とその近傍が電離層である。この電離層の状態は、正午からの経過時間と地磁気の極からの極距離MQとの変数を用いモデル化されている。正午はその地

方の正午であるから、受信機が置かれている位置の概略の経度は必要である。付図1の角GPVはその経度である。世界時に経度時(経度を時間単位に換算した量)を加えたのが地方時であるから、地方時の正午からの経過時間は分かり、モデル適用が可能となる。



用語集第1図 (電離層通過遅延の説明)

### ★DOP (Dilution of Precision)

疑似距離測定の標準誤差 $\sigma_0$ が得られると、決定位置は疑似距離の関数とみることができ、決定位置の標準誤差 $\sigma$ を見積ることができる。この見積り方法の一つとして、DOPなるものが導入されている。これは多変数正規分布関数を取り扱う際に出てくる分散共分散行列から導かれ、 $\sigma = \text{DOP} \sigma_0$ なる関係にあり、精度を支配する係数である。

DOP値が大きくなれば、位置決定精度が劣化する。

通常、DOP値を云々する場合、VDOP (高さ方向精度)、HDOP (水平方向精度)、PDOP (位置精度)、TDOP (時間精度)、GDOP (幾何学的精度)の係数値が問題にされる。最後のGDOPは、位置と時間と相互の関係を調べるときの目安になる。

具体的な数値例を挙げると、観測点に関して良好な幾何学的配置にある4衛星のHDOP, VDOPの平均値は約2である。

### ★エフェメリス (ephemeris)

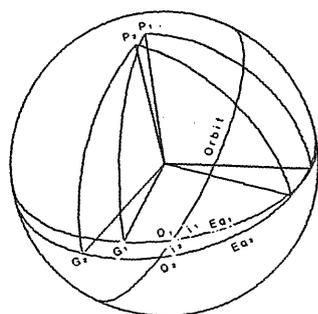
精密軌道暦と訳されることもある。この内容は、衛星の $x, y, z$ 座標と衛星に搭載されている原子時計のオフセット値との情報を得るための修正ケプラー要素からなっている。この情報を取り出す方法は、付録「7.3 エフェメリス情報の付録」及び「10.1 エフェメリスの解説・計算式の付録」で解説した。

ここでいうエフェメリスとは放送エフェメリスのこと、衛星から送信されるものを言っている。これとは別に、制御局で用意されているより精度の高いエフェメリスがある。これは事後処理に利用される。

### ★エフェメリスの座標系

エフェメリスが準拠する座標系は、一週間単位で変更される特殊な座標系である。その座標の枠組みは、 $xy$ 平面はGPSTIME 0<sup>b</sup>の平均赤道をとり、 $zx$ 平面はGPSTIME 0<sup>b</sup>の

グリニジ平面をとり、y軸はx軸、z軸とで右手系をつくる。



$P_1$ は北極点、 $G_1$ は昇交点の起算点  
 $Eq_1$ は赤道、 $\Omega_1$ は昇交点  
 $i_1$ は軌道面傾斜角  
 $i=1$ は選番号NのGPSTIME=0の瞬時の値  
 $i=2$ は選番号N+1のGPSTIME=0の瞬時の値  
 要するに、1選番毎に座標系が「飛ぶ」

用語集第2図 (GPS基準座標系)

★ジオイド (geoid)

地球重心の回りには等ポテンシャル面が無数に存在するが、平均海面に接する等ポテンシャル面をジオイドと称する。平均海面の高さを測る基準面は基準楕円体の表面である。世界各国は独自の基準楕円体をそれぞれ設定しているから、ジオイド高を議論する場合、基準楕円体を同時に示す必要がある。

GPSの場合、基準楕円体としてWGS84を採用している。ジオイド高は通常、緯度・経度の関数としてメートル単位で表現されている。

★疑似距離 (pseudo-range)

GPS測位では、受信機のアンテナと衛星との距離を知ることが基本である。しかしこれを直接測ることはできない。直接測れるのは、疑似距離と称する量で、この量の中に真距離、受信機時計の補正值、電離層通過遅延、大気層通過遅延、電子回路遅延、計測誤差が含まれている。

何を直接測定するかで次のコードの疑似距離、フェイズの疑似距離の二つに分けられる。

☆コードの疑似距離 (code's pseudo-range)

各衛星毎に搬送波に乗せられているコードは決まっている。このコードを測定することによって衛星から受信機までの電波到着時間を測定する。この時間に光速度を掛けたものがコード測定による疑似距離である。測定時間は、衛星時計と受信機時計との時間差であるから、光速度を掛けても真距離にはならない。

測定の実際は、C/Aコードでは1ms周期で繰り返し発信されており、受信機側では同周期でこのコードのレプリカを発振させ、両コードの時間に関する相互相関 (cross-correlation) を取り続け、衛星から受信機までの電波の平均到達時間が約77msであることを勘案して到達時間を決定する。

Pコードについても同様である。

なお、Pコードの1チップの波長は約29.2m、C/Aコードは約293mであるから、後者による測定精度は、前者に劣る。

☆フェイズの疑似距離 (phase's pseudo-range)

衛星からの信号は、波長約19.0cmの搬送波L1と、波長約24.4cmの搬送波L2とで送られてくる。いずれにしても、ある瞬時に衛星から発信された搬送波が受信機に到達までのフェイズの繰り返し数が分かれば、それに波長を掛け衛星・受信機間の疑似距離が得られる。測距精度は、コード測定による測距精度を大きく上回る。

例えば受信機がL1と同一の基準周波数を作り、ドップラーシフトした到来周波数とを重ね合わせるとビートが生じる。このビートのフェイズ数をカウントすれば、基準周波数のフェイズ数もカウントでき既知であるから、到来周波数のフェイズ数が得られる。但しこれは、两周波数のフェイズが揃った時点からの周波数のカウント数であって、これに波長 $\lambda$ を掛ければカウント開始時から測定時までの距離が得られる。

カウント開始時の衛星・受信機間の波の数は不明である。

このカウント開始時の衛星・受信機間の波の数の整数部分の値をアンビギュイティ整数

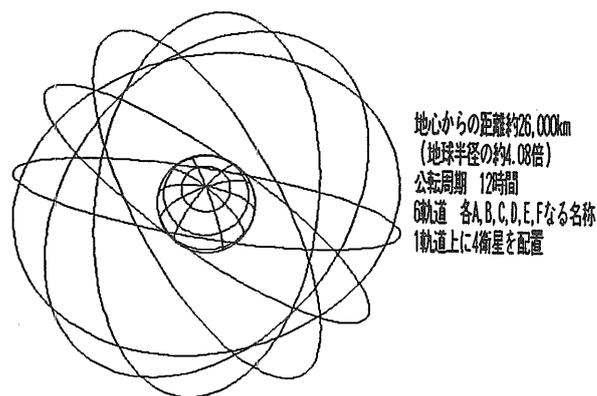
(ambiguity integer) と称し、通常これをNで表している。

何らかの方法で、このNが得られれば、これに波長 $\lambda$ を掛け、カウント開始時の衛星・受信機間の距離が得られる。

この両者も距離を加えたものがフェイズ測定から得られた距離すなわちフェイズの疑似距離である。

★GPS衛星軌道と地球との相対関係

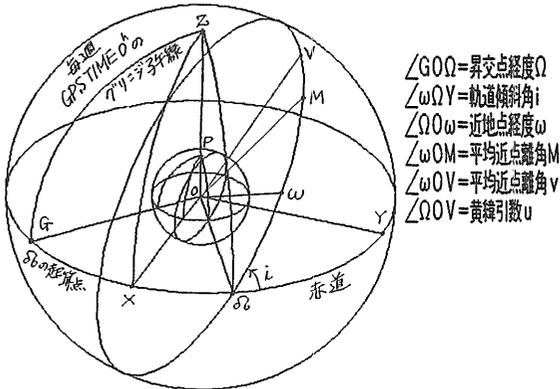
GPS衛星が地球に対してどのような位置関係にあるか図示した。図中央の経緯度線を描いてある球が地球である。



用語集第3図 (GPS衛星軌道と地球)

★軌道要素の幾何学的説明

エフェメリスの中で、主要なケプラー軌道要素の幾何学的関係を図示した。修正ケプラー要素についてもほぼ同様である。



用語集第4図 (軌道要素中の角度に関する要素)

★生データ (raw data)

通常、ある物理現象を計測機器で測って得られたままのデータをいう。あるいは、明らかな器差、測定者でなければ除去できない誤差等を除去した後のデータを生データという場合もある。

ここでいう生データは、生データにフィルター等がかけられた後のものを言う。

GPS受信機が生データとしては、コードの疑似距離、衛星発信時刻、受信時刻、衛星・受信機間のフェイズ積算値、SN比などで、これとエフェメリスとから、観測方程式が作成できる。

★NNSS (Navy Navigation Satellite System)

米国海軍航行衛星システムなどと訳されているが、しばしば、トランジット (Transit) などとも呼ばれている。GPS測位システムが利用される以前には、航行船舶の位置、測地観測などに広く利用されていた。高さ約1,100km, 周期107分で極軌道を回る、5衛星が、周波数150MHzと400MHzの電波を発射していた。これには2秒毎に時刻信号が刻まれていた。

衛星から発信される周波数一定の電波はドップラー・シフトして受信機に入る。シフト量の時間的積分が衛星と受信機との相対位置の関係式に等しいことを利用して、受信機位置を求めることができた。

一時期、NNSS全盛時代があり、外航船にNNSS受信機搭載を義務付けるべきだと海運界の世論が盛りあがった程であった。GPSシステムが実用段階に入り、NNSSの運用は中止したが、次々と開発されたNNSS測位技法の一部はGPS技法の開発に生かされている。

★フェイズ (phase)

GPS衛星が発射する搬送波は規則正しい正弦波であるから、同一位相の繰り返しの測定から周期が得られる。電磁

波の場合周期が得られれば波長も定まる。周期一定の現象であれば、ある位相から他の位相までの時間差から位相間の距離が波長単位で分かる。

GPSでは、周波数 $f$ とフェイズ $\phi$ との関係は、 $f = \frac{d\phi}{dt}$ と定義されている。

$f$ のディメンションはcycle/sec、 $\phi$ のディメンションはcycleである。そしてフェイズ計測値は通常、 $\phi = \int f dt + C$ のように、 $f$ を $t$ について積分した値である。

★PRNコード (pseudorandom noise code)

衛星を同定する場合に使われているコード。民間用に開放されているC/Aコードと軍事用のPコードの二種がある。<sup>(2)</sup>

C/Aコードは、2個の10ビット・フィードバック・シフト・レジスターを用いて32種類が作られる。それぞれのコード長は1023チップからなり、1msの繰り返しで発信されている。このコードのチップ長は約300メートルである。

Pコードは、15345000ビット列と15345037ビット列のコードの組み合わせから235469592765000ビットのコードが出来る。このコードを出し切る時間は、約266.4日である。このコードを37分割して各部分を各衛星のPRNとして割り当てると約1週間周期のコードとなる。このコードは1週間毎に更新される。このコードのチップ長は約30メートルである。

★RTCM SC-104 Standard

Radio Technical Commission for Maritime Services (RTCM) では、ディファレンシャルGPSの補正值のデータフォーマットの統一を手がけてきた。その実際の作業はRTCMのSpecial Committee 104が担当し、その標準化を進めてきている。

そのフォーマットがRTCM SC-104 Standard (簡略に、RTCM-104とも書く)で、最新バージョンは1994年に発表されたver.2.1である。

補正值の一般式はコードの疑似距離に対しては

$$\Delta P^k(t) = \Delta P^k(t_0) + \frac{\partial \Delta P^k}{\partial t}(t - t_0)$$

フェイズの疑似レンジに対しては

$$\Delta \Phi^k(t) = \Delta \Phi^k(t_0) + \frac{\partial \Delta \Phi^k}{\partial t}(t - t_0)$$

となり、各衛星に対して、すくなくとも補正量とその時間的変化量とが必要となる。

記号、添字に関しては、本文「2.9 疑似レンジの原式と観測方程式」参照。

VER.2.1には、使用エフェメリスの元期を記録する項目欄がある。これは重要なことで、基準局が使ったエフェメリスと移動局が使ったエフェメリスの元期は同一でなければならない。

さらに大きな改訂は、最新の技法、例えばOTFの補正に

必要なデータを入れる項目を加えたことである。

#### ★SA (Selective Availability)

直訳すれば選択的有効性、あるいは効果選択権とでも訳せるが、要するにGPSシステムの一部を故意に操作して、決定位置の精度を劣化させることを言う。

このSA処置は、衛星時計を狂わせる処置、——これを $\delta$ プロセスという——とエフェメリスの有効精度を下げる処置——これを $\epsilon$ プロセスという——からなっている。

$\delta$ プロセスは衛星時計の基本周波数を狂わせることで実現する。基本周波数に余計なバイアスがあれば、疑似距離決定に直接効いてくる。 $\delta$ プロセスは数分前後のランダムな周期で疑似レンジを50m前後振動させることになる。

$\epsilon$ プロセスは、エフェメリスの軌道情報の有効桁を切り捨てる処置をして、衛星の軌道上の位置を狂わせる。 $\epsilon$ プロセスも疑似距離を狂わせる。この場合、エフェメリスの更新は2~4時間毎に行われるので、疑似レンジを狂わす周期は数時間、決定位置の誤差に引き直して振幅50m~150mの変動となる。

以上から、SAによる疑似レンジの変動は $\delta$ プロセスと $\epsilon$ プロセスとの合成された複雑なものとなる。<sup>(2)</sup>

#### ★SLR (Satellite Laser Ranging)

衛星レーザ測距と訳されている。衛星に向けレーザ光線を断続的に当て、反射光が戻るまでの時間を計測すると、衛星・発射装置間の距離、発射装置の座標 $x,y,z$ が求まる。

地球上に数多くある測地網の基準楕円体は、それぞれの基準原点を接点とし、向きと大きさが定まっている。局地的な地点の座標は、その座標系で表している。SLRでは衛星の位置、発射装置の位置が世界測地系WGS84で求まるので、測地測量では、結び付けることのできなかつた世界各地の測地網間の関係を知ることができる。

GPS測位はWGS84系で得られ、通常これを局地座標系に変換する。この変換のパラメータはSLR観測の成果である。

海上保安庁水路部が追跡・管理している衛星「あじさい」は全面にキューブコーナーを張り付け、入射レーザ光を同一方向に反射するようになっており、世界のSLR観測に貢献している。

#### ★修正ケプラー軌道要素

まず、ケプラー軌道要素が何であるかを解説する。

位置天文学・天体力学では、二体問題を解く場合、軌道要素を既知として出発する。多体問題を解く場合も、このうち二体間に働く力が他の力に卓越している場合、平均軌道要素、接触軌道要素から出発して摂動法で解いてゆく。これらをまとめてケプラー軌道要素と呼ぶことがある。これから天体の3次元間座標 $(x,y,z)$ 、天球座標(赤経・赤緯、黄経・黄緯など)が求められるが、座標系は天球上の黄道、赤道、春分点などを基準にして設定されている。これを地球に固定した座標系に準拠した座標に変換するには通常次のような順序を踏む。

①日心座標から地心座標への変換(恒星、惑星、彗星)

②年周光行差の補正(恒星、惑星、彗星、月、太陽)

③歳差・章動の補正(恒星、惑星、彗星、月、太陽、人工衛星等の全天体)

④地心座標から測心座標への変換(全天体)

⑤日周光行差、大気差の補正(全天体)

⑥極運動補正(全天体)

GPSの修正ケプラー軌道要素は、第4図で示したような座標系に準拠して決められている。同図の $P_1, Eq_1, G_1, \Omega_1, i_1$ はそれぞれ、週番号 $N_1, GPSTIME_0$ 時の平均の天の北極、平均赤道、 $P_1$ と $Eq_1$ との交点、衛星軌道面(Orbit)と $Eq_1$ との交点、その傾斜角である。

同様にして $P_2, Eq_2, G_2, \Omega_2, i_2$ はそれぞれ、週番号 $N_2, GPSTIME_0$ 時に対応する。

この座標系に準拠したケプラー要素は、衛星の観測データを集め軌道決定理論から得られるが、この要素に修正を加えたものが修正ケプラー軌道要素である。この修正量の特色は、この修正した要素を使い軌道上の位置を求め、2回の座標回転をするだけで、上記の通常の手続き③、④、⑥を経て得られる $x,y,z$ と同一精度のものが得られることである。ただし、この修正ケプラー軌道要素の有効期間は4時間前後の短時間である。本文「8 X,Y,Z,CDTの『寿命』」参照。

なお、軌道要素の個々の幾何学的意味については、「軌道要素の幾何学的説明」参照。

#### ★SPSとPPS

SPSはStandard Positioning Serviceの略であり、民間向けにC/Aコードが提供されている。現在は受信機による単独測位精度が100m(95%)となるように運用されている。

PPSはPrecise Positioning Serviceの略であり、軍事用でPコードが提供され、高精度な測位が可能である。

#### ★TAI (International Atomic Time)

国際原子時のこと。今世紀初頭あたりから地球自転の速度は一樣ではなく、遅れつつあるのではないかと天体観測と力学理論との差から予想されていたが、水晶時計の出現で、その裏付けるとともに不規則な小変動も加わっていることもわかり、時間単位は地球自転から決められないことになった。そこでより安定している地球の公転周期から、1秒間を定義した。しかし、この定義では実用にならないので、この1秒間に可能な限り等しい時間を原子が発する周波数の振動数から定義しなおした。選ばれた原子はセシウム133で、この原子のエネルギー準位が遷移する際に発する周波数の振動数9192631770を、国際原子時の1秒と定義した。TAIの積算起点時は1958年1月1日0時0分0秒UT2であり、1分=60秒、1時間=60分で積算し、うるう秒は挿入しない。GPSTIMEはこの時系に属する。

世界各国の研究機関で原子時計が運転されており、その数は200台を越える。その時計の保持する時刻を集め、ウェイトを掛けて平均したものが、TAIであって、TAIを指示する時計がどこかに存在するわけではない。ウェイトを

決める機関は、国際度量衡局（フランス）である。

★UTC (Coordinated Universal Time)

協定世界時のこと。UTC に9 時間加えた時刻が、われわれが日常使用している日本時（JST）である。1秒間の長さは国際原子時の1秒である。天文観測から得られる世界時（UT）に合わせるため、約1年に1回、うるう秒〔用語集〕が挿入される。世界各地から発射されている報時信号はUTCまたはUTC系である。

★うるう秒

時間間隔の単位は、国際原子時から定義されているが、TAIをそのまま市民生活に持ち込むと、「正午」「日出」「日没」などの市民生活に深く浸透している用語とTAIで表示された時刻との対応が次第にずれていってしまう。例えば12時といっても太陽はまだ東の空にいるという事態が必ずくる。

そこで、市民の暮らしと太陽との関係を保持するためには、先行するTAIは、遅れがちなUTがついてくるのを足踏みして待つことを、年に約一回しなければならぬ。具体的には、ある年の7月1日8時59分日本時に続く1分間は61秒としている。この余分の1秒間が、「うるう秒」である。「うるう秒」を挿入する時系がUTCである。常に $|UTC-UT| < 0.9$ 秒に収まるようにUTCに「うるう秒」を挿入してゆく。0.9秒は天文航法関係者の要請によるもので、航海暦のUTをUTCとみなして使用して生じる船位誤差の限界からきた限界値である。

GPSTIMEの時系は、TAIの時系であるから「うるう秒」は入れない。われわれ、が日常使う日本時はUTCの時系であるから、「うるう秒」が入っている。ある時点での差は、1980年1月6日以後この時点までの挿入された「うるう秒」の数に等しい。

★VLBI (Very Large Baseline Interferometer)

超長基線干渉計と訳され、地球大の基線測量に威力を発揮している。周波数1～10GHzの白色雑音に近い電波を出している電波星がある。地球上、数千キロ離れた地点A,Bで同じ時間帯に、同一の電波星からの電波の強さの変化を精密な原子時計の読みと共に磁気テープに記録しておく。後日、両地点の記録を干渉計にかけ、相互相関をとり、到来電波の同一波面がA,Bに到着する場合のフェイズ差から、時間差を得、点A,B間の直線距離が得られる。

世界各地にVLBI基地局があり固有の仕事以外に、GPS衛星の追跡局の役割もしている。鹿島のVLBI局もGPS衛星のモニター局を引き受けている。

なお、電波望遠鏡の立場からすると、VLBIは測地が最終目標ではなく将来、宇宙ステーション、月面などに局を設置して巨大基線とし、宇宙の深部、3次元像を探ることが最終目標である。VLBIをこの意味で解説されている文献もある。日本では1997年2月打ち上げの国産衛星「はるか」はこの目的・使命をもったものである。