

過渡的影響を考慮したマイクロバブル流れの数値シミュレーション

知的乱流制御研究センター* 杉山 和靖, 児玉 良明
東京大学 川村 隆文, 高木 周, 松本洋一郎

1. 序論

乱流境界層中にマイクロバブルを添加すると摩擦抵抗が大幅に低下することが知られており, 最大80%もの抵抗低減効果があるとの報告がある(Madavan et al., 1984). マイクロバブルは摩擦抵抗が全抵抗の大部分を占める大型船舶の抵抗低減デバイスとして期待されている. マイクロバブルの摩擦抵抗低減は, McCormick・Bhattacharyya (1973)によって発見されて以来, 多くの実験的研究が行われている. しかし, 最適な気泡発生方法の決定などに不可欠な抵抗低減メカニズムは, ほとんど知られていない. 摩擦抵抗低減メカニズムを解明するには, 気液運動の力学的相互作用を局所的に調べる必要がある. 実験では高い時間・空間解像度の測定技術が要求されるが, 気泡が測定の邪魔となるため限界がある. それに対し, 数値計算は気液の局所的な動力学を踏まえて定式化されており, 数値計算の利用による抵抗低減メカニズムの解明が期待されている.

本研究プロジェクト文部科学省開放的融合研究「乱流制御による新機能熱流体システムの創出」は平成12年に開始されたが, それまでにマイクロバブルによる摩擦抵抗低減の数値計算に成功した例はなかった. 本研究では, チャンネル内流れを対象として数値計算を行ってきた(Kawamura and Kodama, 2001; Sugiyama et al., 2002). 計算では流場が十分に発達し, 統計的定常状態にあることを仮定した. しかしながら, 摩擦抵抗は低減するどころか, むしろ増加し, 失敗に終わっている. マイクロバブルの数値計算は欧米においても盛んとなりつつあるが, 最近, Xu et al.(2002)がForce Coupling 法と呼ばれる計算手法を用いて摩擦抵抗低減のシミュレーションに世界で初めて成功した. Xu et al.は初期の気泡が壁面近傍に集中するという特殊な条件を課して計算を行った. そして, 気泡群が乱流によって分散する際に抵抗低減が起こることを報告している.

本研究ではXu et al.の結果を踏まえ, 摩擦抵抗に

対する気泡の過渡的な分散の影響を解析し, その抵抗低減機構を明らかにすることを目的とする. そのために, 乱流統計量を算出し, 運動量収支を解析する. Xu et al.が行ったような周期境界で時間的に過渡的な計算は, 時間の経過とともに気泡の分布が一樣化するため, 乱流統計量の算出に適さない. そこで, 本研究では長時間の計算により乱流統計量を求めるために, 気泡吹出し領域を考慮し, 下流方向に長い領域を有した空間的に過渡的な計算を行う. 計算手法には微細気泡を含み大規模な密度揺らぎを有する流れの解析に適したE-L(Eulerian-Lagrangian)法(Murai and Matsumoto, 1996)を適用する.

2. 計算方法

支配方程式には, Navier-Stokes方程式を気泡に比べて大きなグリッドを用いて体積平均操作を施した平均化方程式を用いる. この平均化方程式は, 気泡径よりも大きなグリッドスケールでの密度揺らぎを有する流れの解析に適している. 計算手法にはE-L法を用いる. E-L法では液相をグリッド上でオイラー的に解くのに対して, 個々の気泡をラグランジュ的に追跡する. E-L法の短所には高ボイド率での計算が不安定になりやすく, 従来のマイクロバブル流れ実験と同程度の高ボイド率の計算が不可能ということが挙げられる. しかし, E-L法のシミュレーションは, 微量の気泡を添加した際の摂動的な流場の変化を予測することに適していることから, 摩擦抵抗低減メカニズムの解明に有効な情報を得ることが期待できる.

支配方程式は, 以下に示されるように, 気液の体積率保存式, 気液混合体の運動量保存式, 気泡の並進運動方程式, 気液体積率の拘束条件から構成される.

気液の体積率保存式:

$$\frac{\partial f_L}{\partial t} + \nabla \cdot (f_L \mathbf{u}_L) = 0, \quad \frac{\partial f_G}{\partial t} + \nabla \cdot (f_G \mathbf{u}_G) = 0, \quad (1)$$

気液混合体の運動量保存式：

$$\frac{\partial f_L \mathbf{u}_L}{\partial t} + \nabla \cdot (f_L \mathbf{u}_L \mathbf{u}_L) = -\nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u}_L, \quad (2)$$

気泡の並進運動方程式：

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}_G}{dt} &= \mathbf{u}_G, \\ \frac{d\mathbf{u}_G}{dt} &= \frac{1}{St} (\mathbf{u}_L - \mathbf{u}_G) (1 + 0.15 \text{Re}_b^{0.687}) \\ &+ 3 \left[\frac{\partial \mathbf{u}_L}{\partial t} + (\mathbf{u}_L \cdot \nabla) \mathbf{u}_L \right] + \frac{\mathbf{e}_y V_T}{St} \left[1 + 0.15 \left(\frac{dV_T}{\nu} \right)^{0.687} \right], \end{aligned} \quad (3)$$

気液体積率の拘束条件：

$$f_L + f_G = 1, \quad (4)$$

ここで、 f は体積率、 t は時間、 \mathbf{x} は位置ベクトル、 \mathbf{u} は速度ベクトル、 p は圧力、 ν は動粘性係数、 St はストークス数、 Re_b は気泡レイノルズ数、 \mathbf{e}_y は壁面垂直方向の単位ベクトル、 V_T は静止流体中での気泡の終端速度、 d は気泡径を表す。また、下付添字 L, G は、それぞれ、液相、気相を表す。式(3)の定式化には、気泡に働く付加慣性力、抗力、周囲流体の慣性力、浮力を考慮している。

離散化はスタッガード格子を用いて行う。差分精度には空間に対して4次精度中心差分法、時間に対して2次精度 Adams-Bashforth 法を適用する。グリッド上にある液相物理量の気泡位置への補間は5次精度のLagrange内挿法を適用する。

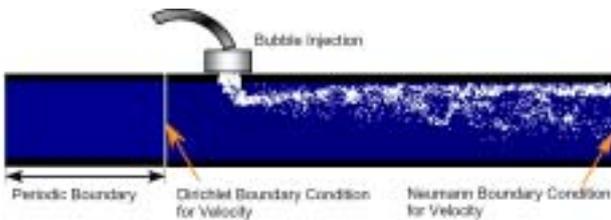


図 1 計算対象の概略図

3. 計算条件

計算対象はチャンネル内の気泡流乱流とする。上壁面からの気泡吹出しを考慮し、空間的に過渡的な流れを3次元計算する。計算対象の概略図を図1に示す。図1に示すように、2つの計算領域に分割して計算を行う。1つは気泡吹出しを含む計算領域の流入速度を取得するための周期境界流れの計算領域である。この周期境界流れの計算領域では、駆動圧力勾配を一定とし、壁面レイノルズ数 $\text{Re}_\tau=150$ とする。また、

領域の大きさ $L_x \times L_y \times L_z = 2\pi h \times 2h \times \pi h$ 、格子点数 $N_x \times N_y \times N_z = 64 \times 64 \times 64$ とする。ここで、 L は長さ、 N は数、 h はチャンネル半幅を表す。また、下付添字 x, y, z は、それぞれ、流れ方向、壁面垂直方向、スパン方向を表す。なお、この計算条件にて本計算コードで乱流場を解いた結果は、Kasagi et al. (1992)が行ったスペクトル法による直接数値計算結果とよく一致することを確認している (Sugiyama et al., 2002参照)。もう1つの計算領域は気泡吹出しを含み、 x 方向に対して周期境界条件ではなく、流入、流出部で、それぞれ、速度のディレクレ、ノイマン条件を課す。気泡吹出し領域での液相速度には滑りなし条件を課す。また、気相速度には、後述するバルクポイド率 f_{G0} から壁面垂直方向速度を求め、ディレクレ条件を課す。気泡吹出しを含む計算領域では駆動圧力は一定とせず、支配方程式を満たすように与える。 f_{G0} を以下のように定義する。

$$f_{G0} = \frac{Q_G}{Q_L + Q_G}, \quad (5)$$

ここで、 Q は流量を表す。気泡吹出し領域は2つの計算領域の境界から $x=0.5\pi h \sim \pi h$ 下流の範囲とする。気泡の条件に関して、気泡径 $d^+=2$ 、ストークス数 $St=0.1$ とする。なお、上付添字 $+$ は viscous unit を用いた無次元数を表す。本研究では f_{G0}, V_T 、全計算領域の大きさ、全格子点数をパラメータとする。計算条件を以下の表に示す。

表 - 1 計算条件

Case	f_{G0} (%)	V_T/u_τ	$L_x \times L_y \times L_z$	$N_x \times N_y \times N_z$
1	0	-	$4\pi h \times 2h \times \pi h$	$128 \times 64 \times 64$
2	0.03	0	$4\pi h \times 2h \times \pi h$	$128 \times 64 \times 64$
3	0.06	0	$4\pi h \times 2h \times \pi h$	$128 \times 64 \times 64$
4	0.15	0	$4\pi h \times 2h \times \pi h$	$128 \times 64 \times 64$
5	0.3	0	$4\pi h \times 2h \times \pi h$	$128 \times 64 \times 64$
6	0.03	0.1	$4\pi h \times 2h \times \pi h$	$128 \times 64 \times 64$
7	0	-	$10\pi h \times 2h \times \pi h$	$320 \times 64 \times 64$
8	0.3	0	$10\pi h \times 2h \times \pi h$	$320 \times 64 \times 64$

ここで、 u_τ は摩擦速度を表す。気泡径や表1に示された f_{G0} は、計算安定性の制限により、典型的なマイクロバブル流れの実験に比べて小さい。統計量算出のサンプリング時間は $t^+=1500$ から 15000 とする。

4. 計算結果

側面から見た典型的な瞬時の気泡分布を図2に示す。計算条件はCase8であり、時刻は気泡吹出し開始後 $t^+=450$ に相当する。図示した領域は2つの計算領域の境界から $x=0 \sim 15h$ の範囲である。図2より、吹出された気泡群が周囲流体の乱流によって分散する様子がわかる。

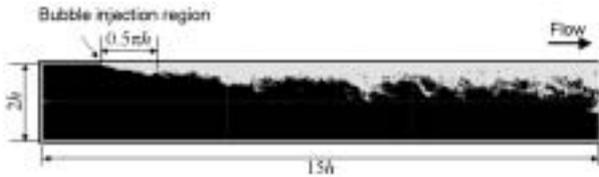


図 - 2 瞬時の気泡分布(case8)

次に壁面摩擦について議論する。摩擦係数 C_f を、以下のように無次元化する。

$$C_f = \frac{2\tau_w L_y^2 L_z^2}{\rho_L Q_L^2}, \quad (6)$$

ここで、 τ_w は壁面上において時間・スパン方向で平均化した摩擦応力、 ρ_L は液相密度を表す。

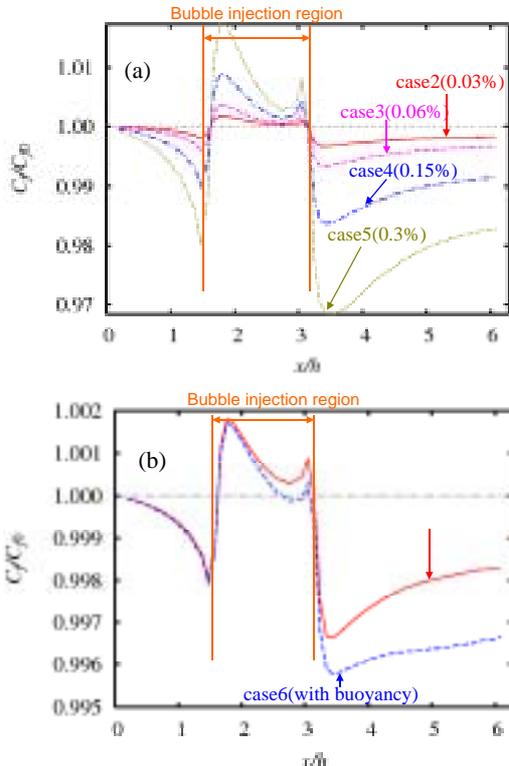


図 - 3 相対摩擦係数分布(case2-6)

図3にcase2～6に対する上壁面での相対摩擦係数 C_f/C_{f0} 分布を示す。ここで、 C_{f0} は気泡がない場合(case1)の C_f に相当する。図中の $x=0$ は2つの計算領域の境

界に相当する。図3(a)(b)より、 C_f/C_{f0} は気泡吹出し領域よりも下流で1以下であり、 C_f が低減することがわかる。この領域は図2に示された気泡群が乱流によって分散する領域である。気泡が過渡的に分散する際に摩擦が減少するという傾向は、本研究よりも大きな気泡を扱ったXu et al.(2002)の結果と定性的に一致する。前述のように、本研究では気泡よりも大きなグリッドを用いて液相の流れを解いているため、気泡界面近傍での気泡径よりも小さな流動構造は解像されていない。本計算によって得られる摩擦抵抗低減は、気泡分散に伴う、グリッドスケールでの密度変化に由来する。気泡分散が摩擦抵抗低減に寄与する機構については後ほど詳細に議論する。なお、気泡吹出し領域では C_f/C_{f0} が1以上となっているが、これは吹出された気泡が液相流体を連行し、壁面近傍が高速化するためと考えられる。

図3(a)より、 f_{G0} が高いほど摩擦抵抗低減効果が大きい。この傾向は、従来の実験結果と同様である。また、本研究で設定した低い f_{G0} の条件では、 $(C_f/C_{f0} - 1)$ が f_{G0} にほぼ比例することを確認した。

図3(b)より、浮力は摩擦抵抗を低減する効果があることがわかる。浮力の影響に関して、気泡が浮上すると、体積率の保存則(式(1))を満たすように液相が下降する。この液相の下降により、壁面近傍の摩擦応力を減らす下向き運動量輸送が生まれ、摩擦抵抗が低下すると考えられる。

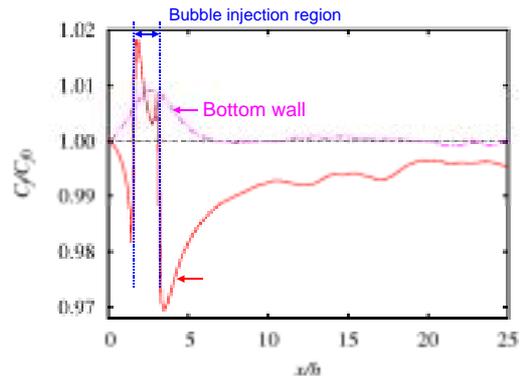


図 - 4 相対摩擦係数分布(case8)

図4に長い計算領域を有するcase8に対する上下壁面での相対摩擦係数 C_f/C_{f0} 分布を示す。ここで、 C_{f0} は気泡がない場合(case7)の C_f に相当する。図4より、上下壁面で気泡吹出し領域では C_f/C_{f0} が1以上となっているが、マイクロバブル(case8)の全摩擦抵抗は単

相流(case7)に比べて小さくなっている．また， C_f/C_{f0} は，気泡吹出し領域の後端付近で最小となり， x が大きくなると1に近づく．このことから，下流ほど摩擦抵抗低減効果が小さくなるのがわかる．ただし，気泡吹出し領域の後端よりも $20h$ 以上も下流において摩擦抵抗低減効果が残っている． $20h$ は，viscous unitの3000倍に相当し，壁面近傍の乱流渦の組織的構造に比べて十分に長い．時間スケールに関して，気泡が $20h$ 進むのに要する時間は，気泡運動の緩和時間の200倍以上に相当する．以上より，乱流渦や気泡の緩和運動に比べて，摩擦抵抗低減が持続する時空間スケールは桁違いに大きい．従って，図3, 4に示された気泡の過渡的分散に伴う摩擦抵抗低減は，乱流渦や気泡の緩和運動からは説明できない．

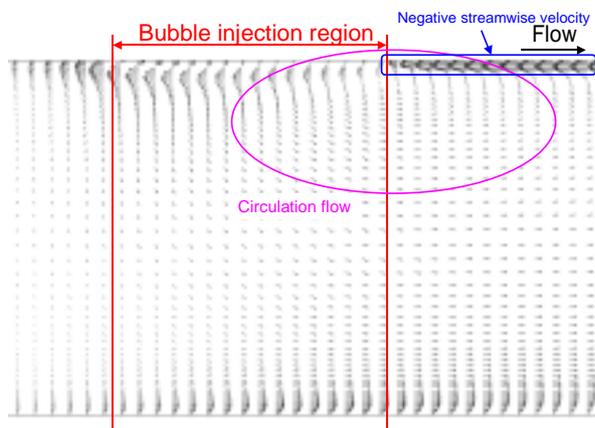


図 - 5 相対速度場

(case12(マイクロバブル流れ) - case11(単相流))

図5に，マイクロバブル流れと単相流の速度分布の差 ($\bar{u}_L|_{\text{bubbly flow}} - \bar{u}_L|_{\text{single phase flow}}$) を示す．ここで，オーバーラインは時間とスパン方向に対する平均操作を表す．図5より，鈍体後流に類似した循環渦が形成していることがわかる．循環渦の高さはチャンネル半幅と同程度であり，乱流渦に比べて十分に長い．壁面付近では流れ方向とは逆の流れができており，このような流れが摩擦抵抗低減に寄与する．乱流渦や気泡の緩和運動から予測される長さよりも抵抗低減効果が長く持続するのは，図5に示されるような大規模な循環渦の形成が原因であると考えられる．

次に運動量の収支を考慮して循環渦が形成する機構について議論する．下壁面を $y=0$ とし，運動量保存式(式(2))を $y=0$ から上方に積分することにより， x, y

方向の応力バランス式は，それぞれ，以下のように求まる．

x 方向の応力バランス式：

$$v \int_0^y \frac{\partial^2 \bar{u}_L}{\partial x^2} dy + v \frac{\partial \bar{u}_L}{\partial y} - \int_0^y \frac{\partial f_L u_L u_L}{\partial x} dy - \overline{f_L u_L v_L} - \int_0^y \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} dy - \tau_w \Big|_{y=0} + 1 = 1 - \frac{y}{h}, \quad (7)$$

y 方向の応力バランス式：

$$v \int_0^y \frac{\partial^2 \bar{v}_L}{\partial x^2} dy + v \frac{\partial \bar{v}_L}{\partial y} - \int_0^y \frac{\partial f_L u_L v_L}{\partial x} dy - \overline{f_L v_L v_L} - \bar{p} = -\bar{p} \Big|_{y=0}, \quad (8)$$

ここで，式(7)(8)は，単相流の摩擦応力でスケールリングされている．上壁面の摩擦抵抗は $y=2h$ での $v \partial \bar{u}_L / \partial y$ に相当する．

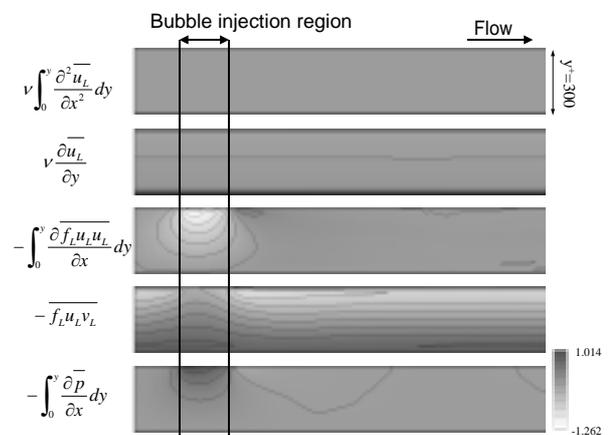


図 - 6 x 方向の応力分布 (式(7))

図6に x 方向の応力バランス式(式(7))の左辺各項の分布を示す．式(7)の左辺第1項は他の項に比べて無視できるほど十分に小さいことを確認したため，以下の議論では考慮しない．本研究では流れ方向に対して過渡的な流れを扱っているため，応力は壁面垂直方向だけではなく流れ方向にも分布している．従って，流れ方向の応力の分布がない十分に発達した乱流に比べて，本研究で扱う過渡的な流れの抵抗低減機構を説明するのは困難である．さらに，本研究では液相だけでなく気相の運動も存在するため，応力バランスが単相流に比べて複雑である．そこで，応力バランス式だけではなく，式(7)の左辺第4項 ($-\overline{f_L u_L v_L}$) に注目し，気泡吹出しによる乱流変調について議論する．この項を，便宜上，二相流のレイノルズ応力と呼ぶ．なお，レイノルズ応力は，単相乱

流での摩擦抵抗を説明する上で重要である．二相流のレイノルズ応力は，以下のように平均成分と変動成分に分解できる．

$$-\overline{f_L u_L v_L} = \overline{f_L \overline{u_L} \overline{v_L}} - \overline{f_L u_L' v_L'} \quad (9)$$

吹出し・吸込みのない十分に発達した单相乱流の場合，壁面垂直速度 $\overline{v_L}$ が0であるため，レイノルズ応力の平均成分は0である．それに対して，本研究で扱う流れの場合，過渡的であるため $\overline{v_L}$ は必ずしも0でなく，レイノルズ応力の平均成分は必ずしも0とならない．

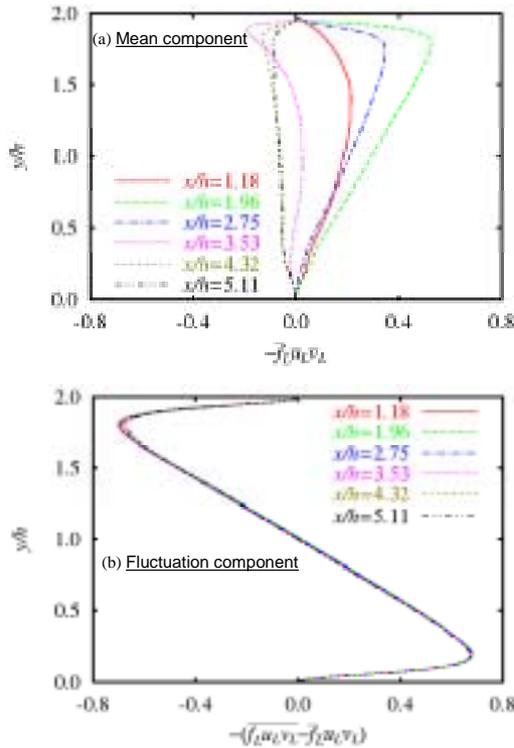


図 - 7 $(-\overline{f_L u_L v_L})$ の平均成分，変動成分の分布 ($x/h=1.18, 1.96, 2.75, 3.53, 4.32, 5.11$)

図7に様々な x 位置における二相流のレイノルズの平均成分，変動成分の分布を示す．図7より，平均成分の分布は x によって変化するのに対して，変動成分の分布は x にほとんど依存しない．このことは，乱流構造の変化が小さいことを意味している．従って，図6に示される二相流のレイノルズ応力の流れ方向に対する主な変化は，壁面垂直速度が非ゼロとなり，二相流のレイノルズ応力の平均成分が変化することによってもたらされる．式(1)(4)より，壁面垂直速度は以下のように近似できる．

$$\overline{v_L} \approx -\frac{1}{(1-f_G)} \int_0^y \frac{\partial(1-f_G)\overline{u_L}}{\partial x} dy, \quad (10)$$

式(10)より壁面垂直速度はポイド率分布 $\overline{f_G}$ によって決まることがわかる．上述のように乱流変動自身は小さいが，ポイド率分布は気泡の分散をもたらす乱流の影響を強く受ける．壁面垂直速度 $\overline{v_L}$ の最大値は摩擦速度 u_τ の0.04倍以下であるため，平均速度の変調はバルク速度に比べて無視できるほどに小さい．しかし，二相流のレイノルズ応力の変調は平均成分が変動成分と同程度と見積もられ，摩擦抵抗の変化に貢献すると考えられる．

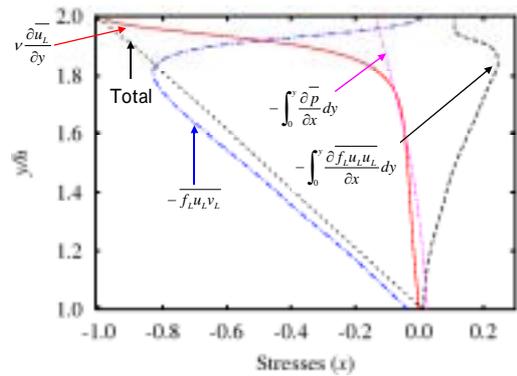


図 - 8 気泡吹出し領域の後端から $0.79h$ 下流での x 方向の応力分布 (式(7))

応力バランスを定量的に議論するために，応力の各成分の分布を図8に示す．図8の x 位置は抵抗低減効果が最大となる位置であり，気泡吹出し領域の後端から $0.79h$ 下流に相当する． $y=2h$ で二相流のレイノルズ応力が0であることを考慮すると，上壁面 ($y=2h$) での摩擦抵抗 $v \partial \overline{u_L} / \partial y$ は，式(7)の左辺第3, 5, 6項との釣り合いによって決まる．図8より， $y=2h$ での $-\int_0^y \overline{dp} / \partial x \cdot dy$ は負値であるのに対して， $-\int_0^y \overline{\partial f_L u_L v_L} / \partial x \cdot dy$ は正值である．応力の釣り合いを考えると，圧力を含む項が摩擦抵抗低減に寄与している．すなわち，気泡吹出しによって壁面付近の圧力勾配の大きさが減少することが摩擦抵抗低減をもたらすことが示唆される．

次に圧力分布の変調について考えるため，図9に y 方向の応力バランス式(式(8))の左辺各項の分布を示す．粘性項(式(8)の左辺第1, 2項)は他の項に比べて無視できるほど十分に小さいことを確認した．また， $(-\overline{f_L v_L v_L})$ (式(8)の左辺第4項)は x 方向に対してほとんど変化しないことを確認した．従って，気

泡吹出しに伴う圧力の変調は主に、レイノルズ応力の積分として記述される式(8)の左辺第3項に影響を受けている。すなわち、二相流のレイノルズ応力分布は、 x 方向だけではなく y 方向の応力バランスにも重要である。単相流では圧力勾配はレイノルズ応力の影響を受けないこと、また、レイノルズ応力の変動成分の変調が小さいことを考慮すると、摩擦抵抗低減をもたらす壁面付近での圧力勾配低下は二相流のレイノルズ応力の平均成分の変調が原因である。従って、気泡分布の大局的な変化が、図5に示した相対速度場の大規模な循環渦形成をもたらす、摩擦抵抗低減に大きく寄与すると考えられる。

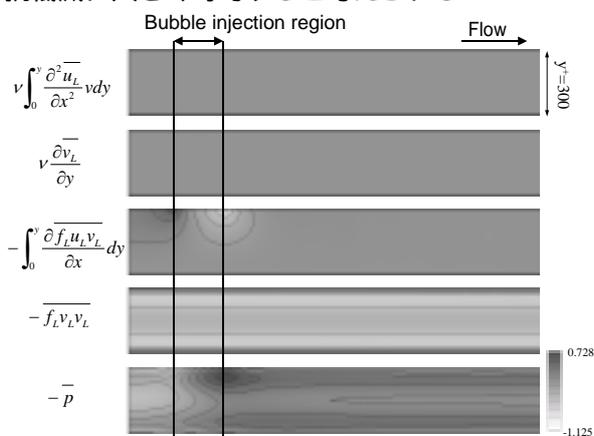


図 - 9 y 方向の応力分布 (式(8))

5 . 結論

本研究では、チャンネル乱流中の気泡吹出しを伴う過渡的なマイクロバブルの流れを対象として、Eulerian-Lagrangian法による数値解析を行った。その結果、Xu et al.(2002)の数値計算と同様に、気泡が乱流によって分散する際に、摩擦抵抗が減少することを確認した。また、気泡吹出し量が高いほど抵抗低減効果が大きくなること、浮力に抵抗を下げる効果があることを計算によって得た。長い計算領域を有する条件(case8)より、摩擦抵抗低減効果がチャンネル半幅の20倍以上持続することを確認した。また、流れ方向、壁面垂直方向の応力バランスを調査し、気泡分布の大局的な変化が摩擦抵抗低減に大きく寄与することを確認した。

今後は、過渡的な気泡群分散過程と摩擦抵抗の関係をより詳細に明らかにするため、ポイド率や気泡径などをパラメータとして調査する。また、本研究

では、過渡的な影響に着目して解析を行ったが、十分に発達した流れにおいても摩擦抵抗の低減が実験的に観測されている。従って、Front Tracking法など変形気泡が扱える直接数値シミュレーションにより、レイノルズ数、気泡変形、気泡径・乱流渦比など、過渡の効果以外の要因について調査することも必要である。

謝 辞

本研究は文部科学省（開放的融合研究「乱流制御による新機能熱流体システムの創出」）の支援を受けて行われた。ここに謝意を表す。

文 献

- Kasagi, N., Tomita, Y. and Kuroda, A. (1992) Direct numerical simulation of passive scalar field in a turbulent channel flow, *Trans. ASME J. Heat Transf.*, **114**, 598-606.
- Kawamura, T. and Kodama, Y. (2001) Direct numerical simulation of wall turbulence with bubbles, *Prod. of 2nd Symp. on Smart Control of Turbulence*, (Sanjo Conference Hall, The Univ. of Tokyo), 135-143.
- Madavan, N.K., Deutsch, S. and Merkle, C.L. (1984) Reduction of turbulent skin friction by microbubbles, *Phys. Fluids.*, **27**, 356-363.
- McCormick, M.E. and Bhattacharyya, R. (1973) Drag reduction of a submersible hull by electrolysis, *Naval Engineers J.*, **85**, 11-16.
- Murai, Y. and Matsumoto, Y. (1996) Numerical simulation of turbulent bubbly plumes using Eulerian-Lagrangian bubbly flow model equations, *Proc. of ASME FED*, FED236, 67-74.
- Sugiyama, K., Kawamura, T., Takagi, S. and Matsumoto, Y. (2002) Numerical simulation on drag reduction mechanism by microbubbles, *Prod. of 3rd Symp. on Smart Control of Turbulence*, (Sanjo Conference Hall, The Univ. of Tokyo), 129-138.
- Xu, J., Maxey, M.R. and Karniadakis, G.E. (2002) DNS of turbulent drag reduction using micro-bubbles, *J. Fluid Mech.* **468**, 271-281.