22　砕氷航行時の船体運動の数値シミュレーション

氷海技術部　　小山鴻一

1．はじめに

氷海域を砕氷航行する船舶の航行性能を、数値計算によって調べるツールがあると便利である。その様なツールが出来ると以下に示すような効用が考えられる。まず、氷海水槽で模型試験が不可能な旋回性能等の広範囲の性能把握が可能となる。また、氷水槽試験に比べ氷中航行性能の推定の効率が格段に高い。この様なツールが出来れば、氷海船舶の船型開発に活用できる。更に、このツールによって氷水槽試験データの蓄積が出来る。また、砕氷航行の現象把握の助けとなる。

本論においては、砕氷航行時の船体運動の数値シミュレーションの方法を提案し、それによる計算結果の例を示す。

2．船体の運動方程式

船体を剛体とみなし、その運動方程式をたてると、重心の運動の方程式（運動量変化は外力に等しい）

$$m\frac{d^2\vec{r}_G}{dt^2}=\vec{F} \tag{2.1}$$

と1点のまわりのモーメントに関する方程式（角運動量変化は外力モーメントに等しい）

$$\frac{d\vec{b}}{dt}=\vec{M} \tag{2.2}$$

となる。ここに

m	：剛体の質量
$\vec{r}_G$	：剛体の重心の位置
$\vec{F}$	：剛体に働く外力
$\vec{b}$	：剛体の角運動量
$\vec{M}$	：剛体に働く力のモーメント
t	：時間

である。

上記2式は慣性系に対するものである。これらを重心系（重心とともに運動する座標系）に対するものに変換する。剛体に固定した座標系を$O-\xi\eta\zeta$とし、慣性系座標系$O-xyz$に対して角速度$\vec{\omega}$で運動しているものとする。即ち速度を$\vec{v}$として

$$\vec{v}_i=\vec{\omega}\times\vec{r}_i \tag{2.3}$$

である。また座標系$O-\xi\eta\zeta$の原点を重心に一致させる。

このとき（2.2）式は変換されて、オイラーの運動方程式

$$\begin{aligned}
I_1\frac{d\omega_\xi}{dt}-(I_2-I_3)\omega_\eta\omega_\zeta&=M_\xi\\
I_2\frac{d\omega_\eta}{dt}-(I_3-I_1)\omega_\zeta\omega_\xi&=M_\eta\\
I_3\frac{d\omega_\zeta}{dt}-(I_1-I_2)\omega_\xi\omega_\eta&=M_\zeta
\end{aligned} \tag{2.4}$$

となる［1］。ただし、座標軸ξ,η,ζを慣性の主軸の方向に取り、I_1,I_2,I_3をξ,η,ζ方向の主慣性モーメントとしている。

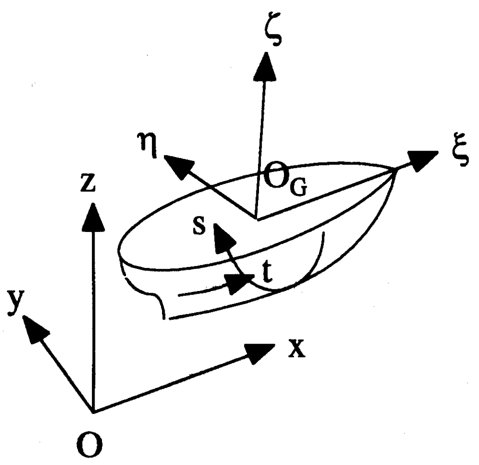
一方、（2.1）式を剛体固定座標系による運動方程式に変換すると

$$m\left(\frac{d'\vec{v}_G}{dt}+\vec{\omega}\times\vec{v}_G\right)=\vec{F} \tag{2.5}$$

となる。

3．座標系

図の様に、空間固定座標系を$O-xyz$とし、船体に固定した座標系を$O_G-\xi\eta\zeta$とする。



$O-xyz$座標軸は、それを平行移動し、その原点を$O_G-\xi\eta\zeta$座標軸の原点に一致させ、しかる後に座標軸を回転することにより、座標軸$O_G-\xi\eta\zeta$に一致させることが出来る。この回転の角は、Eulerの角と呼ばれる [1] [2]。

本論におけるEulerの角θ,ψ,ϕの取り方は、次の様にしてx,y,z座標系からξ,η,ζ座標系へ移す。まずz軸の回りにθだけ回転し、x軸z軸ξ軸が同一平面になるようにする。次に新しいy軸の回りにψだけ回転し、x軸をξ軸に一致させる。最後に新しいx軸（ξ軸）の回りにϕだけ回転し、y,z軸をη,ζ軸に一致させる。これらの三つの回転の結果は

$$\begin{pmatrix}\xi\\ \eta\\ \zeta\end{pmatrix}=\Gamma\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}\quad,\quad \Gamma=\begin{bmatrix}\gamma_{11} & \gamma_{12} & \gamma_{13}\\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \gamma_{23}\\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33}\end{bmatrix}\qquad(3.1)$$

$$\begin{aligned}
\gamma_{11}&=\cos\theta\cos\psi\\
\gamma_{21}&=\cos\theta\sin\psi\sin\phi-\sin\theta\cos\phi\\
\gamma_{31}&=\cos\theta\sin\psi\cos\phi+\sin\theta\sin\phi\\
\gamma_{12}&=\sin\theta\cos\psi\\
\gamma_{22}&=\sin\theta\sin\psi\sin\phi+\cos\theta\cos\phi\\
\gamma_{32}&=\sin\theta\sin\psi\cos\phi-\cos\theta\sin\phi\\
\gamma_{13}&=-\sin\psi\\
\gamma_{23}&=\cos\psi\sin\phi\\
\gamma_{33}&=\cos\psi\cos\phi
\end{aligned}\qquad(3.2)$$

である。このEulerの角を用いると両座標の変換は自在に行える。例えば、回転角速度のξ,η,ζ成分は

$$\begin{aligned}
\omega_\xi&=-\dot\theta\sin\psi+\dot\phi\\
\omega_\eta&=\dot\theta\cos\psi\sin\phi+\dot\psi\cos\phi\\
\omega_\zeta&=-\dot\psi\sin\phi+\dot\theta\cos\psi\cos\phi
\end{aligned}\qquad(3.3)$$

となる。

4. 方程式の数値解法

我々の場合は、空間座標系に対する船体重心点の座標を (2.1) により計算する。同時に船体の姿勢即ち重心固定座標軸回りの回転角を (2.4) により計算する。これらを連立の常微分方程式として解くことになるが、いずれも速度vあるいは角速度ωの1階常微分方程式

$$\frac{dv}{dt}=f(t,v)\qquad(4.1)$$

の形を取っている。

この問題を、時系列の逐次計算により解くこととする。数値計算法としては2次のRunge-Kutta法を採用した [3]。

5. 外力

方程式 (2.1) (2.4) の右辺は船体に働く外力から計算されるが、計算に取り入れた外力は、船体の重力、浮力、推進器の推力、船体流体抵抗、そして、氷

から受ける氷力である。

6. 氷板との接触による力

船体と氷板の或接触点を考え、その点近傍の氷板の部分が破壊されて氷片となり船底に流れ込むものとする。この点における船体表面に対する単位法線ベクトルを$\vec{n}$、単位接線ベクトルを$\vec{t}$とする。このとき、氷板から船体に働く力は

$$\vec{F} = F_N\vec{n} + F_T\vec{t} \tag{6.1}$$

と表される。氷と船体の摩擦係数をμとすると

$$\begin{aligned} F_T &= \mu F_N \\ \vec{F} &= F_N(\vec{n} + \mu\vec{t}) \end{aligned} \tag{6.2}$$

となる。この力を空間座標x,y,zの各座標軸成分に分解すると

$$\begin{aligned} F_x &= F_N(\vec{n}\cdot\vec{i}) + F_T(\vec{t}\cdot\vec{i}) \\ F_y &= F_N(\vec{n}\cdot\vec{j}) + F_T(\vec{t}\cdot\vec{j}) \\ F_z &= F_N(\vec{n}\cdot\vec{k}) + F_T(\vec{t}\cdot\vec{k}) \end{aligned} \tag{6.3}$$

となる。ここに、$\vec{i},\vec{j},\vec{k}$はx,y,z軸方向の単位ベクトルであり、z軸は鉛直上方を向いている。$\vec{F}$の反力$-\vec{F}$が船体から氷板に働く力となるが、氷板が曲げ破壊の場合F_zの反力のみを取り上げればよい。ここでF_x,F_yのF_zに対する比を取ってC_x,C_yを定義しておく。

$$C_x = \frac{F_x}{F_z} = \frac{(\vec{n}\cdot\vec{i}) + \mu(\vec{t}\cdot\vec{i})}{(\vec{n}\cdot\vec{k}) + \mu(\vec{t}\cdot\vec{k})} \tag{6.4}$$

$$C_y = \frac{F_y}{F_z} = \frac{(\vec{n}\cdot\vec{j}) + \mu(\vec{t}\cdot\vec{j})}{(\vec{n}\cdot\vec{k}) + \mu(\vec{t}\cdot\vec{k})} \tag{6.5}$$

ここでC_xは、文献 [4] において船型依存係数と呼んだものであり、船体抵抗と砕氷力をつなぐ係数である。

つぎに、氷板は船体から$\vec{F}$の反作用の力$-\vec{F}$を受ける。ここでは曲げ破壊による砕氷を考え、氷板に働く力を$-\vec{F}$にかえて

$$-F_z\vec{k} = -F_N\left\{(\vec{n}\cdot\vec{k}) + \mu(\vec{t}\cdot\vec{k})\right\}\vec{k} \tag{6.6}$$

とする。つぎにこの力がつぎの3つの成分で構成されると考える。

$$F_z = F_B + F_V + F_S \tag{6.7}$$

ここに

F_B：氷板を破壊することによる力

F_V：氷片を運動させることによる力

F_S：氷片の浮力による力

である。つぎに、これらの各々の力について順次示す。

7. 氷板の曲げ破壊による力 F_B

片持ち梁理論により計算する。梁理論によると曲げによる最大応力σは

$$\sigma = \frac{M\cdot h/2}{I}, \quad M = F_{V1}L, \quad I = \frac{Bh^3}{12} \tag{7.1}$$

で与えられる。ここに氷厚をh、氷幅をB、氷長をL、最大鉛直荷重をF_{V1}としている。この関係から氷板端における最大鉛直荷重F_{V1}は

$$F_{V1} = \frac{\sigma Bh^2}{6L} \tag{7.2}$$

となる。

つぎに氷板端における最大撓みδ_1は弾性係数をEとして

$$\delta_1 = \frac{F_{V1}L^3}{3EI} = \frac{2\sigma L^2}{3Eh} \tag{7.3}$$

となる。

これらから歪みエネルギーε_Bは

$$\varepsilon_B = \int_0^{\delta_1} F dz = \frac{1}{2}F_{V1}\delta_1 = \frac{1}{18}\frac{\sigma}{E}\sigma BhL \tag{7.4}$$

となる。

以上から、氷板を曲げ破壊することによる鉛直方

向の力 F_B は

$$F_B = function(t, F_{V1}) \tag{7.5}$$

と与えられ、その x,y 方向成分は (6.4) (6.5) を用いて

$$\begin{aligned} F_{Bx} &= C_x F_B \\ F_{By} &= C_y F_B \end{aligned} \tag{7.6}$$

で与えられる。

これらにより接触点における力が与えられるので、船体運動方程式に寄与する力とモーメントを計算することが出来る。

一方立場を変えて、船体運動を無視して、砕氷歪みエネルギー ε_B が総て船体抵抗として働くとすると

$$R_B L = \varepsilon_B \quad \therefore \quad R_B = \frac{1}{18}\frac{\sigma}{E}\sigma Bh \tag{7.7}$$

前報[5]においてはこの値が実験値に合わないことから、Enkvist にならって

$$R_B = 5.8\frac{\sigma}{E}\sigma Bh \tag{7.8}$$

とした。

(7.7) を精密化して、上下運動分を考慮に入れる (エネルギーの加算) と

$$F_{Bz}\delta_1 - F_{Bx}L = \varepsilon_B \tag{7.9}$$

従って

$$F_{Bz} = \frac{1}{\delta_1 / L - C_x}\frac{\varepsilon_B}{L} \tag{7.10}$$

$$F_{Bx} = \frac{C_x}{\delta_1 / L - C_x}\frac{\varepsilon_B}{L} \tag{7.11}$$

が得られる (F_{Bx}, C_x が負であることに注意)。

後述の数値計算には、(7.10) (7.11) ではなく (7.5) (7.6) を用いた。

8. 氷片を運動させることによる力 F_V

氷片の運動エネルギーは

$$\varepsilon_V = \frac{1}{2}(M + M_a)V^2 + \frac{2}{2}(I + I_a)\omega^2 \tag{8.1}$$

$$\begin{aligned} V &= U\tan\alpha \\ \omega &= \alpha' / (L/U) \end{aligned} \tag{8.2}$$

で与えられる。ここに U は前進速度、V は鉛直沈下速度、ω は回転角速度であり、α, α' は船体形状から与えられる。また、M, I は氷片の質量及び慣性モーメント、M_a, I_a は氷片の付加質量及び付加慣性モーメントであり、文献 [5] の式で計算した。

このエネルギーが氷片と船体との接触力により生じたと考えると両エネルギーを考慮して

$$F_{Vz}L\sin\alpha - F_{Vx}L = \varepsilon_V \tag{8.3}$$

である。この式から

$$F_{Vz} = \frac{\varepsilon_V}{L\sin\alpha - LC_x} = \frac{1}{\sin\alpha - C_x}\frac{\varepsilon_V}{L} \tag{8.4}$$

$$F_{Vx} = C_x F_{Vz} \tag{8.5}$$

$$F_{Vy} = C_y F_{Vz} \tag{8.6}$$

となる。

9. 氷片の浮力による力 F_S

鉛直方向の力 F_{Sz} は浮力に抗する力であるから、この力は氷片の質量に対応して船体外板に沿って面に働くと考えるべきである。

$$F_{Sz} = \int g(\rho_w - \rho_i)h\,dS = g(\rho_w - \rho_i)h\int dS \tag{9.1}$$

と書くと

$$F_{Sx} = g(\rho_w - \rho_i)h\int C_x dS \tag{9.2}$$

$$F_{Sy} = g(\rho_w - \rho_i)h\int C_y dS \tag{9.3}$$

である。

一方大局的に見るなら、浮力に抗するポテンシャルエネルギーを考える。単位時間に船底に流入する氷片の体積は hBU であり、これを沈める力は

$$g(\rho_w - \rho_i)hBU \tag{9.4}$$

これを深さ d まで沈める仕事は

$$\varepsilon_S = g(\rho_w - \rho_i)hBUd \tag{9.5}$$

となる。

船体は単位時間に U 進むから、このエネルギーが

総て船体抵抗により消耗されるとするなら、その間に受ける力（抵抗）は

$$F_{Sx} = -\varepsilon_S / U = -g(\rho_w - \rho_i)hBd \tag{9.6}$$

となる。

更に厳密に船体上下運動も考慮に入れると

$$F_{Sz}V - F_{Sx}U = \varepsilon_S \tag{9.7}$$

従って

$$F_{Sz} = \frac{U}{V - C_x U}\frac{\varepsilon_S}{U} = \frac{1}{\tan\alpha - C_x}\frac{\varepsilon_S}{U} \tag{9.8}$$

$$F_{Sx} = \frac{C_x U}{V - C_x U}\frac{\varepsilon_S}{U} = \frac{C_x}{\tan\alpha - C_x}\frac{\varepsilon_S}{U} \tag{9.9}$$

が得られる。後述の数値計算には、(9.8)（9.9）ではなく（9.1）（9.2）（9.3）を用いた。

10. 数値計算

数値計算の対象としては、砕氷型巡視船「てしお」の模型試験の状態を採用した。その主要目、氷質、試験状態等を表-1に示した。平坦氷中をプロペラ回転数一定で直進走行する場合を計算した。

まず船体形状はB-Spline関数によるパラメトリックスプライン関数により表した。それを図-1に示した。

表-1　主要目、氷質、試験状態等

船長（Lpp）	4.500m
船幅（B）	0.973m
吃水（d）	0.306m
推進器軸数	2
推進器直径（D）	0.179m
推進器回転数	15.79rps
初期船速（U）	0.312m/s
氷曲げ強度（σ）	36kPa
氷弾性率（E）	10MPa
氷比重	0.9
氷摩擦係数（μ）	0.1
氷厚（h）	0.051m
氷片長（L）	0.100m

計算結果の船体運動を図-2,3に示した。図-2は重心点の前進方向及び鉛直方向の変位と速度である。図-3はピッチングの角度と角速度である。

これらの運動は外力即ち（2.1）（2.4）の右辺に基づいて起こされるが、それを（4.1）の右辺の形即ち加速度で表したものが図-4である。前進方向成分fvxは細かい振動を呈しているが、鉛直方向成分fvzは大きな振動と細かい振動が重なり合っていることが特徴である。

次に外力そのものとして、プロペラ推力、流体抵抗、氷力を図-5に示した。氷力は前進方向成分ricfxと鉛直方向成分ricfzを示した。

次に氷力の前進方向成分の内訳を図-6に示した。rssx,rspxは浮力による力F_Sであり、rvsx,rvpxは氷片運動による力F_Vであり、rbsx,rbpxは氷板の曲げ破壊による力F_Bである。F_Vの値は今の場合極めて小さい。F_Bが幾つもあり振動しているのは、砕氷片が幾つもあり、各々が曲げ破壊を繰り返していることに対応している。rbsx,rbpxの各波形が初めそろっているが時間の経過に伴って位相が乱れて行く。このために、それらの総和であるricfxは時間の後半に振幅が小さくなって行く（図-5）。

最後に計算に用いられた砕氷片のパターンを図-7に示した。

11. むすび

砕氷航行時の船体運動の計算法を示し、それに基づいた数値シミュレーションの例を示した。実験値との対比を積み重ね、計算法の改良を進めることが今後の課題である。

参考文献

[1] 小野周「力学II,III、岩波講座基礎工学1」岩波書店1968

[2] 元良誠三「船体運動力学、応用力学講座」共立出版1957

[3] 戸川隼人「マトリクスの数値計算」オーム社1971.7

[4] 小山他「小型砕氷巡視船の氷中航行性能に関する研究」船研報告34-5,1997

[5] 小山他「船舶の氷中性能について（第7報）-抵抗成分の解析-」第54回船研研究発表会1989.11

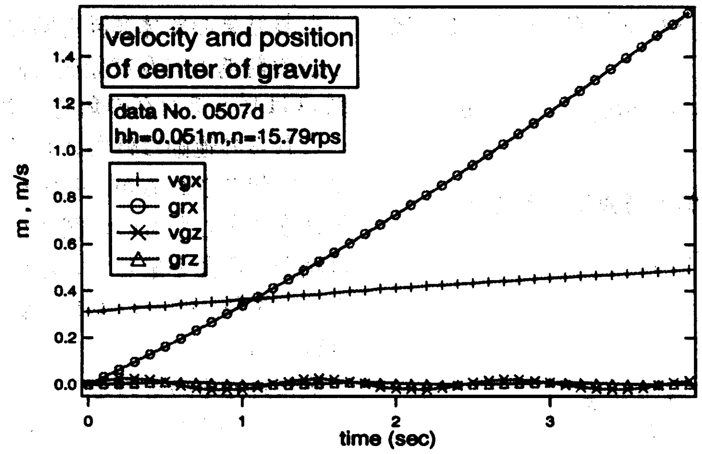


図-2　重心点の変位と速度

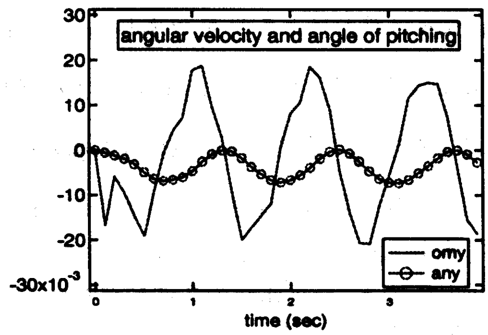


図-3　ピッチング角と角速度

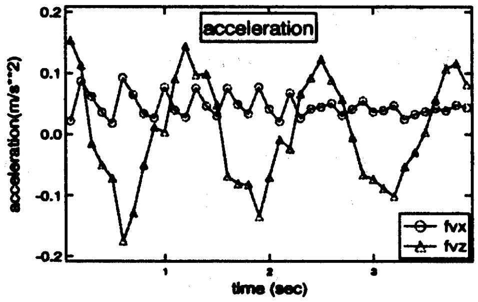


図-4　外力による加速度

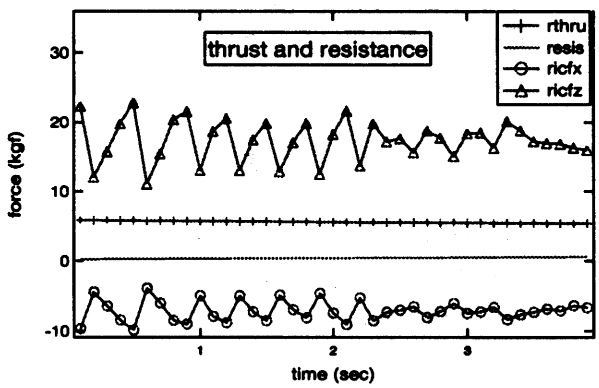


図-5　氷力、プロペラ推力、流体抵抗等の外力

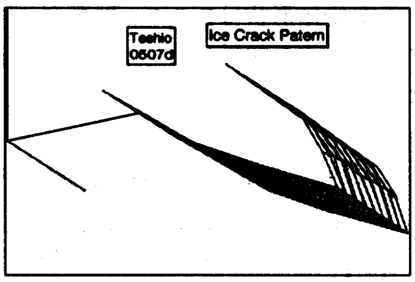


図-7　砕氷片のパターン

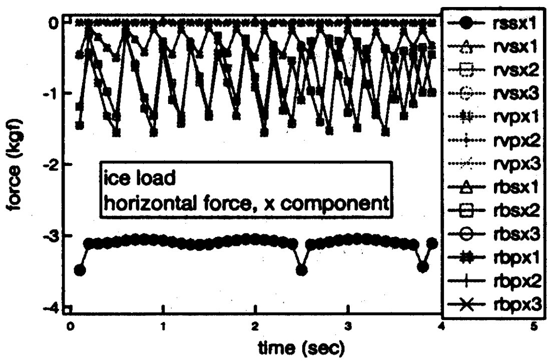


図-6　氷力の前進方向成分の内訳

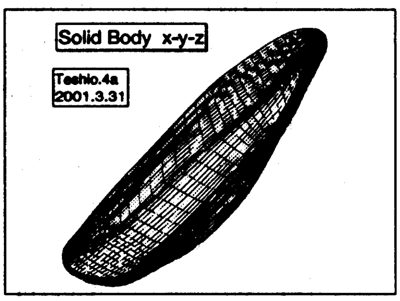


図-1　船体形状スプライン表示