

船首反射を含む Diffraction 問題の直接解 を用いた新ストリップ法とそれに基づいた 波浪定常流体力の数値計算法

柏 木 正

関西設計・技術顧問
大阪大学・九州大学名誉教授



Masashi KASHIWAGI, Emeritus Professor of Osaka University & Kyushu university

ストリップ法・・・船舶耐航性に関する実用計算法かつ格好の入門的・教育的教材

⇒ **Diffraction問題における scattering ポテンシャルの計算法によって幾つかのバージョン**

$$[H] \quad \frac{\partial \phi_7}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_0}{\partial n} = k_0 \left\{ i n_x \cos \beta + i n_y \sin \beta + n_z \right\} \underbrace{e^{-k_0 z - i k_0 y \sin \beta}}_{= \varphi_0(y, z)} e^{i \ell x} \quad \leftarrow \ell = -k_0 \cos \beta$$

■ **NSM: 相対速度近似を使う**

$$\varphi_0(y, z) \simeq e^{-k_0 z_s} \left[\frac{1}{2b} \int_{-b}^b e^{-i k_0 y \sin \beta} dy \right] = e^{-k_0 z_s} c_\beta \quad : \text{断面内で一定値 (Radiation 問題と同じ)}$$

$$\longrightarrow \phi_7(x; y, z) \simeq k_0 c_\beta e^{-k_0 z_s} \left\{ i \cos \beta \phi_1 + i \sin \beta \phi_2 + \phi_3 \right\} e^{i \ell x}$$

■ **STF法: グリーンの公式を適用し, radiation ポテンシャルから波浪強制力を計算する**

$$\varepsilon_j = \iint_{S_B} \phi_7 n_j^- dS = \boxed{\iint_{S_B} \phi_7 \frac{\partial \phi_j^-}{\partial n} dS = \iint_{S_B} \phi_j^- \frac{\partial \phi_7}{\partial n} dS} = - \iint_{S_B} \phi_j^- \frac{\partial \phi_0}{\partial n} dS$$

- 正確な計算が可能だが, ϕ_7 を直接求めない
- 圧力分布, scattering コチン関数が求まらない
- 丸尾公式 (far-field method) による波浪定常流体力の計算ができない

グリーンの公式



■ Diffraction 問題

$$[H] \quad \frac{\partial \phi_7}{\partial n} = k_0 \left\{ i n_x \cos \beta + i n_y \sin \beta + n_z \right\} \varphi_0(y, z) e^{ilx} \equiv \frac{\partial \varphi_7}{\partial n} e^{ilx}$$

を満たすように求めた**直接解** $\phi_7(x; y, z) = \varphi_7(y, z) e^{ilx}$ を用いる

$$\varepsilon_j = \iint_{S_B} \phi_7 n_j^- dS = \int_L e^{ilx} dx \int_{S_H} \varphi_7 n_j^- ds \equiv \int_L e^{ilx} S_j(x) dx \quad \leftarrow S_j(x) \equiv \int_{S_H} \varphi_7 n_j^- ds$$

- 正確な波浪強制力の計算が可能 → STF法の計算結果と同じ
- Scattering コチン関数が求まる
- 丸尾公式(far-field method)によって波浪定常流体力の計算ができる

■ Radiation 問題

- Surge の速度ポテンシャル $[H] \quad \frac{\partial \phi_1}{\partial n} = n_1$ を求め heave, pitch との連成運動を計算
- **逆流問題**を考えることで, Radiation 流体力の計算を分かり易く説明

■ 波浪定常流体力(抵抗増加, 定常横力, 回頭モーメント)

- 3次元 **Kochin 関数**(フーリエ変換)の“**厳密な**”計算を高速・高精度に行う
- 丸尾公式における半無限積分を半解析的手法で高速・高精度に行う



Radiation / Diffraction 問題に対する解法

■ Radiation 問題・・・従来の方法と同じ(2D グリーン関数法で計算)

$$[L] \quad \nabla_{2D}^2 \phi_j = \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \phi_j = 0$$

$$[F] \quad \frac{\partial \phi_j}{\partial z} + K \phi_j = 0 \quad \text{on } z = 0, \quad K = \frac{\omega_e^2}{g}$$

$$[H] \quad \frac{\partial \phi_j}{\partial n} = n_j + \frac{U}{i\omega_e} m_j, \quad \omega_e = \omega_0 - k_0 U \cos \beta$$

$$\text{where } \begin{cases} (m_1, m_2, m_3) = -(\mathbf{n} \cdot \nabla) \mathbf{V} \simeq (0, 0, 0) \\ (m_4, m_5, m_6) = -(\mathbf{n} \cdot \nabla)(\mathbf{x} \times \mathbf{V}) \simeq (0, +n_3, -n_2) \end{cases}$$

■ Diffraction 問題・・・“Exact” solution と称する

$$\phi_7(x, y, z) = \varphi_7(x, y, z) e^{i\ell x}, \quad \ell = -k_0 \cos \chi$$

$$[L] \quad \nabla_{2D}^2 \varphi_7 = \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \varphi_7 = 0$$

$$[F] \quad \frac{\partial \varphi_7}{\partial z} + K \varphi_7 = 0 \quad \text{on } z = 0, \quad K \longrightarrow k_0 = \frac{\omega_0^2}{g} \quad \text{とするという考え方もあるが・・・}$$

$$[H] \quad \frac{\partial \varphi_7}{\partial n} = k_0 e^{-k_0 z - i k_0 y \sin \beta} \left[\underline{i n_1 \cos \beta} + i n_2 \sin \beta + n_3 \right]$$

↑
船首での波の反射影響を考慮する



■ 物体表面境界条件式

$$[H] \quad \frac{\partial \phi_j}{\partial n} = n_j + \frac{U}{i\omega_e} m_j \quad \text{where} \quad \begin{cases} (m_1, m_2, m_3) = -(\mathbf{n} \cdot \nabla) \mathbf{V} \simeq (0, 0, 0) \\ (m_4, m_5, m_6) = -(\mathbf{n} \cdot \nabla)(\mathbf{x} \times \mathbf{V}) \simeq (0, +n_3, -n_2) \end{cases}$$

順流れ問題 $\phi(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^6 i\omega X_j \phi_j^+(\mathbf{x}) \implies \frac{\partial \phi_j^+}{\partial n} = n_j^+ \quad (j = 1 \sim 6)$

$$n_j^+ = n_j \quad (j = 1 \sim 4), \quad n_5^+ \equiv -\left(x - \frac{U}{i\omega}\right) n_3, \quad n_6^+ \equiv +\left(x - \frac{U}{i\omega}\right) n_2$$

$$\longrightarrow \phi_j^+ = \phi_j \quad (j = 1 \sim 4), \quad \phi_5^+ = -\left(x - \frac{U}{i\omega}\right) \phi_3, \quad \phi_6^+ = +\left(x - \frac{U}{i\omega}\right) \phi_2$$

後のために U の符号を逆にした**逆流問題**を考える

$$\frac{\partial \phi_j^-}{\partial n} = n_j^- \quad (j = 1 \sim 6)$$

$$\text{where } n_j^- = n_k \quad (k = 1 \sim 4), \quad n_5^- \equiv -\left(x + \frac{U}{i\omega}\right) n_3, \quad n_6^- \equiv +\left(x + \frac{U}{i\omega}\right) n_2$$



■ 物体表面での圧力積分

$$p_R(\mathbf{x}) = -\rho \left(i\omega - U \frac{\partial}{\partial x} \right) \sum_{k=1}^6 i\omega X_k \phi_k^+(\mathbf{x}) = -\rho (i\omega)^2 \left(1 - \frac{U}{i\omega} \frac{\partial}{\partial x} \right) \sum_{k=1}^6 \phi_k^+(\mathbf{x}) X_k$$

$$F_j^R = - \iint_{S_H} p_R(\mathbf{x}) n_j dS = - \sum_{k=1}^6 (i\omega)^2 \left\{ a_{jk} + \frac{1}{i\omega} b_{jk} \right\} X_k \equiv - \sum_{k=1}^6 (i\omega)^2 \mathcal{F}_{jk} X_k$$

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{jk} &= -\rho \iint_{S_H} \phi_k^+ n_j dS + \rho \frac{U}{i\omega} \iint_{S_H} \frac{\partial \phi_k^+}{\partial x} n_j dS = -\rho \iint_{S_H} \phi_k^+ n_j dS \left[-\rho \frac{U}{i\omega} \iint_{S_H} \phi_k^+ \frac{\partial n_j}{\partial x} dS \right] \leftarrow \text{部分積分} \\ &= -\rho \iint_{S_H} \phi_k^+ \left(n_j + \frac{U}{i\omega} \frac{\partial n_j}{\partial x} \right) dS \equiv -\rho \iint_{S_H} \phi_k^+ n_j^- dS \quad \text{速度} U \text{の符号が反転} \end{aligned}$$

**Tuck の定理を適用
することと等価**

$$\frac{\partial n_j}{\partial x} = 0 \quad (j = 1 \sim 4), \quad \frac{\partial n_5}{\partial x} = -n_3, \quad \frac{\partial n_6}{\partial x} = +n_2 \quad \leftarrow \begin{cases} n_5 = -x n_3 \\ n_6 = +x n_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \mathcal{F}_{jk} = a_{jk} + \frac{1}{i\omega} b_{jk} = -\rho \iint_{S_H} \phi_k^+ n_j^- dS$$

$$\phi_k^+ = \phi_k \quad (k = 1 \sim 4), \quad \phi_5^+ = -\left(x - \frac{U}{i\omega}\right) \phi_3, \quad \phi_6^+ = +\left(x - \frac{U}{i\omega}\right) \phi_2 \quad \text{順流れ問題}$$

$$n_j^- = n_k \quad (k = 1 \sim 4), \quad n_5^- \equiv -\left(x + \frac{U}{i\omega}\right) n_3, \quad n_6^- \equiv +\left(x + \frac{U}{i\omega}\right) n_2 \quad \text{逆流問題}$$



■ Radiation 流体力 (Timman-Newmanの関係)

$$\mathcal{F}_{jk} = a_{jk} + \frac{1}{i\omega} b_{jk} = -\rho \iint_{S_H} \phi_k^+ n_j^- dS = -\rho \iint_{S_H} \phi_k^+ \frac{\partial \phi_j^-}{\partial n} dS$$

$$\phi_k^+ = \phi_k \quad (k = 1 \sim 4), \quad \phi_5^+ = -\left(x - \frac{U}{i\omega}\right) \phi_3, \quad \phi_6^+ = +\left(x - \frac{U}{i\omega}\right) \phi_2 \quad \text{順流れ問題}$$

$$n_j^- = n_j \quad (j = 1 \sim 4), \quad n_5^- \equiv -\left(x + \frac{U}{i\omega}\right) n_3, \quad n_6^- \equiv +\left(x + \frac{U}{i\omega}\right) n_2 \quad \text{逆流問題}$$

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{F}_{jk} &= -\rho \iint_{S_H} \phi_k n_j dS, \quad (j, k = 1, 3) \\ \mathcal{F}_{j5} &= +\rho \iint_{S_H} \left(x - \frac{U}{i\omega}\right) \phi_3 n_j dS, \quad (j = 1, 3) \\ \mathcal{F}_{5k} &= +\rho \iint_{S_H} \left(x + \frac{U}{i\omega}\right) \phi_k n_3 dS, \quad (k = 1, 3) \\ \mathcal{F}_{55} &= -\rho \iint_{S_H} \left(x - \frac{U}{i\omega}\right) \left(x + \frac{U}{i\omega}\right) \phi_3 n_3 dS \end{aligned} \right\}$$

対称運動モード

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{F}_{jk} &= -\rho \iint_{S_H} \phi_k n_j dS, \quad (j, k = 2, 4) \\ \mathcal{F}_{j6} &= -\rho \iint_{S_H} \left(x - \frac{U}{i\omega}\right) \phi_2 n_j dS, \quad (j = 2, 4) \\ \mathcal{F}_{6k} &= -\rho \iint_{S_H} \left(x + \frac{U}{i\omega}\right) \phi_k n_2 dS, \quad (k = 2, 4) \\ \mathcal{F}_{66} &= -\rho \iint_{S_H} \left(x - \frac{U}{i\omega}\right) \left(x + \frac{U}{i\omega}\right) \phi_2 n_2 dS \end{aligned} \right\}$$

反対称運動モード



$$p_D(\mathbf{x}) = -\rho \left(i\omega - U \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{g\zeta_a}{i\omega_0} \left\{ \phi_0(\mathbf{x}) + \phi_7(\mathbf{x}) \right\}$$

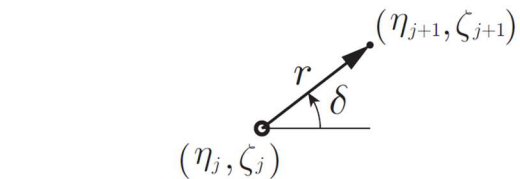
$$E_j = - \iint_{S_B} p_D(\mathbf{x}) n_j dS = \rho \frac{g\zeta_a}{i\omega_0} \iint_{S_B} n_j \left(i\omega - U \frac{\partial}{\partial x} \right) \left\{ \phi_0 + \phi_7 \right\} dS \equiv E_j^{FK} + E_j^{SC}$$

■ Froude-Krylov 力の計算 (Exact, NSM, STF で共通)

$$E_j^{FK} = \rho g \zeta_a \iint_{S_B} \phi_0 n_j dS = \rho g \zeta_a \int_L e^{i\ell x} dx \int_{S_H} e^{-k_0 z - i k_0 y \sin \beta} \mathbf{n}_j ds \quad \leftarrow \phi_0 = e^{-k_0 z - i k_0 y \sin \beta} e^{i\ell x}$$

$j = 4 \sim 6$ に対しても $\mathbf{n}_j = (\mathbf{x} \times \mathbf{n})_j$ を正確に計算する!

横断面内の各セグメントの線積分は解析的に行う



$$\left. \begin{aligned} \eta &= \eta_j + r \cos \delta \\ \zeta &= \zeta_j + r \sin \delta \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} n_y &= -\sin \delta \\ n_z &= +\cos \delta \end{aligned} \right\}$$

$$f_j(a, b) \equiv \int_{\Gamma_j} e^{-a\zeta + ib\eta} ds = \frac{1}{w} \left[e^{-a\zeta + ib\eta} \right]_j^{j+1} \quad \leftarrow w \equiv -a \sin \delta + ib \cos \delta$$

$$g_j(a, b) \equiv \int_{\Gamma_j} \eta e^{-a\zeta + ib\eta} ds = \left[\left(\frac{\eta}{w} - \frac{\cos \delta}{w^2} \right) e^{-a\zeta + ib\eta} \right]_j^{j+1}$$

$$h_j(a, b) \equiv \int_{\Gamma_j} \zeta e^{-a\zeta + ib\eta} ds = \left[\left(\frac{\zeta}{w} - \frac{\sin \delta}{w^2} \right) e^{-a\zeta + ib\eta} \right]_j^{j+1}$$



■ Scattering 力の計算

$$E_j^{SC} = \rho g \zeta_a \frac{\omega}{\omega_0} \iint_{S_B} n_j \left(1 - \frac{U}{i\omega} \frac{\partial}{\partial x} \right) \phi_7 dS \quad \leftarrow \text{部分積分を適用}$$

$$= \rho g \zeta_a \frac{\omega}{\omega_0} \left[\iint_{S_B} \phi_7 n_j dS + \frac{U}{i\omega} \iint_{S_B} \phi_7 \frac{\partial n_j}{\partial x} dS \right] \quad \leftarrow \frac{\partial n_5}{\partial x} = -n_3, \quad \frac{\partial n_6}{\partial x} = +n_2$$

$$\Rightarrow E_j^{SC} = \rho g \zeta_a \frac{\omega}{\omega_0} \iint_{S_B} \phi_7 n_j^- dS = \rho g \zeta_a \frac{\omega}{\omega_0} \int_L e^{i\ell x} dx \int_{S_H} \phi_7 n_j^- ds$$

$$n_j^- = n_j \quad (j = 1 \sim 4), \quad n_5^- \equiv -\left(x + \frac{U}{i\omega}\right) n_3, \quad n_6^- \equiv +\left(x + \frac{U}{i\omega}\right) n_2 \quad \text{逆流問題}$$

STF 法では...

グリーンの公式

$$\varepsilon_j = \iint_{S_B} \phi_7 n_j^- dS = \iint_{S_B} \phi_7 \frac{\partial \phi_j^-}{\partial n} dS \stackrel{\downarrow}{=} \iint_{S_B} \phi_j^- \frac{\partial \phi_7}{\partial n} dS = \int_L e^{i\ell x} \underbrace{\int_{S_H} \phi_j^- \frac{\partial \phi_7}{\partial n} ds}_{= \mathcal{S}_j(x)}$$

$$\mathcal{S}_j(x) \equiv \int_{S_H} \phi_j^- \frac{\partial \phi_7}{\partial n} ds \quad \leftarrow \frac{\partial \phi_7}{\partial n} = k_0 \{ i n_y \sin \beta + (n_z + i n_x \cos \beta) \} e^{-k_0 z - i k_0 \sin \beta}$$

$$= k_0 2 \sum_{n=1}^N (\phi_j^-)_n \{ (i n_y \sin \beta)_n + (n_z + i n_x \cos \beta)_n \} f_n(k_0, -k_0 \sin \beta)$$



波浪中の船体運動方程式

動揺の変位 : $\xi_j(t) = \text{Re} [X_j \epsilon_j e^{i\omega t}] = \text{Re} \left[\zeta_a \frac{X_j \epsilon_j}{\zeta_a} e^{i\omega t} \right] \quad j = 1 \sim 6$

$\epsilon_j = 1 \quad \text{for } j = 1 \sim 3, \quad \epsilon_4 = b, \quad \epsilon_5 = \epsilon_6 = a$

$$\begin{aligned} \Rightarrow m_{jj}(i\omega)^2 X_j^G &= E_j^G + F_j^{RG} + F_j^{SG} \equiv \mathcal{F}_j \quad (j = 1 \sim 6) \\ \uparrow m_{jj} &= \begin{cases} \rho \forall & (j = 1 \sim 3) \\ \rho \forall \kappa_j^2 & (j = 4 \sim 6) \end{cases} \rightarrow m_{jj} = \rho \forall \epsilon_j^2 M_{jk} \delta_{jk} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} E_j^G = \rho g \zeta_a A_W \epsilon_j \mathcal{E}_j, & \mathcal{E}_j \equiv \frac{ab}{A_W} E_j^{G'} \\ F_j^{RG} = -(i\omega)^2 \sum_{k=1}^6 \rho \forall \epsilon_j \epsilon_k \mathcal{F}_{jk} X_k^G, & \mathcal{F}_{jk} \equiv \frac{ab^2}{\forall} (a_{jk}^{G'} - i b_{jk}^{G'}) \\ F_j^{SG} = -\rho g A_W \sum_{k=3}^5 \epsilon_j \epsilon_k \mathcal{C}_{jk} X_k^G, & \mathcal{C}_{jk} \equiv \frac{c_{jk}^G}{\rho g A_W \epsilon_j \epsilon_k} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sum_{k=1}^6 \left[- \left(M_{jk} \delta_{jk} + \mathcal{F}_{jk} \right) + \frac{A_W}{K \forall} \mathcal{C}_{jk} \right] \frac{X_k^G \epsilon_k}{\zeta_a} = \frac{A_W}{K \forall} \mathcal{E}_j \quad (j = 1 \sim 6)$$

Radiation ポテンシャルの複素振幅として代入



3次元コチン関数(波振幅関数)

攪乱速度ポテンシャル $\phi_B(x) = \phi_7(x) - \frac{\omega\omega_0}{g} \sum_{j=1}^6 \frac{X_j}{\zeta_a} \phi_j(x)$ に対応して...

$$H^\pm(k) \equiv C(k) \pm i S(k)$$

$$C(k) = C_7(k) - \frac{\omega\omega_0}{g} \sum_{j=1,3,5} \frac{X_j}{\zeta_a} C_j(k), \quad S(k) = S_7(k) - \frac{\omega\omega_0}{g} \sum_{j=2,4,6} \frac{X_j}{\zeta_a} S_j(k)$$

$$C_j(k) = \int_{-1}^1 Q_j(x) e^{ikx} dx \quad x \text{ 軸上のわき出し分布}$$

$$S_j(k) = \sqrt{1 - k^2/\kappa^2(k)} \int_{-1}^1 M_j(x) e^{ikx} dx \equiv \sqrt{1 - k^2/\kappa^2(k)} \hat{S}_j(k) \quad x \text{ 軸上のダブルット分布}$$

where $\kappa(k) = \frac{1}{g}(\omega + kU)^2 = K + 2k\tau + \frac{k^2}{K_0} \quad \left(K = \frac{\omega^2}{g}, \tau = \frac{U\omega}{g}, K_0 = \frac{g}{U^2} \right)$

ストリップ法では線上特異点分布強さ $Q_j(x)$, $M_j(x)$ は横断面内の2次元コチン関数

$$Q_j(x) = \sigma_j(x) \quad (j = 1, 3), \quad Q_5(x) = -\left(x - \frac{U}{i\omega}\right) \sigma_3(x), \quad M_j(x) = \mu_j(x) \quad (j = 2, 4), \quad M_6(x) = +\left(x - \frac{U}{i\omega}\right) \mu_2(x)$$

$$Q_7(x) = \sigma_7(x) e^{i\ell x}, \quad M_7(x) = \mu_7(x) e^{i\ell x}$$

ここで $\sigma_j(x) \pm i \mu_j(x) = \int_{S_H} \left(\frac{\partial \phi_j}{\partial n} - \phi_j \frac{\partial}{\partial n} \right) e^{-K\zeta \pm i K\eta} ds \quad (j = 1 \sim 4)$

→ 各セグメント上で解析的に計算可能

厳密な式



$$\int_{-1}^1 Q(x) e^{ikx} dx, \quad \int_{-1}^1 M(x) e^{ikx} dx \quad \text{の計算方法(シンプソン則の拡張)}$$

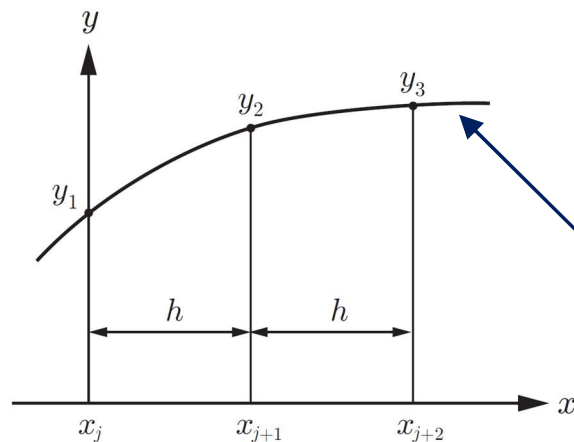


Fig. 4 Simpson 則の拡張

**k の値に関係なく高速
高精度の計算が可能**

$$\mathcal{A}_j \equiv \int_{x_j}^{x_{j+2}} y(x) e^{ikx} dx$$

$x_j \leq x \leq x_{j+2}$ の区間で $y(x)$ を 2 次関数で表す

$$\left. \begin{aligned} y(x) &= y_1 + a(x - x_j) + b(x - x_j)^2 \\ a &= \frac{1}{2h}(-3y_1 + 4y_2 - y_3), \quad b = \frac{1}{2h^2}(y_1 - 2y_2 + y_3) \\ h &= x_{j+1} - x_j = x_{j+2} - x_{j+1} \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned} ik\mathcal{A}_j &= y_1 \left[-\frac{1}{ikh} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{ikh} \right) e^{ikx_{j+2}} - \left\{ 1 + \frac{1}{ikh} \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{ikh} \right) \right\} e^{ikx_j} \right] \\ &+ 2y_2 \left[\frac{1}{ikh} \left(1 - \frac{1}{ikh} \right) e^{ikx_{j+2}} + \frac{1}{ikh} \left(1 + \frac{1}{ikh} \right) e^{ikx_j} \right] \\ &+ y_3 \left[\left\{ 1 - \frac{1}{ikh} \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{ikh} \right) \right\} e^{ikx_{j+2}} - \frac{1}{ikh} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{ikh} \right) e^{ikx_j} \right] \end{aligned}$$

不等間隔の場合に対しては付録を参照のこと



波浪による定常流体力の計算法：復習

■ 運動量・エネルギー保存則による Far-Field Method

抵抗増加：
$$\frac{\bar{R}}{\rho g \zeta_a^2} = \frac{1}{4\pi k_0} \left[-\int_{-\infty}^{k_1} + \int_{k_2}^{k_3} + \int_{k_4}^{\infty} \right] \left\{ |C(k)|^2 + |S(k)|^2 \right\} \frac{\kappa(k) (k - k_0 \cos \chi)}{\sqrt{\kappa^2(k) - k^2}} dk$$

定常横力：
$$\frac{\bar{Y}}{\rho g \zeta_a^2} = -\frac{1}{4\pi k_0} \left[-\int_{-\infty}^{k_1} + \int_{k_2}^{k_3} + \int_{k_4}^{\infty} \right] \left[\operatorname{Im} \left\{ 2C(k) S^*(k) \right\} - \left\{ |C(k)|^2 + |S(k)|^2 \right\} \frac{k_0 \sin \chi}{\sqrt{\kappa^2(k) - k^2}} \right] \kappa(k) dk$$

定常回頭モーメント：
$$\begin{aligned} \frac{\bar{N}}{\rho g \zeta_a^2} = \frac{1}{4\pi k_0} & \left[-\int_{-\infty}^{k_1} + \int_{k_2}^{k_3} + \int_{k_4}^{\infty} \right] \operatorname{Re} \left\{ C'(k) S^*(k) - S'(k) C^*(k) \right\} \kappa dk \\ & - \frac{\sin \chi}{2} \operatorname{Re} \left\{ H'(k_0, \chi) + \frac{1}{k_0} \left(\tau + \frac{k_0 \cos \chi}{K_0} \right) H(k_0, \chi) \right\} \end{aligned}$$

where
$$\left. \begin{aligned} \kappa &= \frac{1}{g} (\omega_e + kU)^2 = K + 2\tau k + \frac{k^2}{K_0} \\ K &= \frac{\omega_e^2}{g}, \quad \tau = \frac{U\omega_e}{g}, \quad K_0 = \frac{g}{U^2}, \quad k_0 = \frac{\omega_0^2}{g}, \quad \epsilon_k = \operatorname{sgn}(\omega_e + kU) \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{k_1}{k_2} \right\} &= -\frac{K_0}{2} (1 + 2\tau \pm \sqrt{1 + 4\tau}) & \frac{k_3}{k_4} \right\} &= +\frac{K_0}{2} (1 - 2\tau \mp \sqrt{1 - 4\tau}) \end{aligned}$$



積分範囲の端点における特異性の処理

積分範囲の端点 k_j ($j = 1 \sim 4$) では, 分母 $\sqrt{\kappa^2(k) - k^2} = 0$ となっている

$$\left. \begin{aligned} \kappa^2(k) - k^2 &= \{ \kappa(k) + k \} \{ \kappa(k) - k \} = 0 \\ \kappa(k) + k &= \frac{1}{K_0} (k - k_1)(k - k_2), \quad \kappa(k) - k = \frac{1}{K_0} (k - k_3)(k - k_4) \end{aligned} \right\}$$

$$\mathcal{J}_1 \equiv - \int_{-\infty}^{k_1} \frac{F(k)}{\sqrt{\kappa^2 - k^2}} dk = \int_{k_1}^{-\infty} \frac{F(k)}{\sqrt{\frac{\kappa(k) - k}{K_0}} \sqrt{(k - k_1)(k - k_2)}} dk$$

$$\mathcal{J}_{23} \equiv \int_{k_2}^{k_3} \frac{F(k)}{\sqrt{\kappa^2 - k^2}} dk = \int_{k_2}^{k_3} \frac{F(k)}{\sqrt{\frac{(k - k_1)(k_4 - k)}{K_0}} \sqrt{(k - k_2)(k_3 - k)}} dk$$

$$\mathcal{J}_4 \equiv + \int_{k_4}^{\infty} \frac{F(k)}{\sqrt{\kappa^2 - k^2}} dk = \int_{k_4}^{\infty} \frac{F(k)}{\sqrt{\frac{\kappa(k) + k}{K_0}} \sqrt{(k - k_3)(k - k_4)}} dk$$

⇒ 以下の2つのタイプを考えれば良い

$$\mathcal{A} \equiv \int_a^b \frac{f(x)}{\sqrt{(x - a)(b - x)}} dx,$$

$$\mathcal{B} \equiv \int_b^{\infty} \frac{f(x)}{\sqrt{(x - a)(x - b)}} dx$$



積分範囲の端点における特異性の処理

$$\mathcal{A} \equiv \int_a^b \frac{f(x)}{\sqrt{(x-a)(b-x)}} dx,$$

$$\mathcal{B} \equiv \int_b^\infty \frac{f(x)}{\sqrt{(x-a)(x-b)}} dx$$

✚ **For integral \mathcal{A} :** $x = \frac{b+a}{2} + \frac{b-a}{2} \xi, \quad \xi = \sin \theta$
 $x: a \rightarrow b, \quad \xi: -1 \rightarrow +1, \quad \theta: -\pi/2 \rightarrow \pi/2$
 $\sqrt{(x-a)(b-x)} = \frac{b-a}{2} \sqrt{1-\xi^2} = \frac{b-a}{2} \cos \theta, \quad dx = \frac{b-a}{2} \cos \theta d\theta$

$$\mathcal{A} = \int_{-1}^1 \frac{f(x)}{\sqrt{1-\xi^2}} d\xi = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f(x) d\theta$$

→ 特異性が除去

✚ **For integral \mathcal{B} :** $x = \frac{b+a}{2} + \frac{b-a}{2} \xi, \quad \xi = \sqrt{u^2+1}$
 $x: b \rightarrow \infty, \quad \xi: 1 \rightarrow \infty, \quad u: 0 \rightarrow \infty$
 $\sqrt{(x-a)(x-b)} = \frac{b-a}{2} \sqrt{\xi^2-1} = \frac{b-a}{2} u, \quad dx = \frac{b-a}{2} \frac{u}{\sqrt{u^2+1}} du$

$$\mathcal{B} = \int_1^\infty \frac{f(x)}{\sqrt{\xi^2-1}} d\xi = \int_0^\infty \frac{f(x)}{\sqrt{u^2+1}} du$$

→ 特異性が除去



$$\int_{\nu}^{\infty} |H(k)|^2 \frac{(k - k_0 \cos \beta)}{\sqrt{1 - k^2/\kappa^2}} dk, \quad \kappa(k) = K + 2k\tau + \frac{k^2}{K_0}$$

$$= \underbrace{\int_{\nu}^{\infty} |H(k)|^2 \frac{(1 - \sqrt{1 - k^2/\kappa^2})(k - k_0 \cos \beta)}{\sqrt{1 - k^2/\kappa^2}} dk}_{\text{Numerical integral}} + \underbrace{\mathcal{R} - \mathcal{T} k_0 \cos \beta}_{\text{Analytical integral}}$$

Very fast in convergence

where $\mathcal{R} = \int_{\nu}^{\infty} k |H(k)|^2 dk, \quad \mathcal{T} = \int_{\nu}^{\infty} |H(k)|^2 dk$

Computation of Kochin function

$$H(k) = \int_{-1}^1 Q(x) e^{ikx} dx = \frac{i}{k} \int_{-1}^1 Q'(x) e^{ikx} dx \quad \leftarrow Q(\pm 1) = 0$$

$$\mathcal{R} = i \int_{-1}^1 dx Q'(x) \int_{-1}^1 d\xi Q^*(\xi) \underbrace{\int_{\nu}^{\infty} e^{ik(x-\xi)} dk}_{\text{singular integral}} = \int_{-1}^1 dx Q'(x) e^{i\nu x} \underbrace{\int_{-1}^1 \frac{Q^*(\xi) e^{-i\nu \xi}}{\xi - x} d\xi}_{\text{singular integral}}$$

where $\mathcal{I}(\xi - x) \equiv \int_{\nu}^{\infty} e^{ik(x-\xi)} dk = \pi \delta(\xi - x) - i \frac{e^{-i\nu(\xi-x)}}{\xi - x}$

⇒ next page



Analytical integration for the singular integral

$$\int_{-1}^1 \frac{Q^*(\xi) e^{-i\nu\xi}}{\xi - x} d\xi = \sum_{n=1}^{\infty} c_n^* \int_0^{\pi} \frac{\sin n\varphi \sin \varphi}{\cos \varphi - \cos \theta} d\varphi = -\pi \sum_{n=1}^{\infty} c_n^* \cos n\theta$$

翼理論での
特異積分と同じ

where $Q(x) e^{i\nu x} = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin n\theta$, $c_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} Q(\cos \theta) e^{i\nu \cos \theta} \sin n\theta d\theta$, $x = \cos \theta$
 $\xi = \cos \varphi$ ($\varphi : \pi \rightarrow 0$)



$$\mathcal{R} = \int_{\nu}^{\infty} k |H(k)|^2 dk = \pi \int_0^{\pi} d\theta \sum_{n=1}^{\infty} c_n \{ i\nu \sin \theta \sin n\theta + n \cos n\theta \} \sum_{m=1}^{\infty} c_m^* \cos m\theta$$

$$= \frac{\pi^2}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\nu \operatorname{Im}(c_n c_{n+1}^*) + n |c_n|^2 \right]$$

$$\mathcal{T} = \int_{\nu}^{\infty} |H(k)|^2 dk = i\pi \int_0^{\pi} d\theta \sum_{n=1}^{\infty} c_n \{ \sin \theta \sin n\theta \} \sum_{m=1}^{\infty} c_m^* \cos m\theta$$

$$= \frac{\pi^2}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{Im}(c_n c_{n+1}^*) \longrightarrow \text{フーリエ級数の係数 } c_n \text{ だけから計算できる!}$$



計算対象モデル(*Slender modified Wigley model*)

$$\eta = (1 - \zeta^2)(1 - \xi^2)(1 + 0.2\xi^2) + \zeta^2(1 - \zeta^8)(1 - \xi^2)^4$$

$$\xi = \frac{x}{L/2}, \quad \eta = \frac{y}{B/2}, \quad \zeta = \frac{z}{d} \quad (L/B = 6.67)$$

Principal dimensions

Length: L (m)	2.000
Breadth: B (m)	0.300
Draft: d (m)	0.125
Block coefficient: C_b	0.5607
Midship coefficient: C_m	0.9091
Water-plane Area: A_w/LB	0.6933
Center of buoyancy: OB/d	0.4299
Center of gravity: OG (m)	0.0404



計算結果の一例(PC画面での表示)

FROUDE NUMBER-----FR=U/SQRT(G*LPP)= 0.1500
RATIO OF WAVE-LENGTH TO SHIP-LENGTH---RLPP= 1.2000
INCIDENT ANGLE OF WAVE-----BETA(DEG)= 135.000

NONDIM. INCIDENT WAVE NUMBER-----WK*L/2= 0.2618E+01
NONDIM. ENCOUNTER WAVE NUMBER-----K*L/2= 0.4043E+01

HANAOKA'S PARAMETER (W*U/G)-----TAU= 0.4265E+00
VALUE TO BE USED IN R&D FORCE-----U/(WE*A)= 0.1055E+00

***** DIFFRACTION FORCE & MOMENT ((RAMDA/LPP= 1.200 BETA= 135.000 DEG)) *****

	((EXACT))		((NSM))		((STF))	
	AMP	PHASE	AMP	PHASE	AMP	PHASE
** SURGE **	0.1041E+00	103.568 DEG	0.1050E+00	101.177 DEG	0.1041E+00	103.567 DEG
** HEAVE **	0.4117E+00	24.179 DEG	0.4032E+00	19.996 DEG	0.4117E+00	24.179 DEG
** PITCH **	0.1048E+00	-80.142 DEG	0.1051E+00	-81.775 DEG	0.1048E+00	-80.142 DEG
** SWAY **	0.2411E+00	-116.480 DEG	0.2433E+00	-116.426 DEG	0.2411E+00	-116.480 DEG
** ROLL **	0.3533E-02	58.424 DEG	0.2279E-02	25.284 DEG	0.3527E-02	58.499 DEG
** YAW **	0.7399E-01	-22.928 DEG	0.7020E-01	-22.303 DEG	0.7398E-01	-22.928 DEG

WAVE-INDUCED SHIP MOTIONS (R/L= 1.200 BETA= 135.000 DEG)

	((IMPROVED, EXACT NSM))		((CONVENTIONAL NSM))	
	AMP	PHASE	AMP	PHASE
SURGE	0.2608E+00	-107.500 DEG	0.2645E+00	-109.897 DEG
SWAY	0.2007E+00	94.787 DEG	0.1965E+00	95.346 DEG
HEAVE	0.9919E+00	-4.712 DEG	0.9640E+00	-8.357 DEG
ROLL	0.1997E+01	87.546 DEG	0.2107E+01	88.485 DEG
PITCH	0.8722E+00	-109.199 DEG	0.8830E+00	-111.078 DEG
YAW	0.2160E+00	177.197 DEG	0.2066E+00	177.671 DEG



計算結果(波浪強制力)

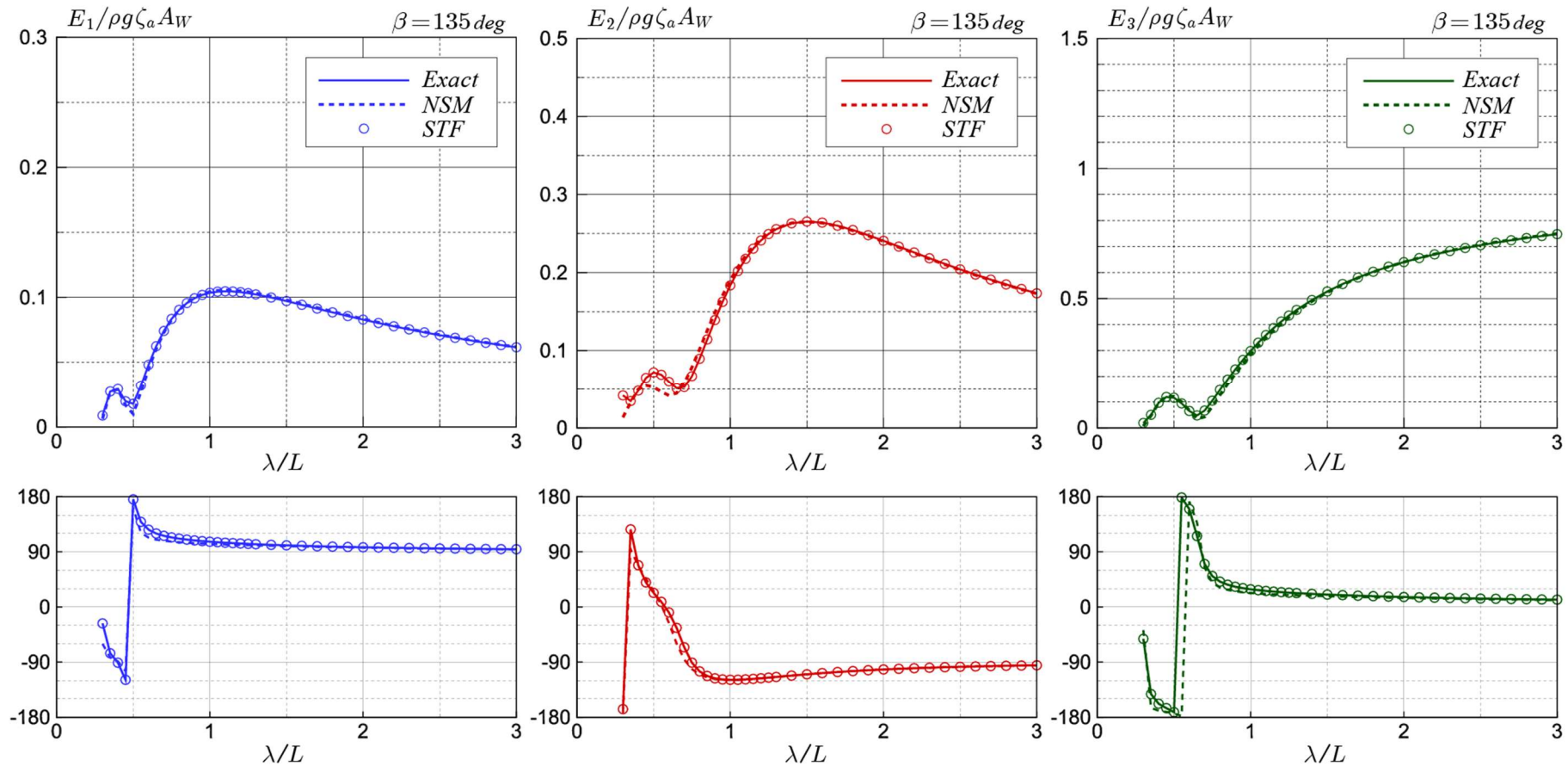


Fig.7 Slender modified Wigley モデルに働く波浪強制力の計算結果 ($Fn = 0.15$, $\beta = 135^\circ$)



計算結果(波浪強制力)

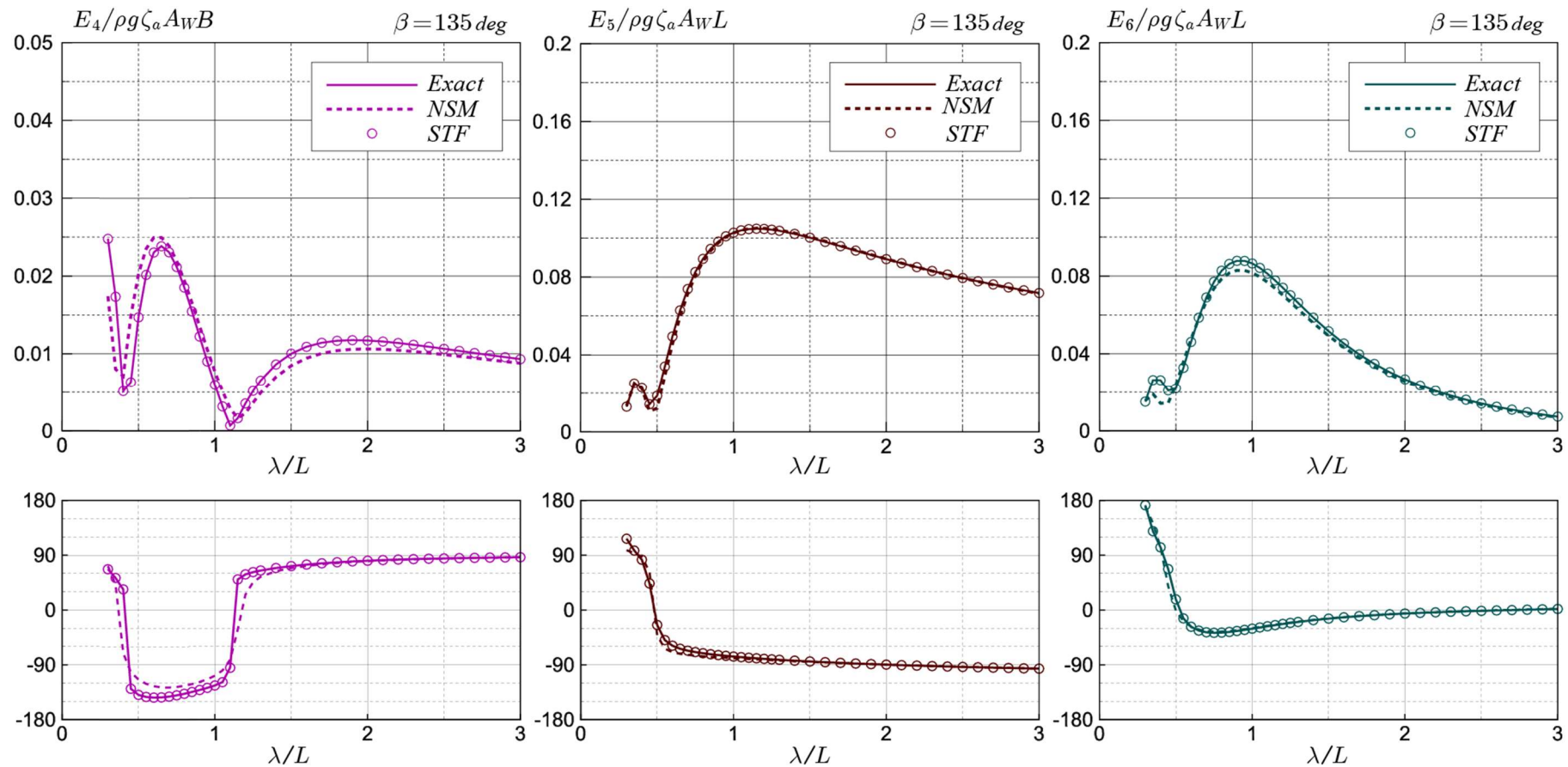


Fig.7 Slender modified Wigley モデルに働く波浪強制力の計算結果 ($Fn = 0.15$, $\beta = 135^\circ$)



計算結果(波浪中船体運動, surge, sway, heave)

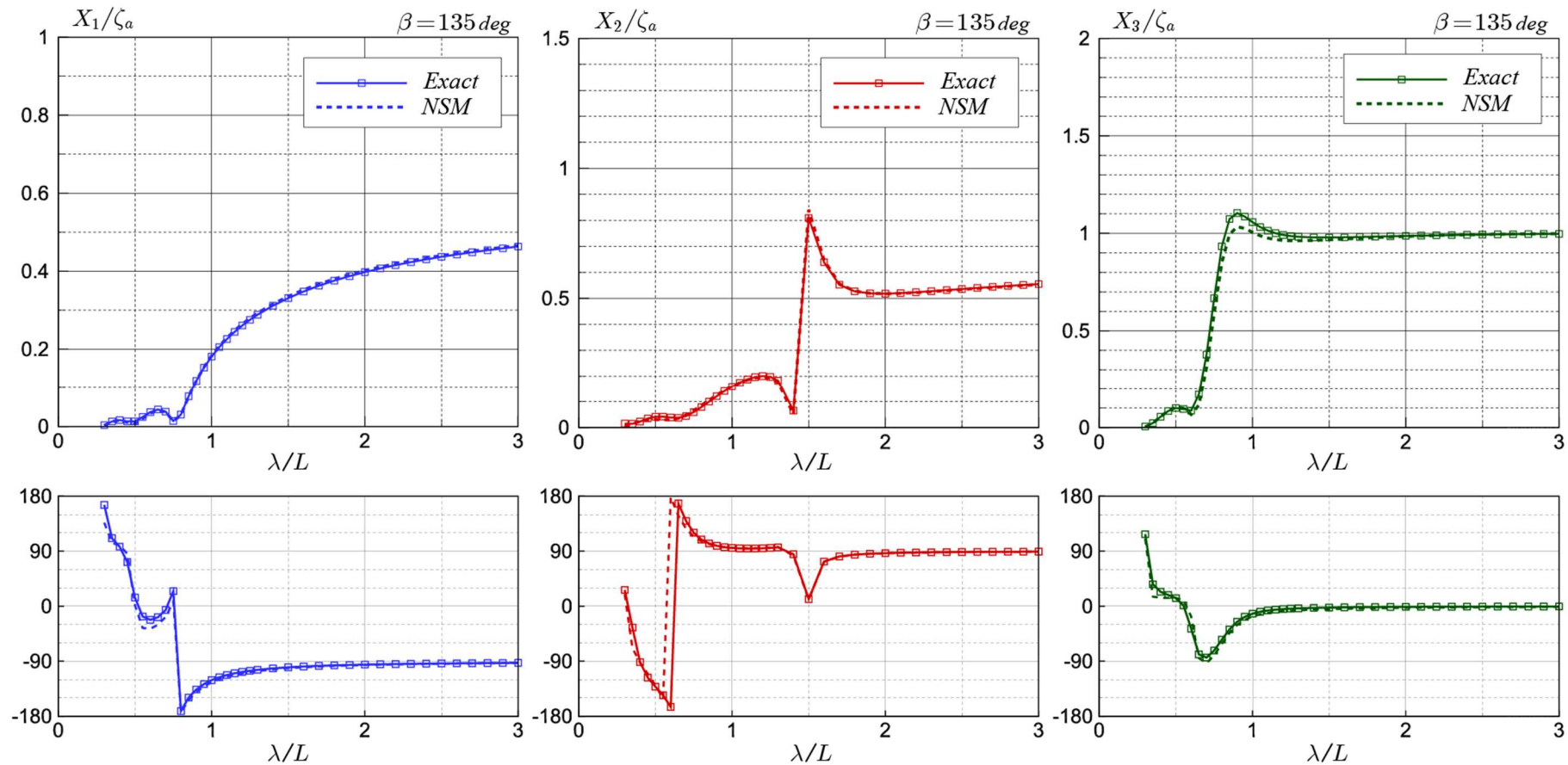


Fig. 8 Slender modified Wigley モデルの波浪中運動の計算結果 ($Fn = 0.15$, $\beta = 135 \text{ deg}$)



計算結果(波浪中船体運動, roll, pitch, yaw)

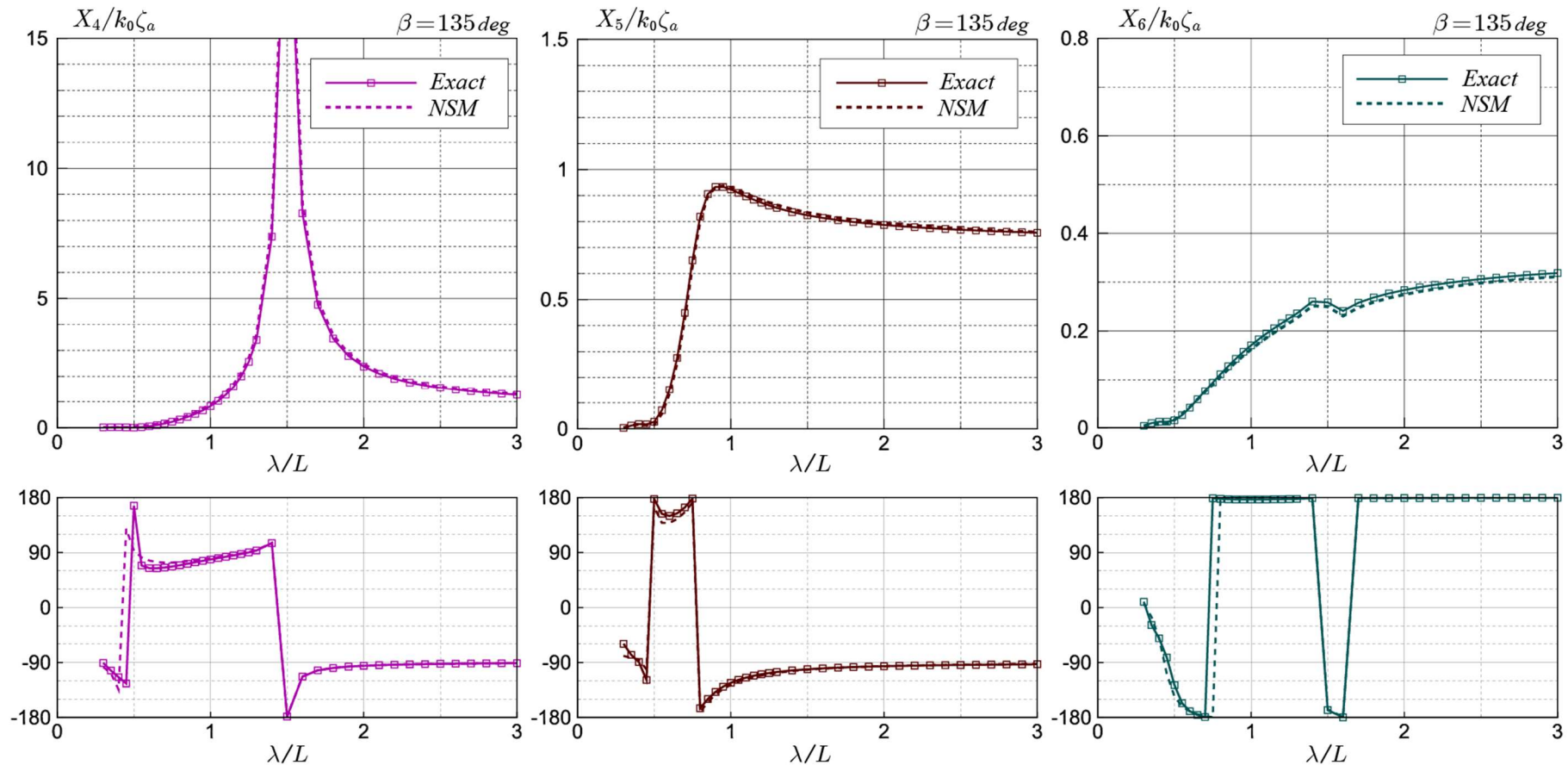


Fig. 8 Slender modified Wigley モデルの波浪中運動の計算結果 ($Fn = 0.15$, $\beta = 135 \text{ deg}$)



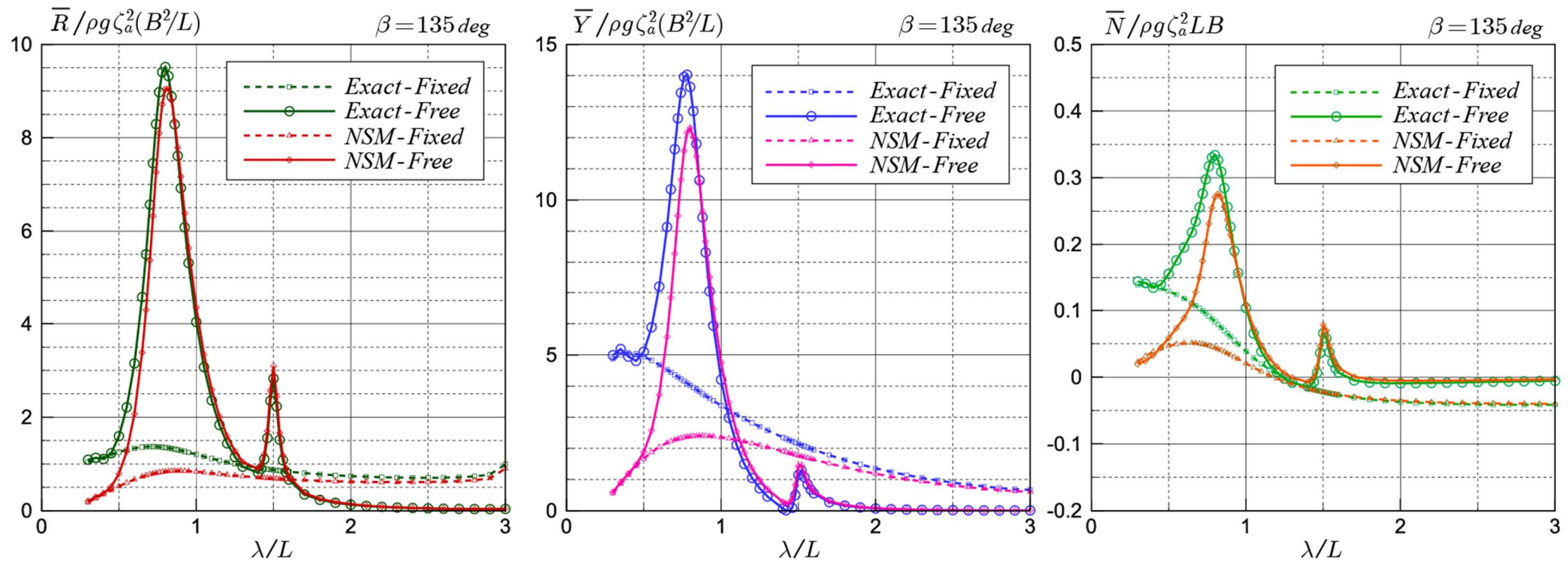


Fig. 9 Slender modified Wigley モデルに働く波浪による定常流体力の計算結果 ($Fn = 0.15$, $\beta = 135 \text{ deg}$)

- ストリップ法における radiation 流体力に対する前進速度影響 (Timman-Newman の関係) は, 逆流問題に対する物体表面境界条件を考えれば理解が容易であり, それは浮体表面での圧力積分式に Tuck の定理を適用することと等価である.
- Diffraction 問題の物体表面境界条件 (n_x の項を含む) を満たす scattering ポテンシャル ϕ_7 の直接解を用いて計算した波浪強制力の値は, ϕ_7 と ϕ_j^- に対してグリーンの公式を適用して逆流 radiation ポテンシャル ϕ_j^- の積分から求めた “STF” 法の値と完全に同じ
- Diffraction 問題で相対速度近似を用いて ϕ_7 を ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 の組合せで表す “NSM” の値も, 線形問題 (波浪強制力, 船体運動) では直接解を用いた “EXACT” の値と実質的にほぼ同じ
- しかし, 2 次の波浪定常流体力では, 短波長域における “EXACT” と “NSM” の計算値には大きな違いがある. それは波の船首反射の影響であり, scattering ポテンシャルの直接解を用いることによってのみ説明可能である.
- Far-field method に基づく波浪定常流体力は, 半無限積分に対する半解析的手法によって厳密かつ高速・高精度に計算できることを再確認した.

FORTRAN ソースプログラムの公開

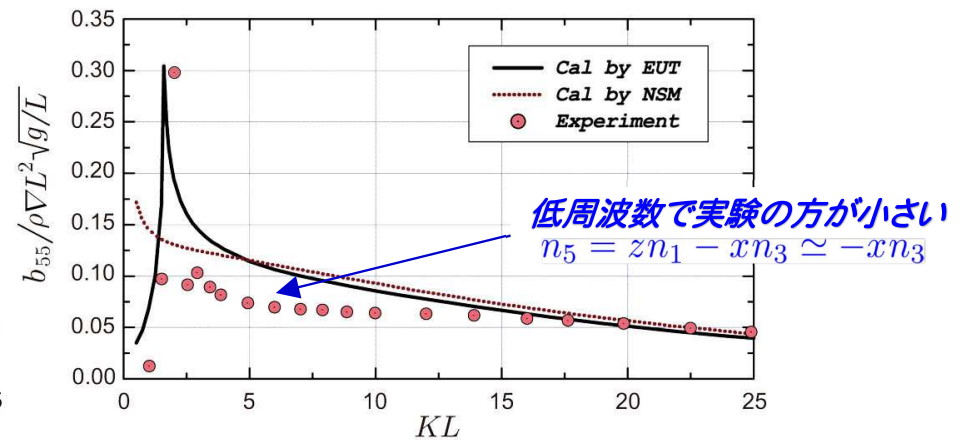
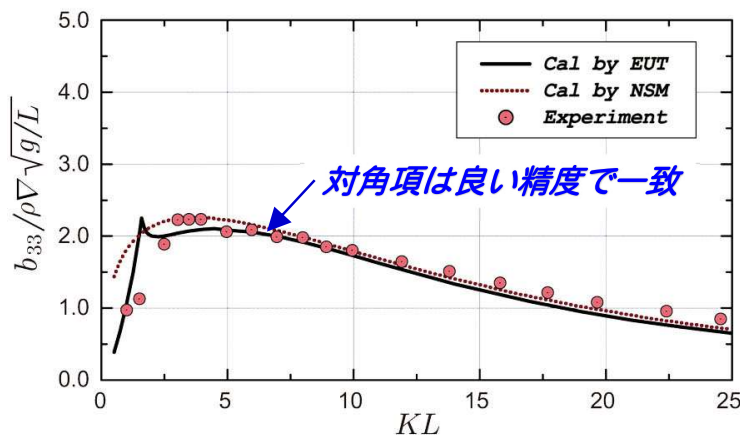
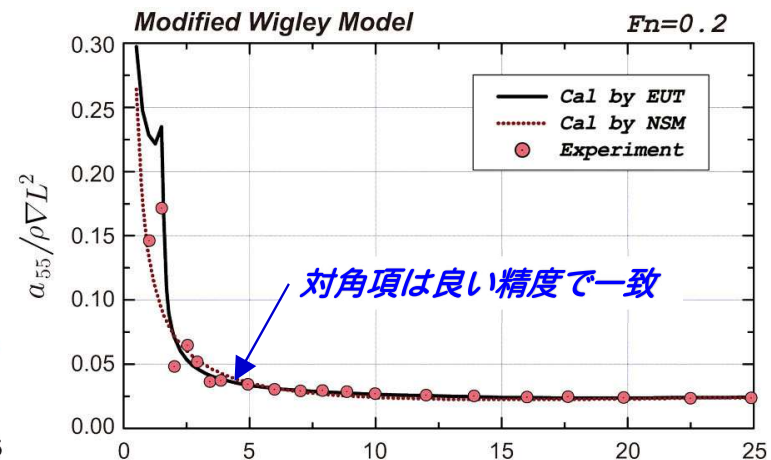
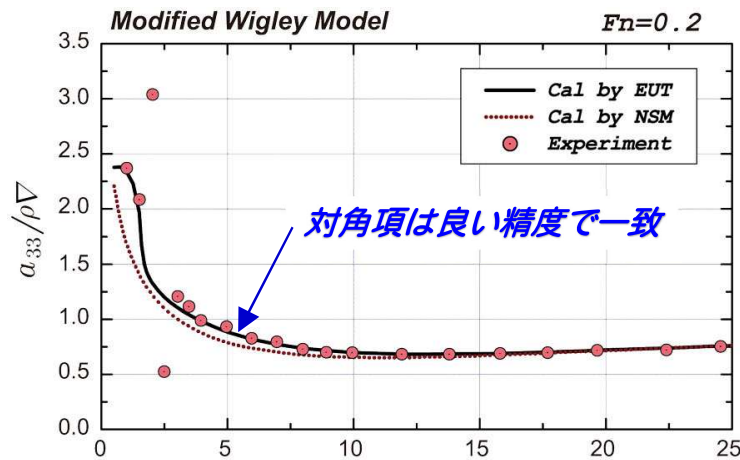
本稿で説明した理論計算法による計算プログラムは、船舶耐航性について勉強しようとする人を対象に教育目的で開発したものである。特に本稿で説明した2次元・3次元 Kochin 関数の計算、それを用いた波浪定常流体力の計算は高速・高精度の計算法としてより多くの人に使って頂き、さらに普及されるべきものである。その目的達成のために FORTRAN ソースプログラムを以下の URL に公開するので、勉強・研究資料として自由に使って頂ければ開発者の本望である。

<https://www.dropbox.com/s/2ih7whnqpm222rg/in-sm-simpnew.f?dl=0>

ご清聴有難うございました

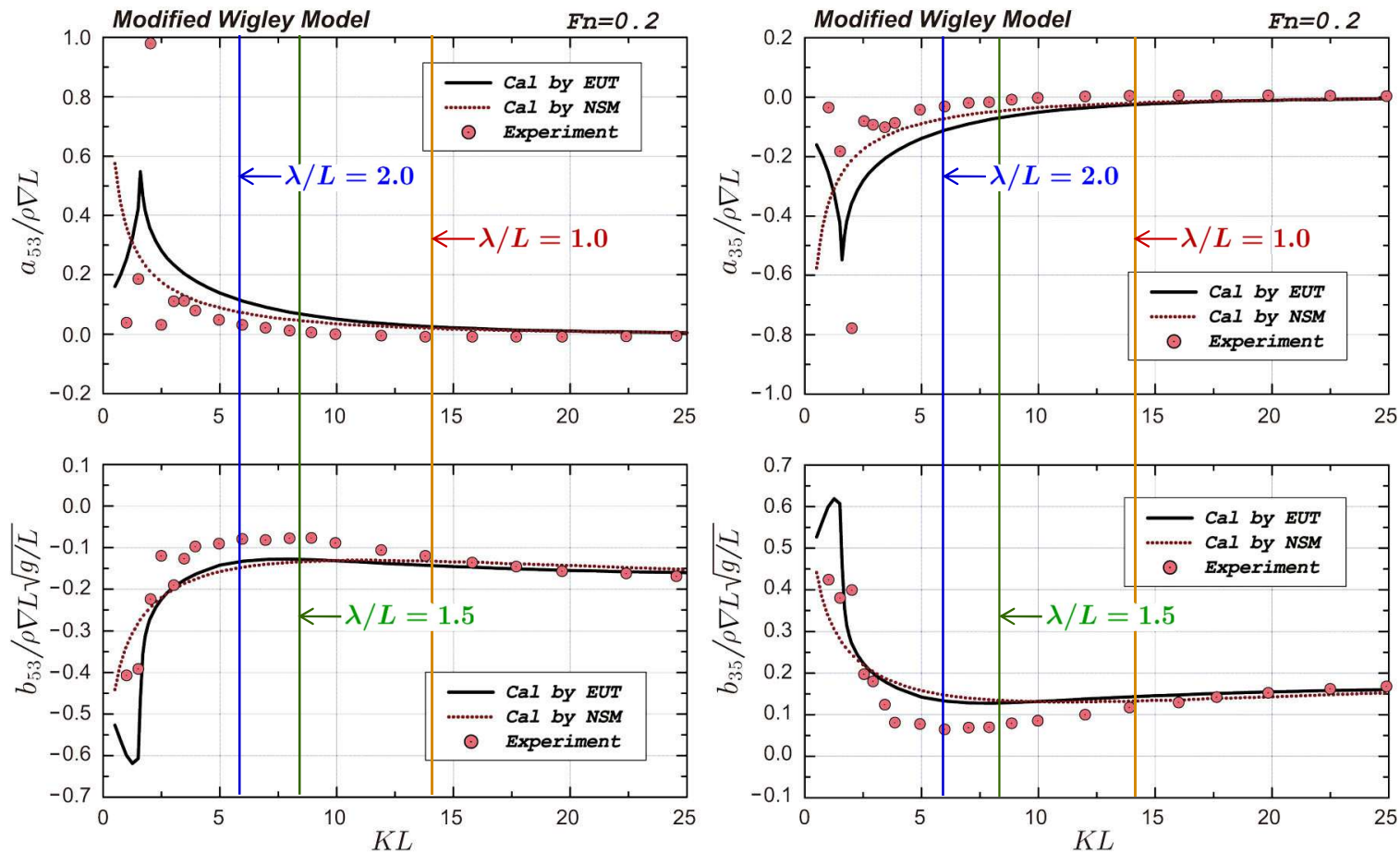


Slender modified Wigley model



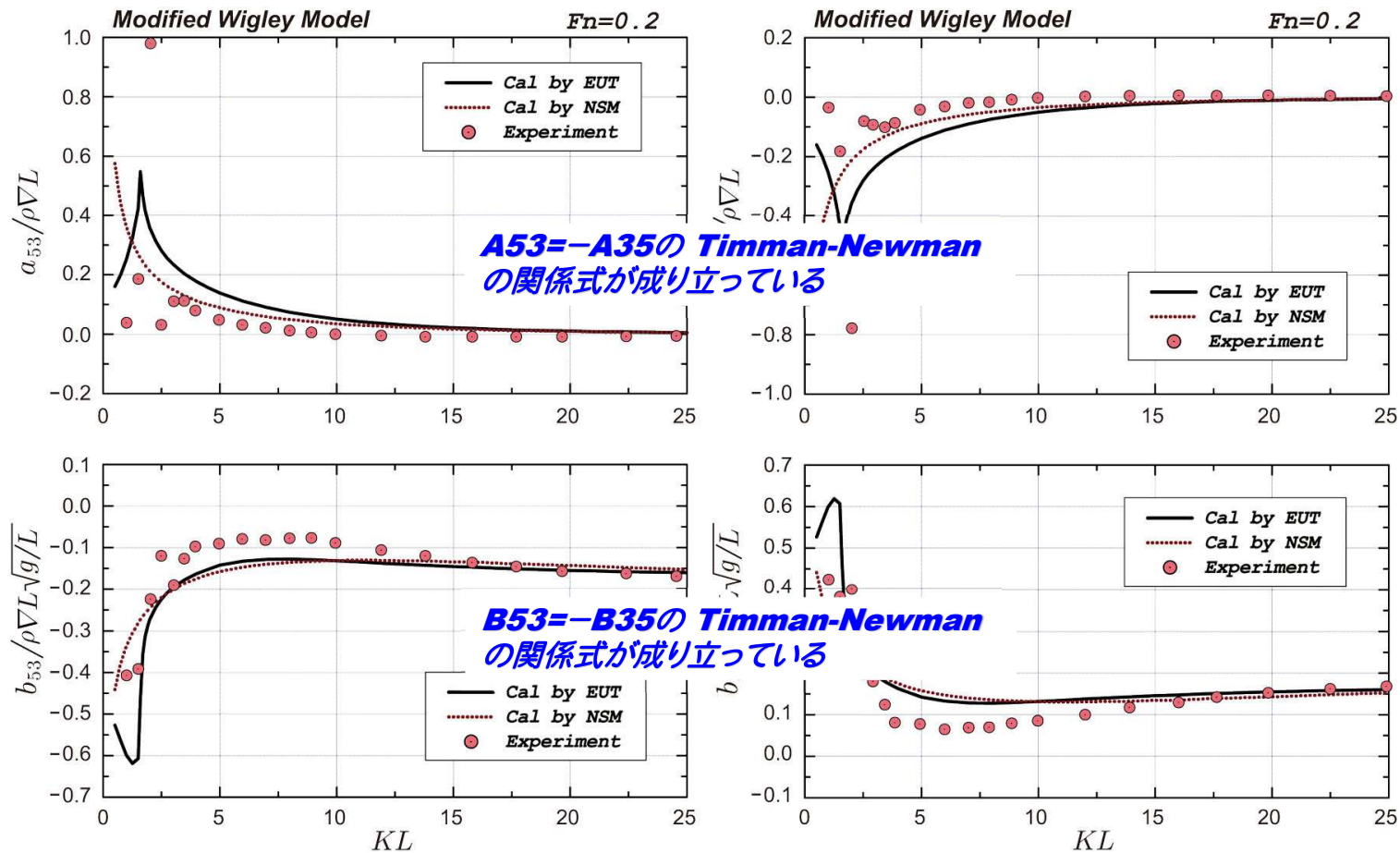
Added Mass & Damping Coefficient

Slender modified Wigley model

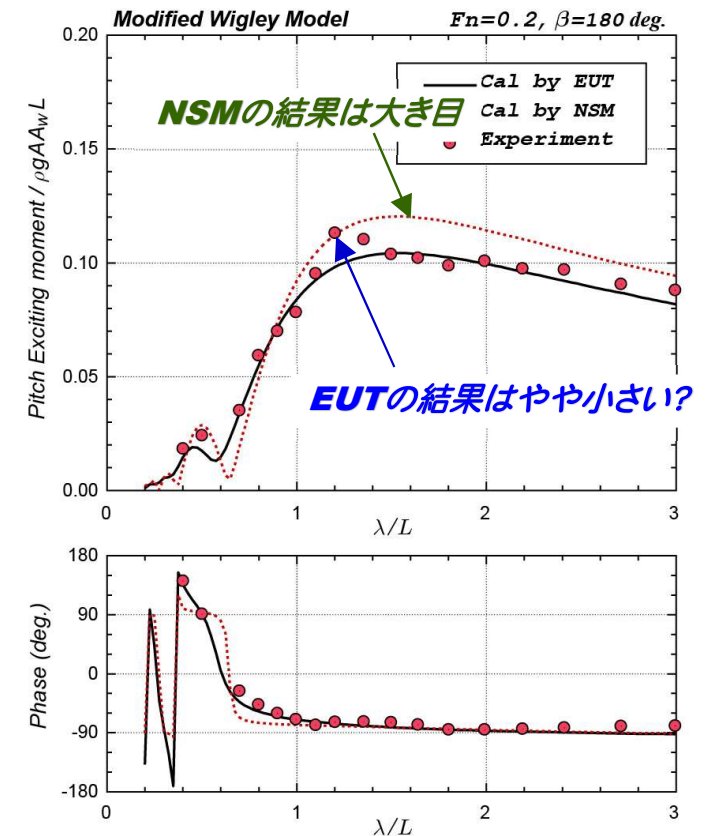
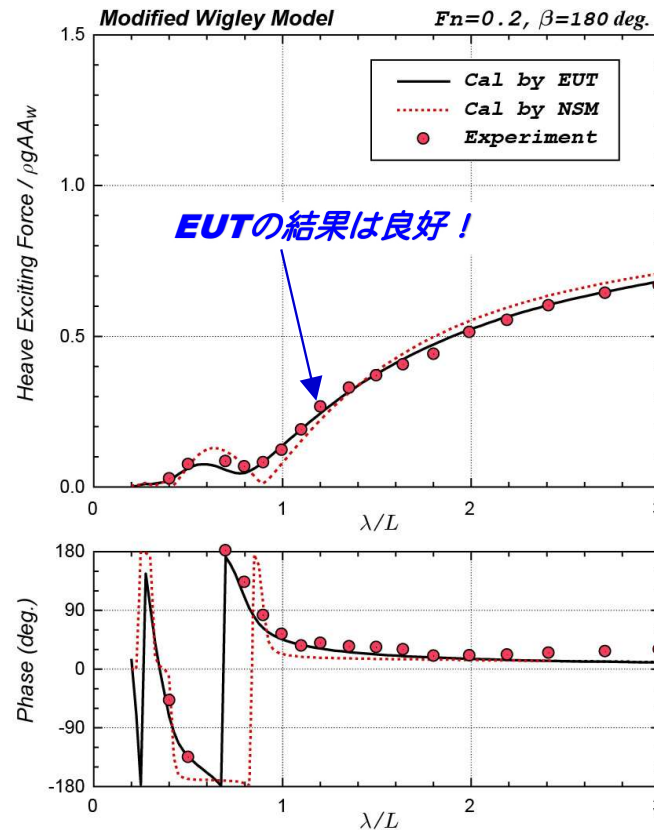
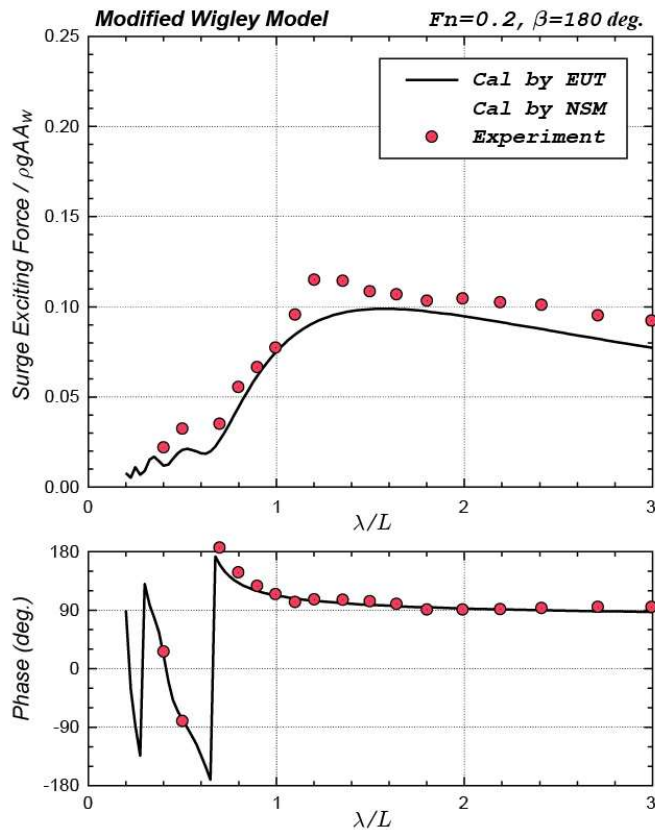


Added Mass & Damping Coefficient

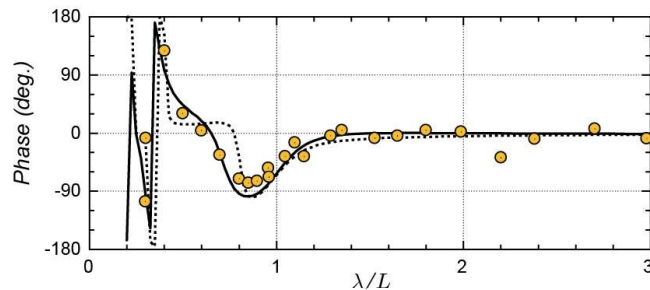
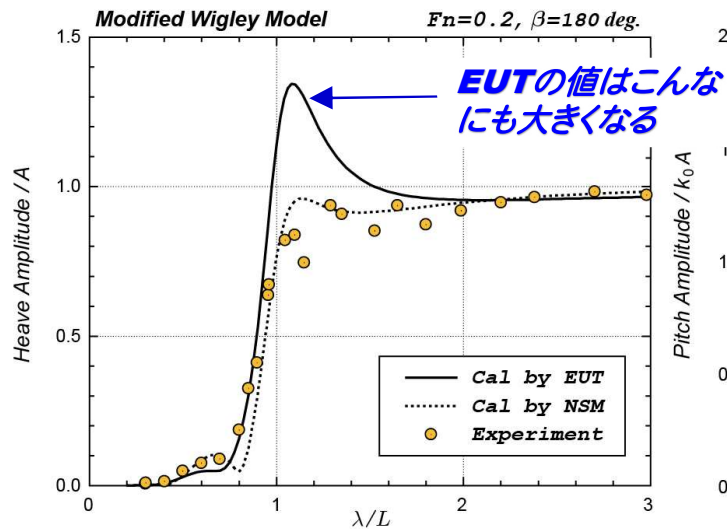
Slender modified Wigley model



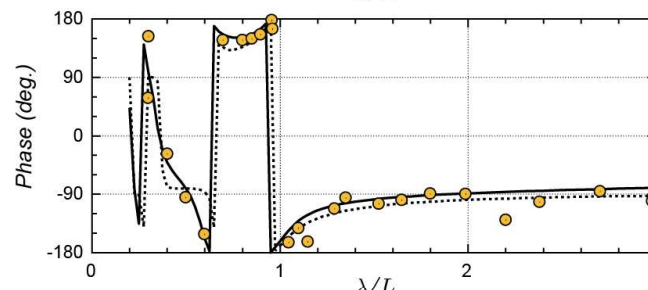
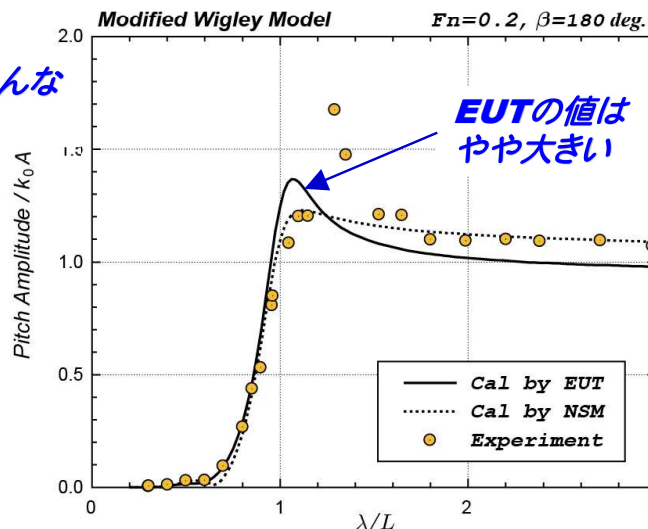
Slender modified Wigley model



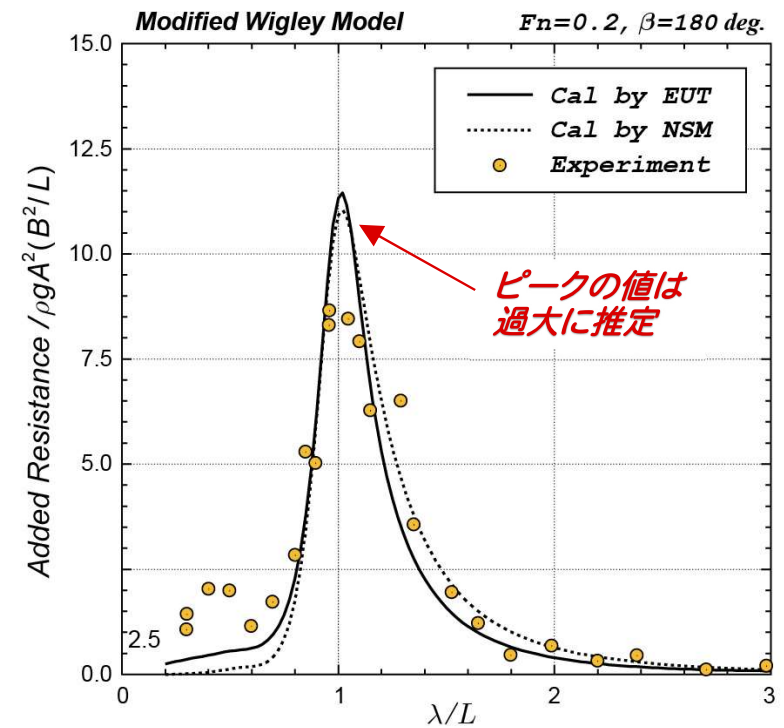
Slender modified Wigley model



Heave



Pitch

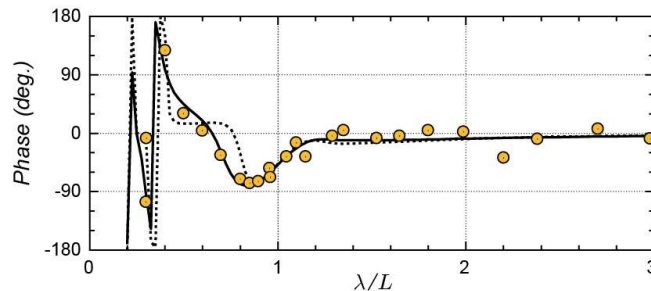
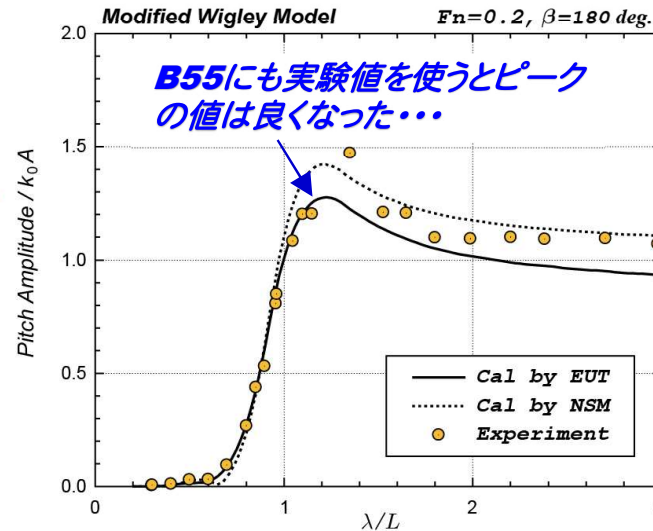
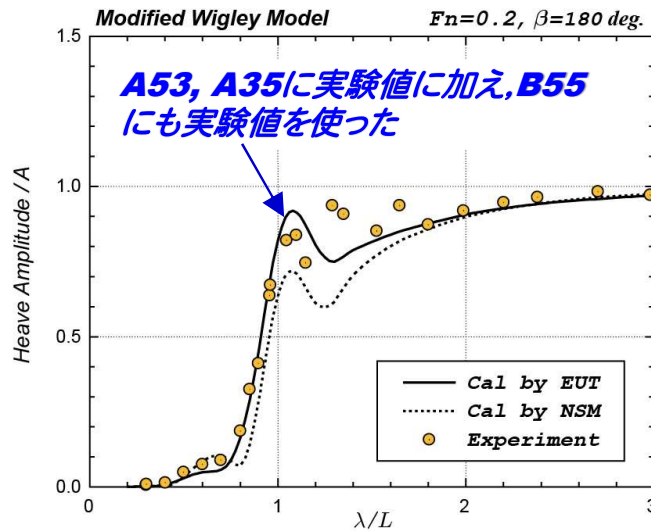


Using computed results only

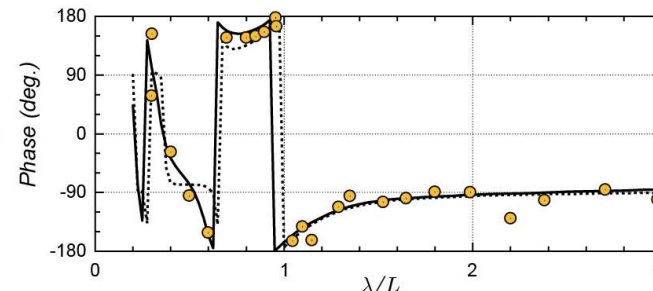


Ship Motions & Added Resistance

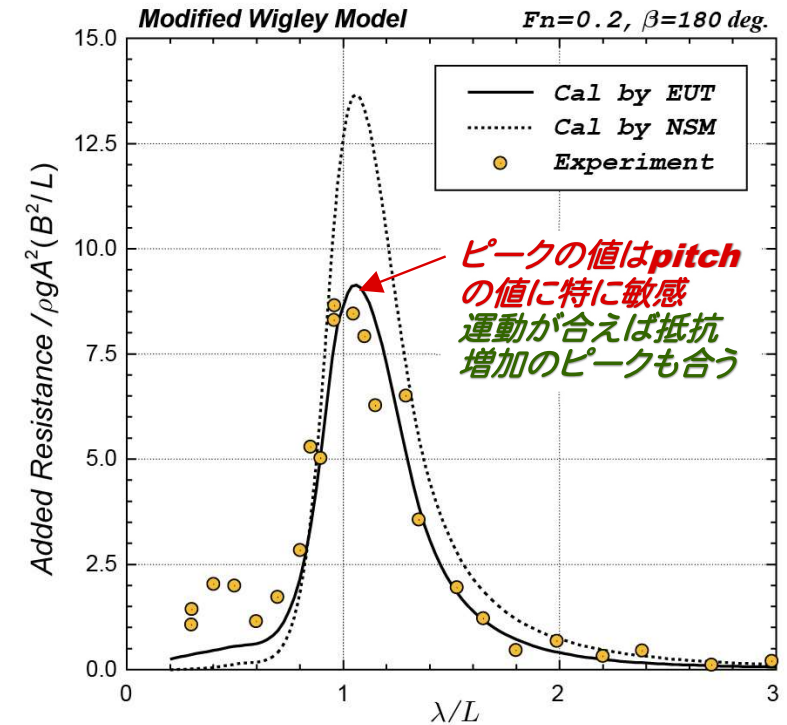
Slender modified Wigley model



Heave



Pitch



Using measured A53, A35 & B55

