

超音波の群速度を用いた伝搬距離測定の精度向上について

輸送高度化研究領域 新材料利用研究グループ ＊菅澤 忍

1. まえがき

材料の物性評価や非破壊評価において、音速は重要なパラメータの一つであり、このため音速を精密に測るための様々な手法が開発されている。その中でも超音波パルスを用い、相互相関関数によって解析する方法¹⁾は取り扱いが比較的簡単な割には高精度な結果が得られるため広く用いられている。一方、音速と波動の伝搬時間が精密にわかれば、より正確な波動の伝搬距離を導出することができる。しかし、解析する段階で波形が分散等によって歪まないと仮定して、相互相関関数の最大ピークに対応する時間から伝搬時間を求めている。しかし、分散があると伝搬するにしたがって徐々に波形が変形していくため、上記の仮定が成り立たなくなる。

本報告では、分散が存在する場合にも適用可能な伝搬距離解析手法として、超音波パルスの群速度を用いる可能性について検討した結果について報告する。なお、群速度を求める方法として解析信号の相互相関関数²⁾を用いるものとする。

2. 分散性媒質下のパルスの伝搬

2.1 パルスの位相速度

分散性媒質の場合は、周波数によって位相速度が違ってくため、パルスのように周波数帯域に幅がある場合は、実信号の相互相関関数によって、どの周波数での位相速度が求まるかがまず問題になる。ここでは、パルスの帯域内では群速度は一定とみなせると仮定する。

このとき参考になるのが、パルスのパワースペクトルが Gauss の誤差関数で近似できる場合である。媒質の群速度を v_g 、 $\omega = \omega_0$ での位相速度を v_p とし、パルスのパワースペクトルが $S(\omega) = A \exp[-(\omega - \omega_0)/2\sigma^2]$ という形状を持つならば、 $x = 0$ および $x = x_0$ で観測される波動の相互相関関数は、

$$C_{fg}(\tau) = \sqrt{8\pi} A e^{-\sigma^2(\tau - x_0/v_g)^2/2} \cos \omega_0(\tau - x_0/v_p) \quad (1)$$

と表すことができる。これより、 $x = 0$ においては、 $C_{fg}(\tau)$ の最大値とその包絡線の最大値は一致するが、 x

が大きくなるに従って、それらの位置は徐々にずれてくることがわかる。上の式より、 $C_{fg}(\tau)$ の最大値は、 x が小さい間は、大体 $\tau_p = x_0/v_p$ に現れることが言える。この値より、中心周波数における位相速度を近似的に求めることができる。

なお、真の $C_{fg}(\tau)$ の最大値 τ_{max} は、

$$\tau_{max} = \tau_p - \frac{1}{\omega_0} \arctan \frac{\sigma^2(\tau_{max} - \tau_g)}{\omega_0} \quad (2)$$

に現れることを示すことができ、特に固体のように位相速度と群速度に差があまりない場合は、

$$\tau_{max} = x_0 \left[\frac{1}{v_p} + \frac{(\sigma/\omega_0)^2}{1 + (\sigma/\omega_0)^2} \left(\frac{1}{v_g} - \frac{1}{v_p} \right) \right] \quad (3)$$

と近似することができる。これからわかるように、実の相互相関関数のピークから位相速度を求める方法は、正確な値は求まらず補正が必要になる。例えば、 $\omega_0/2\pi = 6$ MHz, $\sigma/2\pi = 0.8$ MHz, $v_g = 5.9$ mm/ μ s, $v_p = 6$ mm/ μ s の場合は、見かけの位相速度は 5.998 mm/ μ s となり、実用上は相互相関関数のピークから位相速度を求めて差し支えないといえる。ただし、この場合はパワースペクトルの最大値に対応する周波数における位相速度が求まることに注意する必要がある。

ここで、解析信号の相互相関関数を用いれば、任意のスペクトルに対してその絶対値の最大値が正確に群速度で伝搬するので²⁾、このような問題は生じない。なお、スペクトルがガウス型の場合は、(2) 式を用いれば正確な位相速度も導出できる。

2.2 伝搬距離が長い場合の位相速度を用いた距離測定

相互相関関数のピークとその包絡線のピークは、パルスが伝搬するに従って次第に離れていく。そのため、ある距離を超えると正確な位相速度が求められなくなることを実験によって示す。図-1 は、軟鋼 (SS41) でできた上底面が平行な板材中を多重反射する縦波超音波パルスを第1底面エコーを基準に他の底面エコーとの相互相関関数およびその包絡線を示したものである。

図で、A 点は $x = 0$ でもっとも大きいピークの、B 点は2番目に大きいピークの各距離での変化をそれぞれ

追跡したものである。A 点は大体位相遅延に相当する。伝搬距離が小さい (a) から (d) の間では、相互相関関数の最大値は A 点に対応しているが、徐々にピークが小さくなっており、その代わりに B 点が高くなってきていることがわかる。そして、(e) および (f) ではピークが逆転している。これより、伝搬距離がある一定の距離を超えると相互相関関数の最大ピークから伝播時間を求めようとすると正しい値が得られないことがわかる。この距離は、パルスの中心周波数を f とすれば、

$$\left| f \left(\frac{1}{v_g} - \frac{1}{v_p} \right) \right|^{-1} \quad (4)$$

程度になる。

一方、包絡線の最大値の位置は伝搬距離に比例して変化しているのでこのような問題は生じない。

3. 任意の分散が存在する場合

任意の分散がある場合は、相互スペクトルに適当な窓関数（これは常に正と仮定する）を乗じれば、帯域内で分散関係を 1 次または 2 次によって近似できる。一方、雑音下では、解析的相互相関関数の分散 σ_a とパルスのエネルギー E との比は、雑音のパワースペクトルを W とすれば、

$$\sigma_a/E = \sqrt{W/E} \quad (5)$$

程度となる²⁾。窓関数をかけて帯域を制限したとき、帯域が広い方が利用できる波動のエネルギーが多きとれるので、 S/N が大きくなり解析上有利になる。それゆえ 2 次の分散も取り扱うことができればより望ましい。

解析信号の相互相関関数の理論は、2 次の分散がある場合にも拡張することができる。ここでは結果のみ述べる。比較するパルスの相互スペクトルを $S(\omega)$ 、帯域を制限させるためにかける窓関数を $R(\omega)$ とおく。帯域内で分散関係が直線と見なせる場合は、

$$\int_0^\infty R(\omega) S(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (6)$$

の絶対値の最大値を求めれば、群速度で伝搬したときの遅延時間を求めることができる。また、2 次の分散で近似できる場合は、帯域内の任意の周波数を ω_0 とおけば、

$$\int_0^\infty R(2\omega_0 - \omega) |S(2\omega_0 - \omega)| R(\omega) S(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (7)$$

の絶対値を求めればよい。これはある時間で最大値ないしは対称な形状を持つことを示せる。この時間を τ_0 、伝搬距離を x_0 、分散関係を

$$k(\omega) = k_0 + \alpha\omega + \frac{1}{2}\beta\omega^2 \quad (8)$$

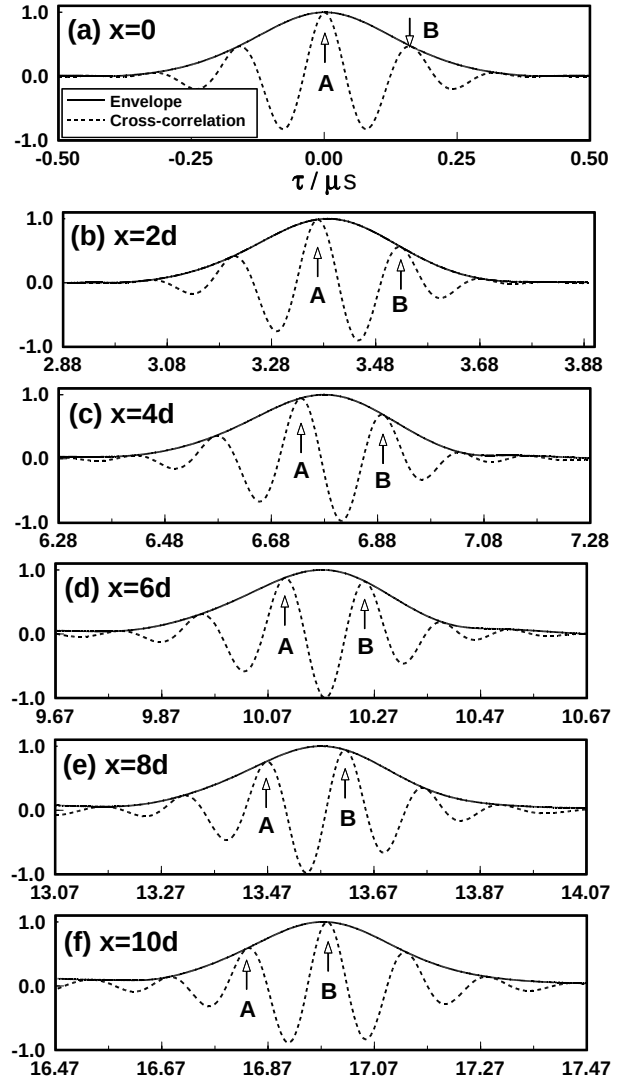


図-1 相互相関関数および包絡線 (= 解析的相互相関の絶対値) の伝搬。ただし、 $d=10.02\text{mm}$ 、また、センサーは $\omega_0/2\pi = 6\text{MHz}$ 、 $\sigma/2\pi = 0.8\text{MHz}$ のものを使用。

と仮定すると

$$\tau_0 = x_0(\alpha + \beta\omega_0) \quad (9)$$

と表すことができる。これは、 $\omega = \omega_0$ における群速度で伝搬したときの遅延時間を意味する。上述のことに注意すれば、任意の分散をもつ材料中の伝搬距離を求めることが可能になることが言える。

4. まとめ

超音波を用いた伝搬距離測定に関して、群速度を用いる方法を提案した。また位相速度を用いた場合の適用限界について論じた。

参考文献

- 1) D. R. Hull *et al.*: Mater. Eval. **43** (1985) 1455.
- 2) S. Sugawara: Jpn. J. Appl. Phys. **41** (2002) 3299.