

# 波浪中船体運動に係る流体力の簡易推定式の開発

## —その2 : Heave と pitch 運動の付加質量, 造波減衰力係数および scattering 流体力—

松井 貞興\*, 篠本 恭平\*\*, 杉本 圭\*\*

### Development of Simplified Formula of Hydrodynamic Force Acting on Ship in Waves

- 2<sup>nd</sup> report: Radiation Force Coefficient and Scattering Force of Heave and Pitch Motion -

by

MATSUI Sadaoki, SHINOMOTO Kyohei, and SUGIMOTO Kei

#### Abstract

We have developed simplified formulae for the radiation force coefficient (added mass and damping coefficient) and scattering force of heave and pitch as a fundamental study to develop closed formulae for ship motion in waves. The proposed formulae are expressed by the explicit function of the main dimensions of the ship (length  $L$ , breadth  $B$ , draft  $d$ , block coefficient  $C_b$ , waterplane area coefficient  $C_w$ , and longitudinal center of floatation  $x_f$ ) and were developed based on a strip method-like approach, i.e., the tendency of the sectional fluid force is first examined and approximated, and then the three-dimensional fluid force is defined by the longitudinal integration of sectional fluid force. The proposed formulae were evaluated by comparing numerical calculations using the actual hull-forms of 77 ships  $\times$  2 loading conditions. We verified that the proposed formulae, particularly the added mass and damping coefficient, were sufficiently accurate for all merchant ship types. Because the scattering force depends on many condition parameters, it is relatively difficult to make the simplified formulae highly accurate. Therefore, when the closed formulae of each fluid force component are substituted into the response function of motion, the accuracy of the scattering fluid force is expected to be the overall bottleneck.

---

\* 構造安全評価系

\*\* 一般財団法人日本海事協会 船体開発部

原稿受付 令和3年7月13日

審査日 令和3年11月9日

## 目 次

1. 緒言.....	63
2. Heave および pitch の付加質量.....	64
2.1 Heave の 2 次元付加質量の傾向.....	64
2.2 Heave および pitch の 3 次元付加質量の簡易算式.....	66
3. Heave および pitch の造波減衰力係数.....	67
3.1 Heave の 2 次元造波減衰力係数の傾向.....	67
3.2 Heave, pitch の 3 次元減衰力係数の簡易算式.....	69
4. Heave および pitch の scattering 流体力.....	71
4.1 Heave, pitch の scattering 流体力の簡易算式.....	71
4.2 付加質量および減衰力係数を用いた横波中における heave の scattering 流体力.....	75
5. 結言.....	76
謝 辞.....	76
References.....	76

## 記 号

$C_b$	方形係数
$C_w$	水線面積係数
$C_{vp}$	縦柱形係数(= $C_b/C_w$ )
$A_{33}, A_{55}$	Heave, pitch の 3 次元付加質量
$a_{33}$	Heave の 2 次元付加質量
$\tilde{A}_3$	Heave に起因する無限遠方での 2 次元進行波振幅[m]
$A_x(x)$	断面積[m <sup>2</sup> ]
$B$	船幅[m]
$b$	半幅[m]
$B_w(x)$	水線幅[m] (無次元値: $\bar{B}_w(\bar{x}) = B_w(x)/B$ )
$B_{33}, B_{55}$	Heave, pitch の 3 次元造波減衰力係数
$b_{33}$	Heave の 2 次元造波減衰力係数
$d$	喫水[m]
$d_e$	船体全体の等価喫水[m]
$d'(x)$	断面喫水[m]
$E_3^S, E_5^S$	Heave, pitch 方向の scattering 流体力
$f_3^S(x)$	Heave 方向の 2 次元 scattering 流体力
$f_{A33}, f_{A55}$	Heave, pitch の 3 次元付加質量に関する周波数依存の補正係数
$f_{b33}$	Heave の 2 次元減衰力係数に関する周波数依存の補正係数
$f_{B55}$	Pitch の 3 次元減衰力係数に関する 3 次元影響の補正係数
$f_{\Re[Es3]}, f_{\Im[Es3]}, f_{\Re[Es5]}, f_{\Im[Es5]}$	Heave, pitch の 3 次元 scattering 流体力の実部/虚部に対する周波数依存の補正係数
$g$	重力加速度[m/s <sup>2</sup> ]
$k$	波数[rad/m](= $\omega^2/g$ )
$K$	出会い周波数に対応した波数(= $\omega_e^2/g$ )[rad/m]
$\bar{k}_l$	船長方向の無次元波数(= $kL \cos \beta$ )
$\bar{k}_w$	幅方向の無次元波数(= $kB \sin \beta$ )

$L$	船長[m]
$n$	船体表面の法線方向（外向きを正）の位置変数[m]
$n_x, n_y, n_z$	船体表面の外向き単位法線ベクトルの $x, y, z$ 方向成分
$x$	重心を原点とした船長方向（船首方向を正）の位置変数[m]（無次元値： $\bar{x} = x/L$ ）
$x_f$	重心基準の浮面心前後位置[m]（無次元値： $\bar{x}_f = x_f/L$ ）
$y$	センターラインを原点とした幅方向（左舷方向を正）の位置変数[m]
$z$	喫水線を原点とした鉛直方向（上方を正）の位置変数[m]
$z_0$	入射波粒子速度の代表位置の $z$ 座標[m]
$\beta$	波向き[rad]
$\varphi_0$	入射波の単位速度ポテンシャル
$\varphi_{2,3}$	Sway, heave 起因の radiation 単位速度ポテンシャル
$\varphi_7$	Scattering 単位速度ポテンシャル
$\rho$	流体の密度[kg/m <sup>3</sup> ]
$\omega$	波周波数[rad/s]
$\omega_e$	出会い波周波数[rad/s]
$\sigma(x)$	断面積係数
$\zeta_a$	入射波振幅[m]

## 1. 緒言

近年では船舶構造設計のよりいっそうの合理化のため、船級協会において波浪荷重の簡易算式の高度化が推し進められている<sup>1)</sup>。これを受け、著者らは簡便かつ実用的な精度を有する波浪中応答の簡易算式の開発を目的とし、前報までに運動方程式の構成要素である Froude-Krylov 力<sup>2)</sup>と復原力係数の簡易算式<sup>3)</sup>をすでに開発している。本論文ではそれに続き、heave, pitch の付加質量、造波減衰力係数、scattering 流体力の船体の主要パラメータを用いた簡易算式を開発する。本研究では算式の精度と汎用性を両立させるために、シリーズ計算値などに対するフィッティングに依る箇所は最小限にし、物理的背景を踏まえたアプローチによって算式を開発することを基本理念としている。

波浪中船体応答の簡易算式を基礎理論に基づいて検討された例は Jensen による研究<sup>4,5)</sup>を除けばほとんど見られない。その理由は、浮体に作用する流体力成分のうち、radiation 流体力係数（付加質量および減衰力係数）および scattering 流体力の周波数依存性・浮体形状依存性が複雑であり、簡易的な推定が比較的難しいためと考えられる。しかしながら、2次元付加質量および減衰力係数は古く（1940年代）より解析解や近似解が研究されており、幅喫水比や断面係数の影響が示されている。その結果より2次元流体力の要因抽出がある程度可能であり、それをもとに3次元流体力に拡張することで一定の合理性を有する簡易算式が作成可能であると考えられる。Scattering 流体力も、古典的なストリップ法で用いられる所謂相対運動の仮定に基づけば2次元流体力を radiation 流体力から定義することができ、それを3次元流体力に拡張することで陽な算式を得ることが可能である。

船体運動の付加質量に限定すると、roll を除く運動モードに関する3次元付加質量を実験的に求めて整理した“元良チャート”が存在する<sup>6-10)</sup>。元良チャートは3つの船型パラメータ $L/B, d/B, C_b$ から値を定められるように工夫されており、同チャートを元にした回帰式等<sup>11,12)</sup>も存在するが、surge, sway, yaw 方向については過渡運動に適用するため周波数無限大の値、heave, pitch については運動の固有周期における値に限定されている。本研究では波浪中船体運動の応答関数に適用することを見据えているため、本研究の目的に即した周波数依存の簡易算式を新たに提案することにする。

本論文では、heave, pitch に関する3次元の付加質量、減衰力係数、scattering 流体力の船型パラメータ（船長 $L$ 、船幅 $B$ 、平均喫水 $d$ 、方形係数 $C_b$ 、水線面積係数 $C_w$ 、重心基準の浮面心前後位置 $x_f$ ）を用いた簡易算式を新たに提案する。算式の導出ではストリップ法的アプローチ、すなわちまず2次元の heave 流体力の傾向を調べ、断面形

状および周波数影響を調べたのちに、船長方向に積分することで3次元流体力に拡張するといった手順を踏む。船長方向の積分においては、水線幅や喫水の船長方向分布を適切に仮定することで船体の痩せの影響を算式に反映する。導いた簡易算式の検証として、前報<sup>3)</sup>で示した実際の77隻×満載・バラスト状態の計154の船型を用いて、3次元Green関数法プログラム<sup>13)</sup>による数値計算値との比較を行う。なお、船速は共通構造規則CSRが5knotを想定していること<sup>14)</sup>を考慮し、本論文では低フルード数を前提とした近似を適用、すなわち波周波数 $\omega$ と出会い波周波数 $\omega_e$ とを区別すること（ドップラー効果）のみによって前進速度影響を考慮する。

## 2. Heave および pitch の付加質量

本節では、まず heave の2次元付加質量の支配パラメータとその傾向を調べ、それを船長方向に積分することで船型パラメータを簡易的に考慮した3次元の heave, pitch 流体力に拡張する。Fig. 2.1 に本研究で扱う船体の座標系および波、運動の定義を示す。Pitch モーメントの基準点は重心にとる。

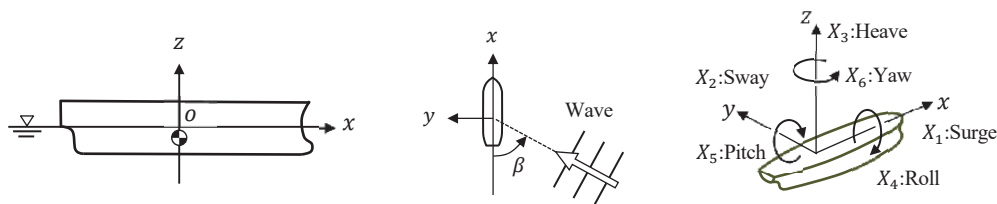


Fig. 2.1 Definition of coordinate system and motion.

### 2.1 Heave の2次元付加質量の傾向

まず、2次元の heave 付加質量 $a_{33}(x)$ について、周波数が無限大のときの断面形状の影響および、動揺周波数の依存性について調べる。

周波数無限大の2次元付加質量 $a_{ij}^\infty$ は、矩形断面やルイスフォーム断面に対する解析解が Lewis<sup>15)</sup>や Landweber<sup>16)</sup>, 別所<sup>17)</sup>によって導かれており、大松によって整理されている<sup>18)</sup>。また、周波数ゼロの付加質量 $a_{ij}^0$ も別所によってルイスフォーム断面に対する解析解が導かれている<sup>17)</sup>が、heave の2次元付加質量は周波数ゼロでは無限大に発散することが知られている<sup>19)</sup>。そこで、Fig. 2.2 に、半幅 $b$ 、喫水 $d$ の矩形断面ならびに断面係数 $\sigma(=A_x/2bd) = 0.4 \sim 1.0$ のルイスフォーム断面の周波数無限大の heave 付加質量の解析解を、半円の流体質量 $\pi\rho b^2/2$ で正規化して半幅喫水比 $d/b$ によって整理した図を示す。矩形断面のプロット( $\times$ )は Lewis の論文<sup>15)</sup>にあるテーブルの値であり、それをスプライン曲線によって補間している。Fig. 2.2 には、実際の船舶の半幅喫水比 $2d/B$ がとりうる範囲も示している。いずれの断面形状においても $d/b = 0$ では半幅 $b$ の水平板になり、この場合の $a_{33}^\infty$ はよく知られているように半円の流体質量 $\pi\rho b^2/2$ に一致し、また楕円断面 ( $\sigma = \pi/4$ のルイスフォーム断面) についても $d/b$ に依らず $a_{33}^\infty = \pi\rho b^2/2$ となる。Fig. 2.2 の $\sigma = 1$ のルイスフォーム断面の値は矩形断面の値よりも小さいが、これは $\sigma = 1$ のルイスフォーム形状が完全な矩形でなく、角が丸みを帯びることによって断面に追従する流体量が減るためである。このことから分かるように、断面形状に対する付加質量の傾向は複雑である。一方で、横軸 $d/b$ に対する傾向は、実際の船舶のとりうる範囲での変化はそれほど大きくなく、 $a_{33}^\infty$ はおおむね $b^2$ に比例するとみなすことができる。

続いて Fig. 2.3 に、2次元境界要素法によって得た $d/b = 0.5, 1.0$ の矩形および楕円断面に対する heave 付加質量の周波数依存性を示す。付加質量の周波数平均値は周波数無限大の値に一致することが Kramers-Kronig の関係式<sup>20)</sup>より知られており、それゆえ Fig. 2.3 にみられるように周波数に対して単調減少・増加とならず、簡単な近似式では表すことのできない傾向になっている。Fig. 2.3 には船体の縦運動の推定にとって意味のある周波数範囲帯（前進速度ゼロで $\lambda/B = 1 \sim 20$ の範囲）も示しており、いずれの断面形状でもこの範囲では下に凸の傾向を示している。周波数依存性に関する過去の解析的検討には、Ursell が周波数ゼロの漸近値を示しており<sup>19)</sup>、また周波数無限大の漸近値は Kramers-Kronig の関係を展開することで調べられている<sup>21)</sup>が、実用的な周波数帯での周波数依

存性を理論的に扱うことは困難である。本研究では周波数依存性は計算値と合うように補正係数によって考慮することにする。

以上の検討から、位置 $x$ における断面 heave 付加質量は、周波数無限大の水線幅 $B_w(x)$ の平板(あるいは半円断面)の値で近似した次式を以降の検討のベースとする。

$$a_{33}(x) \cong \frac{\pi}{8} \rho \{B_w(x)\}^2 \tag{2.1}$$

水面下の断面形状影響および周波数影響は、補正係数として実船の3次元付加質量の計算値に合うように決定することにする。

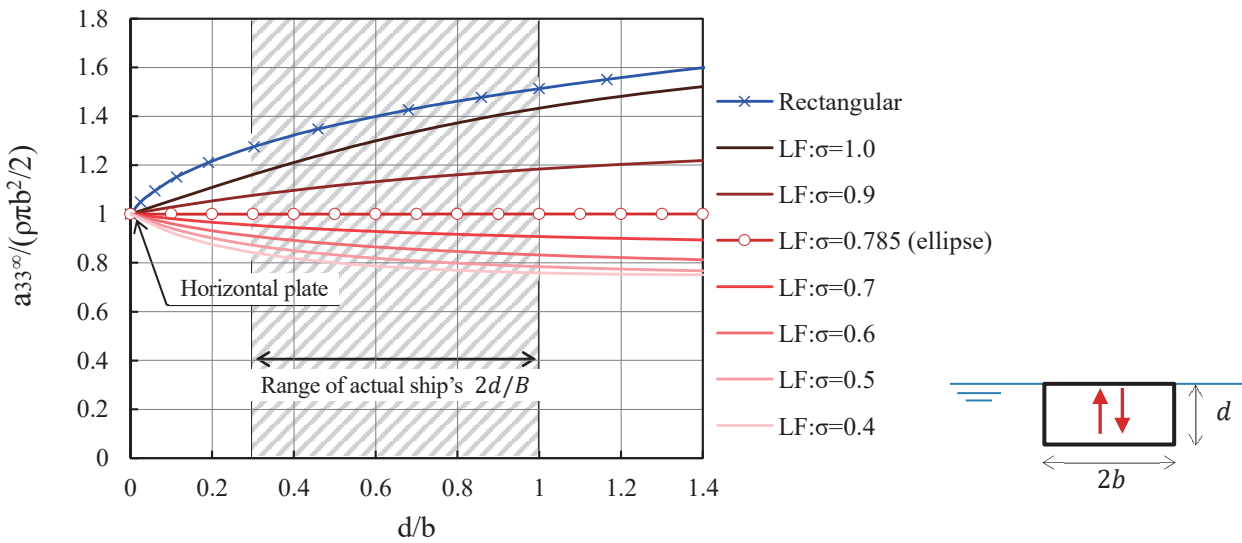


Fig. 2.2 Normalized heave added mass of high frequency  $a_{33}^{\infty}/(\rho\pi b^2/2)$  of a rectangular and Lewis-Forms.

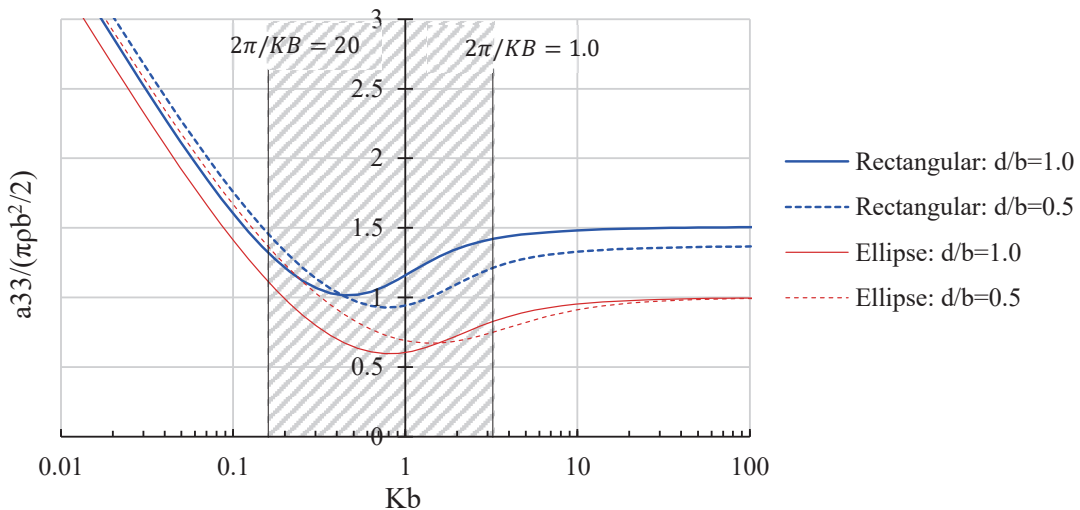


Fig. 2.3 Normalized heave added mass  $a_{33}/(\rho\pi b^2/2)$  of rectangular and ellipse section against  $Kb$ .

## 2.2 Heave および pitch の 3 次元付加質量の簡易算式

2次元 heave 付加質量の式(2.1)を船長方向に積分し, heave, pitch の 3次元付加質量を次式のように表す.

$$\frac{A_{33}}{\rho B^2 L} = \frac{1}{L} \int_L \frac{a_{33}(x)}{\rho B^2} dx \cong \frac{\pi}{8} \int_L \{\bar{B}_w(\bar{x})\}^2 d\bar{x} \quad (2.2)$$

$$\frac{A_{55}}{\rho B^2 L^3} = \frac{1}{L^3} \int_L x^2 \frac{a_{33}(x)}{\rho B^2} dx \cong \frac{\pi}{8} \int_L \bar{x}^2 \{\bar{B}_w(\bar{x})\}^2 d\bar{x} \quad (2.3)$$

ここに,  $\bar{x} = x/L$ ,  $\bar{B}_w = B_w/B$ である. ここで $B_w(x)$ の分布を面積が $C_w$ となるような冪関数

$$\bar{B}_w(\bar{x}) \cong \bar{B}_w^{\text{Pow}}(\bar{x}) := 1 - (2|\bar{x}|)^{\frac{C_w}{1-C_w}} \quad \text{for } |\bar{x}| \leq 1/2 \quad (2.4)$$

で近似する ( $\bar{B}_w^{\text{Pow}}(\bar{x})$ の分布形状は前報<sup>3)</sup>の Fig.3.2 を参照) と

$$\int_L \{\bar{B}_w^{\text{Pow}}(\bar{x})\}^2 d\bar{x} = \frac{2C_w^2}{C_w + 1} \cong C_w^{1.5} \quad (2.5)$$

$$\int_L \bar{x}^2 \{\bar{B}_w^{\text{Pow}}(\bar{x})\}^2 d\bar{x} = \frac{C_w^2}{6(3-2C_w)(3-C_w)} \cong \frac{C_w^{3.8}}{12} \quad (2.6)$$

と表せる. 式(2.5),(2.6)右辺の近似による精度低下は Fig. 2.4 に示す通り小さい.

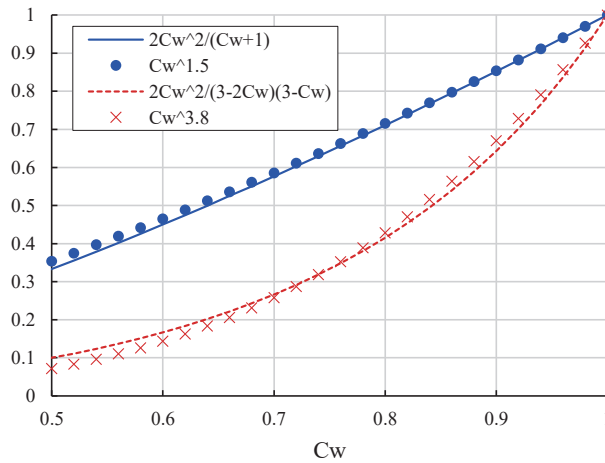


Fig. 2.4 Approximation of the functions of  $C_w$ .

以上によって, 次に示す付加質量の簡易算式を得る.

$$\frac{A_{33}}{\rho B^2 L} \cong f_{A33} \frac{\pi}{8} C_w^{1.5} \quad (\text{Proposed}) \quad (2.7)$$

$$\frac{A_{55}}{\rho B^2 L^3} \cong f_{A55} \frac{\pi}{8} \frac{C_w^{3.8}}{12} \quad (\text{Proposed}) \quad (2.8)$$

ここに,  $f_{A33}, f_{A55}$ は 3次元流体力を 2次元流体力ベースで定式化していることによる 3次元影響および水面下形状の影響を含む, 動揺周波数依存並びに喫水依存の補正係数である. これらを, 縦運動において重要な周波数領域となる  $2\pi/KL = 0.5 \sim 1.5$  の範囲に着目し, 3次元 Green 関数法による計算値と合うように次式のように決定した.

$$f_{A33} \left( KL, \frac{d}{L} \right) = \left\{ 1.35 \left( \frac{2\pi}{KL} \right)^2 - 9.9 \left( \frac{2\pi}{KL} \right) + 5.2 \right\} \frac{d}{L} + 0.25 \left( \frac{2\pi}{KL} \right)^2 + 0.23 \left( \frac{2\pi}{KL} \right) + 0.62 \quad (2.9)$$

$$f_{A55} \left( KL, \frac{d}{L} \right) = \left\{ 12 \left( \frac{2\pi}{KL} \right)^2 - 30 \left( \frac{2\pi}{KL} \right) + 10.2 \right\} \frac{d}{L} - 0.58 \left( \frac{2\pi}{KL} \right)^2 + 2.1 \left( \frac{2\pi}{KL} \right) - 0.07 \quad (2.10)$$



無次元周波数パラメータを $KB$ ではなく $KL$ で定義したのは、3次元影響 ( $B/L$ の傾向) を考慮した結果である。また $d/L$ が含まれているのは、付加質量に対する水面下形状の影響が概ね喫水のみで決まることが確認されたためである。Fig. 2.2 の $\sigma > \pi/4$ の断面の傾向と同様、3次元付加質量は $d$ に対して増加傾向になる。

船速 0knot,  $\lambda/L = 0.5, 0.7, 1.0, 1.5$ における heave, pitch の無次元付加質量 ( $KA_{33}/\rho BL, KA_{55}/\rho BL^3$ ) の、提案式と3次元 Green 関数法による計算値との比較を Fig. 2.5 に示す。Heave, pitch の推定が重要な周波数帯において、船種や積付条件を限定せず実用的な精度を有していることが分かる。

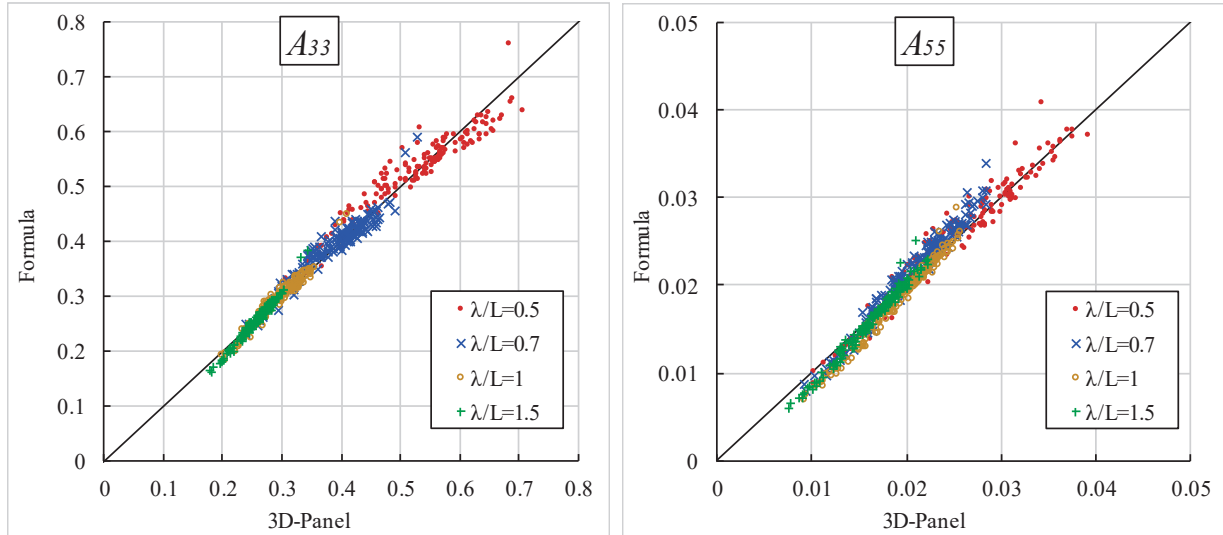


Fig. 2.5 Comparison of added masses  $KA_{33}/\rho BL$ (left) and  $KA_{55}/\rho BL^3$ (right) between the proposed formulae and 3D-Panel method (0kt).

### 3. Heave および pitch の造波減衰力係数

本節では付加質量と同様、まず heave の2次元造波減衰力係数の支配パラメータとその傾向を調べ、船型パラメータを簡易的に考慮しつつ船長方向に積分して3次元の heave, pitch 流体力に拡張することで、3次元造波減衰力係数の簡易算式を開発する。

#### 3.1 Heave の2次元造波減衰力係数の傾向

完全流体を仮定した場合、減衰力係数は動揺によって造られる放射波 (Kochin 関数) との対応があることが知られている。特に2次元問題では、物体が周波数 $\omega_e$ で動揺するときに造られる無限遠方での進行波振幅 $\tilde{A}_j$ から、2次元減衰力係数 $b_{jj}$ が次式によって簡単に計算することができる。

$$b_{jj} = \frac{\rho \omega_e}{K^2} \tilde{A}^2 \tag{3.1}$$

Grim は2次元の heave 減衰力係数に対する周波数ゼロの漸近式を導出しており<sup>22)</sup> (文献<sup>23)</sup>の演習問題 4.2 にもみられる)、 $b_{33}$ の $K \rightarrow 0$ における leading term は $\rho B^2 \omega_e$ で、水面下の断面形状によらず幅 $B$ のみで決定されることが知られている。一方で周波数無限大の漸近式は Ursell が円断面に対して漸近解を与え<sup>24)</sup>、雁野がそれをもとにルイスフォーム断面に拡張しており<sup>25)</sup>、円断面に対する $b_{33}$ の $K \rightarrow \infty$ における leading term は $4\rho B^2 \omega_e / (KB)^4$ で、周波数が高くなると急速に値が減衰することが知られている。これらの解析解とは別に、低周波域の進行波振幅を簡易的に求める最も古い近似手法として、Havelock による source method が存在する<sup>26)</sup>。それによると、 $(y, z) = (\eta, \zeta)$ 位置の強さ $\omega_e$ の吹き出しによる無限遠方の波変位が $-Ke^{K\zeta - iKly - \eta}$ と表されるので、この吹き出しを heave 動揺する矩形断面の底部 ( $-b < \eta < b, \zeta = -d$ ) に吹き出しを並べることで、進行波振幅 $\tilde{A}_3$ および減衰力係数 $b_{33}$ が次のように求まる。

$$\tilde{A}_3 \cong \left| -K e^{-Kd} \int_{-b}^b e^{-iKy} dy \right| = 2e^{-Kd} \sin Kb \quad (3.2)$$

$$\therefore \frac{b_{33}}{\rho B^2 \omega_e} = \left( \frac{2}{KB} \sin \frac{KB}{2} \right)^2 e^{-2Kd} \quad (\text{Source method}) \quad (3.3)$$

これは吹き出しの強さが底面で一様かつ動揺速度に一致する ( $\partial\phi_3/\partial z = i\omega_e$ ) とした直感的な方法で、本来考慮すべき二重吹き出しの項が無視されているため正確ではないが、二重吹き出しによる波振幅が  $K$  に関して高次であることを考えると、 $K$  が小さい領域の近似値としては正しい扱いである。実際、右辺は  $K \rightarrow 0$  の leading term は  $\rho B^2 \omega_e$  となり、解析解に一致することが確かめられる。また、 $K \rightarrow \infty$  の極限において指数的に値が 0 に漸近するため、周波数が 0 と  $\infty$  のどちらの漸近値も正しい傾向をとる。

Fig. 3.1 に、2次元境界要素法によって得た  $d/b = 0.5, 1.0$  の矩形および楕円断面に対する heave 減衰力係数と、 $d/b = 1.0$  の矩形断面に対する source method の式(3.3)による heave 減衰力係数の値を示す。Source method は周波数ゼロと周波数無限大の極限で正しく漸近しており、その間の傾向も定性的には非合理的ではなく、3次元に拡張することを見据えると、source method の式(3.3)を2次元減衰力係数の簡易算式のベースとすることは有効と思われる。

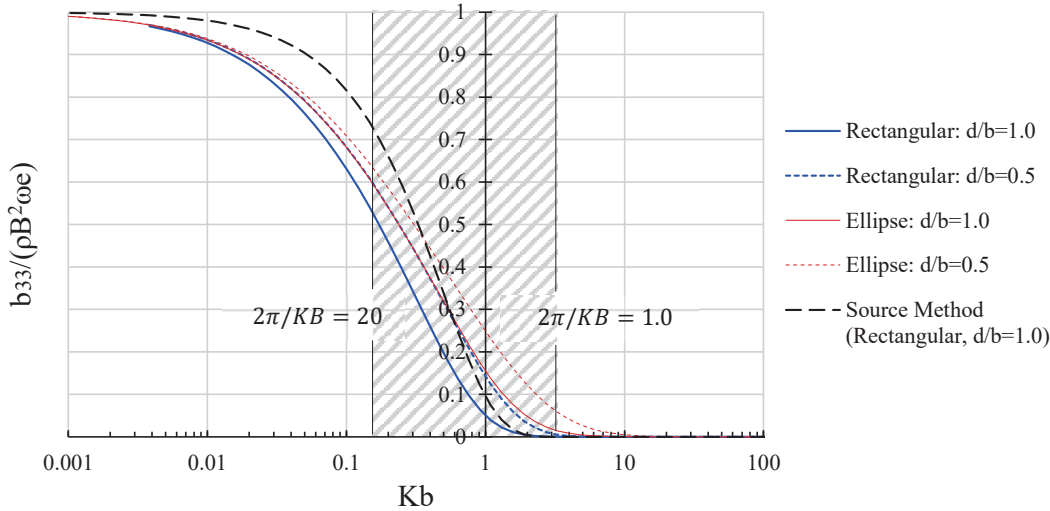


Fig. 3.1 Heave damping coefficient  $b_{33}/\rho B^2 \omega_e$  of rectangular and ellipse section by 2D-BEM calculation and source method against  $Kb$ .

続いて、断面形状の影響を調べるため、断面積係数  $\sigma = 0.6, \pi/4, 0.9, 1$  のルイスフォーム断面および矩形断面の  $Kb = 0.1, 1.0$  における  $b_{33}/(\rho B^2 \omega_e)$  を、 $d/b$  および  $d\sigma^2/b$  を横軸にとって比べたものを Fig. 3.2 に示す。Fig. 3.2 より、 $d\sigma^2/b$  によって傾向が整理されていることから、断面の痩せの影響は“喫水  $d\sigma^2$  の矩形”とみなすことで、 $b_{33}$  を簡単に推定できると考えられる。

以上の検討を踏まえ、2次元 heave 減衰力係数を source method の式によって定義する。いま、幅  $B_w(x)$ 、喫水  $d$ 、断面積係数  $\sigma(x) (= A_x(x)/B_w(x)d)$  の矩形断面を考えると、その2次元減衰力係数  $b_{33}(x)$  は式(3.3)および Fig. 3.2 の考察より次式によって近似できる。

$$\frac{b_{33}(x)}{\rho B^2 \omega_e} \cong f_{b33} \left( \frac{2}{KB} \sin \frac{KB_w(x)}{2} \right)^2 e^{-2Ka(\sigma(x))^2} \quad (3.4)$$

ここで  $f_{b33}$  は周波数依存の補正係数で、2次元境界要素法の結果に合うように次のように定義した。

$$f_{b33}(KB) = 0.09(KB)^2 - 0.24KB + 0.7 \quad (3.5)$$



複数の幅喫水比 $B/d$ が0.1~0.5の範囲の複数の矩形断面について、 $f_{b33}$ を考慮しない場合とした場合の提案式と、2次元境界要素法による無次元の2次元減衰力係数 $Kb_{33}/\rho B^2\omega_e$ の比較を Fig. 3.3 に示す。 $f_{b33}$ によって正しく補正されており、 $B/d$ に依らず適用可能であることが分かる。

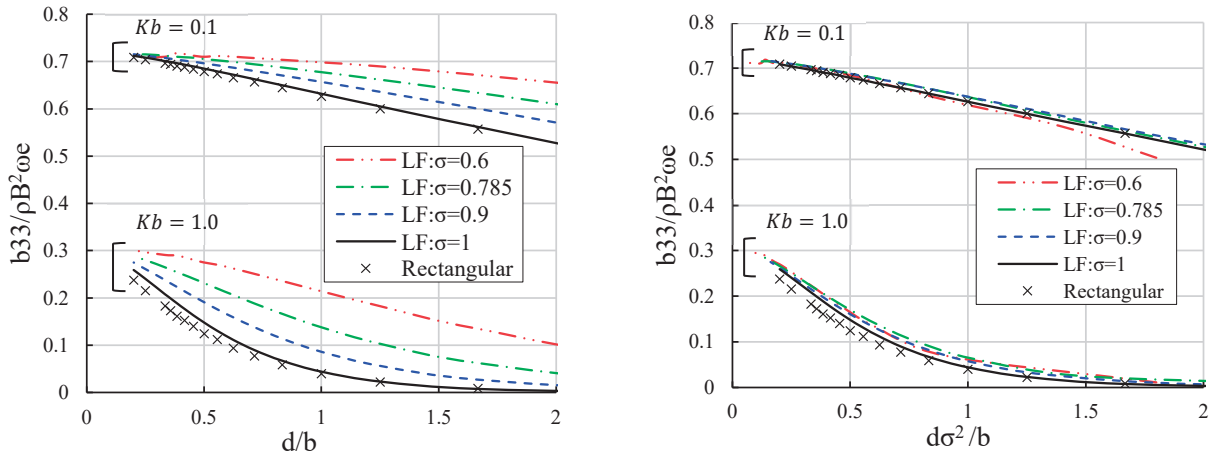


Fig. 3.2 Normalized heave damping coefficient  $b_{33}/(\rho B^2\omega_e)$  against  $d/b$  (left) and  $d\sigma^2/b$  (right).

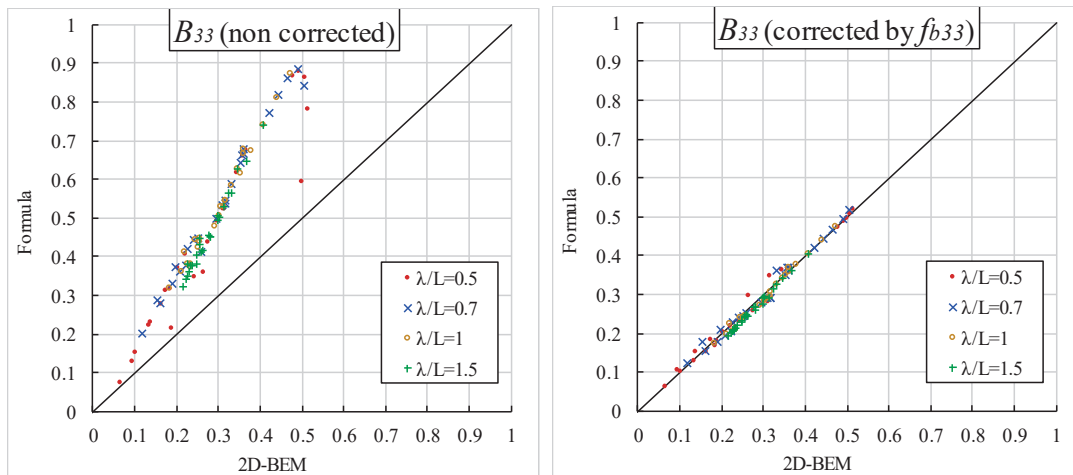


Fig. 3.3 Comparison of damping coefficient  $Kb_{33}/\rho B\omega_e$  without  $f_{b33}$  (left) and considering  $f_{b33}$  (right) between the proposed formula and the results of 2D-BEM calculation for rectangular sections ( $B/d = 0.1\sim 0.5$ ).

### 3.2 Heave, pitch の3次元減衰力係数の簡易算式

式(3.4)を用いて、3次元の heave, pitch 減衰力係数の無次元値を次のように表す。

$$\begin{aligned} \frac{B_{33}}{\rho L B^2 \omega_e} &= \frac{1}{L} \int_L \frac{b_{33}(x)}{\rho B^2 \omega_e} dx \\ &\cong f_{b33} \int_L \{\bar{B}_w(\bar{x})\}^2 e^{-2Kd\{\sigma(\bar{x})\}^2} d\bar{x} \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} &\cong f_{b33} e^{-2Kd_e} \int_L \{\bar{B}_w(\bar{x})\}^2 d\bar{x} \\ \frac{B_{55}}{\rho L^3 B^2 \omega_e} &= \frac{1}{L^3} \int_L x^2 \frac{b_{33}(x)}{\rho B^2 \omega_e} dx \\ &\cong f_{b33} \int_L \bar{x}^2 \{\bar{B}_w(\bar{x})\}^2 e^{-2Kd\{\sigma(\bar{x})\}^2} d\bar{x} \\ &\cong f_{b33} e^{-2Kd_e} \int_L \bar{x}^2 \{\bar{B}_w(\bar{x})\}^2 d\bar{x} \end{aligned} \quad (3.7)$$

式(3.6),(3.7)の 2 つめの変形では積分の都合上 $KB$ が小さいとして $(2/KB) \sin(KB_w/2) \cong B_w/B$ と近似しているが、この近似影響は縦運動が重要となる周波数域での影響は大きくない ( $KB < 1$ で5%未満)。また、最後の変形では断面の代表喫水 $d\{\sigma(x)\}^2$ を平均化した等価喫水を $d_e$ と表すことで、 $e^{-2Kd\{\sigma(x)\}^2}$ の積分を簡略化している。 $d_e$ は水面下形状の痩せ具合を意味する豎柱形係数 $C_{vp}(=C_b/C_w)$ の関数として次式によって表せると考えられる。

$$d_e = dC_{vp}^n \quad (3.8)$$

この式は $C_{vp} = 1, 0$ のときそれぞれ $d, 0$ をとるため、上下限については正当性を持つ。 $n$ はその間を繋ぐ $C_{vp}$ の感度に対応するパラメータであり、境界要素法による値と合うように決定した結果、 $B_{33}$ については $d\sigma^2$ の傾向と同じく $n = 2$ 、 $B_{55}$ については $n = 4$ となった。 $B_{55}$ の $n$ の値が大きいのは、 $B_{33}$ より船首尾における $\sigma(x)$ の重みが大きく、水面下の痩せに対する感度が強いためと推察できる。最後に、 $B_w(x)$ の分布を付加質量と同様に式(2.4)の冪関数 $B_w^{\text{Pow}}(x)$ で近似する事で積分値は式(2.5),(2.6)のように表せ、結局次に示す減衰力係数の簡易算式を得た。

$$\frac{B_{33}}{\rho LB^2 \omega_e} \cong f_{b33} e^{-2Kdc_{vp}^2} C_w^{1.5} \quad (\text{Proposed}) \quad (3.9)$$

$$\frac{B_{55}}{\rho L^3 B^2 \omega_e} \cong f_{B55} f_{b33} e^{-2Kdc_{vp}^4} \frac{C_w^{3.8}}{12} \quad (\text{Proposed}) \quad (3.10)$$

ここに、 $f_{B55}$ は $B_{55}$ に対する3次元影響による動揺周波数依存の補正係数である。 $B_{33}$ については3次元影響が殆どないことが確認されたため、 $b_{33}(x)$ の積分値をそのまま $B_{33}$ としている。 $f_{B55}$ は、 $2\pi/KL = 0.5 \sim 1.5$ の範囲に着目し、3次元 Green 関数法による計算値と合うように次式のように決定した。

$$f_{B55}(KL) = \left\{ 0.86 \left( \frac{2\pi}{KL} \right)^2 - 0.97 \left( \frac{2\pi}{KL} \right) + 1.34 \right\}^{-1} \quad (3.11)$$

無次元周波数を $KL$ としたのは、pitch の3次元影響が $KL$ で決まるためである<sup>26)</sup>。

船速 0knot,  $\lambda/L = 0.5, 0.7, 1.0, 1.5$ における heave, pitch の無次元減衰力係数 ( $\bar{B}_{33} = KB_{33}/\rho BL\omega_e, \bar{B}_{55} = KB_{55}/\rho BL^3\omega_e$ ) の、提案式(3.9),(3.10)と3次元 Green 関数法による計算値との比較を Fig. 3.4 に示す。提案式は船種や積付条件によらず、実用的な精度を有していることが分かる。

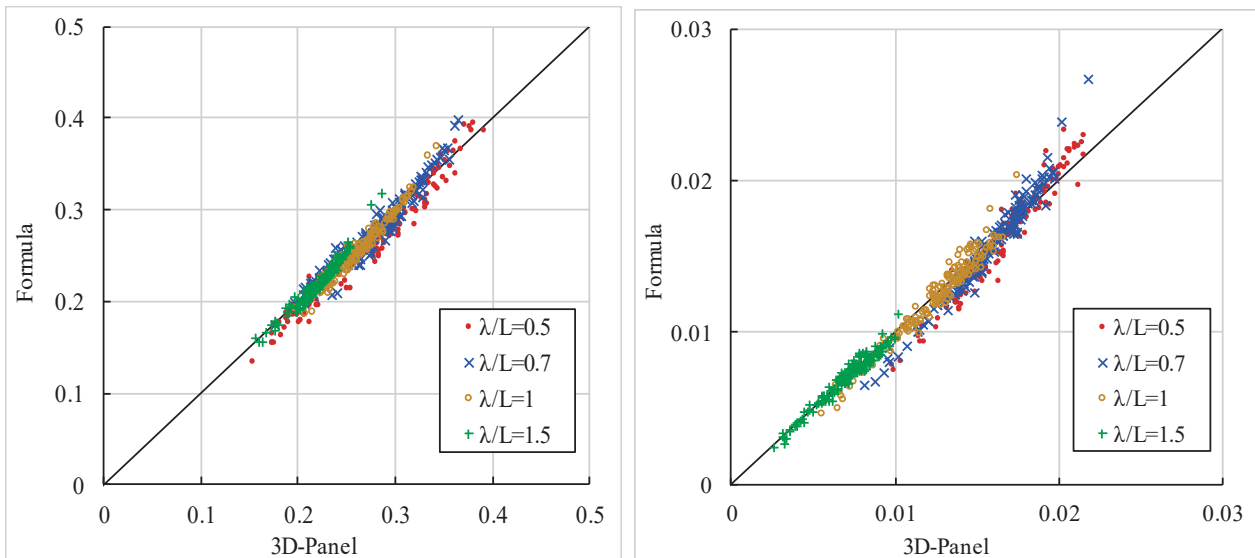


Fig. 3.4 Comparison of damping force coefficients  $KB_{33}/\rho BL\omega_e$ (left) and  $KB_{55}/\rho BL^3\omega_e$ (right) between the proposed formulae and 3D-Panel method (0kt).

#### 4. Heave および pitch の scattering 流体力

Scattering 流体力は, radiation 流体力と同様に流場解析を必要とする成分で, 周波数, 船速, 波向き of いずれの条件にも依存するため, 算式の精度と簡便性を両立させることが難しい成分である. その計算法としては, 直接的に scattering 速度ポテンシャル  $\varphi_7$  を積分する方法の他, Haskind-Newmann の関係<sup>27)</sup>を用いて Kochin 関数から波浪強制力を計算する方法, 相対運動の仮定に基づき radiation 流体力係数によって近似的に scattering 流体力を定義する方法<sup>28)</sup>が知られている. Haskind-Newmann の関係を用いる場合, 3次元問題では Kochin 関数自体の簡易推定が困難である. 2次元問題では減衰力係数のみから波浪強制力を得ることができるものの, 位相の情報を得るには Kochin 関数がやはり必要になる. そのため, 本研究では相対運動の仮定に基づき簡易算式を開発することにする.

##### 4.1 Heave, pitch の scattering 流体力の簡易算式

Fig. 2.1 の中央図のように船体に波が入射する場合, その入射波の単位速度ポテンシャルは

$$\varphi_0 = e^{kz - ik(x \cos \beta + y \sin \beta)} \quad (4.1)$$

と表せる. 一方, 2次元の scattering 単位速度ポテンシャル  $\varphi_7$  と sway, heave 起因の 2次元 radiation 単位速度ポテンシャル  $\varphi_2, \varphi_3$  の船体表面条件は, それぞれ

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi_7}{\partial n} = -\frac{\partial \varphi_0}{\partial n} = (ik \sin \beta n_y - kn_z)\varphi_0 \\ \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} = n_y \\ \frac{\partial \varphi_3}{\partial n} = n_z \end{cases} \quad \text{on hull surface} \quad (4.2)$$

と表される. 相対運動の仮定では,  $\varphi_0$  を断面内で一定値になるよう位置  $(y, z) = (0, -d'(x))$  で代表した場合,  $\varphi_7$  の船体表面条件が

$$\frac{\partial \varphi_7}{\partial n} \cong \left( i \sin \beta \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} - \frac{\partial \varphi_3}{\partial n} \right) k e^{-kd'(x) - ikx \cos \beta} \quad \text{on hull surface} \quad (4.3)$$

のように表されることを根拠に,  $\varphi_7$  を  $\varphi_2, \varphi_3$  を用いて次のように表す手法である (文献<sup>23)</sup>の 5.1.3).

$$\varphi_7 \cong (i \sin \beta \varphi_2 - \varphi_3) k e^{-kd'(x) - ikx \cos \beta} \quad (4.4)$$

これより単位長さあたりの heave 方向の 2次元 scattering 流体力  $f_3^S(x)$  は, radiation 流体力係数の縦運動と横運動の連成項が 0 であることを考慮して, heave の 2次元 radiation 流体力係数を用いて次式のように近似できる.

$$f_3^S(x) \cong \frac{i\zeta_a g}{\omega} \{i\omega_e a_{33}(x) + b_{33}(x)\} k e^{-kd'(x) - ikx \cos \beta} \quad (4.5)$$

ここで前 2,3 章と同様に  $a_{33}/\rho B^2 \cong \pi \bar{B}_w^2/8$ ,  $b_{33}/\rho B^2 \omega_e \cong e^{-2Kd'} \bar{B}_w^2$  と近似し, さらに相対運動の仮定で無視される船幅方向の波形変化の影響を考慮するため, Froude-Krylov 力と同じ幅方向の波形の積分値  $(2/\bar{k}_w) \sin(\bar{k}_w/2)$  を考慮<sup>29)</sup>して次の表示を得る.

$$\frac{f_3^S(x)}{\rho g \zeta_a B} \cong -\frac{\omega_e}{\omega} e^{-kd'(x)} \left( \frac{2}{\bar{k}_w} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} \right) kB \left( \frac{\pi}{8} - i e^{-2Kd'(x)} \right) \{ \bar{B}_w(x) \}^2 e^{-i\bar{k}_l \bar{x}} \quad (4.6)$$

ただし,  $\bar{k}_l = kL \cos \beta$  は船長方向の無次元波数,  $\bar{k}_w = kB \sin \beta$  は幅長方向の無次元波数である. 以上を用いて, 3次元 heave, pitch の scattering 流体力  $E_3^S, E_5^S$  を次式のように表す.

$$\begin{aligned}
\frac{E_3^S}{\rho g \zeta_a B L} &= \int_L \frac{f_3^S(\bar{x})}{\rho g \zeta_a B} d\bar{x} \\
&\cong -\frac{\omega_e}{\omega} k B \left( \frac{2}{\bar{k}_w} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} \right) \int_L e^{-k d'(\bar{x})} \left( \frac{\pi}{8} - i e^{-2K d'(\bar{x})} \right) \{\bar{B}_w(\bar{x})\}^2 e^{-i \bar{k}_l \bar{x}} d\bar{x} \\
&\cong -\frac{\omega_e}{\omega} k B \left( \frac{\pi}{8} - i \right) e^{-k d C_{vp}} \left( \frac{2}{\bar{k}_w} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} \right) \int_L \{\bar{B}_w(\bar{x})\}^2 e^{-i \bar{k}_l \bar{x}} d\bar{x}
\end{aligned} \tag{4.7}$$

$$\begin{aligned}
\frac{E_5^S}{\rho g \zeta_a B L^2} &= - \int_L \bar{x} \frac{f_3^S(\bar{x})}{\rho g \zeta_a B} d\bar{x} \\
&\cong -\frac{\omega_e}{\omega} k B \left( \frac{2}{\bar{k}_w} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} \right) \int_L e^{-k d'(\bar{x})} \left( i \frac{\pi}{8} + e^{-2K d'(\bar{x})} \right) \{\bar{B}_w(\bar{x})\}^2 \cdot \bar{x} e^{-i \bar{k}_l \bar{x}} d\bar{x} \\
&\cong -\frac{\omega_e}{\omega} k B \left( \frac{\pi}{8} - i \right) e^{-k d C_{vp}} \left( \frac{2}{\bar{k}_w} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} \right) \int_L \{\bar{B}_w(\bar{x})\}^2 \cdot \bar{x} e^{-i \bar{k}_l \bar{x}} d\bar{x}
\end{aligned} \tag{4.8}$$

式(4.7),(4.8)の2つ目の変形は式(4.6)の代入であり, 最後の変形に関しては, 断面のスミス修正係数 $e^{-k d'(x)}$ の積分値に対応する等価喫水は Froude-Krylov 力と同様 $d_e = d C_{vp}$ とし<sup>2)</sup>, また, 断面の減衰力係数 $e^{-2K d'(x)}$ の積分値に対応する等価喫水については, scattering 流体力に関しては喫水の影響が小さい事を確認し $d_e = 0$ とした. 続いて(4.7),(4.8)の積分を実行するにあたり, 複雑化を避けるため,  $\bar{B}_w(\bar{x})$ の分布を heave, pitch の Froude-Krylov 力の式<sup>2)</sup>と同じく浮面心 LCF を中心とした次の面積 $BLC_w$ の矩形分布で近似する.

$$\bar{B}_w(\bar{x}) \cong \bar{B}_w^{\text{Rec}}(\bar{x}) := \begin{cases} 1 & \text{for } |\bar{x} - \bar{x}_f| \leq C_w/2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{4.9}$$

ここに $\bar{x}_f$ は LCF の $x$ 座標の無次元値 (= (LCF - LCG)/L) である. 面積が $BLC_w$ となるようにしたのは,  $z$ 方向力は船体の $z$ 方向の投影面形状が支配的となるためである. また中心を LCF としたのは $z$ 方向力の作用中心が LCF にあるため, これによって位相の情報を適切に考慮することができる. 式(4.9)を(4.7),(4.8)に代入することで, 結局 heave, pitch の scattering 流体力の次の簡易算式を得る.

$$\frac{E_3^S}{\rho g \zeta_a B L} \cong -\frac{\omega_e}{\omega} k B \left( f_{\Re[Es3]} \frac{\pi}{8} - i f_{\Im[Es3]} \right) e^{-i \bar{k}_l \bar{x}_f - k d C_{vp}} \left( \frac{2}{\bar{k}_w} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} \right) \left( \frac{2}{\bar{k}_l} \sin \frac{C_w \bar{k}_l}{2} \right) \tag{Proposed} \tag{4.10}$$

$$\frac{E_5^S}{\rho g \zeta_a B L^2} \cong -\frac{\omega_e}{\omega} k B \left( i f_{\Im[Es5]} \frac{\pi}{8} + f_{\Re[Es5]} \right) e^{-i \bar{k}_l \bar{x}_f - k d C_{vp}} \left( \frac{2}{\bar{k}_w} \sin \frac{\bar{k}_w}{2} \right) \frac{1}{\bar{k}_l} \left\{ \left( \frac{2}{\bar{k}_l} + 2i \bar{x}_f \right) \sin \frac{C_w \bar{k}_l}{2} - C_w \cos \frac{C_w \bar{k}_l}{2} \right\} \tag{Proposed} \tag{4.11}$$

ここに, 補正係数を次のように定義した.

$$\begin{cases} f_{\Re[Es3]} = 0.48\lambda/L + 0.53 \\ f_{\Im[Es3]} = 0.13\lambda/L + 0.27 \\ f_{\Re[Es5]} = -0.08\lambda/L + 0.36 \\ f_{\Im[Es5]} = 0.52\lambda/L + 0.56 \end{cases} \tag{4.12}$$

提案式(4.10),(4.11)は, 相対運動の仮定に基づき断面 scattering 力を2次元付加質量ならびに減衰力係数で表し, さらに船体形状水線幅を式(4.9)の矩形分布で近似することで導出したものである. 周波数影響は, 係数(4.12)によって補正している.

Heave, pitch の scattering 流体力の提案式と3次元 Green 関数法による数値計算値との比較を Fig. 4.1, Fig. 4.2 にそれぞれ示す. Heave には一定の相関がみられるが, pitch については精度がやや低下している. 簡易算式の開発の過程で, 相対運動の仮定, 船体形状の近似, radiation 流体力係数の近似など種々の近似を適用しており, さらに3次元影響, 前進速度影響などは無視しているため, scattering 流体力は他の成分に比べ精度を確保することの難しい成分である. したがって, 各流体力成分の簡易式を運動の応答関数に代入した場合, scattering 流体力の推定精度が全体の精度のボトルネックになると考えられる.

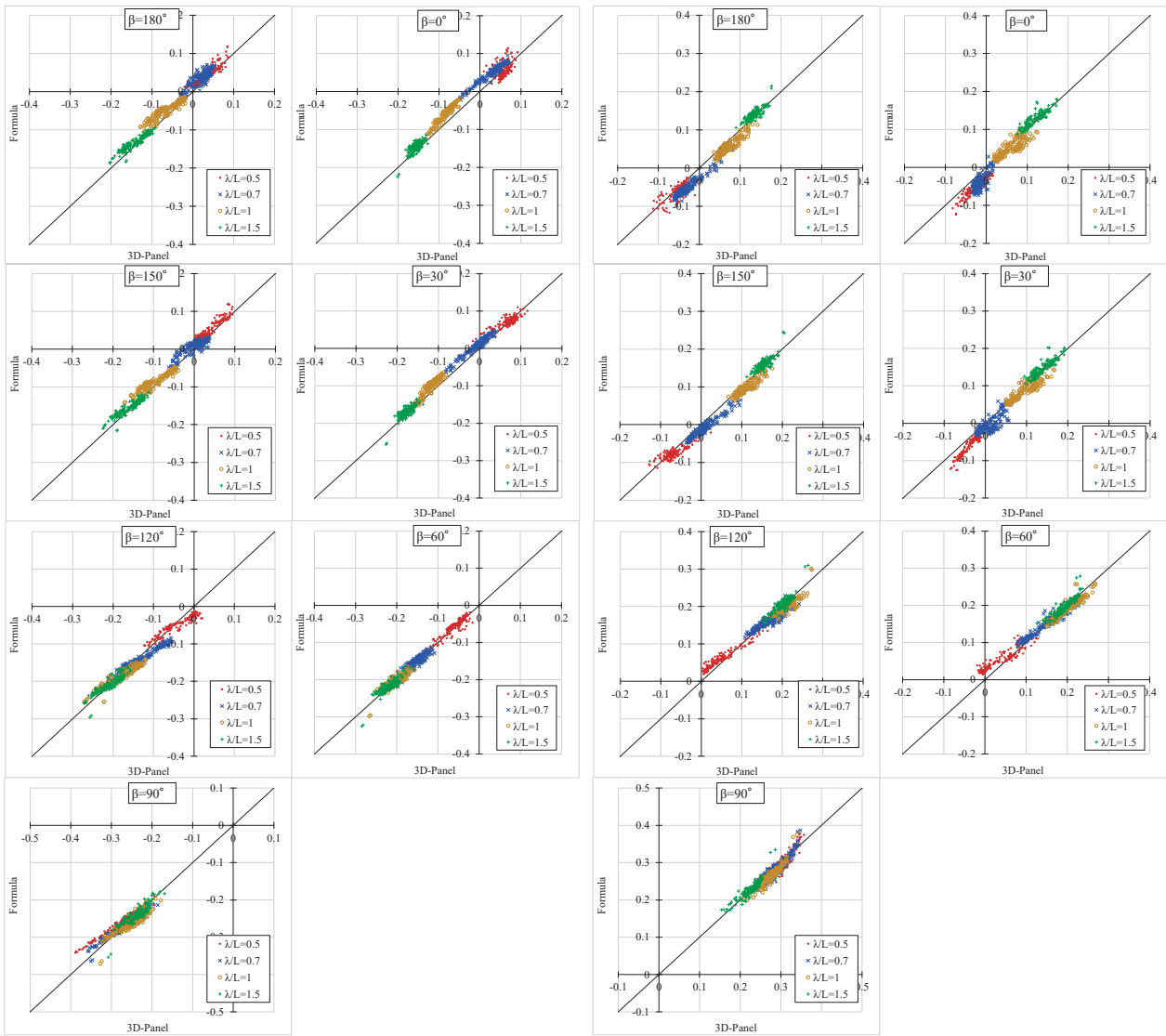


Fig. 4.1 Comparison of scattering force  $\Re[E_3^S]/\rho g \zeta_a BL$  (left) and  $\Im[E_3^S]/\rho g \zeta_a BL$  (right) between the proposed formulae and 3D-Panel method (5kt).

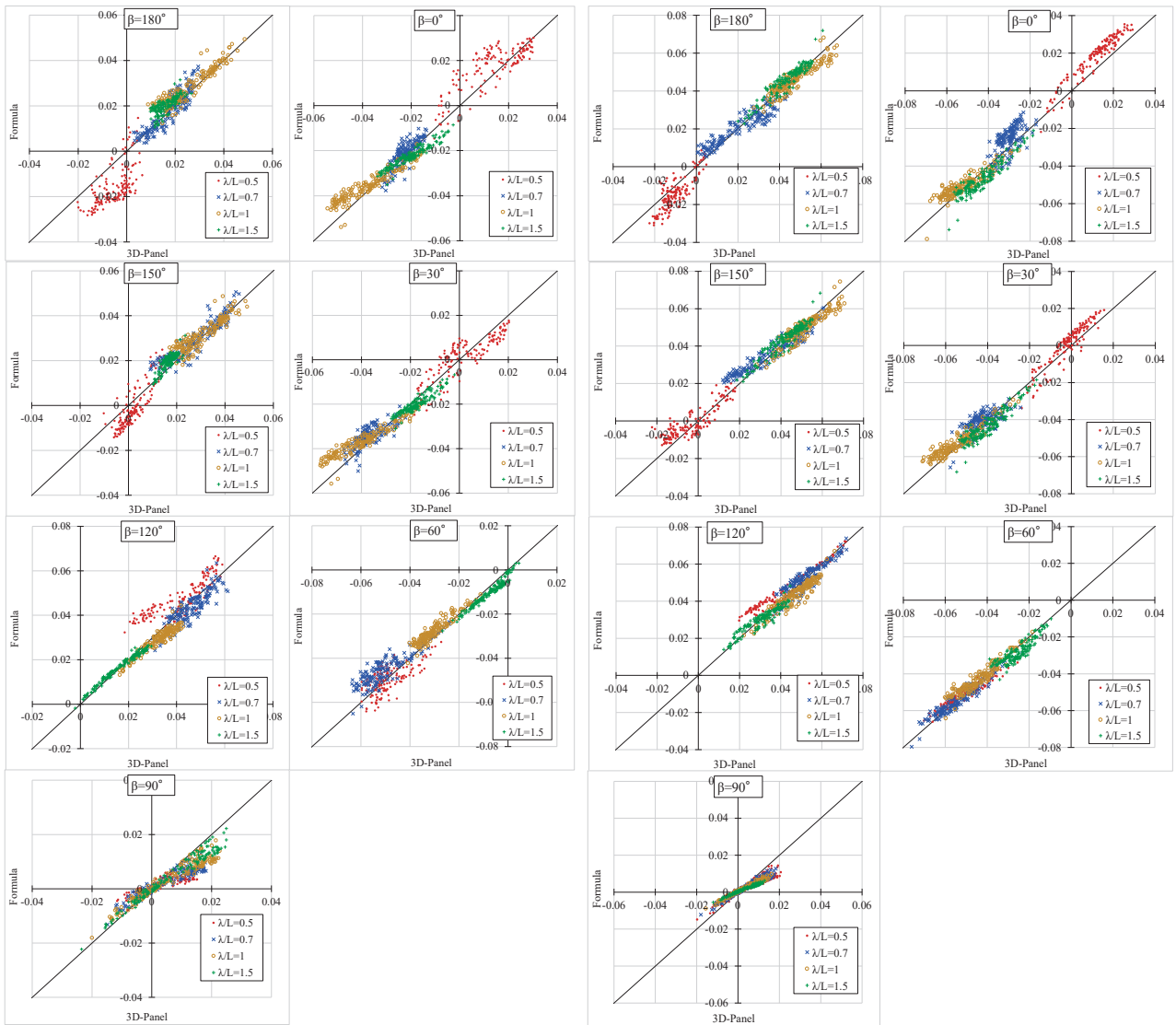


Fig. 4.2 Comparison of scattering force  $\Re[E_3^S]/\rho g \zeta_a B L^2$  (left) and  $\Im[E_3^S]/\rho g \zeta_a B L^2$  (right) between the proposed formulae and 3D-Panel method (5kt).



#### 4.2 付加質量および減衰力係数を用いた横波中における heave の scattering 流体力

最後に、横波中に限定した場合の heave の scattering 流体力の3次元付加質量および減衰力係数を用いた表示式を示しておく。横波中の船体応答は2次元であるため、scattering 流体力は横波中に限定すると簡潔かつ比較的精度よく近似することが出来る。また、3次元付加質量および減衰力係数を用いた scattering 流体力の表現を示すことは、運動方程式に代入した際に radiation 流体力との相殺関係が明確になるため、支配因子の抽出を行う上で重要な意味がある。

相対運動の仮定は通常2次元問題で扱われるが、横波中では3次元問題に対しても同様の考えを適用する事ができ、scattering 速度ポテンシャルを次のように近似できる。

$$\varphi_7 \cong (i\varphi_2 - \varphi_3)ke^{kz_0} \quad (\text{in beam sea}) \quad (4.13)$$

これより、流速の代表位置を  $z_0 = -d_e$  として radiation 流体力係数の縦運動と横運動の連成項が0であることを考慮すると、3次元の scattering 流体力は次のように表せる。

$$\frac{E_3^S}{\rho g \zeta_a BL} \cong -e^{-kd_e} \left( \frac{2}{kB} \sin \frac{kB}{2} \right) \left( \frac{KA_{33}}{\rho BL} - i \frac{KB_{33}}{\rho BL \omega_e} \right) \quad (\text{in beam sea}) \quad (4.14)$$

ここで、 $(2/kB) \sin(kB/2)$  は式(4.6)にも見られる横波短波長における誤差を埋めるための幅方向の波形の積分値である。流速の代表位置は計算値と合うように実部と虚部それぞれに対して決め、結局次の式を得た。

$$\frac{E_3^S}{\rho g \zeta_a BL} \cong \left( \frac{2}{kB} \sin \frac{kB}{2} \right) \left( -1.1e^{-kdc_{vp}} \frac{KA_{33}}{\rho BL} + ie^{0.5kdc_{vp}} \frac{KB_{33}}{\rho BL \omega_e} \right) \quad (\text{Proposed, in beam sea}) \quad (4.15)$$

全波向きに対応した式(4.10)では船長方向の入射波形の変化を考慮する必要があるため  $a_{33}$ ,  $b_{33}$  や水線幅分布  $B_w(x)$  に対する近似は積分を実施する上で必須であったが、横波に限定した場合これらの近似を適用しなくてよいため、式(4.15)はより合理的な算式となっている。横波中の heave の簡易推定には、式(4.15)を用いることを予定している。

本算式と3次元 Green 関数法による数値計算値との比較を Fig. 4.3 に示す。ただし、Fig. 4.3 の提案式の値においても、 $A_{33}, B_{33}$  は数値計算値を用いている。Fig. 4.3 より、 $A_{33}, B_{33}$  によって横波中の  $E_3^S$  を精度よく近似できることが分かる。

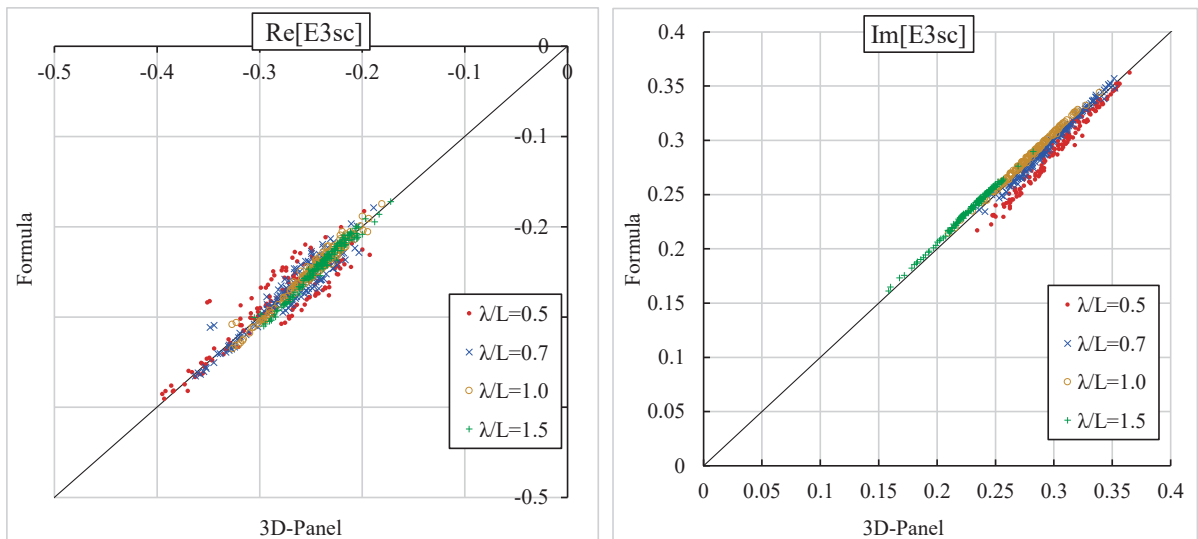


Fig. 4.3 Comparison of scattering force  $\Re[E_3^S]/\rho g \zeta_a BL$  (left) and  $\Im[E_3^S]/\rho g \zeta_a BL$  (right) between the proposed formulae and 3D-Panel method in beam sea.

## 5. 結言

本論文では、船種や積み付け条件によらず適用することのできる、船型パラメータ ( $L, B, d, C_b, C_w, x_f$ ) を用いた heave, pitch の付加質量、造波減衰力係数、scattering 流体力の簡易算式をストリップ法的アプローチに基づき開発した。本論文の検討過程および得られた結果を以下に示す。

1. 付加質量については、まず 2 次元 heave 付加質量の断面形状および周波数に対する傾向を調べ、水平板の周波数無限大の式で近似した。それを船長方向に積分する際に、水線幅を面積が  $C_w$  の冪関数で仮定することで、船型の痩せの影響を考慮しつつ heave, pitch の 3 次元付加質量に拡張した。水面下の影響については算式の複雑化を避けるため、周波数影響と同時に補正係数として与えた。
2. 減衰力係数については、まず 2 次元 heave 造波減衰力係数の断面形状および周波数に対する傾向を調べ、source method による近似式をベースとした。また、断面の痩せの影響は断面等価喫水 ( $d\sigma^2$ ) によって考慮できることが確認された。船長方向に積分する際には付加質量と同じく水線幅を冪関数で仮定し、さらに全体の等価喫水を縦柱形係数  $C_{vp}$  によって表すことで水面下の痩せの影響も適切に考慮した。
3. 得られた heave, pitch の付加質量および造波減衰力係数の簡易算式は、いずれも縦運動の重要となる周波数帯 ( $\lambda/L = 0.5 \sim 1.5$ ) で、船種やサイズ、積付条件によらず良好な精度を有することが確認された。
4. Scattering 流体力については、まず 2 次元流体力を相対運動の仮定によって radiation 流体力係数によって表し、さらに radiation 流体力係数を簡略化した。船長方向の積分では、水線幅の分布は積分の複雑化を避けるため矩形分布で仮定することで 3 次元流体力を得た。
5. 得られた scattering 流体力の簡易算式は計算結果と一定の相関および精度が確認されたが、scattering 流体力は波向き、波長、船速の全てに依存するため簡易に推定することは比較的難しく、他の成分に比べると推定精度は低い。各流体力成分の簡易式を運動の応答関数に代入した際には scattering 流体力の精度が全体のボトルネックになると考えられる。
6. さらに、横波中の heave の支配要因の抽出に用いるために、横波に限定した場合の 3 次元 scattering 流体力の、heave の 3 次元付加質量・減衰力係数を用いた近似式を示した。同近似式の精度は良く、3 次元 radiation 流体力係数を用いて横波中の heave の scattering 流体力を表せることが確認された。

## 謝 辞

本研究の遂行及び論文執筆にあたり、適切なアドバイスを戴いた海上技術安全研究所の深沢塔一博士、また、本研究のデータ分析等にご協力いただいた、日本海事協会の河邊寛博士、福元佑輔氏、日本郵船の赤松達哉氏、商船三井の大宮知起氏、脇田薫平氏、葛谷知史氏、今治造船の松脇淳也氏、川崎重工業の芦田晋作氏に深く感謝いたします。

## References

- 1) 日本海事協会船体開発部：先進的な構造強度評価法及び規則開発に向けた NK の取り組みについて，2018 ClassNK 春季技術セミナー (2018)
- 2) Sadaoki Matsui, Kyohei Shinomoto, Kei Sugimoto, and Shinsaku Ashida: Development of Simplified Formula of Froude-Krylov Force of 6-DOFs Acting on Monohull Ship, Journal of the Japan Society of Naval Architects and Ocean Engineers, Vol.32 (2020), pp.9-19. (in Japanese)
- 3) MATSUI Sadaoki, SHINOMOTO Kyohei, and SUGIMOTO Kei: Development of Simplified Formula of Hydrodynamic Force Acting on Ship in Waves - 1st report: Restoring Force Coefficient -, Papers of National Maritime Research Institute, Vol.21-3 (2021), pp.45-59. (in Japanese)

- 4) Jensen, J. and Mansour, A.: Estimation of Ship Long-term Wave-induced Bending Moment using Closed-Form Expressions, *International Journal of Maritime Engineering* (2002), pp.41-55
- 5) Jensen, J. J., Mansour, A. E., and Olsen, A. S.: Estimation of ship motions using closed-form expressions, *Ocean Engineering*, Vol.31 issue. 1 (2004), pp.61-85
- 6) Seizo Motora: On the Measurement of Added Mass and Added Moment of Inertia for Ship Motions, *Journal of Zosen Kiokai*, Vol. 105 (1959), pp.83-92. (in Japanese)
- 7) Seizo Motora: On the measurement of added mass and added moment of inertia for ship motions:Part 2. Added mass Abstract for the longitudinal motions, *Journal of Zosen Kiokai*, Vol. 106 (1960), pp.59-62. (in Japanese)
- 8) Seizo Motora:On the measurement of added mass and added moment of inertia for ship motions:Part 3. Added mass for the transverse motions, *Journal of Zosen Kiokai*, Vol. 106 (1960), pp.63-68. (in Japanese)
- 9) Seizo Motora: On the Measurement of Added Mass and Added Moment of Inertia for ship Motions:Part 4. Pitching motion, *Journal of Zosen Kiokai*, Vol. 107 (1960), pp.83-89. (in Japanese)
- 10) Seizo Motora: On the Measurement of Added Mass and Added Moment of Inertia for ship Motions:Part 5. Heaving motion, *Journal of Zosen Kiokai*, Vol. 107 (1960), pp.91-95. (in Japanese)
- 11) 森正彦: 船型設計, 船舶技術協会 (1997)
- 12) Hiroyuki SADAKANE, Yasuyuki TODA and Yun-Sok LEE: The Simplified Formulas to Predict the Coefficients of Added Mass and Yaw Added Moment of Inertia of Ship in Shallow Water, *The Journal of Japan Institute of Navigation*, Vol.105 (2001), pp.11-20. (in Japanese)
- 13) Masayoshi Oka, Takahiro Ando, Chong Ma, Takumi Yoshida, Naruyoshi Izumi, Naoya Matsubara, et al.: Numerical calculation procedure of global ship motion of LNG carrier considering LNG liquid dynamic effect in wave condition, *Journal of the Japan Society of Naval Architects and Ocean Engineers*, Vol.26 (2017) pp.103-118. (in Japanese)
- 14) IACS: Common Structure Rules for Bulk Carriers and Oil Tankers (2020)
- 15) Lewis, F. M.: The Inertia of Water Surrounding a Vibrating Ship, *Transactions SNAME*, Vol.37 (1929), pp.352-254
- 16) Landweber, L. and de Metcagno, M. C.: Added Mass of Two-Dimensional Forms Oscillating in a Free Surface, *Journal of Ship Research*, Vol.1 issue. 04 (1957), pp.20-30,
- 17) 別所正利: 波の中の船の横揺れ運動の理論について (続報), *防衛大学校理工学研究報告*, Vol.3 issue. 3 (1966) pp.173-201. (in Japanese)
- 18) Shigeo OHMATSU: On the Analytical Solutions of Added Mass of the Two-dimensional Floating Bodies in a Limit of High Frequency, *Papers of National Maritime Research Institute*, Vol.17 (2017), pp.185-198. (in Japanese)
- 19) URSELL, F.: ON THE ROLLING MOTION OF CYLINDERS IN THE SURFACE OF A FLUID†, *The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, Vol.2, issue. 3, (1949), pp.335-353
- 20) Kotik, J. and Mangulis, V.: On the Kramers-Kronig relations for ship motions, *International Shipbuilding Progress*, Vol.9 (1962), pp.361-368
- 21) Greenhow, M.: High- and low-frequency asymptotic consequences of the Kramers-Kronig relations, *Journal of Engineering Mathematics*, Vol.20 (1986), pp.293-306
- 22) Grim, O.: Die hydrodynamischen Kräfte beim Rollversuch, *Schiffstechnik* Bd. 3, 56 (1955)
- 23) 柏木正, 岩下英嗣: 船舶海洋工学シリーズ④ 耐航性能編 (2012)
- 24) Ursell, F. and Taylor, G. I.: Short surface waves due to an oscillating immersed body, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, Vol.220 issue. 1140 (1953), pp.90-103
- 25) Masaki GANNO, Matao TAKAGI: Some Notes on the Calculation of Ship Motions in Waves, *Journal of the Kansai Society of Naval Architects, Japan*, Vol.140 (1971), pp.45-54. (in Japanese)
- 26) Havelock, T. H.: LXXI. The damping of the heaving and pitching motion of a ship, *The London, Edinburgh, and Dublin*

Philosophical Magazine and Journal of Science, Vol.33 issue. 224 (1942), pp.666-673

- 27) Newman, J. N.: The Exciting Forces on Fixed Bodies in Waves, Journal of Ship Research, Vol.6 issue. 04 (1962), pp.10-17
- 28) 渡辺恵弘: 船の上下動および縦揺れの理論に就いて, 九州大学工学集報, Vol. 1, (1958)
- 29) 高石敬史, 黒井正明: 波浪中船体運動の実用的計算法, 第2回耐航性に関するシンポジウム, (1977)