

熱応力とクリープを考えたときの 円管の熱負荷限界についての一解析*

一色 尚次**

Study on Permissible Heat Flux of Tube Wall with Consideration on Thermal Stress and Creep Effect

By
Naotsugu ISSHIKI

Considering ratchet mechanism of the combined steady mechanical stress and intermittent thermal stress on a thin tube wall of ductile material, Miller pointed out that, there exists a limit for the strength of thermal stress, above which the tube material shows one directional plastic flow at every start and stop of heating.

Here the above Miller's theory is extended to the case where creep takes place in tube material and some consideration on thermal fatigue effect is added to the theory and upper limits for permissible combination of thermal and mechanical stresses on thin and thick wall tubes are analysed for many cases. By the analysis, the maximum heat flux design and minimum tube wall weight design of heat flux and wall thickness, with given inside diameter and pressure of a tube and given yield strength of its material, are approximately predicted theoretically, within the stress ranges, where plastic flow or plastic hysteresis cycle does not occur even if creep takes place.

Some calculated examples show that the heat-flux of this kind will be very important for super high pressure boiler tube in the near future.

Moreover, according to this analysis, the minimum weight of heat exchangers and boilers are theoretically predicted.

At the end of this paper, some considerations on unsteady thermal stress are added.

1. ま え が き

水管ボイラの過熱管や水壁管、大口径ディゼルシリング壁、高温熱交換器など、一般に機械的応力と熱応力が重合される部分の熱的設計に対して、材質、寸法、内圧、温度等の諸条件に対応してどれだけの定常熱負荷や非定常熱負荷が許容できるかという熱限界問題はきわめて重要な問題であり、かつそれはできるだけ多くの面から検討さるべき問題である。

いままでの考え方は、許容熱負荷は、管の表面温度または平均温度を、「管材料が内圧とクリープ伸び

および破断に対して耐えることのできる強度を保持している制限温度」以下に保つべき値としてばく然と与えられ、それに関連して材料的にはクリープ破断強さや耐腐食性等が、また、熱的には沸騰熱伝達のパーンアウトや二相流流動の不安定発生等の問題が研究されてきた、この熱負荷は結局管表面温度または平均温度の維持に関係するので「温度による熱負荷限界」と呼ぶものである。

しかし筆者らの超臨界圧力テストボイラでの経験によると、上の考え方による熱限界以内であっても、高圧ボイラにおいては管内壁に生ずる定常熱応力と、内圧による機械的応力の和が相当大きくなって、その和が内壁近傍では材料の許容応力、または降伏点応力をこす場合も生じてくることを認めた⁽¹⁾。

ボイラ水管設計に対する定常熱応力の取上げ方法は、たとえば Bergmann⁽²⁾ や Blair⁽³⁾ らが述べてい

* 本資料の主要部分は筆者が日本機械学会論文集 29巻 201号(昭38-5) P941~P943に発表したものである。

** 機関開発部第2部

るように「たとえ熱応力と内圧による応力によって管内の一部に降伏が生じて、クリープ等による応力し緩によって結局熱応力成分は消失し、応力は平坦化するものであった。このことは水管等の肉厚をきめる諸ボイラ規格や設計規準に、「内圧による応力」と、「腐食しろ」と、「クリープし緩やクリープ伸び速度などを考慮した材料の許容応力」の3者は加味されているが、熱応力については全く考慮されていないことにも現われている。

しかるに近年 Miller⁽⁴⁾ は原子炉の燃料被覆や、テストチューブなど高い熱負荷をうける管に関連する研究で、一様な機械的応力を受ける展性材料の板に対して、厚さ方向に不均一な熱応力が加えられ板の一部に降伏が生じているときは、その熱負荷が停止して熱応力成分だけが除去されると、すでに存在している局部的な、永久ひずみの影響で、板の厚さ方向全部にわたって新たな永久ひずみが追加される場合があることを指摘し、その状態では毎回熱負荷を発停することに板全体が一方向に伸び（または縮む）て行くのは、きわめて好ましくないとしている。この状態を彼は単に「プラスチックフロー状態」と呼び、簡単な場合に対してそれを生ずるときの熱応力と機械的応力との限界関係を導いている。

また別に、最近の材料力学によると、ある値以上の高い熱応力（板の厚さ方向に均一）の繰返しにより材料に熱疲れによる破壊が生ずることが示され、多くの研究がなされていて、管壁に対しては当然この熱疲れも考慮されねばならないことが考えられる。

ゆえにボイラ水管に対しても前記の温度による熱負荷限界以外に、上記のプラスチックフローの発生や、熱疲れによる破断など、熱応力の値自体に直接関連した熱負荷限界が当然考察されなければならないと思う。

本解析は、まず、この定常熱応力によるプラスチックフロー現象に注目し、定常熱応力の発生しているときには重要な要素であるクリープが存在する場合に限界理論を延長した。

ついて熱疲労および非定常熱応力が存在する場合の簡単な考察を加えた。

本解析により、最大の許容熱負荷を達成するさいの諸熱交換面（円管形）の設計点、および最小重量を達成できる設計点等が理論的に与えられ、今後の諸熱交換装置や熱機関の熱負荷を受ける部分の限界設計に対する資料を与えることができよう。

2. 記 号

- d_1, d_2 : 管の内径, 外径
 m : ポアソン比
 p : 内圧
 q : 内面基準の単位面積, 単位時間当りの熱負荷または熱流束
 $w = W/Q$ 単位時間単位伝熱量当り伝熱面重量
 $w' = w/\gamma_s$
 x : 厚さ方向位置割合 $= X/JX$
 A : 伝熱面積 (内面基準)
 E : 縦弾性係数
 Q : 単位時間当りの総伝熱量
 T : 温度 (任意の位置)
 T_m : 平均温度
 T_1, T_2 : 内, 外壁温度
 $\Delta T'$: 平均温度からの差 $= T - T_m$
 W : 伝熱面の所要管材総重量
 X : 厚さ方向の座標
 JX : 肉厚
 α : 材料の線熱膨張係数
 β : 単位蒸発量当り鋼材最小重量
 γ, γ_s : 材料の密度
 ε : ひずみ (弾性ひずみ + 永久ひずみ)
 ε'' : 軟鋼の価格を1としたときの鋼材価格比
 σ : 応力
 σ_c : 応力し緩中に生じている最大応力
 σ_{cp} : プラスチックフロー開始時の σ_c
 σ_m : 内圧による引張応力
 σ_{m0} : σ_m の平均値
 σ_t : 熱応力
 σ_{t0} : 直線分布の熱応力の片側最大値
 σ_Y : 降伏点応力
 σ_{pm} : 材料の許容応力
 σ_{t0}' : 図13における熱応力幅
 λ : 材料の熱伝導度
 ϕ : (38)式による比

[無次元数]

$$c = \sigma_c / \sigma_Y, \quad c_p = \sigma_{cp} / \sigma_Y, \quad n = \sigma_m / \sigma_Y, \quad n' = \sigma_{m0} / \sigma_Y, \\ n_p = \sigma_{mp} / \sigma_Y, \quad t = \sigma_{t0} / \sigma_Y, \quad t' = \sigma_{t0}' / \sigma_Y$$

3. 定常熱応力による薄肉管におけるプラスチックフロー限界

3.1 Miller の考え方⁽⁴⁾

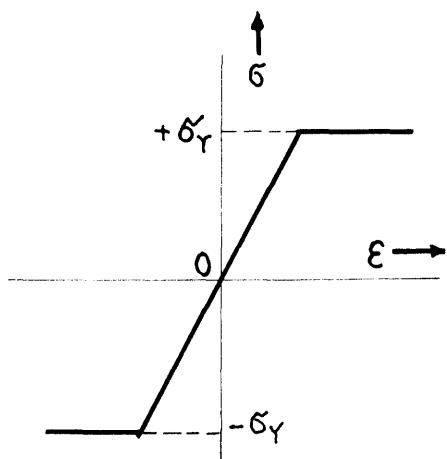


図1 $\sigma \sim \epsilon$ の関係

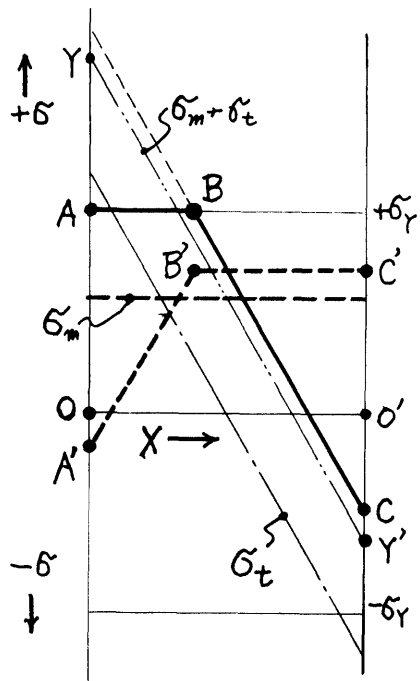


図2 厚さ方向の応力分布とその反転

「プラスチックフロー状態の限界」に関する Miller の考え方を説明する。まずその仮定は、

(1) 材料は展性材料であって、その応力対ひずみ線図は図1のような完全塑性性を示す。

(2) 薄肉管の管内部を平板に近似し、その平板は曲りに対しては拘束されているが長手方向に自由に伸縮できるものとする。しかしその伸縮に対して、板各部の実際伸縮率 (= 弾性ひずみ + 永久ひずみ + 熱膨張 =

$\epsilon + \alpha \Delta T$) は、板の厚さ方向には等しい値をとる。

(3) 熱負荷は長さおよび円周方向には均一分布している。

(4) 材料にはクリープが生じない。

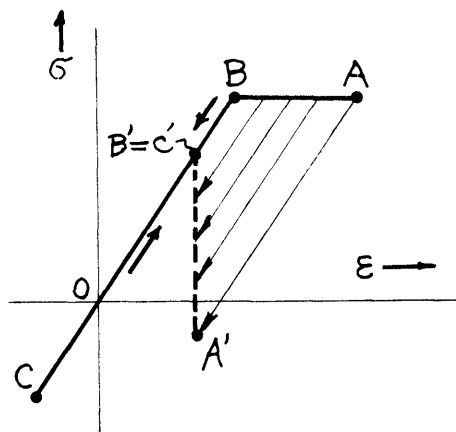


図3 $\sigma \sim \epsilon$ 平面上の応力分布とその反転 (図2に対応する)

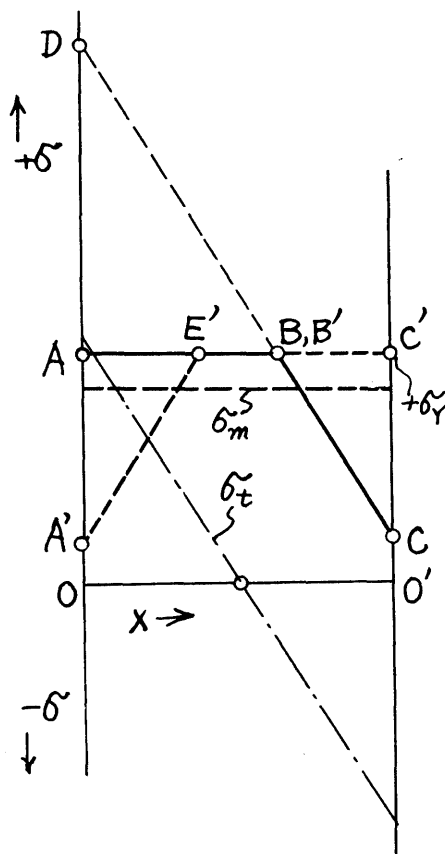


図4 初期降伏が過大なときの応力推移

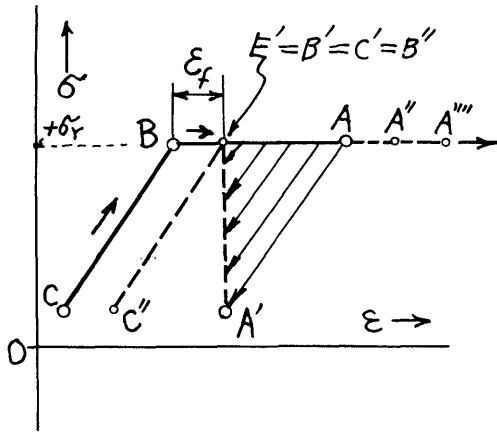


図5 図4に対応する応力推移の $\sigma \sim \epsilon$ 平面上の動き

とするものである。

いまこの板に、内圧による一様引張応力 σ_m と熱負荷による直線状分布の熱応力 σ_t とが図2のように重合されるものとする、その合成応力はそのままで同図の直線 YY' となる。しかし(図では左端の)最大値が σ_y より大きいときは、その近傍で局部的降伏が生じ、力のつりあいから応力は同図の折線 ABC のような平衡応力分布を示して安定する。このとき ABC 上の各点の、応力 σ とひずみ ϵ (ϵ は弾性ひずみと永久ひずみの和で、実際伸縮率から熱膨張成分 $\alpha \Delta T'$ を引いたものに等しい。しかし、実際伸縮率は板の厚さ方向に均一であるので、 ϵ はまた $-\alpha \Delta T'$ の分布に一定値を加えた形に分布しなければならない)の分布は図3の $\sigma \sim \epsilon$ 平面上で折線 ABC となり、 AB 間には永久ひずみが生じている。

いまここで板の平均温度と σ_m をそのまま等しく保ちながら、熱負荷を停止して熱応力成分と温度傾斜を除去すると、厚さ方向にすべての点の ϵ が等しい位置に帰らなければならないので、応力分布は図2の $A'B'C'$ のように反転する。またその反転における各点の σ および ϵ の値の移動は図3の矢印で示される。この反転後の応力分布の位置は力のつりあいきまってくる。

このような応力の反転にさいして、もし $B'C'$ の応力が弾性限界内にはいってくれば、第2回め以後の加熱および停止を繰返しても、応力分布は $ABC \rightleftharpoons A'B'C'$ を繰返すだけで新しい永久ひずみは現われず、材料の全部分は弾性限界内の応力幅で変動し、安定である。

しかし図4に示すように、初期平衡応力分布 ABC

の AB の長さが板の厚さの $1/2$ 以上であるときは、加熱停止後の反転応力は $A'E'C'$ のようになって、 $E'C'$ 間の応力は降伏点に達し、かつその間に応力反転による新しい永久ひずみが発生する。このときの各点の $\sigma \sim \epsilon$ 平面上での移動は図5に示すとおりであって、初め ABC であった各点は矢印の方向に動いて同一 ϵ 線の $E'A'$ 上に集中する。この $E'A'$ の位置は力のつりあいから求められ、 AB が板厚の $1/2$ 以上であれば、 E' 点の ϵ は B 点の ϵ を越えた位置にならざるを得ない。そして BC 間の材料にはすべて図5に示す ϵ_f に等しい永久ひずみが増えられる。いまこの平板に第2回めの熱負荷をかけると、 $\sigma \sim \epsilon$ の推移のヒステリシス性により新しい $\sigma \sim \epsilon$ の分布は図5の $A''B''C''$ のようになり、 B'' は E' と同じ位置をとる。ゆえにこの状態では第2回め以後の熱負荷の繰返しにより毎回永久ひずみ ϵ_f が材料のすべての部分に追加され、材料はどんどん伸びて行くわけである。この状態を Miller は単に「プラスチックフロー状態」と称していて、設計上避けなければならないとしている。

このプラスチックフロー限界は前記のように AB の長さが板厚の $1/2$ に等しくなるときであって、初期の σ_m と σ_t の値から求められ、いま σ_0 を σ_t の最大値(壁面とし)

$$n \equiv \sigma_m / \sigma_y, \quad t \equiv \sigma_0 / \sigma_y \dots\dots\dots(1)$$

とおくと、力のつりあい条件から、プラスチックフローを生じない範囲は簡単に求められ、

$$1 \geq n \geq 0.5 \text{ のときは}$$

$$n + \frac{t}{4} \leq 1 \dots\dots\dots(2)$$

$$0.5 \geq n \text{ のとき}$$

$$nt \leq 1 \dots\dots\dots(3)$$

となる、この限界線を図8の $n-t$ 平面上に示すと線 PQX となる。

以上のようなプラスチックフローは曲りだけを拘束され、自由に伸び得る部材において不均一温度分布が間欠的にかけられるときにだけ生じ、均一温度分布のときは発生しない。

3・2 材料に定常熱応力とクリープのあるときのプラスチックフロー限界

前節の Miller の考え方を、同一の仮定の下に、材料にクリープがあるときに延長してみる。材料のクリープに関する研究によれば、ボイラ鋼管に使用される材料の多くではその平均クリープ速度は応力の約五乗に比例して増加する。この関係による応力し 緩状態を、不均一応力場に対し厳密に解くことは相当難解で

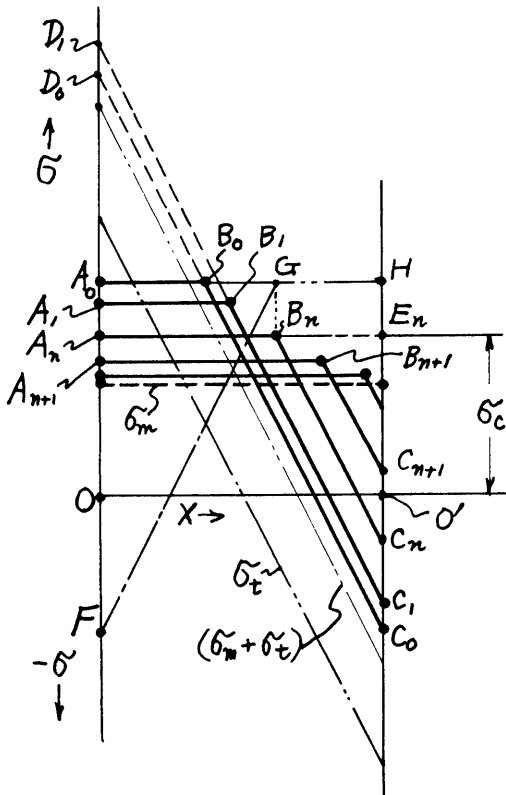


図6 クリープのあるときの応力し緩状況の近似

あるので、ここではクリープ速度が応力の高いところほど急激に速くなることに着目して、「不均一応力分布のあるときは、クリープはそのうちの応力最大の部分だけで発生しながら、応力し緩する」と近似仮定を行なう。

この考え方を図6で説明すると、同図で初期平衡応力分布が折線 $A_0B_0C_0$ であるときは、まず A_0B_0 間にだけクリープが生じて応力分布は $A_1B_1C_1$ にし緩する。さらに逐次 $A_1B_1C_1$, $A_{n+1}B_{n+1}C_{n+1}$ のように常に折線状を保ちながら進行するとするものである。各折線の上面の応力を σ_c とすると、 σ_c は初め σ_Y であるがしだいに減少してついには σ_m に一致して応力し緩が完了する。

同図で $\triangle A_0B_0D_0$ は初期の永久ひずみ成分の厚さ方向分布に比例し、 $\triangle A_1B_1D_1$ はクリープによる永久ひずみが増えられた全永久ひずみ成分の厚さ方向分布に比例する部分であるので、いま任意の時刻に熱負荷が停止したとき、応力反転によってプラスチックフローを開始する限界は、前節と同じ考え方で図6の A_nB_n の長さがしだいに増加し、 B_nE_n の長さがちょうどは

じめの A_0B_0 の長さより短くなり出す点である。 $B_nE_n = A_0B_0$ のときの反転応力は同図で $F'G'H$ のようになり、 $G'H$ 間は降伏点に達する。いまプラスチックフロー開始時の σ_c の値を σ_{cp} と置き、かつ

$$c_p = \sigma_{cp} / \sigma_Y \dots \dots \dots (4)$$

とにおいて、前の(2)、(3)式と同様な t, n 間の限界関係を求めると、

(a) $1+n < t \leq 1/(1-n)$ の範囲では図6のように初期状態で片側に降伏が生ずるだけであって、その領域を領域IIとすると、 $\sigma_c = \sigma_{cp}$ のときプラスチックフローが発生する限界点では、力のつりあいは

$$\begin{aligned} \Delta X \cdot \sigma_m &= \Delta x \cdot \sigma_{cp} - \frac{1}{2} B_n E_n^2 \frac{2\sigma_{t0}}{\Delta X} \\ &= \Delta x \cdot \sigma_Y - \frac{1}{2} (AX - B_n E_n)^2 \frac{2\sigma_{t0}}{\Delta X} \dots (5) \end{aligned}$$

である。(5)式から $(B_n E_n / \Delta X)$ を消去して無次元化し、プラスチックフローが生じない限界を求めると、

$$\sqrt{t} \leq \sqrt{1-n} + \sqrt{c_p - n} \dots \dots \dots (6) \text{ (領域II)}$$

となる。このときの c_p = 一定の曲線を図8の $t-n$ 平面上に図示する。

(b) $t > 1/(1-n)$ な領域では図7のように板の両側で初期降伏が生ずる(片側引張り、片側圧縮)範囲となり、その領域を領域IIIと称する。このさいのクリープ状態を厳密に考慮することは困難であるので、同図で常に $A_0A_n = D_0D_n$ で B_nC_n は B_0C_0 に平行であるように応力がし緩して行くものと近似する。このさいのプラスチックフロー発生条件は前と同じく $B_nE_n \geq A_1B_0$ であってプラスチックフローを発生しない範囲の $c_p = \sigma_{cp} / \sigma_Y$ と n, t との関係は、

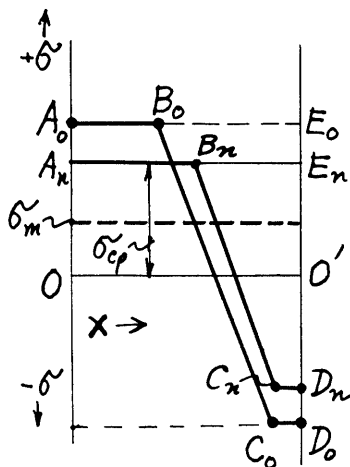


図7 両端近傍に初期降伏が生ずるときにのクリープによる応力し緩状況の仮定

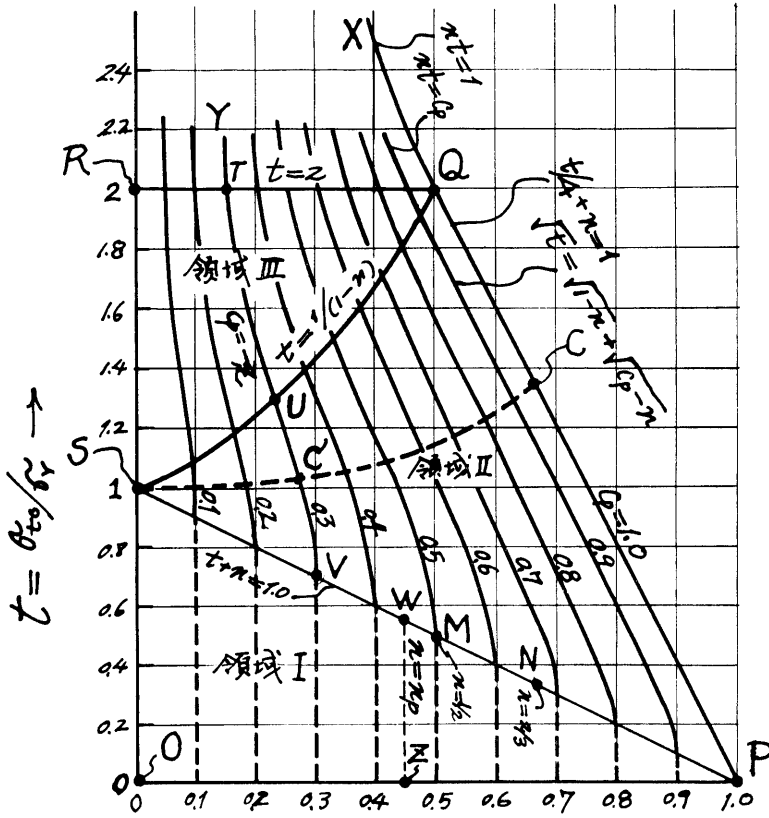


図8 n-t 平面上における各種限界線図 (図10参照のこと)

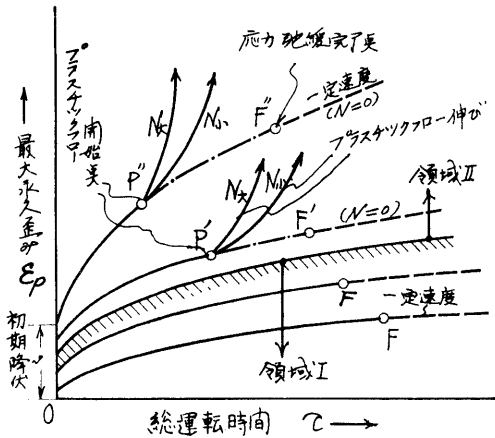


図9 永久歪みの生長状況

$n \cdot t \geq c_p \dots \dots \dots (7)$ (領域III)

で表わされる。その関係も図8に図示する。

(c) $t \leq 1+n$ のときは $\sigma_m + \sigma_{tc} < \sigma_c$ であって初期降伏が発生しない場合であり、これを領域Iと呼ぶ。このさいは(a)において $B_n E_n = 0$ のときに相当し、応

力し緩の全過程においてプラスチックフロー状態にはいることはない。

3.3 永久ひずみの生長状態

前節の考え方によって部材内に生ずる最大永久ひずみ ϵ_p (=初期降伏ひずみ+クリープ伸び) の生長状況を、横軸に熱負荷保持時間(停止期間分を除く)をとって図示すると図9のようになる。すなわち、 t, n の組合せが領域Iのときは、 ϵ_p の値は単純に増加し、かつその生長速度を減じて、ついにF点で応力し緩を完了し、その後はその点の応力に相当する一定クリープ速度で生長する。その間に熱負荷発停があってもプラスチックフローは生じない。

領域II, IIIのときは、初めは単純なクリープ伸びを続けるが、応力し緩がある程度進行して、そのときの t と n の値に対応する σ_{cp} の値以下に最大応力 σ_c が低下する P' 点に到達すると、それ以後の熱負荷の発停によって毎回プラスチックフローによる伸びを発生し始め、単位時間当り発停回数 N の大小に応じて、図のように急激に伸びが進行する。もし $N=0$ のときは、そのまま鎖線に沿って伸びが進行し、応力し緩が完了するF点に至った後は伸び速度は一定になる(ただし材料がクリープ速度一定である期間だけ)。

P' 点に至るまでの期間中は熱負荷の発停があっても、プラスチックフローは発生しないので材料はいちおう健全であるとみなせるので、その時間を健全時間 τ^* とすると、 τ^* は σ_p の値、すなわち c_p の値の小さいほど長く、かつ簡単な考察により c_p の値が一定のときは τ^* の値はほぼ一定である。

4. 応力ヒステリシス発生および熱疲れによる熱応力限界

熱疲れに関する研究〔たとえば文献(5)〕によると、

同一材料が一定ひずみで繰返し均一熱応力を受けると、ある回数 N 以上で材料にひびわれや欠陥を生じて破壊することが示されており、その判定の目安は応力-ひずみの関係が σ - ϵ 平面上で描くヒステリシスの大きさであるとされている。

まず図1のような性質をもつ完全塑性材料を考えると、クリープが発生しないとき、第2回め以後の熱負荷の繰返しにたいしてすべての部分が弾性限界内で応力を反転してヒステリシスを描かない範囲は明らかに $t \leq 2 \dots \dots \dots (8)$

であって、プラスチックフローを生じない範囲でも $t > 2$ のときは壁の両壁近傍で応力-ひずみはヒステリシスを描く部分が生じてくる。

またクリープの発生を考えると、領域Ⅲでは $t \leq 2$ であっても、引張方向の永久ひずみが生長した部分に、応力反転時に逆に圧縮降伏が生じて、クリープによってできた永久ひずみを打消すため、負荷の発停ごとに毎回クリープと降伏とを繰返し、応力-ひずみ線図上で一種の毎回ヒステリシスを生ずる場合がある。プラスチックフローを発生するまでに（健全時間内に）この毎回ヒステリシスを発生する領域は、さきの図7におけるし緩応力の反転を考察することにより、領域Ⅲの全域と一致し、

$$t \geq 1 + c_p \dots \dots \dots (9)$$

である。(8)式および(9)式の限界は図8における直線RQおよび曲線SQになる。

実際の材料では弾性限度が図1のようには確然としていない上、バウシinger効果による反転応力の早期降伏が生ずるので、問題は複雑である。しかしボイラの発荷発停回数はその種類、用途によって異なるが、1日1回たくボイラでもその寿命の間で最高5,000くらいであって、 $N=5,000$ で材料に破壊をもたらす相当熱応力振幅 σ_t の値は諸資料によると相当高くてもよく、 σ_r の値の少なくとも2.3~2.5倍以上である。

我々のモデルにおける $t=2$ の線は、またその壁面における熱応力振幅が σ_r の値の2倍であることを意味するので、安全側を考慮して、(8)、(9)式による限界は実際の材料における熱疲れ限界と考えてよいと思う。

5. 定常熱応力とクリープを考えた許容 n - t 限界の総まとめ

以上の種々の制限線はすでに図8の t - n 線図上に示されているが、それをさらにわかりやすくするため、図10に図8をみるための t - n 線図説明図を描く。図10上の諸記号は図8と同じである。

同図にて、

(1) PQXはクリープのないときでもプラスチックフローが発生する下限界

(2) RQはクリープがなくとも毎回ヒステリシスが発生する下限界

(3) VUTYは、 σ_{cp} まで最大応力がし緩するまでにプラスチックフローが発生する下限界

(4) SQは σ_{cp} まで最大応力がし緩するまでにクリープと降伏が交互に生ずるヒステリシスを発する下限界

(5) PSはクリープがあるとき、応力し緩が完了してもプラスチックフローを生じない上限界

(6) WZは応力し緩完了後の熱負荷時一様応力 (σ_m に等しい) が別に与えられるある許容応力 σ_{mp} をこえる限界 (ただし $n = n_p \equiv \sigma_{mp} / \sigma_r$) 等の諸制限である。以上の考察から、

〔ケース1〕 材料にクリープを生ずる温度範囲であっても、総使用時間が短いか、もしくは停止回数がきわめて少ないボイラの伝熱面では、前者では健全時

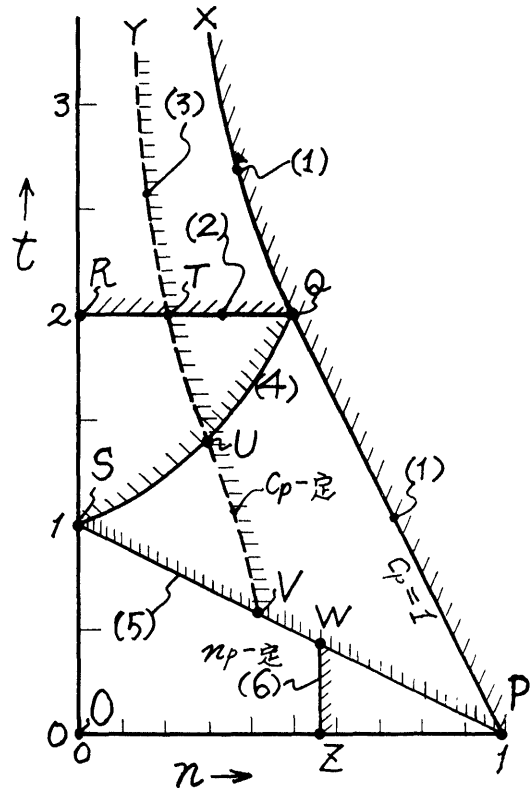


図10 t - n 平面における各種限界の説明図 (図8に対応する)

間から、後者では単純クリープ伸びから適当な c_p の値を選んで領域Ⅱを使用することが可能で、そのさいの熱応力と内圧による応力の許容領域は図10で図形 OSUVWZ となる。

〔ケース2〕 また使用時間が長いか、発停回数が多いボイラで、かつ材料にクリープのある温度範囲の伝熱面では、許容領域は図形 OSWZ の範囲となる。

〔ケース3〕 材料にクリープを考えなくてよい場合（一般に400°C以下）の伝熱面では、図形 OSUQP の全域が許容領域となる。

6. 薄肉管における最大熱負荷設計と最小重量設計

6.1 表面熱負荷と管総重量の $t-n$ による表示

いま内径 d_1 と内圧 p が与えられているが、肉厚 ΔX と熱負荷 q とが自由に選べる薄肉管においては、逆に管板に生ずる定常熱応力 σ_{t0} と内圧による応力 σ_m 、すなわち t および n を与えることにより q と ΔX 、および管総重量 W 等がきまってくる。

但しまず非定常熱負荷を考慮しない場合を本章で扱い、考慮する場合については後章でのべることにする。

定常熱伝導と熱応力の関係式より薄肉管を平板近似して

$$t = \frac{\sigma_{t0}}{\sigma_Y} = \frac{\alpha E m}{2\lambda(m-1)} \cdot \frac{q \cdot \Delta X}{\sigma_Y} \dots\dots\dots(10)$$

また薄肉管では、内圧による引張応力を計算すると

$$n = \frac{\sigma_m}{\sigma_Y} = \frac{d_1 p}{2\sigma_Y \cdot \Delta X} \dots\dots\dots(11)$$

で、(10)、(11)式から ΔX を消去すると q の値は

$$q = 2nt \frac{2\lambda(m-1)}{\alpha E m} \frac{\sigma_Y^2}{p d_1} \dots\dots\dots(12)$$

となり、いま

$$\Omega = \frac{2\lambda(m-1)}{\alpha E m} \frac{\sigma_Y^2}{p d_1} \dots\dots\dots(13)$$

と置くと Ω は与えられた p 、 d_1 および材料性質できまる定数で q は、

$$q = 2nt \cdot \Omega \dots\dots\dots(14)$$

と置くことができる。

図11の $t-n$ 平面上に q =一定なる関係を与える双曲線群を示す。熱応力が一定でも n の値が変わると肉厚が変るので q の値は変化する。

いまこの薄肉管で形成される、伝熱面積 A 、総伝熱量 Q (単位時間当たり)なる伝熱面があるとすると、その管の総重量 W は

$$W = \Delta X \cdot A \cdot \gamma \dots\dots\dots(15)$$

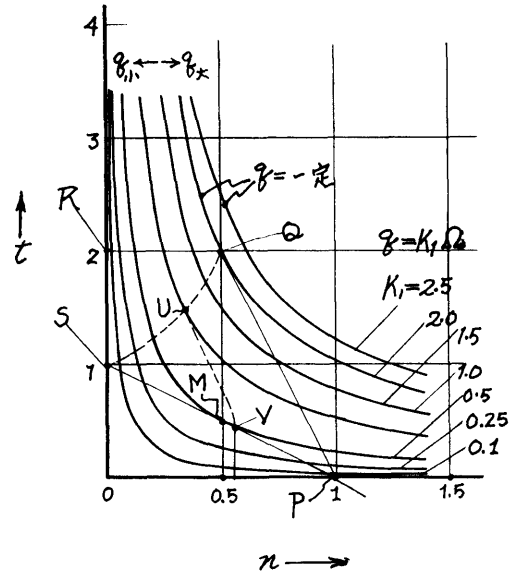


図11 $t-n$ 平面上における q =一定、の曲線群

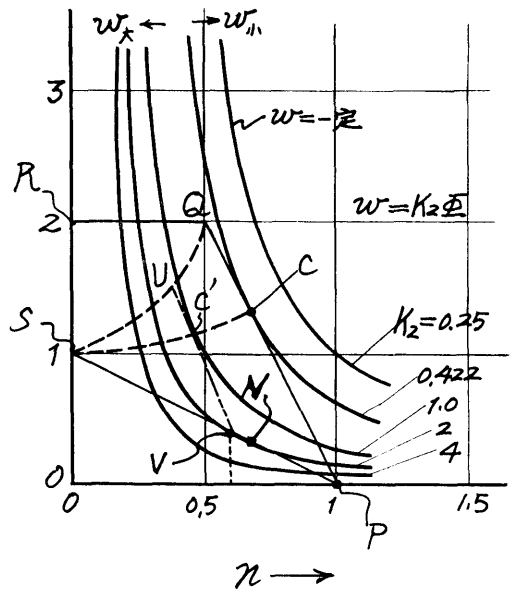


図12 $t-n$ 平面上における w =一定、の曲線群

$$Q = Aq \dots\dots\dots(16)$$

なる関係と(11)、(14)式とから

$$W = \frac{Q \cdot \gamma \cdot \alpha E m}{2\lambda(m-1)} \frac{d_1^2 p^2}{\sigma_Y^3} \frac{1}{4n^2 t} \dots\dots\dots(17)$$

で表わされる。いま

$$\Phi = \frac{\alpha \cdot E \cdot m \cdot \gamma \cdot d_1^2 p^2}{2\lambda(m-1) \sigma_Y^3} \dots\dots\dots(18)$$

とおくと、 Φ は Ω と同様与えられた条件だけできまる定数で、単位時間単位伝熱量あたりの管重量 w は

$$w = \frac{W}{Q} = \frac{\phi}{4n^2t} \dots\dots\dots(19)$$

で表わされる、図12に n - t 平面上で同一の w が得られる曲線群を示す。 t および n の値が増すにつれて w の値は減少する。

(12式および(17式)によって得られる重要な示唆は「 n と t の値をそれぞれある値に一定にして伝熱面を設計する限り、その許容熱負荷は p と d_1 の積に反比例し、またその最小所要管重量は p と d_1 の積の二乗に比例して増大する」という点である。また使用温度による影響は σ_Y その他の物性値の変化から計算できる。 n と t の値のとり方は次節で示される。

6・2 許容 n - t 領域内における最大熱負荷設計点 (q_{max} 設計点)

図11と図10とを重ね合わせることにより、任意の与えられた設計条件に対応する許容 n - t 領域内で最大熱負荷を与える点 (q_{max} 設計点と呼ぶ) を求めることができる。〔ケース1〕のときは $c_p \geq 0.25$ であれば U V 線は U 点で最大の q に対応する q =一定の線に接するので、U 点が q_{max} を与える。 $c_p < 0.25$ のときは U 点と W 点とにおける n, t の積の大きいほうが大きい q_{max} を与える。〔ケース2〕では $n_p \geq 1/2$ では $n=t=1/2$ なる M 点、 $n_p < 1/2$ では S P 線上の W 点 ($n=n_p$) が q_{max} を与える。〔ケース3〕では Q 点が q_{max} を与える。いずれの場合でも q_{max} は

$$q_{max} = K_1 \Omega \dots\dots\dots(20)$$

の形に与えられる。ここで

$$K_1 = 2nt \dots\dots\dots(21)$$

であっておのおののケースによって値が異なる。 K_1 の値は図11からも読めるが、別に表1に代表的なケースにつき、 c_p または n_p 等の値による計算式として示しておく。

6・3 許容 n - t 領域内における最小重量設計点

図12と図10とを重ね合わせることにより、上と同様にして管の総重量を最小とする w_{min} 設計点が求められる。 w_{min} の位置は必ずしも q_{max} の位置と一致しない。

まず予備的近似計算によって、図8および図12のように、 t - n 平面上に

$$t = 1 + \frac{1}{2} c_p^2, \text{ および } n = c_p - \frac{1}{3} c_p^2 \dots\dots\dots(22)$$

なる座標をもつ S C 曲線を引いたとき、 c_p =一定の線 U V は、それが S C 曲線と交わる C' 点において最小の w を与えるところの w =一定の曲線と接することがわかっている。また P S 線は $t=1/3, n=2/3$ なる

N_0 点で最大の w を与え、かつそのときの w =一定の曲線は S C 線と $c_p=0.44$ の点で交わることもわかる。

ゆえに〔ケース1〕で $c_p \geq 0.44$ のときは C' 点が w_{min} 設計を与える。また、 $c_p < 0.44$ のときは C' 点と W 点における n^2t の値を比較し、その大きいほうが最小の w_{min} を与える点である。

〔ケース2〕で $n_p \geq 2/3$ のときは N_0 点が w_{min} を与える。また $n_p < 2/3$ のときは W 点 ($n=n_p$) が w_{min} を与える。

〔ケース3〕は〔ケース1〕で $c_p=1.0$ ときに相当し、C 点 ($n=2/3, t=4/3$) で w_{min} が与えられる。いずれのケースでも w_{min} は

$$w_{min} = K_2 \phi \dots\dots\dots(23)$$

の形で与えられ、ここで

$$K_2 = 1(4n^2t) \dots\dots\dots(24)$$

であって、 K_2 の値は図12からも読めるが、別に表1に c_p, n_p 等による K_2 の値および計算式を示しておく、

また同表1には肉厚の代りに

$$\Delta X = K_3 \frac{p d_1}{2 \sigma_Y} \dots\dots\dots(25)$$

とおいたときの K_3 の値とその計算式を示しておく。

7. 厚肉管における厚肉の影響

7・1 プラスチックフロー限界に対する厚肉の影響

今までの計算はすべて薄肉管を平板近似して解いたが、厚肉管のとき、その外径対内径の比 $\kappa = d_2/d_1$ の値のプラスチックフロー限界に及ぼす影響について調べてみる。(非定常熱応力を考えない場合)

その影響はまず応力分布が曲線であるため応力反転機構が複雑になることと、肉厚および q に対応する n, t の表示が(10), (11)式よりも複雑化することに現われてくる。

まず前者について解析してみる。最初はクリーブが生じていないときを考え、かつ図13のように、曲線状の σ_m と σ_t とが重合されて A B 間に降伏が生じたときの B C 間の応力分布は、降伏が生じないとしたときの $(\sigma_m + \sigma_t)$ の形をそのまま上方に平行移動した形に一致すると近似仮定する。

いま管内の厚さ方向の位置割合を x (内壁で $x=0$, 外壁で $x=1$) とし、 σ_m および σ_t が図14(a), (b) のような単調曲線分布しているとき、任意の x に対して両図でハッチングを施したそれぞれの部分の面積を x の関数として計算し、 L_1, R_1, L_2, R_2 とする。

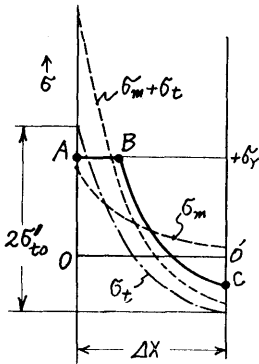


図13 曲線状の応力分布における降伏の発生状況

ある σ_m と σ_t の組合せに対して第1回目の加熱停止時からプラスチックフローが生ずる限界点は、図14(c)のように、加熱時平衡応力がABC、加熱停止時の反転応力がA'B'C'の形するとき、B点とB'点が降伏応力線上で一致することである。

このときB点の位置割合を x とすると、力のつりあいと応力の合成方向の考察から

$$L_1(x) - L_2(x) = R_1(x) + R_2(x) = \sigma_Y - \sigma_{m0} \quad (26)$$

となる。ここで σ_{m0} は内圧による機械的応力の厚さ方向の算術平均値で、実際の厚肉管においては、

$$\sigma_{m0} = p d_1 / (\kappa - 1) \quad (27)$$

である。さて厚肉管における弾性理論による σ_m と σ_t の値から L_1, R_1, L_2, R_2 等を x の関数として表現して(26)式に代入した後 x を消去すると、薄肉管のときと同様な形で、

$$n' = \sigma_{m0} / \sigma_Y \text{ および } t' = \sigma_{t0}' / \sigma_Y \quad (28)$$

のプラスチックフロー限界の関係が κ をパラメータとして求まる。ここで σ_{t0}' は図13に示すように、熱応力が単独で存在するとした時の両壁間の熱応力差の半分である。

計算結果だけを示すと図15のようになり、 $x=1.0$ のときは薄肉管の場合と一致するが、 κ が大きくなるにつれて限界線はわずかであるが上昇する。 t が2から1の間でこの限界線を近似すると

$$t'/4 + n' \approx 1 + 0.1(\kappa - 1)^2 \quad (29)$$

となり、(2)式と比較すると上式の右辺が曲線状応力分布の影響を示す項となっている。

クリープを考えたときもその影響は同じであると近似し、その限界線は図8の c_p = 一定の線がすべて $[1 + 0.1(\kappa - 1)^2]$ だけ上方に移動したものに等しいと考える。

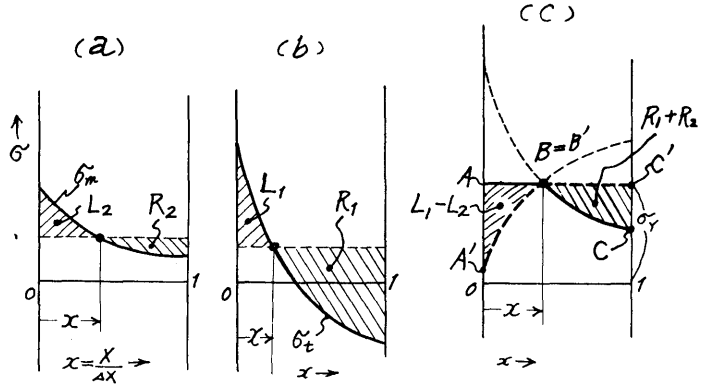


図14 σ_t と σ_m の分布が曲線分布のときのプラスチックフロー限界の考え方

7.2 q_{max} および w_{min} の値に対する厚肉の影響

厚肉管における n', t' を厳密弾性解で表示すると

$$n' = \sigma_{m0} / \sigma_Y = p / (\kappa - 1) \cdot \sigma_Y \quad (30)$$

$$t' = \frac{\sigma_{t0}'}{\sigma_Y} = \frac{m a E q_1 d_1}{2(m-1) \lambda \sigma_Y} \ln \kappa \quad (31)$$

であって上の2式と前小節の限界線から薄肉管と同様な方法で c_p = 一定に対する q_{max} と w_{min} 設計点の計算を行なった。いま

$$B = [(c_p + 1) / 2c_p] \cdot p / \sigma_Y \quad (32)$$

と置いて、 B の四乗以上を省略し、表1の薄肉管の値に対するこの厚肉の場合の補正項の計算結果を B の多項式で表示すると表2のようになる。

通常の高圧ボイラでは B の値は0.3以下であるか

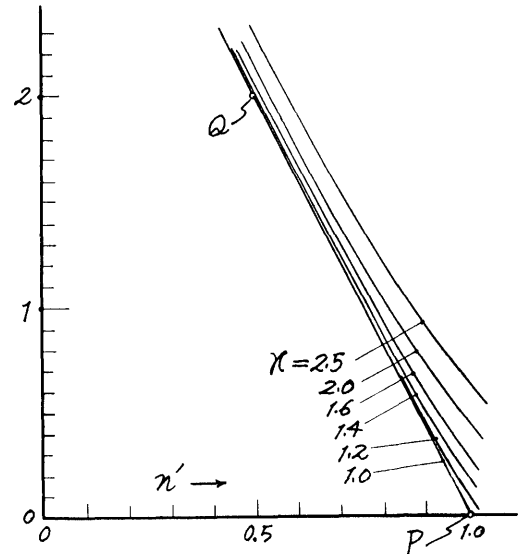


図15 クリープのない厚肉管におけるプラスチックフロー限界

表1 代表的な設計点の n , t , K_1 , K_2 , K_3 の値もしくは計算式 (薄肉管)

ケース	設計種類	図8上の位置	n	t	K_1	K_2	K_3
1	q_{\max} 設計	SQ線上のU点	$\frac{c_p}{c_p+1}$	c_p+1	$2c_p$	$\frac{c_p+1}{4c_p^2}$	$\frac{c_p+1}{c_p}$
1	w_{\min} 設計	SC線上のC'点	$c_p(1-\frac{1}{3}c_p)$	$1+\frac{1}{3}c_p^2$	$2c_p(1-\frac{c_p}{3})(1+\frac{c_p^2}{3})$	$\frac{1}{4c_p^2(1-\frac{c_p}{3})^2(1+\frac{c_p^2}{3})}$	$\frac{1}{c_p(1-\frac{1}{3}c_p)}$
2	q_{\max}, w_{\min} 設計	SP線上のW点	n_p	$1-n_p$	$2n_p(1-n_p)$	$\frac{1}{4n_p^2(1-n_p)}$	$\frac{1}{n_p}$
2	q_{\max} 設計	M点	0.5	0.5	0.5	2,000	2.0
2	w_{\min} 設計	N点	0.666	0.333	0.444	27/16=1.688	1.5
3	q_{\max} 設計	Q点	0.5	2.0	2.0	0.500	2.0
3	w_{\min} 設計	C点	0.666	1.333	1.777	27/64=0.447	1.5

表2 薄肉解 (表1) に対する厚肉の影響の補正項

	ケース1の q_{\max} 設計点に対するもの (U点)	ケース1の w_{\min} 設計点に対するもの (C'点)
n	$1-0.5B+0.733B^2+0.033B^3$	$1+0.2375B^2-0.1463B^3$
t	$1+0.5B+0.066B^2+0.60B^3$	$1+0.1B^2+0.281B^3$
K_1	$1+0.543B^2+0.966B^3$	$1+0.3375B^2-0.1347B^3$
K_2	$1+0.5B-1.282B^2-2.749B^3$	$1-0.575B^3-0.5736B^3$
K_3	$1+0.5B-0.433B^2+0.5166B^3$	$1+0.1625B^2+0.1406B^3$

ら、同表の結果によると、厚肉の影響は、 q_{\max} で20%以下、 w_{\min} で5%以下である。 q_{\max} や w_{\min} の計算には不確実な物性値を含むことが多いので、実用上超高圧のとき以外は薄肉仮定で十分であるといえよう。

8. 実例計算

多くの場合に対する実例計算は別の機会にゆずり、ここでは2例だけを示しておく。

(1) STB 52D鋼管 (AISI 321 ステンレス) にて、 $p=300\text{kg/cm}^2$, $d_1=20\text{mm}$, $T_m=600^\circ\text{C}$ の時は、 $E=1.5\text{m}\times 10^6\text{kg/cm}^2$, $m=3.3$, $\alpha=17.5\times 10^{-6}/^\circ\text{C}$, $\gamma=7820\text{kg/m}^3$, $\lambda=20\text{kcal/mh}^\circ\text{C}$, $\sigma_y=14\text{kg/mm}^2$ とし、 σ_{mp} の値としては在来のいわゆる材料許容応力を採ると $\sigma_{mp}=6.8\text{kg/mm}^2$ であるから、〔ケース2〕

の q_{\max} 解 (w_{\min} 解とも一致) は $n_p=0.485$, $q_{\max}=1.73\times 10^3\text{kcal/m}^2\text{h}$, $w_{\min}=2.0\times 10^{-2}\text{kg/kcal/h}$ となる。

(2) STB 42 D 鋼管 (2 $\frac{1}{4}$ Cr鋼) にて $p=300\text{kg/cm}^2$, $d_1=20\text{mm}$, $T_m=400^\circ\text{C}$ のときは同様に $q_{\max}=7.2\times 10^3\text{kcal/m}^2\text{h}$, $w_{\min}=3.06\times 10^{-3}\text{kg/kcal/h}$ となる。

ボイラの過熱管における今までの最高熱負荷は約 $10^3\text{kcal/m}^2\text{h}$, ふく射伝熱面では約 $5\times 10^3\text{kcal/m}^2\text{h}$ くらいで、上の2例によるといづれもまだ許容熱負荷以内である。しかしさらに超高圧ボイラとなると許容 q_{\max} はさらに小さくなるので問題になってくることがわかる。

(3) 貫流ボイラの重量限界への応用

いま完全に円管伝熱面だけで構成される貫流ボイラ

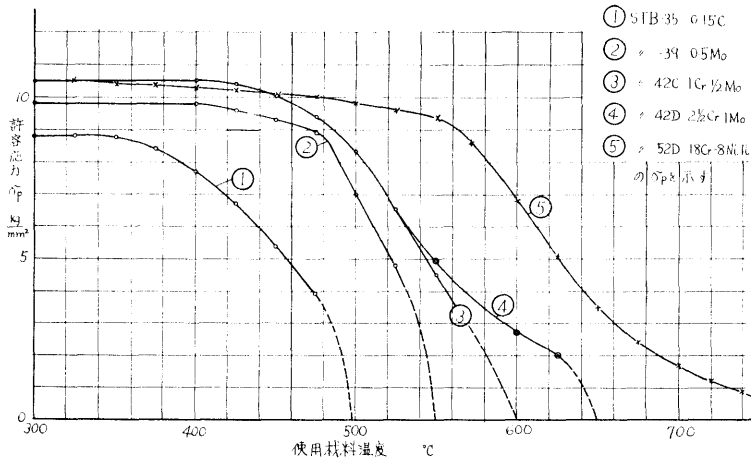


図16 A 代表的鋼材管の σ_p の理論計算値

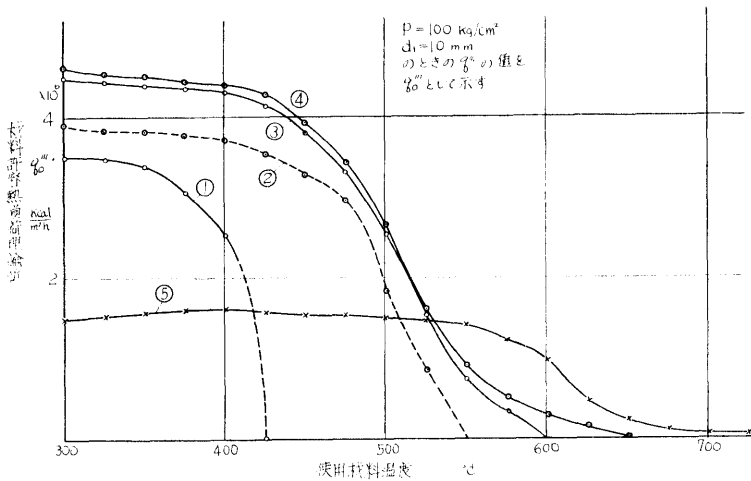


図16 B 代表的鋼材管の20式による q_{max}''' の理論計算値

を考え、それに対し、5ケの代表的鋼種を選んで、各温度におけるそれぞれの許容応力を σ_p とするとき、 σ_p としては在来の材料許容応力をそのまま取って図16Aに示す。

その σ_p 及び各材料の α, E, λ, m を使用し20式において $K_1=2.0$ (ケース3. q_{max} 設計) で計算した $p=100\text{kg/cm}^2, d_1=10\text{mm}$ の管に対する許容熱負荷 q_{max} を同図16Bに示す。また23式 (ケース2, w_{min} 設計) より計算した同一の伝熱量に対する最小所要鋼材容積比 w' を図17Aに示す、ただし

$$w' = w / \gamma_s \dots\dots\dots (33)$$

である。

また図17Bには (価格比×重量比 = $\epsilon''w$ の値を示す)。

$$(36)$$

価格比 ϵ'' は軟鋼に対する価格の比であって、その値は同図の説明部に示す通りである。

同図によると、オーステナイト鋼管は約640°C以上とならないと不利であることがわかり、高温において有利な材料であるためには σ_p が大きいと同時に価格比が低いことが重要な要素であることがわかる。

9. 非定常熱応力の導入

以上の各章の解析は全く定常熱負荷による定常熱応力だけを考慮したものであるが、実際の機器には負荷の増減、急発停時に生ずる非定常熱応力が必ず存在する。これらの非定常熱負荷をどのように考慮するかについて解析しておく必要がある。

さて実際の非定常熱応力の挙動は、管内外の境界条件の変化が複雑であるので詳細に知ることは難かしい。

しかし、熱応力の値が重要となるのは材料温度が最も高温となった期間であるので、ここでは問題を単純化するため、壁温度を上昇するさいの熱応力を考えるものとする。すなわちつぎの状況を仮定する。

- (1) 管材を肉厚 JX なる板とし二次元近似をする。
- (2) 圧力は低温時にすでにかかけられていて、かつ常に存在するものとする。
- (3) すでに解かれている条件を利用するため、熱負荷の変化を壁温度が一定時間率で上昇する場合に置換する。(実際は熱負荷を制御する場合が多いが、そのさいの熱応力については計算例が見あたらなかった。)

一般に片側断熱壁の他側の壁面温度が、 $J\tau_s$ 時間に一定時間率で温度差 ΔT_s だけ上昇したとすると、最

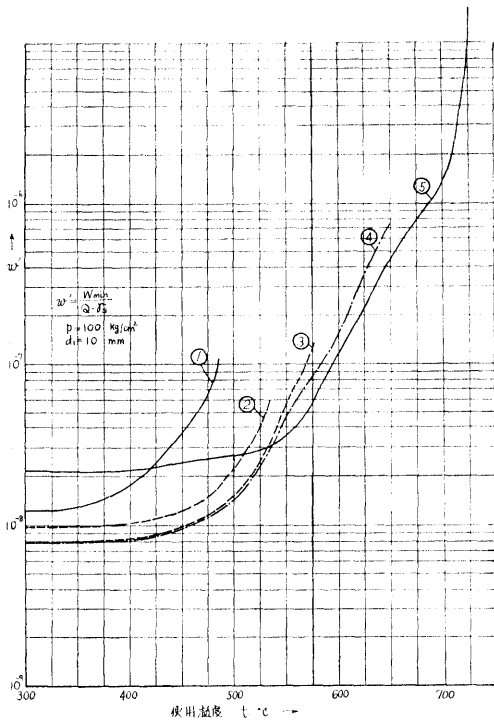


図17A 所要鋼材重量の比較常数 w' の理論値

大熱応力 σ_s は温度上昇終了時点において生ずる。
いまその ΔT_s と σ_s に対する無次元時間 τ_s^* および無次元熱応力 σ_s^* をつぎのように定義する。

$$\tau_s^* = \lambda \tau_s / \gamma C_p \Delta X^2 = a \tau_s / \Delta X^2 \quad (34)$$

$$\sigma_s^* = \sigma_s \left(1 - \frac{1}{m}\right) / E \alpha \Delta T_s \quad (35)$$

ここで a は温度伝導率である。

τ_s^* と σ_s^* の間には図18のような関係があり、加熱壁表面の熱応力のほうが断面より大きい。

いま図18に示される加熱側の熱応力曲線を

$$\sigma_s^* = \xi(\tau_s^*) \quad (36)$$

と置くことにし、さきの反定によって加熱終了時には最大定常熱負荷 q_{max} が同時に達成されていると仮定すると、非定常熱応力と定常熱応力の両者を加味した実際最大熱応力と、定常熱応力だけしか考えないときの最大熱応力の比 ϕ は、

$$\phi = \frac{\sigma_s + \sigma_{t0}}{\sigma_{t0}} = 1 + 2\xi(\tau_s^*) \frac{\Delta T_s \cdot \lambda}{q \Delta X} \quad (38)$$

となる。

通常のボイラ等の機器では通常の運転では ϕ の値は1に近いので、あまり問題としないでよいが、特殊な機器や誤操作が生じたさいは ϕ は大きくなり、もし常に ϕ が極めて大きい機器では、前章までの最大

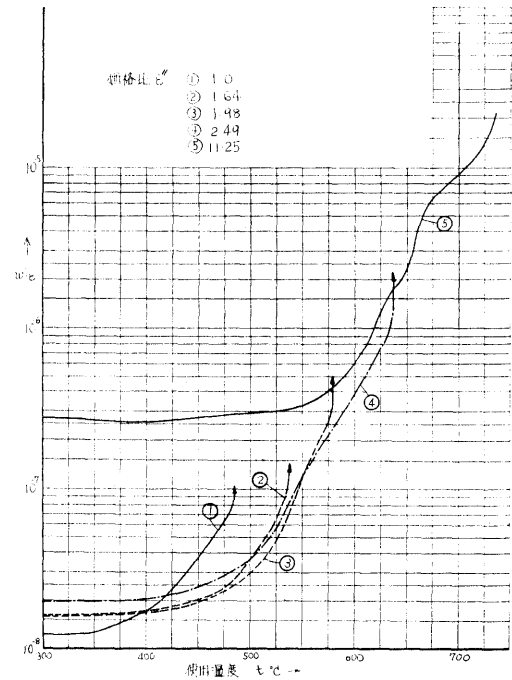


図17B 価格比 ϵ を乗じた所要鋼材価格比 $w' \cdot \epsilon'$

熱負荷による定常熱応力の代りに、非定常熱応力による壁材料の挙動が問題とされなければならない。

過渡変化時にはクリープが生じないので、過渡変化による非定常熱応力とクリープの両者を今までの解析に厳密に導入するのはかなり困難である。しかしクリープを全く考慮しないでよい場合の許容最大熱負荷 q に対しては、今までの章のクリープを考えない諸式によって生ずる q_{max} に対し

$$q = q_{max} / \phi \quad (39)$$

なる安全率を入れればよい。

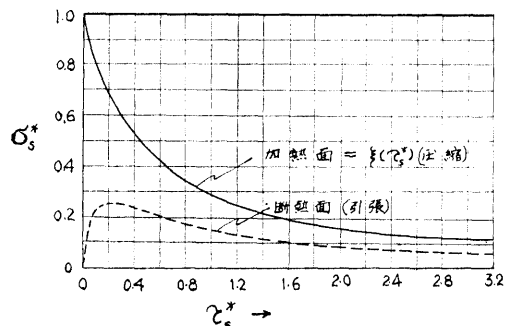


図18 板の片面温度を時間に対し直線的に上昇させたときの最大熱応力の無次元表示 (板の曲がり拘束する場合)

なお図18の延長より、少くとも通常の機器の温度変化に対し $\tau_s^* \geq 10$ のときは非定常熱応力を十分無視できる。それに対する τ_s は34式より

$$\tau_s \doteq \frac{10 \Delta X^2}{a} \dots\dots\dots (40)$$

で知ることができる。一例として軟鋼及びステンレスにたいしては $a \doteq 0.05$ 及び $0.01 \text{ m}^2/\text{h}$ であるので、 ΔX の単位としていま mm をとり、 τ_s の値を分で示すときは、非定常熱応力が無視できる温度変化時間 τ_s は

$$\begin{aligned} (\tau_s \text{ in minute}) &\doteq 6 \times 10^{-3} (\Delta X \text{ in mm})^2 \dots\dots\dots \\ &\dots\dots\dots \text{…(軟鋼)} \\ &\doteq 3 \times 10^{-2} (\Delta X \text{ in mm})^2 \dots\dots\dots \\ &\dots\dots\dots \text{…(ステンレス材)} \\ &\dots\dots\dots (41) \end{aligned}$$

で計算できる。厚さが約 20mm を超すと急激に τ_s が増加することがわかる。

10. 結 言

以上のように、管壁内に生ずる定常熱応力とクリープによる応力し緩を考慮することにより、プラスチックフローや応力ヒステリシスを発生しない条件での許容最大熱負荷と、最小重量設計点等を導出した。計算式等によれば、とくに高温高圧ボイラの伝熱面に対しては従来の「温度による熱負荷限界」以外に本論文の種類熱負荷限界も考慮されなければならないことが

示される。

本報告の議論はまだおおまかな近似仮定に基づくものであって、金属の微視的な挙動や、その性質の経時変化、腐食の影響などのことが考慮されてない上、実験的にも証明されていない仮説的なものであるが、ボイラ伝熱面ばかりでなく、一般に高い熱負荷によって板の厚さ方向に強い不均一熱応力場を生ずる各種の機械部分や伝熱装置の熱設計に対して、なんらかの目安を与えるものであれば幸いである。

また第8章においては、非定常熱応力の概略を与える計算式を示したが、その重合による諸問題は今後の研究対象となるであろう。

また、領域Ⅱにおける材料の健全時間の長さ、熱負荷の発停に伴う熱衝撃の影響の程度、および実際の材料における他の数値例とその応用等に関しても今後の研究を行いたい。

なお、本研究前半に御討論と御助言を賜った東京大学 鶴戸口教授に厚く謝意を表したい。

文 献

- (1) 一色・寺野・多賀・大原, 機械学会誌, 65-519(昭37-4), 505.
- (2) D. J. Bergmann, Trans. ASME, 78-5(1956-6), 1011.
- (3) J. S. Blair, Engineering, 179 (1955-2-8), 205.
- (4) D. P. Miller, GE社 KAPL-1955 (1958-8).
- (5) C. F. Coffin, Trans. ASME, 76 (1954), 931.