

# マイクロバブル溶解に対する乱流影響に関する研究

杉山 和靖\*、川島 久宜\*、藤原 暁子\*\*、菱田 公一\*\*\*、  
羽田 智信\*\*\*\*、亀田 正治\*\*\*\*、児玉 良明\*

On Relevance of Turbulence to Microbubble Dissolution Process

by

Kazuyasu SUGIYAMA, Hisanobu KAWASHIMA, Akiko FUJIWARA,  
Koichi HISHIDA, Tomonobu HANEDA,  
Masaharu KAMEDA and Yoshiaki KODAMA

## Abstract

Gas dissolution processes of microbubbles in a turbulent flow are numerically and experimentally investigated. In particular, the enhancement of the mass transfer rate is discussed with paying attention to the strain. The transport of the dissolved gas in axisymmetric shear flows is numerically solved using a finite difference technique and the Sherwood number, corresponding to an indicator of the mass transfer rate, is determined for various Schmidt numbers  $Sc$  and shear Reynolds numbers  $Res$ . The simulation results indicate that the Sherwood number in the shear flow is proportional to  $Sc^{1/3}Res^{1/2}$ , which is analogous to the correlation in the uniform flow. Optical measurements are performed for the fully developed round-jet flow with microbubbles. The typical bubble diameter is less than  $100\mu\text{m}$ . Time-series of the velocity field is obtained using the Particle Imaging Velocimetry-Laser Induced Fluorescence (PIV-LIF) technique with a time resolution comparable to the Kolmogorov's time scale. The bubble diameter is measured using the Interferometric Laser Imaging (ILI). The mass transfer rate is statistically estimated from the cumulative distribution of the bubble diameter changing in the downstream. The experimental results reveal that the turbulence shear considerably enhances the gas dissolution and the estimated contribution of the turbulence to the mass transfer rate is consistent with the prediction using the correlation formula obtained through the numerical simulation.

---

\* 知的乱流制御研究センター \*\* 東京大学 \*\*\* 慶応大学 \*\*\*\* 東京農工大学  
原稿受付 平成 18 年 2 月 24 日  
審査済 平成 18 年 7 月 26 日

## 目 次

1. まえがき	.....
2. 理論解析	.....
2.1 仮定	.....
2.2 理論的背景	.....
2.3 基礎方程式	.....
2.4 境界層理論	.....
3. 数値シミュレーション	.....
3.1 計算手法	.....
3.2 計算の妥当性の検証	.....
3.3 計算結果	.....
4. 気泡噴流実験	.....
4.1 実験装置	.....
4.1.1 実験装置の概要	.....
4.1.2 実験水槽	.....
4.1.3 気泡発生ノズル	.....
4.1.4 配管系	.....
4.2 計測装置、および、計測方法	.....
4.2.1 送光系	.....
4.2.2 受光系	.....
4.2.3 ILI 法	.....
4.2.4 PIV-LIF 法	.....
4.3 実験条件	.....
4.4 データ処理方法	.....
4.5 実験結果	.....
4.6 乱流による溶解促進に関する考察	.....
5. まとめ	.....
参考文献	.....

### 1. まえがき

気体の溶解を伴う気泡流は、産業、環境に関する多くの分野で観測され、工学的に重要な流れである。産業分野においては、オゾンガスを用いた水質浄化装置、化学反応器、養殖における酸素供給などの応用が挙げられ、様々な研究が行われている。環境分野では、温室効果に伴う地球温暖化を防ぐため、二酸化炭素の海洋投棄が大きな関心を集めている<sup>[1]-[3]</sup>。これらの問題においては、個々の気泡の物質移動速度を把握することが重要である。

物理的な側面から溶解を考えると、物質移動速度は溶解物質濃度の拡散とバランスする。水中の溶解気体に対する拡散係数は動粘性係数に比べて 2~3 桁も小さい。たとえ粘性支配の低レイノルズ数流れであっても、対流と拡散の比を表すペクレ数は、一般的に高い値を示し、気泡表面付近では、薄い濃度

境界層が形成される。拡散は濃度境界層でのみ顕著であるため、溶解そのものは局所的な現象である。それに対して、境界層厚さは、速度の大局的な変化に影響を受ける。従って、溶解過程の理解には、気泡の緩和運動や乱流など、大小スケールの現象を包括的に捉えることが重要である。

径が 1mm 以下として定義されるマイクロバブルには、(i) 単位気泡体積あたりの界面積が広い、(ii) 浮上速度が低く、水中における滞在時間が長い、という特徴があり、高い溶解性がある。特に近年、従来よりも微細な気泡発生が容易になったという、マイクロバブル発生法の技術的なブレークスルー<sup>[4]-[6]</sup>が、マイクロバブルの活用に対するより一層の関心呼び起こしている。しかしながら、マイクロバブル溶解過程の詳細については、不明な点が多いのが現状である。この理由には、(i) 気泡が微小であるため、気泡径を正確に計測することが困難であること、(ii) 気泡数密度が高いため、気液界面での光の散乱が光学計測に悪影響を及ぼすこと、などの計測上の技術的制約が挙げられる。ただし、近年の、光学計測手法の発展に伴い、計測上の問題については、徐々に克服可能となってきた。気泡径の非接触計測法に関して、径が 1mm 以下の微小気泡に対しては、干渉画像法(Interferometric Laser Imaging; ILI)<sup>[7][8]</sup>が有用である。ILI 法は、近年、改良が重ねられており<sup>[9]-[11]</sup>、高数密度気泡流における気泡径計測が可能となってきた。速度場の計測に関しては、気液界面からの散乱光とトレーサ粒子からの蛍光発光を光学的に弁別する Laser Induced Fluorescence (LIF)法と組み合わせた Particle Imaging Velocimetry (PIV)法<sup>[12]</sup>が有用である。

二相流の平均化方程式に基づく数値シミュレーション<sup>[3]</sup>によって溶解過程を解析する場合、物質移動速度の指標であるシャーウッド数  $Sh$  ( $= 2h_D R/D$ ; ここで、 $h_D$  は物質伝達率、 $R$  は気泡半径、 $D$  は拡散係数を表す)が構成式として与えられる。例えば、以下の Ranz and Marshall<sup>[13]</sup>の式が用いられる。

$$Sh = 2 + 0.6Sc^{1/3}Re^{1/2}, \quad (1-1)$$

ここで、 $Sc(= \nu/D)$  はシュミット数、 $Re(= 2u_B R/\nu)$  はレイノルズ数である。また、 $\nu$  は動粘性係数、 $u_B$  は気液の相対速度である。式(1-1)の右辺第 2 項は速度の関数であり、気泡近傍の流れによる溶解物質の界面更新を表す。式(1-1)は層流状態の一例を対象に定式化されている。気液界面付近に乱流が存在すると、溶解物質の界面更新が促進し、物質移動速度が増大する。ただし、大きな気泡の場合には、浮上速度  $u_B$  が乱流の速度スケールに

比べて高いため、溶解に対する乱流影響が無視できる。しかし、小さな気泡の場合には、乱流影響が無視できなくなると推定できる。ここで、速度スケールに対する気泡径の影響を考える。乱流の速度スケール  $u_s$  を気泡周囲の乱流エネルギー散逸率  $\varepsilon$  を用いてオーダー評価すると、 $u_s$  と浮力による気液の相対速度  $u_B$  との比は以下のように評価できる。

$$\frac{u_s}{u_B} \sim \frac{2R\sqrt{\varepsilon/\nu}}{2gR^2/9\nu} = \frac{9\sqrt{\varepsilon\nu}}{gR}, \quad (1-2)$$

ここで、 $g$  は重力加速度である。式(1-2)より、 $u_s/u_B R^{-1}$  であり、径が小さいほど界面更新におよぼす乱流影響が相対的に重要になることが示唆される。これまで、物質移動に対する乱流影響の相関式が提案されているが<sup>[14][15]</sup>、 $u_B$  に対して  $u_s$  が十分に小さい条件で定式化されており、乱流の強い条件では適用できない。

本研究では、乱流中のマイクロバブルを対象とした物質移動速度の相関式を提案する。そのため、理論解析、数値シミュレーションを行い、シャーウッド数に対する相関式を構築する。また、マイクロバブルを含む水噴流を対象とした実験を行い、気泡径と速度場を光学計測することによって、物質移動速度を算出する。また、理論、数値解析の結果と照合し、マイクロバブル溶解に対する乱流影響を考察する。

## 2. 理論解析

### 2.1 仮定

本研究では、径が  $150\mu\text{m}$  以下のマイクロバブルの水中溶解過程に対する乱流影響を調査する。解析対象は以下の前提条件を満たすものとする。

- (i) 気泡径は、乱流中の最小渦スケール (Kolmogorov の長さスケール) に比べて小さい。
- (ii) 気泡周囲のせん断率と気泡径の積として与えられる代表速度  $u_s$  は、浮力に伴う気泡の終端速度  $u_B$  よりも高い。
- (iii) 気泡変形をもたらす気泡周囲の動圧の変動は、表面張力による気液の圧力差に比べて十分に小さく、気泡は球形とみなせる。
- (iv) 水中に存在する、ごく微量の不純物の影響により、気液界面における速度差は零とみなせる。

これらの仮定は、いずれも、気泡が十分に小さ

い場合に妥当であり、第 4 章で述べる実験における観測結果と矛盾しない。

### 2.2 理論的背景

原点に気泡が存在するものとして、前提条件(i)に基づき、周囲の速度場を以下のように展開する。

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{\mathbf{x}=0} + \mathbf{x} \cdot \left( \frac{\nabla \mathbf{u} - (\nabla \mathbf{u})^T}{2} \right)_{\mathbf{x}=0} + \mathbf{x} \cdot \left( \frac{\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T}{2} \right)_{\mathbf{x}=0} + \dots, \quad (2-1)$$

ここで、 $\mathbf{x}$  は原点からの距離ベクトル、 $\nabla \mathbf{u}$  は二階の速度勾配テンソル、上添え字  $T$  は転置テンソルを表す。右辺において、第 1 項は一樣流、第 2 項は渦度、第 3 項はひずみの影響を表す。乱流中の気泡を考えると、気泡径が渦のスケールに比べて十分に小さい場合には、気泡周囲の速度場は第 3 項まで考慮した線形近似で十分であると考えられる。右辺第 1 項と第 3 項が無視できる場合には、気泡は流体運動に従い剛体回転し、気泡の混入に伴う気泡周囲の速度分布は変化せず、界面更新の機構が働かない。それに対して、一樣流、もしくは、ひずみの影響があれば、気液界面の境界条件に応じて速度分布が変化する。その結果、気泡界面付近の溶解物質濃度が更新されやすくなり、物質移動が促進する。乱流中の気泡の物質移動を議論するには、一樣流やひずみの影響を考慮する必要がある。

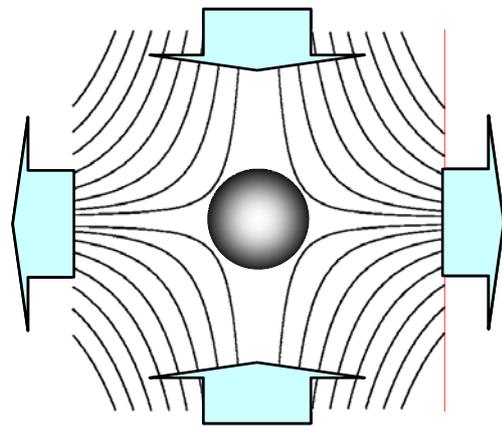


図 2-1 単純せん断流中の気泡

一樣流の影響については、これまで、数多くの研究がなされており、その成果は Clift et al.<sup>[16]</sup> や竹村<sup>[17]</sup> によるレビューに詳しい。本研究ではひずみの影響が卓越している流れを想定し、単純せん断流を対象として解析を行う(図 2-1 参照)。対称軸を  $x$  と記述する。速

度場が  $(u, v, w) = (2x, -y, -z)$ 、気泡半径  $R$  が 1 となるように無次元化する。気液界面には滑りなし条件を課す。溶解物質に対するシュミット数  $Sc$  は 1 に比べて十分に大きいため、せん断ペクレ数  $Pe_s$  は大きい値となり、物質濃度は、気泡表面付近で薄い境界層を形成する。そのため、濃度輸送は境界層近似に十分に従うと考えられる。境界層方程式の形から、シャーウッド数  $Sh$  に対するペクレ数の影響が明らかとなる。また、境界層「近似」ではなく、場全体にわたる速度場、濃度場を直接計算してシャーウッド数を求めることも可能である。本研究では、せん断流におけるシャーウッド数を  $Sh = A Sc^\alpha Re_s^\beta$  とスケールリングする。指数  $\alpha$  は境界層近似と整合するように与え、比例定数  $A$ 、指数  $\beta$  は速度場、濃度場の直接計算結果から求める。

### 2.3 基礎方程式

速度  $\mathbf{u}$ 、圧力  $p$ 、濃度  $C$  に対する支配方程式は以下のように書き表される。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (2-2)$$

$$\partial_t \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{8\sqrt{3}}{Re_s} \nabla^2 \mathbf{u}, \quad (2-3)$$

$$\partial_t C + (\mathbf{u} \cdot \nabla) C = \frac{8\sqrt{3}}{Pe_s} \nabla^2 C, \quad (2-4)$$

気泡表面における滑りなし境界条件は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= 0 \text{ and } C = 1 \text{ at } r = 1, \\ \mathbf{u} &\rightarrow (2x, -y, -z) \text{ and } C \rightarrow 0 \text{ as } r \rightarrow \infty. \end{aligned} \quad (2-5)$$

式(2-2)(2-4)における、せん断レイノルズ数、せん断ペクレ数の代表スケールとして、長さには気泡直径 ( $=2$ )、速度勾配には、後にエネルギー散逸率を用いてシャーウッド数をモデル化することを踏まえて、 $\sqrt{2\mathbf{S}:\mathbf{S}}$  (ここで、 $\mathbf{S}$  は一様ひずみテンソル、“ $\cdot$ ” はテンソルの内積を表す)を用いている。すなわち、それぞれ、以下のように書き表される。

$$Re_s = \frac{4R^2 \sqrt{2\mathbf{S}:\mathbf{S}}}{\nu}, \quad Pe_s = \frac{4R^2 \sqrt{2\mathbf{S}:\mathbf{S}}}{D}. \quad (2-6)$$

なお、 $\mathbf{S} = \text{diag}(2, -1, -1)$  である(ここで、 $\text{diag}$  は対角テンソル、括弧内はその成分を表す)。代表速度  $2R\sqrt{2\mathbf{S}:\mathbf{S}}$  は気泡から離れた場の相対速度の指標である。定常状態を想定し、軸対称性を考慮すると、濃度の輸送方程式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} u_r \frac{\partial C}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial C}{\partial \theta} \\ - \frac{8\sqrt{3}}{Pe_s} \left( \frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial C}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 C}{\partial \theta^2} + \frac{\cot \theta}{r^2} \frac{\partial C}{\partial \theta} \right) = 0. \end{aligned} \quad (2-7)$$

溶解の指標であるシャーウッド数  $Sh$  は以下のように与えられる。

$$Sh = - \int_0^\pi d\theta \sin \theta \left( \frac{\partial C}{\partial r} \right)_{r=1}. \quad (2-8)$$

### 2.4 境界層理論

式(2-7)において、高ペクレ数 ( $Pe_s \gg 1$ ) で、気泡表面での速度滑りなし条件を考慮すると、濃度分布の急激な変化を伴う境界層の厚さは  $\delta_c \sim O(Pe_s^{-1/3})$  と見積もることができる<sup>[16][18][19]</sup>。境界層が十分に薄いものとし、微小パラメータ  $\varepsilon$  を以下のように定義し、

$$\varepsilon = (8\sqrt{3}/Pe_s)^{1/3}, \quad (2-9)$$

滑り無し条件と連続の式を満たすように、速度成分、濃度を以下のように展開する。

$$\left. \begin{aligned} u_r &= \left( \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} \right)_{r=1} (\varepsilon y)^2 + \left( \frac{1}{6} \frac{\partial^3 u_r}{\partial r^3} \right)_{r=1} (\varepsilon y)^3 + \dots, \\ u_\theta &= \left( \frac{\partial u_\theta}{\partial r} \right)_{r=1} (\varepsilon y) + \left( \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial r^2} \right)_{r=1} (\varepsilon y)^2 + \dots, \\ C &= C_0 + C_1 (\varepsilon y) + \dots, \end{aligned} \right\} \quad (2-10)$$

ここで、 $y = (r-1)\varepsilon^{-1}$  である。シャーウッド数は  $C_0$ 、 $C_1$  を用いて下のように書き表される。

$$\left. \begin{aligned} Sh &= \varepsilon^{-1} Sh_0 + \varepsilon^0 Sh_1 + \dots \\ Sh_n &= -2 \int_{\pi/2}^\pi d\theta \sin \theta \left( \frac{\partial C_n}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (n=0, 1, \dots) \end{aligned} \right\} \quad (2-11)$$

$\varepsilon$  は微小であり、式(2-11)における右辺の第 1 項が支配的である。以降、支配的なリーディング項  $C_0$ 、 $Sh_0$  のみについて述べる。 $(\partial u_\theta / \partial r)_{r=1} \geq 0$  を満たす領域 ( $\theta: \pi/2 \sim \pi$ ) において、以下のように  $t$ 、 $z$  を定義すると、

$$t = \int_{\pi/2}^\theta d\theta \left( \frac{\partial u_\theta}{\partial r} \right)_{r=1}^{1/2} \sin^{3/2} \theta, \quad z = y \left( \frac{\partial u_\theta}{\partial r} \right)_{r=1}^{1/2} \sin^{1/2} \theta, \quad (2-12)$$

濃度  $C_0$  の輸送方程式(式(2-7))、境界条件が、それぞれ、以下のように近似できることから、

$$\left( z \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) C_0 = 0, \quad (2-13)$$

$$\left. \begin{array}{l} C_0 = 1 \quad \text{at } y=1, \\ C_0 \rightarrow 0 \quad \text{as } y \rightarrow \infty, \end{array} \right\} \quad (2-14)$$

$C_0$  は以下のように求まる。

$$C_0 = \frac{\Gamma(1/3, z^3/9t)}{\Gamma(1/3)}. \quad (2-15)$$

ここで、 $\Gamma(\cdot, \cdot)$ 、 $\Gamma(\cdot)$ は、それぞれ、第2種不完全ガンマ関数、ガンマ関数である<sup>[20]</sup>。以下の関係式を考慮すると、

$$-\frac{\partial C_0}{\partial z} = \frac{3^{1/3}}{\Gamma(1/3)t^{1/3}} \exp\left(-\frac{z^3}{9t}\right), \quad (2-16)$$

$Sh_0$  は次式で与えられる。

$$Sh_0 = \frac{3^{4/3}}{\Gamma(1/3)} \left[ \int_{\pi/2}^{\pi} d\theta \left( \frac{\partial u_{\theta}}{\partial r} \sin^3 \theta \right)_s^{1/2} \right]^{2/3}. \quad (2-17)$$

整理すると、シャーウッド数は以下のように近似できる。

$$Sh = 0.672 Pe_s^{1/3} \left[ \int_{\pi/2}^{\pi} d\theta \left( \frac{\partial u_{\theta}}{\partial r} \sin^3 \theta \right)_{r=1}^{1/2} \right]^{2/3}. \quad (2-18)$$

この式は、Lochiel and Calderbank<sup>[21]</sup>が求めた一様流中におけるシャーウッド数の一般形に類似しているが、係数 0.672 と積分区間が異なっている。式(2-18)から、シャーウッド数はせん断ペクレ数の 1/3 乗に比例することがわかる。また、界面上の速度勾配は式(2-2) (2-3) のみによって決定し、ペクレ数に依存しないことから、括弧内は  $Re_s$  のみの関数である。

レイノルズ数が 0 の極限、すなわち、ストークス流においては、次式で与えられる速度の解析解が存在する。

$$u_r = \left( -2r + \frac{5}{r^2} - \frac{3}{r^4} \right) P_2(\cos \theta), \quad u_{\theta} = \left( r - \frac{1}{r^4} \right) P_2^1(\cos \theta), \quad (2-19)$$

ここで、 $P_n^{(m)}(\cdot)$  はルジャンドル(陪)多項式を表す<sup>[20]</sup>。一様流を対象とした Acrivos and Goddard<sup>[22]</sup>と同様の摂動解析を行い、高次の濃度  $C_1$  まで求めると、やや煩雑な計算の結果、 $Sh_0$ 、 $Sh_1$  は次式で与えられる。

$$Sh_0 = \frac{5^{1/3} 3^{5/3} [B(3/4, 3/2)]^{2/3}}{4^{1/3} \Gamma(1/3)}, \quad (2-20)$$

$$Sh_1 = \frac{3^{1/2} \Gamma(2/3) B(3/4, 3/2)}{[\Gamma(1/3)]^{1/3}} \times \int_0^1 d\xi \int_0^1 d\eta \left[ \frac{2\eta^{1/3} (-2\xi + 3\eta)}{\xi^{5/3} \sqrt{P_2^1(\cos \zeta) \sin \zeta} (\xi - \eta)^{2/3}} + \frac{3^{3/2} B(3/4, 3/2) \eta^{4/3} (\xi - \eta)^{1/3} P_2(\cos \zeta)}{\xi^{5/3} [P_2^1(\cos \zeta) \sin \zeta]^2} \right], \quad (2-21)$$

$$\eta = \frac{2}{B(3/4, 3/2)} \int_0^{\zeta} d\theta \cos^{1/2} \theta \sin^2 \theta. \quad (2-22)$$

ここで、 $B(\cdot, \cdot)$  はベータ関数である<sup>[20]</sup>。数値的に  $Sh_0$ 、 $Sh_1$  を求め、整理すると、ストークス流におけるシャーウッド数は以下のように求まる。

$$Sh^{(\text{Stokes})} = 1.0156 Pe_s^{1/3} + 0.736. \quad (2-23)$$

レイノルズ数が有限の場合には、竹村<sup>[17]</sup>によって言及されているように、速度を解析的に求めることができないため、詳細な解を求めるには数値解析が必要となる。ただし、運動量境界層厚さ  $\delta_u$  が  $\delta_u = Re_s^{-\chi}$  と表される場合には、高レイノルズ数における式(2.18)は、

$$Sh = A Pe^{1/3} Re_s^{-\chi/3} = A Sc^{1/3} Re_s^{(1-\chi)/3} \quad (2-24)$$

と評価できる。次章においては、比例定数  $A$ 、指数  $\chi$  を決定するため数値シミュレーションを行う。

### 3. 数値シミュレーション

本章では、様々なレイノルズ数、ペクレ数の条件に対して、単純せん断流中の気泡の物質移動速度を求める。そのため、第 2.3 節の基礎方程式に基づき、速度、濃度の輸送方程式を直接数値シミュレートする。そして、式(2.8)に基づいて求めたシャーウッド数のデータを整理し、相関式を決定する。

#### 3.1 計算手法

基礎方程式は、著者らによって開発された計算プログラム<sup>[23]-[25]</sup>を用いて数値的に解く。以下に計算手法の概略を示す。

支配方程式は、有限差分法<sup>[26][27]</sup>に基づき球座標系で離散化する。空間微分項には二次精度中心差分法を適用する。時間積分は対流項に対して二次精度 Adams-Bashforth 法、粘性項、拡散項に対して二次精度 Crank-Nicolson 法<sup>[28]</sup>を用いる。定常状態に至るまで時間進行する。圧力は陰的に扱い、SMAC 法<sup>[29]</sup>を用いて、連続の式

(式(2.2))を満たすように、圧力場を解く。

半径方向の格子幅は、増幅係数 1.01、気泡半径に対する最小格子幅  $1 \cdot 10^{-2}$  として、等比級数的に与える。半径方向に対する格子点数は 310、周方向に対する格子点数は 180 とする。

### 3.2 計算の妥当性の検証

まず、計算方法の検証のため、速度場をストークス流の解析解(式(2-19))で与え、濃度輸送を数値的に解いて求めたシャーウッド数と理論解(式(2-23))を比較する。図 3-1 に  $Sh$  と  $Pe_s$  の関係を示す。図中の破線、鎖線は、それぞれ、式(2-11)のリーディング項、摂動項まで考慮した解析解に相当する。図より、境界層理論が妥当である、高ペクレ数条件で、数値解と摂動項まで考慮した理論解がよく一致することがわかる。このことから、濃度場輸送の解析法、および、シャーウッド数の算出法は妥当であると考えられる。

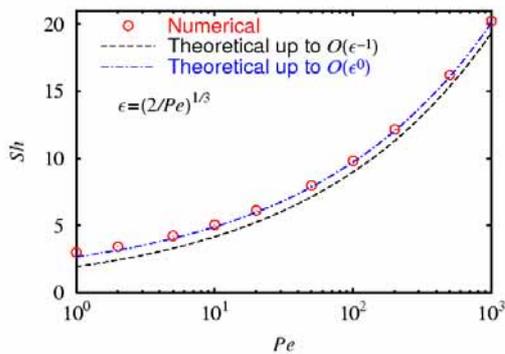


図 3-1 ストークス流におけるシャーウッド数とせん断ペクレ数

次に、速度場の計算手法について妥当性を検証するため、Ryskin<sup>[30]</sup>によって定義された実効粘性の増幅係数とせん断レイノルズ数  $Re_s$  の関係を図 3-2 に示し、比較する。図 3-2 の縦軸は実効粘性増幅係数に相当し、形式的に、 $\mu^*$ は実効粘性係数、 $\mu_L$ は液の粘性係数、 $\phi$ は分散体の体積率を表す。 $(\mu^* - \mu_L)/\mu_L \phi$ は、気泡の混入にともなうエネルギー散逸率の相対変化から求まる。実効粘性増幅係数は、図より、実効粘性の増幅係数の本計算値と Ryskin の計算結果は、概ねよい一致を示す。また、 $Re_s$  が十分に小さい場合には、ストークス流における Einstein の実効粘性理論解 2.5 (例えば文献[31]) に漸近する。以上より、速度、圧力場については、本計算手法によって妥当に求まると考えられる。

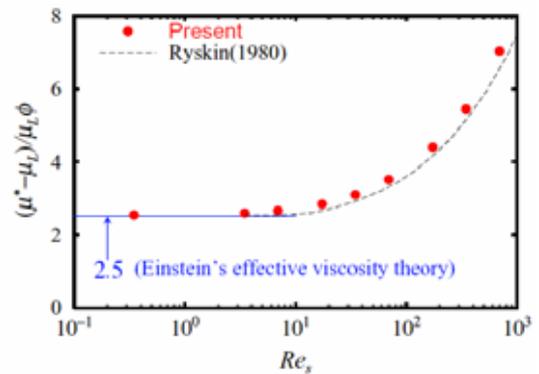


図 3-2 実効粘性増幅係数とせん断レイノルズ数

### 3.3 計算結果

$Re_s = 0.346, 3.46, 34.6, 346$  における  $Sh$  と  $Pe_s$  の関係を図 3-3 に示す。図中の記号が計算結果に相当する。式(2-18)から予測できるように、 $Pe_s$  が高いほど、 $Sh$  が高くなる。これは、せん断の影響によって、溶解が促進することを表す。なお、気泡溶解の推算式としてしばしば用いられる、一様流を対象とした Ranz-Marshall 式(式(1-1))に基づく、本解析条件では、気液の相対速度が 0、すなわち、式(1-1)の右辺第 2 項が 0 と見積もられるため、シャーウッド数が 2 と評価される。従って、せん断の影響が無視できないような乱流場において Ranz-Marshall 式を適用すると、物質移動速度を過小評価してしまう。

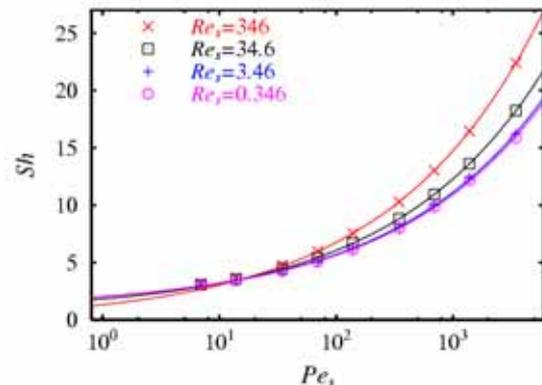


図 3-3 有限せん断レイノルズ数でのシャーウッド数とせん断ペクレ数

次に、境界層理論(第 2.4 節)に基づき、以下のように  $Sh$  の相関式を定式化し、最小二乗法によって、 $\alpha$ 、 $\beta$ を求める。

$$Sh(Re_s, Pe_s) = \alpha(Re_s)Pe_s^{1/3} + \beta(Re_s). \quad (3-1)$$

図 3-3 の線はフィッティングした結果であり、記号で示された計算結果の分布を広範囲で再現できることがわかる。この大局的な一致は、境界層理論から推定され

る、ペクレ数にかかる指数 1/3 が妥当であることを表す。 $\alpha$ 、 $\beta$ と  $Re_s$  の関係を表 3-1 に示す。

表3-1 式(3-1)における  $\alpha$ 、 $\beta$ と  $Re_s$  の関係

$Re_s$	$\alpha$	$\beta$
0.346	0.986	1.06
3.46	1.008	1.04
6.93	1.029	1.01
17.3	1.104	0.767
34.6	1.161	0.665
69.3	1.237	0.510
173	1.369	0.184
346	1.492	-0.175
693	1.632	-0.641

表より、レイノルズ数が低いと、定数  $\alpha$  はストークス近似の解(2-23)の右辺第 1 項の係数に漸近する傾向にある。この係数に対して、本計算におけるレイノルズ数最小条件( $Re_s=0.346$ )での  $\alpha$  の相対誤差は -2.9% であり、十分に小さいと言える。レイノルズ数が高くなると、 $\alpha$  は増加する。このことは、高レイノルズ数で境界層厚さが薄くなると、気泡表面付近の速度勾配が大きくなり、シャーウッド数が高くなることを表す。

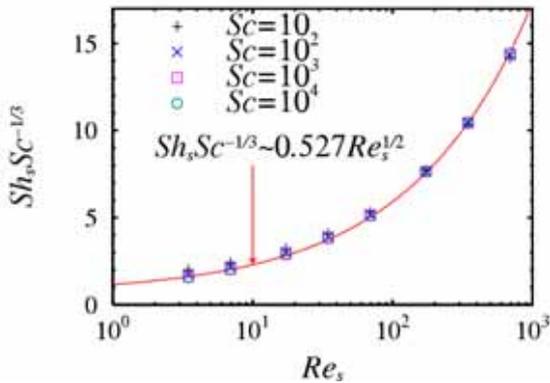


図 3-4 スケーリングしたシャーウッド数とせん断レイノルズ数

$Sc=10, 10^2, 10^3, 10^4, Re_s > 3$  の条件において、式(3-1)と表 3-1 から  $Sh Sc^{-1/3}$  を評価した結果を図 3-4 中に、記号で示す。境界層理論から予期できるように、図中の  $Sh Sc^{-1/3}$  は、ほぼ  $Re_s$  のみに依存し、 $Re_s^{1/2}$  に比例すると近似できる。その比例係数を最小二乗法により求め、整理すると、以下の関係式を得る。

$$Sh = 0.527 Sc^{1/3} Re_s^{1/2} + \dots \quad (3-2)$$

図 3-4 の線はフィッティングした結果であり、式(3-1)と表 3-1 から評価した  $Sh Sc^{-1/3}$  と大局的に一致する。式(2-24)から示唆されるように、式(3-2)における  $Re_s$  にかかる指数が 1/2 であることは、せん断流中における気泡近傍の運動量境界層厚さが、 $\delta_u Re_s^{-1/2}$  と与え

られることを表す。この境界層厚さのレイノルズ数依存性は、一様流中の場合と同様である。そのため、一様流の物質移動に対するシャーウッド数の相関式(式(1-1))の第 2 項と、せん断流を対象とした本相関式(式(3-2))において、シュミット数、レイノルズ数にかかる指数は同じである。このことから、一様流とせん断流における物質移動のアナロジーが示唆される。なお、気泡の溶解に対する乱流の影響を考察した Levich<sup>[18]</sup> の著書においては、気泡表面に自由滑り条件を仮定しており、 $Sc$  の指数が 1/2 である。それに対して式(3-2)の  $Sc$  の指数が 1/3 であるのは、気泡径が小さく、水中の不純物により、気泡表面での滑りなし条件を仮定しているためである。

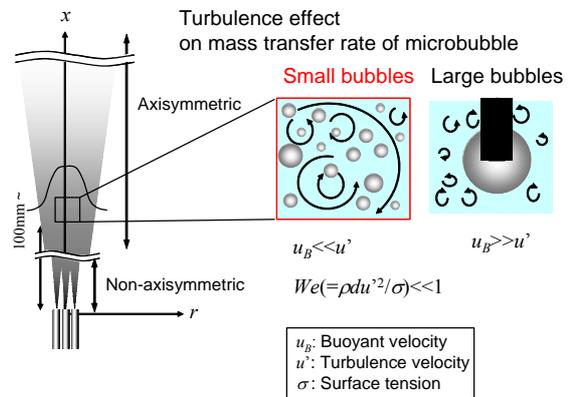


図 4-1 実験対象の概略

#### 4. 気泡噴流実験

微細気泡発生装置を用いて、乱流の溶解促進を実験的に調査する。ILI 法、PIV-LIF 法を用いた光学計測を高時間解像度で行うことにより、溶解に伴う気泡径の変化、乱流統計量(平均速度、乱流強度、乱流エネルギーの周波数スペクトル、積分時間)を取得する。実験対象の概略を図 4-1 に示す。本実験では、多孔のノズルから構成される液相噴流を利用して気泡を発生する(第 4.1.3 節参照)。噴流の十分下流域での流れ場は、円筒自由噴流と同等とみなすことができ、自己相似性の高い乱流場が実現可能である(第 4.5 節参照)。そのため、速度分布やエネルギー散逸率などを解析的に評価できるという利点がある。この利点は、乱流の溶解促進を議論する上で、大いに役立つ。これを踏まえて、計測は、乱流統計量が軸対称とみなせるような流れが十分に発達した領域を対象とする。また、気泡は十分に小さく、浮上速度  $u_b$  に比べて乱流の代表速度  $u_s$  が十分に大きな状況を対象とする。さらに、ウェーバー数  $We$  が十分に小さい、すなわち、気泡周囲の乱流速度の動圧変化に伴う気泡変形が十分に小さく、気泡は球形とみなせる状況

を対象とする。また、単相時と混相時との乱流統計量の差異が大きくなるように、気泡数密度を十分に低く設定する。

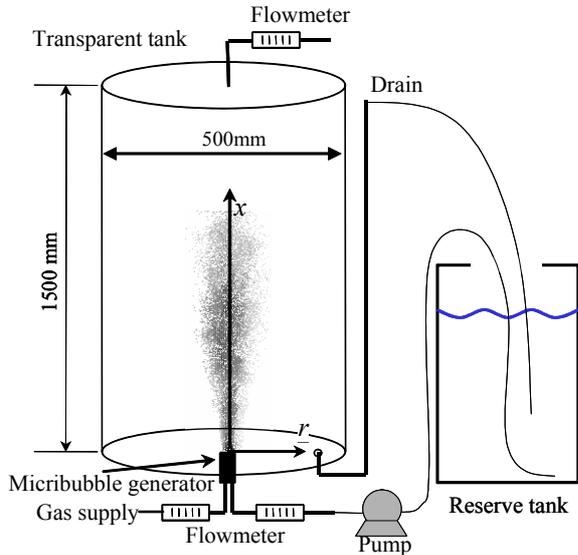


図 4-2 実験装置の概略

#### 4.1 実験装置

##### 4.1.1 実験装置の概要

図 4-2 に実験装置の概略を示す。実験装置は実験水槽、配管系と計測装置から構成されている。実験データの整理において、座標系は、水槽底面中央部に設置されたノズル出口を原点として、流れ方向を  $x$  方向、半径方向を  $r$  方向とする。 $x$ 、 $r$  方向速度はそれぞれ、 $u$ 、 $v$  と記述する。

実験水槽には、微小気泡発生ノズルが水槽底面中央部に設置されている。ノズルは、気体と液体を供給するノズルおよび接続用の配管系から構成されている。一方、計測装置には、気泡や蛍光粒子の撮像に用いる CMOS カメラ、干渉画像法および流動場の測定時の光源として高周波数 YLF レーザ(波長  $\lambda=539\text{nm}$ )を用いる。気体の溶解速度は、下流方向への気泡径の変化から算出する。

##### 4.1.2 実験水槽

水槽は透明アクリル製であり、マイクロバブル群の溶解と周囲流動構造を光学計測する。水槽の寸法は、縦  $600\text{mm}\times$ 横  $600\text{mm}\times$ 高さ  $1500\text{mm}$  である。水槽の板厚は  $25\text{mm}$  であり、水圧による水槽の変形は十分に小さい。水槽の断面図を図 4-3 に示す。断面形状は、画像解析の便宜上、四角形の一つの対角が  $45$  度で切り落とされている。水槽は密閉されており、水道水が充填されている。また、水槽内に水噴流を供給しても、水面の高さが変化しないように水が循環するように配管設計を行っている。気泡発生ノズルは、水槽底面中央部に設置されている。流れの軸対称性を確保するため、水槽内には、直

径  $500\text{mm}$ 、高さ  $1500\text{mm}$  の透明塩ビ製円筒が設置されている。

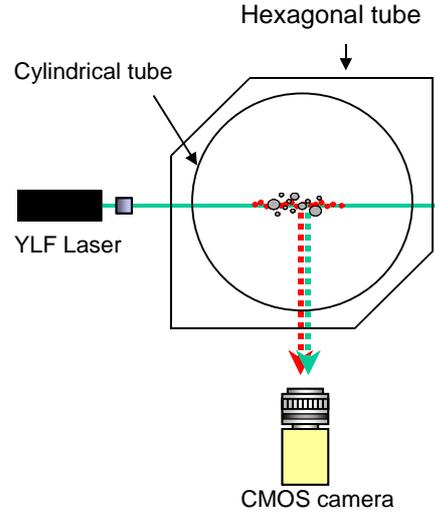


図 4-3 水槽の断面図

##### 4.1.3 気泡発生ノズル

気泡発生には、竹村・松本<sup>[4]</sup>により開発されたノズルを用いる。ノズルの断面形状を図 4-4 に示す。気泡発生ノズルはステンレス製であり、中心部に直径  $0.5\text{mm}$  の気体供給孔、中心から  $1\text{mm}$  離れた位置に 8 本の直径  $0.5\text{mm}$  の水供給孔(水ノズル)が加工されている。水供給孔から吹き出される水噴流のせん断層不安定によって、気泡の微細化が促進する。供給する水の速度によって、気泡径の制御が可能である。気体供給の際には、高圧ポンペから減圧弁を通して  $200\text{kPa}$  に減圧し、混合器を用いて流量制御する。マイクロバブル発生直後の典型的な気泡径は約  $150\mu\text{m}$  である。図 4-5 にマイクロバブル発生の写真を示す。

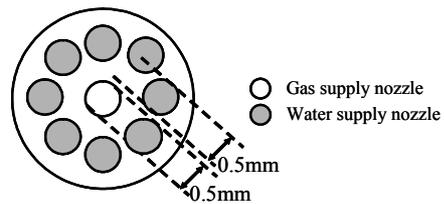


図 4-4 気泡発生ノズル断面形状

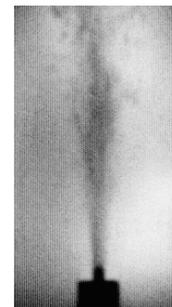


図 4-5 マイクロバブル発生の写真

#### 4.1.4 配管系

微細気泡として供給する気体は窒素であり、高圧ポンプから直接供給する。体積流量は、バルブとノズルの間に設置されたフロート式精密流量計で測定する。また同流量計は、ニードルバルブにより体積流量の調整も15～150ml/minの範囲で可能である。

水ノズルに供給する水は、リザーブタンクから吸い上げポンプで加圧する。その流量は、フロート式精密流量計で測定されるとともに、100～1500ml/minの範囲で調整される。

実験の再現性をはかるため、実験毎に、真空脱気装置で水中の溶存気体を除去する。

#### 4.2 計測装置、および、計測方法

気泡径、液相速度場は、それぞれ、ILI法、PIV-LIF法で計測する。本節では、計測装置、計測方法について述べる。

##### 4.2.1 送光系

光源には、高周波数 YLF レーザ(Photonics Industries, DM10E-527、波長 $\lambda=539\text{nm}$ )を用いる。レーザー光は、焦点距離  $f:100\text{mm}$  のシリンドリカルレンズを介して、シート光にする。さらに、幅  $1\text{mm}$  のスリットと  $f:500\text{mm}$  のシリンドリカルレンズを用いて、シート光厚さを約  $1\text{mm}$  に調整し、水槽内部に照射する。ILI法では、レーザーの偏光を円偏光にするため、 $1/4$  波長板を用いる。

##### 4.2.2 受光系

受光光学素子として、高速度 CMOS カメラ(IDT, X-Stream VISION model XS-3)を用いる。そして、干渉画像やトレーサ粒子画像を、レーザー照射タイミングと同期し、時系列で撮影する。撮影速度は  $500\text{--}1000$  (frame/s) であり、その時間間隔は円筒自由噴流とみなして換算した Kolmogorov の時間スケールと同程度とする。また、撮影領域は  $40\text{mm}$ (水平方向)  $\times$   $10\text{mm}$ (鉛直方向) であり、解像度は  $800 \times 200\text{pixel}$  である。ILI法では、CMOS カメラと受光レンズの間に、干渉画像を圧縮するための、1組の凹凸シリンドリカルレンズ群を挿入する。さらに、圧縮画像を鮮明化するため、受光レンズ前面にスリットフィルタを装着する。PIV-LIF法では、レンズ前面にハイパスフィルタを装着することで、気泡界面での散乱光をカットし、蛍光粒子から放出される蛍光波長( $\lambda \sim 600\text{nm}$ )のみを検知する。

##### 4.2.3 ILI法

ILI法は、気液界面での反射・屈折による干渉縞から気泡径を得る手法であり、径の時間変化、空間変化を二次元的に計測できる。本計測では、Maeda et al.<sup>[9]</sup>、Kawaguchi et al.<sup>[10]</sup>によって開発された方法を採用し、干渉縞を焦点外れ面で撮影し、受光部にシリンドリカル

レンズを用いることで縦方向に圧縮する。圧縮の効果を図 4-6 に示す。干渉縞の本数は個々の気泡径と関連があるが、図 4-6(a)に見られるような個々の気泡の重複は圧縮によって回避できる。圧縮した線状の干渉縞を画像処理することで、一度に、多数の気泡の径を算出することが可能である。さらに、気泡の重心位置は干渉縞の中心に対応するため、圧縮しても気泡位置の情報は失われない。本研究では、小さな気泡径を捕捉するため、Kawaguchi et al.<sup>[11]</sup>が提案した気泡内部の2次屈折を利用する方法を適用する。気泡半径  $R$  と干渉縞の本数  $N$  は比例関係にある。縞の波数、もしくは、波長から  $N$  を決定し、光学条件によって決まる比例定数を乗じることで、 $R$  を同定する。 $R$  の測定範囲は、干渉縞の識別の可否に依存し、計測装置の制約から、約  $19\text{--}300\mu\text{m}$  と評価される。

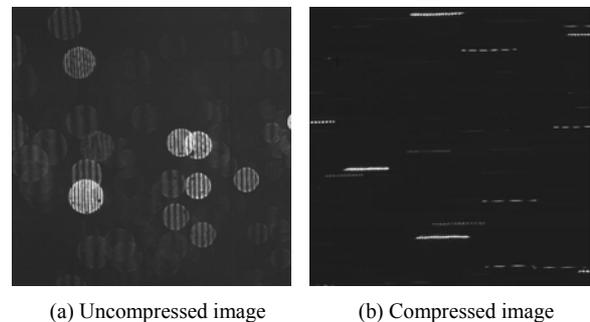


図 4-6 ILI法における圧縮の効果

##### 4.2.4 PIV-LIF法

PIV法は、トレーサ粒子画像を時系列で撮影し、画像処理によって多次元非定常な速度場を計測する方法である。気泡流の場合には、トレーサ粒子だけではなく、気液界面からの散乱光が撮影画像に含まれ、PIVの画像処理に悪影響を及ぼす。そこで、レーザー光によって誘起される蛍光を利用するLIF法と組み合わせることによって、散乱光の影響を防ぐ。具体的には、Rhodamine-B(吸収波長域:  $460\text{--}550\text{nm}$ ); 蛍光波長域:  $550\text{--}700\text{nm}$ )を含む蛍光粒子(日本ペイント、粒径  $10\mu\text{m}$  以下)をトレーサ粒子として用いて、カメラレンズ前面に蛍光波長のみを透過するハイパスフィルタを装着することにより、トレーサ粒子からの蛍光のみを選択検知する。

PIVの画像処理に関して、検査領域を  $15 \times 15\text{pixel}$  と設定し、相互相関法により速度を算出する。解析領域は、撮影領域の境界付近のデータを除き、 $33.75\text{mm} \times 4.5\text{mm}$  とする。1実験条件あたりの統計量の算出においては、1回の撮影で5000枚の時系列画像を取得し、20回分のデータをサンプリングする。

### 4.3 実験条件

計測高さ  $x$  をパラメータとして、実験を行う。実験条件を表 4-1 に示す。

供給気体:	$N_2$
供給気体流量:	$2.5 \times 10^{-7} (\text{m}^3/\text{s})$
供給水流量:	$1.67 \times 10^{-5} (\text{m}^3/\text{s})$
測定高さ ( $x$ ):	100–300(mm)
水温度:	$27.0 \pm 0.2 (^{\circ}\text{C})$
pH:	$7.60 \pm 0.15$
溶解酸素濃度:	less than $5 (\text{g}/\text{m}^3)$

図 4-4 に示される 8 個の水供給孔 ( $\phi=0.5\text{mm}$ ) の出口速度は  $10.5\text{m/s}$  に相当する。

実験を継続的に行うと、時間の経過とともに溶存気体濃度が高くなり、溶解速度が変化する。本研究では、溶解特性の再現性をはかるため、実験毎に真空ポンプを用いて、媒質を脱気する。未脱気水の溶存酸素濃度は約  $60\text{g}/\text{m}^3$  であるのに対して、脱気処理を行うと約  $0.5\text{g}/\text{m}^3$  に低下する。供給気体である  $N_2$  が水槽内全体 ( $0.45\text{m}^3$ ) に溶存可能な質量は  $7.7\text{g}$  である。1 回の実験あたりの気泡発生量は約  $3 \times 10^{-2}\text{g}$  以下であり、溶存気体濃度の増加に伴う測定中の溶解特性の変化は十分に小さいと考えられる。

### 4.4 データ処理方法

本研究では、時系列の撮影画像を  $N_x \times N_y$  のグリッドに分割し、画像処理を行う。そして、乱流統計量を算出する。画像解析の条件を表 4-2 に示す。

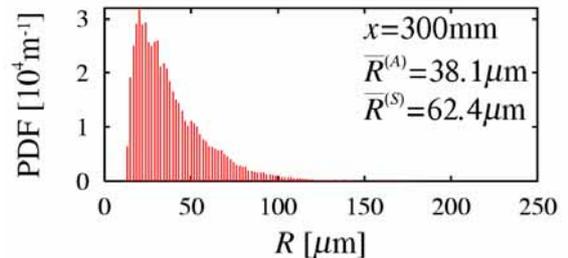
速度場のデータ数:	9998
グリッド数 $N_x \times N_y$ :	$6 \times 21$
1 グリッド当たりのピクセル数:	$15 \times 15$
時間解像度 $\Delta t$ :	$1 \times 10^{-3}\text{s}$
空間解像度 $\Delta x$ :	$1 \times 10^{-4}\text{m}$

表 4-2 の条件での計測、画像解析は、1 実験条件あたりに 10 回行っており、実験の再現性を確認するとともに、乱流統計量の収束をはかっている。

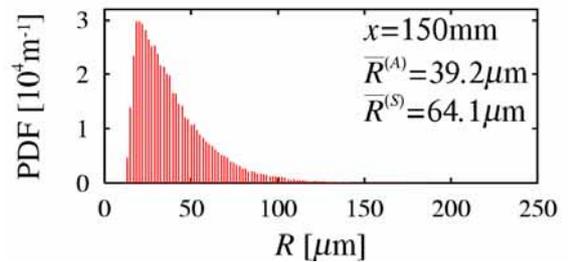
PIV の相互相関法によって求めた速度データは、ごく稀に、非現実的な値となる場合がある。この発生頻度は低いものの、乱流エネルギー周波数スペクトル、乱流強度の算出に悪影響を及ぼす。そこで、本研究では、(平均値)  $\pm 3 \times$  (標準偏差) の区間外の速度データを誤差データとして除外し、代わりに、時系列で隣接するデータの算術平均値に置き換え、データ処理を行う。

スペクトル解析においては、速度データが時間的に周期的ではないため、Welch の窓関数<sup>[32]</sup>を乗じて、フーリ

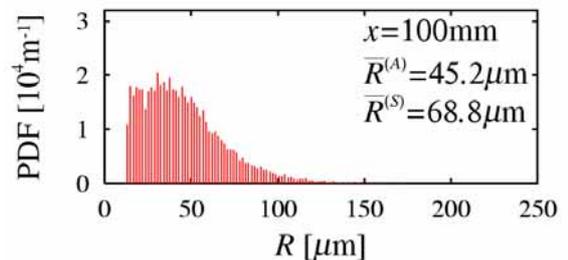
エ変換を行う。そして乱流エネルギースペクトルを求める。本実験条件では、時系列データから求めた乱流エネルギーと、エネルギースペクトルから求めた値との相対誤差が 0.2% 以下であり、十分に小さいことを確認している。従って、長期的な時間変動に対する窓関数の影響は十分に小さいと考えられる。



(a)  $x=300\text{mm}$



(b)  $x=150\text{mm}$



(c)  $x=100\text{mm}$

図 4-7 ノズルからの高さに対する気泡半径の確率密度関数分布の変化

### 4.5 実験結果

気体の溶解に伴う気泡径の変化を調べるため、ノズルからの高さ  $x$  と気泡半径  $R$  の確率密度関数 (PDF) 分布の関係を図 4-7 に示す。気泡径の表示範囲は、ILI 法で検知可能な  $13\mu\text{m}$  以上である。PDF の算出に際して、6000 枚の画像から、検出可能であった約 2 万 ~ 11 万個の気泡の径を処理した。また、気泡径のサンプリングは  $1.75\mu\text{m}$  毎の区間で行った。図の大局的な分布を捉えるには、十分な計測精度があると考えられる。図中の  $R^{(A)}$ 、 $R^{(S)}$  は、それぞれ、気泡の算術平均半径、Sauter 平均半径に相当する。図 4-7 より、気泡の上昇とともに、小気泡の頻度が増加することがわかる。これは、溶解に伴い気泡半径が減少するため

ある。ILI 法を用いる本計測法により、マイクロバブル溶解量の定量化が可能と考えられる。

次に、本実験装置における速度分布の特徴を調べるため、単相流を対象として、対称軸上での主流方向速度  $u$  の PDF を図 4-8 に示す。図中の記号、破線は、それぞれ、計測値、正規分布で計測値をフィッティングした結果である。図より、非現実的な誤差が除かれていることがわかる。また、速度の頻度は、概ね、正規分布に従う。円筒自由噴流の高次の速度のモーメントに関して、Wyganski and Fiedler<sup>[33]</sup>によると、十分下流域における軸上での速度の歪度、尖度は、それぞれ、正規分布の 0.3 に近い。これは、速度の頻度が統計的に正規分布に近いことを示唆する。図 4-8(a), (b)の確率密度から求める速度の歪度は、それぞれ、 $-0.089$ ,  $-0.044$ 、尖度は、それぞれ、 $3.1$ ,  $3.3$ と見積もられ、文献<sup>[33]</sup>の計測値と同程度である。なお、図 4-8(a), (b)の実測値のピークは、ともに、右へとずれている。しかし、他の実験条件では左へとずれる場合もあり、この右へのずれは偶然だと考えられる。実際の速度の頻度が歪んだ分布となる可能性もあるが、本計測の精度、サンプリング数から検知できない程度に、その影響は小さいと考えられる。

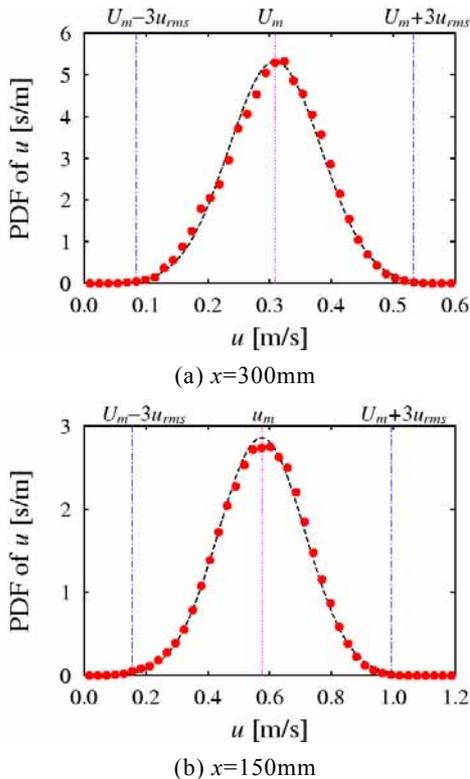


図 4-8 主流方向速度の確率密度関数分布

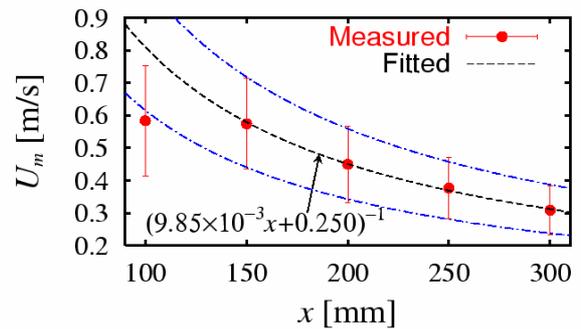


図 4-9 ノズルからの高さに対する対称軸上での主流方向速度の変化

対称軸上での主流方向速度  $u$  の平均値  $U_m$  とノズルからの高さ  $x$  の関係を図 4-9 に示す。図中の記号、破線は、それぞれ、測定値、および、 $x=150-300(\text{mm})$  の区間で測定値をフィッティングした結果であり、両者はよく一致する。ここで、破線は、十分に発達した円筒自由噴流の理論<sup>[34]</sup>に基づき、 $U_m^{-1}$  を  $x$  の 1 次関数として与えている。この破線の分布を踏まえ、対称軸上での  $u$  の rms 値  $u_{rms}$  に関して、本計測結果と円筒自由噴流の既存の測定値<sup>[35]</sup>と比較する。図中のエラーバー、一点鎖線は、それぞれ、 $U_m \pm u_{rms}$  の本測定値、実験相関式<sup>[35]</sup>から類推される値  $(1 \pm 0.24)U_m$  である。図より、 $U_m^{-1}$  が  $x$  の 1 次関数として与えられる  $x=150-300(\text{mm})$  の区間では、エラーバーの幅が一点鎖線の幅とよく一致する。この一致から、 $x=150(\text{mm})$  よりも下流域における乱れが、十分に発達した円筒自由噴流の乱れに近いことが示唆される。

次に、噴流の半値幅に着目し、軸対称噴流における長さスケールの相似性について、整合性を調べる。典型的な速度分布を図 4-10 に示す。図中の記号は本実験結果、記号×は Wyganski and Fiedler<sup>[33]</sup>の実験結果に相当する。また、実線は相似則に基づく理論解に相当し、次式で与えられる。

$$\frac{U_m}{U_{m0}} = \frac{1}{\{1 + (\sqrt{2} - 1)(r - r_{1/2})^2\}^2}, \quad (4-1)$$

ここで、 $U_{m0}$  は軸上速度、 $r_{1/2}$  は  $u$  が  $U_{m0}/2$  となる軸からの距離  $r$ 、すなわち、噴流の半値幅である。フィッティングにより求めた半値幅  $r_{1/2}$  と  $x$  の関係を図 4-11 に示す。図中の記号、破線は、それぞれ、測定値、および、 $x=150-300(\text{mm})$  の区間で測定値をフィッティングした結果である。図 4-11 より、 $dr_{1/2}/dx$  は  $9.40 \times 10^{-2}$  であり、既存の円筒自由噴流の計測値<sup>[33]</sup> ( $9.40 \times 10^{-2} - 10.2 \times 10^{-2}$ ) によく一致する。本実験では、気泡の微細化のため、多孔ノズルから水噴流を発生しており、上流域では流れが複雑であると推測される。それに対して、図 4-9、4-11 の結果からも示唆されるように、下流

域では、乱流による混合に伴い、円筒自由噴流の速度分布に近づくと考えられる。

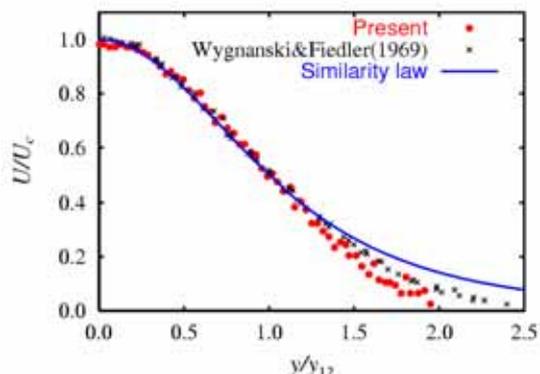


図 4-10 液相速度分布( $x=100\text{mm}$ )

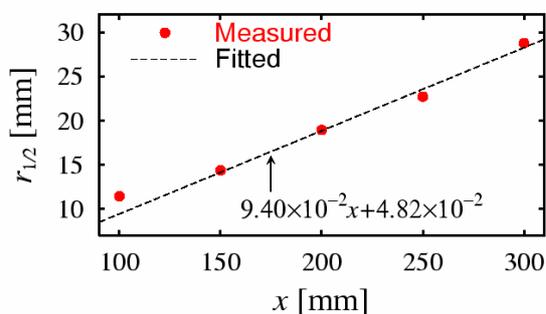


図 4-11 ノズルからの高さに対する噴流の半幅の変化

次に、気泡混入に伴う流れの変化について調べる。本実験では、気泡混入に伴う乱流変動の影響を除外してマイクロバブル溶解に関する考察を進めるため、ボイド率は十分に低い。対称軸上での  $U_m$ ,  $u_{rms}$  および、半径方向速度  $v$  の rms 値  $v_{rms}$  を図 4-12 に示す。図中の記号 +、  
 は、それぞれ、単相流、気泡流の測定値に相当する。また、実線は図 4-9 で示したフィッティングした結果、破線、一点鎖線は、それぞれ、 $u_{rms}$ ,  $v_{rms}$  に対する既存の円筒自由噴流の計測値から推定した値であり、実線の 0.24 倍、0.185 倍に相当する。図より、気泡流の結果は、単相流の結果に、概ねよく一致することがわかる。 $x=150, 300(\text{mm})$ における  $u$  の周波数スペクトルを図 4-13 に示す。図中の線、記号は、それぞれ、単相流、気泡流の測定値に相当する。なお、スペクトルを対数プロットすると、高周波数域でデータ点が密集し、比較が困難となるため、表示点数を間引いている。図より、周波数スペクトルについても、両者はよく一致することがわかる。また、対称軸上での  $u$  に対し、乱流の大規模渦の時間スケールであるオイラー積分時間  $T_E$  を図 4-14 に示す。図中の記号 +、  
 は、それぞれ、単相流、気泡流の測定値に相当し、両者はよく一致することがわかる。

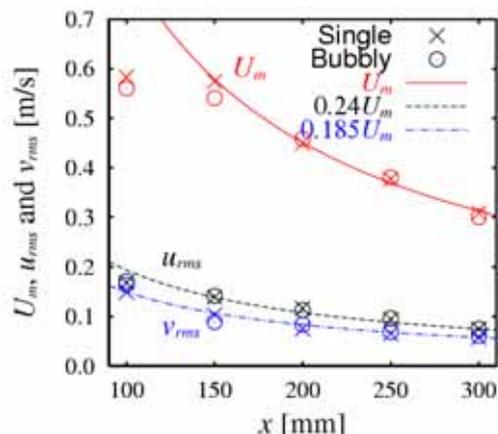
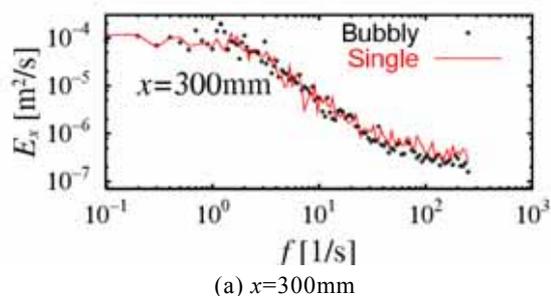
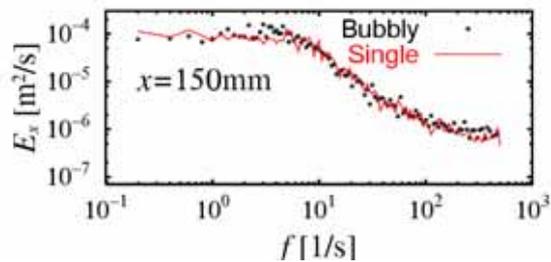


図 4-12 ノズルからの高さに対する平均速度、速度の rms 値の変化



(a)  $x=300\text{mm}$



(b)  $x=150\text{mm}$

図 4-13 主流方向速度の周波数スペクトル

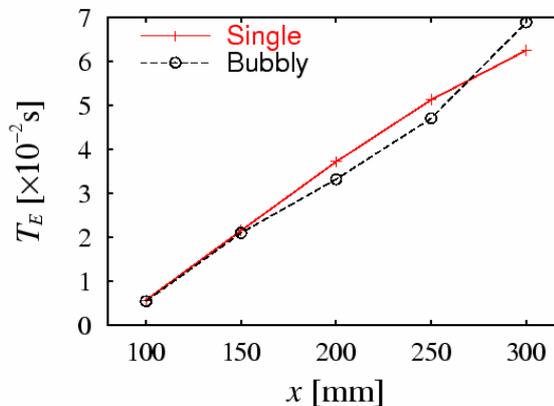


図 4-14 ノズルからの高さに対するオイラー積分時間の変化

図 4-12、4-13、4-14 より、気泡混入に伴う乱流変動は小さいと考えられる。次節では、十分に発達した円筒自由噴流とみなせる  $x=150(\text{mm})$  よりも下流域を対象として、円筒自由噴流の自己相似性を踏まえて、マイクロバブル溶解への乱流影響を考察する。

#### 4.6 乱流による溶解促進に関する考察

まず、以下の気泡の運動方程式に基づいて、噴流と気泡の長さ、時間、速度スケールをオーダー評価し物質移動の促進を考える。

$$\underbrace{\frac{2\pi R^3}{3} \left( \frac{dV}{dt} - \frac{DU}{Dt} \right)}_{\text{Added inertia}} = \underbrace{\frac{4\pi R^3}{3} \frac{DU}{Dt}}_{\text{Inertia around bubble}} - \underbrace{6\pi\nu R(V-U)}_{\text{Stokes drag}} + \underbrace{\frac{4\pi R^3}{3} g}_{\text{Buoyancy}} \quad (4-2)$$

ここで、 $V$  は気泡速度、 $U$  は液速度である。式(4-2)を、以下のように簡略化する。

$$\frac{dV}{dt} = 3 \frac{DU}{Dt} - \frac{V-U-u_B}{\tau_B} \quad (4-3)$$

ここで、 $u_B(=2R^2g/9\nu)$  は浮力による気泡のスリップ速度、 $\tau_B(=R^2/9\nu)$  は気泡の並進運動の緩和時間である。本実験における典型的な気泡半径  $R=20\text{--}80(\mu\text{m})$  に対して、緩和時間、スリップ速度は、それぞれ、 $52\text{--}830(\mu\text{s})$ 、 $1\text{--}16(\text{mm/s})$  と見積もられる。

乱流エネルギー散逸率  $\varepsilon$  は、空間解像度の制約により直接計測することは不可能であるが、円筒自由噴流の自己相似性<sup>[34][35]</sup>を踏まえて、軸上で  $\varepsilon=0.017U_m^3/r_{1/2}$  と評価する。 $U_m$ 、 $r_{1/2}$  に対するフィッティング(図 4-9、4-11)より、高さ  $x=150\text{--}300(\text{mm})$  の区間では、 $\varepsilon=0.018\text{--}0.23(\text{m}^2/\text{s}^3)$  と見積もられる。従って、Kolmogorov の長さ  $\eta(=(\nu^3/\varepsilon)^{1/4})$ 、時間  $\tau_\eta(=(\nu/\varepsilon)^{1/2})$ 、速度  $u_\eta(=(\nu\varepsilon)^{1/4})$  は、それぞれ、 $41\text{--}77(\mu\text{m})$ 、 $1.9\text{--}6.9(\text{ms})$ 、 $11\text{--}21(\text{mm/s})$  に相当する。

気泡と Kolmogorov の時間スケールを比べると、 $\tau_B/\tau_\eta \ll 1$  の関係が成り立つ。 $\tau_B/\tau_\eta$  は気泡周囲流体の速度変化に対する気泡の応答性の指標であり、 $\tau_B/\tau_\eta \ll 1$  は気泡が周囲の微細渦の運動に追従しやすいことを表す。さらに、大規模渦の時間スケールを表すオイラー積分時間  $T_E$ (図 4-14)と比較しても  $\tau_B/T_E \ll 1$  の関係が成り立つことから、気泡は大規模渦の運動にも追従しやすいと言える。式(4-3)の  $D/Dt$  を  $1/\tau_\eta$ 、もしくは、 $1/T_E$  と置き換えて整理すると、 $V=U+u_B$  とみなすことができることから、乱流の非定常性に起因する気液の速度差は十分に小さい。

速度スケールに関して、 $\eta$  よりも小さな気泡に対しては、 $u_B/u_\eta \ll 1$  の関係が成り立つ。式(1-2)のオーダー評価より、小さな気泡の場合、物質移動は、気泡の浮上だけではなく、気泡周囲の乱流渦のせん断にも影響を受けると考えられる。Ranz-Marshall の式(式(1-1))には、気泡の浮上の影響は考慮されているが、気泡周囲のせん断の

影響は考慮されていない。それに対して、数値的に求めた式(3-2)は境界層理論の概念に基づいて、せん断の影響を考慮した式である。

第 2 章、第 3 章では境界層の長さスケールに着目して  $Sh$  をモデル化した。この方法とは別に、時間スケールに着目して乱流の非定常性をモデル化する手法がある。例えば、界面更新モデル<sup>[36]</sup>では、界面更新の時間スケール  $\tau$  を導入して、物質移動速度を  $(D/\tau)^{1/2}$  に比例するように与える。 $\tau$  を Kolmogorov の時間スケール  $\tau_\eta$  で代表させると、 $Sh \propto \varepsilon^{1/4}$  の関係が成り立つことが知られている<sup>[37][38]</sup>。式(3-2)には乱流の非定常性が考慮されていないが、オーダー的には界面更新モデルと同じく  $Sh \propto \varepsilon^{1/4}$  である。結果的に、式(3-2)は界面更新モデルと同様の効果を記述していると考えられる。

$x=150\text{--}300(\text{mm})$  の区間における気泡径の変化を、気泡周囲の乱流影響を考慮した数値シミュレーション結果から導いた推算式、および、計測値より算出し、比較する。数値シミュレーションとして、下流方向への気泡径の変化を、以下の 1 次元モデル式で推算する。

$$\frac{dR}{dx} \approx \frac{1}{(U_{m0} + u_B)} \frac{dR}{dt} = -\frac{D(C_S - C_\infty)Sh}{2\rho_G R(U_{m0} + u_B)} \quad (4-4)$$

ここで、 $C_S$ 、 $C_\infty$ 、 $D$ 、 $\rho_G$  は、それぞれ、気泡表面、遠方の物質濃度での物質濃度、拡散係数、気泡内部の密度である。 $C_S$  は次式で与えられる。

$$C_S = \frac{\alpha M_{N_2}}{22.4} \quad (4-5)$$

ここで、 $\alpha$  は Bunsen の吸収係数、 $M_{N_2}(=28)$  は  $N_2$  のモル数である。温度  $T(\text{K})$  に対して、 $\alpha$  と  $D$  は、それぞれ、文献[39]中のデータをフィッティングし、次式で与える。

$$\alpha = (-2.637 \cdot 10^{-5} T^3 + 0.01939 T^2 - 3.499 T + 89.84)^{-1}, \\ D = (3.131 \cdot 10^{-4} T^2 - 0.1026 T + 5.746) \quad [\times 10^{-9} \text{m}^2/\text{s}] \quad (4-6)$$

また、 $C_\infty=0$ 、 $\rho_G=1.12(\text{kg}/\text{m}^3)$  とする。数値シミュレーションによる結果(式(3-2))を踏まえて、乱流中の  $Sh$  を以下のように評価する。

$$Sh = 2 + \frac{0.4 Sc^{1/3} g^{1/2} R^{3/2}}{\nu} + \frac{1.055 Sc^{1/3} \varepsilon^{1/4} R}{\nu^{3/4}} \quad (4-7)$$

ここで、右辺の第 1 項は静止状態での物質移動、第 2 項は Ranz-Marshall の式で評価される気泡の並進運動による界面更新効果、第 3 項は上述の気泡周囲のせん断による界面更新効果を表す。

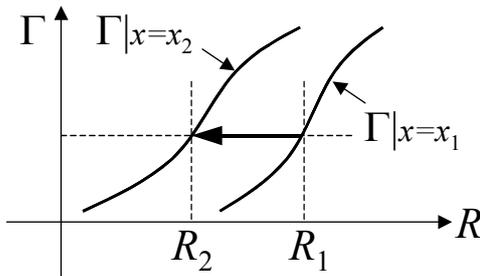


図 4-15 気泡径の変化の算出法の概略図

$x=150\text{--}300(\text{mm})$ の区間における気泡径の変化に関して、個々の気泡を時系列で追跡し、直接測定するのは不可能であった。そのため、実験結果からは、ILI法によって取得した気泡半径の累積個数分布 $\Gamma(R)$ を用いて、統計的に気泡径の変化を推定する。計測した $R$ を小さい順に $R^{(1)}, R^{(2)}, \dots, R^{(n)}, \dots, R^{(N)}$ と並べると、 $\Gamma(R^{(n)})=n/N$ である。気泡半径 $R$ のPDFを $\varphi(R)$ と記述すると、 $\Gamma(R)$ と $\varphi(R)$ には以下の関係が成り立つ。

$$\Gamma(R) = \int_0^R d\tilde{R} \varphi(\tilde{R}), \quad (4-8)$$

気泡径の変化の算出法の概略図を図 4-15 に示す。高さ $x=x_1$ で測定した気泡半径 $R_1$ を小さい順に $R_1^{(1)}, R_1^{(2)}, \dots, R_1^{(n)}, \dots, R_1^{(N)}$ とする。そして、 $x=x_2$ での気泡半径 $R_2$ を $R_2^{(1)}, R_2^{(2)}, \dots, R_2^{(n)}, \dots, R_2^{(N)}$ と $N$ 個抽出し、 $x=x_2$ での気泡の大小関係が変わらないものとして、溶解に伴い、 $R$ が $R_1^{(n)} \rightarrow R_2^{(n)}$ に変化するものと仮定する。この仮定に基づき、 $\Gamma|_{x=x_1}(R_1) = \Gamma|_{x=x_2}(R_2)$ の場合に、気泡の高さ $x$ が $x_1 \rightarrow x_2$ に変化すると、 $R$ が $R_1 \rightarrow R_2$ に変化すると考える。本研究では、 $x_1=150(\text{mm}), x_2=300(\text{mm})$ とする。また、サンプリングを十分に取れる $0.1 < \Gamma|_{x=x_1} < 0.9$ を満たす気泡半径の範囲( $R_1=18.4\text{--}67.8(\mu\text{m})$ )を対象として、気泡半径変化 $(\Delta R) = (R_2 - R_1)$ を算出する。なお、ILI計測では捕捉できる $R$ に下限があるため、溶解に伴い $R$ がその下限よりも小さくなると、検知できなくなる。このことを考慮して、 $x=x_1$ から $x=x_2$ に至るまでに、検知できなくなる気泡数の割合を $\beta(\%)$ とし、 $x=x_2$ での $\Gamma$ を以下のように補正する。

$$\Gamma|_{x=x_2} \leftarrow \frac{\Gamma|_{x=x_2} + 0.01\beta}{1 + 0.01\beta}. \quad (4-9)$$

$\beta$ は不明であるため、 $\Gamma=0.1$ での小さな気泡の半径変化 $(\Delta R)$ が、式(4-7)で予測した値に一致するように与える。

上述の統計的な気泡径変化の推算法の妥当性に関して、測定点 $x_2$ に至るまでの気泡溶解過程において、測定点 $x_1$ のせん断の影響が、どの程度、持続するのかを考察する。2つの測定点の間を気泡が進行するのにかかる時間は、図 4-9 より、約 0.35s と見積もられるのに対して、大規模渦の寿命を指標する積分時間 $T_E$ は、図 4-14 より、0.02 ~ 0.07s 程度と見積もられる。これらの時間の比は 5 ~ 17 程度である。気

泡の溶解促進に有効的と考えられる小スケールの渦は、大規模渦に比べて特性時間スケールが短いことを考慮すると、気泡の進行にかかる時間と実効的な乱流変動の緩和時間との比は、さらに大きいと考えられる。従って、測定点 $x_2$ に至るまでの気泡は、十分に多くの乱流の緩和過程に遭遇すると考えられ、その溶解過程に対する測定点 $x_1$ でのせん断のばらつきの影響は十分に小さいと考えられる。

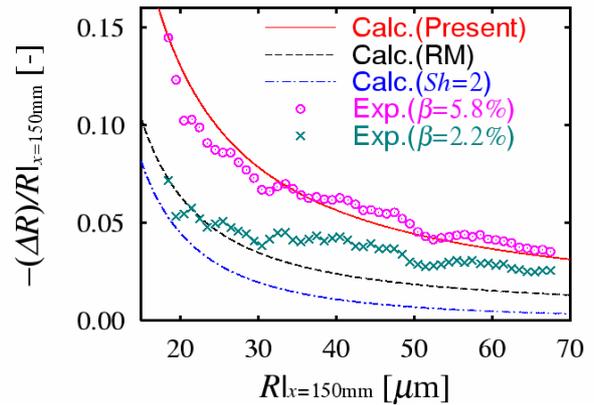


図 4-16 気泡半径の相対変化

$R$ の相対変化 $(-\Delta R)/R_1$ を図 4-16 に示す。図中の一点鎖線は界面更新を無視した式( $Sh=2$ )、破線は Ranz-Marshall の式(式(1-1))、実線は気泡周囲のせん断の影響を考慮した式(式(4.7))に基づいて、式(4-4)を数値積分した結果である。また、記号 $\times$ は、それぞれ、 $\beta=2.3, 6.2(\%)$ として、 $\Gamma=0.1$ の $(\Delta R)$ が式(1-1)、式(4-7)に一致するように、計測結果から図 4-15 に示した方法で評価した結果である。実線、破線と一点鎖線との差は界面更新の影響を表す。また、破線と実線との差は乱流による溶解促進の影響を表す。Ranz-Marshall の式で評価した記号 $\times$ と破線を比べると、小さな $R$ では $(\Delta R)$ が一致するように与えているため、両者は近い値を示す。それに対して、大きな $R$ では破線の方が過小評価である。この差は、乱流による溶解促進効果が Ranz-Marshall の式に考慮されていないことに起因する。それに対して、気泡周囲のせん断の影響を考慮した記号 $\times$ と実線を比べると、両者は大局的に概ねよく一致する。この大局的な一致は、数値シミュレーションから求めた式(3-2)を拡張した相関式(式(4-7))によって、乱流による気泡溶解促進効果を概ね捕捉できることを表している。

## 5. まとめ

気泡周囲の乱流によるマイクロバブルの溶解促進に関する知見を得るため、単純せん断流を対象とした理

論、数値解析、および、水噴流を対象とした実験を行った。

まず、境界層理論に基づいて、溶解の指標であるシャーウッド数  $Sh$  のせん断ペクレ数  $Pe_s$  依存性を明らかにした。そして、有限差分法を用いた数値解析を行い、 $Sh$  とシュミット数  $Sc$ 、せん断レイノルズ数  $Re_s$  の関係を取得した。その結果、せん断流中における物質移動速度は、一様流の場合と同様に  $Sh \propto Sc^{1/3} Re_s^{1/2}$  とスケールリングできることを確認した。

実験においては、PIV-LIF 法による速度場計測、ILI 法による気泡径計測を行った。まず、気泡発生装置より十分下流での液相速度が十分に発達した円筒自由噴流の状態に近いことを確認した。そして、円筒自由噴流の自己相似性を考慮して、気泡と乱流の長さ、時間、速度スケールを比較し、本実験条件における気体溶解に対する乱流影響を議論した。そして、気泡径が乱流中の微細渦よりも小さい条件でのシャーウッド数の相関式を提案した。また、計測した気泡半径の累積個数分布の下流方向への変化から、溶解に伴う気泡半径を統計的に推算したところ、実際に、乱流がマイクロバブルの溶解を顕著に促進することを観測した。また、溶解に伴う気泡半径の計測結果は、本相関式から予測される結果と整合することを確認した。

なお、本研究では統計的な方法により、気泡半径の確率密度データから、溶解に伴う気泡径の変化を類推した。この方法は、相関式と同程度の乱流による溶解促進効果が存在することを実証する上で有効であると考えられる。しかしながら、より定量的な観点からは、統計的処理そのものや、シャーウッド数に対するせん断の非線形影響など、不確定な要素が残されている。この問題を克服することが今後の課題である。そのためには、統計的な方法の代わりに、個々の気泡を時系列で追跡し、気泡径を直接測定するといった、より確実な方法で気泡半径の過渡的な変化を捉える必要がある。

#### 謝辞

本研究は、文部科学省 科学技術振興調整費 若手任期付研究員支援制度を受けて実施したものです。実験装置の構築、計測データの取得において元慶応大学大学院修士課程 伊藤博展氏の協力を得ました。ここに記して謝意を表します。

#### 参考文献

- 1) Herzog, H.J., Adams, E.E., Auerbach, D. and Caulfield, J.: Environmental impacts of ocean disposal of CO<sub>2</sub>, *Energy Convers. Mgmt.*, Vol. 37, (1996), pp.999-1005.
- 2) Saito, T., Kajishima, T., Tsuchiya, K. and Kosugi, S.: Mass transfer and structure of bubbly flows in a system of CO<sub>2</sub> disposal into the ocean by gas-lift column, *Chem. Eng. Sci.*, Vol. 54, (1999), pp. 4945-4951.
- 3) Sato, T. and Sato, K.: Numerical prediction of the dilution process and its biological impacts in CO<sub>2</sub> ocean sequestration, *J. Mar. Sci. Technol.*, Vol. 6, (2002), pp. 169-180.
- 4) 竹村 文男、松本 洋一郎、(2000)、特許 2000-392677.
- 5) 大成 博文、高橋 正好、氷室 昭三、赤対 秀明: 混相流におけるマイクロバブル技術の役割、*日本混相流学会誌*, Vol. 16, (2002), pp. 130-137.
- 6) Fujiwara, A., Takagi, S., Watanabe, K. and Matsumoto, Y.: Experimental study on the new micro-bubble generator and its application to water purification system, *Proc. of ASME FEDSM'03*, (2003), FEDSM2003-45162 (CD-ROM).
- 7) Roth, N., Anders, K. and Frohn, A.: Refractive-index measurement for correction of particle sizing methods, *Applied Optics*, Vol. 30, (1991) pp. 4960-4965.
- 8) Glover, A.R., Skippon, S.M. and Doyle, R.D.: Interferometric laser imaging for droplet sizing: A method for droplet-size measurement in sparse spray systems, *Applied Optics*, Vol. 34, (1995), pp. 8409-8421.
- 9) Maeda, M., Kawaguchi, T. and Hishida, K.: Novel interferometric measurement of size and velocity distributions of spherical particles in fluid flows, *Meas. Sci. Technol.*, Vol. 11, (2000), L13-L18.
- 10) Kawaguchi, T., Akasaka, Y. and Maeda, M.: Size measurements of droplets and bubbles by advanced interferometric laser imaging technique, *Meas. Sci. Technol.*, Vol. 13, (2002), pp. 308-316.
- 11) Kawaguchi, T., Hishida, K. and Maeda, M.: Measurement technique of micro-bubbles by interferometric imaging and its system, *Proc. of 7th Int. Cong. on Optical Particle Characterization*, (2004).
- 12) Tokuhiro, A., Fujiwara, A., Hishida, K. and Maeda, M.: Measurement in the wake region of two bubbles in close proximity by combine shadow image and PIV techniques, *Trans. ASME J. Fluids Eng.*, Vol. 121, (1999), pp. 191-197.
- 13) Ranz, W.E. and Marshall, W.R.: Evaporation from Drops, I & II, *Chem. Eng. Prog.*, Vol. 48, (1952),

- pp. 141-146 & pp. 173-180.
- 14) Raithby, G.D. and Eckert, E.R.G.: The effect of turbulence parameters and support position on the heat transfer from sphere, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 11, (1968), pp. 1233-1252.
  - 15) Yearling, P.R. and Gould, R.D.: Convective heat and mass transfer from a single evaporating water, methanol and ethanol droplet, *Proc. of Heat Transfer and Fluids Engineering Divisions*, Vol. ASME-HTD321/FED233, (1995), pp. 33-38.
  - 16) Clift, R., Grace, J.R. and Weber, M.E.: 'Bubbles, Drops and Particles', Academic Press, (1978), Chap. 10.
  - 17) 竹村 文男: マイクロバブルの詳細解析と応用、マイクロ混相流の新展開、(2005), pp. 37-46.
  - 18) Levich, V.G.: 'Physicochemical Hydrodynamics', Prentice-Hall, Inc., (1962), Sec. 92.
  - 19) Bird, R.B., Stewart, W.E. and Lightfoot, E.N.: 'Transport Phenomena', 2nd edition, John Wiley & Sons, Inc., (2002).
  - 20) 森口 繁一、宇田川 銈久、一松 信: 「数学公式 III」、岩波書店、(1956)、第 1 篇、第 5 篇。
  - 21) Lochiel, A.C. and Calderbank, P.H.: Mass transfer in continuous phase around axisymmetric bodies of revolution, *Chem. Eng. Sci.*, Vol. 19, (1964), pp. 471-484.
  - 22) Acrivos, A. and Goddard, J.D.: Asymptotic expansions for laminar forced-convection heat and mass transfer Part 1. Low speed flows, *J. Fluid Mech.*, Vol. 23, (1965), pp. 273-291.
  - 23) 杉山 和靖、高木 周、松本 洋一郎: 並進運動に伴う気泡・液滴・粒子周りの減圧挙動、*日本機械学会論文集*、Vol. B67, No. 657, (2001), pp. 1128-1137.
  - 24) 杉山 和靖、高木 周、松本 洋一郎: 並進運動に伴う球形液滴周りの減圧挙動に対する微小慣性の影響(第 2 報、直接数値シミュレーションによる理論の検証)、*日本機械学会論文集*、Vol. B68, No. 671, (2002), pp. 1981-1989.
  - 25) 杉山 和靖、高木 周、松本 洋一郎: 高ペクレ数での球形気泡後流域の物質輸送、*日本機械学会論文集*、Vol. B70, No. 697, (2004), pp. 2294-2302.
  - 26) Peyret, R. and Taylor, T.D.: 'Computational Methods for Fluid Flow', Springer-Verlag, New York, (1983), Chap. 2.
  - 27) Ferziger, J.H. and Peric, M.: 'Computational Methods for Fluid Dynamics', Springer, Hamburg, (1996), Chap. 3.
  - 28) Canuto, C., Hussaini, M.Y., Quarteroni, A. and Zang, T.A.: 'Spectral Methods in Fluid Dynamics', Springer-Verlag, New York, (1988), Chap. 4.
  - 29) Harlow, F.H. and Welch, J.E.: Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface, *Phys. Fluids*, Vol. 8, (1965), pp. 2182-2189.
  - 30) Ryskin, G.: The extensional viscosity of a dilute suspension of spherical particles at intermediate microscale Reynolds numbers, *J. Fluid Mech.*, Vol. 99, (1980), pp. 513-529.
  - 31) Batchelor, G.K.: 'An Introduction to Fluid Dynamics', Cambridge University Press, (1967), Chap. 4.
  - 32) Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T. and Flannery, B.P.: 'Numerical Recipes in Fortran77', 2nd edition, Cambridge University Press, (1992), Chap. 13.
  - 33) Wagnowski, I. and Fiedler, H.: Some measurements in the self-preserving jet, *J. Fluid Mech.*, Vol. 38, (1969), pp. 577-612.
  - 34) Pope, S.B.: 'Turbulent Flows', Cambridge University Press, (2000), Chap. 5.
  - 35) Panchapakesan, N.R. and Lumley, J.L.: Turbulence measurements in axisymmetric jets of air and helium. Part 1. Air jet, *J. Fluid Mech.*, Vol. 246, (1993), pp. 197-223.
  - 36) Danckwerts, P.V.: Significance of liquid-film coefficients in gas absorption, *Ind. Eng. Chem.*, Vol. 43, (1951), pp. 1460-1467.
  - 37) 片岡 広、宮内 照勝: 乱流域のウォータートンネル自由表面におけるガス吸収について、*化学工学*、Vol. 33, (1969), pp. 181-186.
  - 38) Lamont, J.C. and Scott, D.S.: An eddy cell model of mass transfer into the surface of a turbulent liquid, *AIChE J.*, Vol. 16, (1970), pp. 513-519.
  - 39) 日本機械学会 編: 「流体の熱物性値集」(1983).