

浮体による波エネルギー吸収理論概説

大松 重雄*

On the Theory of Wave Energy Absorption by Floating Body

by

Shigeo OHMATSU

Abstract

This paper deals with the fundamental theory on absorbing energy from ocean waves using oscillating floating body. Wave energy absorption phenomena are analyzed from three points of view i.e. pressures acting on the floating body, forces acting on the body and the wave field far from the body. All these analysis gives same results. But considerations from different points will be helpful for deep understanding of hydrodynamic phenomena.

Through these studies, the maximum wave energy absorption coefficient and the features of wave fields at that time are derived. And also the wave drifting forces acting on the wave energy absorbing floating body are shown for the cases of two dimension and three dimension.

* 企画部
原稿受付 平成25年 1月 29日
審査日 平成25年 6月 3日

目 次

1. まえがき	14
2. 問題の定式化	14
3. 波エネルギー吸収効率	16
3.1 浮体に働く圧力がなす仕事からの考察	16
3.2 浮体に働く力がなす仕事からの考察	22
3.3 波浪場からの考察	25
4. 浮体に働く漂流力	31
5. まとめ	39
参考文献	39
付録	
運動量保存則およびエネルギー保存則	

記 号

a : 入射波の振幅

C_h : 水深影響係数

d : 波エネルギー吸収装置の減衰係数

D : 水深影響係数

$\overline{F_x}, \overline{F_y}$: x 方向、 y 方向の漂流力

H_d : Diffraction potential の Kochin 関数

H_j : Radiation potential の Kochin 関数

k : 波エネルギー吸収装置の復原力係数

K : 波数

l_j : j モードの動揺振幅 (複素数)

P : 流体の圧力 $p = -\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t}$

V_g : 波の群速度

η : 自由表面上昇量 $\eta = -\frac{1}{g} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \Big|_{z=0}$

$\eta_{\max}$: 最大波エネルギー吸収効率

ω : 周期的流体現象の周波数

$\Phi_0, \phi_0, \varphi_0$: 入射波の速度ポテンシャル

$\Phi_d, \phi_d, \varphi_d$: Diffraction 速度ポテンシャル

$\Phi_j, \phi_j, \varphi_j$: Radiation 速度ポテンシャル

$\phi_1 = \phi_d + \sum_j \phi_j$

1. まえがき

自然エネルギーの一つとして、波エネルギーを発電に利用する試みは以前から行われている。地球環境保全の観点から、波浪エネルギー利用も今後ますます重要になるであろう。

本論文では、浮体になんらかの装置を取り付け、波浪中で動揺を制御することによって波のエネルギーを吸収する現象について概説する。本論文は波エネルギー吸収装置の機構そのものについて論ずるのではなく、系全体からみて、波エネルギーを吸収するとはどのような現象なのか、どのようなときに最適な吸収効率が得られるのか、そのとき浮体周りの波浪場はどうなるのかなど、を論ずるものである。

その際、以下の3つの視点から考察する。すなわち、吸収される波エネルギーは流体が浮体に対してなす仕事に等しいと考え、1)流体圧が浮体になす仕事を見積もる方法、2)流体力が浮体になす仕事を見積もる方法、もうひとつは、3)浮体遠方の波のエネルギー収支より見積もる方法、である。

これらにより、それぞれ得られる最大エネルギー吸収効率などが導かれるが、当然のことながら同じ結果となる。しかしながら、視点を変えて同じ現象を考察することで、より一層理解が深まるであろう。

また、浮体が波エネルギーを吸収している場合、吸収していない場合の、浮体に働く漂流力についてもまとめて示しておくことにする。

ここで述べる事柄に、著者の得た新しい知見というものは含まれていない。本論文は別所¹⁾、Newman²⁾、Evans³⁾、前田等⁴⁾、先達の研究成果を著者の理解で整理・解説したものである。そして式の導出に当たっては、できるだけ丁寧に、煩雑さをいとわずに記述することにした。

なお、本論における解析には、著者が以前に著した解説論文「浮体の動揺理論における流体力の関係について」⁵⁾の関係式が頻繁に引用される。読者には、本論文を手元において読まれることをお薦めする。この論文より引用される式番号には(a1)のように”a”を付けることにする。

2. 問題の定式化

図-1のように、波浪中の浮体に、なんらかの波エネルギー吸収装置を施し、浮体の動揺により波のエネルギー

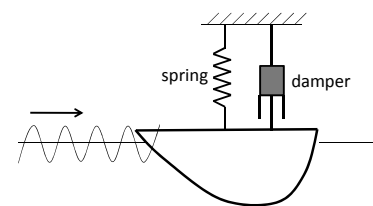


図-1 波エネルギー吸収装置

Radiation potential の Kochin 関数

$$H_j(\theta) = \frac{1}{D} \iint_H \left\{ \frac{\partial \varphi_j}{\partial n} - \varphi_j \frac{\partial}{\partial n} \right\} \varphi_0(\theta + \pi) dS \quad (2.11)$$

この Kochin 関数を用いると、遠方における速度ポテンシャル、波高 η が以下のように表される。

2D

Diffraction

$$\begin{aligned} \varphi_{d \rightarrow \pm\infty} &= -i \frac{\cosh K(z+h)}{\cosh Kh} e^{\mp iKx} H_d^\pm \\ \eta_{x \rightarrow \pm\infty} &= -iae^{\mp iKx} H_d^\pm \end{aligned} \quad (2.12a,b)$$

Radiation

$$\begin{aligned} \varphi_{j \rightarrow \pm\infty} &= -i \frac{\cosh K(z+h)}{\cosh Kh} e^{\mp iKx} H_j^\pm \\ \eta_{x \rightarrow \pm\infty} &= -i \frac{\omega^2}{g} l_j e^{\mp iKx} H_j^\pm \end{aligned} \quad (2.13a,b)$$

(複号の上段は $x \rightarrow \infty$ 、下段は $x \rightarrow -\infty$ に対応)

3D

Diffraction

$$\begin{aligned} \varphi_{d \rightarrow \infty} &= -i \sqrt{\frac{K}{2\pi R}} \frac{\cosh K(z+h)}{\cosh Kh} e^{-iKR + i\pi/4} H_d(\theta) \\ \eta_{R \rightarrow \infty} &= -ia \sqrt{\frac{K}{2\pi R}} e^{-iKR + i\pi/4} H_d(\theta) \end{aligned} \quad (2.14a,b)$$

Radiation

$$\begin{aligned} \varphi_{j \rightarrow \infty} &= -i \sqrt{\frac{K}{2\pi R}} \frac{\cosh K(z+h)}{\cosh Kh} e^{-iKR + i\pi/4} H_j(\theta) \\ \eta_{R \rightarrow \infty} &= -i \frac{\omega^2}{g} l_j \sqrt{\frac{K}{2\pi R}} e^{-iKR + i\pi/4} H_j(\theta) \end{aligned} \quad (2.15a,b)$$

以上、この節で述べた表記は文献 5) における定式化に倣ったものとなっている。

こうして、浮体周りの流場全体は

$$\begin{aligned} \Phi(t) &= \text{Re} [\phi e^{i\omega t}] = \text{Re} \left[(\phi_0 + \phi_d + \sum_j \phi_j) e^{i\omega t} \right] \\ &= \text{Re} \left\{ \frac{iga}{\omega} \varphi_0 + \frac{iga}{\omega} \varphi_d + i\omega \sum_j l_j \varphi_j \right\} e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (2.16)$$

と表される。

これらの表記を用いて、波エネルギー吸収効率や波浪場、漂流力などの考察を行うことにする。

3. 波エネルギー吸収効率

3.1 浮体に働く圧力がなす仕事からの考察

浮体の波エネルギー吸収装置によって吸収されるエネルギーは、流体が浮体になした仕事に等しいと考える。すなわちここでは吸収装置のロスはないものとし、変換効率は 100% とする。

仕事は力×距離であるから、単位時間当たりの仕事は、力×速度の時間平均で表される。すなわち、流体圧にその方向の速度を乗じて表面積分を行うことにより、仕事の時間平均を以下のように表すことができる。

$$\overline{\frac{dE}{dt}} = \iint_C \overline{P(t) \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial n}(t)} ds \quad (3.1)$$

ここで、

$$\text{流体の速度ポテンシャル } \Phi(t) = \text{Re} [\phi e^{i\omega t}]$$

$$\text{流体の変動圧力 } P(t) = -\rho \frac{\partial \Phi(t)}{\partial t} = -\rho \text{Re} [i\omega \phi e^{i\omega t}] \quad (3.2)$$

上付きのバーは時間平均を表す。

したがって、

$$\begin{aligned} \overline{\frac{dE}{dt}} &= -\rho \iint_C ds \frac{1}{T} \int_0^T \text{Re} [i\omega \phi e^{i\omega t}] \text{Re} \left[\frac{\partial \phi}{\partial n} e^{i\omega t} \right] dt \\ &= -\frac{i\rho\omega}{4} \iint_C \left(\phi \frac{\partial \phi^*}{\partial n} - \phi^* \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) ds \end{aligned} \quad (3.3)$$

ここで、以下の公式を用いた。

(*は複素共役であることを示す。)

$$\begin{aligned}
\overline{\text{Re}[Ae^{i\alpha}]} \text{Re}[Be^{i\alpha}] &= \frac{1}{T} \int_0^T \text{Re}[Ae^{i\alpha}] \text{Re}[Be^{i\alpha}] dt \\
&= \frac{1}{T} \int_0^T [A^r \cos \alpha t - A^i \sin \alpha t] \cdot [B^r \cos \alpha t - B^i \sin \alpha t] dt \\
&= \frac{1}{2} [A^r B^r + A^i B^i] = \frac{1}{4} [AB^* + A^* B]
\end{aligned} \tag{3.4}$$

(3.3)式の積分を評価するにあたり、(2.16)式に示したように速度ポテンシャルを以下のように分離して表現しておこう。

$$\phi = \frac{iga}{\omega} \varphi_0(0) + \frac{iga}{\omega} \varphi_d(0) + \sum_j i\omega l_j \varphi_j \tag{3.5}$$

ここで、右辺第1項が入射波、第2項が diffraction、第3項が radiation による速度ポテンシャルを表す。かつこの(0)は入射波の方向が0であることを示す。入射波の方向を0と決めても、以下の議論が一般性を失うことはないであろう。

(3.3)式に(3.5)式を代入すると、

$$\begin{aligned}
\frac{dE}{dt} &= -\frac{i\rho\omega}{4} \iint_C \left(\frac{iga}{\omega} \varphi_0 + \frac{iga}{\omega} \varphi_d + \sum_j i\omega l_j \varphi_j \right) \\
&\quad \times \frac{\partial}{\partial n} \left(-\frac{iga}{\omega} \varphi_0^* + \frac{-iga}{\omega} \varphi_d^* + \sum_j -i\omega l_j \varphi_j^* \right) \\
&\quad - \left(-\frac{iga}{\omega} \varphi_0^* + \frac{-iga}{\omega} \varphi_d^* + \sum_j -i\omega l_j \varphi_j^* \right) \\
&\quad \times \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{iga}{\omega} \varphi_0 + \frac{iga}{\omega} \varphi_d + \sum_j i\omega l_j \varphi_j \right) ds \\
&= -\frac{i\rho\omega}{4} \iint_C \left(\frac{ga}{\omega} \varphi_0 + \frac{ga}{\omega} \varphi_d + \sum_j \omega l_j \varphi_j \right) \\
&\quad \times \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{ga}{\omega} \varphi_0^* + \frac{ga}{\omega} \varphi_d^* + \sum_j \omega l_j \varphi_j^* \right) \\
&\quad - \left(\frac{ga}{\omega} \varphi_0^* + \frac{ga}{\omega} \varphi_d^* + \sum_j \omega l_j \varphi_j^* \right) \\
&\quad \times \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{ga}{\omega} \varphi_0 + \frac{ga}{\omega} \varphi_d + \sum_j \omega l_j \varphi_j \right) ds \\
&= -\frac{i\rho\omega}{4} \iint_C \left(\frac{ga}{\omega} \varphi_0 + \psi \right) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{ga}{\omega} \varphi_0^* + \psi^* \right) \\
&\quad - \left(\frac{ga}{\omega} \varphi_0^* + \psi^* \right) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{ga}{\omega} \varphi_0 + \psi \right) ds
\end{aligned} \tag{3.6}$$

と書ける。ここで $\psi = \frac{ga}{\omega} \varphi_d + \sum_j \omega l_j \varphi_j$ と置いた。

ここで、文献5)の(a21)(a22)(a23)式を参考にすると、

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{i\rho\omega}{4} \times \begin{cases} \frac{Dga}{\omega} \{H^*(0) - H(0)\} \\ -iD \{H(0)H^*(0) + H(\pi)H^*(\pi)\} & \text{for } 2D \\ -\frac{iDK}{2\pi} \int_0^{2\pi} H(\theta)H^*(\theta)d\theta & \text{for } 3D \end{cases} \tag{3.7}$$

と表される。ここで

$$H(\theta) \equiv \frac{ga}{\omega} H_d(0, \theta) + \sum_j \omega l_j H_j(\theta) \tag{3.8}$$

こうして、(3.8)を(3.7)に代入して整理する。

2D の場合

Kochin 関数を(2.12)(2.13)のように定義したが、ここでは3Dとの整合のため、

$$\begin{aligned}
H_d^+ &\equiv H_d(0, 0), \quad H_d^- \equiv H_d(0, \pi) \\
H_j^+ &\equiv H_j(0), \quad H_j^- \equiv H_j(\pi)
\end{aligned}$$

と記述することにする。

$$\begin{aligned}
\frac{dE}{dt} &= -\frac{i\rho\omega}{4} \times \left(\frac{Dga}{\omega} \{-2i \text{Im}[H(0)]\} \right. \\
&\quad \left. -iD \{H(0)H^*(0) + H(\pi)H^*(\pi)\} \right) \\
&= -\frac{\rho ga D}{2} \text{Im} \left[\frac{ga}{\omega} H_d(0, 0) + \sum_j \omega l_j H_j(0) \right] \\
&\quad - \frac{\rho\omega D}{4} \left[\left| \frac{ga}{\omega} H_d(0, 0) + \sum_j \omega l_j H_j(0) \right|^2 + \right. \\
&\quad \left. + \left| \frac{ga}{\omega} H_d(0, \pi) + \sum_j \omega l_j H_j(\pi) \right|^2 \right]
\end{aligned} \tag{3.9}$$

ここで、(a39)式を考慮すると

$$\begin{aligned}
\text{Im}(H_d(0, 0)) &= \frac{1}{2i} [H_d(0, 0) - H_d^*(0, 0)] \\
&= -\frac{1}{2} [H_d(0, 0)H_d^*(0, 0) + H_d(0, \pi)H_d^*(0, \pi)]
\end{aligned} \tag{3.10}$$

ゆえに

$$\begin{aligned}
& -\frac{\rho g a D}{2} \operatorname{Im} \left[\frac{g a}{\omega} H_d(0,0) \right] \\
& = \frac{\rho g^2 a^2 D}{4 a} \left[H_d(0,0) H_d^*(0,0) + H_d(0,\pi) H_d^*(0,\pi) \right]
\end{aligned} \tag{3.11}$$

となって、この項は、(3.9)式 2 行目の $|H_d(0,0)|^2$ と $|H_d(0,\pi)|^2$ の項と打ち消し合う。

(3.9)式 2 行目の部分で、(a49a)式を考慮すると、

$$\begin{aligned}
& \frac{g a}{\omega} H_d(0,0) \sum_j \omega l_j^* H_j^*(0) + \frac{g a}{\omega} H_d^*(0,0) \sum_j \omega l_j H_j(0) \\
& + \frac{g a}{\omega} H_d(0,\pi) \sum_j \omega l_j^* H_j^*(\pi) + \frac{g a}{\omega} H_d^*(0,\pi) \sum_j \omega l_j H_j(\pi) \\
& = i g a \sum_j l_j^* [H_j(\pi) - H_j^*(0)] - i g a \sum_j l_j [H_j^*(\pi) - H_j(0)] \\
& = i g a \sum_j [(l_j^* H_j(\pi) - l_j H_j^*(\pi)) - (l_j^* H_j^*(0) - l_j H_j(0))] \\
& = -2 g a \operatorname{Im} \sum_j [l_j H_j(0)] + 2 g a \operatorname{Im} \sum_j [l_j H_j^*(\pi)]
\end{aligned} \tag{3.12}$$

ゆえに、(3.9)式 1 行目の $H_j(0)$ の部分と足し合わせると

$$\begin{aligned}
& -\frac{\rho g a D}{2} \operatorname{Im} \left[\sum_j \omega l_j H_j(0) \right] \\
& -\frac{\rho \omega D}{4} \left[-2 g a \operatorname{Im} \sum_j [l_j H_j(0)] + 2 g a \operatorname{Im} \sum_j [l_j H_j^*(\pi)] \right] \\
& = -\frac{\rho g a \omega D}{2} \operatorname{Im} \sum_j [l_j H_j^*(\pi)]
\end{aligned} \tag{3.13}$$

まとめると、

$$\begin{aligned}
\frac{dE}{dt} & = -\frac{\rho g a \omega D}{2} \operatorname{Im} \left[\sum_j l_j H_j^*(\pi) \right] \\
& -\frac{\rho \omega^3 D}{4} \left[\left| \sum_j l_j H_j(0) \right|^2 + \left| \sum_j l_j H_j(\pi) \right|^2 \right]
\end{aligned} \tag{3.14}$$

3D の場合

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{i \rho \omega}{4} \times \left(\frac{D g a}{\omega} \{ -2 i \operatorname{Im} [H(0)] \} - \frac{i D K}{2 \pi} \int_0^{2 \pi} H(\theta) H^*(\theta) d\theta \right)$$

(18)

$$\begin{aligned}
& = -\frac{\rho g a D}{2} \operatorname{Im} \left[\frac{g a}{\omega} H_d(0,0) + \sum_j \omega l_j H_j(0) \right] \\
& -\frac{\rho \omega D K}{8 \pi} \int_0^{2 \pi} \left| \frac{g a}{\omega} H_d(0,\theta) + \sum_j \omega l_j H_j(\theta) \right|^2 d\theta
\end{aligned} \tag{3.15}$$

ここで、(a46)式を考慮すると

$$\operatorname{Im}(H_d(0,0)) = -\frac{K}{4 \pi} \int_0^{2 \pi} |H_d(0,\theta)|^2 d\theta \tag{3.16}$$

ゆえに

$$\begin{aligned}
& -\frac{\rho g a D}{2} \operatorname{Im} \left[\frac{g a}{\omega} H_d(0,0) \right] \\
& = \frac{\rho g^2 a^2 D K}{8 \pi a} \int_0^{2 \pi} |H_d(0,\theta)|^2 d\theta
\end{aligned} \tag{3.17}$$

となって、この項は、(3.15)式 2 行目の $|H_d(0,\theta)|^2$ の項と打ち消し合う。

(3.15)式 2 行目の部分で、(a49b)式を考慮すると、

$$\begin{aligned}
& \int_0^{2 \pi} \left[\frac{g a}{\omega} H_d(0,\theta) \sum_j \omega l_j^* H_j^*(\theta) + \frac{g a}{\omega} H_d^*(0,\theta) \sum_j \omega l_j H_j(\theta) \right] d\theta \\
& = g a \sum_j l_j^* \int_0^{2 \pi} H_d(0,\theta) H_j^*(\theta) d\theta + g a \sum_j l_j \int_0^{2 \pi} H_d^*(0,\theta) H_j(\theta) d\theta \\
& = \frac{i 2 \pi g a}{K} \sum_j l_j^* [H_j(\pi) - H_j^*(0)] - \frac{i 2 \pi g a}{K} \sum_j l_j [H_j^*(\pi) - H_j(0)] \\
& = -\frac{4 \pi g a}{K} \operatorname{Im} \sum_j [l_j H_j(0)] + \frac{4 \pi g a}{K} \operatorname{Im} \sum_j [l_j H_j^*(\pi)]
\end{aligned} \tag{3.18}$$

ゆえに、(3.15)式 1 行目の $H_j(0)$ の部分と足し合わせると

$$\begin{aligned}
& -\frac{\rho g a D}{2} \operatorname{Im} \left[\sum_j \omega l_j H_j(0) \right] \\
& -\frac{\rho \omega D K}{8 \pi} \left[-\frac{4 \pi g a}{K} \operatorname{Im} \sum_j [l_j H_j(0)] + \frac{4 \pi g a}{K} \operatorname{Im} \sum_j [l_j H_j^*(\pi)] \right] \\
& = -\frac{\rho g a \omega D}{2} \operatorname{Im} \sum_j [l_j H_j^*(\pi)]
\end{aligned} \tag{3.19}$$

まとめると、

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} = & -\frac{\rho g a \omega D}{2} \operatorname{Im} \left[\sum_j l_j H_j^*(\pi) \right] \\ & - \frac{\rho \omega^3 D K}{8\pi} \int_0^{2\pi} \left| \sum_j l_j H_j(\theta) \right|^2 d\theta \end{aligned} \quad (3.20)$$

したがって、(3.14)(3.20)式をまとめて

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} = & -\frac{\rho g a \omega D}{2} \operatorname{Im} \left[\sum_j l_j H_j^*(\pi) \right] \\ & - \frac{\rho \omega^3 D}{4} \left[\left| \sum_j l_j H_j(0) \right|^2 + \left| \sum_j l_j H_j(\pi) \right|^2 \right] \quad \text{for } 2D \\ & - \frac{\rho \omega^3 D K}{8\pi} \int_0^{2\pi} \left| \sum_j l_j H_j(\theta) \right|^2 d\theta \quad \text{for } 3D \end{aligned} \quad (3.21)$$

ここで明らかなことは、流体が浮体になす仕事には、diffraction ポテンシャルは関係しない、ということである。Radiation ポテンシャルと運動の位相と振幅によって、仕事を見積もることができる。

次に、(3.21)式を用いて、波エネルギー吸収の最適条件を考えてみよう。基本的な考え方は以下の通りである。

2D、3D の場合ともに、(3.21)式の第2項はマイナスである。つまり、波エネルギー吸収は第1項によってなされる。そこで、 l_j (すなわち運動) の位相を、 $l_j H_j^*(\pi)$ がマイナスの純虚数になるようにしよう。そのあとで、 $\overline{dE/dt}$ が最大になるように $|l_j|$ を決定しよう。

2D 運動モードが一つの場合

(3.21)式より、

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{\rho g a \omega D}{2} \operatorname{Im} [l_j H_j^*(\pi)] - \frac{\rho \omega^3 D}{4} |l_j|^2 \left[|H_j(0)|^2 + |H_j(\pi)|^2 \right] \quad (3.22)$$

そこで $l_j H_j^*(\pi)$ をマイナスの純虚数にするために、

$$l_j = -i \frac{H_j(\pi)}{H_j(\pi)} |l_j| \quad (3.23)$$

と置こう。こうすると

$$l_j H_j^*(\pi) = -i \frac{H_j(\pi)}{|H_j(\pi)|} |l_j| \cdot H_j^*(\pi) = -i |H_j(\pi)| |l_j|$$

(3.22)(3.23)より、

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\rho g a \omega D}{2} |H_j(\pi)| |l_j| - \frac{\rho \omega^3 D}{4} |l_j|^2 \left[|H_j(0)|^2 + |H_j(\pi)|^2 \right] \quad (3.24)$$

ここで、 $b|l_j| - a|l_j|^2$ が最大になる $|l_j|$ は、 $|l_j| = b/2a$ であることを考慮すると

$$|l_j| = \frac{ga|H_j(\pi)|}{\omega^2 \left[|H_j(0)|^2 + |H_j(\pi)|^2 \right]} \quad (3.25)$$

すなわち、

$$l_j = \frac{-igaH_j(\pi)}{\omega^2 \left[|H_j(0)|^2 + |H_j(\pi)|^2 \right]} \quad (3.26)$$

としたときに、 $\overline{dE/dt}$ が最大となる。そのとき、(3.25)を(3.24)に代入すると

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt}_{\max} &= \frac{\rho g^2 a^2 D}{2\omega} \frac{|H_j(\pi)|^2}{\left[|H_j(0)|^2 + |H_j(\pi)|^2 \right]} \\ &\quad - \frac{\rho g^2 a^2 D}{4\omega} \frac{|H_j(\pi)|^2}{\left[|H_j(0)|^2 + |H_j(\pi)|^2 \right]} \\ &= \frac{\rho g^2 a^2 D}{4\omega} \frac{|H_j(\pi)|^2}{\left[|H_j(0)|^2 + |H_j(\pi)|^2 \right]} \\ &= \frac{\rho g a^2 V_g}{2} \frac{|H_j(\pi)|^2}{\left[|H_j(0)|^2 + |H_j(\pi)|^2 \right]} \end{aligned} \quad (3.27)$$

が得られる。ここで

$$V_g \text{ は波の群速度} \quad V_g = (g/2\omega) \cdot D \quad (3.28)$$

振幅 a の波のエネルギーは $1/2\rho ga^2$ であるから、 $1/2\rho ga^2V_g$ は単位時間に流入してくる波のエネルギーを表す。

したがって、最大吸収効率は

$$\eta_{\max} = \frac{\overline{dE/dt}}{1/2\rho ga^2V_g} = \left[\frac{|H_j(\pi)|^2}{|H_j(0)|^2 + |H_j(\pi)|^2} \right] \quad (3.29)$$

ということがわかる。

すなわち、浮体の左右に出ていく波の大きさによって、最大吸収効率が決まることになる。左右対称な浮体による最大吸収効率は 50% である。 $|H_j(0)|$ が小さいほど吸収効率が良い。 $|H_j(0)|=0$ の場合は 100% となる。しかし、(a50)式によると、 $|H_j(0)|=0$ となるには、 $T=0$ である必要があるが、浮体でそれを実現するのは不可能である。

2D 運動モードが二つ以上の場合

ここでは左右対称な浮体を考えよう。この場合、(a51)(a55)式に示されているように、

$$\text{Sway } H_1(0) = |H_1(0)|e^{i\epsilon_1} \quad H_1(\pi) = -H_1(0) \quad (3.30a)$$

$$\text{Heave } H_3(0) = |H_3(0)|e^{i\epsilon_3} \quad H_3(\pi) = H_3(0) \quad (3.30b)$$

$$\text{Roll } H_5(0) = |H_5(0)|e^{i\epsilon_5} \quad H_5(\pi) = -H_5(0) \quad (3.30c)$$

ここで

$$\epsilon_1 = \epsilon_5 \quad \text{or} \quad \epsilon_1 = \epsilon_5 \pm \pi \quad (3.31)$$

である。(3.21)式より

$$\begin{aligned} \frac{\overline{dE}}{dt} &= -\frac{\rho ga \omega D}{2} \text{Im} \left[-l_1 H_1^*(0) + l_3 H_3^*(0) - l_5 H_5^*(0) \right] \\ &\quad - \frac{\rho \omega^3 D}{4} \left[|l_1 H_1(0) + l_3 H_3(0) + l_5 H_5(0)|^2 \right. \\ &\quad \left. + |-l_1 H_1(0) + l_3 H_3(0) - l_5 H_5(0)|^2 \right] \\ &= -\frac{\rho ga \omega D}{2} \text{Im} [l_3 H_3^*(0) - l_1 H_1^*(0) - l_5 H_5^*(0)] \\ &\quad - \frac{\rho \omega^3 D}{2} [|l_3 H_3(0)|^2 + |l_1 H_1(0) + l_5 H_5(0)|^2] \end{aligned} \quad (3.32)$$

ここで、下の公式を用いた。

$$|A+B|^2 + |A-B|^2 = 2[|A|^2 + |B|^2] \quad (3.33)$$

これより最適化を行う。前と同様に、

$\frac{l_3}{\omega}$ について

$$\text{位相 } l_3 = -i \frac{H_3(0)}{|H_3(0)|} |l_3| \quad (3.34)$$

$$\therefore \frac{\rho ga \omega D}{2} |H_3(0)| |l_3| - \frac{\rho \omega^3 D}{2} |H_3(0)|^2 |l_3|^2 \quad (3.35)$$

これを最大にする振幅は

$$|l_3| = \frac{ga}{2\omega^2 |H_3(0)|} \quad (3.36)$$

$$\therefore l_3 = -i \frac{H_3(0)}{|H_3(0)|} \times \frac{ga}{2\omega^2 |H_3(0)|} = \frac{-iga}{2\omega^2 H_3^*(0)} \quad (3.37)$$

l_1 and l_5 について

$$\text{位相 } -l_1 H_1^*(0) - l_5 H_5^*(0) = -i |l_1 H_1(0) + l_5 H_5(0)| \quad (3.38)$$

となるように調整する。このとき

$$\frac{\rho ga \omega D}{2} |l_1 H_1(0) + l_5 H_5(0)| - \frac{\rho \omega^3 D}{2} |l_1 H_1(0) + l_5 H_5(0)|^2 \quad (3.39)$$

これを最大にする振幅は

$$|l_1 H_1(0) + l_5 H_5(0)| = \frac{ga}{2\omega^2} \quad (3.40)$$

これより

$$l_1 H_1^*(0) + l_5 H_5^*(0) = \frac{iga}{2\omega^2} \quad (3.41)$$

(3.30)(3.31)より

$$l_1 |H_1(0)| e^{-i\epsilon_1} + l_5 |H_5(0)| e^{-i\epsilon_5(\pm i\pi)} = \frac{iga}{2\omega^2} \quad (3.42)$$

両辺に $\times e^{i2\epsilon_1} \rightarrow$

$$l_1 H_1(0) + l_5 H_5(0) = \frac{iga}{2\omega^2} \cdot \frac{H_1(0)}{H_1^*(0)} \quad (3.43)$$

このとき、 $\overline{dE/dt}$ は(3.32)に(3.37)(3.40)を代入することにより、

$$\begin{aligned} \frac{\overline{dE}}{dt}_{\max} &= \frac{\rho ga \omega D}{2} \frac{ga}{2\omega^2} - \frac{\rho \omega^3 D}{2} \frac{g^2 a^2}{4\omega^4} \dots\dots\dots (l_3) \\ &+ \frac{\rho ga \omega D}{2} \frac{ga}{2\omega^2} - \frac{\rho \omega^3 D}{2} \frac{g^2 a^2}{4\omega^4} \dots\dots\dots (l_1, l_5) \\ &= \frac{\rho g^2 a^2 D}{4\omega} = \frac{1}{2} \rho ga^2 V_g \end{aligned} \quad (3.44)$$

$$\therefore \eta_{\max} = 100\% \quad (3.45)$$

こうして、左右対称の浮体の場合は、**heave** で最大 50%、**sway** と **roll** (あるいはどちらか単独でも) で最大 50%、合わせて 100%の吸収が可能である。

3D 運動モードが二つ以上の場合

ここでは軸対称な浮体を考えよう。この場合、(a61)(a64)式に示されているように、

$$\text{Sway} \quad H_1(\theta) = H_1(0) \cos \theta \quad (3.46a)$$

$$\text{Heave} \quad H_3(\theta) = H_3(0) \quad (3.46b)$$

$$\text{Roll} \quad H_5(\theta) = H_5(0) \cos \theta \quad (3.46c)$$

$$\frac{H_1(\theta)}{H_1^*(\theta)} = \frac{H_5(\theta)}{H_5^*(\theta)} \quad (3.47)$$

である。(3.21)式より

$$\begin{aligned} \frac{\overline{dE}}{dt} &= -\frac{\rho ga \omega D}{2} \text{Im} \left[-l_1 H_1^*(0) + l_3 H_3^*(0) - l_5 H_5^*(0) \right] \\ &- \frac{\rho \omega^3 DK}{8\pi} \int_0^{2\pi} |l_1 H_1(0) \cos \theta + l_3 H_3(0) + l_5 H_5(0) \cos \theta|^2 d\theta \\ &= -\frac{\rho ga \omega D}{2} \text{Im} [l_3 H_3^*(0) - l_1 H_1^*(0) - l_5 H_5^*(0)] \\ &- \frac{\rho \omega^3 DK}{8} \left[2|l_3 H_3(0)|^2 + |l_1 H_1(0) + l_5 H_5(0)|^2 \right] \\ &\quad \because \int_0^{2\pi} d\theta = 2\pi, \int_0^{2\pi} \cos^2 \theta d\theta = \pi \end{aligned} \quad (3.48)$$

これより最適化を行う。前と同様に、

$\frac{l_3}{\omega^2 K}$ について

$$\text{位相} \quad l_3 = -i \frac{H_3(0)}{|H_3(0)|} |l_3| \quad (3.49)$$

$$\therefore \frac{\rho ga \omega D}{2} |H_3(0)| |l_3| - \frac{\rho \omega^3 DK}{4} |H_3(0)|^2 |l_3|^2 \quad (3.50)$$

これを最大にする振幅は

$$|l_3| = \frac{ga}{\omega^2 K |H_3(0)|} \quad (3.51)$$

$$\therefore l_3 = -i \frac{H_3(0)}{|H_3(0)|} \times \frac{ga}{\omega^2 K |H_3(0)|} = \frac{-iga}{\omega^2 K H_3^*(0)} \quad (3.52)$$

$\frac{l_1}{\omega^2 K}$ and $\frac{l_5}{\omega^2 K}$ について

$$\text{位相} \quad -l_1 H_1^*(0) - l_5 H_5^*(0) = -i |l_1 H_1(0) + l_5 H_5(0)| \quad (3.53)$$

となるように調整する。このとき

$$\frac{\rho ga \omega D}{2} |l_1 H_1(0) + l_5 H_5(0)| - \frac{\rho \omega^3 DK}{8} |l_1 H_1(0) + l_5 H_5(0)|^2 \quad (3.54)$$

これを最大にする振幅は

$$|l_1 H_1(0) + l_5 H_5(0)| = \frac{2ga}{\omega^2 K} \quad (3.55)$$

これより

$$l_1 H_1^*(0) + l_5 H_5^*(0) = \frac{i2ga}{\omega^2 K} \quad (3.56)$$

このとき、 $\overline{dE/dt}$ は(3.48)に(3.52)(3.55)を代入することにより、

$$\begin{aligned} \frac{\overline{dE}}{dt}_{\max} &= \frac{\rho ga \omega D}{2} \frac{ga}{\omega^2 K} - \frac{\rho \omega^3 DK}{4} \frac{g^2 a^2}{\omega^4 K^2} \dots\dots\dots (l_3) \\ &+ \frac{\rho ga \omega D}{2} \frac{2ga}{\omega^2 K} - \frac{\rho \omega^3 DK}{8} \frac{4g^2 a^2}{\omega^4 K^2} \dots\dots\dots (l_1, l_5) \\ &= \frac{\rho g^2 a^2 D}{4\omega K} + \frac{\rho g^2 a^2 D}{2\omega K} \\ &= \frac{1}{K} \frac{1}{2} \rho ga^2 V_g + \frac{2}{K} \frac{1}{2} \rho ga^2 V_g = \frac{3}{K} \frac{1}{2} \rho ga^2 V_g \end{aligned} \quad (3.57)$$

これはどういうことを意味するか？浮体の幅を L とすると、幅 L の分の波エネルギー流入量は $L \cdot (1/2) \rho g a^2 V_g$ であるので、(3.57)をこれで除すると、

$$\eta_{\max} = \frac{1}{KL} + \frac{2}{KL} = \frac{3}{KL} \quad (3.58)$$

$$\therefore \eta_{\max} = \frac{\lambda}{2\pi L} + \frac{\lambda}{\pi L} = \frac{3\lambda}{2\pi L}$$

ゆえに、軸対称の浮体の波エネルギー吸収効率
は、
heave で最大

$$\lambda/2\pi L \quad (L = \lambda/2 \text{ の場合は } 1/\pi = 30\% \text{ 程度})$$

sway と roll (あるいはどちらか単独でも) で最大

$$\lambda/\pi L \quad (L = \lambda/2 \text{ の場合は } 2/\pi = 60\% \text{ 程度})$$

heave と sway, roll で最大

$$3\lambda/2\pi L \quad (L = \lambda/2 \text{ の場合は } 3/\pi = 100\% \text{ 程度})$$

ということになる。浮体の幅 L が小さい場合効率
100%以上となるが、必要な運動振幅は大きくなる
であろう。

3.2 浮体に働く力がなす仕事からの考察

波エネルギー吸収装置を含む浮体の運動方程式
は以下のように表される。

$$M_{ij} \ddot{\xi}_j = F_i - c_{ij} \dot{\xi}_j - d_{ij} \dot{\xi}_j - k_{ij} \xi_j \quad (3.59)$$

ここで

ξ_j : 変位 $= l_j e^{i\alpha}$

M_{ij} : 慣性マトリックス

F_i : radiation and diffraction 流体力

c_{ij} : 浮体および係留系の復原力マトリックス

d_{ij} : 波エネルギー吸収装置の減衰力係数

k_{ij} : 波エネルギー吸収装置の復原力係数

(3.60)

ここで流体の圧力を $\sum_j p_j e^{i\alpha} + p_s e^{i\alpha}$ とすると、
浮体に働く力は

$$F_i = \left\{ \sum_j \iint_C p_j n_i ds + \iint_C p_s n_i ds \right\} e^{i\alpha} \equiv \left\{ \sum_j F_{ij} + E_i \right\} e^{i\alpha} \quad (3.61)$$

これは以下のようにも書ける。(a30)式参照。

$$F_i = \left\{ \sum_j F_{ij} + E_i \right\} e^{i\alpha} \equiv -m_{ij} \ddot{\xi}_j - N_{ij} \dot{\xi}_j + E_i e^{i\alpha} \quad (3.62)$$

また、波エネルギー吸収装置の減衰力と復原力
を

$$d_{ij} = \begin{pmatrix} d_1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & d_2 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & d_3 & 0 & \dots \\ \dots & & & & \end{pmatrix}, \quad k_{ij} = \begin{pmatrix} k_1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & k_2 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & k_3 & 0 & \dots \\ \dots & & & & \end{pmatrix} \quad (3.63)$$

としよう。

(3.62)(3.63)を(3.59)に代入すると、運動方程式
は次のように書ける。

$$(M)\{\ddot{\xi}\} + (N)\{\dot{\xi}\} + (C)\{\xi\} = \{E\} e^{i\alpha} \quad (3.64)$$

ここで

$$(M) = \begin{pmatrix} M_1 + m_{11} & m_{12} & \dots \\ m_{21} & M_2 + m_{22} & \dots \\ \dots & & \end{pmatrix}, \quad (N) = \begin{pmatrix} d_1 + N_{11} & N_{12} & \dots \\ N_{21} & d_2 + N_{22} & \dots \\ \dots & & \end{pmatrix}$$

$$(C) = \begin{pmatrix} c_{11} + k_1 & c_{12} & \dots \\ c_{21} & c_{22} + k_2 & \dots \\ \dots & & \end{pmatrix} \quad (3.65)$$

一方、(3.59)式において、流体力 F_i に注目して
整理すると、以下のようにも書ける。

$$\{F_i\} = [M]\{\ddot{\xi}\} + [d]\{\dot{\xi}\} + (C)\{\xi\} \quad (3.66)$$

ここで

$$[M] = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & \dots \\ 0 & M_2 & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}, [d] = \begin{pmatrix} d_1 & 0 & \dots \\ 0 & d_2 & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \quad (3.67)$$

つまり

$$F_i = M_i \ddot{\xi}_i + d_i \dot{\xi}_i + k_i \xi_i + \sum_j c_{ij} \xi_j \quad (3.68)$$

さて、流体が浮体になした仕事は

$$\overline{\frac{dE}{dt}} = \frac{1}{T} \int_0^T dt \cdot \sum_i \text{Re}(F_i) \cdot \text{Re}(\dot{\xi}_i) \quad (3.69)$$

と書ける。ここで、 F_i に(3.68)を代入すると

$$\xi = l e^{i\omega t}, \quad \dot{\xi} = i\omega l e^{i\omega t}, \quad \ddot{\xi} = -\omega^2 l e^{i\omega t} \text{ であるから}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{T} \int_0^T dt \cdot \text{Re}(\dot{\xi}) \cdot \text{Re}(\xi) \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T dt \cdot [(-\omega l^r \sin \omega t - \omega l^i \cos \omega t) \cdot (l^r \cos \omega t - l^i \sin \omega t)] = 0 \\ & \frac{1}{T} \int_0^T dt \cdot \text{Re}(\dot{\xi}) \cdot \text{Re}(\ddot{\xi}) \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T dt \cdot [(-\omega l^r \sin \omega t - \omega l^i \cos \omega t) \cdot (-\omega^2)(l^r \cos \omega t - l^i \sin \omega t)] = 0 \\ & \frac{1}{T} \int_0^T dt \cdot \text{Re}(\xi) \cdot \text{Re}(\ddot{\xi}) \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T dt \cdot [(-\omega l^r \sin \omega t - \omega l^i \cos \omega t) \cdot (-\omega^2)(l^r \cos \omega t - l^i \sin \omega t)] = \frac{\omega^2}{2} (l^r{}^2 + l^i{}^2) = \frac{\omega^2}{2} |l|^2 \end{aligned} \quad (3.70)$$

また、

$$\begin{aligned} & \frac{1}{T} \int_0^T dt \cdot \text{Re}(\dot{\xi}_i) \cdot \text{Re}(\xi_j) + \frac{1}{T} \int_0^T dt \cdot \text{Re}(\dot{\xi}_j) \cdot \text{Re}(\xi_i) \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T dt \cdot [(-\omega l_i^r \sin \omega t - \omega l_i^i \cos \omega t) \cdot (l_j^r \cos \omega t - l_j^i \sin \omega t)] \\ &+ \frac{1}{T} \int_0^T dt \cdot [(-\omega l_j^r \sin \omega t - \omega l_j^i \cos \omega t) \cdot (l_i^r \cos \omega t - l_i^i \sin \omega t)] \\ &= 0 \end{aligned} \quad (3.71)$$

より

$$c_{ij} = c_{ji} \quad (3.72)$$

の場合は、

$$\begin{aligned} \overline{\frac{dE}{dt}} &= \frac{1}{T} \int_0^T dt \cdot \sum_j \text{Re}(M_j \ddot{\xi}_j + d_j \dot{\xi}_j + k_j \xi_j + \sum_k c_{jk} \xi_k) \cdot \text{Re}(\dot{\xi}_j) \\ &= \frac{\omega^2}{2} \sum_j d_j |l_j|^2 \end{aligned}$$

(3.73)

ここで明らかなことは、機械的に加えたダンパーによってのみ、波エネルギーが吸収されるということである。

運動の振幅は(3.64)式より

$$\begin{aligned} & -\omega^2(M) \{l_j\} + i\omega(N) \{l_j\} + (C) \{l_j\} = \{E_j\} \\ \therefore \{l_j\} &= \frac{\{E_j\}}{[(C) - \omega^2(M) + i\omega(N)]} \end{aligned} \quad (3.74)$$

次に最適化を考えよう。

簡単な場合で、連成項がない場合を考えよう。このときは、

$$l_j = \frac{E_j}{[(C_j + k_j) - \omega^2(M_j + m_{jj}) + i\omega(d_j + N_{jj})]} \quad (3.75)$$

したがって、

$$\begin{aligned} \overline{\frac{dE}{dt}} &= \frac{\omega^2}{2} \sum_j d_j |l_j|^2 \\ &= \frac{\omega^2}{2} \sum_j \frac{d_j |E_j|^2}{[(C_j + k_j) - \omega^2(M_j + m_{jj})]^2 + \omega^2(d_j + N_{jj})^2} \end{aligned} \quad (3.76)$$

ここでまず、

$$k_j = \omega^2(M_j + m_{jj}) - C_j \quad (3.77)$$

すなわち共振状態にしよう。このとき、

$$\overline{\frac{dE}{dt}} = \frac{\omega^2}{2} \sum_j \frac{d_j |E_j|^2}{\omega^2(d_j + N_{jj})^2} \quad (3.78)$$

このとき、 $\overline{dE/dt}$ が最大になるのは $d_j = N_{jj}$ のとき

である。まとめると、

$$\left. \begin{aligned} k_j &= \omega^2(M_j + m_{jj}) - C_j \\ d_j &= N_{jj} \end{aligned} \right\} \quad (3.79)$$

このとき

$$\frac{\overline{dE}}{dt}_{\max} = \frac{1}{8} \sum_j \frac{|E_j|^2}{N_{jj}} \left(= \frac{\omega^2}{2} \sum_j N_{jj} |l_j|^2 \right) \quad (3.80)$$

$$l_j = \frac{E_j}{i2\omega N_{jj}} \quad (3.81)$$

さてここで、(a48)の Haskind の関係式より

$$E_j = \rho g a D H_j(\pi) \quad (3.82)$$

である。そして、

2D の場合

(a34a)式より

$$N_{jj} = \frac{\rho \omega D}{2} \left\{ |H_j(0)|^2 + |H_j(\pi)|^2 \right\} \quad (3.83)$$

(3.82)(3.83)を(3.80)に代入すると

$$\begin{aligned} \frac{\overline{dE}}{dt}_{\max} &= \frac{\rho g^2 a^2 D}{4\omega} \sum_j \frac{|H_j(\pi)|^2}{|H_j(0)|^2 + |H_j(\pi)|^2} \\ &= \frac{1}{2} \rho g a^2 V_g \sum_j \frac{|H_j(\pi)|^2}{|H_j(0)|^2 + |H_j(\pi)|^2} \\ \therefore \eta_{\max} &= \sum_j \frac{|H_j(\pi)|^2}{|H_j(0)|^2 + |H_j(\pi)|^2} \quad (3.84)=(3.29) \end{aligned}$$

また、(3.82)(3.83)を(3.81)に代入すると

$$l_j = \frac{E_j}{i2\omega N_{jj}} = \frac{-iga}{\omega^2} \frac{H_j(\pi)}{|H_j(0)|^2 + |H_j(\pi)|^2} \quad (3.85)=(3.26)$$

(3.84)は(3.29)と等しい。また(3.85)は(3.26)と等しいことがわかる。

3D の場合

(a34b)式より

$$N_{jj} = \frac{\rho \omega D K}{4\pi} \int_0^{2\pi} |H_j(\theta)|^2 d\theta \quad (3.86)$$

(3.82)(3.86)を(3.80)(3.81)に代入すると

$$\begin{aligned} \frac{\overline{dE}}{dt}_{\max} &= \frac{\pi \rho g^2 a^2 D}{2\omega K} \sum_j \frac{|H_j(\pi)|^2}{\int_0^{2\pi} |H_j(\theta)|^2 d\theta} \\ &= \frac{1}{2} \rho g a^2 V_g \cdot \frac{2\pi}{K} \sum_j \frac{|H_j(\pi)|^2}{\int_0^{2\pi} |H_j(\theta)|^2 d\theta} \quad (3.87) \end{aligned}$$

$$l_j = \frac{-i2\pi g a}{\omega^2 K} \frac{H_j(\pi)}{\int_0^{2\pi} |H_j(\theta)|^2 d\theta} \quad (3.88)$$

軸対称浮体の場合

$$\text{Heave} \quad H_j(\theta) = H_j(0)$$

$$\begin{aligned} \frac{\overline{dE}}{dt}_{\max} &= \frac{1}{2} \rho g a^2 V_g \cdot \frac{2\pi}{K} \sum_j \frac{|H_j(\pi)|^2}{\int_0^{2\pi} |H_j(\theta)|^2 d\theta} \\ &= \frac{1}{2} \rho g a^2 V_g \cdot \frac{2\pi}{K} \frac{1}{2\pi} \quad \therefore \eta_{\max} = \frac{1}{KL} \quad (3.89)=(3.57)(3.58) \end{aligned}$$

$$l_j = \frac{-i2\pi g a}{\omega^2 K} \frac{H_j(\pi)}{\int_0^{2\pi} |H_j(\theta)|^2 d\theta} = \frac{-iga}{\omega^2 K H_j^*(0)} \quad (3.90)=(3.52)$$

$$\text{Sway or Roll} \quad H_j(\theta) = H_j(0) \cos \theta$$

$$\begin{aligned} \frac{\overline{dE}}{dt}_{\max} &= \frac{1}{2} \rho g a^2 V_g \cdot \frac{2\pi}{K} \sum_j \frac{|H_j(\pi)|^2}{\int_0^{2\pi} |H_j(\theta)|^2 d\theta} \\ &= \frac{1}{2} \rho g a^2 V_g \cdot \frac{2\pi}{K} \frac{1}{\pi} \quad \therefore \eta_{\max} = \frac{2}{KL} \quad (3.91)=(3.57)(3.58) \end{aligned}$$

$$l_j = \frac{-i2\pi g a}{\omega^2 K} \frac{H_j(\pi)}{\int_0^{2\pi} |H_j(\theta)|^2 d\theta} = \frac{i2ga}{\omega^2 K H_j^*(0)} \quad (3.92)=(3.56)$$

Heave + Sway or Roll の場合は

$$\therefore \eta_{\max} = \frac{1}{KL} + \frac{2}{KL} = \frac{3}{KL} \quad (3.93)=(3.58)$$

こうして、前節と同じ結果が得られた。ここで

わかることは、最大の吸収効率を得る条件は、付加するバネで共振状態とし、ダンパーは浮体の波浪減衰と同じとすること、である。

では、ある周波数 ω_0 のときに(3.79)式により k_j, d_j を定めた場合、他の周波数に対しては吸収効率はどうか？そのときの運動振幅は(3.75)式より

$$l_j = \frac{E_j}{[\omega_0^2(M_j + m_{jj0}) - \omega^2(M_j + m_{jj}) + i\omega(N_{jj0} + N_{jj})]} \quad (3.94)$$

ここで添え字の $_0$ は周波数 ω_0 のときの値であることを示す。このときの $\overline{dE/dt}$ は(3.73)式より

$$\begin{aligned} \frac{\overline{dE}}{dt} &= \frac{\omega^2}{2} \sum_j N_{jj0} |l_j|^2 \\ &= \frac{\omega^2}{2} \sum_j \frac{N_{jj0} |E_j|^2}{\{\omega_0^2(M_j + m_{jj0}) - \omega^2(M_j + m_{jj})\}^2 + \omega^2(N_{jj0} + N_{jj})^2} \end{aligned} \quad (3.95)$$

(3.80)式より

$$|E_j|^2 = 8N_{jj} \frac{\overline{dE}}{dt}_{\max, j}(\omega) \quad (3.96)$$

ここで、 $\frac{\overline{dE}}{dt}_{\max, j}(\omega)$ は周波数 ω のときに j モードで得られる最大の $\overline{dE/dt}$ を示す。(3.96)を(3.95)に代入すると

$$\begin{aligned} \frac{\overline{dE}}{dt}(\omega) &= \\ &= 4\omega^2 \sum_j \frac{N_{jj0} \cdot N_{jj}}{\{\omega_0^2(M_j + m_{jj0}) - \omega^2(M_j + m_{jj})\}^2 + \omega^2(N_{jj0} + N_{jj})^2} \\ &\quad \times \frac{\overline{dE}}{dt}_{\max, j}(\omega) \end{aligned} \quad (3.97)$$

これにより、 ω_0 以外の周波数のときの $\overline{dE/dt}$ を見積もることができる。

3.3 波浪場からの考察

ここでは浮体から遠方へ発散して行く波のエネルギーから吸収効率を見積もることとする。

2D の場合

浮体の左右における波浪場は以下のように表される。図-3 参照。

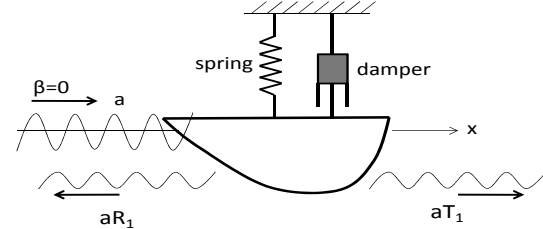


図-3 2次元浮体の反射波と透過波

文献 5) に倣って、Diffraction による反射波と透過波を R^+, T^+ と書くことにする。(a37)参照。

Radiation による波を加えると、

反射波

$$\begin{aligned} \varphi_j &\approx -iH_j(\pi) \frac{\cosh K(z+h)}{\cosh Kh} e^{iKx} \\ \Phi_j &\approx \text{Re} \left[i\omega l_j (-i) H_j(\pi) \frac{\cosh K(z+h)}{\cosh Kh} e^{iKx+i\alpha} \right] \\ \eta_j &\approx \text{Re} \left[-i \frac{\omega^2}{g} l_j H_j(\pi) e^{iKx+i\alpha} \right] \\ \therefore R_1 &= R^+ - i \frac{\omega^2}{ga} \sum_j l_j H_j(\pi) \end{aligned} \quad (3.98a)$$

透過波

$$\begin{aligned} \varphi_j &\approx -iH_j(0) \frac{\cosh K(z+h)}{\cosh Kh} e^{-iKx} \\ \Phi_j &\approx \text{Re} \left[i\omega l_j (-i) H_j(0) \frac{\cosh K(z+h)}{\cosh Kh} e^{-iKx+i\alpha} \right] \\ \eta_j &\approx \text{Re} \left[-i \frac{\omega^2}{g} l_j H_j(0) e^{-iKx+i\alpha} \right] \end{aligned}$$

$$\therefore T_1 = T^+ - i \frac{\omega^2}{ga} \sum_j l_j H_j(0) \quad (3.98b)$$

これを用いると、波エネルギー吸収効率は以下のように表されるだろう。

$$\boxed{\eta = 1 - |R_1|^2 - |T_1|^2} \quad (3.99)$$

(3.99)に(3.98)を代入すると

$$\begin{aligned} \eta = 1 - & \left(R^+ - i \frac{\omega^2}{ga} \sum_j l_j H_j(\pi) \right) \left(R^{+*} + i \frac{\omega^2}{ga} \sum_j l_j^* H_j^*(\pi) \right) \\ & - \left(T^+ - i \frac{\omega^2}{ga} \sum_j l_j H_j(0) \right) \left(T^{+*} + i \frac{\omega^2}{ga} \sum_j l_j^* H_j^*(0) \right) \end{aligned} \quad (3.100)$$

ここで(a42)より、

$$1 - |R^+|^2 - |T^+|^2 = 0$$

また(a50)を利用すると

$$\begin{aligned} \eta = & -\frac{i\omega^2}{ga} \sum_j l_j^* H_j(\pi) + \frac{i\omega^2}{ga} \sum_j l_j H_j^* \\ & - \frac{\omega^4}{g^2 a^2} \left[\sum_j l_j H_j(\pi) \cdot \sum_j l_j^* H_j^*(\pi) \right. \\ & \left. - \sum_j l_j H_j(0) \cdot \sum_j l_j^* H_j^*(0) \right] \end{aligned} \quad (3.101)$$

と表される。

1つのモードの場合

$$\begin{aligned} \eta = & -\frac{i\omega^2}{ga^*} l_j^* H_j(\pi) + \frac{i\omega^2}{ga} l_j H_j^*(\pi) \\ & - \frac{\omega^4}{g^2 |a|^2} |l_j|^2 \left[|H_j(0)|^2 + |H_j(\pi)|^2 \right] \end{aligned} \quad (3.102)$$

ここで

(26)

$$\gamma \equiv \frac{i\omega^2}{ga} l_j H_j^*(\pi) \quad (3.103)$$

とすると

$$\gamma^* = -\frac{i\omega^2}{ga^*} l_j^* H_j(\pi), \quad |\gamma|^2 = \frac{\omega^4}{g^2 |a|^2} |l_j|^2 |H_j(\pi)|^2 \quad (3.104)$$

$$\therefore \eta = 2 \operatorname{Re}(\gamma) - |\gamma|^2 \frac{|H_j(0)|^2 + |H_j(\pi)|^2}{|H_j(\pi)|^2} \quad (3.105)$$

ここで

$$\frac{1}{\delta} \equiv \frac{|H_j(0)|^2 + |H_j(\pi)|^2}{|H_j(\pi)|^2} \quad (3.106)$$

と置くと

$$\eta = 2 \operatorname{Re}(\gamma) - |\gamma|^2 \frac{1}{\delta} \quad (3.107)$$

次に最適化を考える。

$$\eta = 2\gamma^r - (\gamma^{r^2} + \gamma^{i^2}) \frac{1}{\delta} \quad (3.108)$$

であるから、まず $\gamma^i = 0$ とする。このとき

$$\eta = 2\gamma^r - \gamma^{r^2} \frac{1}{\delta} \quad (3.109)$$

この r を最大にする γ^r は $\gamma^r = \delta$ である。このとき

$$\eta_{\max} = \delta = \frac{|H_j(\pi)|^2}{|H_j(0)|^2 + |H_j(\pi)|^2} \quad (3.110)=(3.84)=(3.29)$$

また、 $\gamma = \delta$ であるから、(3.103)式より

$$\gamma \equiv \frac{i\omega^2}{ga} l_j H_j^*(\pi) = \frac{|H_j(\pi)|^2}{|H_j(0)|^2 + |H_j(\pi)|^2}$$

$$\therefore l_j = \frac{-igaH_j(\pi)}{\omega^2 \left\{ |H_j(0)|^2 + |H_j(\pi)|^2 \right\}}$$

(3.111)=(3.85)=(3.26)

こうして、前節、前々節と同じ結果が得られた。

このときの波浪場は、(3.98)に(3.111)を代入することにより、

$$R_1 = R^+ - i \frac{\omega^2}{ga} l_j H_j(\pi) = R^+ - \frac{H_j^2(\pi)}{|H_j(0)|^2 + |H_j(\pi)|^2}$$

$$= R^+ - \frac{H_j(\pi)}{H_j^*(\pi)} \frac{H_j(\pi) H_j^*(\pi)}{|H_j(0)|^2 + |H_j(\pi)|^2} = R^+ - \frac{H_j(\pi)}{H_j^*(\pi)} \delta$$

(3.112)

$$T_1 = T^+ - i \frac{\omega^2}{ga} l_j H_j(0) = T^+ - \frac{H_j(0) H_j(\pi)}{|H_j(0)|^2 + |H_j(\pi)|^2}$$

$$= T^+ - \frac{H_j(0)}{H_j^*(\pi)} \frac{H_j(\pi) H_j^*(\pi)}{|H_j(0)|^2 + |H_j(\pi)|^2} = T^+ - \frac{H_j(0)}{H_j^*(\pi)} \delta$$

(3.113)

(3.112)(3.113)より、(a50)を考慮すると

$$R_1 H_j^*(\pi) = R^+ H_j^*(\pi) - \frac{|H_j(\pi)|^2}{H_j^*(\pi)} \delta$$

$$T_1 H_j^*(0) = T^+ H_j^*(0) - \frac{|H_j(0)|^2}{H_j^*(\pi)} \delta$$

$\Downarrow$ (a50)

$$R_1 H_j^*(\pi) + T_1 H_j^*(0) = H_j(\pi) - \frac{|H_j(0)|^2 + |H_j(\pi)|^2}{H_j^*(\pi)} \delta = 0$$

(3.114)

つまり、

$$-\frac{T_1}{R_1} = \frac{H_j^*(\pi)}{H_j^*(0)} \quad (3.115)$$

したがって

$$\frac{|T_1|}{|R_1|} = \frac{|H_j(\pi)|}{|H_j(0)|} \quad (3.116)$$

一方、(3.99)式より

$$\eta_{\max} = 1 - |R_1|^2 - |T_1|^2 = \delta = \frac{|H_j(\pi)|^2}{|H_j(0)|^2 + |H_j(\pi)|^2} \quad (3.117)$$

そこで、(3.116)(3.117)より $|R_1|, |T_1|$ を求めると、

$$|R_1| = \frac{|H_j(0)|^2}{|H_j(0)|^2 + |H_j(\pi)|^2} = 1 - \delta \quad (3.118)$$

$$|T_1| = \frac{|H_j(0)| |H_j(\pi)|}{|H_j(0)|^2 + |H_j(\pi)|^2} = \sqrt{\delta(1-\delta)}$$

と表されることがわかる。

このようにして、最適状態の波浪場は radiation の Kochin 関数で記述されることがわかる。

左右対称な浮体の場合

$\delta = 1/2$ であるから、(3.118)より

$$|R_1| = |T_1| = \frac{1}{2} \quad (3.119)$$

Heave

$$(3.115) \text{より、} -\frac{T_1}{R_1} = 1 \text{ すなわち } -T_1 = R_1$$

(3.112)と(a56)を用いると

$$-T_1 = R_1 = R^+ - \frac{H_3(\pi)}{H_3^*(\pi)} \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2} (e^{i2\varepsilon_3} + e^{i2\varepsilon_1}) - \frac{1}{2} e^{i2\varepsilon_3} = \frac{1}{2} e^{i2\varepsilon_1} \quad (3.120)$$

と表されることがわかる。

Sway (or Roll)

$$(3.115) \text{より、} -\frac{T_1}{R_1} = -1 \text{ すなわち } T_1 = R_1$$

(3.112)と(a56)を用いると

$$T_1 = R_1 = R^+ - \frac{H_1(\pi)}{H_1^*(\pi)} \frac{1}{2} \quad (3.121)$$

$$= \frac{1}{2}(e^{i2\varepsilon_3} + e^{i2\varepsilon_1}) - \frac{1}{2}e^{i2\varepsilon_1} = \frac{1}{2}e^{i2\varepsilon_3}$$

と表されることがわかる。

2つのモードの場合

Heave + Sway (or Roll) で左右対称浮体の場合を考えよう。

$$\text{Sway } j=1 \quad H_1(\pi) = -H_1(0) \quad (3.30a)$$

$$\text{Heave } j=3 \quad H_3(\pi) = H_3(0) \quad (3.30b)$$

この場合の吸収効率は(3.101)式より

$$\begin{aligned} \eta &= -\frac{i\omega^2}{ga} \sum_{j=1,3} l_j^* H_j(\pi) + \frac{i\omega^2}{ga} \sum_{j=1,3} l_j H_j^*(\pi) \\ &\quad - \frac{\omega^4}{g^2 a^2} \left[(l_1 H_1(\pi) + l_3 H_3(\pi)) \cdot (l_1^* H_1^*(\pi) + l_3^* H_3^*(\pi)) \right. \\ &\quad \left. - (l_1 H_1(0) + l_3 H_3(0)) \cdot (l_1^* H_1^*(0) + l_3^* H_3^*(0)) \right] \\ &= -\frac{i\omega^2}{ga} \sum_{j=1,3} l_j^* H_j(\pi) + \frac{i\omega^2}{ga} \sum_{j=1,3} l_j H_j^*(\pi) \\ &\quad - \frac{\omega^4}{g^2 a^2} \left[(l_1 H_1(\pi) + l_3 H_3(\pi)) \cdot (l_1^* H_1^*(\pi) + l_3^* H_3^*(\pi)) \right. \\ &\quad \left. - (-l_1 H_1(\pi) + l_3 H_3(\pi)) \cdot (-l_1^* H_1^*(\pi) + l_3^* H_3^*(\pi)) \right] \\ &= -\frac{i\omega^2}{ga} \sum_{j=1,3} l_j^* H_j(\pi) + \frac{i\omega^2}{ga} \sum_{j=1,3} l_j H_j^*(\pi) \\ &\quad - \frac{2\omega^4}{g^2 a^2} \left[|l_1|^2 |H_1(\pi)|^2 + |l_3|^2 |H_3(\pi)|^2 \right] \end{aligned} \quad (3.122)$$

ここで、前と同様に

$$\gamma_j \equiv \frac{i\omega^2}{ga} l_j H_j^*(\pi) \quad (3.123)$$

とすると

$$\gamma_j^* = -\frac{i\omega^2}{ga} l_j^* H_j(\pi), \quad |\gamma_j|^2 = \frac{\omega^4}{g^2 a^2} |l_j|^2 |H_j(\pi)|^2 \quad (3.124)$$

$$\therefore \eta = 2 \sum_{j=1,3} \left\{ \text{Re}(\gamma_j) - |\gamma_j|^2 \right\} \quad (3.125)$$

(28)

これより最適化を考えるが、前と同様にして

$$\gamma_1 = \frac{1}{2}, \quad \gamma_3 = \frac{1}{2} \quad \text{とすると} \quad \eta_{\max} = 1 \quad (3.126)=(3.45)$$

(3.123)より

$$l_j = \frac{-iga}{2\omega^2 H_j^*(\pi)} \quad (3.127)=(3.37)(3.43)$$

このときの波浪場は(3.98)(a56)(3.127)式より

$$\begin{aligned} R_1 &= R^+ - i \frac{\omega^2}{ga} l_1 H_1(\pi) - i \frac{\omega^2}{ga} l_3 H_3(\pi) \\ &= \frac{1}{2}(e^{i2\varepsilon_3} + e^{i2\varepsilon_1}) - \frac{1}{2}e^{i2\varepsilon_1} - \frac{1}{2}e^{i2\varepsilon_3} = 0 \end{aligned} \quad (3.128)$$

$$\begin{aligned} T_1 &= T^+ - i \frac{\omega^2}{ga} l_1 H_1(0) - i \frac{\omega^2}{ga} l_3 H_3(0) \\ &= \frac{1}{2}(e^{i2\varepsilon_3} - e^{i2\varepsilon_1}) + \frac{1}{2}e^{i2\varepsilon_1} - \frac{1}{2}e^{i2\varepsilon_3} = 0 \end{aligned} \quad (3.129)$$

すなわち、波が完全に吸収されていることがわかる。

3D の場合

3次元の場合は反射波・透過波の概念がないので、2次元の場合のような分かりやすい説明ができないが、やはり遠場における波浪からみたエネルギー収支を考察することはできる。

図-4 のように、浮体を含む流場全体のエネルギー変化率を、遠方における検査面（半径 R とする）でみると次のように表される。

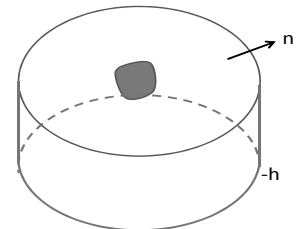


図-4 3次元の場合の検査面

$$\begin{aligned} \frac{\overline{dE}}{dt} &= \rho \int_0^{2\pi} R d\theta \int_{-h}^0 dz \left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right] \\ &= \frac{\rho}{4} \int_0^{2\pi} R d\theta \int_{-h}^0 dz \left[i\omega \phi \cdot \frac{\partial \phi^*}{\partial n} + (-i\omega \phi^*) \cdot \frac{\partial \phi}{\partial n} \right] \end{aligned} \quad (3.130)$$

ここで公式(3.4)を用いた。
自由表面上昇量 $\zeta e^{i\alpha}$ は

$$\zeta e^{i\alpha} = -\frac{1}{g} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \Big|_{z=0} = -\frac{i\omega}{g} \phi \Big|_{z=0} e^{i\alpha} \quad (3.131)$$

であるので、

$$\phi = \frac{ig}{\omega} \frac{\cosh K(h+z)}{\cosh kh} \zeta \quad (3.132)$$

と書くことができる。(3.132)式を(3.130)に代入し、
 z に関する積分を実行すると、定義により

$$\int_{-h}^0 \left(\frac{\cosh K(h+z)}{\cosh Kh} \right)^2 dz = \frac{D}{2K} \quad (3.133)$$

であるので、エネルギー変化率は以下のように表される。

$$\boxed{\frac{dE}{dt} = \frac{\rho g^2 D}{8\omega K} \int_0^{2\pi} i \left[\zeta \cdot \frac{\partial \zeta^*}{\partial R} - \zeta^* \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial R} \right] R d\theta} \quad (3.134)$$

この式を使って、具体的に $\overline{dE/dt}$ を求めてみよう。

$$\zeta = \zeta_0 + \zeta_d + \sum \zeta_j \quad (3.135)$$

ここで

$$\text{入射波} \quad \zeta_0 = a e^{-iKx} = a e^{-iKR \cos \theta} \quad (3.136)$$

$$\text{Diffraction 波} \quad \zeta_d = -ia \sqrt{\frac{K}{2\pi R}} H_d(\theta) e^{-iKR+i\pi/4} \quad (3.137)$$

$$\text{Radiation 波} \quad \zeta_j = -i \frac{\omega^2}{g} \sqrt{\frac{K}{2\pi R}} J_j H_j(\theta) e^{-iKR+i\pi/4} \quad (3.138)$$

(3.135)~(3.138)を(3.134)に代入すると

$$\begin{aligned} \overline{\frac{dE}{dt}} &= \frac{\rho g^2 D}{8\omega K} \times [-K] \\ &\times \int_0^{2\pi} \left[\begin{aligned} &2 \cos \theta \cdot \zeta_0 \zeta_0^* \\ &+ (1 + \cos \theta) \cdot \zeta_0 \zeta_d^* + (1 + \cos \theta) \cdot \zeta_0^* \zeta_d \\ &+ 2 \cdot \zeta_d \zeta_d^* \\ &+ (1 + \cos \theta) \cdot \zeta_0 \sum \zeta_j^* + (1 + \cos \theta) \cdot \zeta_0^* \sum \zeta_j \\ &+ 2 \cdot \zeta_d \sum \zeta_j^* + 2 \cdot \zeta_d^* \sum \zeta_j \\ &+ 2 \sum \zeta_j \sum \zeta_j^* \end{aligned} \right] R d\theta \end{aligned} \quad (3.139)$$

ここで(3.139)式の1行目は一周積分で0になる。
2行目は

$$\begin{aligned} &\int_0^{2\pi} (1 + \cos \theta) \zeta_0 \zeta_d^* R d\theta \\ &= ia^2 \sqrt{\frac{K}{2\pi R}} e^{-i\pi/4} \int_0^{2\pi} (1 + \cos \theta) H_d^*(\theta) e^{iR[K - K \cos \theta]} R d\theta \end{aligned} \quad (3.140)$$

において、下記の stationary phase method を適用する。すなわち R が大きな実数の場合、

$$\int_a^b g(\theta) e^{iRf(\theta)} d\theta \approx \sum_n \sqrt{\frac{2\pi}{R|f''(\theta_n)|}} g(\theta_n) e^{i[Rf(\theta_n) \pm \pi/4]} \quad (3.141)$$

ここで θ_n は積分範囲内で $f'(\theta) = 0$ を満足する

すべての θ 、複合は $f''(\theta_n)$ の符号と一致するもの

とする

(3.141)を(3.140)に適用すると

$$\begin{array}{lll} f(\theta) = K(1 - \cos \theta) & f(\theta_1) = 0 & f(\theta_2) = 2K \\ f'(\theta) = K \sin \theta & \theta_1 = 0 & \theta_2 = \pi \\ f''(\theta) = K \cos \theta & f''(\theta_1) = K & f''(\theta_2) = -K \\ g(\theta) = (1 + \cos \theta) H_d^*(\theta) & g(\theta_1) = 2 H_d^*(0) & g(\theta_2) = 0 \end{array} \quad (3.142)$$

であるので、

$$\begin{aligned} &\int_0^{2\pi} (1 + \cos \theta) H_d^*(\theta) e^{iR[K - K \cos \theta]} R d\theta \\ &= R \sqrt{\frac{2\pi}{RK}} \cdot 2 H_d^*(0) e^{i\pi/4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\therefore ia^2 \sqrt{\frac{K}{2\pi R}} e^{-i\pi/4} \int_0^{2\pi} (1 + \cos \theta) H_d^*(\theta) e^{iR[K-K\cos\theta]} R d\theta \\
= ia^2 \sqrt{\frac{K}{2\pi R}} e^{-i\pi/4} \cdot R \sqrt{\frac{2\pi}{RK}} \cdot 2H_d^*(0) e^{i\pi/4} \\
= i2a^2 H_d^*(0)
\end{aligned} \tag{3.143}$$

したがって(3.139)のかっこの中の2行目は

$$ia^2 H_d^*(0) - ia^2 H_d(0) = 2a^2 \cdot \text{Im}[H_d(0)] \tag{3.144}$$

一方、3行目は、

$$\begin{aligned}
\int_0^{2\pi} 2\zeta_d \zeta_d^* R d\theta &= a^2 \frac{K}{2\pi R} \int_0^{2\pi} |H_d(\theta)|^2 R d\theta \\
&= a^2 \frac{K}{2\pi} \int_0^{2\pi} |H_d(\theta)|^2 d\theta
\end{aligned} \tag{3.145}$$

ここで(a46)を考慮すると、

$$a^2 \frac{K}{2\pi} \int_0^{2\pi} |H_d(\theta)|^2 d\theta = -2a^2 \cdot \text{Im}[H_d(0)] \tag{3.146}$$

となって、2行目と打ち消し合う。

次に、4行目においても同様に

$$\begin{aligned}
\int_0^{2\pi} (1 + \cos \theta) \zeta_0 \sum \zeta_j^* R d\theta \\
= i \frac{a\omega^2}{g} \sqrt{\frac{K}{2\pi R}} e^{-i\pi/4} \int_0^{2\pi} (1 + \cos \theta) \sum l_j^* H_j^*(\theta) e^{iR[K-K\cos\theta]} R d\theta
\end{aligned} \tag{3.147}$$

ここで

$$\begin{aligned}
\int_0^{2\pi} (1 + \cos \theta) \sum l_j^* H_d^*(\theta) e^{iR[K-K\cos\theta]} R d\theta \\
= R \sqrt{\frac{2\pi}{RK}} \cdot 2 \sum l_j^* H_j^*(0) \cdot e^{i\pi/4} \\
\therefore i \frac{a\omega^2}{g} \sqrt{\frac{K}{2\pi R}} e^{-i\pi/4} \int_0^{2\pi} (1 + \cos \theta) \sum l_j^* H_j^*(\theta) e^{iR[K-K\cos\theta]} R d\theta \\
= i \frac{a\omega^2}{g} \sqrt{\frac{K}{2\pi R}} e^{-i\pi/4} \cdot R \sqrt{\frac{2\pi}{RK}} \cdot 2 \sum l_j^* H_j^*(0) e^{i\pi/4} \\
= i \frac{2a\omega^2}{g} \sum l_j^* H_j^*(0)
\end{aligned} \tag{3.148}$$

したがって(3.139)のかっこの中の4行目は

$$i \frac{2a\omega^2}{g} \sum l_j^* H_j^*(0) - i \frac{2a\omega^2}{g} \sum l_j H_j(0) \tag{3.149}$$

となる。

一方、5行目は、

$$\begin{aligned}
\int_0^{2\pi} 2\zeta_d \sum \zeta_j^* R d\theta + \int_0^{2\pi} 2\zeta_d^* \sum \zeta_j R d\theta \\
= \frac{2a\omega^2}{g} \frac{K}{2\pi} \int_0^{2\pi} H_d(\theta) \sum l_j^* H_j^*(\theta) d\theta \\
+ \frac{2a\omega^2}{g} \frac{K}{2\pi} \int_0^{2\pi} H_d^*(\theta) \sum l_j H_j(\theta) d\theta
\end{aligned} \tag{3.150}$$

ここで(a49b)を考慮すると

$$\begin{aligned}
\frac{2a\omega^2}{g} \frac{K}{2\pi} \int_0^{2\pi} H_d(\theta) \sum l_j^* H_j^*(\theta) d\theta \\
+ \frac{2a\omega^2}{g} \frac{K}{2\pi} \int_0^{2\pi} H_d^*(\theta) \sum l_j H_j(\theta) d\theta \\
= i \frac{2a\omega^2}{g} \sum [l_j^*(H_j(\pi) - H_j^*(0))] \\
- i \frac{2a\omega^2}{g} \sum [l_j(H_j^*(\pi) - H_j(0))]
\end{aligned} \tag{3.151}$$

であるので、上式のカッコ内の2項目は(3.149)と打ち消し合う。

最後の6行目は

$$\int_0^{2\pi} 2 \sum \zeta_j \sum \zeta_j^* R d\theta = 2 \frac{\omega^4}{g^2} \frac{K}{2\pi} \int_0^{2\pi} |\sum l_j H_j(\theta)|^2 d\theta \tag{3.152}$$

したがって、(3.151)(3.152)を(3.139)に代入すると、結局

$$\begin{aligned}
\frac{dE}{dt} &= \frac{\rho g^2 D}{8\omega K} \times [-K] \times \left[\frac{4a\omega^2}{g} \text{Im}[\sum l_j(H_j^*(\pi))] \right. \\
&\quad \left. - 2 \frac{\omega^4}{g^2} \frac{K}{2\pi} \int_0^{2\pi} |\sum l_j H_j(\theta)|^2 d\theta \right] \\
&= -\frac{\rho g a \omega D}{2} \text{Im}[\sum l_j H_j^*(\pi)] - \frac{\rho \omega^3 D K}{8\pi} \int_0^{2\pi} |\sum l_j H_j(\theta)|^2 d\theta
\end{aligned} \tag{3.153}=(3.21)$$

となつて、これは(3.21)と全く同じである。

こうして、遠方の波浪場からエネルギー収支を見積もることができることがわかる。

また、(3.139)式の右辺のかつこの中で、

1 行目 0 → 入射波のみでは当然エネルギーの出入りは無し

2+3 行目も 0 → diffraction 波だけの場合もエネルギーの出入りは無し

浮体の動揺が加わって初めてエネルギーの出入りが生じることがわかる。

最後に、3 D の場合の波浪場を記述しておこう。

$$\zeta(R, \theta) = \zeta_0 + \zeta_d + \sum_j \zeta_j$$

$$= ae^{-iKR \cos \theta} - ia \sqrt{\frac{K}{2\pi R}} H_d(\theta) e^{-iKR+i\pi/4} - i \omega^2 \sqrt{\frac{K}{2\pi R}} \sum_j l_j H_j(\theta) e^{-iKR+i\pi/4}$$

(3.154)

ここで、軸対称浮体で heave のみの場合、最大効率を得るための動揺振幅は(3.52)=(3.90)式で与えられているのでそれを代入すると、第3項は

$$-i \omega^2 \sqrt{\frac{K}{2\pi R}} l_3 H_3(0) e^{-iKR+i\pi/4} - i \omega^2 \sqrt{\frac{K}{2\pi R}} \frac{\omega^2 K}{-iga} \frac{H_3(0)}{H_3^*(0)} e^{-iKR+i\pi/4} = -i \omega^2 \sqrt{\frac{K}{2\pi R}} \frac{\omega^2 K}{-iga} \frac{H_3(0)}{H_3^*(0)} e^{-iKR+i\pi/4}$$

ここで(a65)の関係を使うと

$$-i \omega^2 \sqrt{\frac{K}{2\pi R}} \frac{\omega^2 K}{-iga} \frac{H_3(0)}{H_3^*(0)} e^{-iKR+i\pi/4} = -i \omega^2 \sqrt{\frac{K}{2\pi R}} \frac{\omega^2 K}{-iga} \frac{H_3(0)}{H_3^*(0)} e^{-iKR+i\pi/4} = -a \sqrt{\frac{1}{K}} \left(1 - \frac{\omega^2 K}{iga} \right) \int_0^{2\pi} H_d(\theta) d\theta e^{-iKR+i\pi/4}$$

(3.156)

したがって、

$$\zeta(R, \theta) = ae^{-iKR \cos \theta} - a \sqrt{\frac{1}{K}} e^{-iKR+i\pi/4} + ia \sqrt{\frac{K}{2\pi R}} \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} H_d(\theta) d\theta - H_d(\theta) \right] e^{-iKR+i\pi/4}$$

(3.157)

同様に、軸対称浮体で sway or roll の場合、

最大効率を得るための動揺振幅は(3.56)=(3.92)式で与えられているのでそれを代入し、(a64)の関係

を使うと

$$\zeta(R, \theta) = ae^{-iKR \cos \theta} + 2a \sqrt{\frac{1}{2\pi R}} \cos \theta e^{-iKR+i\pi/4} - ia \sqrt{\frac{K}{2\pi R}} \left[\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} H_d(\theta) \cos \theta d\theta + H_d(\theta) \right] e^{-iKR+i\pi/4}$$

(3.158)

これらは 2 次元の場合の(3.120)(3.121)に対応するものである。

4. 浮体に働く漂流力

本節では、付録に示す運動量保存則、エネルギー保存則を用いて、2次元および3次元浮体に働く漂流力を求めることにする。なお、本節における表記は柏木のノート⁶⁾を参考にしていることを付記しておく。

2次元浮体の漂流力

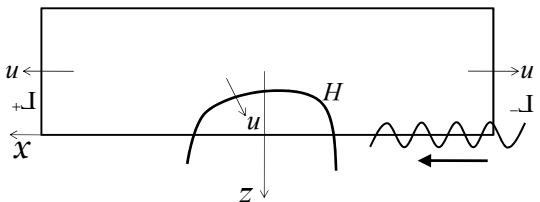


図-5 2次元の場合の流場

図-5に示すような2次元流場における漂流力を考える。この場合の浮体に働く漂流力は、付録(A9)式より

$$\overline{F_x} = \iint_H \overline{p} n_x dS = - \iint_{\Gamma^-} \left(p + \rho \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) dz = - \int_{\Gamma^+} \left(p + \rho \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) dz$$

(4.1)

で与えられる。

ベルヌーイの式より

$$p = -\rho \left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 + gz \right] \quad (4.2)$$

を代入して整理すると

$$\begin{aligned}\overline{F_x} = & \rho \int_{\Gamma^-} \left[-\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right\} - gz \right] dz \\ & + \rho \int_{\Gamma^+} \left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right\} + gz \right] dz\end{aligned}\quad (4.3)$$

ここで自由表面上昇量を η として、積分範囲を $z = -h \rightarrow 0$ と $z = 0 \rightarrow \eta$ に分けて記述すると、

$$\begin{aligned}\overline{F_x} = & -\rho \int_{-h}^0 \left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right]_{\Gamma^-} dz - \rho \int_0^\eta \left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right]_{\Gamma^-} dz \\ & + \rho \int_{-h}^0 \left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right]_{\Gamma^+} dz + \rho \int_0^\eta \left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right]_{\Gamma^+} dz \\ & + \frac{\rho}{2} \int_{-h}^0 \left\{ \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right\}_{\Gamma^-} dz + \frac{\rho}{2} \int_0^\eta \left\{ \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right\}_{\Gamma^-} dz \\ & - \frac{\rho}{2} \int_{-h}^0 \left\{ \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right\}_{\Gamma^+} dz - \frac{\rho}{2} \int_0^\eta \left\{ \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right\}_{\Gamma^+} dz \\ & - \rho \int_{-h}^0 (\overline{gz})_{\Gamma^-} dz - \rho \int_0^\eta (\overline{gz})_{\Gamma^-} dz \\ & + \rho \int_{-h}^0 (\overline{gz})_{\Gamma^+} dz + \rho \int_0^\eta (\overline{gz})_{\Gamma^+} dz\end{aligned}\quad (4.4)$$

となる。こうして、時間の一周期積分で消える項 (——— の項)、高次の微小量で消える項 (- - - - - の項) を省くと、残りは

$$\begin{aligned}\overline{F_x} = & \frac{\rho}{2} \left[\int_{-h}^0_{\Gamma^-} - \int_{-h}^0_{\Gamma^+} \right] \left\{ \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right\} dz \\ & - \rho \left[\int_0^\eta_{\Gamma^-} - \int_0^\eta_{\Gamma^+} \right] \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} + gz \right) dz\end{aligned}\quad (4.5)$$

と書くことができる。自由表面上昇量 η は

$$\eta = -\frac{1}{g} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \Big|_{z=0} \quad (4.6)$$

であるので、この (4.5) 式右辺 2 行目において、

$$\int_0^\eta \frac{\partial \Phi}{\partial t} dz \approx \frac{\partial \Phi}{\partial t} \Big|_{z=0} \cdot \int_0^\eta dz = \frac{\partial \Phi}{\partial t} \Big|_{z=0} \eta = -\frac{1}{g} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right)^2 \Big|_{z=0} \quad (4.7)$$

$$\int_0^\eta gz dz = g \frac{\eta^2}{2} = \frac{1}{2g} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right)^2 \Big|_{z=0} \quad (4.8)$$

したがって、

$$\begin{aligned}\overline{F_x} = & \frac{\rho}{2} \left[\int_{-h}^0_{\Gamma^-} - \int_{-h}^0_{\Gamma^+} \right] \left\{ \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right\} dz \\ & + \frac{\rho}{2g} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right)^2 \Big|_{\Gamma^-, z=0} - \frac{\rho}{2g} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right)^2 \Big|_{\Gamma^+, z=0}\end{aligned}\quad (4.9)$$

が得られる。ここで $\Phi(t) = \text{Re}[\phi e^{i\omega t}]$, $\frac{\partial \Phi(t)}{\partial t} = \text{Re}[i\omega \phi e^{i\omega t}]$

として、公式(3.4)を適用すると

$$\begin{aligned}\overline{F_x} = & \frac{\rho}{4} \text{Re} \left[\int_{-h}^0_{\Gamma^-} - \int_{-h}^0_{\Gamma^+} \right] \left\{ \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \phi^*}{\partial x} - \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{\partial \phi^*}{\partial z} \right\} dz \\ & + \frac{\rho \omega^2}{4g} \text{Re} \phi \phi^* \Big|_{\Gamma^-, z=0} - \frac{\rho \omega^2}{4g} \text{Re} \phi \phi^* \Big|_{\Gamma^+, z=0}\end{aligned}\quad (4.10)$$

と書ける。

さて、(2.16) 式に示されているように

$\phi = \phi_0 + \phi_d + \sum_j \phi_j$ であるが、これを $\phi = \phi_0 + \phi_1$ と表記

しよう。(すなわち $\phi_d + \sum_j \phi_j \equiv \phi_1$ とする)

これらの速度ポテンシャルは、遠方においては、Kochin を用いて以下のように表される。(2.12)~(2.16) 参照。

$$\phi_d = \frac{ga}{\omega} \frac{\cosh K(z+h)}{\cosh Kh} e^{\mp iKx} H_d^\pm \quad (4.11)$$

$$\phi_j = \omega l_j \frac{\cosh K(z+h)}{\cosh Kh} e^{\mp iKx} H_j^\pm \quad (4.12)$$

そこで、以下のように表記しよう。

$$\phi_1 = \phi_d + \sum_j \phi_j = \frac{\cosh K(z+h)}{\cosh Kh} e^{\mp iKx} H^\pm \quad (4.13)$$

$$\text{すなわち } \frac{ga}{\omega} H_d^\pm + \omega \sum_j l_j H_j^\pm \equiv H^\pm \quad (4.14)$$

(複号の上段は $x \rightarrow \infty$ 、下段は $x \rightarrow -\infty$ に対応)

また、2 次元の場合の入射波の速度ポテンシヤ

ルは(2.1)(2.2)式より $\beta = 0$ として

$$\phi_0 = \frac{iga}{\omega} \frac{\cosh K(z+h)}{\cosh Kh} e^{-iKx} \quad (4.15)$$

こうすると、(4.10)式の $\overline{F_x}$ は以下のように書ける。

$$\begin{aligned} \overline{F_x} = & \frac{\rho}{4} \operatorname{Re} \left[\int_{-h}^0 \Gamma^- - \int_{-h}^0 \Gamma^+ \right] \\ & \left\{ \left(\frac{\partial \phi_0}{\partial x} + \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \phi_0^*}{\partial x} + \frac{\partial \phi_1^*}{\partial x} \right) - \left(\frac{\partial \phi_0}{\partial z} + \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial \phi_0^*}{\partial z} + \frac{\partial \phi_1^*}{\partial z} \right) \right\} dz \\ & + \frac{\rho \omega^2}{4g} \operatorname{Re} (\phi_0 + \phi_1) (\phi_0^* + \phi_1^*) \Big|_{\Gamma^-, z=0} \\ & - \frac{\rho \omega^2}{4g} \operatorname{Re} (\phi_0 + \phi_1) (\phi_0^* + \phi_1^*) \Big|_{\Gamma^+, z=0} \end{aligned} \quad (4.16)$$

ここで $\phi_0 \times \phi_0^*$ の項は $x \rightarrow \infty$ 、 $x \rightarrow -\infty$ において同じであるので打ち消し合う。したがって

$$\begin{aligned} \overline{F_x} = & \frac{\rho}{4} \operatorname{Re} \left[\int_{-h}^0 \Gamma^- - \int_{-h}^0 \Gamma^+ \right] \\ & \left\{ 2 \operatorname{Re} \left(\frac{\partial \phi_0^*}{\partial x} \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \right) - 2 \operatorname{Re} \left(\frac{\partial \phi_0^*}{\partial z} \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right) + \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \frac{\partial \phi_1^*}{\partial x} - \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \frac{\partial \phi_1^*}{\partial z} \right\} dz \\ & + \frac{\rho \omega^2}{4g} \operatorname{Re} [2 \operatorname{Re} (\phi_0^* \phi_1) + \phi_1 \phi_1^*] \Big|_{\Gamma^-, z=0} \\ & - \frac{\rho \omega^2}{4g} \operatorname{Re} [2 \operatorname{Re} (\phi_0^* \phi_1) + \phi_1 \phi_1^*] \Big|_{\Gamma^+, z=0} \end{aligned} \quad (4.17)$$

整理すると

$$\begin{aligned} \overline{F_x} = & \frac{\rho}{4} \left[\int_{-h}^0 \Gamma^- - \int_{-h}^0 \Gamma^+ \right] \left\{ \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \frac{\partial \phi_1^*}{\partial x} - \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \frac{\partial \phi_1^*}{\partial z} \right\} dz \\ & + \frac{\rho \omega^2}{4g} [\phi_1 \phi_1^*] \Big|_{\Gamma^-, z=0} - \frac{\rho \omega^2}{4g} [\phi_1 \phi_1^*] \Big|_{\Gamma^+, z=0} \\ & + \frac{\rho}{2} \left[\int_{-h}^0 \Gamma^- - \int_{-h}^0 \Gamma^+ \right] \left\{ \operatorname{Re} \left(\frac{\partial \phi_0^*}{\partial x} \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \right) - \operatorname{Re} \left(\frac{\partial \phi_0^*}{\partial z} \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right) \right\} dz \\ & + \frac{\rho \omega^2}{2g} \operatorname{Re} [\phi_0^* \phi_1] \Big|_{\Gamma^-, z=0} - \frac{\rho \omega^2}{2g} \operatorname{Re} [\phi_0^* \phi_1] \Big|_{\Gamma^+, z=0} \end{aligned} \quad (4.18)$$

を得る。ここで ϕ_1, ϕ_0 に(4.13)(4.15)式を代入し、

$$\begin{aligned} \int_{-h}^0 \left[\frac{\cosh K(z+h)}{\cosh Kh} \right]^2 dz &= \frac{1}{2K} \frac{\omega^2}{gK} \left(1 + \frac{2Kh}{\sinh 2Kh} \right) \\ &\equiv \frac{1}{2K} \frac{\omega^2}{gK} (1+q) \equiv \frac{1}{2K} \frac{\omega^2}{gK} C_h \end{aligned} \quad (4.19)$$

$$\begin{aligned} \int_{-h}^0 \left[\frac{\sinh K(z+h)}{\cosh Kh} \right]^2 dz &= \frac{1}{2K} \frac{\omega^2}{gK} \left(1 - \frac{2Kh}{\sinh 2Kh} \right) \\ &\equiv \frac{1}{2K} \frac{\omega^2}{gK} (1-q) \end{aligned} \quad (4.20)$$

とすると、(4.18)式の1行目 I_1 は

$$\begin{aligned} I_1 = & \frac{\rho}{4} K^2 \frac{1}{2K} \frac{\omega^2}{gK} \left[(1+q) |H^-|^2 - (1-q) |H^-|^2 \right] \\ & - (1+q) |H^+|^2 + (1-q) |H^+|^2 \Big] \\ & = \frac{\rho \omega^2}{4g} q \left[|H^-|^2 - |H^+|^2 \right] \end{aligned} \quad (4.21)$$

2行目 I_2 は

$$I_2 = \frac{\rho \omega^2}{4g} \left[|H^-|^2 - |H^+|^2 \right] \quad (4.22)$$

$$\therefore I_1 + I_2 = \frac{\rho \omega^2}{4g} C_h \left[|H^-|^2 - |H^+|^2 \right] \quad (4.23)$$

また、3行目 I_3 は

$$\begin{aligned} I_3 = & \frac{\rho}{2} K^2 \frac{ga}{\omega} \frac{1}{2K} \frac{\omega^2}{gK} \operatorname{Re} \left[i(1+q) H^- e^{2iKx} + i(1-q) H^- e^{2iKx} \right] \\ & + i(1+q) H^+ - i(1-q) H^+ \Big] \\ & = \frac{\rho a \omega}{2} \operatorname{Re} [iq H^+ + i H^- e^{2iKx}] \end{aligned} \quad (4.24)$$

4行目 I_4 は

$$I_4 = \frac{\rho \omega^2}{2g} \frac{ga}{\omega} \operatorname{Re} [-i H^- e^{2iKx} + i H^+] \quad (4.25)$$

$$= \frac{\rho a \omega}{2} \operatorname{Re} [i H^+ - i H^- e^{2iKx}]$$

$$I_3 + I_4 = \frac{\rho a \omega}{2} C_h \operatorname{Re} [i H^+] \quad (4.26)$$

以上により漂流力の表示式が以下の様に得られる。

$$\overline{F_x} = \frac{\rho\omega^2}{4g} C_h \left[|H^-|^2 - |H^+|^2 \right] + \frac{\rho a \omega}{2} C_h \operatorname{Re} [iH^+] \quad (4.27)$$

次に、エネルギー保存則を適用してみよう。付録の(A16)式によると、浮体になされた仕事の時間平均は以下のように表される。

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= \rho \iint_{\Gamma} \frac{\partial \Phi}{\partial t} v_n dS \\ &= \rho \int_{-h}^{\eta} \left[-\frac{\partial \Phi}{\partial t} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right]_{\Gamma^-} dz + \rho \int_{-h}^{\eta} \left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right]_{\Gamma^+} dz \\ &\approx \rho \int_{-h}^0 \left[-\frac{\partial \Phi}{\partial t} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right]_{\Gamma^-} dz + \rho \int_{-h}^0 \left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right]_{\Gamma^+} dz \end{aligned} \quad (4.28)$$

ここで、積分範囲のうち $z=0 \rightarrow \eta$ の部分は高次であるので省略した。
次に、 $\Phi(t) = \operatorname{Re}[\phi e^{i\omega t}]$, $\frac{\partial \Phi(t)}{\partial t} = \operatorname{Re}[i\omega \phi e^{i\omega t}]$ として、公式(3.4)を適用すると

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{\rho}{2} \operatorname{Re} \int_{-h}^0 \left[(i\omega \phi) \frac{\partial \phi^*}{\partial x} \right]_{\Gamma^-} dz + \frac{\rho}{2} \operatorname{Re} \int_{-h}^0 \left[(i\omega \phi) \frac{\partial \phi^*}{\partial x} \right]_{\Gamma^+} dz \quad (4.29)$$

前と同様に $\phi = \phi_0 + \phi_1$ とすると、

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= -\frac{\rho\omega}{2} \operatorname{Re} \int_{-h}^0 \left[i(\phi_0 + \phi_1) \left(\frac{\partial \phi_0^*}{\partial x} + \frac{\partial \phi_1^*}{\partial x} \right) \right]_{\Gamma^-} dz \\ &\quad + \frac{\rho\omega}{2} \operatorname{Re} \int_{-h}^0 \left[i(\phi_0 + \phi_1) \left(\frac{\partial \phi_0^*}{\partial x} + \frac{\partial \phi_1^*}{\partial x} \right) \right]_{\Gamma^+} dz \end{aligned} \quad (4.30)$$

ここで $\phi_0 \times \phi_0^*$ の項は $x \rightarrow \infty$ 、 $x \rightarrow -\infty$ において同じであるので打ち消し合う。したがって

(34)

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= \frac{\rho\omega}{2} \operatorname{Re} \int_{-h}^0 i \left[\phi_0 \frac{\partial \phi_1^*}{\partial x} + \phi_1 \frac{\partial \phi_0^*}{\partial x} \right]_{\Gamma^+} dz \\ &\quad - \frac{\rho\omega}{2} \operatorname{Re} \int_{-h}^0 i \left[\phi_0 \frac{\partial \phi_1^*}{\partial x} + \phi_1 \frac{\partial \phi_0^*}{\partial x} \right]_{\Gamma^-} dz \\ &\quad + \frac{\rho\omega}{2} \operatorname{Re} \int_{-h}^0 \left[i\phi_1 \frac{\partial \phi_1^*}{\partial x} \right]_{\Gamma^+} dz - \left[i\phi_1 \frac{\partial \phi_1^*}{\partial x} \right]_{\Gamma^-} dz \end{aligned} \quad (4.31)$$

ここで(4.13)(4.15)式を代入し、(4.19)式を考慮すると、(4.31)式の1行目 I_1 は

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{\rho\omega}{2} \frac{1}{2K} \frac{\omega^2}{gK} \frac{ga}{\omega} KC_h \operatorname{Re} [i(H^+ - H^{+*})] \\ &= \frac{\rho a \omega^2}{2K} C_h \operatorname{Re} [iH^+] \end{aligned} \quad (4.32)$$

2行目 I_2 は

$$\begin{aligned} I_2 &= -\frac{\rho\omega}{2} \frac{1}{2K} \frac{\omega^2}{gK} \frac{ga}{\omega} KC_h \operatorname{Re} [i(H^- e^{i2Kx} + H^{-*} e^{-i2Kx})] \\ &= \frac{\rho a \omega^2}{2K} C_h \operatorname{Re} [i \operatorname{Re} [H^- e^{i2Kx}]] = 0 \end{aligned} \quad (4.33)$$

3行目 I_3 は

$$\begin{aligned} I_3 &= \frac{\rho\omega}{2} \frac{1}{2K} \frac{\omega^2}{gK} KC_h \operatorname{Re} [-|H^+|^2 - |H^-|^2] \\ &= -\frac{\rho\omega^3}{4gK} C_h [|H^+|^2 + |H^-|^2] \end{aligned} \quad (4.34)$$

以上により

$$\overline{\frac{dE}{dt}} = \frac{\rho a \omega^2}{2K} C_h \operatorname{Re} [iH^+] - \frac{\rho\omega^3}{4gK} C_h [|H^+|^2 + |H^-|^2] \quad (4.35)$$

が得られる。

これより、

$$\frac{\rho a \omega}{2} C_h \operatorname{Re} [iH^+] = \frac{\rho\omega^2}{4g} C_h [|H^+|^2 + |H^-|^2] + \frac{\overline{dE/dt}}{(\omega/K)} \quad (4.36)$$

を(4.27)に代入すると

$$\overline{F_x} = \frac{\rho\omega^2}{2g} C_h \cdot |H^-|^2 + \frac{\overline{dE/dt}}{(\omega/K)} \quad (4.37)$$

となる。これより、エネルギーの吸収がない場合は反射波成分の大きさだけで漂流力が求められることがわかる。

以上、漂流力、エネルギーの関係式を Kochin 関数で表したが、これを波高で表現してみよう。浮体の反射波側、 $x \rightarrow -\infty$ での波高を aR_1 と書くことにすると (R_1 は反射率を表す)、

$$\left. \begin{aligned} \phi_{, x=-\infty} &= \frac{\cosh K(z+h)}{\cosh Kh} e^{iKx} H^- \\ \eta_{x=-\infty} &= -\frac{i\omega}{g} e^{iKx} H^- \equiv aR_1 e^{iKx} \end{aligned} \right\} \quad (4.38)$$

より

$$\begin{aligned} H^- &= \frac{igaR_1}{\omega} \\ \therefore |H^-|^2 &= \frac{g^2 a^2 |R_1|^2}{\omega^2} \end{aligned} \quad (4.39)$$

浮体の透過波側、 $x \rightarrow \infty$ での波高を aT_1 と書くことにすると (T_1 は透過率を表す)、

$$\left. \begin{aligned} \phi_0 + \phi_{, x=\infty} &= \frac{\cosh K(z+h)}{\cosh Kh} \left(\frac{iga}{\omega} + H^+ \right) e^{-iKx} \\ \eta_{x=\infty} &= -\frac{i\omega}{g} \left(\frac{iga}{\omega} + H^+ \right) e^{-iKx} \equiv aT_1 e^{-iKx} \end{aligned} \right\} \quad (4.40)$$

より

$$\begin{aligned} H^+ &= \frac{iga}{\omega} (-1 + T_1) \\ \therefore |H^+|^2 &= \frac{g^2 a^2}{\omega^2} \{1 + |T_1|^2 - 2\operatorname{Re}(T_1)\} \\ \operatorname{Re}[iH^+] &= \frac{ga}{\omega} \{1 - \operatorname{Re}(T_1)\} \end{aligned} \quad (4.41)$$

これらを(4.27)式に代入すると、次式のように、漂流力を反射率、透過率で表現できる。

$$\begin{aligned} \overline{F_x} &= \frac{\rho\omega^2}{4g} C_h \left[\frac{g^2 a^2 |R_1|^2}{\omega^2} - \frac{g^2 a^2}{\omega^2} \{1 + |T_1|^2 - 2\operatorname{Re}(T_1)\} \right] \\ &\quad + \frac{\rho a \omega}{2} C_h \frac{ga}{\omega} \{1 - \operatorname{Re}(T_1)\} \\ \therefore \end{aligned}$$

$$\overline{F_x} = \frac{\rho g a^2}{4} C_h \left[1 + |R_1|^2 - |T_1|^2 \right] \quad (4.42)$$

エネルギーの関係式(4.35)も同様にして、

$$\begin{aligned} \frac{\overline{dE}}{dt} &= \frac{\rho a \omega^2}{2K} C_h \frac{ga}{\omega} \{1 - \operatorname{Re}(T_1)\} \\ &\quad - \frac{\rho \omega^3}{4gK} C_h \left[\frac{g^2 a^2}{\omega^2} \{1 + |T_1|^2 - 2\operatorname{Re}(T_1)\} + \frac{g^2 a^2 |R_1|^2}{\omega^2} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\overline{dE}}{dt} &= \frac{\rho g a^2 \omega}{4K} C_h \left[1 - |R_1|^2 - |T_1|^2 \right] \\ &= 1/2 \rho g a^2 V_g \cdot \left[1 - |R_1|^2 - |T_1|^2 \right] \rightarrow (3.99) \end{aligned} \quad (4.43)$$

つまりエネルギーの出入りがない場合は

$$1 - |R_1|^2 - |T_1|^2 = 0 \quad (4.44)$$

という当然の結果が導かれる。(4.43)式より

$$\frac{\rho g a^2}{4} C_h \left[1 - |T_1|^2 \right] = \frac{\rho g a^2}{4} C_h |R_1|^2 + \frac{\overline{dE/dt}}{(\omega/K)} \quad (4.45)$$

を(4.42)に代入すると

$$\overline{F_x} = \frac{\rho g a^2}{2} C_h \cdot |R_1|^2 + \frac{\overline{dE/dt}}{(\omega/K)} \quad (4.46)$$

となる。

3次元浮体の漂流力

3次元の場合も2次元の場合と同じように考えることができる。図-2に示すような3次元流場における漂流力を考える。この場合の浮体に働く漂流力は、付録の(A9)式より

$$\begin{aligned}\overline{F_x} &= \iint_H \overline{pn_x} dS = - \iint_\Gamma (\overline{pn_x + \rho v_x v_n}) dS \\ &= - \int_{-h}^\eta dz \int_0^{2\pi} \left(\overline{p \cos \theta + \rho \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \Phi}{\partial R}} \right) R d\theta\end{aligned}\quad (4.47)$$

で与えられる。

ベルヌーイの式より

$$p = -\rho \left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla \Phi \cdot \nabla \Phi + gz \right] \quad (4.48)$$

を代入して整理すると

$$\begin{aligned}\overline{F_x} &= -\rho \int_{-h}^\eta dz \int_0^{2\pi} \left(\overline{\frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \Phi}{\partial R}} \right) R d\theta \\ &\quad + \rho \int_{-h}^\eta dz \int_0^{2\pi} \left(\overline{\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla \Phi \cdot \nabla \Phi + gz} \right) R \cos \theta d\theta\end{aligned}\quad (4.49)$$

ここで積分範囲を $z = -h \rightarrow 0$ と $z = 0 \rightarrow \eta$ に分け、高次の項を省略すると、

$$\begin{aligned}\overline{F_x} &= -\rho \int_{-h}^0 dz \int_0^{2\pi} \left(\overline{\frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \Phi}{\partial R} - \frac{1}{2} \nabla \Phi \cdot \nabla \Phi \cos \theta} \right) R d\theta \\ &\quad + \rho \int_0^\eta dz \int_0^{2\pi} \left(\overline{\frac{\partial \Phi}{\partial t} + gz} \right) R \cos \theta d\theta \\ &\quad + \rho \int_{-h}^0 dz \int_0^{2\pi} \left(\overline{\frac{\partial \Phi}{\partial t} + gz} \right) R \cos \theta d\theta\end{aligned}\quad (4.50)$$

ここで3行目は、 $\partial \Phi / \partial t$ の項は時間の一周積分で消え、 gz の項は場所の一周積分で消える。また、2行目において(4.7)(4.8)を考慮すると

$$\begin{aligned}\overline{F_x} &= -\rho \int_{-h}^0 dz \int_0^{2\pi} \left(\overline{\frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \Phi}{\partial R} - \frac{1}{2} \nabla \Phi \cdot \nabla \Phi \cos \theta} \right) R d\theta \\ &\quad - \frac{\rho}{2g} \int_0^{2\pi} \left(\overline{\frac{\partial \Phi}{\partial t}} \right) \Bigg|_{z=0} R \cos \theta d\theta\end{aligned}\quad (4.51)$$

とすることができる。ここで

$$\Phi(t) = \text{Re}[\phi e^{i\omega t}], \quad \frac{\partial \Phi(t)}{\partial t} = \text{Re}[i\omega \phi e^{i\omega t}] \quad \text{として、公式(3.4)}$$

を適用すると

(36)

$$\begin{aligned}\overline{F_x} &= -\frac{\rho}{4} \int_{-h}^0 dz \int_0^{2\pi} \left[\frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \phi^*}{\partial R} + \frac{\partial \phi^*}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial R} - \nabla \phi \cdot \nabla \phi^* \cos \theta \right] R d\theta \\ &\quad - \frac{\rho \omega^2}{4g} \int_0^{2\pi} [\phi \phi^*]_{z=0} R \cos \theta d\theta\end{aligned}\quad (4.52)$$

と書ける。

さて、前と同様に $\phi = \phi_0 + \phi_d + \sum_j \phi_j \equiv \phi_0 + \phi$ と表記しよう。これらの速度ポテンシャルは、遠方においては、Kochin を用いて以下のように表される。(2.14)~(2.16)参照。

$$\phi_d = \frac{ga}{\omega} \sqrt{\frac{K}{2\pi R}} \frac{\cosh K(z+h)}{\cosh Kh} e^{-iKR+i\pi/4} H_d(\theta) \quad (4.53)$$

$$\phi_j = \omega l_j \sqrt{\frac{K}{2\pi R}} \frac{\cosh K(z+h)}{\cosh Kh} e^{-iKR+i\pi/4} H_j(\theta) \quad (4.54)$$

そこで、以下のように表記しよう。

$$\phi_1 = \phi_d + \sum_j \phi_j = \sqrt{\frac{K}{2\pi R}} \frac{\cosh K(z+h)}{\cosh Kh} e^{-iKR+i\pi/4} H(\theta) \quad (4.55)$$

すなわち

$$\frac{ga}{\omega} H_d(\theta) + \omega \sum_j l_j H_j(\theta) \equiv H(\theta) \quad (4.56)$$

また、3次元の場合の入射波の速度ポテンシャルは(2.1)(2.2)式より

$$\begin{aligned}\phi_0 &= \frac{iga}{\omega} \frac{\cosh K(z+h)}{\cosh Kh} e^{-iK(x \cos \beta + y \sin \beta)} \\ &= \frac{iga}{\omega} \frac{\cosh K(z+h)}{\cosh Kh} e^{-iKR \cos(\theta-\beta)}\end{aligned}\quad (4.57)$$

こうすると、(4.52)式の $\overline{F_x}$ は以下のように書ける。

$$\begin{aligned} \overline{F_x} = & -\frac{\rho}{4} \int_{-h}^0 dz \int_0^{2\pi} \left[\left(\frac{\partial \phi_0}{\partial x} + \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \phi_0^*}{\partial R} + \frac{\partial \phi_1^*}{\partial R} \right) \right. \\ & + \left(\frac{\partial \phi_0^*}{\partial x} + \frac{\partial \phi_1^*}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \phi_0}{\partial R} + \frac{\partial \phi_1}{\partial R} \right) \\ & \left. - \nabla(\phi_0 + \phi_1) \cdot \nabla(\phi_0^* + \phi_1^*) \cos \theta \right] R d\theta \\ & - \frac{\rho \omega^2}{4g} \int_0^{2\pi} [(\phi_0 + \phi_1)(\phi_0^* + \phi_1^*)]_{z=0} R \cos \theta d\theta \end{aligned} \quad (4.58)$$

ここで $\phi_0 \times \phi_0^*$ の項は一周積分で消える。また、 $\phi(x, y)$ において $x = R \cos \theta, y = R \sin \theta$ によって変数を (R, θ) に変換すると、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial x} &= -\frac{\frac{\partial \phi}{\partial R} \frac{\partial \theta}{\partial x}}{\frac{\partial \phi}{\partial R} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial x}} \bigg/ \frac{\frac{\partial x}{\partial R} \frac{\partial \theta}{\partial x}}{\frac{\partial x}{\partial R} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial x}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial x}} = \cos \theta \frac{\partial \phi}{\partial R} - \frac{\sin \theta}{R} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} &= -\frac{\frac{\partial \phi}{\partial R} \frac{\partial \theta}{\partial y}}{\frac{\partial \phi}{\partial R} \frac{\partial \theta}{\partial y} + \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial y}} \bigg/ \frac{\frac{\partial x}{\partial R} \frac{\partial \theta}{\partial y}}{\frac{\partial x}{\partial R} \frac{\partial \theta}{\partial y} + \frac{\partial x}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial y}} = \sin \theta \frac{\partial \phi}{\partial R} + \frac{\cos \theta}{R} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \end{aligned} \right\} \quad (4.59)$$

$$\begin{aligned} \nabla \phi \cdot \nabla \phi^* &= \left(\cos \theta \frac{\partial \phi}{\partial R} - \frac{\sin \theta}{R} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) \left(\cos \theta \frac{\partial \phi^*}{\partial R} - \frac{\sin \theta}{R} \frac{\partial \phi^*}{\partial \theta} \right) \\ &+ \left(\sin \theta \frac{\partial \phi}{\partial R} + \frac{\cos \theta}{R} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) \left(\sin \theta \frac{\partial \phi^*}{\partial R} + \frac{\cos \theta}{R} \frac{\partial \phi^*}{\partial \theta} \right) \\ &+ \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{\partial \phi^*}{\partial z} \\ &= \frac{\partial \phi}{\partial R} \frac{\partial \phi^*}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \frac{\partial \phi^*}{\partial \theta} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{\partial \phi^*}{\partial z} \end{aligned} \quad (4.60)$$

したがって、整理すると

$$\begin{aligned} \overline{F_x} = & -\frac{\rho}{4} \int_{-h}^0 dz \int_0^{2\pi} \left[\frac{\partial \phi_1}{\partial x} \frac{\partial \phi_1^*}{\partial R} + \frac{\partial \phi_1^*}{\partial x} \frac{\partial \phi_1}{\partial R} - \nabla \phi_1 \cdot \nabla \phi_1^* \cos \theta \right] R d\theta \\ & - \frac{\rho \omega^2}{4g} \int_0^{2\pi} [\phi_1 \phi_1^*]_{z=0} R \cos \theta d\theta \\ & - \frac{\rho}{2} \operatorname{Re} \int_{-h}^0 dz \int_0^{2\pi} \left[\frac{\partial \phi_0^*}{\partial x} \frac{\partial \phi_1}{\partial R} + \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \frac{\partial \phi_0^*}{\partial R} - \nabla \phi_0^* \cdot \nabla \phi_1 \cos \theta \right] R d\theta \\ & - \frac{\rho \omega^2}{2g} \operatorname{Re} \int_0^{2\pi} [\phi_0^* \phi_1]_{z=0} R \cos \theta d\theta \end{aligned} \quad (4.61)$$

を得る。ここで ϕ_1, ϕ_0 に(4.55)(4.57)式を代入、

(4.19)(4.20)を考慮し、また R が大なるときに消滅する項を省くと、(4.61)式の1行目 I_1 は

$$I_1 = -\frac{\rho \omega^2 K}{8\pi g} \cdot q \cdot \int_0^{2\pi} |H(\theta)|^2 \cos \theta d\theta \quad (4.62)$$

2行目 I_2 は

$$I_2 = -\frac{\rho \omega^2 K}{8\pi g} \int_0^{2\pi} |H(\theta)|^2 \cos \theta d\theta \quad (4.63)$$

$$\therefore I_1 + I_2 = -\frac{\rho \omega^2 K}{8\pi g} C_h \int_0^{2\pi} |H(\theta)|^2 \cos \theta d\theta \quad (4.64)$$

また、3行目 I_3 は

$$I_3 = \frac{\rho a \omega}{4} \sqrt{\frac{KR}{2\pi}} \operatorname{Re} \int_0^{2\pi} i \left[\begin{aligned} & \cos \beta (1+q) H(\theta) e^{iKR [\cos(\theta-\beta)-1] + i\pi/4} \\ & - \cos \theta (1-q) H(\theta) e^{iKR [\cos(\theta-\beta)-1] + i\pi/4} \end{aligned} \right] d\theta \quad (4.65)$$

4行目 I_4 は

$$I_4 = \frac{\rho a \omega}{2} \sqrt{\frac{KR}{2\pi}} \operatorname{Re} \int_0^{2\pi} i [\cos \theta H(\theta) e^{iKR [\cos(\theta-\beta)-1] + i\pi/4}] d\theta \quad (4.66)$$

$\therefore$

$$\begin{aligned} I_3 + I_4 &= \frac{\rho a \omega}{4} \sqrt{\frac{KR}{2\pi}} C_h \operatorname{Re} (ie^{i\pi/4}) \times \\ & \int_0^{2\pi} [(\cos \beta + \cos \theta) H(\theta) e^{iKR [\cos(\theta-\beta)-1]}] d\theta \end{aligned} \quad (4.67)$$

ここで、積分に(3.141)式に示した stationary phase method を適用すると、

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} [(\cos \beta + \cos \theta) H(\theta) e^{iKR [\cos(\theta-\beta)-1]}] d\theta \\ &= \sqrt{\frac{2\pi}{KR}} \cdot 2 \cos \beta \cdot H(\beta) e^{-i\pi/4} \end{aligned} \quad (4.68)$$

$\therefore$

$$I_3 + I_4 = \frac{\rho a \omega}{2} C_h \cos \beta \operatorname{Re} [iH(\beta)] \quad (4.69)$$

以上により漂流力の表示式が以下の様に得られる。

$$\overline{F_x} = -\frac{\rho\omega^2 K}{8\pi g} C_h \int_0^{2\pi} |H(\theta)|^2 \cos \theta d\theta + \frac{\rho a \omega}{2} C_h \cos \beta \operatorname{Re}[iH(\beta)] \quad (4.70)$$

次に、エネルギー保存則を適用する。付録の (A16) 式によると、浮体になされた仕事の時間平均は以下のように表される。

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= \rho \iint_{\Gamma} \frac{\partial \Phi}{\partial t} v_n dS \\ &\approx \rho \int_{-h}^0 dz \int_0^{2\pi} \left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} \frac{\partial \Phi}{\partial R} \right] R d\theta \end{aligned} \quad (4.71)$$

ここで、積分範囲のうち $z=0 \rightarrow \eta$ の部分は高次であるので省略した。

次に、 $\Phi(t) = \operatorname{Re}[\phi e^{i\omega t}]$, $\frac{\partial \Phi(t)}{\partial t} = \operatorname{Re}[i\omega \phi e^{i\omega t}]$ として、公式(3.4)を適用すると

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\rho}{4} \int_{-h}^0 dz \int_0^{2\pi} \left\{ i\omega \phi \frac{\partial \phi^*}{\partial R} - i\omega \phi^* \frac{\partial \phi}{\partial R} \right\} R d\theta \quad (4.72)$$

前と同様に $\phi = \phi_0 + \phi_1$ とすると、

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= \frac{\rho}{4} \int_{-h}^0 dz \int_0^{2\pi} \left\{ i\omega(\phi_0 + \phi_1) \left(\frac{\partial \phi_0^*}{\partial R} + \frac{\partial \phi_1^*}{\partial R} \right) \right. \\ &\quad \left. - i\omega(\phi_0^* + \phi_1^*) \left(\frac{\partial \phi_0}{\partial R} + \frac{\partial \phi_1}{\partial R} \right) \right\} R d\theta \end{aligned} \quad (4.73)$$

ここで $\phi_0 \times \phi_0^*$ の項は一周積分で消える。

したがって、整理すると

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= -\frac{\rho\omega}{2} \operatorname{Im} \int_{-h}^0 dz \int_0^{2\pi} \phi_1 \frac{\partial \phi_1^*}{\partial R} R d\theta \\ &\quad + \frac{\rho\omega}{2} \operatorname{Im} \int_{-h}^0 dz \int_0^{2\pi} \left(\phi_0^* \frac{\partial \phi_1}{\partial R} - \phi_1 \frac{\partial \phi_0^*}{\partial R} \right) R d\theta \end{aligned} \quad (4.74)$$

ここで(4.55)(4.57)式を代入し、(4.19)式を考慮

すると、(4.74)式の 1 行目 I_1 と 2 行目 I_2 は

$$\begin{aligned} I_1 &= -\frac{\rho\omega}{2} \frac{K^2}{2\pi R} \frac{1}{2K} \frac{\omega^2}{gK} C_h \int_0^{2\pi} |H(\theta)|^2 R d\theta \\ &= -\frac{\rho\omega^3}{8\pi g} C_h \int_0^{2\pi} |H(\theta)|^2 d\theta \end{aligned} \quad (4.75)$$

$$\begin{aligned} I_2 &= -\frac{\rho a \omega^2}{4K} \sqrt{\frac{KR}{2\pi}} C_h \times \\ &\quad \operatorname{Im} e^{i\pi/4} \int_0^{2\pi} [\cos(\theta - \beta) + 1] H(\theta) e^{iKR[\cos(\theta - \beta) - 1]} d\theta \end{aligned} \quad (4.76)$$

ここで、stationary phase method を適用すると、

$$\begin{aligned} &\int_0^{2\pi} [\cos(\theta - \beta) + 1] H(\theta) e^{iKR[\cos(\theta - \beta) - 1]} d\theta \\ &= \sqrt{\frac{2\pi}{KR}} \cdot 2H(\beta) e^{-i\pi/4} \end{aligned} \quad (4.77)$$

∴

$$I_2 = -\frac{\rho a \omega^2}{2K} C_h \operatorname{Im}[H(\beta)] = \frac{\rho a \omega^2}{2K} C_h \operatorname{Re}[iH(\beta)] \quad (4.78)$$

以上により

$$\begin{aligned} \overline{\frac{dE}{dt}} &= -\frac{\rho\omega^3}{8\pi g} C_h \int_0^{2\pi} |H(\theta)|^2 d\theta \\ &\quad + \frac{\rho a \omega^2}{2K} C_h \operatorname{Re}[iH(\beta)] \end{aligned} \quad (4.79)$$

が得られる。これより、

$$\frac{\rho a \omega}{2} C_h \operatorname{Re}[iH(\beta)] = \frac{\rho\omega^2 K}{8\pi g} C_h \int_0^{2\pi} |H(\theta)|^2 d\theta + \frac{\overline{dE/dt}}{(\omega/K)} \quad (4.80)$$

を(4.70)に代入すると

$$\overline{F_x} = \frac{\rho \omega^2 K}{8\pi g} C_h \int_0^{2\pi} (\cos \beta - \cos \theta) |H(\theta)|^2 d\theta + \frac{dE/dt}{(\omega/K)} \cos \beta \quad (4.81)$$

となる。

以上の漂流力、エネルギーの関係式を波高 $a\zeta(\theta)$ で表現してみよう。

$$\phi_{1, x=-\infty} = \sqrt{\frac{K}{2\pi R}} \frac{\cosh K(z+h)}{\cosh Kh} e^{-iKR+i\pi/4} H(\theta) \\ \eta_{x=-\infty} = -\frac{i\omega}{g} \sqrt{\frac{K}{2\pi R}} e^{-iKR+i\pi/4} H(\theta) \equiv a\zeta(\theta) e^{-iKR+i\pi/4} \quad (4.82)$$

より

$$H(\theta) = \frac{iga}{\omega} \sqrt{\frac{2\pi R}{K}} \zeta(\theta) \quad (4.83)$$

この $H(\theta)$ を(4.70)式に代入すると、漂流力は次のように表現できる。

$$\overline{F_x} = -\frac{\rho ga^2 R}{4} C_h \int_0^{2\pi} |\zeta(\theta)|^2 \cos \theta d\theta - \frac{\rho ga^2}{2} \sqrt{\frac{2\pi R}{K}} C_h \cos \beta \operatorname{Re} [\zeta(\beta)] \quad (4.84)$$

エネルギーの関係式(4.79)も同様に、

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{\rho ga^2 \omega R}{4K} C_h \int_0^{2\pi} |\zeta(\theta)|^2 d\theta - \frac{\rho ga^2 \omega}{2K} \sqrt{\frac{2\pi R}{K}} C_h \operatorname{Re} [\zeta(\beta)] \quad (4.85)$$

(4.85)式より

$$-\frac{\rho ga^2}{2} \sqrt{\frac{2\pi R}{K}} C_h \operatorname{Re} [\zeta(\beta)] = \frac{\rho ga^2 R}{4} C_h \int_0^{2\pi} |\zeta(\theta)|^2 d\theta + \frac{dE/dt}{(\omega/K)} \quad (4.86)$$

を(4.84)に代入すると

$$\overline{F_x} = \frac{\rho ga^2 R}{4} C_h \int_0^{2\pi} (\cos \beta - \cos \theta) |\zeta(\theta)|^2 d\theta + \frac{dE/dt}{(\omega/K)} \cos \beta \quad (4.87)$$

と表される。

なお、 y 方向の漂流力 $\overline{F_y}$ も全く同じ手順で

$$\overline{F_y} = \frac{\rho \omega^2 K}{8\pi g} C_h \int_0^{2\pi} (\sin \beta - \sin \theta) |H(\theta)|^2 d\theta + \frac{dE/dt}{(\omega/K)} \sin \beta \quad (4.88)$$

のように得られる。

5. まとめ

浮体に波エネルギー吸収装置を施し、波浪中での動揺により波エネルギーを吸収する際、どのような現象が起きているのか。浮体に働く圧力や力からの考察、浮体周りの波浪場からの考察によって、波エネルギー吸収効率の見積もりを行った。また、系全体に働く漂流力の算定法を示した。

現実の波エネルギー吸収装置の設計にはさまざまな課題があるであろうが、ここで述べた事柄はその検討の基礎になるであろう。

参考文献

- 1) 別所正利：「逆時間ポテンシャルについて」、関西造船協会誌、第159号(1975)
- 2) J.N.Newman:「The Interaction of Stationary Vessels with Regular Waves」11th ONR London (1976)
- 3) D.V.Evans：「A Theory of Wave-Power Absorption by Oscillating Bodies」, J. F.M.,

Vol.77, part1 (1976)

- 4) 前田久明 他：「海洋エネルギーの利用」、第4回海洋工学シンポジウム、日本造船学会(1979)
- 5) 大松重雄：「浮体の動揺理論における流体力の関係について」海技研報告第7巻第1号(2007)
- 6) 柏木 正：「造波理論」、未刊行(1981)

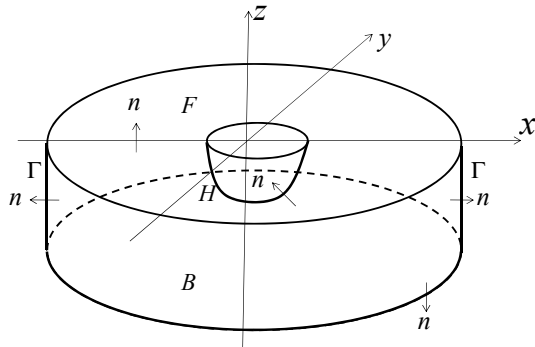
付録

運動量保存則およびエネルギー保存則

ここでは、波エネルギーを吸収している状態での浮体に働く漂流力を導く準備として、浮体を囲む流体領域での運動量保存則およびエネルギー保存則を示しておく。

運動量保存則

付図—1 のように浮体を含む流体領域における運動量を考える。



付図—1 浮体を囲む流体領域と境界面

流体領域を V 、それを囲む境界面を $S = H + F + B + \Gamma$ としよう。領域内の運動量を

$$M_i = \iiint_V \rho v_i dv \quad (\text{A1})$$

とすると、その時間変化率は輸送定理により

$$\frac{dM_i}{dt} = \rho \iiint_V \frac{\partial v_i}{\partial t} dv + \rho \iint_S v_i U_n dS \quad (\text{A2})$$

と表される。ここで U_n は境界面の法線方向移動速度である。流体力学におけるオイラーの運動方程式

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_1 \frac{\partial v_i}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial v_i}{\partial x_2} + v_3 \frac{\partial v_i}{\partial x_3} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} - g \mathbf{k} \quad (\text{A3})$$

より、

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} = -\frac{\partial(p/\rho + gz)}{\partial x_i} - \left[\frac{\partial v_1 v_i}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2 v_i}{\partial x_2} + \frac{\partial v_3 v_i}{\partial x_3} \right] \quad (\text{A4})$$

と書ける。

∴

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial v_1 v_i}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2 v_i}{\partial x_2} + \frac{\partial v_3 v_i}{\partial x_3} \right] &= v_i \left[\frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} + \frac{\partial v_3}{\partial x_3} \right] \\ &+ \left[v_1 \frac{\partial v_i}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial v_i}{\partial x_2} + v_3 \frac{\partial v_i}{\partial x_3} \right] \end{aligned}$$

(右辺第1項は連続の式より0)

そこで、(A4)式を(A2)式に代入し、ガウスの積分定理

$$\iiint_V \frac{df}{dx_i} dv = \iint_S f \cdot n_i dS \quad (\text{A5})$$

を用いると、($v_1 n_1 + v_2 n_2 + v_3 n_3 = v_n$ として)

$$\frac{dM_i}{dt} = -\rho \iint_S \left[\left(\frac{p}{\rho} + gz \right) n_i + v_i (v_n - U_n) \right] dS \quad (\text{A6})$$

を得ることができる。(A4)式からわかるように、水平方向の成分については、 gz の項は考える必要はない。それぞれの境界面においては、

$$\left. \begin{aligned} H : & \quad v_n = U_n \\ F : & \quad v_n = U_n, \quad p = 0 \\ B : & \quad v_n = U_n = 0 \\ \Gamma : & \quad U_n = 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A7})$$

であることを考慮すると

$$\frac{dM_i}{dt} = -\iint_H p n_i dS - \iint_\Gamma (p n_i + \rho v_i v_n) dS \quad (\text{A8})$$

と表される。ここで時間平均をとると

$$\boxed{\iint_H \overline{pn_i} dS = - \iint_\Gamma (\overline{pn_i} + \rho v_i v_n) dS} \quad (\text{A9})$$

これより、浮体に働く力の時間平均すなわち漂流力を求めることができる。

エネルギー保存則

次に、付図—1の領域における流体の持つエネルギーについて考えよう。流体のエネルギーは運動エネルギーと位置のエネルギーの和により

$$E = \iiint_V \rho \left[\frac{1}{2} v^2 + gz \right] dv \quad (\text{A10})$$

この時間変化率は前と同様、輸送定理により

$$\frac{dE}{dt} = \rho \iiint_V \frac{\partial \left[\frac{1}{2} v^2 + gz \right]}{\partial t} dv + \rho \iint_S \left[\frac{1}{2} v^2 + gz \right] U_n dS \quad (\text{A11})$$

ここで Φ を流体の速度ポテンシャルとすると

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{2} v^2 \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{2} \nabla \Phi \cdot \nabla \Phi \right] = \nabla \Phi \cdot \nabla \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \nabla \left(\nabla \Phi \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right) \quad (\text{A12})$$

$$\therefore \nabla \left(\nabla \Phi \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right) = \nabla^2 \Phi \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \nabla \Phi \cdot \nabla \frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

(右辺第1項は連続の式より0)

また、ベルヌーイの定理より

$$\left[\frac{1}{2} v^2 + gz \right] = - \left(\frac{p}{\rho} + \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right) \quad (\text{A13})$$

(A12)(A13)式を(A11)式に代入し、ガウスの積分定理を用いると、

$$\frac{dE}{dt} = \rho \iint_S \left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} v_n - \left(\frac{p}{\rho} + \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right) U_n \right] dS \quad (\text{A14})$$

を得ることができる。

前と同様、それぞれの境界面においては(A7)式が成り立つので、

$$\frac{dE}{dt} = - \iint_H p v_n dS + \rho \iint_\Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial t} v_n dS \quad (\text{A15})$$

と表される。ここで時間平均をとると

$$\boxed{\iint_H \overline{p v_n} dS = \rho \iint_\Gamma \overline{\frac{\partial \Phi}{\partial t} v_n} dS} \quad (\text{A16})$$

この式より、流体が浮体になす仕事を求めることができる。