

ディーゼル噴霧火炎による壁面熱流束の解析手法に関する検討

高木 正英*

Analysis of Wall Heat Flux with Diesel Spray Flame Impingement

by

TAKAGI Masahide*

Abstract

Although fuel conversion for marine engines is crucial for reducing greenhouse gas (GHG) emissions, alternative candidate fuels will likely be more expensive than the current petroleum-based fuels. To reduce the fuel costs, the engine thermal efficiency must be improved. Thus, it is important to have a method for accurately estimating the heat loss to the wall that is not used for engine power. In this report, we investigated a heat flux calculation method for evaluating the wall heat transfer caused by diesel spray flame impingement on the cylinder wall. Temperatures, which are measured values, were used as boundary conditions, and calculation methods were examined for two different boundary conditions. The first uses the surface temperature of the wall and a semi-infinite solid, and the second uses two measured temperatures, the surface and internal temperatures of the wall. An exact solution of the heat conduction equation was obtained using these two conditions. The heat flux was calculated from the differential of wall temperature which is the solution of the equation. The difference in boundary conditions was evaluated in terms of heat flux and heat loss, which is the integrated value of the heat flux. Although the heat flux equations obtained from the two boundary conditions were different, these results were close together by an increase of n in the n th partial sum.

* 環境・動力系

原稿受付 令和5年4月26日

審査日 令和5年6月5日

目 次

記号	48
1. まえがき	50
2. 熱流束算出方法	50
2.1 半無限空間での熱伝導方程式 (Case-1)	50
2.2 二点温度間の熱伝導方程式 (Case-2)	51
2.3 比較検証条件	54
3. 解析検証結果	55
3.1 Case-1, 2 の熱流束解析解の比較	55
3.2 実験条件での検証	56
4. まとめ	58
付録	59
References	61

記 号

A	: 定数 式 (a.4), (a.5)	[-]
a_n	: 式 (2.16) 内関数 式 (2.18)	[-]
$a(t)$: Case-2 での壁表面温度	[K]
$b(t)$: Case-2 での壁内部温度	[K]
d_0	: 噴孔径	[m]
$f(t)$: Case-1 での壁表面温度	[K]
$f(X,t)$: 変数変換された熱伝導方程式の非同次項	[K/s]
g_n	: 式 (2.16) 内関数 式 (2.17)	[s]
H_w	: インジェクタ-壁面間距離	[mm]
$h(X)$: 熱伝導方程式の非同次項の変数 X の関数	[-]
i, j	: 分割された時間区分番号	[-]
K	: 現時間までの時間区分数	[-]
k	: 壁表面温度の時間に対する傾き	[K/s]
L	: 壁表面から壁内部計測点までの距離	[m]
l	: 壁内部温度の時間に対する傾き	[K/s]
m, n	: 総和の繰り返し変数	[-]
P_{mj}	: 燃料噴射圧力	[Pa]
P_a	: 雰囲気圧力	[Pa]
q	: 熱流束	[W/m ²]
S	: 変数変換された温度関係変数	[K]
T	: 温度	[K]
T_a	: 雰囲気温度	[K]
T_n	: 温度関係変数 S の変数 t の関数	[K]
T_{wall0}	: 壁面設定温度	[K]
T_{0k}	: Case-2 での壁表面初期温度	[K]
T_{0l}	: Case-2 での壁内部初期温度	[K]
T_{∞}	: 無限遠方の壁内部温度	[K]
t	: 時間	[s]
t_{dur}	: 燃料噴射時間	[s]

t_z	: 現時間 t の Δt 前の時間	[s]
$u(x)$: Case-2 での壁面内初期温度	[K]
X	: 無次元長さ x/L	[-]
x	: 壁表面から内部方向の長さ	[m]
Y	: 同次偏微分方程式の変数分離された解の関数	[-]
α_w^2	: 温度伝導率, 熱拡散率	[m ² /s]
α_{wL}^2	: 正規化温度伝導率 α_w^2/L^2	[1/s]
Δt	: 温度計測サンプリング時間	[s]
η_0	: 積分計算変数	[-]
λ_w	: 熱伝導率	[W/(m·K)]
τ	: 積分計算用変数	[-]
$\phi(X)$: 変数変換後の初期温度 (Case-2)	[K]
ξ	: 積分計算用変数	[-]
下添字		
0	: 標準状態, 初期状態	[-]

1. まえがき

現在, エンジンに使われている燃料のほとんどは石油系の液体燃料であるが, 昨今の温室効果ガス低減のために燃料の転換が行われようとしている. シナリオ¹⁾の一つとして船用エンジンの場合, 代替燃料に水素, アンモニア等の常温常圧で気体である燃料を用いることが考えられているが, 既存のインフラを使用でき, エンジン自体をそのまま, もしくは部品交換程度で利用できる利点から液体燃料を使用する可能性もある. 液体燃料の候補は, バイオ系, アルコール系, エーテル系燃料などがあるが, 単位質量当たりの発熱量は石油系燃料(軽油)と比べてバイオ系燃料(FAME: Fatty Acid Methyl Ester, 脂肪酸メチルエステル)で85%²⁾, アルコール系, エーテル系燃料になると約半分になる. そのため, 現状のエンジンのまま燃料のみを変更すると, 同一出力を得るためには燃料噴射期間が長期化する. つまり, シリンダ内燃焼室壁面に噴霧火炎が衝突している時間が長くなることから, 燃料ごとのディーゼル火炎の壁面衝突時間と単位時間当たりの衝突熱量による壁面への熱移動量の変化を調べる必要がある. なお, バイオ系燃料では, これまでの報告³⁾によると大きな熱効率の低下は観察されていないが, 更に低い発熱量の場合にはどのようなようになるかも不明で今後の課題となるが, 壁面への熱輸送はエネルギーの有効利用を検討する上で非常に重要である. また, これらの代替燃料は, 石油系燃料に比べて作製過程の複雑さや作製時に供給されるエネルギーから考えると高価なものになることが想定できる. そのため, これまで以上の省エネ化, 熱効率の向上が求められることになり, 壁から奪われる熱量の評価を高精度で行うことは熱のマネージメントの観点から必須の技術になる.

エンジンシリンダ内で生じる燃焼による高温状態から壁面を通じて外部に流れる熱量は熱損失と呼ばれるが, ここでは非定常性を考慮するため, 単位時間, 単位面積当たりの熱量である熱流束を検討対象にする. ディーゼル噴霧火炎の壁面衝突による壁面熱流束 q [W/m²]は, 火炎が衝突した壁表面から内部へ熱が壁面奥行き x 方向の一次元に伝導することを仮定することで位置と時間の関数となる壁温度 $T(x,t)$ から以下の式で算出される.

$$q = -\lambda_w \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} \quad (1.1)$$

λ_w は壁の熱伝導率 [W/(m·K)]であり, 壁表面での温度勾配が必要になるが, 温度を求める時, 境界条件となる計測温度が壁面上の1点の場合と, これに壁内部の計測を加えた2点の場合がある. 火炎衝突壁面の表面, 内部温

度の計測結果は、現象が非定常であることから時系列データになる。これらを境界条件として用いることで、時間の関数となる温度境界条件での一次元非定常熱伝導方程式を解き、壁内部方向に向かう x 方向、時間 t の関数として壁内部の温度が求まる。

熱伝導方程式の初期値、境界値問題として捉えられるこれらの問題は、前述の通り時間変化する温度が境界条件となり、壁表面の 1 点の場合には一端を半無限とした熱伝導方程式になる。1 点の温度境界条件と半無限固体の場合と、2 点の温度境界条件の場合、熱伝導方程式の解法が異なり、得られる解も異なる。1 点の温度境界条件の場合には、一色ら⁸⁾の用いた解析解と境界条件である計測温度を折線で近似することで熱流束を求める手法^{9),10)}が一般的である。一方、2 点の温度境界条件の時には、榎本ら⁴⁾によって提案された数値解法によって求められる近似解である数値解⁵⁾⁻⁷⁾を用いる方法のみが採用されており、厳密解である解析解による検討は行われていない。そこで、より正確な両者の比較評価を行うために、これまで検討例が見当たらない解析解を用いた境界条件の違いによる熱流束解析を行う。これより本報告の目的は、まず 2 点の温度境界条件下でも厳密解である温度の解析解と境界温度の折線近似を用いることで熱流束を求め、異なる境界条件下での熱流束式を比較し、熱流束への影響について調べることとする。

2. 熱流束算出方法

壁面熱流束は、大きく分けて、(1) 壁面と同位置に設置された熱電対によって計測された 1 点の温度（壁表面温度）から算出する方法と、(2) 加えて、壁面から距離 L だけ壁内に埋め込まれた位置に設置された熱電対からの温度（壁内部温度）の 2 点から算出する方法の 2 つがある。ここでは、両者の条件から熱伝導方程式を解くことで厳密解から熱流束を導く。以後、(1)を Case-1、(2)を Case-2 とする。図 1 に解析対象の概念図を示す。

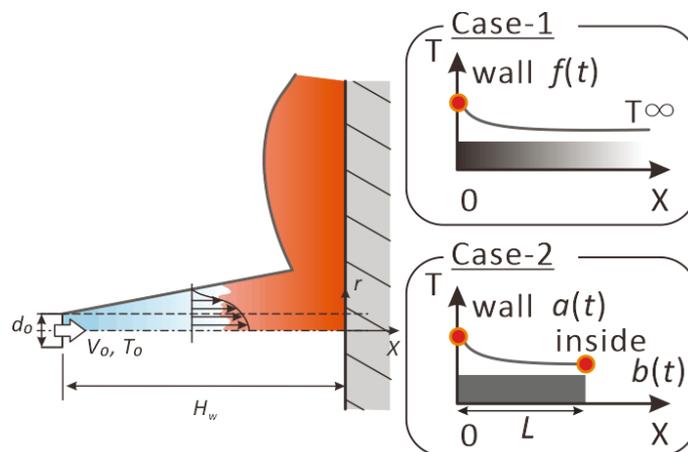


図 1 解析対象の概念図

2.1 半無限空間での熱伝導方程式 (Case-1)

計測値である壁表面温度の時間変化のみを用いて、非定常熱伝導方程式を解く場合、半無限固体を考える。つまり、 $T(\infty, t) = T_\infty$ で一定である。この導出方法は参考文献¹¹⁾に詳述しているため、ここでは概要のみ記す。

一次元の非定常熱伝導を考えて、初期温度は 0 で空間内一定、壁表面の温度が時間の関数とすると、

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_w^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (2.1)$$

$$T(x, 0) = 0 \quad x > 0 \quad (2.2)$$

$$T(0,t) = f(t) \quad t > 0 \quad (2.3)$$

と定式化される．これに変数変換を用いると以下の解が得られる．

$$T(x,t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{x}{2\alpha_w\sqrt{t}}}^{\infty} f\left(t - \frac{x^2}{4\alpha_w^2\eta_0^2}\right) \exp(-\eta_0^2) d\eta_0 \quad (2.4)$$

壁表面温度の時間変化を折線近似にすると誤差関数，第二種不完全ガンマ関数が現れ，熱流束は次式になる．

$$q = \frac{2\lambda_w}{\sqrt{\pi}\alpha_w} \sum_{n=1}^K [(k_n - k_{n-1})\sqrt{t-t_n}] \quad (2.5)$$

2.2 二点温度間の熱伝導方程式 (Case-2)

計測値である壁表面温度と壁内部温度の時間変化を用いた一次元非定常熱伝導方程式は，以下の式になる．

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_w^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (2.6)$$

$$T(x,0) = u(x) \quad x \geq 0 \quad (2.7)$$

$$T(0,t) = a(t) \quad t \geq 0 \quad (2.8)$$

$$T(L,t) = b(t) \quad t \geq 0 \quad (2.9)$$

ここでは，壁表面を $x=0$ ，壁内部計測点を $x=L$ としている．初期温度は，Case-1 とは異なり 0 にはせず定式化を行い，その影響を評価した．この偏微分方程式を解くために，以下の変数変換を行う．

$$T(x,t) = S(x,t) + a(t)\frac{L-x}{L} + b(t)\frac{x}{L} \quad (2.10)$$

$$T(X,t) = S(X,t) + a(t)(1-X) + b(t)X \quad (2.11)$$

変数 x の範囲 $0 \sim L$ を $0 \sim 1$ に無次元化するために $X=x/L$ とした．この変数変換によって式 (2.7) ~ (2.9) の初期，境界条件は以下ようになる．

$$S(X,0) = u(X) - \{a(0)(1-X) + b(0)X\} \equiv \phi(X) \quad 0 \leq X \leq 1 \quad (2.12)$$

$$S(0,t) = 0 \quad t \geq 0 \quad (2.13)$$

$$S(1,t) = 0 \quad t \geq 0 \quad (2.14)$$

同様に，式 (2.6) を T から S に変数変換する．

$$\begin{aligned}\frac{\partial S}{\partial t} &= \frac{\alpha_w^2}{L^2} \frac{\partial^2 S}{\partial X^2} - \left\{ \frac{da(t)}{dt} (1-X) + \frac{db(t)}{dt} X \right\} \\ &= \alpha_{Lw}^2 \frac{\partial^2 S}{\partial X^2} + f_f(X, t)\end{aligned}\quad (2.15)$$

変数変換を行うことで、非同次境界条件を同次境界条件に変更することができた。方程式は未だに非同次項があるため、固有関数展開法により解を求めると、

$$\begin{aligned}S(X, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \exp \left\{ -(n\pi\alpha_{Lw})^2 t \right\} \sin(n\pi X) \right] \\ &\quad + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\sin(n\pi X) \int_0^t \exp \left\{ -(n\pi\alpha_{Lw})^2 (t-\tau) \right\} g_n(\tau) d\tau \right]\end{aligned}\quad (2.16)$$

$$g_n(\tau) = 2 \int_0^1 f_f(X, \tau) \sin(n\pi X) dX \quad (2.17)$$

$$a_n = 2 \int_0^1 \phi(\xi) \sin(n\pi\xi) d\xi \quad (2.18)$$

となる。以上の結果は参考文献¹²⁾にあるが、解法の詳細については参考として付録に示す。

この式のままでは具体的な温度を得ることができないので、式を展開し、求められた解である式(2.16)を元の温度の式に変換した上で、前節2.1と同様に境界条件を折線近似にすることで温度および熱流束を求める。図2に境界条件の折線近似の概念図を示す。温度境界条件の折線近似は以下の式で表される。

$$a(t) = \sum_{i=0}^K (k_i - k_{i-1})(t - t_i) + T_{0k} \quad (2.19)$$

$$b(t) = \sum_{i=0}^K (l_i - l_{i-1})(t - t_i) + T_{0l} \quad (2.20)$$

但し、 $i-1 < 0$ の時は、 $k_{i-1} = l_{i-1} = 0$ とする。これらの式は、ある時間での温度をその時間までの傾きと時間間隔の積の

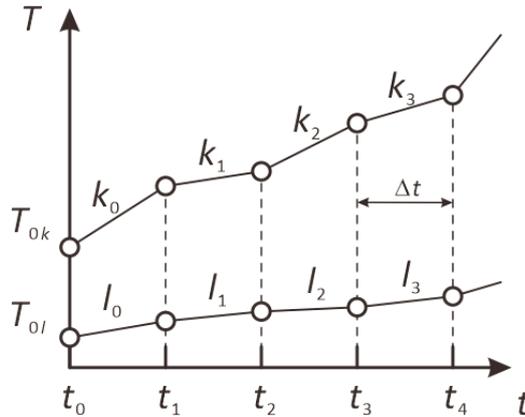


図2 計測された境界条件である温度の折線近似
和として求めている。式(2.12)の初期値は、空間内温度を一定で T_0 とすると、

$$\begin{aligned}\phi(X) &= u(X) - \{a(0)(1-X) + b(0)X\} \\ &= T_0 - \{T_0(1-X) + T_0X\} = 0\end{aligned}\tag{2.21}$$

となる。以上の初期、境界条件から各項を求める。式 (2.15) の変数変換時の非同次となる付加項には、 $a(t)$ 、 $b(t)$ の時間微分があり、境界温度 $a(t)$ 、 $b(t)$ を折線近似としている以上、区分されたサンプリング時間ごとに傾きは変わるため、任意のある区間 j を考えると、

$$\begin{aligned}f_j(X, t) &= -\left\{\frac{da(t)}{dt}(1-X) + \frac{db(t)}{dt}X\right\} \\ &= (k_j - l_j)X - k_j\end{aligned}\tag{2.22}$$

となる。式 (2.18) は、式 (2.21) $\phi(X)=0$ から、

$$a_n = 2 \int_0^1 \phi(\xi) \sin(n\pi\xi) d\xi = 0\tag{2.23}$$

式 (2.17) は、変数を τ から t に書き換えて、

$$\begin{aligned}g_n(t) &= 2 \int_0^1 f_j(X, t) \sin(n\pi X) dX \\ &= 2 \int_0^1 (k_j - l_j)X \sin(n\pi X) dX - 2 \int_0^1 k_j \sin(n\pi X) dX \\ &= \frac{2}{n\pi} \{l_j \cos(n\pi) - k_j\}\end{aligned}\tag{2.24}$$

式 (2.16) 内の積分は、折線近似にしたがって、図 2 に示したように同一の傾きとなる区間ごとに分割する。

$$\begin{aligned}&\int_0^t \exp\left\{-(n\pi\alpha_{Lw})^2(t-\tau)\right\} g_n(\tau) d\tau \\ &= \int_{t_0}^{t_1} + \int_{t_1}^{t_2} + \int_{t_2}^{t_3} + \dots + \int_{t_{L-1}}^t \exp\left\{-(n\pi\alpha_{Lw})^2(t-\tau)\right\} g_n(\tau) d\tau\end{aligned}\tag{2.25}$$

一区間の結果を例示すると、

$$\begin{aligned}&\int_{t_0}^{t_1} \exp\left\{-(n\pi\alpha_{Lw})^2(t-\tau)\right\} g_n(\tau) d\tau \\ &= \frac{2 \left[\exp\left\{(n\pi\alpha_{Lw})^2 \Delta t\right\} - 1 \right]}{n\pi (n\pi\alpha_{Lw})^2} \{l_0 \cos(n\pi) - k_0\} \exp\left\{-(n\pi\alpha_{Lw})^2(t-t_0)\right\}\end{aligned}\tag{2.26}$$

が得られるので、積分区分ごとの総和は以下ようになる。

$$\begin{aligned}
& \int_0^t \exp\left\{-\left(n\pi\alpha_{Lw}\right)^2(t-\tau)\right\} g_n(\tau) d\tau \\
&= \sum_{i=0}^K \frac{2\left[\exp\left\{\left(n\pi\alpha_{Lw}\right)^2\Delta t\right\}-1\right]}{n\pi\left(n\pi\alpha_{Lw}\right)^2} \left\{l_i \cos(n\pi) - k_i\right\} \exp\left\{-\left(n\pi\alpha_{Lw}\right)^2(t-t_i)\right\}
\end{aligned} \tag{2.27}$$

以上をまとめると、式 (2.16) は、

$$\begin{aligned}
S(X,t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\left[\exp\left\{\left(n\pi\alpha_{Lw}\right)^2\Delta t\right\}-1\right]}{n\pi\left(n\pi\alpha_{Lw}\right)^2} \sin(n\pi X) \\
&\quad \sum_{i=0}^K \left\{l_i \cos(n\pi) - k_i\right\} \exp\left\{-\left(n\pi\alpha_{Lw}\right)^2(t-t_i)\right\}
\end{aligned} \tag{2.28}$$

となる。熱流束を求めるために、温度を x で一階微分する。式 (2.11) のように変数変換しているので、

$$\begin{aligned}
\frac{\partial T}{\partial x} &= \frac{\partial X}{\partial x} \frac{\partial}{\partial X} \left[S(X,t) + \{a(t)(1-X) + b(t)X\} \right] \\
&= \frac{1}{L} \frac{\partial S}{\partial X} + \frac{b(t) - a(t)}{L}
\end{aligned} \tag{2.29}$$

したがって、壁面の熱流束は、

$$\begin{aligned}
q &= -\lambda_w \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = -\lambda_w \left. \left\{ \frac{1}{L} \frac{\partial S}{\partial X} + \frac{b(t) - a(t)}{L} \right\} \right|_{X=0} \\
&= -\frac{\lambda_w}{L} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\left[\exp\left\{\left(n\pi\alpha_{Lw}\right)^2\Delta t\right\}-1\right]}{\left(n\pi\alpha_{Lw}\right)^2} \right. \\
&\quad \left. \sum_{i=0}^K \left\{l_i \cos(n\pi) - k_i\right\} \exp\left\{-\left(n\pi\alpha_{Lw}\right)^2(t-t_i)\right\} + \{b(t) - a(t)\} \right]
\end{aligned} \tag{2.30}$$

Case-2 でも壁の初期温度を壁表面、壁内部も含めて均一にすると、 $\{b(0) - a(0)\} = 0$ となるため、Case-1 と同様に熱流束は初期温度の絶対値に関係がなく、境界温度の時間に対する傾きと両端の境界温度の差分に影響を受けることが示された。

2.3 比較検証条件

式 (2.5) と (2.30) のように導かれた熱流束を検証するための実験条件を表 1 に示す。これは、既報¹¹⁾の雰囲気圧力を変更した時の条件である。この実験は急速圧縮装置を用いて行った。この装置は、雰囲気の高圧条件を油圧駆動のピストンによってシリンダ内に密閉された気体を急速に圧縮することで再現する。ピストン直径は 100 mm、ストロークは 120 mm、圧縮終了時に燃料噴射する時の燃焼室は台形型の形状で、燃料噴射弁から壁

面までの距離は 100 mm, 燃焼室の奥行き方向の厚さは 30 mm である. インジェクタ噴孔から噴出する燃料噴霧の中心軸と壁面の交点に同軸型熱電対 (Medtherm 社製 TCS-103-J) を熱電対計測部が壁面と段差がない状態で設置している. 壁面熱流束の計測位置は, 噴霧火炎の中心軸上になるためよどみ点になる. この計測された温度が, Case-1, 2 の式 (2.3), (2.8) に示される境界条件となる壁表面温度 $T(0,t)$ になる. 温度のサンプリング時間 Δt は 0.05 ms であるが, 図 2 に示した折線近似は計測されたデータのサンプリング間を直線で結んでいることになる. 窪山の既往研究¹³⁾において, 壁表面から 7.0 mm の位置での温度を一定とした時の解析結果と, 壁表面から 3.0, 3.5 mm の温度計測結果を比較すると, 両者の結果はほぼ一致した. そのため, ここでは Case-2 に用いる式 (2.20) の壁内部温度 $T(L,t)=b(t)$ は一定とし, $l_i=0$, $b(t)=T_0$, 壁表面からの距離 L は 7.0 mm とした. 以上の仮定を Case-2 の熱流束の式 (2.30) に代入すると, 以下のような式に変形され, これを Case-1 での熱流束と比較対照する.

$$q = -\frac{\lambda_w}{L} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \left[\exp \left\{ (n\pi\alpha_{Lw})^2 \Delta t \right\} - 1 \right]}{(n\pi\alpha_{Lw})^2} \sum_{i=0}^K (-k_i) \exp \left\{ -(n\pi\alpha_{Lw})^2 (t-t_i) \right\} - \sum_{i=0}^K (k_i - k_{i-1})(t-t_i) \right] \quad (2.31)$$

表 1 検証条件

Fuel		CN45 (Hexadecane+1-Methylnaphthalene)
Nozzle diameter	d_0 [mm]	0.2
Ambient temperature	T_a [K]	880
Ambient pressure	P_a [MPa]	4.0, 6.0, 8.0, 10.0
Injection pressure	P_{inj} [MPa]	130
Injection duration	t_{dur} [ms]	7.0
Wall temperature	T_{wall0} [K]	443
Injector to wall distance	H_w [mm]	100

3. 解析検証結果

3.1 Case-1, 2 の熱流束解析解の比較

2 章にて得られた Case-1, 2 の熱流束解析解を再掲する. なお比較のため, Case-2 の記号は Case-1 と合わせた.

Case-1

$$q = \frac{2\lambda_w}{\sqrt{\pi\alpha_w}} \sum_{n=1}^K [(k_n - k_{n-1})\sqrt{t-t_n}] \quad (3.1)$$

Case-2

$$q = -\frac{\lambda_w}{L} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \left[\exp \left\{ (n\pi\alpha_w/L)^2 \Delta t \right\} - 1 \right]}{(n\pi\alpha_w/L)^2} \sum_{i=0}^K (-k_i) \exp \left\{ -(n\pi\alpha_w/L)^2 (t-t_i) \right\} - \sum_{i=0}^K (k_i - k_{i-1})(t-t_i) \right] \quad (3.2)$$

Case-1 と Case-2 の式 (3.1), (3.2) の共通点はほとんどなく, Case-2 の二項目は, 式 (2.19) で示された壁表面温度の初期値 T_{0k} からの増加分であり, また共通項としている λ_w/L と共にすれば式 (2.30) の二項目からもわかるように計測二点間を直線近似した最も単純化した熱流束

$$\frac{\lambda_w}{L} \sum_{i=0}^K (k_i - k_{i-1})(t - t_i) = \frac{\lambda_w}{L} \{b(t) - a(t)\} = \lambda_w \frac{\Delta T}{L} \quad (3.3)$$

となる. 一項目は各時間の傾きと指数関数の積の総和に n に応じた係数を掛けた形で, 温度の次元を持ち, 二項目で求めた単純化された熱流束を補正している形になっている.

式上での共通点は見られないことから, 具体的に熱流束を求め, 両者を比較した. 条件は雰囲気圧力 $P_a=4.0$ MPa の時の温度計測結果を用いた. パラメータとして, 式 (3.2) の n の上限を 50, 100, 200, 1000 と変更した. 結果を図 3 に示す. 図 3 は n の上限値の違いがわかるように, 時間, 熱流束を拡大して表示している. 解析解としての n の理論的上限は ∞ である以上, n の上限値が小さいと精度が低いことは自明であるが, n が増えることで Case-1 の結果に近づいていることがわかる. これから, Case-2 は n の上限値を ∞ に近づけることで Case-1 になると考えられる. また, Case-1 と Case-2 で熱流束の増減の位相, つまり図内の極大, 極小値を取る時間にほとんど差がない. 以上のことから, Case-1 と Case-2 は等しい結果を導くことが推定された. 図 4 に n の上限値を変更した時の熱損失の比較を示す. この熱損失は噴射期間の 2 倍の 14 ms までの熱流束を積算して求めている. Case-2 の n の上限値を増やすことで, 熱損失も Case-1 に近づいていき, Case-1 との誤差は n の上限が 200 で 2.2%, n の上限が 1000 で 0.77% になる.

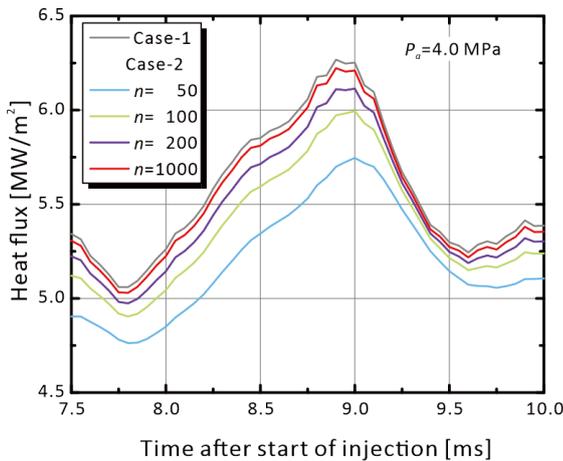


図 3 Case-2 での総和の数 n による熱流束時間変化の比較

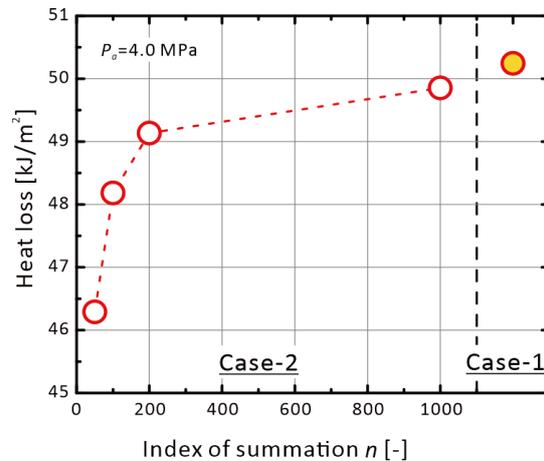


図 4 Case-2 での総和の数 n による熱損失の比較

3.2 実験条件での検証

次に, 図 5 に検証条件を雰囲気圧力 4.0 MPa から 6.0, 8.0, 10.0 MPa に変更した時の結果を示す. Case-2 の n の上限は 200 としている. どの条件でも算出方法による違いはほとんどなく, 全体的な傾向, 極大値, 極小値も一致していることがわかる. また, 図 6 は噴霧火炎の壁面衝突時の熱流束の急上昇を拡大して示している. Case-1, Case-2 とともに, どの雰囲気圧力でも火炎衝突による上昇時期が一致していることがわかる. 図 7 に Case-1, Case-2 の熱損失の比を示しているが, 最大で雰囲気圧力 10.0 MPa の時に約 4% となった. ここで示した熱損失も図 4 と同様に噴射期間の 2 倍の 14 ms までの熱流束を積算している.

以上のように, 雰囲気圧力を変更し, 計測温度の結果を変更して Case-1, Case-2 の比較を行ったが, n の上限が 200 で熱損失が最大 4% の差があることがわかり, 算出方法による熱流束の違いは大きくないことが示された.

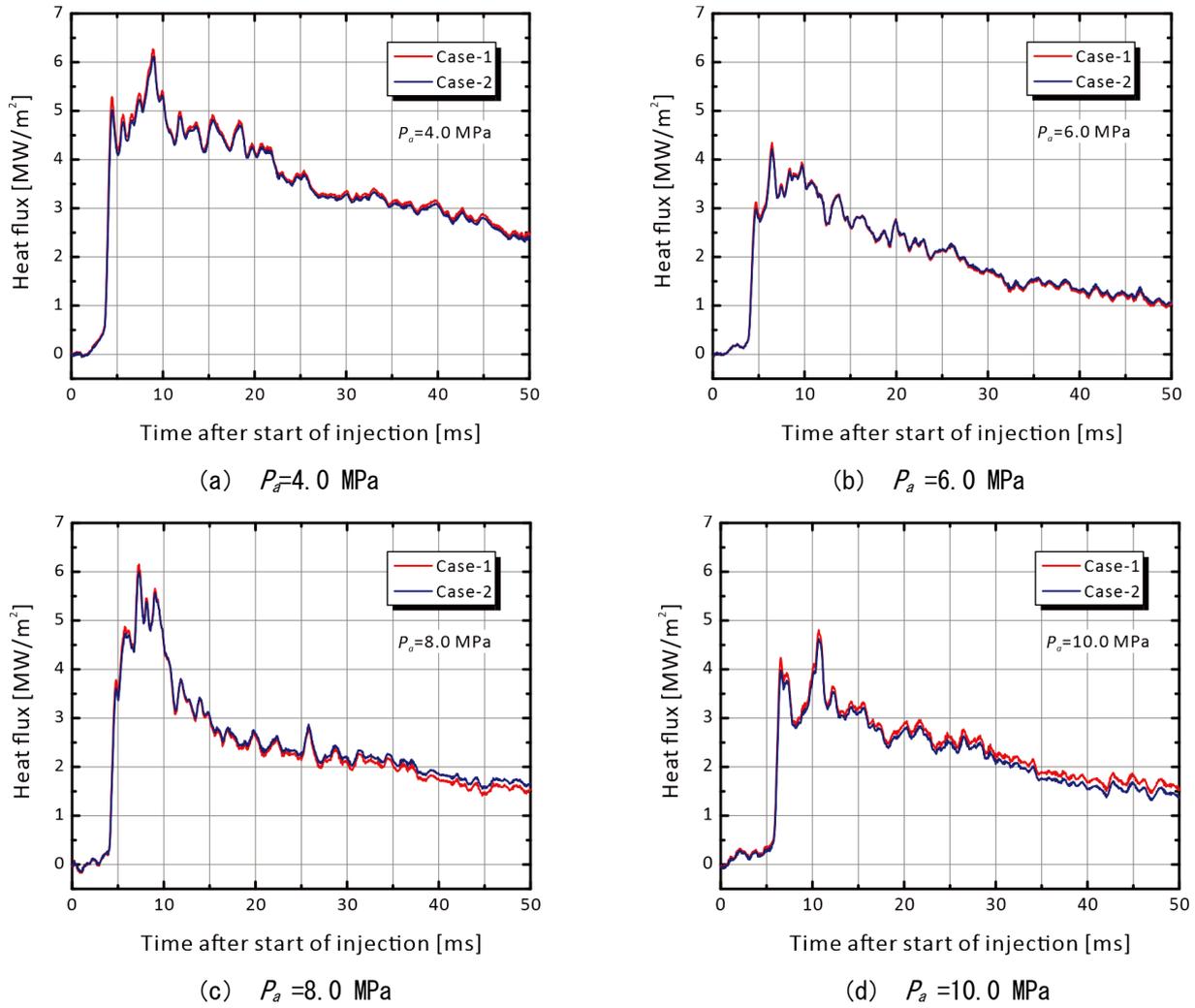


図5 雰囲気圧力変更時の Case-1, 2 での熱流束の比較

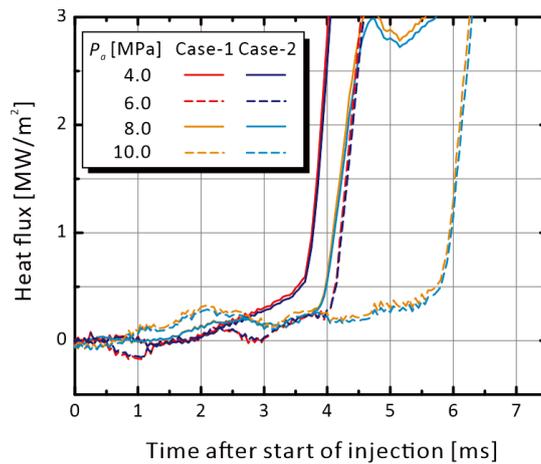


図6 壁面衝突時の熱流束比較

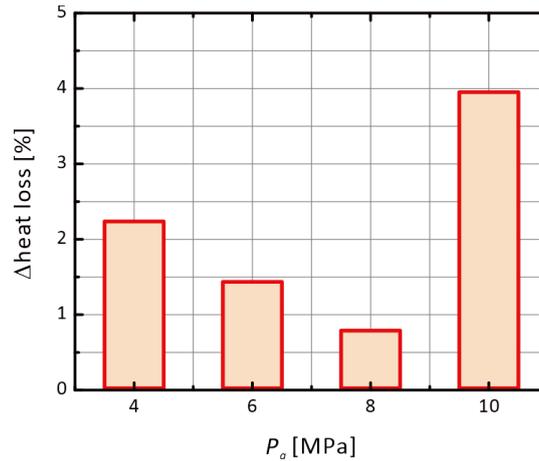


図7 霧囲気圧力による Case-1, 2 の熱損失比較

4. まとめ

ディーゼル噴霧火炎がシリンダ壁面に衝突した時に生じる壁への熱移動を評価するための熱流束算出手法について検討するために、計測値である温度を境界条件とした2つの条件、壁表面温度と半無限固体としたCase-1と、壁表面温度と壁内部温度としたCase-2を対象として、厳密解から熱流束を求め、両者の比較を行い、以下の知見を得た。

- (1) 噴霧火炎の壁面衝突によって時間変化する壁表面温度を計測値として境界条件に用いた上で、サンプリング間隔間を直線で近似することで、Case-1, 2の温度の解析解から熱流束を求めた。なお、Case-2の内部温度を一定としている。

Case-1

$$q = \frac{2\lambda_w}{\sqrt{\pi\alpha_w}} \sum_{n=1}^K [(k_n - k_{n-1})\sqrt{t-t_n}]$$

Case-2

$$q = -\frac{\lambda_w}{L} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \left[\exp\left\{ (n\pi\alpha_w/L)^2 \Delta t \right\} - 1 \right]}{(n\pi\alpha_w/L)^2} \sum_{i=0}^K (-k_i) \exp\left\{ -(n\pi\alpha_w/L)^2 (t-t_i) \right\} - \sum_{i=0}^K (k_i - k_{i-1})(t-t_i) \right]$$

Case-1とCase-2では熱流束の極大値、極小値になる時間が一致すること、Case-2の n の上限値を増加させると両者の熱流束が近づいていくことから、Case-1とCase-2は等しい結果を導くことが推定された。

- (2) 霧囲気圧力を変更した4条件でCase-1, Case-2の比較を行ったが、全体的な傾向、火炎衝突時の熱流束の立ち上がり時期は一致し、熱損失の比較でも最大で4%の差しかなく、算出方法による熱流束の違いは大きくないことがわかった。

付 録

式 (2.15) に示される変数変換された熱伝導方程式は、非同次境界条件を式 (2.13), (2.14) のように同次境界条件に変更できたが、方程式は非同次項があった。この偏微分方程式は、固有関数展開法により解くことができる¹²⁾。方程式と境界条件、初期条件を再掲する。

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \alpha_{Lw}^2 \frac{\partial^2 S}{\partial X^2} + f_f(X, t) \quad (2.15)$$

$$S(X, 0) = u(X) - \{a(0)(1-X) + b(0)X\} \equiv \phi(X) \quad 0 \leq X \leq 1 \quad (2.12)$$

$$S(0, t) = 0 \quad t \geq 0 \quad (2.13)$$

$$S(1, t) = 0 \quad t \geq 0 \quad (2.14)$$

固有関数展開法による解法を以下に示す。

(1) $f_f(X, t)$ を各成分に変数分離する。なお、 $f_f(X, t)$ は物理的には熱が伝導する内部 x にある熱源と考えることができる。

$$\begin{aligned} f_f(X, t) &= g_1(t)h_1(X) + g_2(t)h_2(X) + \dots \\ &= \sum_i g_i(t)h_i(X) \end{aligned} \quad (a.1)$$

このそれぞれの成分 $g_n(t)h_n(X)$ に対応する応答 $S_n(X, t)$ を求める。その結果、解はこれらの総和によって

$$S(X, t) = \sum_i S_n(X, t) \quad (a.2)$$

と書くことができる。 $f_f(X, t)$ をどのように $g_n(t)h_n(X)$ に分解するのだが、 $h_n(X)$ は同次偏微分方程式

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \alpha_{Lw}^2 \frac{\partial^2 S}{\partial X^2} \quad (a.3)$$

を初期条件、境界条件である式 (2.12) ~ (2.14) の下、変数分離された $S(X, t) \equiv Y(X)T(t)$ における $Y(X)$ の解

$$Y(X) = A \sin(n\pi X) \quad (a.4)$$

から、同形の

$$h_n(X) = A \sin(n\pi X) \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (a.5)$$

と仮定する. 元の $f(X,t)$ に代入すれば,

$$f_f(X,t) = g_1(t)\sin(n\pi X) + g_2(t)\sin(2\pi X) + \dots + g_n(t)\sin(n\pi X) + \dots \quad (\text{a.6})$$

になる. 関数 $g_n(t)$ を求めるためには, 両辺に $\sin(m\pi X)$ をかけ, X を $0\sim 1$ で積分する. 下記式 (a.7) の右辺の積分は, $m=n$ の時のみ $X=1$ で $1/2$ になるため,

$$\begin{aligned} \int_0^1 f_f(X,t)\sin(m\pi X)dX &= \sum_{n=1}^{\infty} g_n(t) \int_0^1 \sin(m\pi X)\sin(n\pi X)dX \\ &= \frac{1}{2} g_m(t) \end{aligned} \quad (\text{a.7})$$

と表される. したがって, m を n に変えて,

$$g_n(t) = 2 \int_0^1 f_f(X,t)\sin(n\pi X)dX \quad (\text{a.8})$$

(2) 系内部からの入力 $f(X,t)=g_n(t)h_n(X)$ が (1) で求められたので, この入力への対応 $S_n(X,t)=Y_n(X)T_n(t)$ を求める. (1) のように, $f(X,t)$ を

$$f_f(X,t) = \sum_{n=1}^{\infty} g_n(t)\sin(n\pi X) \quad (\text{a.9})$$

と置き, 個々の成分に応答する $S_n(X,t)=T_n(t)\sin(n\pi X)$ を求める. すなわち, 関数 $T_n(t)$ を探すことになり, これがわかれば,

$$S(X,t) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(t)\sin(n\pi X) \quad (\text{a.10})$$

と書ける. これを用いて解くべき方程式 (2.15), (2.12) の各項を計算すると,

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{dT_n}{dt} \sin(n\pi X), \quad \alpha_{LW}^2 \frac{\partial^2 S}{\partial X^2} = -\alpha_{LW}^2 \sum_{n=1}^{\infty} (n\pi)^2 T_n \sin(n\pi X) \quad (\text{a.11})$$

$$\text{I.C. } \phi(X) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(0)\sin(n\pi X) \quad (\text{a.12})$$

式 (2.13), (2.14) の境界条件は $\sin 0 = \sin(n\pi) = 0$ となり, なくなる. したがって, 式 (a.9), (a.11) を式 (2.15) に代入すれば,

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{dT_n}{dt} + (n\pi\alpha_{LW})^2 T_n - g_n \right] \sin(n\pi X) = 0 \quad (\text{a.13})$$

$\sin(n\pi X) \neq 0$ なので、 t のみの常微分方程式

$$\frac{dT_n}{dt} + (n\pi\alpha_{LW})^2 T_n - g_n = 0 \quad (\text{a.14})$$

が成り立ち、初期条件は、 $g_n(t)$ を求めた式 (a.8) と同様に、式 (a.12) の両辺に $\sin(m\pi X)$ を掛け、 $X=0\sim 1$ で積分すれば、

$$T_n(0) = 2 \int_0^1 \phi(\xi) \sin(n\pi\xi) d\xi \equiv a_n \quad (\text{a.15})$$

式 (a.14) の解は、

$$T_n(t) = a_n \exp\left\{-(n\pi\alpha_{LW})^2 t\right\} + \int_0^t \exp\left\{-(n\pi\alpha_{LW})^2 (t-\tau)\right\} g_n(\tau) d\tau \quad (\text{a.16})$$

となる。元の式 (a.10) に代入すると、

$$S(X, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \exp\left\{-(n\pi\alpha_{LW})^2 t\right\} \sin(n\pi X) \right] + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\sin(n\pi X) \int_0^t \exp\left\{-(n\pi\alpha_{LW})^2 (t-\tau)\right\} g_n(\tau) d\tau \right] \quad (\text{a.17})$$

$$g_n(\tau) = 2 \int_0^1 f_f(X, \tau) \sin(n\pi X) dX \quad (\text{a.18})$$

$$a_n = 2 \int_0^1 \phi(\xi) \sin(n\pi\xi) d\xi \quad (\text{a.19})$$

となり、式 (a.17) ~ (a.19) により、式 (2.16) ~ (2.18) が得られた。

References

- 1) Shipping Zero Emission Project, Toward Achieving Net Zero GHG Emissions from International Shipping by 2050(2022), <https://www.mlit.go.jp/maritime/content/001484436.pdf>.
- 2) Y. Yoshimoto, E. Kinoshita, Applied Technology of Vegetable Oils for Diesel Engines — Use of Biodiesel Fuel —, Journal of the Combustion Society of Japan, 51-156(2009), pp. 121-128.
- 3) E. Kinoshita, R. Hada, T. Makiuchi, R. Zhang, K. Hamasaki : Effects of Unsaturated Fatty Acid Composition on Biodiesel Combustion, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers Series B, 75-756(2009-8), pp. 1699-1705.
- 4) Y. Enomoto, T. Ohya, M. Ishii, K. Enomoto, N. Kitahara : Study on Analysis of Instantaneous Heat Flux flowing into the Combustion Chamber Wall of an Internal Combustion Engine (Examination in the Case of Consideration of Heat

- Storage Term and the Temperature Dependency of the Thermocouple's Thermophysical Properties), Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers Series B, 57-539(1991-7), pp. 2421-2427.
- 5) T. Kuboyama, H. Kosaka, T. Aizawa, Y. Matsui : A Study on Heat Loss in DI Diesel Engines by Using a Rapid Compression and Expansion Machine (1st Report, The Effects of Oxygen Volume Fraction and Density of Ambient Gas on Heat Loss), Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers Series B, 72-721(2006), pp. 2315-2322 .
 - 6) T. Tatsumi, S. Maeda, S. Miyata, Y. Kobashi, K. Kuwahara, E. Matsumura, J. Senda : A Study on the Wall Heat Loss from Diesel Spray Flame -Effects of Injection Pressure on the Heat Flux-, Transactions of Society of Automotive Engineers of Japan, 47-6(2016), pp. 1291-1296.
 - 7) J. Jeong, S. Sato, H. Kosaka : Effects of in-cylinder flow on local heat transfer to chamber wall in diesel combustion, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, 85-875(2019), pp. 1-15.
 - 8) N. Isshiki, N. Nishiwaki, K. Kamijyo, J. Arai, S. Kohara : Effect of flame propagation on wall heat transfer in a combustion chamber, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, 39-328(1973-12), pp. 3760-3770.
 - 9) Y. Nagase, H. Tasaka : Improvement of Heat Flux Measurement on Combustion Chamber of Spark Ignition Engine (Conditions on Combination of Composite Materials in Thin Film Type of Heat Flux Sensor), Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, 73-732(2007-8), pp. 1753-1758.
 - 10) T. Kamimoto, H. Takahashi, H. Kobayashi, S. Matsuoka : Convective Heat Transfer of an Impinging Diesel Flame in a Rapid Compression Machine, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, 49-440(1983-4), pp. 901-908.
 - 11) M. Takagi, Y. Imai, S. Kawauchi : Characteristic Analysis of Impingement Heat Transfer on Diesel Spray Combustion, Papers of National Maritime Research Institute, 21-3(2021), pp.271-314.
 - 12) S. J. Farlow, Partial Differential Equations for Scientists and Engineers, Asakura Publishing Co., Ltd.(1996), pp.13-73.
 - 13) T. Kuboyama, A study on heat loss in DI diesel engines, Ph.D. Thesis, Tokyo Institute of Technology Graduate School of Science and Engineering (2006), Appendix A, pp.128-138.