

有限要素法による熱伝導解析プログラムについて

塚田 悠治* 天田 重庚* 町田 明正*
 前橋 正雄** 塩出敬二郎** 高井 元弘**

A Computer Program of Heat Conduction Analysis by the Finite Element Method

by

Yuji TSUKADA, Shigeyasu AMADA, Akimasa MACHIDA,
 Masao MAEBASHI, Keijiro SHIODE and Motohiro TAKAI

Abstract

The finite element method was applied to the transient heat conduction analysis and the computer program to predict both the stationary and transient temperature distributions on an arbitrary shaped two dimensional body was developed. The method has unique advantages as compared to other numerical approaches with respect to treating temperature, heat transfer coefficient and heat flux boundary conditions.

In this paper, the development of the computer program, SASKE-H 3, is described and several examples are given to illustrate the validity and practicality of this program.

1. ま え が き

有限要素法による熱伝導解析は多くの利点を持つため、広く行われるようになってきた。当所においても解析用プログラムの開発を行い、定常熱伝導プログラムについてはすでに発表^{1), 2), 3)}している。今回報告するものは、これをさらに発展させた非定常熱伝導解析プログラムである。このプログラムは SASKE-H3 と名付けられ、当所の共用計算機「FACOM 270-20」用のもので、任意形状の二次元物体の温度分布の時間的変化を計算することができる。このような熱伝導解析は、船用機関各部の温度分布や熱応力解析をはじめとして、所内でもかなり要求が多いものと思われる。このため本プログラムは、熱伝導プログラムの内容について、特に知識を持たないでも使用できるように作成されている。また、本報告も、プログラム使用法に特に重点を置いて記述されている。所内で広く利用されることを望みたい。

有限要素法は、熱伝導の数値解法のもう1つの手法である差分法との得失の比較がしばしば問題にされる。両者は本質的には同じものであるが、それぞれ性

格の違いにより、得意とする面が異なっている。一般的には形状が単純で、境界条件等も簡単な場合は差分法が有利である。これに対し有限要素法は、形状が複雑な場合や、場所により境界条件が変化する条件や、分割を一部分だけ細かくする条件などの場合に有利である。今回開発したこのプログラムも、任意形状の物体に熱条件を自由に与えることができるが、計算時間が長い等の欠点を持っている。

2. 基礎理論

このプログラムは、O. C. Zonkiewicz, Y. K. Cheung の著書⁴⁾に示された考え方に基づいている。その概略は次のとおりである。

二次元熱伝導の基礎方程式は、

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + Q \quad \dots\dots(1)$$

境界条件は、(Fig. 1 参照)

$$\left. \begin{aligned} T &= T_s && \text{on } \Gamma_T \\ -k \frac{\partial T}{\partial n} &= q_n && \text{on } \Gamma_q \\ h(T_\infty - T) &= k \frac{\partial T}{\partial n} && \text{on } \Gamma_h \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(2)$$

* 機関開発部 ** 機関性能部 原稿受付：昭和48年6月30日

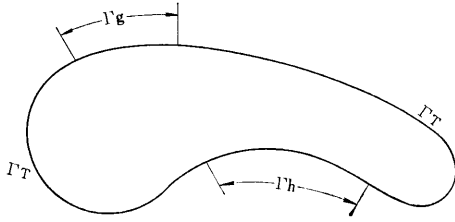


Fig. 1 境界条件

である。

ただし、 ρ : 比重量, c : 比熱, k : 熱伝導率, T : 温度, t : 時間, Q : 単位面積あたりの熱発生量, n : 境界の法線方向, q_n : 単位長さあたりの熱量, h : 熱伝導率, T_∞ : 境界 Γ_h と接する媒質温度

(1), (2)式と等価の汎関数は, 次式で与えられる。

$$X = \iint \left\{ \frac{1}{2} k \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] - QT + \rho c \frac{\partial T}{\partial t} T \right\} dx dy + \int_{\Gamma_g} q T ds + \int_{\Gamma_h} \left(\frac{1}{2} h T^2 - h T_\infty T \right) ds \quad \dots\dots(3)$$

この式は定常状態の場合の汎関数に対し, 右辺第1項の中の最後の項が加わったのみである。

定常状態の場合については, 前報⁹⁾で述べているので, ここでは下式について考える。

$$\iint \rho c \frac{\partial T}{\partial t} T dx dy = \phi \quad \dots\dots(4)$$

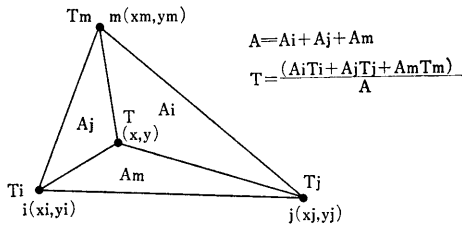


Fig. 2 三角形要素

前報と同様, 要素は三角形とし, 要素内の温度を Fig. 2 に示すように $T = (A_i T_i + A_j T_j + A_m T_m) / A$ と仮定し(4)式を積分して, 温度 T に対する極値条件を求め, マトリックスの形で表せば, 任意の要素 e に対して,

$$\left\{ \frac{\partial \phi^e}{\partial T^e} \right\} = [P^e] \left\{ \frac{\partial T^e}{\partial t} \right\} \quad \dots\dots(5)$$

が得られる。

ただし

$$\left\{ \frac{\partial \phi^e}{\partial T^e} \right\} = \left\{ \frac{\partial \phi^e}{\partial T_i} \quad \frac{\partial \phi^e}{\partial T_j} \quad \frac{\partial \phi^e}{\partial T_m} \right\}$$

$$[P^e] = \begin{bmatrix} \frac{\rho c A}{6} & \frac{\rho c A}{12} & \frac{\rho c A}{12} \\ \text{対} & \frac{\rho c A}{6} & \frac{\rho c A}{12} \\ \text{称} & & \frac{\rho c A}{6} \end{bmatrix} \left\{ \frac{\partial T^e}{\partial t} \right\} = \left\{ \frac{\partial T_i}{\partial t} \quad \frac{\partial T_j}{\partial t} \quad \frac{\partial T_m}{\partial t} \right\} \quad \dots\dots(6)$$

以上より全要素に対して定常項も考慮すれば,

$$[K] \{T\} + [P] \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\} + \{Q\} = 0 \quad \dots\dots(7)$$

ただし $[K]$: 定常項の係数マトリックス
 $[P]$: 非定常項の係数マトリックス
 $\{T\}$: 節点温度ベクトル
 $\{Q\}$: 節点に与えられる熱量のベクトル

各時間の温度変化を求めるには, (7)式を用いて, 時間刻み Δt の間の温度変化を求め, 各時間ごとの解を積み重ねていく。このために次のような方式を用いた。

$$\frac{\{T\}_t - \{T\}_{t-\Delta t}}{\Delta t} = \frac{1}{2} \left(\left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\}_t + \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\}_{t-\Delta t} \right) \quad \dots\dots(9)$$

(7), (9)式より

$$[c] \{T\}_t = \{E\}_{t-\Delta t} - \{Q\}_t \quad \dots\dots(10)$$

ただし $[c] = \left([K] + \frac{2}{\Delta t} [P] \right)$
 $\{E\}_{t-\Delta t} = [P] \left(\frac{2}{\Delta t} \{T\}_{t-\Delta t} + \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\}_{t-\Delta t} \right)$

計算は $t=0$ の $\{T\}_{t=0}$ を初期条件とし, (7)式より $\left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\}_{t=0}$ を求め, (10)式より $\{T\}_{t=\Delta t}$ を求める。以上をくり返して, $t=2\Delta t, 3\Delta t, 4\Delta t, \dots, n\Delta t, \dots$ と求めれば良い。

なお, 多元一次連立方程式の解法には, 対角化分割法を使用している。

3. プログラムの概要

3.1 概 要

三角形要素を用いた二次元非定常熱伝導解析プログラムで, 定常熱伝導解析も可能である。小型計算機用であるのでプログラムは2つに分け, 最初のプログラムの出力を2番目のプログラムの入力に用いて計算を行うようになっている。

3.2 適用範囲および制限事項

- i) 節点数 300以下
- ii) 要素数 550以下
- iii) 境界上の節点数 120以下
- iv) 隣接した節点との節点番号差 30以下
- v) 与え得る境界条件

- a) 温度
- b) 熱量
- c) 熱伝達率および媒質温度
- d) 断熱条件

以上の4種類の条件を任意に与えることができる。場所により異なる条件を与えることはできるが、時間的に変化する条件は与えられない。

vi) 内部発熱条件

各要素ごとに任意の値を与えることができる。

3.3 プログラムの構成

本プログラムは、大きく分けて

プログラムA：全体の係数マトリックスの組立て

(ステートメント数：約370, コアメモリ：約7300語)

プログラムB：連立方程式の計算

(ステートメント数：約390, コア

メモリ：4500語, ドラムメモリ：約20000語)

の2つのプログラムから成る。

3.3.1 プログラムA

- i) メインプログラム：全体の係数マトリックスの組立て
- ii) サブプログラム1 INPUT：入力データの読み込みと出力
- iii) サブプログラム2 BOUND：境界温度の指定
- vi) サブプログラム3 SALVIA：要素係数マトリックスの計算

3.3.2 プログラムB

- i) メインプログラム
- ii) サブプログラム1 OUTPUT：計算結果の出力
- iii) サブプログラム2 FIRST：初期条件の計算
- iv) サブプログラム3 DMSOLV：非定常項 $\partial T /$

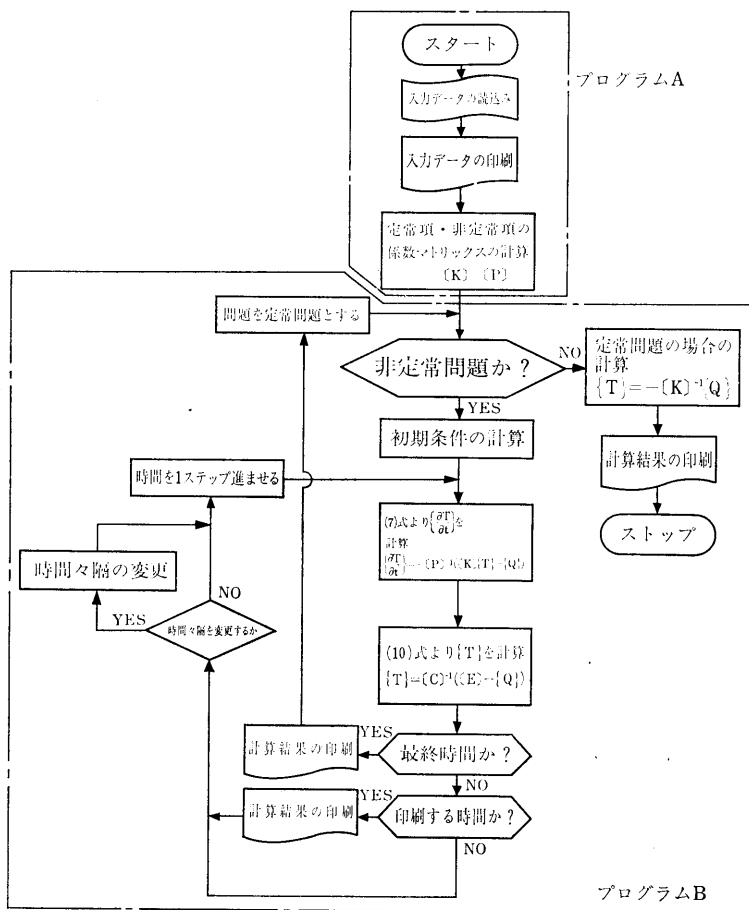


Fig. 3 SASKE-H3のフローチャート

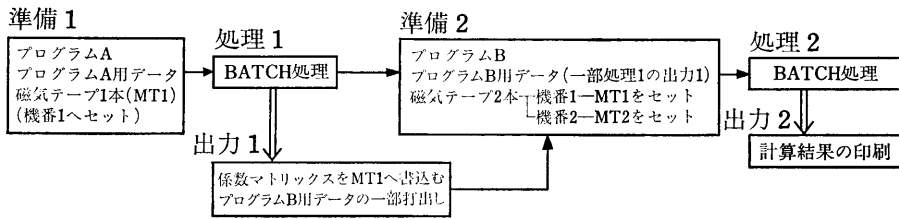


Fig. 4 使用手順のフローチャート

- 0) t_i および温度 $(T)_i$ の計算
- v) サブプログラム 4 ADB: マトリックスの和計算
- vi) サブプログラム 5 STEY: 定常計算のためのデータ移動
- vii) サブプログラム 6 SOLVE: 連立方程式の計算
- viii) サブプログラム 7 MATINV: 逆マトリックスの計算
- ix) サブプログラム 8 MATM: マトリックスの積計算
- x) サブプログラム 9 MATTM: 転置マトリックスの積計算

Fig. 3 に本プログラムのフローチャートを示す。

4. プログラムの使用法

本プログラムは当所共用計算機「FACOM 270-20」を使用し、BATCH 処理にて PT より実行される。

4.1 使用装置

- i) 中央処理装置「FACOM 270-20」(ドラム内蔵) — 1 台
- ii) 紙テープ読み取り装置 — 1 台
- iii) 紙テープせん孔装置 — 1 台
- iv) ラインプリンター — 1 台
- v) 磁気テープ装置 — 2 台
- vi) データ・ライター (キーインプット用) — 1 台

4.2 使用手順

Fig. 4 に使用手順の流れ図を示す。プログラム A により紙テープおよび磁気テープに出力されたデータをプログラム B の入力データの一部に使用する。以下に使用の手順を説明する。

○準備 1 (プログラム A の準備)

(1) データの用意

- i) 物体の正確な外形
- ii) 材料の特性値
 - 比重量 (kg/mm³)
 - 比熱 (kcal/kg °C)
 - 熱伝導率 (kcal/mm・s・°C)

iii) 熱的境界条件

すべての境界についての値を求める。ある場所では a), 他の場所では b) のように、場所により異なる種類の条件も与えられる。

- a) 温度 (°C)
- b) 熱量 (kcal/mm²)
- c) 熱伝達率 (kcal/mm²・s・°C) と媒質温度 (°C)
- d) 断熱

vi) 内部の発熱量 (kcal/mm³)

物体内部のすべての位置の発熱量を求めて置く。

v) 非定常温度分布解析か, 定常温度分布解析か。

(2) 物体の図形を適当な三角形 (要素と呼ばれる) に分割する。(このプログラムでは要素の数は 550 以下)

分割の方法には特に定まった法則はないが、温度勾配や、温度の時間的変化の大きい場所は分割を細かくすると良い。また、特に精度を必要とする場所も分割を細かくする。このほか 5.1.2 に述べる注意も必要である。要素分割の例を Fig. 5 に示す。

(3) 要素に一連番号を付ける。

(4) 要素の各頂点 (節点と呼ばれる) に一連番号を付ける。(このプログラムでは、節点数 300 以下)

節点番号は、その節点と直接つながる、隣接した節点の番号とが、あまり離れないように付ける。(このプログラムでは番号の差が 30 以下)

(5) 各節点の x, y 座標を求める。(単位 mm)

複雑な曲線の境界の上の点は、計算で正確な値を求めた方が良い。

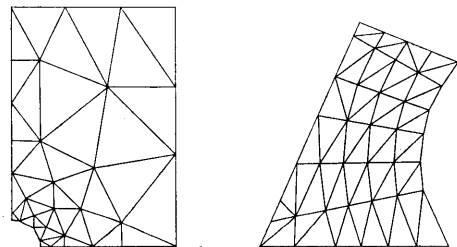
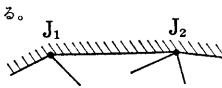


Fig. 5 要素分割例

Table 1 プログラムAの入力データ

順番	データの種類	データ形式	備考
①	INODAL: 節点の総数 IELEMT: 要素の総数 IBOUND: 境界上の節点の総数 NXPART: 全体の係数マトリックスの予定分割数 (>実際の分割数) IHEN: 境界上の辺の総数 ITMGG: 熱伝達条件を与えられた、境界上の辺の総数 IQL: 発熱要素の総数 ITEMP: 温度を与えられた、境界上の節点の総数		
②	XLAMB: 熱伝導率 (kcal/mm · S · °C) ROU: 比重量 (kg/mm ³) C: 比熱 (kcal/kg°C)	XLAMB C E12.4 E12.4 E12.4 ROU	
③	FITIME: 最終時間 (S) ISTEYD: 定常か、非定常問題か。	FITIME E12.5 I5 ISTEYD	定常問題なら ISTEYD = 0 非定常問題なら ISTEYD = 1
④	X (INODAL): 節点の X座標 (mm)		X (300)の配列を取ってある。
⑤	Y (INODAL): 節点の Y座標 (mm)		Y (300)の配列を取ってある。
⑥	IND (IELEMT, 3): 要素と節点番号の組合せ		IND (550, 3)の配列を取ってある。 任意の要素Kに対して、その節点番号を反時計回りに、J ₁ 、J ₂ 、J ₃ の順に並べる。

順番	データの種類	データ形式	備考																	
⑦	IX(IBOUND) : 境界上の節点番号	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td colspan="2" style="text-align: center;">IX</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">I5</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">I5</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">⋮</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> </td></tr> <tr><td style="text-align: center;">IBOUND</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">I5</td></tr> </table>	IX		1	I5	2	I5	⋮		IBOUND	I5	IX(120)の配列を取ってある。 温度の指定されている節点に対しては(その節点番号+1000)をデータとする。 その他の節点は、そのまま節点番号をデータとする。							
IX																				
1	I5																			
2	I5																			
⋮																				
IBOUND	I5																			
⑧	TEMP(IBOUND) : 境界上の節点に与えられた温度	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td colspan="2" style="text-align: center;">TEMP</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">E12.5</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">E12.5</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">⋮</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> </td></tr> <tr><td style="text-align: center;">IBOUND</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">E12.5</td></tr> </table>	TEMP		1	E12.5	2	E12.5	⋮		IBOUND	E12.5	TEMP (120) の配列を取ってある。 温度境界のない場合、すなわちITEMP=0なら、データの必要なし。							
TEMP																				
1	E12.5																			
2	E12.5																			
⋮																				
IBOUND	E12.5																			
⑨	IHE(2,IHEN) : 境界上の辺の指定と境界条件の種類を指定。	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td colspan="3" style="text-align: center;">IHE</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">I5</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">I5</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">I5</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">I5</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">⋮</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> </td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> </td></tr> <tr><td style="text-align: center;">IHEN</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">I5</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">I5</td></tr> </table>	IHE			1	I5	I5	2	I5	I5	⋮			IHEN	I5	I5	<p>IHE(2, 120)の配列を取ってある。</p>  <p>境界の辺を節点番号J_1、J_2で定義する($J_1 > J_2$)</p> <p>データIHE</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">I5</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">I5</td></tr> </table> <p>↑ 節点番号の小さい方(J_2) ↑ 節点番号の大きい方(J_1)と境界条件</p> <p>I 温度 : $1000 + J_1$ II 断熱条件 : $2000 + J_1$ III 熱量条件 : $3000 + J_1$ IV 熱伝達条件 : $4000 + J_1$ をデータとする。</p>	I5	I5
IHE																				
1	I5	I5																		
2	I5	I5																		
⋮																				
IHEN	I5	I5																		
I5	I5																			
⑩	TQH(IHEN) : 境界上の辺に与えられる熱量(kcal/mm ²) 熱伝達率(kcal/mm ² ・S・°C)。	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td colspan="2" style="text-align: center;">TQH</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">E12.5</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">E12.5</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">⋮</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> </td></tr> <tr><td style="text-align: center;">IHEN</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">E12.5</td></tr> </table>	TQH		1	E12.5	2	E12.5	⋮		IHEN	E12.5	TQH(120)の配列を取ってある。 温度または断熱条件の場合、データは「0.00000」とする。							
TQH																				
1	E12.5																			
2	E12.5																			
⋮																				
IHEN	E12.5																			
⑪	TMGG(IHEN) : 熱伝達境界に換する。媒質温度。	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td colspan="2" style="text-align: center;">TMGG</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">E11.4</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">E11.4</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">⋮</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> </td></tr> <tr><td style="text-align: center;">IHEN</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">E11.4</td></tr> </table>	TMGG		1	E11.4	2	E11.4	⋮		IHEN	E11.4	TMGG(120)の配列を取ってある。 熱伝達境界のない場合、すなわち、ITMGG=0なら、データの必要なし。							
TMGG																				
1	E11.4																			
2	E11.4																			
⋮																				
IHEN	E11.4																			

順番	データの種類	データ形式	備考								
⑫	QL(IELEMT) : 各要素の発熱量 (kcal/mm ³)	<p style="text-align: center;">IQL</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">E12.5</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">2</td><td style="border: 1px solid black;">E12.5</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">...</td><td style="border: 1px solid black;"> </td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">IELEMT</td><td style="border: 1px solid black;">E12.5</td></tr> </table>	1	E12.5	2	E12.5	...		IELEMT	E12.5	IQL(550)の配列を取ってある。 各要素ごとに、要素内の平均発熱量を与える。 IQL=0なら、データの必要なし。
1	E12.5										
2	E12.5										
...											
IELEMT	E12.5										

(6) 境界条件を与える。

温度境界条件の与えられた場所は、境界上の各節点の温度の値を求めておく。その他の境界条件の与えられた場所は、境界上の要素の辺ごとに、その辺上の値の平均値を求めておく。辺には番号を付けしないで、そのかわり、辺の両端の節点番号を与えて辺の指定を行う。

(7) 計算機用入力データの作成

Table 1 に、各 WRITE 文ごとの入力データの種類と読み込み形式を示してある。入力データの読み込

み順番は表の順番どおりである。データの種類の欄には、変数名とその説明を、データの形式欄には、FóRMAT の形を実際にデータを作成する場合の形で表してある。たとえば、順番①の所は最初の WRITE 文により変数 INODAL, IELEMT.....IQL, ITEMP を FóRMAT (8 I 5) で読み込む。順番④の所は、配列変数 X(I), I=1, INODAL のデータを FóRMAT (E 13.5) で読み込む。備考欄には、各変数についての注意事項を示してある。間違えないようにすること。

Table 2 プログラムBの入力データ

順番	データの種類	データ形式	備考												
①	INODAL : Table. 1 参照 NPART : 全体の係数 マトリックスの分割数 FITIME : Table. 1 参照	<p style="text-align: center;">INODAL</p> <p style="text-align: center;">NPART</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td style="border: 1px solid black;">I 5</td><td style="border: 1px solid black;">I 5</td><td style="border: 1px solid black;">I 5</td><td style="border: 1px solid black;">E12.5</td></tr> </table> <p style="text-align: center;">ISTEDY</p> <p style="text-align: center;">FITIME</p>	I 5	I 5	I 5	E12.5	データを作成する必要なし、プログラムAの計算で、紙テープへ出力する。								
I 5	I 5	I 5	E12.5												
②	TT (INODAL) : 各節点の初期温度(°C)	<p style="text-align: center;">T T</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">E12.5</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">2</td><td style="border: 1px solid black;">E12.5</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">...</td><td style="border: 1px solid black;"> </td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">INODAL</td><td style="border: 1px solid black;">E12.5</td></tr> </table>	1	E12.5	2	E12.5	...		INODAL	E12.5	TT(300)の配列を取ってある。データを作成する必要なし、プログラムAの計算で、紙テープへ出力する。				
1	E12.5														
2	E12.5														
...															
INODAL	E12.5														
③	MD : 時間々隔の種類 NT : 印刷の間隔	<p style="text-align: center;">M D N T</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td style="border: 1px solid black;">I 5</td><td style="border: 1px solid black;">I 5</td></tr> </table>	I 5	I 5											
I 5	I 5														
④	DLTE(MD) : 時間々隔の大きさの指定 IDLTE(MD) : 各時間々隔で計算するステップ数の指定	<p style="text-align: center;">D L T E I D L T E</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td style="border: 1px solid black;">1</td><td style="border: 1px solid black;">E10.3</td><td style="border: 1px solid black;">I 5</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">2</td><td style="border: 1px solid black;">E10.3</td><td style="border: 1px solid black;">I 5</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">...</td><td style="border: 1px solid black;"> </td><td style="border: 1px solid black;"> </td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black;">M D</td><td style="border: 1px solid black;">E10.3</td><td style="border: 1px solid black;">I 5</td></tr> </table>	1	E10.3	I 5	2	E10.3	I 5	...			M D	E10.3	I 5	DLTE(1),IDLTE(1)の配列を取ってある。 このデータにより、DLTE(1)秒刻みで、IDLTE(1)回計算したら次にDLTE(2)秒刻みで、IDLTE(2)回計算.....以下同じ。
1	E10.3	I 5													
2	E10.3	I 5													
...															
M D	E10.3	I 5													
⑤	係数マトリックス		磁気テープのデータ プログラムAの計算で、磁気テープへ出力												

- (8) データを紙テープにせん孔する。
- (9) 入力データのチェックをする。

節点番号、要素番号と節点番号の組合せのチェックを特に厳重に行う。違った形になったり、番号の重複や空白などの間違いが起こりやすい。

チェック用に、X-Yプロッタに書かせるプログラムも用意してある。

- (10) 磁気テープ1本を用意する。(MT1と名付ける)
○実行1 (プログラムAの計算)

- (1) 磁気テープのセット。

機番1の磁気テープ装置に磁気テープMTを1セットする。

- (2) プログラムの実行 (Table 3 を参照)

- (3) 出力

- i) ラインプリンタ

入力データの全部が印刷される。(Table-1)

- ii) 紙テープせん孔機

- iii) 磁気テープ装置

ii), iii) の出力はプログラムBの入力用に使用する。

- 準備2 (プログラムBの準備)

- (1) 非定常解析の場合の、計算の時間刻み、ステップ数を決める。このプログラムでは、計算中に時間刻みの大きさを変更できる。そのためには、入力データで時間刻みの大きさと、それぞれの時間刻みで何ステップ計算するかを指定しておけば良い。時間刻みの決定法には、特に法則はない。1ステップの温度の変化があまり大きくならぬよう決める。

- (2) 計算結果の印刷時刻の指定

何ステップ計算ごとに出力するのか、ステップ数

を指定する。

- (3) 計算機用入力データの作成

Table 2 に従って作成する。データ①②は作成の必要なし。

- (4) プログラムの出力としてせん孔された紙テープおよびデータの読み込まれた磁気テープ (MT1) を用意する。

- (5) 磁気テープをもう1本用意する。(MT2と名付ける)

- 実行2 (プログラムBの計算)

- (1) 磁気テープのセット

機番2の磁気テープ装置に磁気テープ (MT2) をセットする。

- (2) プログラムの実行 (Table 3 を参照)

- (3) 磁気テープのセット

プログラムのコンパイル中に一方の磁気テープ装置のシステム用テープを取外し、磁気テープ (MT1) をセットする。機番1とする。

- (4) 出力

ラインプリンタに時刻および各節点の温度が順次印刷される。(Table 5)

5. 精度検討のための計算例

5.1 長方形平板の一端加熱

Fig. 6 に示すように流体による加熱により、長方形平板に一端から熱が流入し、他端から熱が流出していく場合の非定常熱伝導問題を計算した。

5.1.1 モデル形状と計算条件

計算を行うにあたり Fig. 7 に示すような要素分割の異なる4種類のモデルを用意した。

Table 3 計算指示書の記載事項

項 目	プ ロ グ ラ ム A	プ ロ グ ラ ム B
処 理	BATCH処理	BATCH処理
計 算	COMPUTE	COMPUTE
プ ロ グ ラ ム	紙 テ ー プ	紙 テ ー プ
デ ー タ	プログラムとは別の紙テープ	○プログラムとは別の紙テープ ○磁気テープ1 (機番1)
出 力 機 器	○紙テープせん孔装置 ○ライン・プリンタ ○磁気テープ1 (機番1)	○ファコム・ライター ○ライン・プリンタ ○磁気テープ2 (機番2)
備 考	磁気テープ1を機番1へセット	磁気テープ1を機番1へセット 磁気テープ2を機番2へセット

Table 4 プログラムAの出力データ

順 番	デ ー タ の 種 類	備 考
①	INOĐAL, IELEMT, IBOUND, XLAMĐ	ライン・プリンタへ出力
②	IHEN, ITMGG, IQL, ITEMP, NXPART	ライン・プリンタへ出力
③	ISTEĐY, FITIME	ライン・プリンタへ出力
④	POU, C	ライン・プリンタへ出力
⑤	X(INOĐAL), Y((INOĐAL)	ライン・プリンタへ出力
⑥	INĐ(IELEMT, 3)	ライン・プリンタへ出力
⑦	IX(IBOUND), TEMP(IBOUND)	ライン・プリンタへ出力
⑧	IHE(2, IHEN), TQGH(IHEN), TMGG(IHEN)	ライン・プリンタへ出力
⑨	QL(IELEMT)	ライン・プリンタへ出力 IQL=0 なら出力なし
⑩	係数マトリックス	磁気テープへ出力
⑪	TT(INOĐAL)	紙テープせん孔装置へ出力

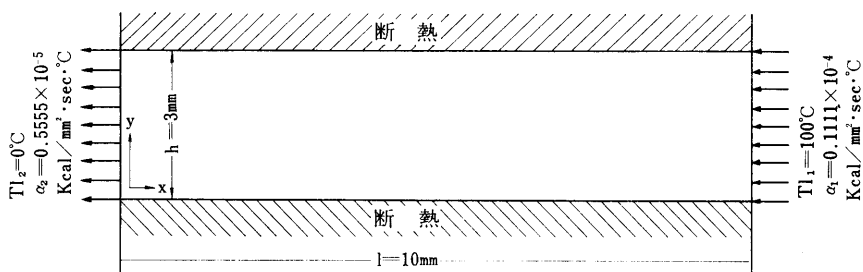


Fig. 6 長方形平板の一端加熱

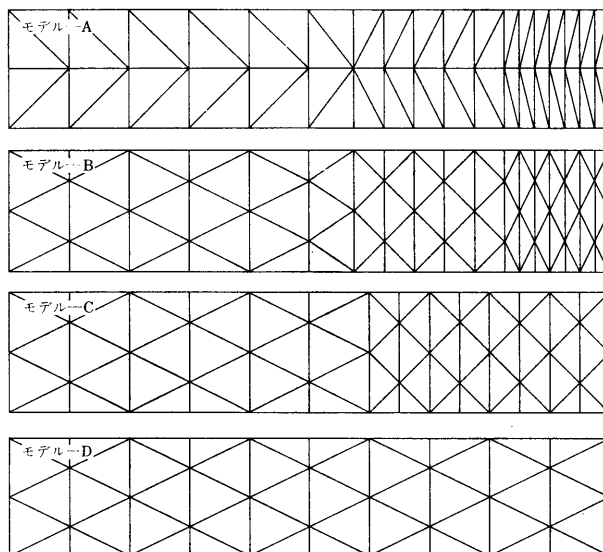


Fig. 7 長方形平板の要素分割モデル

Table 5 プログラムBの出力データ

順 番	デ ー タ の 種 類	備 考
①	TIME	
②	TT(INODAL)	

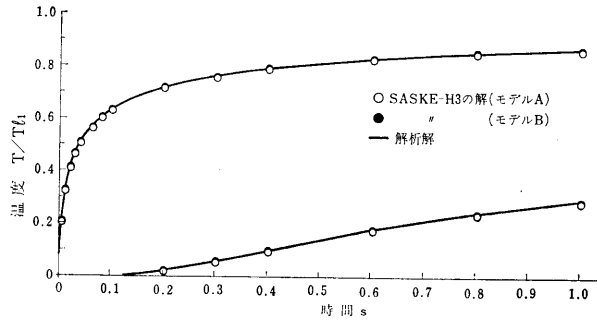


Fig. 8 加熱端部, 中間部の温度変化

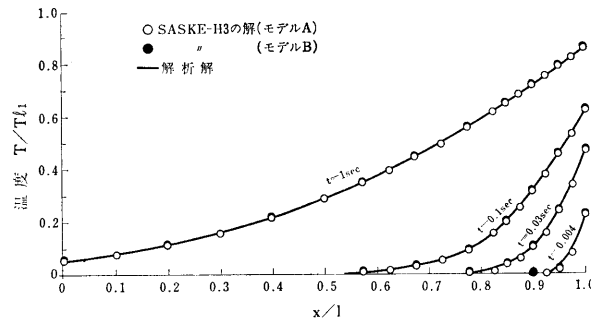


Fig. 9 $\bar{y}=0.5$ における x 方向断面の温度分布($\bar{y}=y/h$)

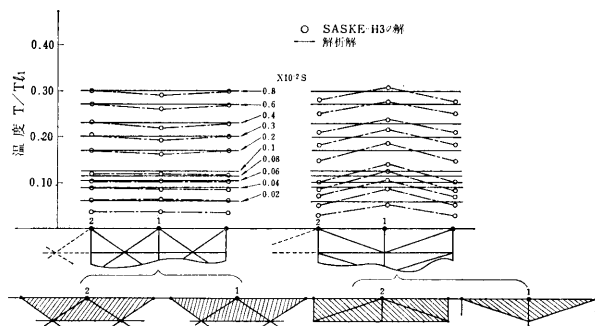


Fig. 10 初期の時間における加熱端部(モデルA, B)の温度分布

5. 1. 2 要素分割の影響

加熱境界部の分割方式が異なる, 2種類のモデルによる計算結果の比較を行った。Fig. 8, 9に示すように, 温度の計算値は両モデルとも解析解とほぼ一致している。しかし, Fig. 10に見られるように, モデル

Aの境界上の温度の計算値は一樣でなく, 多少の凸凹を示している。モデルAでは Fig. 10の下部分のように1つの節点に直接に關係する要素の形が, 節点ごとに異なっていることになる。これにより節点の持つ特性は節点ごとに異なった値を持つことになり, した

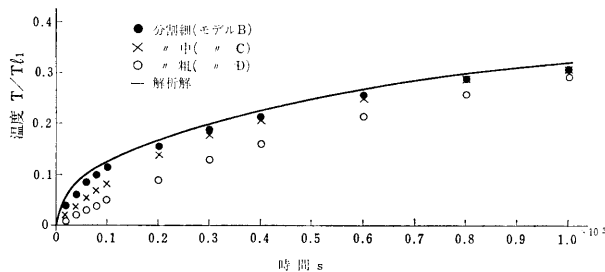


Fig. 11 初期の時間における加熱端部（モデル-B, C, D）の温度変化

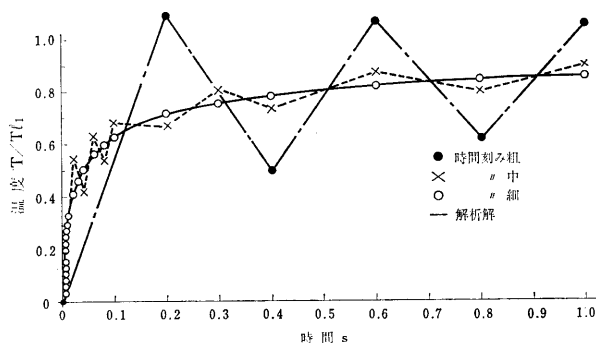


Fig. 12 時間間隔を変えた場合の温度変化（モデル-B）

がって、これらの節点に熱が与えられた場合に温度の上昇率は異なってきて、温度の計算値に不均一を生じることになる。モデルBでは、境界上の各節点の直接関係する要素はどれも同じであり、上に述べたような傾向は見られなかった。このように計算結果に精度を要求される場合は、要素分割方式に注意が必要である。

なお、このような温度の凸凹は加熱初期の温度変化の大きい間だけであり、時間の経過とともに無視し得る程度に減少した。

5. 1. 3 要素の大きさの影響

モデルB, C, Dについて計算を行った。Fig. 11に示すように、初期の時間において加熱端付近では要素分割のあらいモデルほど大きな誤差を示している。これは、この付近では温度勾配が大きいため、大きな誤差を生じたものである。しかし、時間の経過とともに誤差は急速に減少し、無視し得る程度になった。

5. 1. 4 時間間隔の影響

モデルBを用い、時間間隔を変えた場合の計算結果をFig. 12に示す。加熱端付近で、計算精度が時間間隔に影響されることがわかった。特に、加熱初期の時間的変化の大きい部分で、時間間隔が過大であると計算結果が不安定となっている。

このプログラムで採用した計算法は、単純な前進差分法のように時間間隔に厳しい制限がなく、安定で精度が良い³⁾とされている。しかし、この計算結果によれば、1ステップの間の温度変化があまり大き過ぎると、良くない結果となるようである。

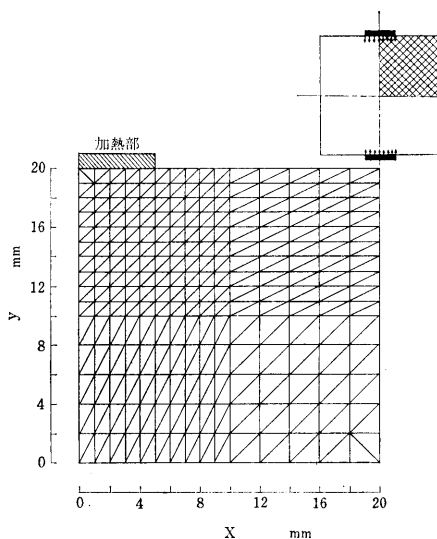
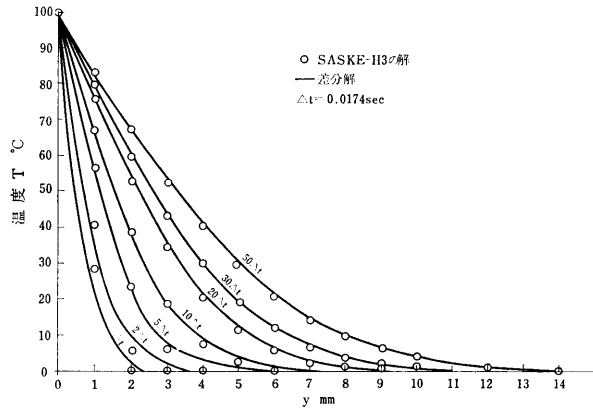
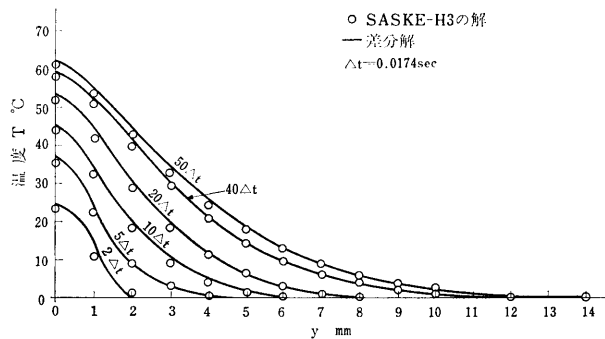


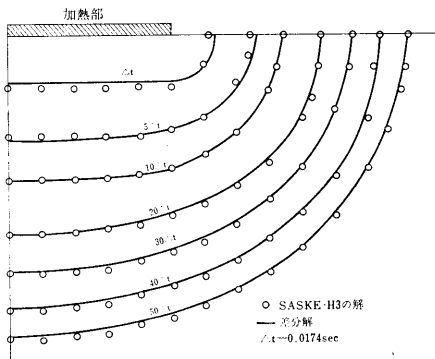
Fig. 13 正方形平板の要素分割

Fig. 14 $x=0\text{mm}$ における y 方向断面の温度分布Fig. 15 $x=6\text{mm}$ における y 方向断面の温度分布

5. 2 正方形平板の局部加熱

Fig. 13 に示すように正方形平板の対向する2辺の中央部が加熱される場合の非定常温度分布を計算した。

熱の流入する付近は、三角形要素を細かくしてある。この問題はすでに浜田ら⁹⁾によって差分法で計算されており、計算結果の比較を行った。Fig. 14 に中

Fig. 16 時間による等温線 (5°C) の変化

央軸上 ($x=0$) の断面の温度分布, Fig. 15 に $x=6$ の断面の温度分布, Fig. 16 に 5°C の等温線の時間的変化を示す。両者はかなり良い一致を示している。

5. 3 計算精度および計算時間

このプログラムによる計算精度は、与えられた条件や要素分割法などにより異なるが、試算では、かなり良い精度が得られており、前項で述べた計算例でも3~10%以内の値が得られている。

計算時間は、問題の大きさにより異なるが、かなり長くなる。特に非定常の場合は長時間を要する。一例をあげると、定常問題で節点数294の場合は、約25分、非定常問題で節点数256の場合、1ステップに約15分、全体で数時間を必要とした。

6. 結 論

- (1) 「FACOM270-20」用の、有限要素法による非定常熱伝導解析プログラムを完成し、実用に供し得ることを確かめた。
- (2) 温度変化率等の条件を考え、計算中に時間刻みの大きさを適当に変えることにより、計算ステップ数

をかなり減らすことができる。

- (3) 特に計算精度を必要とする場合には、要素分割、時間間隔は、第5章に示すような考慮をする必要がある。
- (4) 温度勾配が大きくなると予想される場所は、要素を細かくする必要がある。
- (5) 計算時間がかなり長くなる。

なお、今後計算時間の短縮など、プログラムを使いやすくしていくよう改良を行っていきたい。

本プログラムの開発は、当所共用計算機「FACOM 270-20」によった。開発には、かなり長い計算時間を必要としたが、電算機の運用担当者や利用者の方々にご協力をいただいたことに感謝します。

参 考 文 献

- 1) 高田ほか：有限要素法による熱伝導解析について (SASKE-H1), 第19回船舶技術研究所研究発表会講演概要 (1972-5), P 190
- 2) 高田ほか：有限要素法による熱伝導解析プログラム SASKE-H1, 船舶技術研究所報告, 第9巻, 第5号, (1972-9), P 31
- 3) 塚田ほか：有限要素法プログラム SASKE について (熱伝導解析プログラム SASKE-H2 について), 第20回船舶技術研究所研究発表会講演概要 (1972-11), P 34
- 4) O. C. Zienkiewicz・Y. K. Cheung：マトリックス有限要素法, 培風館 (1970)
- 5) 浜田実：熱応力の数値解法・実験的解法, 第308回講習会・高温強度と設計・教材, P 17