

# 自動平衡式抵抗動力計について

武井 幸雄\*

## Automatic Balancing Resistance Dynamometer

By

Yukio Takei

The resistance dynamometer working in the Mitaka No. 2 Ship Model Experiment Tank of the Ship Research Institute has a remote control equipment, an automatic balancing system and digital displays.

In this paper the resistance dynamometer is discussed mainly from a point of view of dynamic characteristics.

Transfer functions of balance and servo-moter systems are calculated. It was found that the transfer function of the dynamometer was expressed by the simple equation of the third degree in taking account that the time constant of the servo-moter system is nearly equal to zero and the characteristics of the dynamometer could be easily estimated from this equation of the third degree.

Under the critical damping condition which is obtained by adjusting the oil-damper, the dynamometer has the moderate response with good accuracy in a case of usual resistance tests.

### 1. まえがき

三鷹第2船舶試験水槽では、水槽試験の自動化、精度の向上を目標として、模型船抵抗動力計に自動平衡、デジタル表示記録方式を採用した。水槽試験の省力化、計測の客観性の重視を考えれば、今後ますます計測の自動化が進むものと思われる。ここに自動平衡式抵抗動力計の動特性に関する考察と実際の試験結果を報告して今後の設計の資料と致したい。

### 2. 装置の概要

#### 2.1 要 目

容 量 20 kg

主要寸法 高さ 2.58m, 幅 0.70m, 長さ 1.80m

重 量 約 1200kg

方 式 自動平衡 デジタル表示記録

常用模型船 長さ 7m, 排水量 1.5 m<sup>3</sup>~2.5 m<sup>3</sup>

外観を写真1に示す。最上部に自動平衡天秤が収められている。下部には昇降用モータ、曳引車に設置するための桁、模型船の抵抗力を伝達するクランクなど

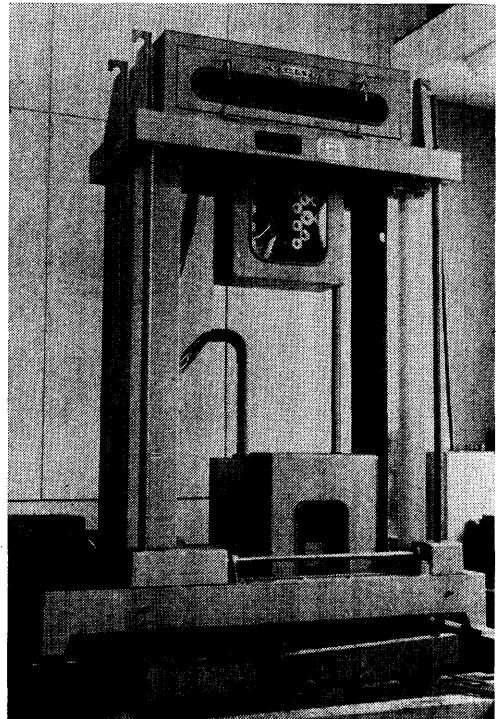
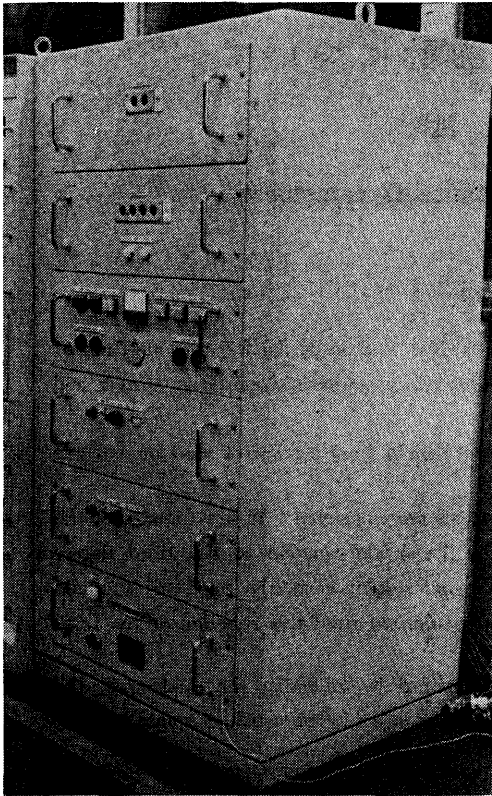


写真-1 自動平衡式抵抗動力計

\* 推進性能部

原稿受付 昭和45年8月26日



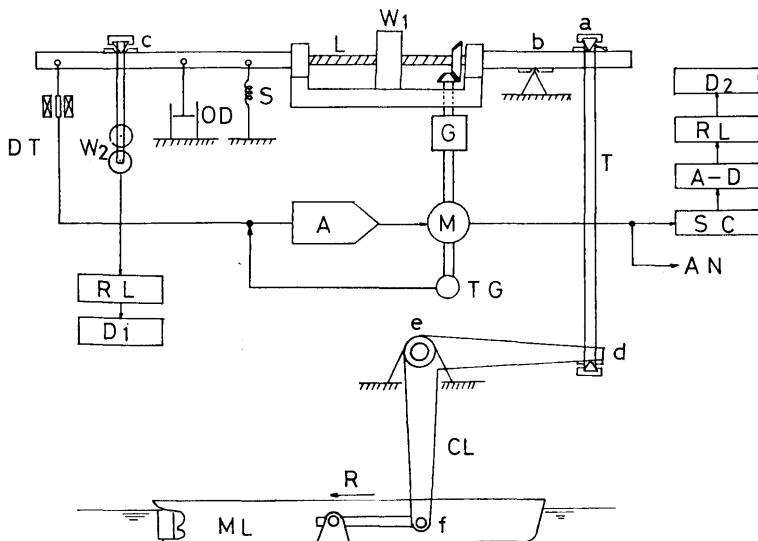
写真—2 操作装置

が設けられている。外かくは鋼製である。

写真2は、抵抗動力計の操作装置で、サーボ増幅器、ADコンバータ、表示記録用リレー回路、その他操作に必要な電気回路を内蔵したもので、前面には抵抗量表示管、計測開始の押ボタンなど操作器が並んでいる。

## 2.2 動作原理

Fig. 1 にしたがって機能の概略を説明する。模型船(ML)が水から受ける抵抗力(R)は、クランク(CL)と伝達棒(T)により天秤にbを支点とする力のモーメントとなって加えられる。抵抗力(R)が変化して天秤の平衡が失われると、差動トランス(DT)の出力が増幅器(A)で増幅されてサーボモータ(M)を回転させ、ギヤ(G)とリードスクリュー(L)が送錘(W<sub>1</sub>)を回転させて天秤を平衡状態にもどす。この送錘の位置は、サーボモータに連結したセルシン(SC)により操作装置内のADコンバータに送られて、デジタル化され、表示記録される。同時にポテンショメータにより変動量がペンレコーダに記録される。Fig. 2 にサーボ増幅器の回路図を示す。差動トランスの励磁電流は50 Hzである。サーボモータは2相交流モータで、差動トランスの電流の位相により正、逆回転をして天秤を平衡に導く。サーボモータの回転トルクは天秤の支点bの真横で噛み合う1組のギヤにより天秤のリードスクリュー側に伝達されて、サーボモータによるモー



A サーボアンプ、A-D AD変換器、ANアナログ出力、CL クランク、D<sub>1</sub> 表示器1、D<sub>2</sub> 表示器2、DT 差動トランス、G ギヤ機構、L リードスクリュー、M サーボモータ、ML 模型船、OD オイルダンパ、R 抵抗力、RL リレー回路、S スプリング、SC セルシン、T 伝達棒、TG タコ発電機、W<sub>1</sub> 送錘、W<sub>2</sub> 重錘、abcd ナイフエッジ、ef ボールベアリング

Fig. 1 動力計の原理図

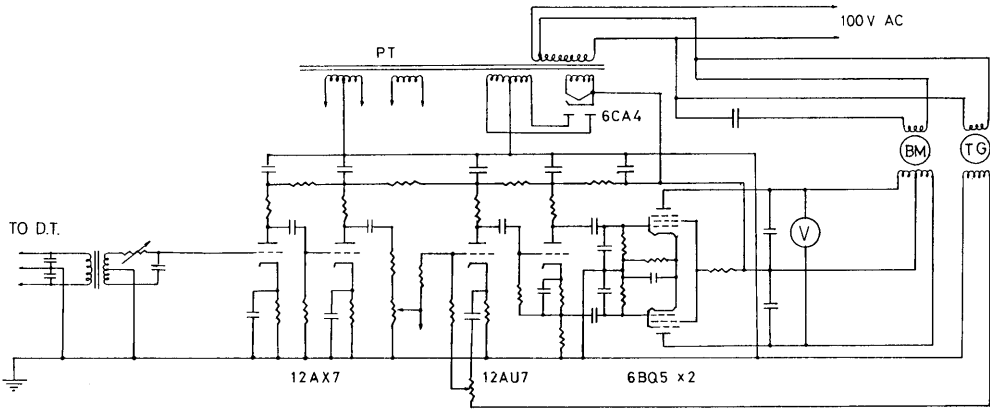


Fig. 2 サーボ増幅器回路

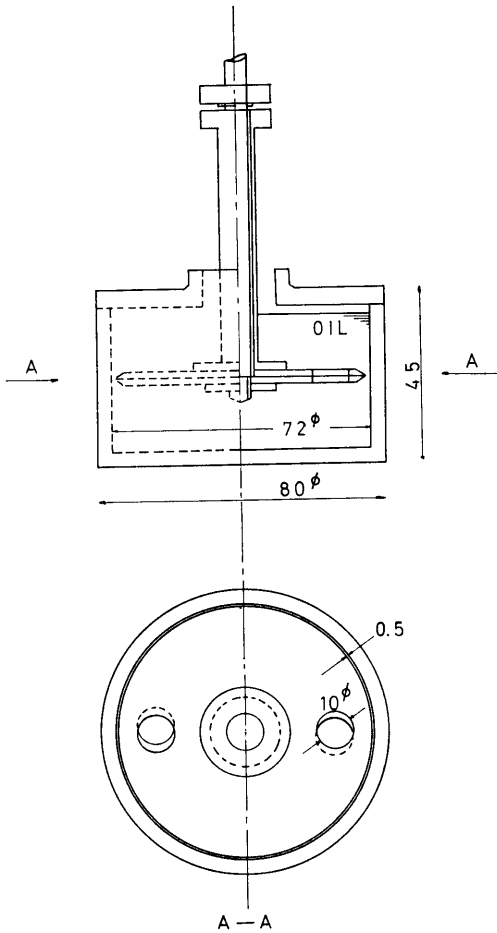


Fig. 3 ダンパー

ントはかからぬようになっている。リードスクリューは、ピッチ 3mm<sup>1)</sup>で2重ネジとなっており送錘のバックラッシュをなくしている。

送錘の重量は 2/3kg<sup>1)</sup>で、フルスケール 2kg の力を平衡することができる。全容量を自動平衡で行なうと、測定精度が落ちるので容量の 10% の範囲を自動平衡とした。平衡の範囲を越えるものは重錘 (W<sub>2</sub>) を掛けることにより全容量の範囲をカバーする。重錘 (W<sub>2</sub>) はナイフエッジ (C) から下っている吊り金具に、操作装置の押ボタンにより掛けることができ、そのかけた量は自動的に 2 桁の数字で表示、記録される。なお記録はデジタルプリンタで行なう。

天秤は鋼製で送錘、オイルダンパ、スプリングがついており、支点 (b) の回りの慣性モーメントは、伝達棒クランクを含めて 3kg-cm-sec<sup>2</sup> である<sup>1)</sup>。

オイルダンパは Fig. 3 のような構造をしている。後に述べるように、オイルダンパの制動を調整して臨界制動特性を得ている。制動はピストン円板にあいた穴の大きさを変化させて変える。

スプリング常数は天秤の感度から決定されて、感度 2gr で 0.12kg/cm に調整してある<sup>1)</sup>。

### 3. 自動平衡天秤

#### 3.1 伝達関数

自動平衡天秤のブロック線図は Fig. 4 に示すよう

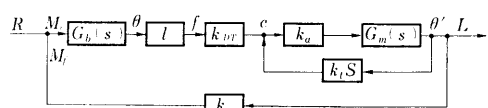


Fig. 4

になる。

天秤の運動方程式は、 $M\epsilon$  を天秤にかかる不平衡モーメントとすれば、

$$(J_D + J_m) \frac{d^2\theta}{dt^2} + (B_D + B_m) \frac{d\theta}{dt} + K_D \theta = M\epsilon$$

で表わされる<sup>2)</sup>。ただし

- $J_D$ : 支点 b 回りの天秤の慣性モーメント
- $J_m$ : 支点 b 回りの模型船の慣性モーメント
- $B_D$ : 天秤の制動系数
- $B_m$ : 模型船の制動系数
- $K_D$ : 天秤のバネ常数
- $\theta$ : 天秤の傾き角

$J_D + J_m = J$   $B_D + B_m = B$   $K_D = K$  とおくと

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + B \frac{d\theta}{dt} + K\theta = M\epsilon(t)$$

ラプラス変換して

$$JS^2\theta(s) + BS\theta(s) + K\theta(s) = M\epsilon(s)$$

天秤の伝達関数を  $Gb(s)$  とすれば

$$\frac{\theta(s)}{M\epsilon(s)} = \frac{1}{JS^2 + BS + K} = Gb(s)$$

となる。

$l$  を支点から差動トランスまでの距離、 $f$  を差動トランスの鉄芯の変位、 $\theta$  を微小角とすれば、

$$f = l\theta$$

の関係がある。 $k_{DT}$  を差動トランスの利得、 $e$  を差動トランスの出力電圧とすれば

$$e = k_{DT} \cdot f$$

である。ただし  $f$  が微小な時は  $k_{DT} = \text{const.}$  である。

サーボモータの伝達関数  $G_m(s)$  を求める。実際に用いられているのは 2 相交流モータであるが、分巻直流モータと等価と考えると、

$$E = RI + k_e \frac{d\theta_m}{dt}$$

の関係がある。ただし

- $E$ : アマチュアに加えた電圧
- $I$ : アマチュア電流
- $R$ : 内部抵抗
- $k_e$ : 逆起電力系数
- $\theta_m$ : モータの回転角

また、次の関係がある。

$$J_a \frac{d^2\theta_m}{dt^2} = k_T I$$

ここで、

- $k_T$ : トルク系数
- $J_a$ : アマチュアの慣性モーメント

上の 2 つの式から

(334)

$$E = \frac{J_a R}{k_T} \frac{d^2\theta_m}{dt^2} + k_e \frac{d\theta_m}{dt}$$

ラプラス変換して

$$E(s) = \frac{J_a R}{k_T} S^2 \theta_m(s) + k_e S \theta_m(s)$$

$$\frac{\theta_m(s)}{E(s)} = G_m(s) = \frac{k_m}{(T_m S + 1) S}$$

となる。ただし  $T_m = \frac{J_a R}{k_T}$ 、 $k_m = \frac{1}{k_e}$  である<sup>3)</sup>。

$\theta'$  をリードスクリュウの回転角、 $L$  を送錘の移動量とすれば、

$$L = h\theta'$$

ここで、 $h$  はリードスクリュウのピッチである。

$M_f$  をフィードバックモーメント、 $k_p$  を送錘の重量とすれば、

$$M_f = k_p \cdot L$$

$k_t$  をタコ発電機の利得とし、以上求められた結果を各ブロックに入れてかき直すと Fig. 5 のようになる。

ただし、 $k_a' = l \cdot k_{DT} \cdot k_a$ 、 $\omega = \frac{d\theta'}{dt}$  である。

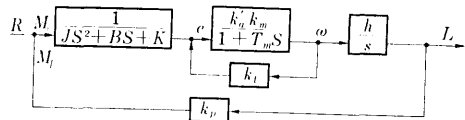


Fig. 5

さらにまとめると、Fig. 6 のようになる。

ただし、 $k_0 = \frac{k_a \cdot k_m \cdot h}{1 + k_a k_m k_t}$ 、 $T_m' = \frac{T_m}{1 + k_a k_m k_t}$

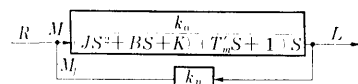


Fig. 6

ここで天秤系の伝達関数  $JS^2 + BS + K$  を 2 次の標準型に直すと、

$$T_b^2 S^2 + 2\zeta T_b S + 1, \quad T_b = \sqrt{\frac{J}{K}}$$

$$\zeta = \frac{B}{2\sqrt{JK}}$$

模型船の排水量を 2.5 t とすれば、支点 b 回りの模型船の慣性モーメント  $J_m$  は 63.7 [kg-cm-sec<sup>2</sup>] となり、天秤の支点 b 回りの慣性モーメント  $J_D$  は重錘 ( $W_2$ ) を含めて 6.9 [kg-cm-sec<sup>2</sup>] であるので、 $J = J_m + J_D = 70.6$  [kg-cm-sec<sup>2</sup>] となる。 $K$  として実測値 73.4 [kg-cm] を使えば、

$$T_b = \sqrt{\frac{J}{K}} = \sqrt{\frac{70.6}{73.4}} = 0.97 \approx 1 \text{ sec}$$

となる。ところが、 $T_m'$  は計算によると<sup>1)</sup> 0.02 sec 程度なので、 $T_b \gg T_m'$  の関係が成り立ち、天秤系の時定数がサーボモータ系の時定数よりはるかに大きいことがわかる。よって  $T_m' = 0$  とおけば、Fig. 7 のようになる。

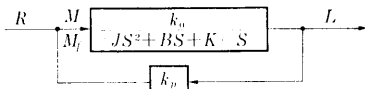


Fig. 7

さらに、まとめると Fig. 8 のごとくなる。

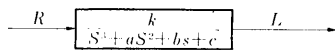


Fig. 8

すなわち、動力計の伝達関数は簡単な3次式で表わすことができる。ただし、ここで、 $a = \frac{B}{J}$ 、 $b = \frac{K}{J}$ 、 $c = \frac{k_0 k_p}{J}$ 、 $k = \frac{k_0}{J}$  である。次にこの伝達関数を使って、動力計の過渡応答、周波数応答について調べて

みる。

### 3.2 過渡応答

測定開始時の動力計の動作は過渡応答と考えることができるので、前項で求められた伝達関数について、過渡応答を求めてみる。3次方程式  $s^3 + as^2 + bs + c = 0$ 、 $a > 0$ 、 $b > 0$ 、 $c > 0$  の解は次の4つの場合に分けることができる。簡単のために  $k=1$  とし、それぞれに単位ステップ  $\frac{1}{S}$  をかけて、ラプラス逆変換すると過渡応答が求められる。

(1) 相異なる実根  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{-1} \frac{1}{(s+\alpha)(s+\beta)(s+\gamma)} \times \frac{1}{S} \\ = A_1 e^{-\alpha t} + B_1 e^{-\beta t} + c_1 e^{-\gamma t} + D_1 \end{aligned} \quad (3-1)$$

等根を持つ場合  $\alpha = \beta$ 、 $\gamma$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{-1} \frac{1}{(s+\alpha)^2(s+\gamma)} \times \frac{1}{S} \\ = (A_2 t + B_2) e^{-\alpha t} + c_2 e^{-\gamma t} + D_2 \end{aligned} \quad (3-2)$$

(3) 3つ共に等根の場合  $\alpha = \beta = \gamma$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{-1} \frac{1}{(s+\alpha)^3} \times \frac{1}{S} \\ = A_3 \left[ 1 - \left( 1 + \alpha t + \frac{1}{2} \alpha^2 t^2 \right) \right] e^{-\alpha t} + D_3 \end{aligned} \quad (3-3)$$

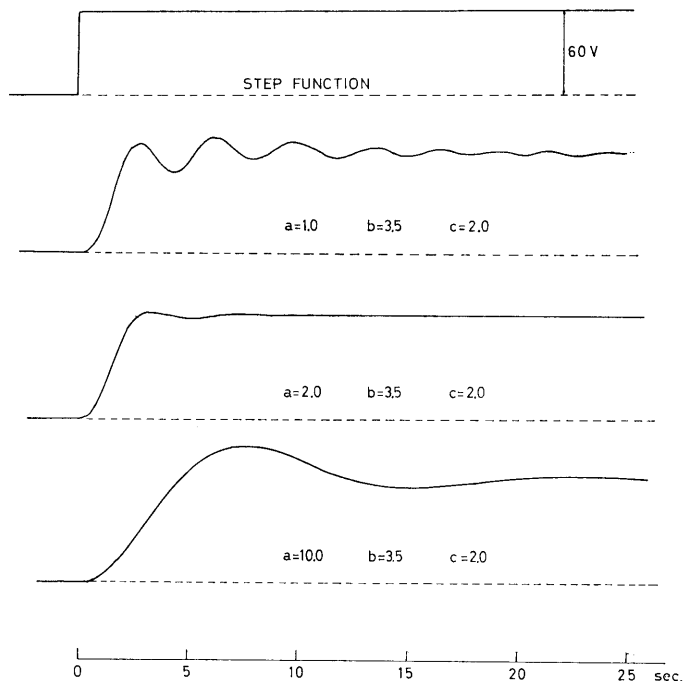


Fig. 9 アナログによる解析結果

(4) 虚根を持つ場合  $\alpha = a + bi, \beta = a - bi, \gamma$

$$\mathcal{L}^{-1} \frac{1}{[(s+a)^2 + b^2](s+\gamma)} \times \frac{1}{s}$$

$$= (A_1 e^{-bi t} + B_1 e^{-bi t}) e^{-at} + C_1 e^{-\gamma t} + D_1 \quad (3-4)$$

ただし、各式の  $A_i, B_i, C_i, D_i$  は常数である。アナログ計算機により、過渡応答のようすを描かせてみると Fig. 9 のようになった。b と c を固定して a を変えてみた場合の応答である。制動系数 a を大きくすると、周期の大きい振動が現われる。ゲーバース型のような 2 次の方程式で表わされる天秤の動作から類推すると奇妙に思われるが、これが自動平衡天秤の特徴の 1 つであると考えられる。ここで抵抗動力計として、もっとも望ましい過渡応答を考えてみると、試験水槽の長さには限りがあるので、それは天秤がなるべく早く平衡点に達するような応答である。  $e^{-(\alpha + \beta)t}$  というような減衰振動、または振動しない減衰項の  $\alpha$  をできるだけ大きくしたい。すなわち 3 次方程式  $s^3 + as^2 + bs + c = 0$  の根が系数のどのような関数であるにせよ、根  $\alpha, \beta, \gamma$  の最小のものが一番大きくなるのは、この式が等根をもつ場合、いわゆる臨界制動に相当する状態である<sup>4)</sup>。

ダンパを調節して、臨界制動の状態にした自動平衡天秤の過渡応答は (3-3) 式の右辺で表わされる。伝達関数  $G_D(s)$  は

$$G_D(s) = \frac{k}{(T_0 s + 1)^3}$$

となる。(3-3) 式で  $T_0 = \frac{1}{\alpha}$  の関係から右辺は、

$$C(t) = A \left[ 1 - \left( 1 + \frac{t}{T_0} + \frac{1}{2} \frac{t^2}{T_0^2} \right) \right] e^{-\frac{t}{T_0}}$$

となる。ただし  $C(t)$  は過渡応答を表わし、時間  $t$  の関数である。したがって、

$$C(t = \infty) = A$$

$$C(t = T_0) = 0.08A$$

$$C(t = T_0) / C(t = \infty) = 0.08$$

となり、実験的に  $T_0$  を求める場合は、適当なステップ入力を入れて過渡応答曲線をかかせて、立上りから 8% のところの時間を計ればよい、実際に排水量約 2.3 m<sup>3</sup> の模型船を曳航した場合の  $T_0$  を求めると、約 1.1 sec であった。

### 3.3 振動応答

前項で、 $T_0 = 1.1$  sec であることがわかったので、臨界制動状態の天秤の伝達関数は、

$$G_D(s) = \frac{k}{(1.1s + 1)^3}$$

で近似的に表わすことができる。ただし排水量  $V_m = 2.3$  m<sup>3</sup> の模型船の場合である。したがってボード線図を描くと Fig. 10 のごとくなる。これから、抵抗力の微小変動に対する天秤の応答を推測することができる。Fig. 10 からわかるとおり、 $\omega = 0.5$  rad./sec くらいまでの非常にゆっくりした変動には、位相遅れはあるが、ある程度忠実に応答するとみてよい。しかし、それ以上の早い変動の場合に忠実に応答しないだろう。したがって、アナログの記録から  $\omega > 0.5$  rad./sec の変動を推定することは困難であろう。しかし、平水中の試験における模型船の抵抗変動が、微小で定常不

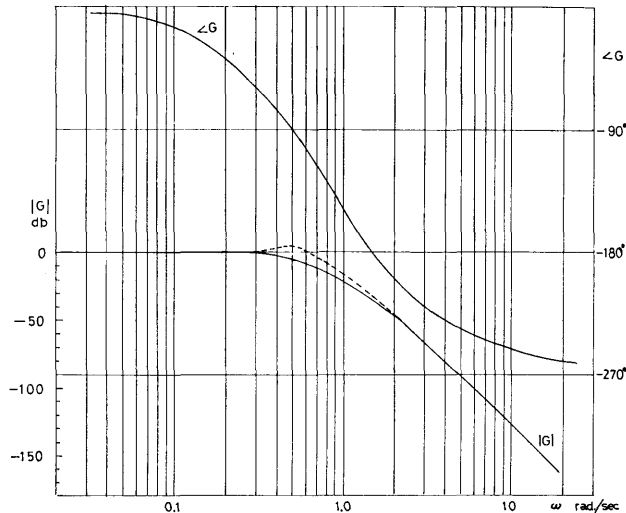


Fig. 10 ボード線図 ( $V_m = 2.23$  t, 臨界制動)

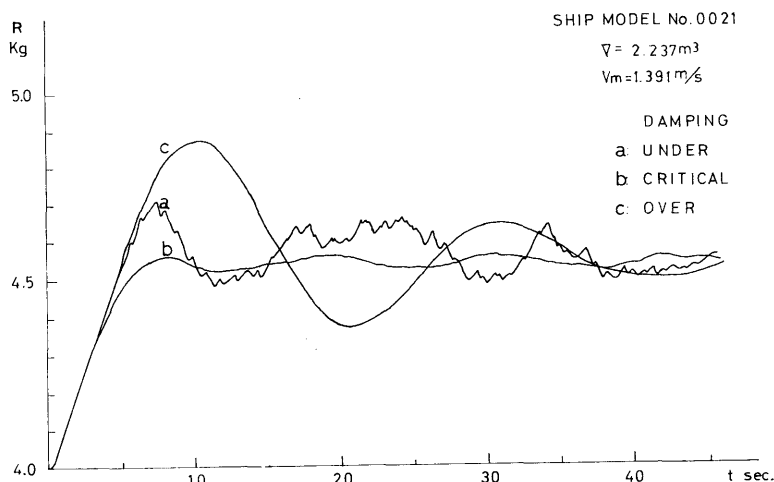


Fig. 11 動力計のアナログ記録

規則なものであれば、線型な系である動力計をとった変動はやはり定常不規則であり、それを時間平均したものは、入力、すなわち抵抗の変動の時間平均と等しいと考えてよいだろう。

#### 4. 試験結果

Fig. 11 は排水量 2.237 m<sup>3</sup>、長さ 8.0 m のタンカーの模型船を曳航速度 1.39 m/s (フルード数 0.155) で試験したときのアナログ記録である。ダンパを調整して、制動の弱い場合、臨界制動に近い状態、過制動の場合の 3 状態の記録を 1 つにまとめたものである。Fig. 11 をみると、制動が弱い場合は、抵抗の変動 (曳引車が速度制御されているため、2~3 Hz の微小な加減速を絶えず行っており、そのため、模型船の慣性力が動力計に作用している) に敏感すぎるようであり、記録変動も大きい。また、過制動の場合は、3.2 で述べたとおり、周期の長い大きな振動が起きて、なかなか平衡しない。臨界制動状態 (正しくは臨界制動に近い状態) では、比較的早く平衡して、後は 12~13 sec くらいの周期で、小さな変動をくり返している。この小さな変動は、動力計の固有周期と考えられる。Fig. 10 で、実際のゲイン曲線  $|G|$  は点線で表わしたように、 $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{6.3}{12.5} \approx 0.5$  付近に共振の山があると推定できる。臨界制動状態での抵抗変動量はこの場合、全振幅で約 60 gr であった。より排水量の大きい模型船を、より早い速度で曳航したとき、変動値は 200 gr に達した。そのような場合天秤の動作を観察す

ると、天秤が線型の範囲を越えて、大きく運動して、送錘の動きは、オン・オフ制御に近い状態になっていると考えられる。

#### 5. 応答の早さと感度との関係

天秤の感度を  $S$ 、バネ常数を  $K$ 、差動トランスの分解能を  $l \cdot d\theta$  とすれば

$$S = K \cdot l \cdot d\theta$$

したがって、 $S \propto K$  の関係が成り立つ。一方、天秤の応答の早さを表わす量として、天秤系の共振周波数  $\omega_0$  をとれば、

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{J}} \propto \sqrt{K}$$

したがって、 $\omega_0^2 \propto K$  の関係が成り立ち、前の関係式、 $S \propto K$  と合わせて、 $S \propto \omega_0^2$  となる。すなわち、応答の早さを 2 倍にすると感度は 4 倍悪くなる関係にあることがわかる。

#### 6. 精 度

自動平衡天秤は、平衡点、すなわち、天秤の傾きが零の点を求めて送錘が移動する零位法の計測器といってよい。平衡状態にあるとき、天秤の精度を左右するものは、桿のレバー比の精度、各支点の摩擦力、セルソンを含めた A-D 変換器の精度などである。本動力計の場合、これらを総合した精度は、静的荷重試験の結果、容量に対して 1/10,000 (2 gr) 以下であることがわかった。

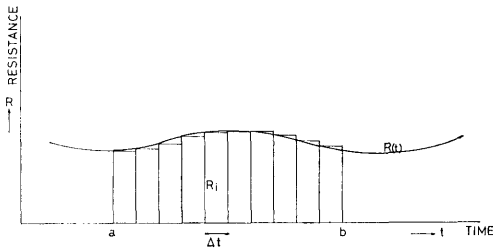


Fig. 12 サンプリングによる誤差

つぎに、抵抗値のサンプリングをしてデジタル記録をしているための誤差を考えてみる。本動力計では抵抗変動を2秒に1回、瞬時値をサンプリングしてそれを平均している。Fig. 12で、 $\frac{1}{b-a} \int_a^b R(t) dt$ を抵抗の真値とすると、サンプリングによる誤差  $|e_s|$  は

$$|e_s| = \left| \frac{1}{b-a} \int_a^b R(t) dt - \frac{1}{n\Delta t} \sum R_i \Delta t \right|$$

となる。ただし  $n = \frac{b-a}{\Delta t}$  である。 $e_s$  を小さくするには  $\Delta t$  を小さくすればよい。実際は、 $\Delta t = 2 \text{ sec}$  で、抵抗の変動は Fig. 11 からわかるように 13 sec くらいであるので、 $e_s$  の値は小さい。

曳引車の速度変動による計測誤差  $\Delta R$  は、概略、 $\Delta R = \Delta V \cdot M / T$  で与えられる<sup>6)</sup>。ただし、 $M$  は模型船のみかけの質量、 $T$  は計測時間、 $\Delta V$  は前後の速度差である。4項で述べた場合を計算してみると、 $M$  を 2.5 t、 $V$  を 1 m/s、計測時間を 20 sec として、曳引車の速度変動は、高々 0.1% であるので、最大 125 gr となる。動力計の容量に対しては、約 0.6% となる。

## 7. むすび

本抵抗動力計は、自動平衡する範囲を最大容量の10%にしているので、全自動式とはいえないが、天秤のクランプの開放から印字記録まで、すべて操作装置の押ボタンで遠隔操作できるので、水槽試験の省力化の

点で従来より一歩前進している。

動特性については、伝達関数は、サーボモータ系の時定数が天秤系の時定数に比べて小さいので0と看做すと簡単な3次式で表わすことができた。動力計の過渡応答はその伝達関数でよく説明することができた。そして天秤単独の制動が大きい場合、動力計全体としての過渡応答が振動応答となるので、大きな外乱が予想されるときに十分な制動がかけられないのが本抵抗動力計の欠点であることがわかった。

精度については、天秤の較正の際のように静的な荷重をかけた場合は、0.01%程度の精度があった。実際の抵抗試験の際にも、低速抵抗試験や、大きな外乱があった場合を除いて、通常の抵抗試験として十分な精度を得ている。

本動力計はゲージ型抵抗動力計と同様、弱いバネ常数を持っていて、いわゆるソフトな動力計の1種である。つぎの機会には、磁歪管などを応用したいわゆる固い動力計について考察して、それらの得失を調べる予定である。

なお、本動力計は、大和製衡K.K.が製作した。

## 参考文献

- 1) 山野聖二, 模型船抵抗動力計設計々算書, 大和製衡K.K.技術部設計課, 昭和40年10月.
- 2) Susumu Hirano Ship Model Resistance Dynamometer. Bulletin of University of Osaka-perfecture, Series Vol. 13, 1964.
- 3) 高橋安人, 自動制御理論, 岩波全書, 199, 1959.
- 4) 高橋秀俊, 振動と回路, 岩波講座現代物理学, 4-4.
- 5) 神中竜雄, 抵抗試験法, 抵抗, 推進シンポジウム日本造船学会, 1968-6.