

短期海象中の波高と波周期の確率密度関数 およびその波浪中抵抗増加推定への応用

Probability density function of wave height and wave period and
its application for estimating added resistance in irregular waves

大阪大学 箕浦宗彦, Sahil Jawa

はじめに

短期海象中の波浪中抵抗増加をHsuの考え方にに基づき、平山らの方法に倣って、

「規則波中抵抗増加×波高・波周期の発現確率」

で求めたところ、従来のスペクトラム法に比べてピークに大きなずれが見られた。その理由は波高・波周期の発現確率にあり、これを改良することを考える。

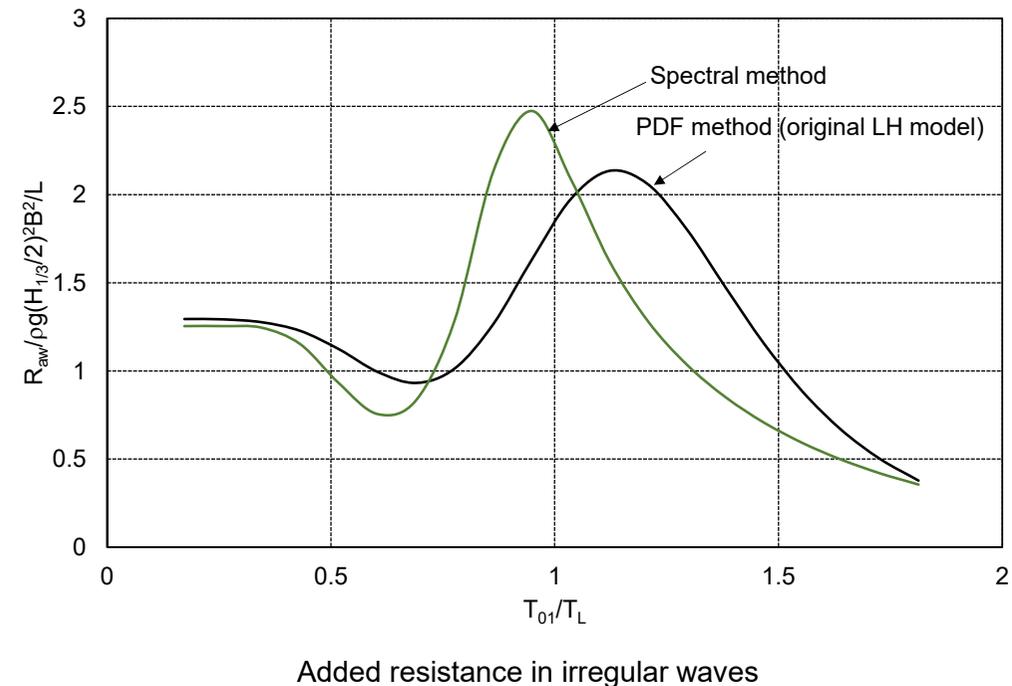
この方法を確率密度関数法(Sahil, *et al.*)と呼ぶことにする。本方法のメリットは波高と波周期を明示できることである。

スペクトラム法

$$R_{AW}(H_{1/3}, T_{01}, V) = 2 \int_0^{\infty} R_{WU}(\omega, V) S(\omega | H_{1/3}, T_{01}) d\omega$$

確率密度関数法

$$R_{AW}(H_{1/3}, T_{01}, V) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \left(\frac{H}{2}\right)^2 R_{WU}(2\pi/T, V) p(H, T | H_{1/3}, T_{01}) dT dH$$



Longuet-Higgins model

波のフーリエ級数表現 → 搬送波・変調波による表現

$$x(t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(\omega_n t + \varepsilon_n) = \rho(t) \cos\{\omega_c t + \phi(t)\} \quad \omega_c: \text{搬送波周波数}$$

変調波成分

$$x_c(t) = \rho(t) \cos \phi(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \cos\{(\omega_n - \omega_c)t + \varepsilon_n\}$$
$$x_s(t) = \rho(t) \sin \phi(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sin\{(\omega_n - \omega_c)t + \varepsilon_n\}$$

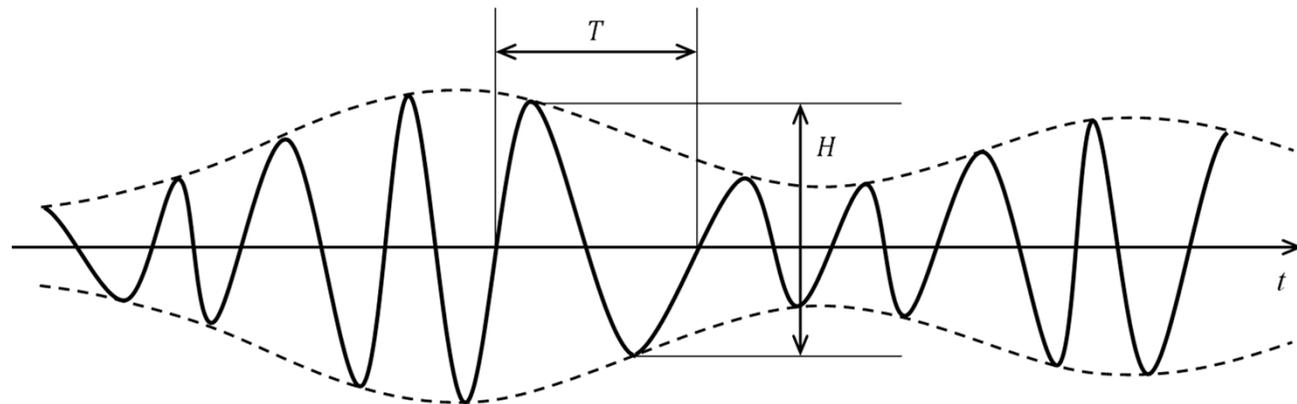
変調波成分の同時確率密度関数

$$f(x_c, x_s, \dot{x}_c, \dot{x}_s) = \frac{1}{4\pi^2 \sqrt{|\text{Cov}[\mathbf{x}, \mathbf{x}]|}} \exp\left(-\frac{1}{2} \mathbf{x}^T \text{Cov}[\mathbf{x}, \mathbf{x}]^{-1} \mathbf{x}\right)$$

変数変換により波高と波周期の確率密度関数に変換する

$$\rho(t) = \sqrt{x_c^2(t) + x_s^2(t)}$$

$$\phi(t) = \tan^{-1} \frac{x_s(t)}{x_c(t)}$$



Longuet-Higgins model

波高と波周期の同時確率密度関数

$$f(\zeta, \eta) = \frac{8L}{\sqrt{2\pi} \nu} \left(\frac{\zeta}{\eta}\right)^2 \exp(-2\zeta^2) \exp\left(-2\frac{\zeta^2}{\nu^2} \left(1 - \frac{1}{\eta}\right)^2\right)$$

$$\zeta = \frac{H}{H_{1/3}}, \quad \eta = \frac{T}{T_{01}}, \quad \nu = \left(\frac{m_0 m_2}{m_1^2} - 1\right)^{\frac{1}{2}}$$

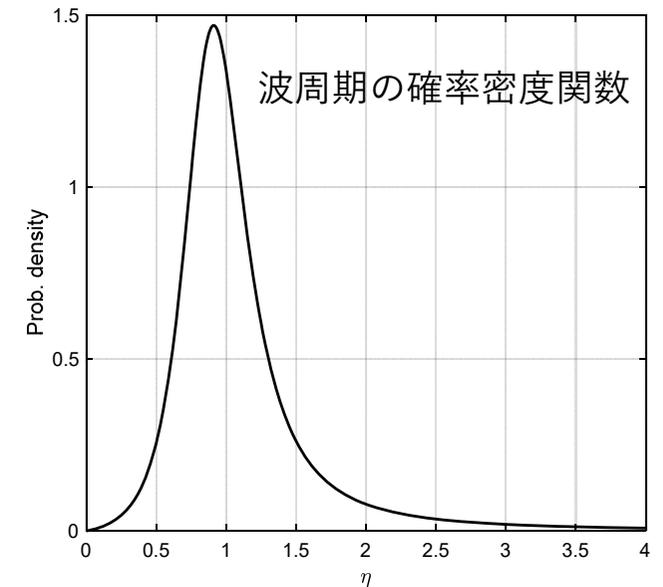
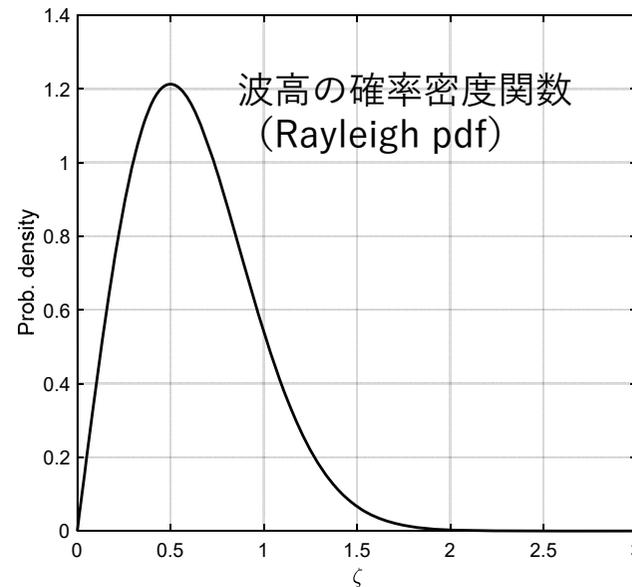
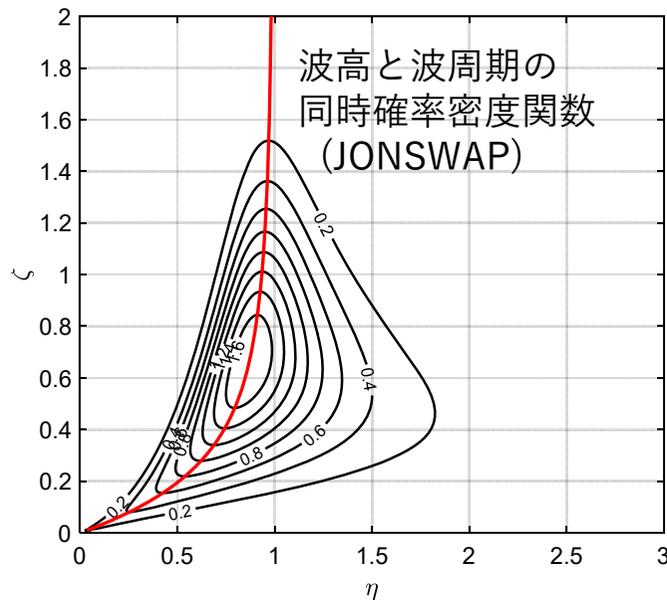
ITTC $\nu = 0.42$, JONSWAP $\nu = 0.39$

波高の確率密度関数 (Rayleigh pdf)

$$f(\zeta) = \int_0^\infty f(\zeta, \eta) d\eta = 4\zeta \exp(-2\zeta^2)$$

波周期の確率密度関数

$$f(\eta) = \int_0^\infty f(\zeta, \eta) d\zeta = \frac{L}{2\pi\eta^2} \left(1 + \frac{1}{\nu^2} \left(1 - \frac{1}{\eta}\right)^2\right)^{-\frac{3}{2}}$$



問題点と改良点

問題点

Longuet-Higginsの確率密度関数と時系列シミュレーションから得られる頻度分布を比較すると分布のピーク位置、分布幅が異なる。

改良点1

稜線の $\zeta \rightarrow \infty$ の漸近波周期は1 (平均波周期 T_{01})

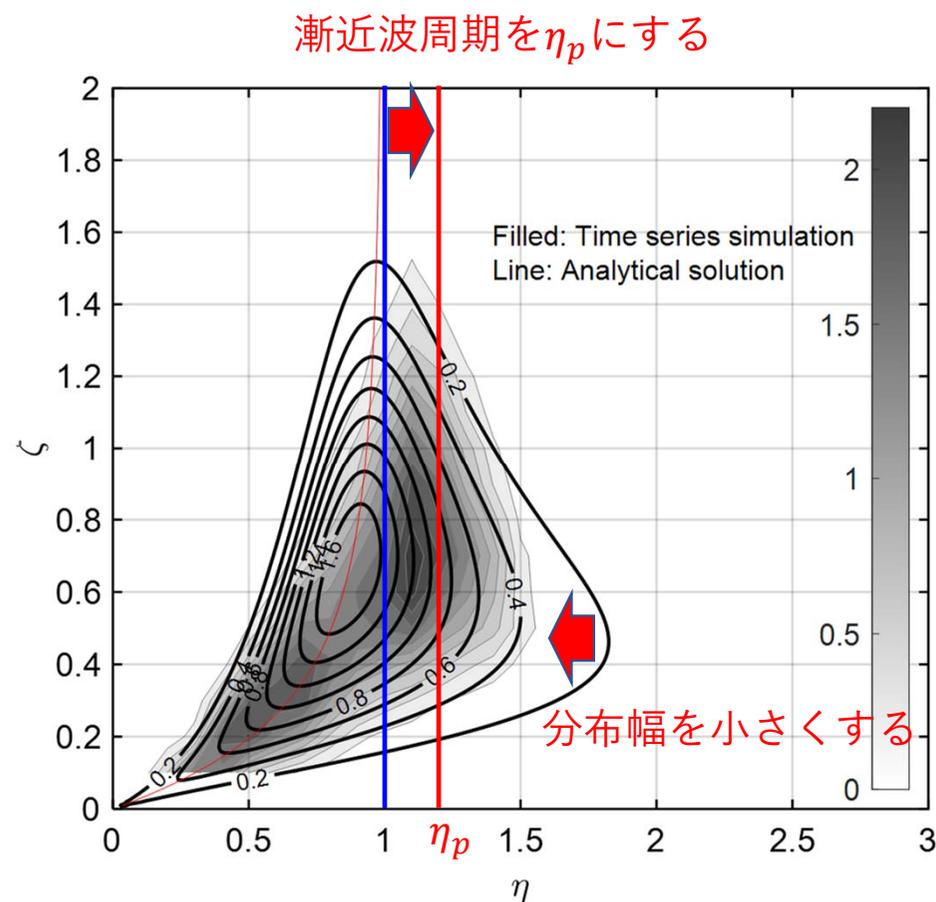
→ 漸近波周期を η_p にする (Zhang, *et al.*)

$$\eta_p = \frac{T_p}{T_{01}}, \quad T_p: \text{スペクトラムピーク波周期}$$

改良点2

$\eta < 1$ の分布幅は適切、 $\eta > 1$ の分布幅が大きい

→ $\eta > \eta_p$ で分布幅を小さくする



Modified Longuet-Higgins model

$$f(\zeta, \eta) = \frac{8L_p}{\sqrt{2\pi} \nu} \left(\frac{\zeta}{\eta}\right)^2 \exp(-2\zeta^2) \exp\left(-2 \frac{\zeta^2}{\beta \nu^2} \left(1 - \frac{1}{\alpha \eta}\right)^2\right)$$

$$L_p = \frac{2}{\alpha} \left(1 + \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma \nu^2 + 1}}\right)^{-1}$$

Original Longuet-Higgins model

$$\alpha = 1, \quad \gamma = 1$$

Modified Longuet-Higgins model

$$\alpha = \frac{1}{\eta_p} = \frac{\omega_p}{\omega_{01}}, \quad \beta = \begin{cases} 1, & \eta \leq \eta_p \\ \gamma, & \eta > \eta_p \end{cases}$$

改良点1

漸近波周期を η_p になるよう α を決める (Zhang, *et al.*)

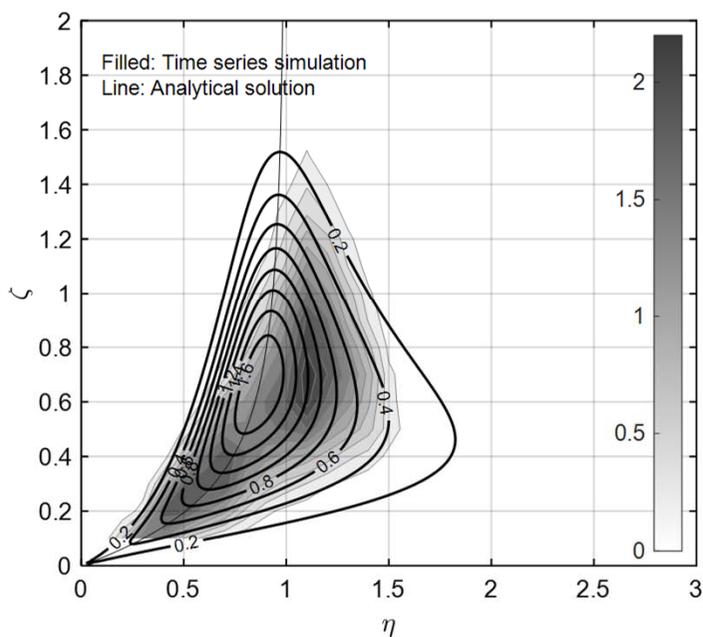
$$\rightarrow \alpha = \frac{1}{\eta_p} = \frac{\omega_p}{\omega_{01}}$$

改良点2

平均波周期が1になるように γ を決める

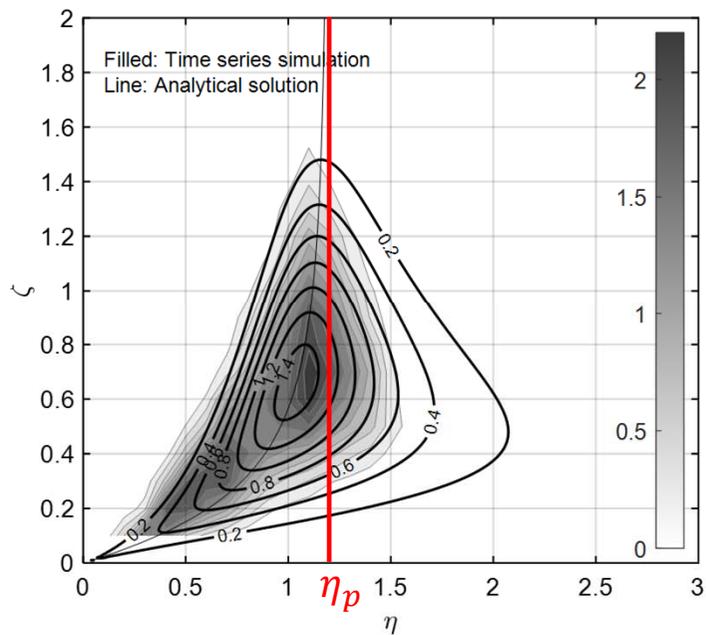
$$\rightarrow \nu = 0.15$$

密度関数の比較



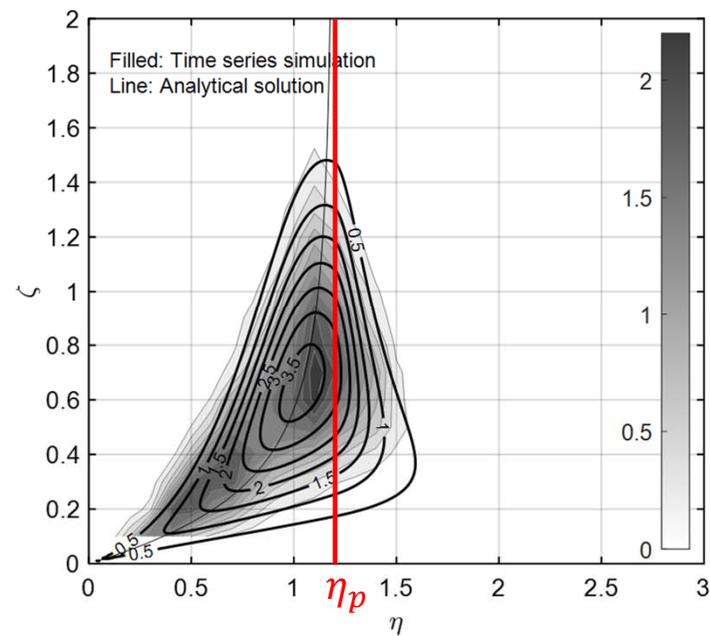
Original Longuet-Higgins model

$$\alpha = 1, \quad \gamma = 1$$



Modified Longuet-Higgins model

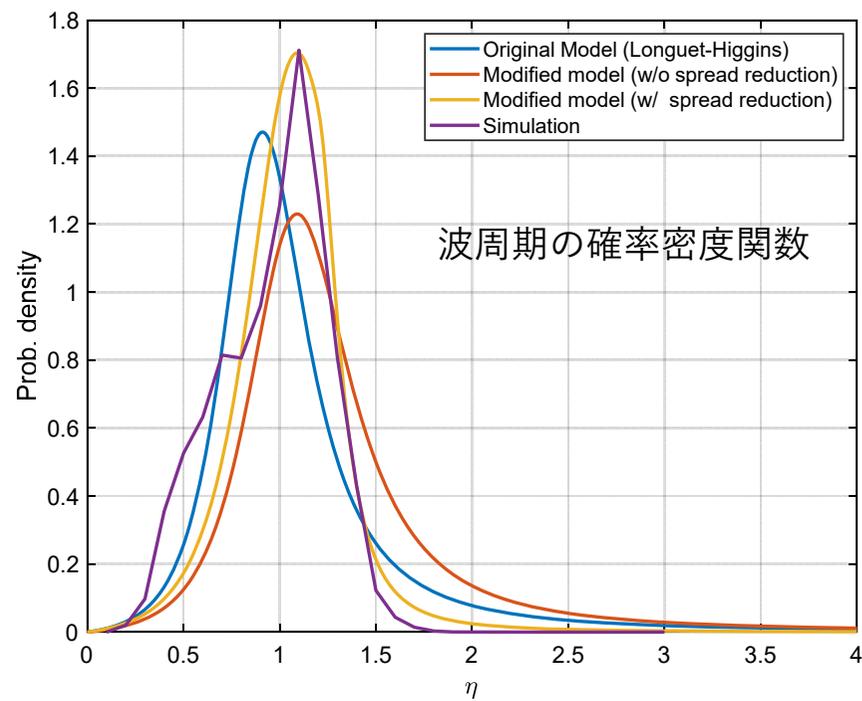
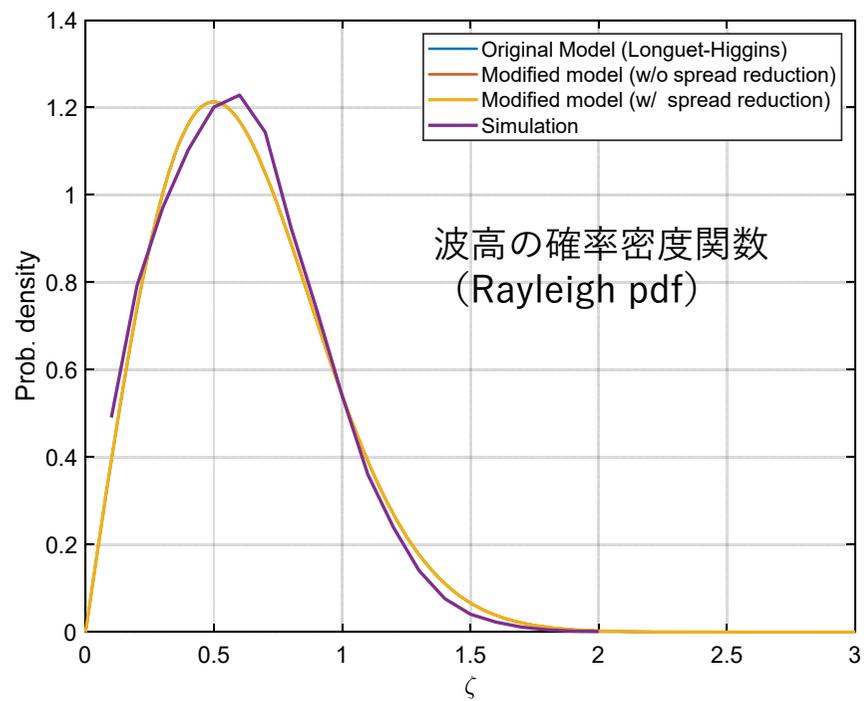
$$\alpha = \frac{1}{\eta_p} = \frac{\omega_p}{\omega_{01}}, \quad \beta = \begin{cases} 1, & \eta \leq \eta_p \\ 1, & \eta > \eta_p \end{cases}$$



Modified Longuet-Higgins model

$$\alpha = \frac{1}{\eta_p} = \frac{\omega_p}{\omega_{01}}, \quad \beta = \begin{cases} 1, & \eta \leq \eta_p \\ 0.15, & \eta > \eta_p \end{cases}$$

密度関数の比較



短期海象中の抵抗増加推定への応用

規則波中の抵抗増加は既知であるとする

単位波高に対する抵抗増加 $R_{WU}(\omega, V)$

波高の2乗に対して非線形であることの修正係数 $C(s)$

s : 波峯度

スペクトラム法

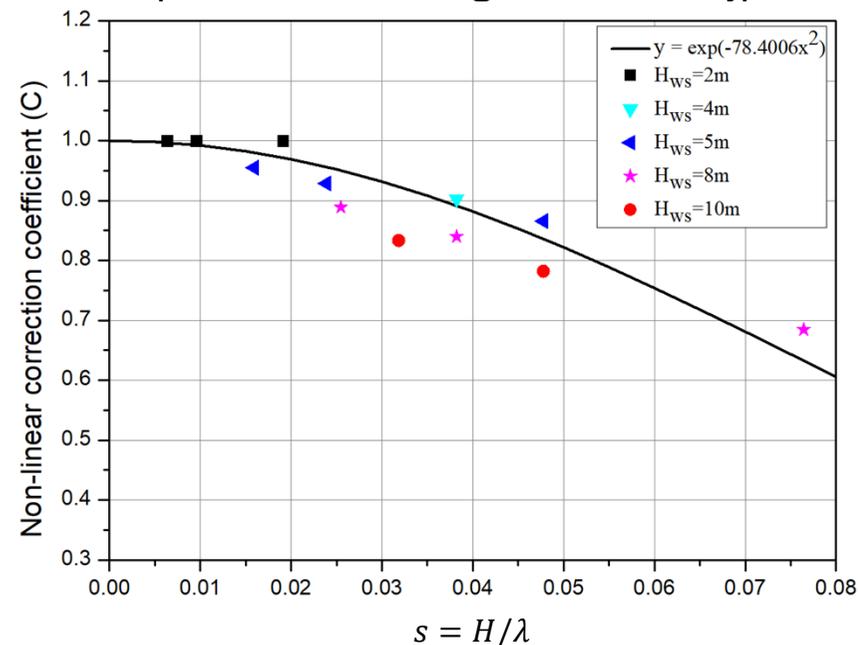
$$R_{AW}(H_{1/3}, T_{01}, V) = 2 \int_0^{\infty} R_{WU}(\omega, V) S(\omega | H_{1/3}, T_{01}) d\omega$$

確率密度関数法

$$R_{AW}(H_{1/3}, T_{01}, V) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \left(\frac{H}{2}\right)^2 C(s) R_{WU}(2\pi/T, V) p(H, T | H_{1/3}, T_{01}) dT dH$$

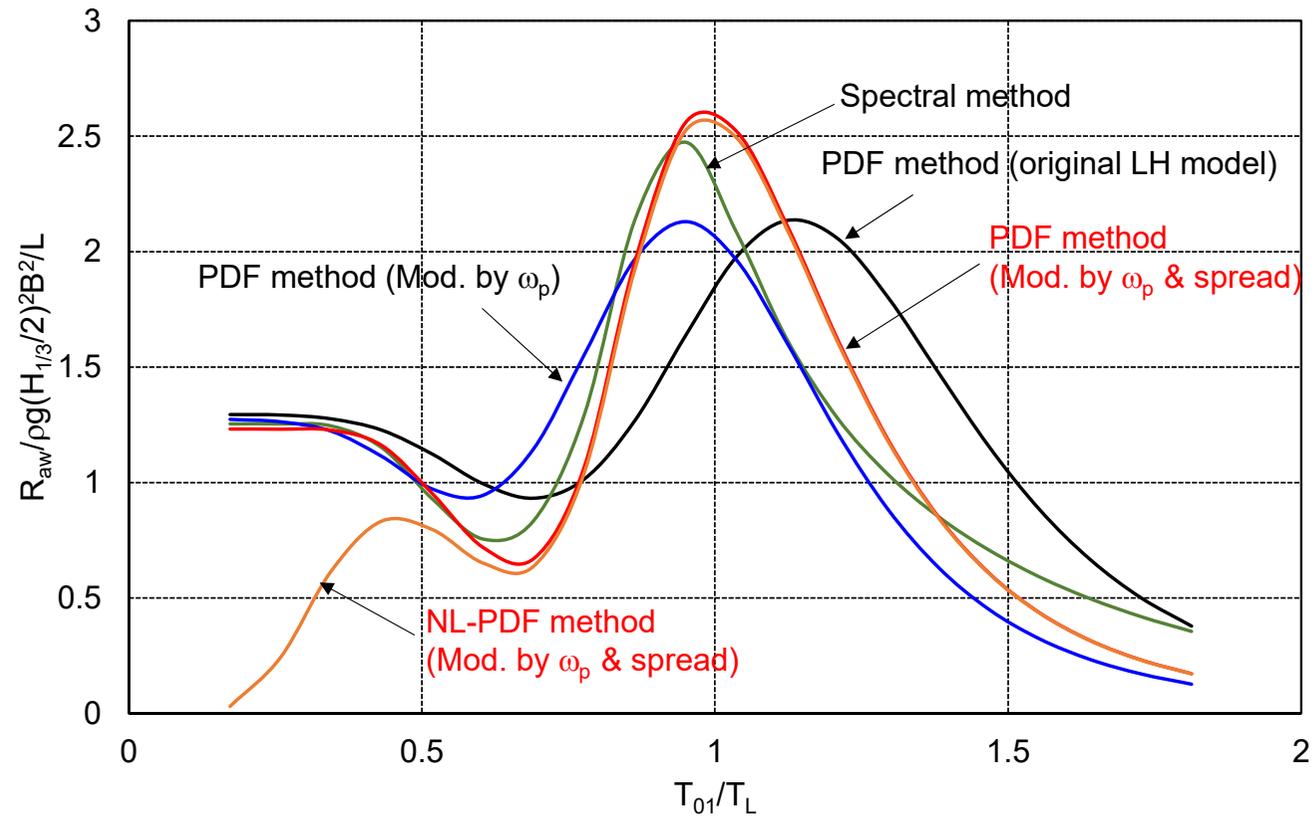
RIOSコンテナーの場合

<http://www.rios.eng.osaka-u.ac.jp/>



短期海象中の抵抗増加推定への応用

RIOS container, Head sea condition, JONSWAP spectrum



Added resistance in irregular waves

- Longuet-Higginsの波高-波周期の同時発現確率モデルの修正を提案した。
- その確率モデルを用いた短期海象中の波浪中抵抗増加の推定手法として、確率密度関数法を提案した。
- 試計算の結果は、線形の仮定の下で従来のスペクトラム法とおおむね一致した。このことは確率密度関数法の妥当性を示すものである。
- 引き続き波高と波長（波周期）の影響を考慮した不規則波中の抵抗増加推定の研究を進める。

- Hsu, F. H., Blenkarn, K. A. (1970). “Analysis of Peak Mooring Force Caused by Slow Vessel Drift Oscillation in Random Seas”, Offshore Technology Conference 1159, I135-I146.
- Hirayama, T., Wang, X. (1993). “Simple Estimation of Wave Added Resistance from Experiments in Transient and Irregular Water Waves” , Journal of the Society of Naval Architects of Japan, 174, 275-287.
- Sahil Jawa, Munehiko Minoura, Yu Idomoto: Short-term Prediction of Nonlinear Added Resistance in Head Sea with Probability Density Function Method, Proc. of 32nd International Ocean and Polar Engineering Conference (ISOPE2022), pp. 3392-3399, 2022/6.
- Longuet-Higgins, M. S., 1975. On the joint distribution of the periods and amplitudes of sea waves, J. Geophysics. Res., 80(18): 2688 - 2694.
- Longuet-Higgins, M. S., 1983. On the joint distribution of wave periods and amplitudes in a random wave field, Proc. R. Soc. Lond., 389(1797): 241 - 258.
- Zhang, H. D. and Guedes Soares, C., 2016. Modified Joint Distribution of Wave Heights and Periods, China Ocean Eng., Vol. 30, No. 3, pp. 359 - 374.